

МАТЕМАТИЧНЕ МОДЕЛЮВАННЯ ЗАГАЛЬНИХ ДЕФОРМАЦІЙ ПРИ ЗВАРЮВАННІ ВЕЛИКОГАБАРИТНИХ ЄМНОСТЕЙ З АЛЮМІНІЄВИХ СПЛАВІВ

Царик Б.Р., Махненко О.В.

ІЕЗ ім. Є.О. Патона НАН України. 03150, м. Київ, вул. Казимира Малевича, 11. E-mail: makhnenko@paton.kiev.ua

Розглянуто проблему розрахункового прогнозування загальних деформацій великогабаритної ємності з алюмінієвого сплаву при зварюванні тертям з перемішуванням (ЗТП). Розроблено математичну модель на основі чисельних методів термопластичності визначення напружено-деформованого стану при ЗТП, за допомогою якої можливо отримувати залишкові пластичні деформації (параметри функції усадки) для двох типів зварного з'єднання ємності (повздовжнього та кільцевого). Це дає змогу наближеним методом функції усадки в межах теорії пружності прогнозувати загальні деформації великогабаритної циліндричної ємності з великою кількістю зварних з'єднань. Достовірність математичної моделі визначення залишкових напружень і деформацій при ЗТП алюмінієвого сплаву підтверджена узгодженням розрахункових даних відносно розподілу залишкових повздовжніх напружень з даними експериментальних вимірювань. Це може сприяти забезпеченню необхідної точності оцінки загальних деформацій великогабаритних ємностей з алюмінієвого сплаву. Розроблені математичні моделі та розрахункові алгоритми можуть ефективно використовуватись для оперативного прогнозування напружено-деформованого стану при монтажному зварюванні великогабаритних циліндричних ємностей з алюмінієвих сплавів. Бібліогр. 11, рис. 9.

Ключові слова: зварні ємності, алюмінієвий сплав, зварювання тертям з перемішуванням, залишкові деформації, залишкові напруження, математичне моделювання

Вступ. Технологія зварювання широко використовується для виконання з'єднань великогабаритних конструкцій із легких алюмінієвих сплавів, таких як паливні баки для аерокосмічної техніки, корпуси для транспортного машинобудування та ін. [1, 2]. Для прогнозування точності, міцності та довговічності таких зварних конструкцій актуальним завданням є розрахункове визначення залишкових напружень і деформацій. Особливо складною проблемою є розрахункове прогнозування загальних деформацій великогабаритних конструкцій з великою кількістю зварних з'єднань [3], а використання алюмінієвих сплавів для таких конструкцій, як відомо, значно підвищує зварювальні деформації [4]. Розв'язок таких задач потребує великих обчислювальних ресурсів і тривалого часу на розрахунок, що ускладнює використання розрахункових методів на практиці під час технологічної підготовки збирання та монтаж-ного зварювання нових конструкцій. Останнім часом при виготовленні циліндричних ємностей із алюмінієвих сплавів почали використовувати новий процес зварювання тертям з перемішуванням (ЗТП). Вважається, що при ЗТП забезпечується висока якість зварних з'єднань без таких дефектів як пори та гарячі тріщини, а також значно нижчий рівень залишкових напружень і деформацій у порівнянні з дуговими процесами зварювання

[1, 5]. Таким чином, проблема розробки ефективних розрахункових методів для оперативного прогнозування напружено-деформованого стану при монтажному зварюванні великогабаритних циліндричних ємностей із алюмінієвих сплавів є досить актуальною.

Методологія розрахункового визначення зварювальних деформацій. Для вирішення задачі прогнозування деформацій великогабаритних циліндричних ємностей із алюмінієвого сплаву з великою кількістю зварних швів (рис. 1) застосовано методологію моделювання зварювальних напружень і деформацій на основі комбінованого використання загального методу термопластичності [6] і наближеного методу функції усадки [7]. За допомогою методу термопластичності моделюється тимчасові та залишкові напруження та деформації для окремих зварних з'єднань. Відомо, що залишкові зварні напруження та пластичні деформації утворюються в обмеженій області в зоні зварного з'єднання. Тому розподілення залишкових напружень і параметрів функції усадки може бути отримано на спрощених моделях зварного з'єднання обмеженого розміру, що потребує значно менших комп'ютерних ресурсів і часу на розрахунок.

Стосовно великогабаритних циліндричних ємностей з повздовжніми та кільцевими стиковими з'єднаннями доцільно розглядати два типи спро-

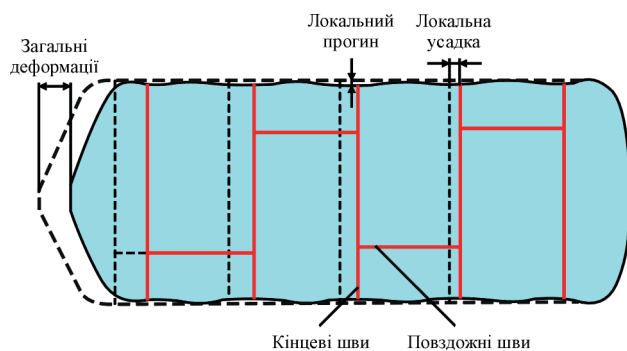


Рис. 1. Схема деформацій циліндричної ємності з великою кількістю повздожних і кільцевих зварних з'єднань

щених моделей. Для визначення локальних залишкових деформацій (параметрів функції усадки) у зонах повздожних з'єднань можна використовувати модель стикового з'єднання плоских елементів обмеженого розміру (рис. 2, а). У зоні кільцевих з'єднань для визначення залишкових напружень і деформацій (параметрів функції усадки) можна використовувати спрощену модель у двовимірній постановці стикового кільцевого з'єднання реального розміру, але з припущенням швидкорухомого джерела зварювального нагріву та гіпотези «плоскої деформації» (рис. 2, б).

Потім із використанням тривимірної моделі циліндричної ємності реального розміру за допомогою наближеного методу функції усадки в рамках пружної постановки задачі моделюються загальні деформації великогабаритної зварної конструкції від всіх зварних швів.

