## УТОЧНЕННАЯ МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ ЭЛЕКТРИЧЕСКОЙ ДУГИ В ПЛАЗМОТРОНЕ С ВНЕШНЕЙ ТОКОВЕДУЩЕЙ ПРОВОЛОКОЙ

М. Ю. ХАРЛАМОВ, канд. техн. наук (Восточноукр. нац. ун-т им. В. Даля, г. Луганск), чл.-кор. НАН Украины И. В. КРИВЦУН, В. Н. КОРЖИК, С. В. ПЕТРОВ, доктора техн. наук, А. И. ДЕМЬЯНОВ, инж. (Ин-т электросварки им. Е. О. Патона НАН Украины)

Уточнена математическая модель электромагнитных процессов применительно к дуге в плазмотроне с проволокой-анодом. Проведен сравнительный численный анализ электрических, тепловых и газодинамических характеристик дуговой плазмы при использовании приближения пограничного слоя и уточненной модели электромагнитных процессов. Показано существенное влияние метода описания указанных процессов на расчетные распределения характеристик дуговой плазмы, генерируемой плазмотроном.

Ключевые слова: плазмотрон с проволокой-анодом, электрическая дуга, математическая модель, характеристики плазменного потока

В работе [1] предложена математическая модель для описания турбулентного течения электродуговой плазмы, создаваемой плазмотроном с внешней токоведущей проволокой-анодом. В рамках используемого там приближения пограничного слоя сделано допущение о малости радиальной компоненты *j*<sub>r</sub> плотности электрического тока в дуге по сравнению с аксиальной  $j_z$  ( $j_r \ll j_z$ ). Такой подход не позволяет вполне адекватно описывать электромагнитные характеристики дуги, горящей в рассматриваемом плазмотроне, поскольку в прикатодной области, на выходе из плазмоформирующего канала и в области анодной привязки дуги наблюдаются достаточно высокие значения j<sub>r</sub>, соизмеримые с *j*<sub>z</sub>. В связи с этим используемая в [1] модель электромагнитных процессов требует уточнения, что и является целью данного краткого сообщения.

Схема исследуемой электрической дуги постоянного тока представлена на рис. 1. Она горит в потоке плазмообразующего газа (аргона), формируемом каналом плазмотрона радиусом  $R_c$ , длиной  $Z_1$ , между тугоплавким (из вольфрама) катодом и плавящейся проволокой-анодом, расположенной за срезом сопла на расстоянии  $Z_2$  от рабочего конца катода. Открытый участок дугового разряда может обдуваться потоком холодного газа (аргоном, воздухом), подаваемого через кольцевой канал, расположенный под углом  $\alpha$  к оси плазмотрона и имеющий внутренний  $R_1$  и наружный  $R_2$  радиусы. Расчетная область ограничивалась границами в радиальном R и аксиальном L направлениях.

Газодинамические и тепловые характеристики дуговой плазмы, генерируемой таким устройством, описываются системой магнитогазодинамических (МГД) уравнений в приближении турбулентного пограничного слоя [1]. Для более корректного описания электромагнитных характеристик дуги (не делая допущения о малости радиальной компоненты плотности электрического тока по сравнению с аксиальной) используем уравнение для напряженности магнитного поля тока дуги [2]



Рис. 1. Схема электрической дуги в плазмотроне с внешней проволокой-анодом: *1* — тугоплавкий катод; *2* — плазмоформирующее сопло; *3* — канал для подачи газа; *4* — проволо-ка-анод; *5* — столб дуги

ALCONCANTRACION

© М. Ю. Харламов, И. В. Кривцун, В. Н. Коржик, С. В. Петров, А. И. Демьянов, 2009

КРАТКИЕ СООБЩЕНИЯ

$$\frac{\partial}{\partial r} \left[ \frac{1}{r\sigma} \frac{\partial (rH_{\phi})}{\partial r} \right] + \frac{\partial}{\partial z} \left[ \frac{1}{\sigma} \frac{\partial H_{\phi}}{\partial z} \right] = 0, \tag{1}$$

