

# МАТЕМАТИЧНЕ МОДЕЛЮВАННЯ ТЕПЛОВИХ ПРОЦЕСІВ ПРИ ЗВАРЮВАННІ ТЕРТЯМ З ПЕРЕМІШУВАННЯМ ЛЕГКИХ СПЛАВІВ НА ОСНОВІ МАГНІЮ

О.О. Махненко, О.С. Костеневич, О.В. Махненко

ІЕЗ ім. Є.О. Патона НАН України. 03150, м. Київ, вул. Казимира Малевича, 11. E-mail: [makhnenko@paton.kiev.ua](mailto:makhnenko@paton.kiev.ua)

Математичне моделювання теплових процесів при зварюванні є одним з ефективних методів прогнозування якості зварного з'єднання в залежності від технологічних параметрів. Однак для отримання адекватної математичної моделі необхідно враховувати цілу низку факторів, які можуть суттєво впливати на точність результатів чисельного аналізу. На прикладі задачі математичного моделювання температурних розподілів при зварюванні тертям з перемішуванням (ЗТП) стикового з'єднання пластин із магнієвого сплаву МА2-1 (AZ31) різних товщин (2 і 8 мм) проведено розрахункове дослідження розподілу максимальних температур і термоциклів в точках на різній відстані від осі зварного з'єднання. Було виявлено, що на результати математичного моделювання процесів теплопровідності при зварювальному нагріві при ЗТП впливають декілька факторів, серед яких одним із суттєвих є тепловідвід у робочий інструмент та оснащення для закріплення. Також для забезпечення точності розрахунку температурних розподілів при ЗТП важливим є вибір оптимальних розмірів моделі стикового з'єднання, щоб уникнути ефекту накопичення тепла в моделі обмеженого розміру, і врахування залежності коефіцієнта тертя від температури матеріалу, оскільки його значення визначає потужність тепловідведення при ЗТП. За отриманими результатами сформульовано рекомендації щодо проведення математичного моделювання теплових процесів при ЗТП легких сплавів. Бібліогр. 12, табл. 4, рис. 11.

*Ключові слова:* зварювання тертям з перемішуванням, температурні розподіли, термоцикли, тепловідвід, робочий інструмент, підкладна пластина, математичне моделювання, скінченно-елементний аналіз

**Вступ.** На сьогоднішній день математичне моделювання різних фізичних процесів стає потужним інструментом при розробці нових технологій виготовлення та обробки матеріалів, у тому числі при зварюванні та споріднених технологіях. Процедура математичного моделювання температурних розподілів, механічних властивостей і напружено-деформованого стану матеріалу зварних з'єднань регламентується існуючим стандартом ISO [1], в якому досить детально сформульовано вимоги до підготовки вхідних даних, розробки моделі, верифікації і валідації моделі, проведення розрахунків, аналізу та представлення результатів моделювання. Хоча існуючий стандарт стосується комп'ютерного моделювання дугових процесів зварювання, сформульовані в ньому вимоги можуть бути ефективно використані для інших процесів зварювання, наприклад для зварювання тертям з перемішуванням (ЗТП).

Адекватність математичної скінченно-елементної моделі й точність отриманих результатів аналізу теплових процесів (розподілів температури) при ЗТП пластин із магнієвого сплаву залежить не тільки від моделі джерела нагріву та вибору розміру сітки скінченних елементів, а також і від низки інших факторів, наприклад: врахування тепловідводу в робочий інструмент і оснащення

для закріплення (притискачі, підкладна пластина), загальних розмірів моделі зразка зварного з'єднання, варіації значень теплофізичних властивостей основного матеріалу тощо. Зрозуміло, що вказані фактори можуть суттєво вплинути на достовірність отриманих результатів скінченно-елементного аналізу, але визначення міри їх впливу на точність результатів розподілів температури й термоциклів при ЗТП, як правило, залишається за межами представлених у статтях результатів або взагалі не проводиться. Врахування в скінченно-елементній моделі зварного з'єднання при ЗТП тепловідводу в робочий інструмент і оснащення для закріплення зустрічається в обмеженій кількості праць [2–4]. В основному дослідники використовують спрощену модель джерела нагріву без моделювання робочого інструменту або не враховують тепловіддачу в елементи закріплення [3–6].