Узагальнене представлення функції усадки як тензорної функції. Представимо функцію усадки як тензор пластичних деформацій:

$$\Pi_{ij} = \begin{pmatrix} \Pi_{xx} & \Pi_{xy} & \Pi_{xz} \\ \Pi_{yx} & \Pi_{yy} & \Pi_{yz} \\ \Pi_{zx} & \Pi_{zy} & \Pi_{zz} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \varepsilon_{xx}^p & \varepsilon_{xy}^p & \varepsilon_{xz}^p \\ \varepsilon_{yx}^p & \varepsilon_{yy}^p & \varepsilon_{yz}^p \\ \varepsilon_{zx}^p & \varepsilon_{zy}^p & \varepsilon_{zz}^p \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \varepsilon_{xx}^p & 0 & 0 \\ 0 & \varepsilon_{yy}^p & 0 \\ 0 & 0 & -(\varepsilon_{xx}^p + \varepsilon_{yy}^p) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \Pi_{xx} & 0 & 0 \\ 0 & \Pi_{yy} & 0 \\ 0 & 0 & -(\Pi_{xx} + \Pi_{yy}) \end{pmatrix} \quad (1)$$

$\varepsilon_{xy}^p = \varepsilon_{yx}^p = \varepsilon_{xz}^p = \varepsilon_{zx}^p = \varepsilon_{yz}^p = \varepsilon_{zy}^p = 0$, оскільки осі X і Y є головними осями для повздожньо-

го та поперечного напрямлення зварних з'єднань, $\varepsilon_{zz}^p = -(\varepsilon_{xx}^p + \varepsilon_{yy}^p)$ з умови збереження об'єму. Якщо вздовж зварного з'єднання функція усадки постійна, тоді $\Pi_{xx} = \varepsilon_{xx}^p(y, z)$, $\Pi_{yy} = \varepsilon_{yy}^p(y, z)$.

Постановка задачі визначення деформації циліндричної оболонки на основі тензорної функції усадки. У циліндричній системі координат тензор повних деформацій ε_{ij} у зварній оболонці буде визначатися сумою тензора пружних деформацій ε_{ij}^e і тензора функції усадки Π_{ij} :

$$\varepsilon_{ij} = \varepsilon_{ij}^e + \Pi_{ij}, \quad (i, j = r, \beta, z). \quad (2)$$

Компоненти тензора ε_{ij} виражаються в кожній точці (r, β, z) оболонки трьома компонентами вектору переміщень U_i (співвідношення Коші) [10]:

$$\begin{aligned} \varepsilon_{rr} &= \frac{\partial U_r}{\partial r}, \quad \varepsilon_{zz} = \frac{\partial U_z}{\partial z}, \quad \varepsilon_{\beta\beta} = \frac{\partial U_\beta}{r \cdot \partial \beta} + \frac{U_r}{r}, \\ \varepsilon_{rz} &= \frac{1}{2} \left(\frac{\partial U_r}{\partial z} + \frac{\partial U_z}{\partial r} \right), \quad \varepsilon_{r\beta} = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial U_r}{r \cdot \partial \beta} + \frac{\partial U_\beta}{\partial r} - \frac{U_\beta}{r} \right), \\ \varepsilon_{z\beta} &= \frac{1}{2} \left(\frac{\partial U_\beta}{\partial z} + \frac{\partial U_z}{r \cdot \partial \beta} \right) \end{aligned} \quad (3)$$

а також один з одним рівняннями сумісності деформацій. На граничних поверхнях величини переміщень U_i визначаються граничними умовами першого роду, тобто величинами ΔU_r , ΔU_β , ΔU_z .

Рівняння сумісності деформацій [10]:

$$\begin{aligned} \frac{\partial^2 \varepsilon_{rr}}{\partial z^2} + \frac{\partial^2 \varepsilon_{zz}}{\partial r^2} &= 2 \frac{\partial^2 \varepsilon_{rz}}{\partial r \partial z}; \\ \frac{1}{r} \frac{\partial^2 \varepsilon_{rr}}{\partial \beta \partial z} &= -\frac{\partial^2}{\partial r \partial \beta} \left(\frac{\varepsilon_{rz}}{r} \right) - \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 (r^2 \varepsilon_{r\beta})}{\partial r \partial z} + \frac{\partial}{\partial r} \left(\frac{1}{r} \frac{\partial \varepsilon_{\beta z}}{\partial r} \right); \\ \frac{1}{r} \frac{\partial^2 \varepsilon_{rr}}{\partial \beta^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r^2 \frac{\partial \varepsilon_{\beta\beta}}{\partial r} \right) &= \frac{2}{r} \frac{\partial^2 (r \varepsilon_{\beta r})}{\partial \beta \partial r} + \frac{\partial \varepsilon_{rr}}{\partial r}; \\ r \frac{\partial}{\partial z} \left(\varepsilon_{rr} - \frac{\partial (r \varepsilon_{\beta\beta})}{\partial r} \right) &= \frac{\partial^2 \varepsilon_{rz}}{\partial \beta^2} - \frac{\partial^2 (r \varepsilon_{\beta z})}{\partial r \partial \beta} - \frac{\partial^2 (r \varepsilon_{\beta r})}{\partial z \partial \beta}; \\ \frac{\partial^2 \varepsilon_{\beta\beta}}{\partial z^2} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 \varepsilon_{zz}}{\partial \beta^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial \varepsilon_{zz}}{\partial r} &= \frac{2}{r} \frac{\partial}{\partial z} \left(\frac{\partial \varepsilon_{\beta z}}{\partial \beta} + \varepsilon_{rz} \right); \\ \frac{\partial^2}{\partial r \partial \beta} \left(\frac{\varepsilon_{zz}}{r} \right) &= -\frac{\partial^2 \varepsilon_{\beta r}}{\partial z^2} + r \frac{\partial^2}{\partial r \partial z} \left(\frac{\varepsilon_{\beta z}}{r} \right) + \frac{1}{r} \frac{\partial^2 \varepsilon_{rz}}{\partial z \partial \beta}. \end{aligned} \quad (4)$$

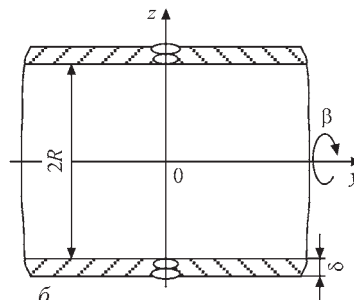
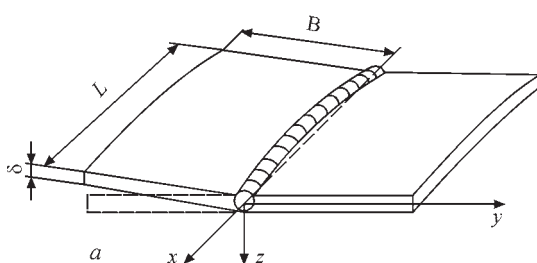


Рис. 2. Визначення параметрів функції усадки: а – 3D модель стикового зварного з'єднання пластин обмеженого розміру; б – 2D модель кільцевого зварного з'єднання

