

МОДЕЛЬ АНОДНОГО ШАРУ ЕЛЕКТРИЧНОЇ ДУГИ З АНОДОМ, ЩО ВИПАРОВУЄТЬСЯ

I.B. Кривцун¹, A.I. Момот^{1,2}, I.B. Денисенко^{1,3}

¹ІЕЗ ім. С.О. Патона НАН України. 03150, м. Київ, вул. Казимира Малевича, 11. E-mail: krivtsun@paton.kiev.ua

²Київський національний університет імені Тараса Шевченка. 01601, м. Київ, вул. Володимирська, 64/13.

³Харківський національний університет імені В.Н. Каразіна. 61022, м. Харків, майдан Свободи, 4.

Запропоновано математичну модель анодного шару дуги з анодом, що випаровується в конвективному режимі. Сформульовано систему диференціальних рівнянь для опису просторових розподілів концентрації іонів, температури електронів і важких частинок (атомів та іонів) плазми в анодному шарі. З метою визначення відповідних крайових умов запропоновано підхід для обчислення параметрів плазми на межах анодного шару з газодинамічною областю (стовпом дуги) і з шаром просторового заряду, який формується біля поверхні анода. Цей підхід дозволяє знайти концентрації та температури частинок плазми, її швидкість руху та тиск на краях анодного шару як у конвективному режимі випаровування металу анода, так і у дифузійному режимі випаровування (з урахуванням дифузійної швидкості металевої пари). Обчислення проведені для трьох різних металів анода: Fe, Cu, Al. Знайдено температуру поверхні анода, при якій відбувається перехід від дифузійного до конвективного режиму випаровування. Бібліогр. 17, табл. 1, рис. 4.

Ключові слова: анодний шар, електрична дуга, математична модель, анод, що випаровується, металева пара, конвективне випаровування, дифузійне випаровування

Вступ. Гібридне (ТІГ + лазер) зварювання поєднує дугове зварювання неплавким електродом з лазерним зварюванням [1, 2]. Таке поєднання дозволяє значно підвищити продуктивність зварювального процесу та збільшити глибину проплавлення у порівнянні зі звичайним ТІГ-зварюванням [3–5].

При ТІГ + лазер зварюванні поверхня зварюваного металу (анода) в зоні дії сфокусованого лазерного випромінювання може нагріватися до температур, що перевищують його температуру кипіння. Це призводить до інтенсивного випаровування металу з поверхні анода, у результаті чого пари металу витісняють захисний газ і прианодна плазма в цій зоні стає однокомпонентною (містить лише частинки металу). Такий режим випаровування зветься конвективним. За нижчих температур метал з поверхні зварювальної ванни також випаровується, але не витісняє захисний газ (дифузійний режим випаровування), і плазма є двокомпонентною (містить частинки газу та металу).

Конвективний потік металевої пари істотно змінює розподілені параметри плазми стовпа дуги (швидкість, температуру, тиск, хімічний та іонізаційний склад), а також просторовий розподіл її електромагнітних характеристик. В анодному шарі дуги та у зварюваному металі суттєво змінюються процеси переносу енергії, імпульсу, маси та заряду. Таким чином, дослідження анодного шару в умовах інтенсивного випаровування металу з поверхні аноду є важливим кроком до глибокого розуміння фізики гібридного (ТІГ + лазер) зварювання та подальшого удосконалення його технології.

Через малі розміри, високі температури, швидкоплинність процесів і складність прямого спостереження експериментальні дослідження анодних явищ значно ускладнені. Тому теоретичне дослідження й математичне моделювання є ефективними інструментами для вивчення та аналізу фізичних процесів, що відбуваються в анодному шарі.

Будемо розглядати центральну частину дуги, де можна вважати, що параметри прианодної плазми змінюються лише вздовж осі, перпендикулярній до поверхні анода, тобто модель анодного шару дугової плазми $0 \leq x \leq L_a$ буде одновимірною (див. рис. 1). Крім того, будемо розглядати анодний шар за межами області просторового заряду $0 \leq x \leq L_D$,

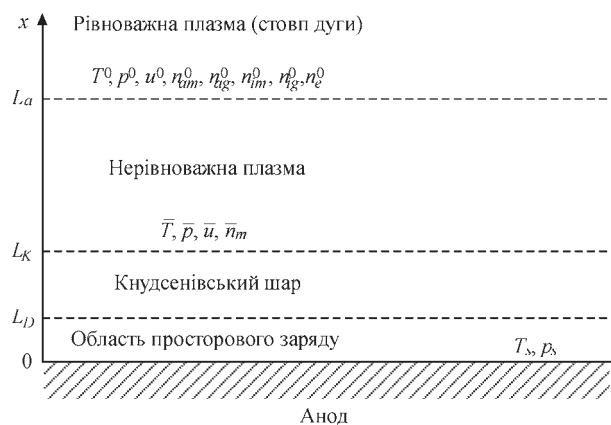


Рис. 1. Схематичне зображення анодного шару

Кривцун I.B. – <https://orcid.org/0000-0001-9818-3383>, Момот A.I. – <https://orcid.org/0000-0001-8162-0161>,

Денисенко I.B. <https://orcid.org/0000-0001-7343-086X> Doi

© I.B. Кривцун, A.I. Момот, I.B. Денисенко, 2025

яка формується біля поверхні анода та має характерний розмір порядку довжини Дебая $L_D \sim 10^{-7}$ м [6], тобто в нашій моделі плазма анодного шару є квазінейтральною $n_e = n_i$, $n_{i,e}$ – концентрація іонів (електронів), але іонізаційно та термічно нерівноважною (температура електронів не дорівнює температурі важких частинок $T_e \neq T_h$). В анодному шарі можна виділити кнудсенівський шар для атомів металу $x \leq L_K$, характерні розміри якого – порядку довжини атом-атомних зіткнень, яка для плазми міді атмосферного тиску становить $\sim 10^{-6}$ м [6]. У стовпі дуги ($x \geq L_a$) плазма вважається іонізаційно та термічно рівноважною.