**З метою** дослідження впливу вищевказаних факторів на характер і величину розподілу максимальних температур при ЗТП легких сплавів, а також на параметри термоциклів в точках на різній відстані від осі зварного з'єднання проведено розрахункове дослідження на прикладі задачі математичного моделювання температурних розподілів при ЗТП стикового з'єднання пластин із магнієвого сплаву МА2-1 (AZ31) різних товщин 2 і

Махненко О.О. – <https://orcid.org/0000-0003-2319-2976>, Костеневич О. С. – <https://orcid.org/0000-0002-7427-2805>,

Махненко О.В. – <https://orcid.org/0000-0002-8583-0163>

© О.О. Махненко, О.С. Костеневич, О.В. Махненко, 2025

8 мм. За отриманими результатами сформульовані рекомендації щодо проведення математичного моделювання теплових процесів при ЗТП легких сплавів.

**Математична модель температурних процесів при ЗТП.** Для математичного моделювання залишкових напружень при ЗТП алюмінієвого сплаву використовувалась розроблена раніше модель [7], яка була доповнена врахуванням тепловідводу в робочий інструмент і підкладну пластину.

Рівняння теплопровідності при наявності об'ємного тепловиділення з потужністю  $W(x,y,z,t)$ , Вт/м<sup>3</sup>:

$$\rho c \frac{\partial T}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial x} \left( \lambda \frac{\partial T}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left( \lambda \frac{\partial T}{\partial y} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left( \lambda \frac{\partial T}{\partial z} \right) + W(x,y,z,t) \quad (1)$$

де  $T$  – температура, °C;  $c$  – питома теплоємність, Дж/кг·°C;  $\rho$  – густина матеріалу, кг/м<sup>3</sup>;  $\lambda$  – коефіцієнт теплопровідності, Вт/(м·°C).

Особливістю розробленої моделі джерела нагріву при ЗТП являється тепловиділення за рахунок тертя інструменту відносно матеріалу з'єднання. Інструмент обертається навколо вертикальної осі з певною кутовою швидкістю  $\omega$ , об/с, і притискається до пластин з осьовим зусиллям  $P_n$ , Па, що викликає на поверхні контакту інструменту тепловий потік у матеріал з'єднання (рис. 1):

$$\lambda \frac{\partial T}{\partial n} = \mu \cdot P_n \cdot \omega \cdot r, \quad (2)$$

де  $\mu$  – коефіцієнт тертя;

$r = \sqrt{(x - x_0 - v_w t)^2 + (y - y_0)^2}$  – відстань розглянутої точки контакту від осі обертання робочого інструменту ( $x_0 + v_w t, y_0$ );  $v_w$  – лінійна швидкість руху інструменту.

Тоді потужність тепловиділення  $Q$ , Вт на відповідних поверхнях контакту площею  $S$  (рис. 1):

$$Q = \mu \cdot P_n \cdot \omega \cdot \pi \cdot \iint_S r dS, \quad (3)$$

плече ( $z = \delta, R_1 < r < R_2$ )

$$Q_1 = \frac{2\pi}{3} \mu \cdot P_n \cdot \omega \cdot (R_2^3 - R_1^3),$$

бічна поверхня штиря ( $\delta - h < z < \delta, r = R_1$ )

$$Q_2 = 2\pi \cdot \mu \cdot P_n \cdot \omega \cdot R_1^2 \cdot h,$$

нижня торцева поверхня штиря ( $z = \delta - h, 0 > r > R_1$ )

$$Q_3 = \frac{2\pi}{3} \cdot \mu \cdot P_n \cdot \omega \cdot R_1^3,$$

$\delta$  – товщина пластин, що зварюються, м;  $h$  – довжина штиря, який входить у матеріал, м.