Компоненти тензора повних деформацій ε_{ij} у рамках пружної постановки задачі пов'язані з тензором напружень σ_{ij} законом Гука [8]:

$$\begin{aligned}\varepsilon_{rr} &= \frac{1}{E}(\sigma_{rr} - \nu(\sigma_{\beta\beta} + \sigma_{zz})) + \Pi_{rr}; \\ \varepsilon_{\beta\beta} &= \frac{1}{E}(\sigma_{\beta\beta} - \nu(\sigma_{rr} + \sigma_{zz})) + \Pi_{\beta\beta}; \\ \varepsilon_{zz} &= \frac{1}{E}(\sigma_{zz} - \nu(\sigma_{rr} + \sigma_{\beta\beta})) + \Pi_{zz}; \\ \varepsilon_{r\beta} &= \frac{2(1+\nu)}{E}\sigma_{r\beta} + \Pi_{r\beta}; \quad \varepsilon_{rz} = \frac{2(1+\nu)}{E}\sigma_{rz} + \Pi_{rz}; \\ \varepsilon_{\beta z} &= \frac{2(1+\nu)}{E}\sigma_{\beta z} + \Pi_{\beta z}.\end{aligned}\quad (5)$$

Компоненти тензора напружень пов'язані один з одним рівняннями рівноваги [10]:

$$\begin{aligned}\frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}(r\sigma_{rr}) + \frac{1}{r}\frac{\partial\sigma_{r\beta}}{\partial\beta} + \frac{\partial\sigma_{rz}}{\partial z} + \rho F_r &= 0; \\ \frac{1}{r^2}\frac{\partial}{\partial r}(r^2\sigma_{r\beta}) + \frac{1}{r}\frac{\partial\sigma_{\beta\beta}}{\partial\beta} + \frac{\partial\sigma_{\beta z}}{\partial z} + \rho F_\beta &= 0; \\ \frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}(r\sigma_{rz}) + \frac{1}{r}\frac{\partial\sigma_{\beta z}}{\partial\beta} + \frac{\partial\sigma_{zz}}{\partial z} + \rho F_z &= 0;\end{aligned}\quad (6)$$

де ρ – густина матеріалу; F_r , F_β , F_z – компоненти масової сили, у розглянутій задачі визначення зварювальних напружень і деформацій у циліндричній оболонці $F_r = F_\beta = F_z = 0$.

Лінійна задача теорії пружності може вирішуватися шляхом переміщень. Із рівнянь узагальненого закону Гука (5) напруження через деформації виглядають наступним чином [8]:

$$\begin{aligned}\sigma_{rr} &= A_1\varepsilon_{rr} + A_2(\varepsilon_{\beta\beta} + \varepsilon_{zz}) + Y_{rr}; \\ \sigma_{\beta\beta} &= A_1\varepsilon_{\beta\beta} + A_2(\varepsilon_{rr} + \varepsilon_{zz}) + Y_{\beta\beta}; \\ \sigma_{zz} &= A_1\varepsilon_{zz} + A_2(\varepsilon_{rr} + \varepsilon_{\beta\beta}) + Y_{zz}; \\ \sigma_{r\beta} &= A_3\varepsilon_{r\beta} + Y_{r\beta}; \quad \sigma_{rz} = A_3\varepsilon_{rz} + Y_{rz}; \\ \sigma_{\beta z} &= A_3\varepsilon_{\beta z} + Y_{\beta z}; \\ A_1 &= \frac{2K + \psi}{3\psi K}; \quad A_2 = \frac{\psi - K}{3\psi K}; \quad A_3 = \frac{1}{\psi}; \\ K &= \frac{1 - 2\nu}{E}; \quad G = \frac{E}{(1 + \nu)};\end{aligned}\quad (7)$$

де E – модуль нормальної пружності (модуль Юнга); K – модуль об'ємного стиску; G – модуль зсуву; ψ – функція стану матеріалу, що враховує пластичну течію, для пружної поведінки матеріалу $\psi = 0,5G$; доданки Y_{ij} враховують навантаження циліндричної оболонки додатковими деформаціями від зварювальної усадки (у загальному вигляді):

$$\begin{aligned}Y_{rr} &= A_1\Pi_{rr} + A_2(\Pi_{zz} + \Pi_{\beta\beta}); \\ Y_{\beta\beta} &= A_1\Pi_{\beta\beta} + A_2(\Pi_{rr} + \Pi_{zz}); \\ Y_{zz} &= A_1\Pi_{zz} + A_2(\Pi_{rr} + \Pi_{\beta\beta}); \\ Y_{r\beta} &= A_3\Pi_{r\beta}; \quad Y_{z\beta} = A_3\Pi_{z\beta}; \quad Y_{rz} = A_3\Pi_{rz};\end{aligned}\quad (8)$$

Для моделювання зварювальних деформацій у циліндричній оболонці від кільцевих і поздовжніх зварних з'єднань можна задавати такі основні параметри функції усадки: пластичні деформації усадки в осьовому Π_{zz} і окружному $\Pi_{\beta\beta}$ напрямках. Пластичні деформації усадки в радіальному напрямку Π_{rr} (по товщині стінки оболонки) викликають локальні деформації і помітно не впливають на загальні деформації зварної циліндричної оболонки. Дотичними компонентами пластичних деформацій усадки Π_{rz} , $\Pi_{r\beta}$, $\Pi_{z\beta}$ можна знехтувати, оскільки напрями зварних швів в циліндричній оболонці збігаються з поздовжнім і кільцевим напрямом циліндричної системи координат.

$$\begin{aligned}Y_{rr} &= A_2(\Pi_{zz} + \Pi_{\beta\beta}); \\ Y_{\beta\beta} &= A_1\Pi_{\beta\beta} + A_2\Pi_{zz}; \\ Y_{zz} &= A_1\Pi_{zz} + A_2\Pi_{\beta\beta}; \\ Y_{r\beta} &= 0; \quad Y_{z\beta} = 0; \quad Y_{rz} = 0;\end{aligned}\quad (9)$$

Використовуючи співвідношення Коші (3), що зв'язують компоненти тензора повних деформацій ε_{ij} з компонентами вектора переміщень U_i , можна представити напруження (7) через переміщення:

$$\begin{aligned}\sigma_{rr} &= A_1\frac{\partial U_r}{\partial r} + A_2\left(\frac{\partial U_z}{\partial z} + \frac{\partial U_\beta}{r\partial\beta} + \frac{U_r}{r}\right) + Y_{rr}; \\ \sigma_{\beta\beta} &= A_1\left(\frac{\partial U_\beta}{r\partial\beta} + \frac{U_r}{r}\right) + A_2\left(\frac{\partial U_r}{\partial r} + \frac{\partial U_z}{\partial z}\right) + Y_{\beta\beta}; \\ \sigma_{zz} &= A_1\frac{\partial U_z}{\partial z} + A_2\left(\frac{\partial U_r}{\partial r} + \frac{\partial U_\beta}{r\partial\beta} + \frac{U_r}{r}\right) + Y_{zz}; \\ \sigma_{r\beta} &= A_3\frac{1}{2}\left(\frac{\partial U_r}{r\partial\beta} + \frac{\partial U_\beta}{\partial r} - \frac{U_\beta}{r}\right); \\ \sigma_{rz} &= A_3\frac{1}{2}\left(\frac{\partial U_r}{\partial z} + \frac{\partial U_z}{\partial r}\right); \quad \sigma_{\beta z} = A_3\frac{1}{2}\left(\frac{\partial U_\beta}{\partial z} + \frac{\partial U_z}{r\partial\beta}\right);\end{aligned}\quad (10)$$