где  $\sigma[T(r, z)]$  — удельная электропроводность плазмы, зависящая от температуры;  $H_{\varphi}(r, z)$  азимутальная составляющая напряженности магнитного поля, связанная с компонентами плотности электрического тока следующими уравнениями [2]:

$$j_{z} = \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (rH_{\varphi}); \quad j_{r} = -\frac{\partial H_{\varphi}}{\partial z}.$$
 (2)

Уравнения (1) и (2) дополняются условием сохранения полного тока

$$I = 2\pi \int_{0}^{R_{o}(z)} j_{z} r dr, \qquad (3)$$

где I — ток дуги;  $R_{\sigma}(z)$  — радиус токопроводящей области. Учитывая, что за пределами этой области проводимость дуговой плазмы практически равна нулю, в качестве верхнего предела интегрирования в формуле (3) можно использовать радиус расчетной области, т. е. положить  $R_{\sigma}(z) = R_c$  при  $z \le Z_1$  и  $R_{\sigma}(z) = R$  при  $z > Z_1$  (см. рис. 1). Следует отметить, что, поскольку в данной модели во внимание принимаются как аксиальная, так и радиальная компоненты плотности электрического тока, джоулев источник в уравнении энергии [1] должен быть записан в виде  $(j_r^2 + j_z^2)/\sigma$ .

Решение дифференциального уравнения второго порядка (1) невозможно без задания краевых условий для всего контура расчетной области  $\{0 \le r \le R_c \text{ при } 0 \le z \le Z_1, 0 \le r \le R \text{ при } Z_1 < z \le Z_2\}$  (см. рис. 1). Для постановки соответствующих граничных условий вблизи электродов дуги, т. е. при z = 0 и  $Z_2$ , будем использовать экспериментальные и расчетные данные работ [3, 4] о плотности тока в катодной и анодной областях, при этом полагая

$$j_{z}(r,0) = j_{0c}e^{-r/r_{c}}; \quad j_{z}(r,Z_{2}) = j_{0a}e^{-r^{2}/r_{a}^{2}}; \tag{4}$$

$$j_r(r, 0) = j_r(r, Z_2) = 0,$$
 (5)

A DURANTINA AND A

где  $j_{0c}$ ,  $j_{0a}$  — константы, соответствующие максимальным значениям плотности тока в катодной и анодной областях;  $r_c$ ,  $r_a$  — радиусы соответственно катодной и анодной областей привязки дуги. В частности, при I = 200 А можно использовать значение  $j_{0c} = 1,2 \cdot 10^8$  А/м<sup>2</sup> [3], а радиус катодной области определить из условия сохранения полного тока (3). В качестве радиуса анодной области привязки дуги приближенно выбирают радиус проволоки-анода, а значение  $j_{0a}$  вычисляют из условия (3). Подставив зависимости (4) в первое уравнение (2), находим

$$H_{\varphi}(r, 0) = \frac{j_{0c}r_{c}^{2}}{r} \left[ 1 - e^{-r/r_{c}} \left( 1 + \frac{r}{r_{c}} \right) \right];$$

$$H_{\varphi}(r, Z_{2}) = \frac{j_{0a}r_{a}^{2}}{2r} \left( 1 - e^{-r^{2}/r_{a}^{2}} \right).$$
(6)

Граничное условие на оси системы задаем в виде

$$H_{\omega}(0,z) = 0.$$
 (7)

На внешней границе расчетной области полагаем

$$\begin{aligned} H_{\phi}(R_{c}, z) &= \frac{I}{2\pi R_{c}} \text{ при } 0 \leq z \leq Z_{1}; \\ H_{\phi}(R, z) &= \frac{I}{2\pi R_{c}} \text{ при } Z_{1} \leq z \leq Z_{2}. \end{aligned}$$
(8)

Наконец, при  $z = Z_1, R_c \le r \le R$  имеем

$$H_{\varphi}(r, Z_1) = \frac{I}{2\pi r}.$$
(9)

Уравнения (1), (2) вместе с граничными условиями (6)–(9) составляют основу уточненной математической модели электромагнитных процессов для дуги в плазмотроне с внешней токоведущей проволокой-анодом. Эти уравнения должны решаться совместно с МГД уравнениями турбулентного пограничного слоя [1], определяющими пространственные распределения газодинамических и тепловых характеристик дуговой плазмы.