Основні рівняння моделі анодного шару.

Розглянемо анодний шар електричної дуги, через який протікає струм з густиною $j_0 = e(J_i - J_e)$, де $J_{i,e}$ – густина потоку іонів та електронів; e – елементарний заряд. Будемо вважати, що плазма містить лише однозарядні іони.

В умовах конвективного випаровування металу анода плазма в анодному шарі є однокомпонентною (містить лише іони та атоми металу) і рухається з середньомасовою швидкістю u від поверхні анода. Тоді рівняння енергії для важких частинок плазми матиме вигляд [7]:

$$(n_i + n_a)u \nabla \frac{5}{2} kT_h - u \nabla [(n_i + n_a)kT_h] = -\nabla q_h - eJ_i \nabla \phi + \kappa_{eh} n_i k(T_e - T_h), \quad (1)$$

де ϕ – електричний потенціал; κ_{eh} – частота обміну енергією між електронами та важкими частинками; k – стала Больцмана. У записі рівняння (1) враховано, що $J_i + J_a \approx 0$.

Без врахування кінетичних поправок густину потоку тепла важких частинок можна записати як:

$$q_h = -\lambda_h \nabla T_h, \quad (2)$$

де λ_h – коефіцієнт теплопровідності важких частинок.

Рівняння енергії для електронів має вигляд:

$$(n_i u + J_e) \nabla \frac{5}{2} kT_e - u \nabla (n_i kT_e) = -\nabla q_e + eJ_e \nabla \phi - \kappa_{eh} n_i k(T_e - T_h) - \left(U_i + \frac{5}{2} kT_e \right) \omega_i - w_{rad}, \quad (3)$$

де U_i – потенціал іонізації; ω_i – частота генерації іонів (електронів) в одиниці об'єму (див. рівняння (5)); w_{rad} – питомі втрати енергії на випромінювання плазми, $J_e = J_i - j_0/e$. Густина потоку тепла електронів з урахуванням передачі енергії між електронами та важкими частинками внаслідок їх відносного дрейфу, має вигляд:

$$q_e = -\lambda_e \nabla T_e + kT_e \left[A_a^{(e)} \left(1 + \frac{n_i}{n_a} \right) J_i - (A_i^{(e)} + A_a^{(e)}) \frac{j_0}{e} \right], \quad (4)$$

де λ_e – коефіцієнт теплопровідності електронів, $A_a^{(e)}$ – кінетичні коефіцієнти.

Рівняння неперервності для іонів можна записати як:

$$\nabla (n_i u + J_i) = \omega_i = k_i n_i n_a - k_r n_i^3, \quad (5)$$

де $k_{i,r}$ – коефіцієнти іонізації та рекомбінації.

З рівнянь руху електронів та іонів [7] можна отримати наступний вираз для густини потоку іонів:

$$J_i = \frac{1}{\gamma_e + \gamma_i} \left\{ -k(T_e + T_h) \frac{n_a}{n_i + n_a} \nabla n_i + kT_h \frac{n_i}{n_i + n_a} \nabla n_a - \left(\frac{n_a}{n_i + n_a} + C_e^{(e)} + C_i^{(e)} \right) n_i k \nabla T_e + (\zeta_e + \zeta_i) \frac{j_0}{e} \right\} \quad (6)$$

та вираз для визначення електричного потенціалу плазми:

$$\nabla \phi = \frac{1}{n_i e (\gamma_i + \gamma_e)} \times \left\{ \left[\left(\gamma_e \frac{n_i}{n_i + n_a} + \gamma_i \right) kT_e - \gamma_e \frac{n_a}{n_i + n_a} kT_h \right] \times \nabla n_i + \gamma_e \frac{n_i}{n_i + n_a} kT_h \nabla n_a + \left[\gamma_e \left(\frac{n_i}{n_i + n_a} - C_i^{(e)} \right) + \gamma_e (1 + C_e^{(e)}) \right] n_i k \nabla T_e + (\gamma_e \zeta_i - \gamma_i \zeta_e) \frac{j_0}{e} \right\}, \quad (7)$$

де

$$\begin{aligned} \gamma_e &= v_{ea} \mu_{ea} (n_i + n_a), \\ \gamma_i &= v_{ia} \mu_{ia} (n_i + n_a), \\ \zeta_e &= v_{ea} \mu_{ea} n_a + v_{ei} \mu_{ei} n_i, \\ \zeta_i &= -v_{ei} \mu_{ei} n_i, \\ \mu_{\alpha\beta} &= \frac{m_\alpha m_\beta}{m_\alpha + m_\beta}, \end{aligned} \quad (8)$$

$v_{\alpha\beta}$ – частота зіткнень з передачею імпульсу між частинками сорту α та β ; m_α – маса частинки α -сорту ($\alpha = e, i, a$); $C_e^{(e)}, C_i^{(e)}$ – коефіцієнти термодифузії, що пов'язана з градієнтом температури електронів.