Підставимо отримані вирази для компонентів тензора напружень в рівняння рівноваги (6):

$$\begin{aligned}&\frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}\left(rA_1\frac{\partial U_r}{\partial r} + rA_2\left(\frac{\partial U_z}{\partial z} + \frac{\partial U_\beta}{r\partial\beta} + \frac{U_r}{r}\right)\right) + \\ &+ \frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial\beta}\left(A_3\frac{1}{2}\left(\frac{\partial U_r}{r\partial\beta} + \frac{\partial U_\beta}{\partial r} - \frac{U_\beta}{r}\right)\right) + \frac{\partial}{\partial z}\left(A_3\frac{1}{2}\left(\frac{\partial U_r}{\partial z} + \frac{\partial U_z}{\partial r}\right)\right) = \\ &= -\frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}(rY_{rr}); \quad \frac{1}{r^2}\frac{\partial}{\partial r}\left(r^2A_3\frac{1}{2}\left(\frac{\partial U_r}{r\partial\beta} + \frac{\partial U_\beta}{\partial r} - \frac{U_\beta}{r}\right)\right) + \\ &+ \frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial\beta}\left(A_1\left(\frac{\partial U_\beta}{r\partial\beta} + \frac{U_r}{r}\right) + A_2\left(\frac{\partial U_r}{\partial r} + \frac{\partial U_z}{\partial z}\right)\right) + \frac{\partial}{\partial z}\left(A_3\frac{1}{2}\left(\frac{\partial U_\beta}{\partial z} + \frac{\partial U_z}{r\partial\beta}\right)\right) = -\frac{1}{r}\frac{\partial Y_{\beta\beta}}{\partial\beta}; \\ &\frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}\left(rA_3\frac{1}{2}\left(\frac{\partial U_r}{\partial z} + \frac{\partial U_z}{\partial r}\right)\right) + \frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial\beta}\left(A_3\frac{1}{2}\left(\frac{\partial U_\beta}{\partial z} + \frac{\partial U_z}{r\partial\beta}\right)\right) + \\ &+ \frac{\partial}{\partial z}\left(A_1\frac{\partial U_z}{\partial z} + A_2\left(\frac{\partial U_r}{\partial r} + \frac{\partial U_\beta}{r\partial\beta} + \frac{U_r}{r}\right)\right) = -\frac{\partial Y_{zz}}{\partial z};\end{aligned}\quad (11)$$

Отримана система рівнянь щодо трьох компонентів вектора переміщень U_x , U_β , U_z довільної точки (x, β, z) циліндричної оболонки при навантаженні додатковими деформаціями від зварювальної усадки (складові Y_{rr} , $Y_{\beta\beta}$, Y_{zz} у правій частині рівнянь) та граничні умови на поверхні оболонки визначають загальну постановку крайової задачі.

Визначення функції усадки для зварних з'єднань. Для визначення функції усадки були використані методи математичного моделювання температурних розподілів і напружено-деформованого стану стикового з'єднання пластин при зварювальному нагріві.

Особливістю розробленої моделі джерела нагріву при ЗТП є тепловиділення за рахунок тертя інструменту відносно матеріалу з'єднання [6]. Інструмент (рис. 3) обертається навколо вертикальної осі з певною кутовою швидкістю ω , об/с і притискається до пластин з осьовим розподіленням зусиль P_n , Па, що викликає на поверхні контакту інструменту тепловий потік у матеріал з'єднання:

$$\lambda \frac{\partial T}{\partial n} = \mu \cdot P_n \cdot \omega \cdot r, \text{ (Вт/м}^2\text{);}$$

$$Q = \dot{\lambda} \cdot P_n \cdot \dot{\omega} \cdot \pi \cdot \iint_S r dS, \quad (12)$$

де μ – коефіцієнт тертя, значення якого може бути прийняте постійним на рівні 0,3...0,4 або змінним в залежності від температури [11], Q – потужність тепловиділення, Вт, S – площа відповідних поверхонь контакту, $Q_1 = 2\pi/3 \mu \cdot P_n \cdot \omega \cdot (R_2^3 - R_1^3)$ на плечі ($z = \delta$, $R_1 > r > R_2$), $Q_2 = 2\pi \cdot \mu \cdot P_n \cdot \omega \cdot R_1^2 \cdot h$ на бічній поверхні штиря ($r = R_1$, $\delta - h > z > \delta$), $Q_3 = 2\pi/3 \cdot \mu \cdot P_n \cdot \omega \cdot R_1^3$ на нижній торцевій поверхні штиря ($z = \delta - h$, $0 > r > R_1$), δ – товщина зварюваних пластин, м, h – довжина штиря, м. Потужність об'ємного тепловиділення $W(x, y, z, t)$, Вт/м³ складається з тепловиділення в об'ємі V_1 на верхній поверхні пластин з'єднання під плечем інстру-

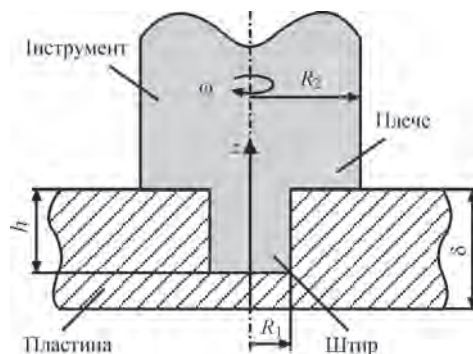


Рис. 3. Схема робочого інструменту та пластин з'єднання при ЗТП

менту та в об'ємі штиря V_2 (dz – розмір скінченного елементу):

$$W(x, y, z, t) = W_1 + W_2 = \frac{Q_1}{V_1} + \frac{Q_2 + Q_3}{V_2} = \frac{2\mu P_n \omega (R_2^2 + R_2 R_1 + R_1^2)}{3(R_2 + R_1) dz} + \frac{2\mu P_n \omega}{\delta - h} \left(h + \frac{R_1}{3} \right). \quad (13)$$

Модель термопластичного деформування матеріалу зварного з'єднання передбачає, що тензор загальних деформацій є сумою пружних і пластичних деформацій [8]:

$$\varepsilon_{ij} = \varepsilon_{ij}^e + \varepsilon_{ij}^p,$$

$$\text{де } \varepsilon_{ij}^e = \frac{\sigma_{ij} - \delta_{ij} \sigma}{2G} + \delta_{ij} (K \sigma + \varphi) \quad (i, j = x, y, z) \quad (14)$$

де δ_{ij} – символ Кронекера, σ – кульовий тензор, G – модуль зсуву, K – модуль об'ємного стищу, E – модуль Юнга, ν – коефіцієнт Пуассона, $\varphi = \alpha(T - T_0)$, де α – коефіцієнт відносного температурного подовження матеріалу. Пластичні деформації пов'язані з напруженнями рівнянням теорії пластичної неізотермічної течії (умовою Мізеса) [8].