З метою спрощення моделі потужність об'ємного тепловиділення  $W(x,y,z,t)$ , Вт/м<sup>3</sup> може бути

промодельована з двох складових. Перша пов'язана з тепловиділенням в об'ємі  $V_1$  на верхній поверхні пластин з'єднання під плечем інструменту ( $\delta - dz < z < \delta, R_1 < r < R_2$ );  $dz$  – розмір скінченного елемента, а друга – в об'ємі штиря  $V_2$  ( $\delta - h < z < \delta, 0 > r > R_1$ ):

$$\begin{aligned} W(x,y,z,t) &= W_1 + W_2, \\ W_1 &= \frac{Q_1}{V_1} = \frac{\frac{2\pi}{3} \mu P_n \omega (R_2^3 - R_1^3)}{\pi (R_2^2 - R_1^2) dz} = \\ &= \frac{2\mu P_n \omega (R_2^2 + R_2 R_1 + R_1^2)}{3(R_2 + R_1) dz}, \quad (4) \\ W_2 &= \frac{Q_2 + Q_3}{V_2} = \frac{2\pi \mu P_n \omega R_1^2 h + \frac{2\pi}{3} \mu P_n \omega R_1^3}{\pi R_1^2 h} = \\ &= 2\mu P_n \omega \left( 1 + \frac{R_1}{3h} \right). \end{aligned}$$

Граничні умови на поверхнях контакту між елементами з'єднання та робочим інструментом, а також з підкладною пластиною за рахунок контактної теплопередачі задавалися у вигляді (рис. 2):

$$q_i = \lambda \frac{\partial T(x,y,z,t)}{\partial n} = -k_i (T_i - T), \quad (i = 1, 2) \quad (5)$$

де  $q_i$  – тепловий потік на поверхні контакту інструменту та зварного з'єднання ( $i = 1$ ) та на поверхні контакту зварного з'єднання та підкладної пластини ( $i = 2$ );  $T_i$  – температура поверхні інструменту або підкладної пластини відповідно;  $k_i$  – коефіцієнт контактної теплопередачі.

Граничні умови на поверхнях елементів з'єднання та робочого інструменту з урахуванням конвекційного теплообміну з навколишнім середовищем задавалися у вигляді:

$$q_i = \lambda \frac{\partial T(x,y,z,t)}{\partial n} = -h_i (T_0 - T) \quad (i = 3, 4) \quad (6)$$