Таким чином, рівняння (1), (3) та (5) являють собою систему трьох диференціальних рівнянь другого порядку відносно трьох невідомих функцій $T_h(x)$, $T_e(x)$ та $n_i(x)$. Якщо у цих рівняннях покласти $u = 0$, то вони переходять у рівняння для нерухомої плазми, які можна знайти в роботі [6]. У систему (1), (3) та (5) також входять параметри $n_a(x)$ і $u(x)$, для визначення яких можна використати закони збереження потоку частинок і потоку імпульсу:

$$\begin{aligned} \rho(x) u(x) &= \text{const} = C_1, \\ \rho(x) + \rho(x) u(x)^2 &= \text{const} = C_2, \end{aligned} \quad (9)$$

де $\rho(x) = m_a(n_a + n_i)$ – густина плазми (тут враховано, що $m_e \ll m_a$, $m_i \approx m_a$), $p(x) = n_i k(T_h + T_e) + n_a k T_h$ – тиск.

Крайові умови для моделі анодного шару. Метою даної роботи є формулювання крайових умов для системи диференціальних рівнянь (1), (3), (5). Спочатку розглянемо крайові умови на межі анодного шару зі стовпом дуги ($x = L_a$), де плазма вважається рівноважною як іонізаційно, так і термічно, а також однорідною. Будемо позначати параметри плазми на цій межі верхнім індексом «0»: $T^0 = T_e = T_h$ – температура; p^0 – тиск; u^0 – середньомасова швидкість плазми.

Відповідно до роботи [8] будемо вважати, що тиск p^0 і швидкість u^0 пов'язані співвідношенням Ренкіна–Гюгоніо для ударної хвилі, яка в умовах конвективного випаровування рухається по зовнішньому незбуреному газу:

$$u^0 = \frac{p^0 - p_{atm}}{\sqrt{\frac{\rho_{ext}}{2} [p^0(\gamma + 1) + p_{atm}(\gamma - 1)]}}, \quad (10)$$

де p_{atm} – атмосферний тиск (тиск у зовнішньому газі – аргоні); ρ_{ext} – густина зовнішнього газу за $p = p_{atm}$ і $T_{ext} = 300$ К; $\gamma = 5/3$ – показник адиабати для одноатомного газу.

Для знаходження складу плазми при $x = L_a$ маємо наступні рівняння:

– рівняння Саха

$$\frac{n_a^0 n_i^0}{n_a^0} = \left(\frac{2\pi m_e k T^0}{h^2} \right)^{3/2} \frac{2\theta_i}{\theta_a} \exp\left(-\frac{eU_i}{kT^0} \right), \quad (11)$$

де h – стала Планка; $\theta_i = (2L_i + 1)(2S_i + 1)$ і $\theta_a = (2L_a + 1)(2S_a + 1)$ – статистичні суми (ваги) іона та атома; $L_{i,a}$ і $S_{i,a}$ – повне орбітальне та спінове квантове число;

– закон Дальтона (з урахуванням квазінейтральності плазми)

$$p^0 = kT^0(n_a^0 + 2n_i^0). \quad (12)$$

Рівняння для знаходження T^0 можна отримати наступним чином [9], враховуючи що при $x \geq L_a$ плазма є однорідною та іонізаційно рівноважною, рівняння (1), (3) можна записати як:

$$\begin{aligned} -eJ_i \nabla \varphi + \kappa_{eh} n_i k(T_e - T_h) &= 0, \\ eJ_e \nabla \varphi - \kappa_{eh} n_i k(T_e - T_h) - w_{rad} &= 0. \end{aligned} \quad (13)$$

Склавши ці рівняння, отримуємо $-j_0 \nabla \varphi = w_{rad}$.

Враховуючи, що в однорідній плазмі $j_0 = -\sigma \nabla \varphi$, отримуємо:

$$\frac{j_0^2}{\sigma(T^0, p^0)} = w_{rad}(T^0, p^0), \quad (14)$$

де з урахуванням (7) маємо:

$$\sigma(T^0, p^0) = e^2 n_i^0 \frac{\gamma_e + \gamma_i}{\gamma_i \zeta_e - \gamma_e \zeta_i}. \quad (15)$$

Рівняння (14) можна використовувати для знаходження температури T^0 . Таким чином, параметри плазми $n_a^0, n_i^0, T^0, p^0, u^0$ на межі $x = L_a$ визначаються з рівнянь (10), (11), (12), (14), які необхідно доповнити одним із рівнянь (9). Тому необхідно визначити одну з констант C_1, C_2 .

Далі потрібно знайти крайові умови на іншій межі анодного шару, а саме на межі з областю просторового заряду $x = L_D$. За малих швидкостей конвективного руху металеві плазми від поверхні анода, порівняно зі швидкістю звуку, параметри атомної компоненти плазми (концентрація, швидкість, температура) майже не змінюються в межах кнудсенівського шару [10, 11], тому вказані параметри можна визначити для $x = L_K$. Величини на цій межі позначаються ризкою зверху. Оскільки плазма тут є слабоіонізованою $\bar{n}_i \ll \bar{n}_a$ [6], то іони та електрони не впливають на формування кнудсенівського шару для атомів, і можна використовувати підхід до його опису, який запропонований в [8].

$$\begin{aligned} \frac{\bar{n}_a}{n_s} &= \sqrt{\frac{T_s}{T_h}} \left[\left(m^2 + \frac{1}{2} \right) e^{m^2} \operatorname{erfc}(m) - \frac{m}{\sqrt{\pi}} \right] + \\ &+ \frac{1}{2} \frac{T_s}{T_h} \left[1 - \sqrt{\pi} m e^{m^2} \operatorname{erfc}(m) \right], \end{aligned} \quad (16)$$

$$\frac{\bar{T}_h}{T_s} = \left[\sqrt{1 + \pi \frac{m^2}{64}} - \sqrt{\pi} \frac{m}{8} \right]^2, \quad (17)$$

де \bar{n}_a , \bar{T}_h і \bar{u} – концентрація, температура та швидкість атомів металу на межі кнудсенівського шару; $\bar{u} = m \sqrt{2k\bar{T}_h / m_a}$; n_s – концентрація атомів насиченої пари за температури поверхні металу анода T_s .