Результати розрахунку залишкових напружень і пластичних деформацій. Проведено валідацію розрахункової моделі визначення залишкових напружень і деформацій при ЗТП пластин

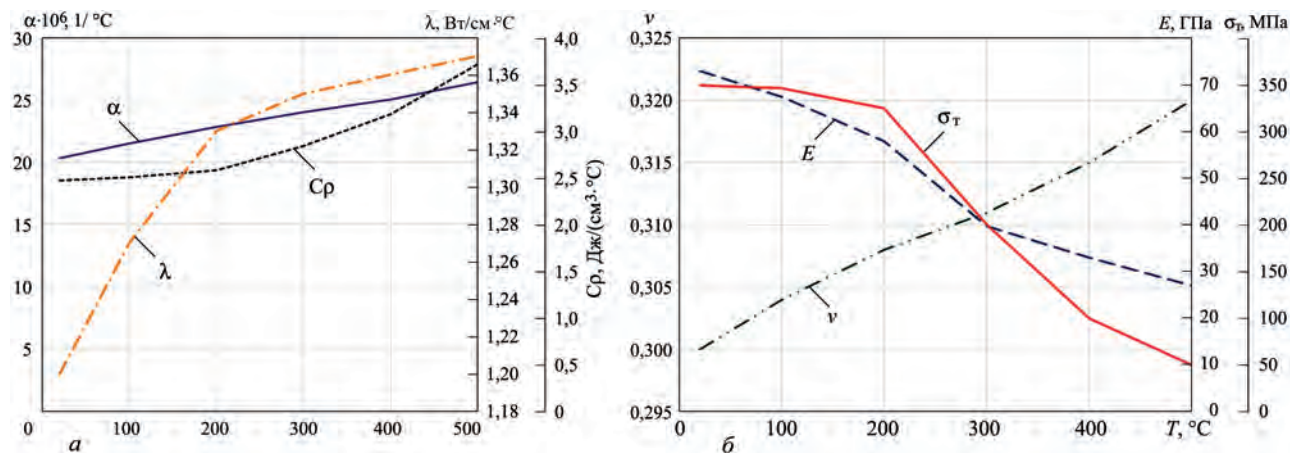


Рис. 4. Теплофізичні (а) і механічні (б) властивості алюмінієвого сплаву (Al-6,5%Cu)

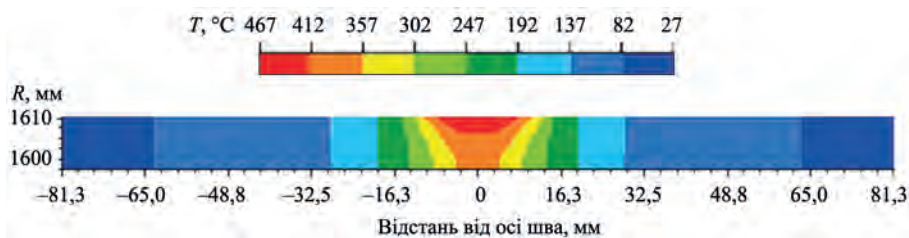


Рис. 5. Максимальна розрахункова температура при ЗТП стикового з'єднання

із алюмінієвого сплаву (Al-6,5%Cu) шляхом порівняння результатів розрахунку за залишковими напруженнями з даними експериментальних вимірювань. Розрахункові залишкові повздовжні напруження при ЗТП стикового з'єднання алюмінієвого сплаву завтовшки 10 мм були визначені в результаті вирішення задачі термопластичності для 3D моделі стикового зварного з'єднання пластин обмеженого розміру 300×300 мм (рис. 2, а). Теплофізичні та механічні властивості алюмінієвого сплаву в залежності від температури наведено на рис. 4 [9]. Параметри ЗТП: $R_2 = 10$ мм, $R_1 = 5$ мм, $\omega = 700$ об/хв, $P_n = 70$ МПа, лінійна швидкість зварювання 160 мм/хв. Максимальна розрахункова температура при заданих параметрах ЗТП не перевищує 470 °С (рис. 5).

Експериментальне вимірювання розподілу залишкових напружень проводили на зразках стикових з'єднань, виконаних ЗТП, методом повного розрізання на темплеті та вимірювання пружних деформацій за допомогою механічного деформометра.

Характер розподілу розрахункових залишкових напружень близький до експериментального (рис. 6). Максимальний рівень розрахункових розтягувальних напружень (до 200 МПа) трохи перевищує експериментальні значення (до 180 МПа). У центрі зварного з'єднання є зона суттєвого зниження розтягувальних повздовжніх напружень, що пов'язано з ефектом розміцнення алюмінієвого сплаву. Також для експериментальних і розрахункових даних характерною є значна різниця між на-

пруженнями на верхній і нижній поверхнях зварного з'єднання — на нижній поверхні залишкові повздовжні напруження вищі.

Оцінка похибки розрахункових даних показує, що в зоні розтягувальних напружень (3 центральні точки, від -16 до +16 мм від осі з'єднання) середньоквадратичне відхилення від експериментальних значень на нижній поверхні зразка складає 21 %, а на верхній поверхні — до 31 %. Така похибка може прийматися задовільною, враховуючи складний характер розподілу залишкових напружень.