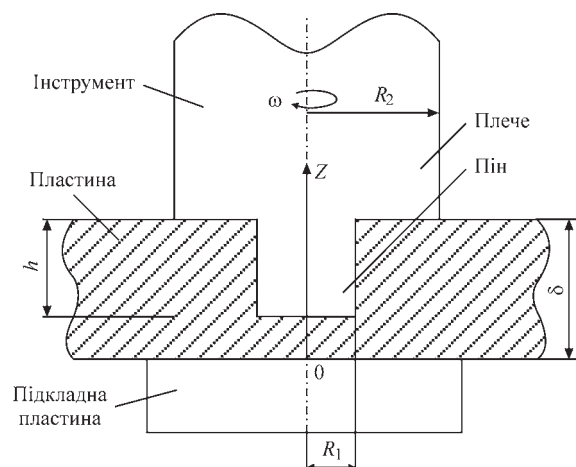


Рис. 1. Схема робочого інструменту при ЗТП

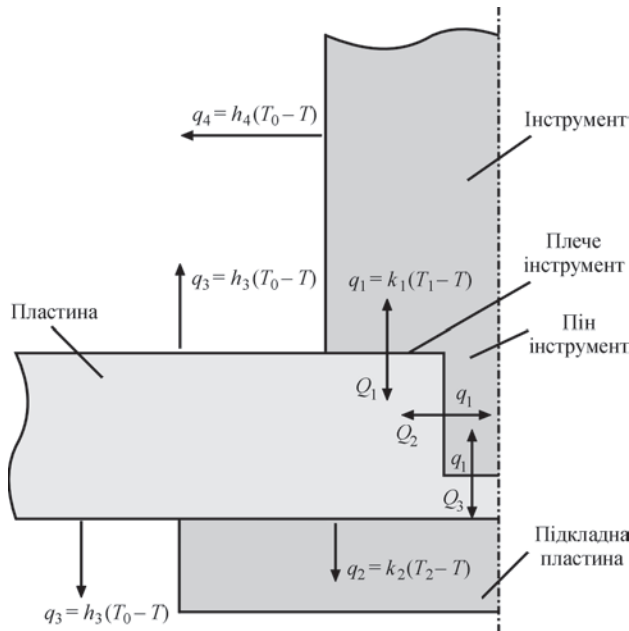


Рис. 2. Схема теплових потоків при ЗТП

де  $q_i$  – тепловий потік на поверхні елементів зварного з’єднання ( $i = 3$ ) та на поверхні інструменту ( $i = 4$ );  $T_0$  – температура навколишнього середовища;  $h_i$  – коефіцієнт теплопередачі з поверхні при конвекційному теплообміні з навколишнім середовищем (зазвичай в умовах природної конвекції на повітрі  $T_0 = 20$  °С,  $h = 10...20$  Вт/(м<sup>2</sup>·°С)).

Для проведення математичного моделювання процесів теплопереносу при зварювальному нагріві необхідні дані щодо теплофізичних властивостей основного матеріалу з’єднання в залежності від температури (табл. 1).

Діапазон температури плавлення [8, 9]:  $T_{sol} = 605$  °С,  $T_{liq} = 630$  °С, питома теплота плавлення  $Q_{liq} = 357$  кДж/кг. Коефіцієнт тертя для магнієвих сплавів приймається на рівні  $\mu = 0,3...0,4$  [3, 6, 9].

Матеріал пластини (розміром 300×300 мм) – магнієвий сплав МА2-1 (AZ31). Матеріал робочого інструменту ЗТП (діаметр плеча, що контактує з пластинною, 10 мм; діаметр в іншій частині інструменту 20 мм; загальна висота інструменту 50 мм) – нержавка сталь. Матеріал підкладної пластини (завтовшки 10 мм, завширшки 150 мм) – нержавка сталь.

Згідно з результатами експериментальних досліджень [10] задавались технологічні параметри

**Таблиця 1. Теплофізичні властивості сплаву МА2-1 (AZ31) [8]**

$T, ^\circ\text{C}$	$\alpha \cdot 10^6, 1/^\circ\text{C}$	$\lambda, \text{Вт}/(\text{м} \cdot ^\circ\text{C})$	$c_p, \text{Дж}/(\text{кг} \cdot ^\circ\text{C})$	$\rho, \text{кг}/\text{м}^3$
20	24,92	102	1008	1785
100	25,56	107	1042	1775
200	26,48	112	1076	1761
300	27,40	118	1109	1746
400	28,32	123	1143	1730
500	29,25	125	1193	1714

процесу ЗТП, при яких забезпечувалось якісне формування зварного з’єднання пластин завтовшки  $\delta = 2$  та 8 мм. Кутова швидкість обертання робочого інструменту  $\omega = 1420$  об/хв, лінійна швидкість інструменту  $v_w = 133$  мм/хв.

За експериментальною термограмою процесу зварювання, зафіксованою тепловізором, було визначено, що на зовнішніх поверхнях пластин зварного з’єднання та інструменту при ЗТП температура не вище за 355 °С. Згідно з результатами математичного моделювання, у зоні контакту інструменту та матеріалу пластин температура буде вище (приблизно на рівні 450...600 °С).

Для пластини завтовшки 2 мм вертикальний тиск на інструмент  $P_n = 28$  МПа. Якщо значення коефіцієнта тертя прийняти  $\mu = 0,4$ , тоді сумарна потужність джерела нагріву згідно з (4) складає  $W = 1,8 \cdot 10^6$  Вт/м<sup>3</sup>. Для пластини завтовшки 8 мм вертикальний тиск на інструмент задавали вищим, а саме  $P_n = 55$  МПа. Сумарна потужність джерела нагріву складає  $W = 3,5 \cdot 10^6$  Вт/м<sup>3</sup> для забезпечення максимальної температури нагріву матеріалу не нижче за 450 °С.

Для врахування тепловідводу в моделі зварного з’єднання необхідно було, крім створення додаткових моделей робочого інструменту та підкладної пластини, задати граничні умови теплопередачі й теплообміну з навколишнім середовищем.