Закони збереження (9) можна записати як:

$$\begin{aligned} \bar{n}_a \bar{u} &= (n_a^0 + n_i^0) u^0, \\ \bar{n}_a k \bar{T}_h + m_a \bar{n}_a \bar{u}^2 &= p^0 + m_a (n_a^0 + n_i^0) (u^0)^2. \end{aligned} \quad (18)$$

Отже, для визначення шести параметрів $n_a^0, n_i^0, T^0, p^0, u^0, \bar{u}$ маємо відповідно шість рівнянь: (10), (11), (12), (14), (18). Зовнішніми параметрами є j_0 і T_s .

Таким чином, крайові умови для рівнянь (1), (3) та (5) при $x = L_a$ мають вигляд

$$T_h|_{L_a} = T_e|_{L_a} = T^0, \quad n_i|_{L_a} = n_i^0. \quad (19)$$

Температура важких частинок при $x = L_K$ дорівнює:

$$T_h|_{L_K} = \bar{T}_h. \quad (20)$$

Як було вказано вище, умова (20), задана при $x = L_K$, залишається справедливою при $x = L_D$ і може бути використана як крайова для рівняння (1).

Крайову умову для рівняння (3) на межі області просторового заряду можна визначити, використовуючи наступний вираз для потоку тепла електронів [12]:

$$\left(q_e + \frac{5}{2} kT_e J_e \right) \Big|_{L_D} = (2kT_e J_e + e\varphi_{sh} J_e) \Big|_{L_D}, \quad (21)$$

де

$$J_e \Big|_{L_D} = -\frac{n_i v_{Te}}{4} \exp\left(-\frac{e\varphi_{sh}}{kT_e}\right) \Big|_{L_D}, \quad v_{Te} = \sqrt{\frac{8kT_e}{\pi m_e}}. \quad (22)$$

Тут φ_{sh} – електричний потенціал на межі шару просторового заряду (потенціал поверхні анода вважається рівним нулю).

З урахуванням зіткнень іонів з атомами металу в області просторового заряду швидкість іонів у напрямку анода на межі цієї області можна задати як [13]:

$$u_i \Big|_{L_D} = -\frac{v_B}{\sqrt{1 + \frac{\pi L_D}{2\lambda_i}}} = \left(\bar{u} + \frac{J_i}{n_i} \right) \Big|_{L_D}, \quad (23)$$

де $v_B = \sqrt{k(T_e + T_h)/m_a} \Big|_{L_D}$ – швидкість Бома; λ_i – довжина вільного пробігу іонів, і використовувати співвідношення (23) в якості крайової умови для рівняння (5).

Значення потенціалу на межі шару просторового заряду можна знайти, підставивши вирази (22), (23) у співвідношення $j_0 = e(J_i - J_e)$, що дає:

$$\varphi_{sh} = -\frac{kT_e}{e} \ln \frac{4}{v_{Te}} \left(\frac{j_0}{en_i} + \frac{v_B}{\sqrt{1 + \pi L_D/2\lambda_i}} + \bar{u} \right). \quad (24)$$

Зазначимо, що у крайові умови (19), (20), (21) і (23) входять параметри плазми на межах анодного шару зі стовпом дуги і з шаром просторового заряду.

Параметри плазми на межах анодного шару.

У цьому розділі будуть обчислені деякі значення параметрів плазми, як функції T_s , для трьох варіантів металу анода: залізо, мідь та алюміній, зовнішній газ – аргон. Також буде розглянуто перехід від дифузійного режиму випаровування до конвективного.

Для початку розглянемо наближення, коли дифузійна швидкість парів металу вважається нульовою ($u_m^0 = 0$). Перехід від дифузійного режиму випаровування металу анода до конвективного буде визначатись температурою поверхні анода T_s і тиском зовнішнього газу p_{ext} . Вважаючи, що зовнішній тиск дорівнює атмосферному ($p_{ext} = p_{atm}$), маємо, що для $T_s \leq T_b$ реалізується дифузійний режим ви-

паровування, а для $T_s > T_b$ – конвективний, де T_b – температура кипіння металу анода.

У дифузійному режимі плазма анодного шару є багатокомпонентною, окрім частинок зовнішнього (захисного) газу вона містить частинки металу анода, який випаровується. Тут вважається, що плазма містить лише однозарядні іони. Це накладає обмеження на максимальне значення температури прианодної плазми в рамках даної моделі.

Для багатокомпонентної рівноважної плазми на межі анодного шару виконуються рівняння Саха:

$$\frac{n_e^0 n_{i\alpha}^0}{n_{a\alpha}^0} = \left(\frac{2\pi m_e kT^0}{h^2} \right)^{3/2} \frac{2\theta_{i\alpha}}{\theta_{a\alpha}} \exp\left(-\frac{eU_\alpha}{kT^0}\right), \quad (25)$$

де $\alpha = g, m$, $n_{a\alpha}^0$ – концентрація атомів захисного газу ($\alpha = g$) і металу ($\alpha = m$); $n_{i\alpha}^0$ – концентрація відповідних іонів.

Умова квазінейтральності та закон парціальних тисків мають вигляд:

$$n_e^0 = n_{ig}^0 + n_{im}^0, \quad (26)$$

$$p^0 = kT^0 (n_e^0 + n_{am}^0 + n_{im}^0 + n_{ag}^0 + n_{ig}^0) = p_{atm}. \quad (27)$$

У дифузійному режимі стан пари на межі анодного шару близький до насичення, тобто парціальний тиск частково іонізованої пари дорівнює тиску насиченої пари p_s металу анода за температури його поверхні T_s :

$$p_s = kT^0 (n_{am}^0 + 2n_{im}^0). \quad (28)$$

Двійка біля n_{im}^0 в формулі (28) означає, що тиск насиченої пари, окрім атомів та іонів, створюється також електронами.