Отримано результати розподілів залишкових повздовжніх $\Pi_{xx} = \epsilon_{xx}^p(y, z)$ і поперечних

$\Pi_{yy} = \epsilon_{yy}^p(y, z)$ пластичних деформацій при ЗТП (рис. 7). Треба зазначити, що поперечна та повздовжня пластичні деформації на верхній поверхні зварної пластини приблизно на 25 % вищі за абсолютною величиною за такі на нижній по-

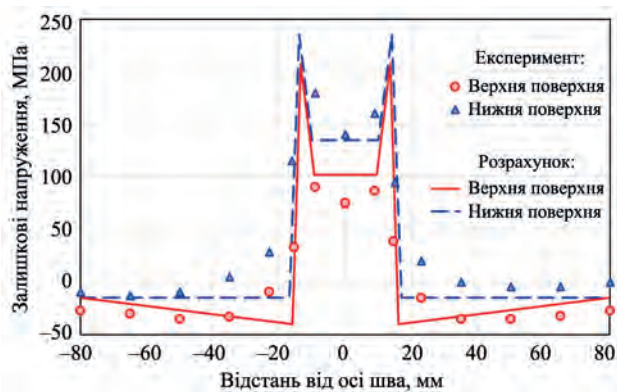
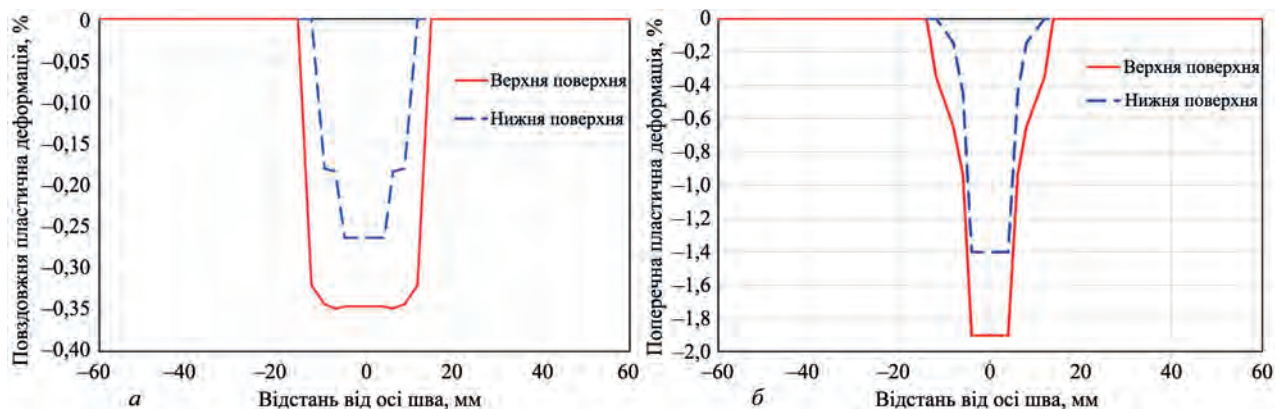


Рис. 6. Розподіл залишкових повздовжніх напружень

Рис. 7. Результати розрахунку розподілу повздовжніх (а) і поперечних (б) пластичних деформацій для стикових зварних з'єднань у моделі ЗТП пластини (300×300 мм, $\delta = 10$ мм)

верхні. Це зумовлено нерівномірним розподілом максимальної температури по товщині зварного з'єднання. Також необхідно зазначити, що поперечні пластичні деформації за абсолютною величиною приблизно у п'ять разів вище, ніж повздовжні, але зона утворення повздовжніх пластичних деформацій в 1,5...2 рази ширше.

Результати моделювання зварювальних деформацій. Отримані розподіли залишкових повздовжніх $\Pi_{xx} = \epsilon_{xx}^p(y, z)$ і поперечних

$\Pi_{yy} = \epsilon_{yy}^p(y, z)$ пластичних деформацій використовувалися при прогнозуванні за методом функції усадки (2) загальних деформацій довгої циліндричної оболонки (рис. 8, а, $2R = 3200$ мм, $L = 6000$ мм, $\delta = 10$ мм), яка містить шість поздовжніх і п'ять кільцевих зварних з'єднань (коорди-

нати розташування кільцевих зварних з'єднань $z = 1, 2, 3, 4, 5$ м, повздовжніх зварних стиків $\beta = 0, \pm 755$ мм). Розв'язок рішення за переміщеннями точок поверхні циліндричної оболонки отримано методом скінченних елементів на повнорозмірній моделі для кожного зварного з'єднання окремо, а потім загальні переміщення додавались за принципом суперпозиції.

Наявність великої кількості кільцевих з'єднань призводить до накопичення по довжині оболонки осевих (повздовжніх) переміщень U_z (рис. 8, в, з). Решта компонентів деформацій: окружні переміщення U_β (поперечна усадка) (рис. 8, б) і радіальний прогин U_r (рис. 8, д, е) мають складний локальний характер розподілу. Цей приклад демонструє ефективність розробленого розрахункового алгоритму при прогнозуванні зварювальних