Коефіцієнт теплопередачі між інструментом і пластиною був прийнятий рівним  $k_1 = 5000$  Вт/(м<sup>2</sup>·°С). Коефіцієнт теплопередачі між пластиною та підкладкою  $k_2 = 1000$  Вт/(м<sup>2</sup>·°С). Коефіцієнт конвекційного теплообміну з поверхні інструменту, який обертається з великою швидкістю, був прийнятий  $h_1 = 50$  Вт/(м<sup>2</sup>·°С), а коефіцієнт конвекційного теплообміну з поверхні пластини  $h_2 = 20$  Вт/(м<sup>2</sup>·°С).

Загальний час розрахунку процесу ЗТП – 37 с, з яких перші 13 с робочий інструмент обертається на місці для розігріву матеріалу пластини до 450 °С.

Проведено процедуру вибору розміру скінченно-елементної сітки для моделі визначення розподілу температур при ЗТП для пластин завтовшки 2

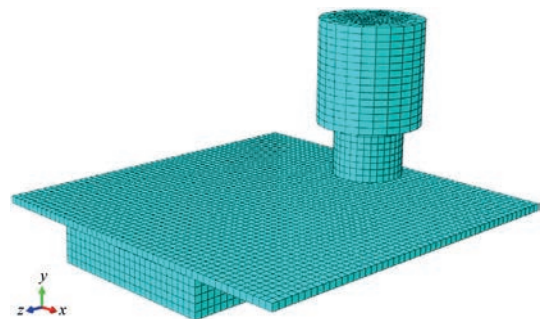


Рис. 3. Скінченно-елементна модель ЗТП, яка містить робочий інструмент, пластину із магнієвого сплаву та підкладну пластину

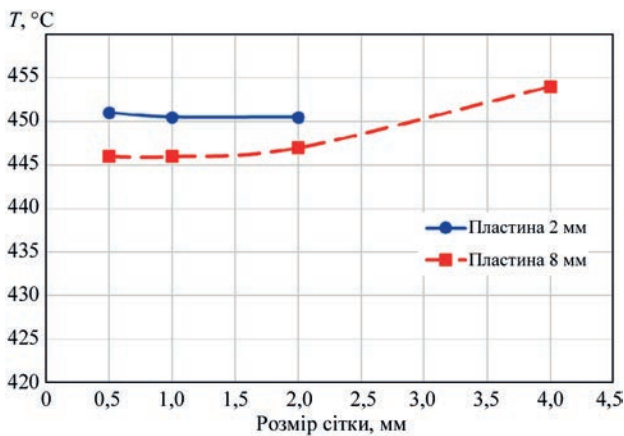


Рис. 4. Залежність максимальних значень розподілу температури при ЗТП від розміру скінченно-елементної сітки для пластин завтовшки  $\delta = 2$  і 8 мм

та 8 мм за умови, що при зменшенні розміру скінченного елемента в 2 рази відносна максимальна похибка результатів не повинна перевищувати 5%. З даних, представлених на рис. 4, можна зробити висновок, що розмір скінченно-елементної сітки в 1 мм є оптимальним з точки зору забезпечення необхідної точності результатів та ефективного використання комп'ютерних ресурсів.

**Вплив тепловіддачі в робочий інструмент і оснащення (підкладну пластину).** За допомогою

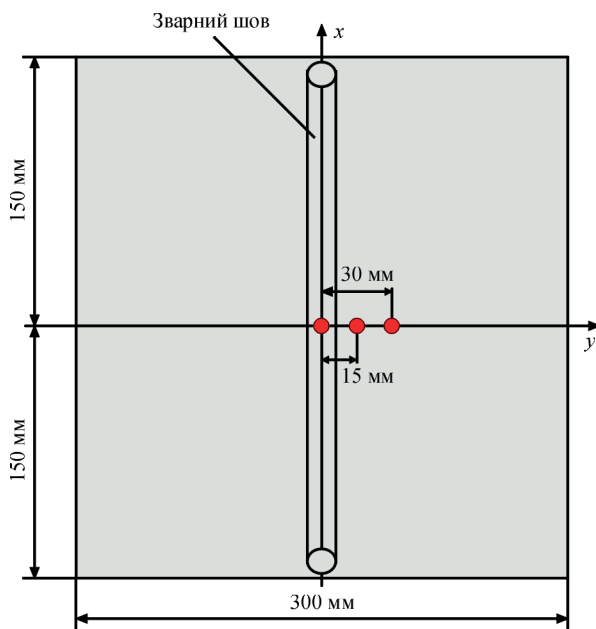


Рис. 5. Схема розташування на зразку зварного з'єднання ЗТП точок, в яких визначались термоцикли