Із закону Клапейрона–Клаузіуса маємо:

$$p_s = p_{atm} \exp\left[\frac{\lambda}{k} \left(\frac{1}{T_b} - \frac{1}{T_s} \right)\right]. \quad (29)$$

де λ – робота виходу атома металу (теплота пароутворення на один атом). Таким чином, маємо систему з п'яти рівнянь (25)–(29) для п'яти невідомих $n_{am}^0, n_{ag}^0, n_{im}^0, n_{ig}^0, n_e^0$. З рівнянь (26)–(28) можна виразити:

$$n_{am}^0 = \frac{p_s}{kT^0} - 2n_{im}^0, \quad (30)$$

$$n_{ag}^0 = \frac{p^0}{kT^0} - n_{am}^0 - 2n_{im}^0 - 2n_{ig}^0.$$

Підставляючи вирази (26), (30) для $n_e^0, n_{am}^0, n_{ag}^0$ у рівняння Саха (25), маємо систему двох рівнянь відносно n_{im}^0, n_{ig}^0 .

Для конвективного режиму випаровування система рівнянь для визначення параметрів плазми на межі анодного шару зі стовпом дуги сформульована у п. 3, це рівняння (10), (11), (12), (14), (18). Оскільки

ки температура плазми у газодинамічній області T^0 однозначно визначається густиною струму j_0 через рівняння (14), то далі за зовнішній параметр взято T^0 .

Були виконані обчислення для дуги із залізним, мідним та алюмінієвим анодом, яка горить в аргоні атмосферного тиску за умови дифузійного та конвективного випаровування металу з поверхні анода. Температура кипіння заліза була взята рівною $T_b = 3273$ К, теплота пароутворення – 354 кДж/моль [14]. Потенціал однократної іонізації рівний 7,9025 еВ, основні стани атома та іона заліза: 5D_4 та $^6D_{9/2}$ [15], тоді $\theta_a = 25$ і $\theta_i = 30$. Для мідного аноду, $T_b = 2868$ К, теплота пароутворення – 305 кДж/моль, потенціал однократної іонізації – 7,726 еВ [16]. Основні стани атома та іона міді: $^2S_{1/2}$ та 1S_0 [15] ($\theta_a = 2$ і $\theta_i = 1$). Для алюмінію маємо $T_b = 2743$ К, теплота пароутворення рівна 284 кДж/моль, потенціал однократної іонізації – 5,986 еВ [16]. Основні стани атома та іона алюмінію $^2P_{1/2}$ та 1S_0 [15] ($\theta_a = 9$ і $\theta_i = 1$).

На рис. 2 наведено результати обчислень для залізного анода. Як видно з цього рисунку, коли температура поверхні досягає температури кипіння заліза T_b , концентрація атомів та іонів газу (аргону) зменшується до нуля і плазма стає однокомпонентною (містить лише атоми та іони заліза), тобто відбувається перехід до конвективного режиму випаровування. У дифузійному режимі в плазмі присутні як іони газу, так і металу, а у конвективному – лише іони металу, концентрація яких дорівнює концентрації електронів (синя та червона лінії на рис. 2 співпадають). Зі збільшенням температури поверхні концентрація атомів металу

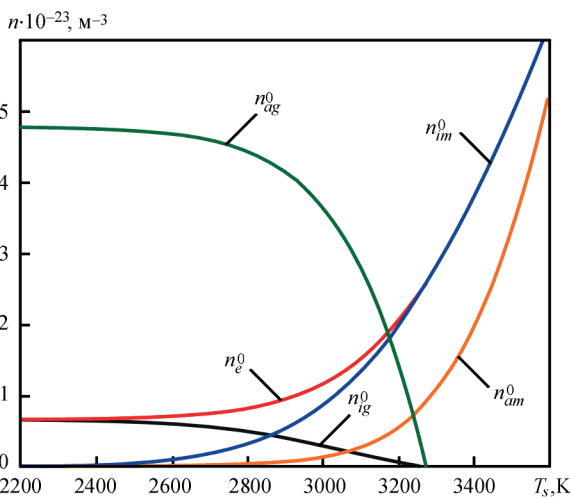


Рис. 2. Залежність концентрації атомів газу n_{ag}^0 (зелена лінія), іонів газу n_{ig}^0 (чорна лінія), електронів n_e^0 (червона лінія), іонів заліза n_{im}^0 (синя лінія) та атомів заліза (помаранчева лінія) на межі анодного шару від температури поверхні анода T_s для $T^0 = 12$ кК

в плазмі стає все більшою. Для інших металів анода якісна поведінка залежностей концентрацій від температури поверхні залишається такою ж.