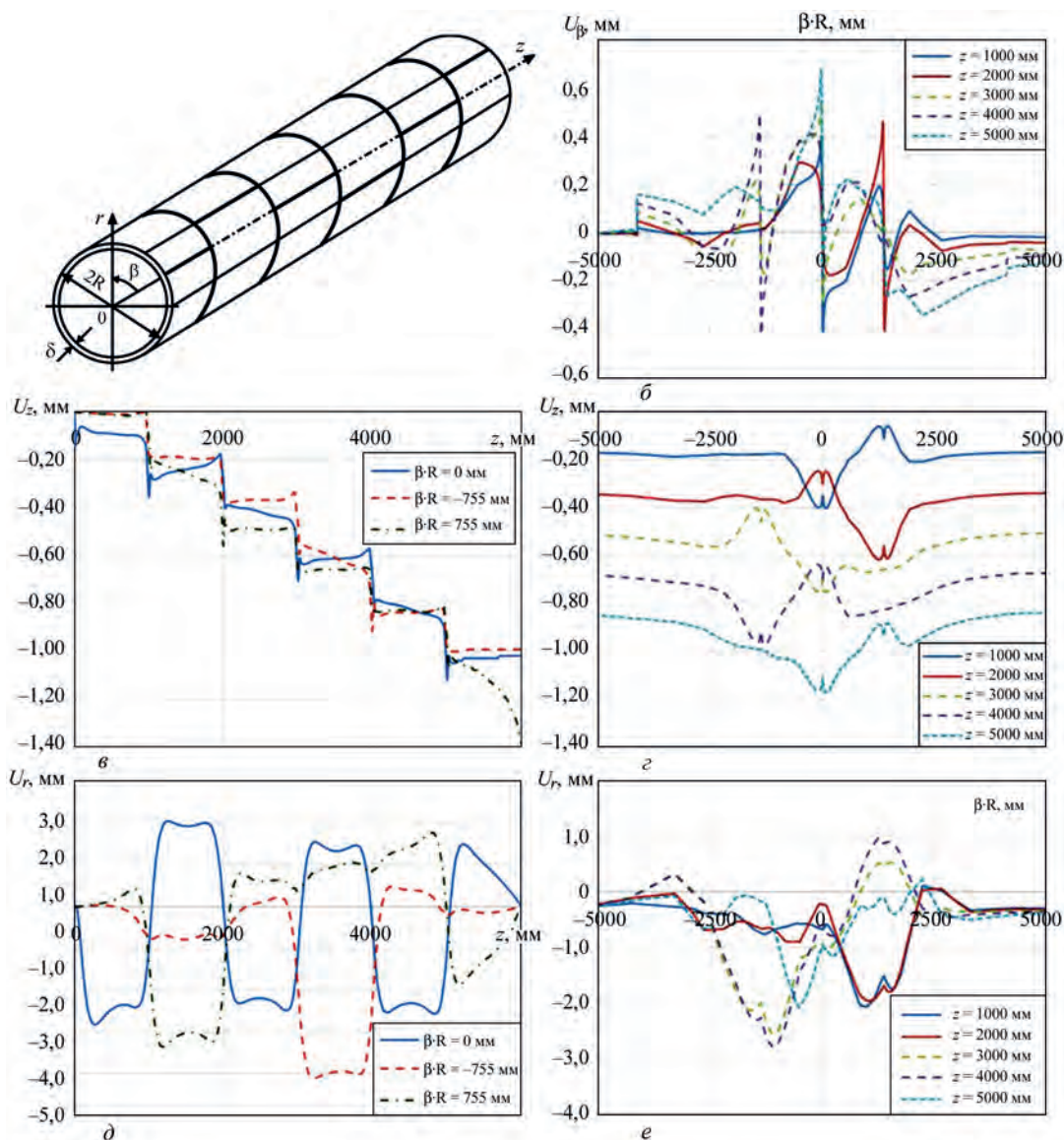


Рис. 8. Зварювальні деформації циліндричної оболонки: а – схема розташування зварних швів; б – переміщення U_β (поперечна усадка) уздовж кола в середньому перерізі зварного шва; в – переміщення U_z уздовж осі шва; г – переміщення U_z уздовж кола в різних перерізах уздовж довжини оболонки; д – радіальний прогин U_r уздовж осі шва, е – радіальний прогин U_r уздовж кола в різних перерізах уздовж довжини оболонки

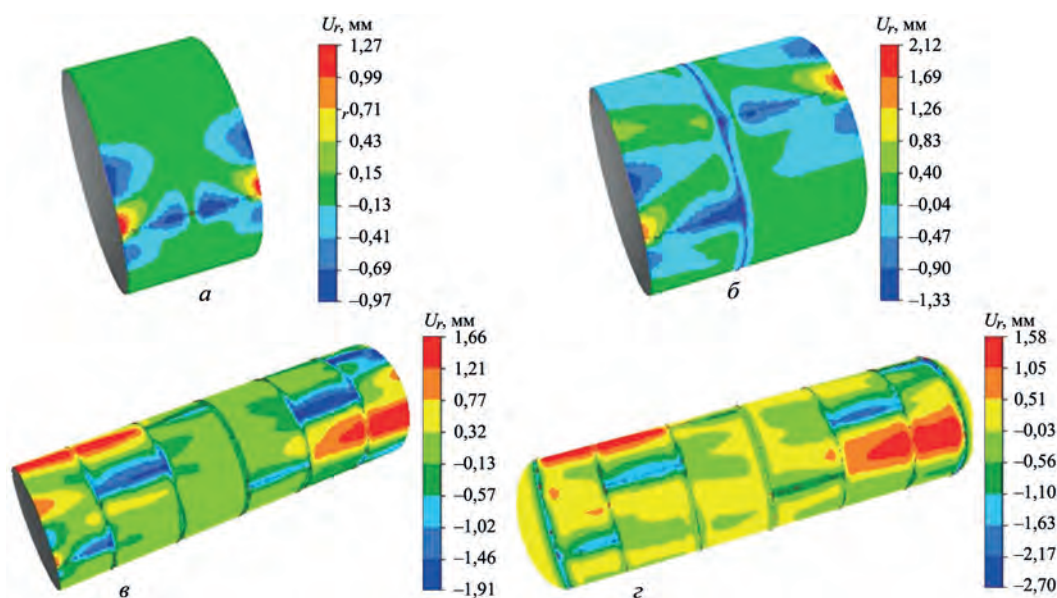


Рис. 9. Радіальні переміщення циліндричної ємності на різних етапах збирання та монтажної зварювання: а – поздовжнє з'єднання кільця оболонки; б – кільцеве з'єднання двох кілець; в – циліндрична оболонка з кільцевими та поздовжніми швами; г – циліндрична ємність з привареними днищами

деформацій великогабаритних циліндричних оболонок з великою кількістю зварних з'єднань на основі наближеного методу функції усадки.

Розроблені математична модель і розрахунковий алгоритм на основі методу функції усадки можуть ефективно використовуватись при технологічній підготовці виготовлення великогабаритних циліндричних ємностей із алюмінієвих сплавів для оперативного прогнозування напружено-деформованого стану. В якості прикладу на рис. 9 представлені результати прогнозування розподілу радіальних переміщень на різних етапах збирання та монтажної зварювання великогабаритної циліндричної ємності. Радіальні переміщення мають складний характер розподілу, прогини до ≈ 3 мм у зонах кільцевих і поздовжніх зварних з'єднань змінюються вигинами оболонки до $\approx 1,5$ мм у проміжках між зварними з'єднаннями. Враховуючи великогабаритні розміри розглянутої зварної ємності (діаметр 3200 мм), отримані максимальні значення переміщень не є високими, що обумовлене низьким рівнем залишкових деформацій при ЗТП.

Висновки

1. Розроблено математичну модель і розрахунковий алгоритм на основі методу функції усадки для чисельного визначення зварювальних деформацій великогабаритних циліндричних оболонок з великою кількістю кільцевих і поздовжніх зварних з'єднань.

2. Параметри функції усадки зварних з'єднань — це пластичні деформації в осьовому Π_{zz} та окружньому $\Pi_{\varphi\varphi}$ напрямках, які можуть визначатись

чисельним шляхом методами термопластичності на спрощених моделях поздовжніх і кільцевих зварних з'єднань. Також ці моделі дозволяють визначати в зоні з'єднання локальні розподіли максимальних температур зварювального нагріву та залишкових напружень.

3. Достовірність математичної моделі визначення залишкових напружень і пластичних деформацій при ЗТП алюмінієвого сплаву підтверджена узгодженням розрахункових даних відносно розподілу залишкових поздовжніх напружень з даними експериментальних вимірювань.

4. Розроблені математичні моделі та розрахункові алгоритми можуть ефективно використовуватись для оперативного прогнозування напружено-деформованого стану при монтажному зварюванні великогабаритних циліндричних ємностей із алюмінієвих сплавів.