Таблиця 2. Максимальні розрахункові температури при ЗТП пластин із магнієвого сплаву МА2-1 у залежності від урахування тепловідводу в робочий інструмент і підкладку

Товщина пластини, мм	Тепловідвід в інструмент і підкладку		Без тепловідводу в інструмент		Без тепловідводу в підкладку		Без тепловідводу в інструмент і підкладку	
	$T_{max}, ^\circ\text{C}$	$T_{max}, ^\circ\text{C}$	$T_{max}, ^\circ\text{C}$	Відносне відхилення (похибка), %	$T_{max}, ^\circ\text{C}$	Відносне відхилення (похибка), %	$T_{max}, ^\circ\text{C}$	Відносне відхилення (похибка), %
2	451	559	24		663	47	890	97
8	446	498	12		512	15	540	21

розробленої скінченно-елементної моделі (рис. 3), яка містить пластину з магнієвого сплаву, робочий інструмент і підкладну пластину з нержавкої сталі, проведено чисельне дослідження задачі теплопровідності під час руху робочого джерела нагріву при ЗТП та з урахуванням процесу тепловідводу в робочий інструмент і підкладну пластину. Визначали характер і величини розподілу максимальних температур при ЗТП пластин, а також параметри термоциклів у точках на різній відстані від осі зварного з'єднання (рис. 5).

На рис. 6 наведено розподіл температури при ЗТП пластин завтовшки 2 мм з урахуванням та без

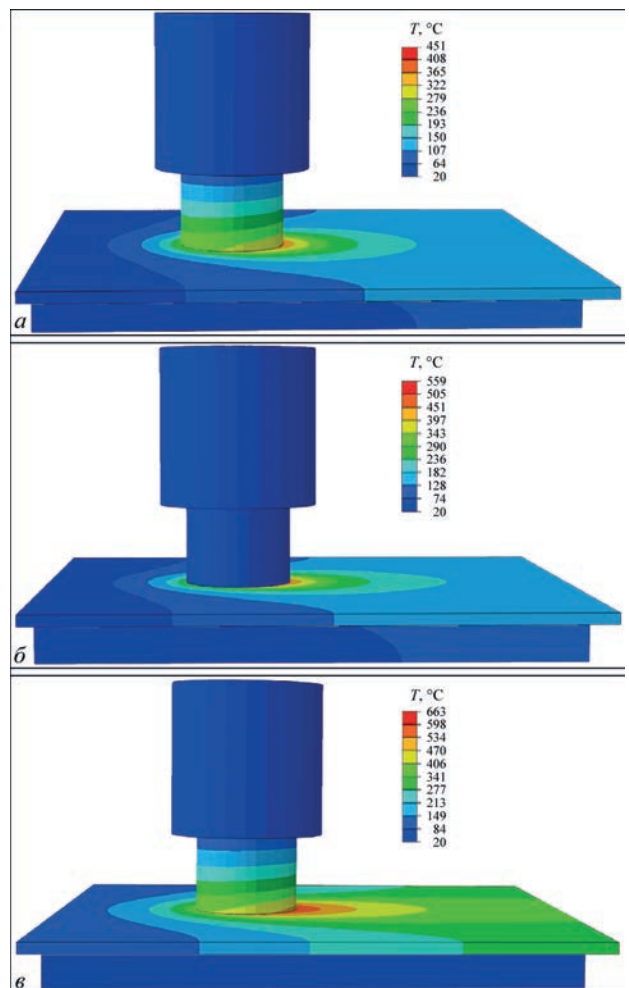


Рис. 6. Розподіл температури при ЗТП пластин завтовшки  $\delta = 2$  мм із магнієвого сплаву МА2-1: а – з тепловідводом в інструмент і підкладну пластину; б – без урахування тепловідводу в інструмент; в – без урахування тепловідводу в підкладну пластину

урахування тепловідводу в інструмент і підкладну пластину. Видно, що при врахуванні тепловідводу нижня частина робочого інструменту досить сильно розігрівається (приблизно до 300 °С), а підкладна пластина теж розігрівається, але помітно слабше (приблизно до 100 °С).