У конвективному режимі (див. рис. 3) швидкість металевої пари u^0 стає більшою за нуль і тиск у плазмі дуги p^0 стає вищим за атмосферний, обидві ці величини зростають зі збільшенням T_s . Швидкість металевої пари на межі кнудсенівського шару \bar{u} є значно меншою за u^0 . Швидкості u^0 та \bar{u} залежать від T_s лінійно, у результаті апроксимації отримуємо наступні залежності:

$$\begin{aligned} (\text{Fe}, T^0 = 12 \text{ кК}) \quad u^0 &= 0,7123T_s - 2331, \\ \bar{u} &= 0,131T_s - 430; \\ (\text{Fe}, T^0 = 6 \text{ кК}) \quad u^0 &= 0,6068T_s - 1985, \\ \bar{u} &= 0,335T_s - 1097; \\ (\text{Cu}, T^0 = 12 \text{ кК}) \quad u^0 &= 0,8002T_s - 2294, \\ \bar{u} &= 0,118T_s - 339; \\ (\text{Cu}, T^0 = 6 \text{ кК}) \quad u^0 &= 0,6764T_s - 1939, \\ \bar{u} &= 0,324T_s - 930; \\ (\text{Al}, T^0 = 12 \text{ кК}) \quad u^0 &= 0,8482T_s - 2327, \\ \bar{u} &= 0,113T_s - 311; \\ (\text{Al}, T^0 = 6 \text{ кК}) \quad u^0 &= 0,7553T_s - 2071, \\ \bar{u} &= 0,354T_s - 972. \end{aligned}$$

Як видно з апроксимаційних формул, а також з порівняння чорних ($\text{Fe}, T^0 = 12$ кК) і синіх ($\text{Fe}, T^0 = 6$ кК) ліній на рис. 3, б, зі збільшенням T^0 \bar{u} спадає, а u^0 навпаки зростає. Обчислення також показали, що у вибраному діапазоні T_s $\bar{p} \approx p^0$.

Наведені вище обчислення параметрів плазми на краях анодного шару (на межі зі стовпом дуги та на межі кнудсенівського шару) можна покращити, врахувавши, що у дифузійному режимі випаровування швидкість пари металу u_m^0 (дифузійна швидкість) є ненульовою, а має значення у кілька десятків м/с [17]. Оскільки частинки інертного газу мають нульову середньомасову швидкість відносно поверхні анода (не накопичуються на поверхні), із закону збереження імпульсу $\rho_m u_m^0 = \rho u^0$, де $\rho_m = m_m (n_{am}^0 + n_{im}^0)$ та $\rho = m_m (n_{am}^0 + n_{im}^0) + m_g (n_{ag}^0 + n_{ig}^0)$, знаходимо, що на зовнішній межі анодного шару плазма рухається зі швидкістю:

$$u^0 = \frac{\rho_m}{\rho} u_m^0. \quad (31)$$

Згідно з формулою (10) відмінна від нуля швидкість u^0 означає, що тиск у анодному шарі вищий за атмосферний:

$$p^0 = p_{am} + \frac{2}{3} \rho_{ext} (u^0)^2 \left(1 + \sqrt{1 + \frac{15 p_{am}}{4 \rho_{ext} (u^0)^2}} \right). \quad (32)$$

Таким чином, для дифузійного режиму маємо систему п'яти рівнянь: два рівняння Саха (25), умова

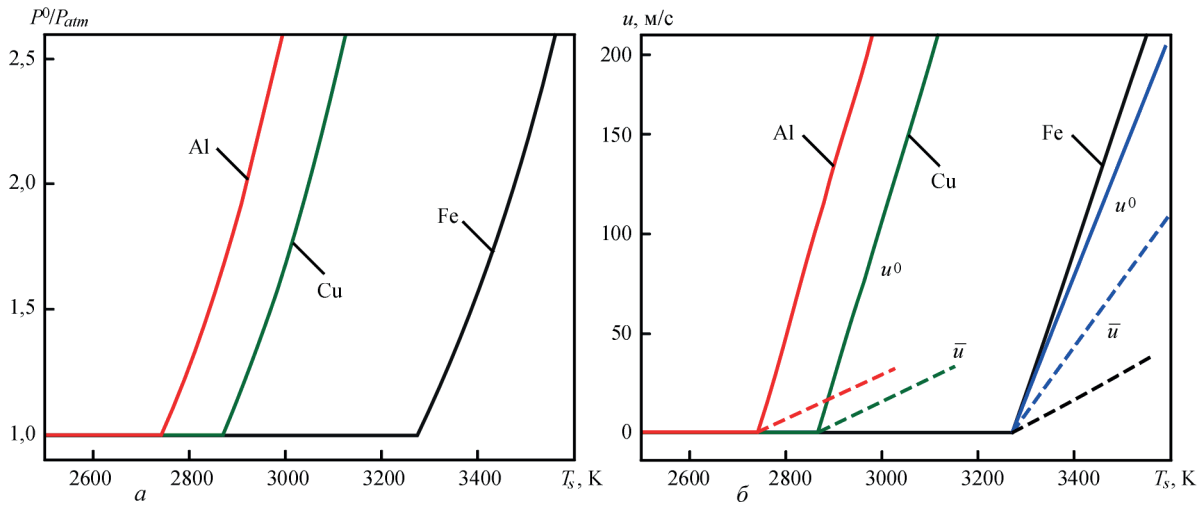


Рис. 3. Залежність тиску плазми p^0/p_{atm} (а) і швидкості металевої пари u^0 (б) на межі анодного шару зі стовпом дуги (суцільні лінії), а також швидкості \bar{u} на межі кнудсенівського шару (штрихові лінії) від температури поверхні анода T_s для різних металів анода: залізо (чорні лінії), мідь (зелені лінії) і алюміній (червоні лінії), $T^0 = 12$ кК. Сині лінії відповідають залізнму аноду і $T^0 = 6$ кК.