Список літератури

1. Покляцький А.Г., Мотруніч С.І., Федорчук В.Є., Фальченко Ю.В., Сагул М. (2023) Механічні властивості та структурні особливості стикових з'єднань, отриманих при ЗТП алюмінієвих сплавів різних систем легування. *Автомат. зварювання*, **5**, 18–26. DOI: <https://doi.org/10.37434/as2023.05.02>
2. Vasanthakumar Pandian, Sekar Kannan (2020) Numerical prediction and experimental investigation of aerospace-grade dissimilar aluminium alloy by friction stir welding. *J. of Manufacturing Processes*, **54**, 99–108. DOI: <https://doi.org/10.1016/j.jmapro.2020.03.001>
3. Махненко О.В., Мужиченко А.Ф. (2007) Математическое моделирование тепловой правки цилиндрических оболочек и валов с общими деформациями искривления продольной оси. *Автомат. сварка*, **9**, 23–28.
4. Masabuchi, K. (1987) *Analysis of Welded Structures Residual Stresses, Distortions and their Consequences*. Pergamon Press, New-York.
5. Dresbach, C., van Enkhuizen, M.J., Alfaro Mercado, U. et al. (2015) Simulation of thermal behavior during friction

- stir welding process for predicting residual stresses. *CAES Aeronautical J.*, **6**, 271–278. DOI: <https://doi.org/10.1007/s13272-014-0145-9>
6. Tsaryk, B.R., Muzhychenko, O.F., Makhnenko, O.V. (2022) Mathematical model of determination of residual stresses and strains in friction stir welding of aluminium alloy. *The Paton Welding J.*, **9**, 33–40. DOI: <https://doi.org/10.37434/tpwg.2022.09.06>
 7. Makhnenko, O.V. (2010) Combined use of the method of thermoplasticity and the method of the shrinkage function for the study of the process of thermal straightening of shipbuilding panels. *J. of Mathematical Sciences*, **167**(2), 232–241. DOI: <https://doi.org/10.1007/s10958-010-9917-x>
 8. Мохненко В.І. (1976) *Расчетные методы исследования кинетики сварочных напряжений и деформаций*. Киев, Наукова Думка.
 9. Abdulrahman Shuaibu Ahmad, Yunxin Wu, Hai Gong, Lin Nie (2019) Finite element prediction of residual stress and deformation induced by double-pass TIG welding of Al 2219 plate. *Materials*, **12**(14), 2251. DOI: <https://doi.org/10.3390/ma12142251>
 10. Тимошенко С.П. (1972) *Курс теории упругости*. Киев, Наукова Думка.
 11. Saad B. Aziz, Mohammad W. Dewan, Daniel J. Huggett, Muhammad A. Wahab, Ayman M. Okeil et. al. (2016) Impact of friction stir welding (FSW) process parameters on thermal modeling and heat generation of aluminum alloy joints. *Acta Metallurgica Sinica*, **29**, 869–883. DOI: <https://doi.org/10.1007/s40195-016-0466-2>
 3. Makhnenko, O.V., Muzhychenko, A.F. (2007) Mathematical modelling of thermal straightening of cylindrical shells and shafts with distortions along their longitudinal axis. *The Paton Welding J.*, **9**, 17–22.
 4. Masabuchi, K. (1987) *Analysis of Welded Structures Residual Stresses, Distortions and their Consequences*. Pergamon Press, New-York.
 5. Dresbach, C., van Enkhuizen, M.J., Alfaro Mercado, U. et al. (2015) Simulation of thermal behavior during friction stir welding process for predicting residual stresses. *CAES Aeronautical J.*, **6**, 271–278. DOI: <https://doi.org/10.1007/s13272-014-0145-9>
 6. Tsaryk, B.R., Muzhychenko, O.F., Makhnenko, O.V. (2022) Mathematical model of determination of residual stresses and strains in friction stir welding of aluminium alloy. *The Paton Welding J.*, **9**, 33–40. DOI: <https://doi.org/10.37434/tpwg.2022.09.06>
 7. Makhnenko, O.V. (2010) Combined use of the method of thermoplasticity and the method of the shrinkage function for the study of the process of thermal straightening of shipbuilding panels. *J. of Mathematical Sci.*, **167**(2), 232–241. DOI: <https://doi.org/10.1007/s10958-010-9917-x>
 8. Makhnenko, V.I. (1976) *Calculation methods for studying the kinetics of welding stresses and deformations*. Kyiv, Naukova Dumka [in Russian].
 9. Abdulrahman Shuaibu Ahmad, Yunxin Wu, Hai Gong, Lin Nie (2019) Finite element prediction of residual stress and deformation induced by double-pass TIG welding of Al 2219 plate. *Materials*, **12**(14), 2251. DOI: <https://doi.org/10.3390/ma12142251>
 10. Timoshenko, S.P. (1976) *Elasticity theory course*. Kyiv, Naukova Dumka [in Russian].
 11. Saad B. Aziz, Mohammad W. Dewan, Daniel J. Huggett, Muhammad A. Wahab, Ayman M. Okeil et. al. (2016) Impact of friction stir welding (FSW) process parameters on thermal modeling and heat generation of aluminum alloy joints. *Acta Metallurgica Sinica*, **29**, 869–883. DOI: <https://doi.org/10.1007/s40195-016-0466-2>

References

MATHEMATICAL MODELING OF OVERALL DISTORTIONS AT WELDING OF LARGE-SIZED VESSELS OF ALUMINUM ALLOYS

Tsaryk B.R., Makhnenko O.V.

E.O. Paton Electric Welding Institute of the NAS of Ukraine. 11 Kazymyr Malevych Str., 03150, Kyiv, Ukraine.

E-mail: makhnenko@paton.kiev.ua

The problem of calculation prediction of the overall distortions of a large vessel made of aluminum alloy during friction stir welding (FSW) is considered. A mathematical model was developed using numerical thermoplasticity analysis for determining the stress-strain state during FSW, by the means of which it is possible to obtain residual plastic strains (the inherent strain function) for two types of the vessel welded joints (longitudinal and circular). This allows prediction of the overall distortions of a large-sized cylindrical vessel with a large number of welded joints by the approximate method of inherent strains within the limits of the theory of elasticity. The reliability of the mathematical model for determining the residual stresses and strains at FSW of aluminum alloy is confirmed by the agreement of the calculated data on distribution of the residual longitudinal stresses with the data of experimental measurements. This can contribute to ensuring the necessary accuracy of predicting the overall distortions of large vessels of aluminium alloy accordingly. The developed mathematical models and calculation algorithms can be effectively used for operational prediction of the stress-strain state during assembly welding of large-sized cylindrical vessels made of aluminum alloys. 11 Ref., 9 Fig.

Keywords: welded vessels, aluminum alloy, friction stir welding, plastic strains, residual stresses, mathematical modeling

Отримано 01.07.2024

Отримано у переглянутому вигляді 10.07.2024

Прийнято 31.07.2024