Полную систему уравнений решали численным методом конечных разностей с использованием глобальных итераций по напряженности магнитного поля (методика численного решения уравнений пограничного слоя подробно описана в работе [1]). На каждой новой глобальной итерации значения напряженности магнитного поля обновлялись путем численного решения уравнения (1), при этом использовали пятиточечную неявную разностную схему с применением метода прогонки [5]. Процедуру решения прекращали, когда все характеристики плазмы (во всех точках расчетной области) на двух соседних итерациях отличались не более чем на заданное малое значение  $\theta$ .

Проанализируем результаты численного моделирования электромагнитных, тепловых и газодинамических характеристик дуговой плазмы в рассматриваемом плазмотроне при использовании приближения  $j_r \ll j_z$  и уточненной модели электромагнитных процессов. Расчеты выполняли для плазмотрона, имеющего сопло длиной  $Z_1 =$ = 3 мм и радиус  $R_c = 1,5$  мм, с проволокой-анодом диаметром 1,4 мм, расположенной на расстоянии





Рис. 2. Изотермы электрического тока с шагом 0,1 (*a*) и изолинии температуры плазмы с шагом T = 27, 26, 24 и далее с шагом 2 кК ( $\delta$ ) для дуги в плазмотроне с внешней проволокой-анодом при различных методах расчета электромагнитных характеристик: левая часть — приближение  $j_r \ll j_z$ ; правая — уточненная модель

6,3 мм от среза сопла ( $Z_2 = 9,3$  мм). Предполагалось, что внешний участок течения плазмы обдувается потоком аргона, истекающим из кольцевого канала, имеющего в выходном сечении радиусы  $R_1 = 4,78$  мм,  $R_2 = 7,22$  мм и наклоненного под углом  $\alpha = 37,5^\circ$  к оси симметрии плазмотрона (см. рис. 1). Температуру охлаждаемых стенок каналов и окружающего газа принимали равной 300 К. Режим работы плазмотрона выбран следующий: ток дуги I = 200 А, объемный расход плазмообразующего газа  $G_1 = 1$  м<sup>3</sup>/ч, расход обдувающего газа  $G_2 = 20$  м<sup>3</sup>/ч.

На рис. 2 изображены границы областей  $R_{\gamma}(z)$ , в пределах которых протекает  $\gamma$ -доля полного тока дуги

$$\frac{2\pi \int_{0}^{R_{\gamma}(z)} j_{z} r dr}{I} = \gamma = 0,1; 0,2 \dots 0,9,$$
(10)



Рис. 3. Распределение аксиальной скорости u(a) и температуры T дуговой плазмы, генерируемой плазмотроном с внешней проволокой-анодом ( $\delta$ ), полученное с помощью различных методов расчета электромагнитных характеристик: 1 — уточненная модель; 2 — приближение пограничного слоя ( $j_r \ll j_z$ )

вычисленные с помощью различных методов расчета. Из этого рисунка следует, что использование приближения  $j_r \ll j_z$  дает постепенно расширяющийся во внешней области разряда токовый канал (см. рис. 2, а, левая часть), фактически совпадающий с электропроводной областью дуговой плазмы (рис. 2, б, левая часть). Однако решение уравнения (1) показало качественно иные результаты, особенно на открытом участке дуги, где имеет место существенная неоднородность магнитного поля по длине разряда и соответственно большие значения радиальной компоненты плотности электрического тока. В итоге линии тока, расходящиеся после выхода из плазмоформирующего канала, сгущаются к области анодной привязки дуги (рис. 2, а, правая часть).