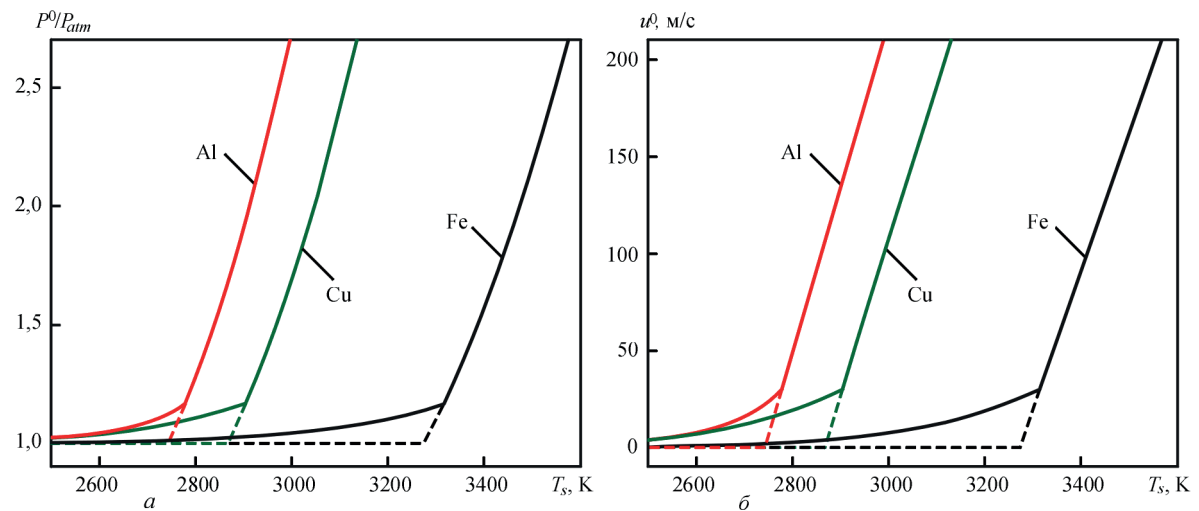


Рис. 4. Залежність тиску плазми p^0/p_{atm} (а) і швидкості пари u^0 (б) на межі анодного шару зі стовпом дуги від температури поверхні анода T_s для $u_m^0 = 0$ м/с (штрихові лінії) та $u_m^0 = 30$ м/с (суцільні лінії) для різних металів анода: залізо (чорні лінії), мідь (зелені лінії) і алюміній (червоні лінії), $T^0 = 12$ кК

квазінейтральності (26), закон парціальних тисків (27) з p^0 , яке визначається за формулою (32), і тиск насиченої пари (28) для п'яти невідомих $n_{am}^0, n_{ag}^0, n_{im}^0, n_{ig}^0, n_e^0$. З рівнянь (26), (28) можна виразити:

$$n_e^0 = n_{ig}^0 + n_{im}^0, \quad n_{am}^0 = \frac{P_s}{kT^0} - 2n_{im}^0. \quad (33)$$

Підставляючи вирази (33) для n_e^0, n_{am}^0 у рівняння (25), (27), маємо систему трьох рівнянь відносно $n_{ag}^0, n_{im}^0, n_{ig}^0$.

Врахування дифузійної швидкості металевої пари призводить до того, що перехід до конвективного режиму випаровування, який визначається умовою $n_{ag}^0 = n_{ig}^0 = 0$, відбувається за температури T'_b , яка вища за температуру кипіння (див. рис. 4).

Як видно з таблиці, значення температури переходу до конвективного режиму T'_b зростає зі збільшенням дифузійної швидкості u_m^0 і переви-

значає температуру кипіння на кілька десятків градусів. Коли $u_m^0 = 0$, тоді $T'_b = T_b$.

Результати та висновки. Для електричної дуги з тугоплавким катодом і анодом, який випаровується в конвективному режимі, сформульована одновимірною моделлю анодного шару у вигляді системи диференціальних рівнянь для просторових розподілів концентрації іонів, температури електронів і важких частинок плазми. Визначено крайові умови для рівнянь даної моделі на межі анодного шару зі стовпом дуги та на межі облас-

u_m^0 , м/с	T'_b , К		
	Fe	Cu	Al
0	3273	2868	2743
10	3286	2880	2754
20	3299	2891	2766
30	3312	2903	2777

ті просторового заряду. Запропоновано підхід для розрахунку параметрів плазми на краях анодного шару, як у випадку конвективного режиму випаровування металу анода, так і у дифузійному режимі, у тому числі з урахуванням дифузійної швидкості металевої пари.

Для трьох різних металів анода (Fe, Cu, Al) обчислено залежності концентрації частинок, тиску та швидкості іонізованої металевої пари від температури поверхні анода на межі анодного шару зі стовпом дуги й на межі кнудсенівського шару. Показано, що швидкості u^0 та \bar{u} лінійно залежать від T_s , а також від температури стовпа дуги T^0 . Тиск на межі кнудсенівського шару \bar{p} майже дорівнює тиску в плазмі дуги p^0 за умов, які тут розглядаються.

Якщо врахувати, що в дифузійному режимі випаровування анода швидкість розлітання іонізованої пари металу u_m^0 (дифузійна швидкість) відмінна від нуля, температура переходу від дифузійного до конвективного режиму T_b' є вищою за температуру кипіння металу анода, наприклад, для $u_m^0 = 30$ м/с, $T_b' - T_b = 34 - 39$ К.

Подяка

Робота виконана за підтримки German Research Foundation (DFG) за грантом RE2755/78-1.