Представлені на рис. 7 розрахункові результати за термоциклами при ЗТП в точках на відстані від осі шва  $y = 0; 15; 30$  мм для різних варіантів урахування тепловідводу показали, що цей фактор є дуже важливим і його неврахування може призводити до суттєвої похибки результатів кінетики температур на всіх його стадіях – нагріву й охолодження.

При скінченно-елементному аналізі задачі теплопровідності при ЗТП пластин із магнієвого сплаву неврахування тепловідводу в робочий інструмент та підкладку призводить до суттєвих похибок (24 та 47 % відповідно) за значенням максимальних температур для тонких пластин завтовшки 2 мм (табл. 2).

У випадку зварювання товстих пластин завтовшки 8 мм неврахування тепловідводу в робочий інструмент і підкладку є вже не настільки критичним та пов'язано з меншими у 2...3 рази похиб-

ками (12 та 15 % відповідно) за значенням максимальних температур (табл. 2). Похибка розрахунку в 10...15 % є допустимою, враховуючи можливі розбіжності вхідних даних для розрахунку.

**Вплив розмірів моделі зразка зварного з'єднання.** Також дуже важливим аспектом чисельного визначення кінетики температурних розподілів при зварюванні є габаритні розміри (ширина та довжина) моделі зварного з'єднання, оскільки при математичному моделюванні треба визначити оптимальні розміри моделі для скорочення часу на розрахунок при збереженні достатньої точності результатів.

Для визначення впливу варіації розмірів моделі зварного з'єднання проведено порівняння результатів математичного моделювання процесів теплопровідності при зварювальному нагріві при ЗТП для трьох варіантів розмірів моделі: 100×100, 200×200, 300×300 мм. Розмір скінченно-елементної сітки для всіх варіантів зберігався згідно з вибраними раніше параметрами.

Представлені на рис. 8 розрахункові результати за термоциклами при ЗТП в точках на відстані від осі шва  $y = 0; 15; 30$  мм для пластин різного розміру показали, що при розмірі моделі стикового

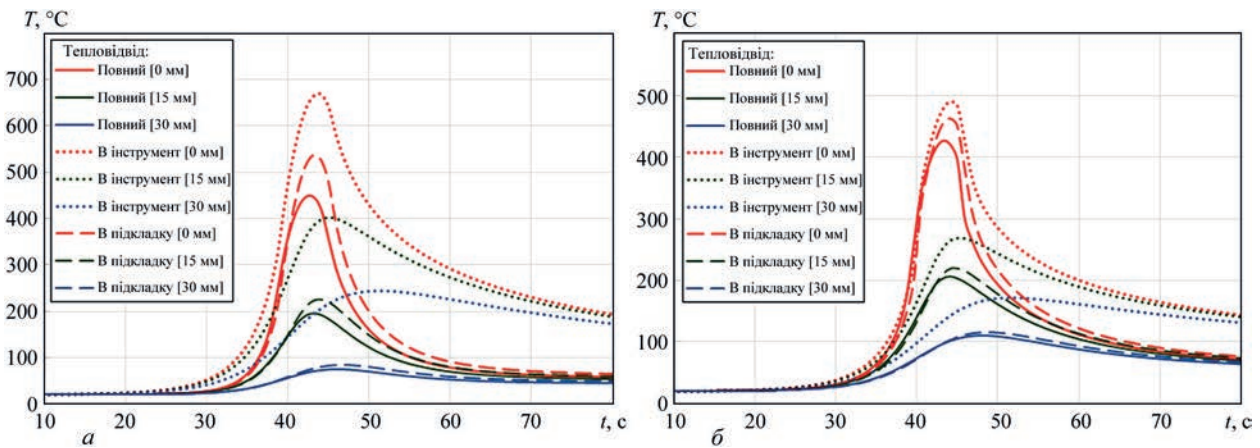


Рис. 7. Вплив тепловідводу на термоцикли при ЗТП в точках на відстані від осі шва  $y = 0; 15; 30$  мм (пластина розміром 300×300 мм): а – товщина 2 мм; б – 8