Поля температур, соответствующие выбранному режиму работы плазмотрона и вычисленные с помощью различных моделей распределения плотности тока в дуге, представлены на рис. 2, б. Как следует из приведенных здесь изотерм, различия расчетных значений температуры оказываются не столь существенными, как для плотности электрического тока. Однако необходимо отметить повышение расчетной температуры

ENGERTHY CONTRACTOR

## КРАТКИЕ СООБЩЕНИЯ

плазмы вблизи области анодной привязки дуги при использовании уточненной модели электромагнитных процессов (см. рис. 2,  $\delta$ , правая часть). Это связано с тем, что получающийся в рамках такой модели токовый канал заметно сжат в области проволоки-анода (см. рис. 2, *a*, правая часть) и плотность тока, а следовательно, и джоулевых источников энергии здесь выше и соответствует более высокой температуре. Что касается газодинамических характеристик плазмы электрической дуги в исследуемом плазмотроне, то они практически не зависят от метода расчета ее электромагнитных характеристик.

Рассмотрим теперь, каким образом изменяются тепловые и газодинамические характеристики плазменного потока в области инерционного движения плазмы (за проволокой-анодом) в зависимости от используемой модели электромагнитных процессов в дуге. Расчетные распределения осевых значений аксиальной скорости и температуры плазмы по длине струи приведены на рис. 3. При варианте расчета с решением уравнения (1) более высокая температура в анодной области дуги приводит к тому, что и далее (на бестоковом участке течения) температура плазмы вблизи оси оказывается несколько выше, чем при расчете с упрощающим предположением *j<sub>r</sub>* << *j<sub>z</sub>*. В области проволоки-анода значения температуры на оси разряда различаются примерно на 14 %, в дальнейшем они практически равны и отличаются только на 2...3 % (см. рис. 3, б). Различие же в значениях скорости плазменного потока вблизи оси струи, наоборот, возрастает с увеличением значений *z*: при z = 50 мм оно достигает 13 %.

## Выводы

1. Усовершенствована математическая модель турбулентного течения дуговой плазмы, генерируемой плазмотроном с внешней проволокой-анодом, путем уточнения модели электромагнитных процессов в дуге, горящей в таком устройстве.

2. Пространственное распределение электрического тока дуги в плазмотроне с внешней токоведущей проволокой-анодом имеет неоднородную структуру. Линии тока разрежаются после выхода из плазмоформирующего канала и сгущаются при приближении к анодной области, где плотность тока достигает достаточно высоких (более  $1,5 \cdot 10^8 \text{ A/m}^2$ ) значений, обеспечивая при этом повышенное энерговыделение в плазме. Пренебрежение указанными особенностями при численной оценке тепловых и газодинамических характеристик генерируемой плазмы может приводить к погрешностям, достигающим 14 % и более в зависимости от конструктивных параметров и режимов работы плазмотрона.

- 1. *Математическая* модель дуговой плазмы, генерируемой плазмотроном с проволокой-анодом / М. Ю. Харламов, И. В. Кривцун, В. Н. Коржик и др. // Автомат. сварка. 2007. № 12. С. 14–20.
- Низкотемпературная плазма / В. С. Энгельшт, В. Ц. Гурович, Г. А. Десятков и др. Новосибирск: Наука, 1990. — В 4 т. — Т. 1: Теория столба электрической дуги. — 376 с.
- Приэлектродные процессы в дуговых разрядах / М. Ф. Жуков, Н. П. Козлов, А. В. Пустогаров и др. — Новосибирск: Наука, 1982. — 157 с.
- Hu J., Tsai H. L. Heat and mass transfer in gas metal arc welding. Pt I: The arc // Intern. J. Heat and Mass Transfer. 2007.
   50. P. 833–846.
- 5. Андерсон Д., Таннехилл Дж., Плетчер Р. Вычислительная гидромеханика и теплообмен. М.: Мир, 1990. В 2 т. Т. 1. 384 с.

Mathematical model of electromagnetic processes has been refined for the arc burning in plasmatron with the anode wire. Comparative numerical analysis of electric, thermal and gas-dynamic characteristics of the arc plasma has been conducted by using a boundary layer approximation and the refined model of the electromagnetic processes. It is shown that the method of description of the said processes has a substantial effect on calculated distributions of characteristics of the arc plasma generated by the plasmatron under consideration.

A DURDEVOUCHTERSON

Поступила в редакцию 18.04.2008