Список літератури/References

1. Steen, W.M., Eboo, M. (1979) Arc augmented laser welding. *Metal Construction*, **11**, 332–335.
2. Seyffarth, P., Krivtsun, I.V. (2002) Laser-arc processes and their applications in welding and material treatment. *Welding and Allied Processes*. London, Taylor and Francis Books. DOI: <https://doi.org/10.1201/9781482264821>
3. Krivtsun, I.V., Krikent, I.V., Demchenko, V.F., Reisgen, U., Zabirov, A.F., Mokrov, O.A. (2015) Interaction of CO₂-laser radiation beam with electric arc plasma in hybrid (laser+TIG) welding. *The Paton Welding J.*, **3**, 6–15. DOI: <https://doi.org/10.15407/tpwj2015.04.01>
4. Reisgen, U., Krivtsun, I., Gerhards, B., Zabirov, A. (2016) Experimental research of hybrid welding processes in combination of gas tungsten arc with CO₂- or Yb: YAG-laser beam. *J. of Laser Applications*, **28**, 022402. DOI: <https://doi.org/10.2351/1.4944096>
5. Krivtsun, I., Reisgen, U., Semenov, O., Zabirov, A. (2016) Modeling of weld pool phenomena in tungsten inert gas, CO₂-laser and hybrid (TIG+ CO₂-laser) welding. *J. of Laser Applications*, **28**, 022406. DOI: <https://doi.org/10.2351/1.4943994>
6. Krivtsun, I.V., Momot, A.I., Denysenko, I.B., Mokrov, O., Sharma, R., Reisgen, U. (2024) Transport properties and kinetic coefficients of copper thermal plasmas. *Physics of Plasmas*, **31**, 083505. DOI: <https://doi.org/10.1063/5.0216753>
7. Zhdanov, V.M. (2002) *Transport processes in multicomponent plasma*. CRC Press.
8. Knight, C.J. (1979) Theoretical modeling of rapid surface vaporization with back pressure. *AIAA J.*, **17**, 519–523. DOI: <https://doi.org/10.2514/3.61164>
9. Almeida, N.A., Benilov, M.S., Naidis, G.V. (2008) Unified modelling of near-cathode plasma layers in high-pressure arc discharges. *J. Phys. D: Appl. Phys.*, **41**, 245201. DOI: <https://doi.org/10.1088/0022-3727/41/24/245201>
10. Frezzotti, A. (2007) A numerical investigation of the steady evaporation of a polyatomic gas. *European J. of Mechanics-B/Fluids*, **26**, 93–104. DOI: <https://doi.org/10.1016/j.euromechflu.2006.03.007>
11. Bird, E., Liang, Z. (2019) Transport phenomena in the Knudsen layer near an evaporating surface. *Physical Review E*, **100**, 043108. DOI: <https://doi.org/10.1103/PhysRevE.100.043108>
12. Gao, S., Momot, A., Krivtsun, I., Antoniv, D., Momot, O. (2025) Interaction between a spherical particle and atmospheric pressure currentless argon plasma. *East European J. of Physics*, **1**, 388–395. DOI: <https://doi.org/10.26565/2312-4334-2025-1-48>
13. Godyak, V.A., Sternberg, N. (2002) Smooth plasma-sheath transition in a hydrodynamic model. *IEEE Transact. on Plasma Sci.*, **18**, 159–168. DOI: <https://doi.org/10.1109/27.45519>
14. Zhang, Y., Evans, J. R., Yang, S. (2011) Corrected values for boiling points and enthalpies of vaporization of elements in handbooks. *J. of Chemical & Engineering Data*, **56**, 328–337. DOI: <https://doi.org/10.1021/je1011086>
15. Kramida, A., Ralchenko, Yu., Reader, J., NIST ASD Team (2024) *NIST Atomic Spectra Database* (ver. 5.12) <https://physics.nist.gov/asd> National Institute of Standards and Technology, Gaithersburg, MD. DOI: <https://doi.org/10.18434/T4W30F>
16. Looock, H.P., Beaty, L.M., Simard, B. (1999) Reassessment of the first ionization potentials of copper, silver, and gold. *Physical Review A*, **59**, 873. DOI: <https://doi.org/10.1103/PhysRevA.59.873>
17. Krikent, I.V., Krivtsun, I.V., Demchenko, V.F. (2014) Simulation of electric arc with refractory cathode and evaporating anode. *The Paton Welding J.*, **9**, 17–24. DOI: <https://doi.org/10.15407/tpwj2014.09.02>

MODEL OF THE ANODE LAYER OF AN ELECTRIC ARC WITH AN EVAPORATING ANODE

I.V. Krivtsun¹, A.I. Momot^{1,2}, I.B. Denysenko^{1,3}

¹E.O. Paton Electric Welding Institute of the NAS of Ukraine. 11 Kazymyr Malevych Str., 03150, Kyiv, Ukraine.

E-mail: krivtsun@paton.kiev.ua

²Taras Shevchenko National University of Kyiv. 64/13 Volodymyrska Str., 01601, Kyiv, Ukraine.

³V.N. Karazin Kharkiv National University. 4 Svobody Sq., 61022, Kharkiv, Ukraine.

A mathematical model of the anode layer of an arc with an evaporating anode in the convective mode is proposed. A system of differential equations is formulated to describe the spatial distributions of ion and atom densities, electron temperature, and heavy particle (atoms and ions) temperature of the plasma in the anode layer. To determine the corresponding boundary conditions, an approach is proposed for calculating plasma parameters at the boundaries of the anode layer with the gas-dynamic region (arc column) and with the space charge layer near the anode surface. This approach allows finding the concentrations and temperatures of plasma particles, its velocity and pressure at the boundaries of the anode layer both in the convective mode of anode metal evaporation and in the diffusive mode of evaporation (taking into account the diffusion velocity of metal vapor). Calculations were performed for three different anode metals: Fe, Cu, Al. The anode surface temperature at which the transition from diffusive to convective evaporation mode occurs was determined. 17 Ref., 1 Tabl., 4 Fig.

Keywords: anode layer, electric arc, mathematical model, evaporating anode, metal vapor, convective evaporation, diffusive evaporation

Отримано 12.05.2025

Отримано у переглянутому вигляді 20.05.2025

Прийнято 26.05.2025