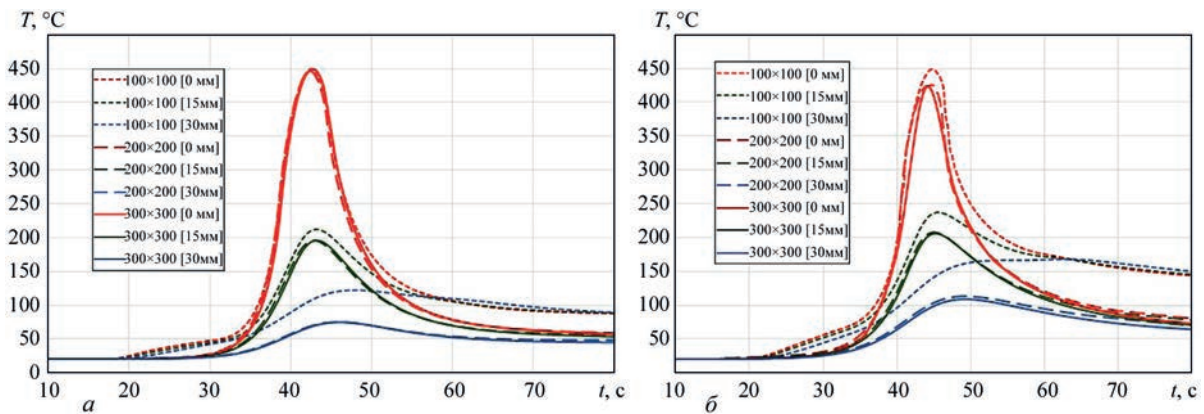


Рис. 8. Термоцикли при ЗТП в точках на відстані від осі шва  $y = 0; 15; 30$  мм для пластин різного розміру 100×100, 200×200, 300×300 мм: а – товщина 2 мм; б – 8

Таблиця 3. Теплофізичні властивості сплаву MA2-1 (AZ31) [5, 8, 11]

T, °C	$\lambda$ , Вт/(м·°C) [5]	$c_p$ , Дж/(кг·°C) [5]	$\lambda$ , Вт/(м·°C) [11]	$c_p$ , Дж/(кг·°C) [11]	$\lambda$ , Вт/(м·°C) [8]	$c_p$ , Дж/(кг·°C) [8]	$\rho$ , кг/м <sup>3</sup> [8]
20	96,4	1050	156	1025	102	1008	1785
100	101	1130	153	1072	107	1042	1775
200	105	1170	151	1118	112	1076	1761
300	109	1210	149	1164	118	1109	1746
400	113	1300	147	1209	123	1143	1730
500	120	1360	146	1255	125	1193	1714

з'єднання 100×100 мм спостерігається накопичення тепла і, відповідно, зайвий розігрів всієї моделі, який призводить до суттєвої похибки результатів термоциклу на всіх його стадіях – нагріву та охолодження, особливо для точок, які знаходяться на віддаленні від осі шва. Також цей ефект посилюється для пластин більшої товщини (8 мм). Отримані результати для розмірів моделі 200×200 і 300×300 мм є дуже близькими – похибка на рівні 1...2 %, тому для розглянутого випадку параметрів ЗТП можливо використовувати модель із розмірами 200×200 мм. Але у випадку зварювання з вищими значеннями потужності нагріву при ЗТП, а також для дугового зварювання оптимальнішим з точки зору забезпечення точності результатів температурного поля буде розмір моделі 300×300 мм.

Таблиця 4. Залежність коефіцієнта тертя від температури [12]

T, °C	$\mu$
20	0,4
100	0,4
200	0,4
250	0,4
300	0,35
400	0,25
500	0,09

**Вплив варіації значень теплофізичних властивостей матеріалу.** Як показав аналіз літературних даних, стосовно даних щодо теплофізичних властивостей в залежності від температури основного матеріалу зварного з'єднання магнієвого сплаву AZ31 (MA2-1) існує помітна різниця в значеннях цих властивостей (табл. 3, рис. 9) [5, 8, 11].

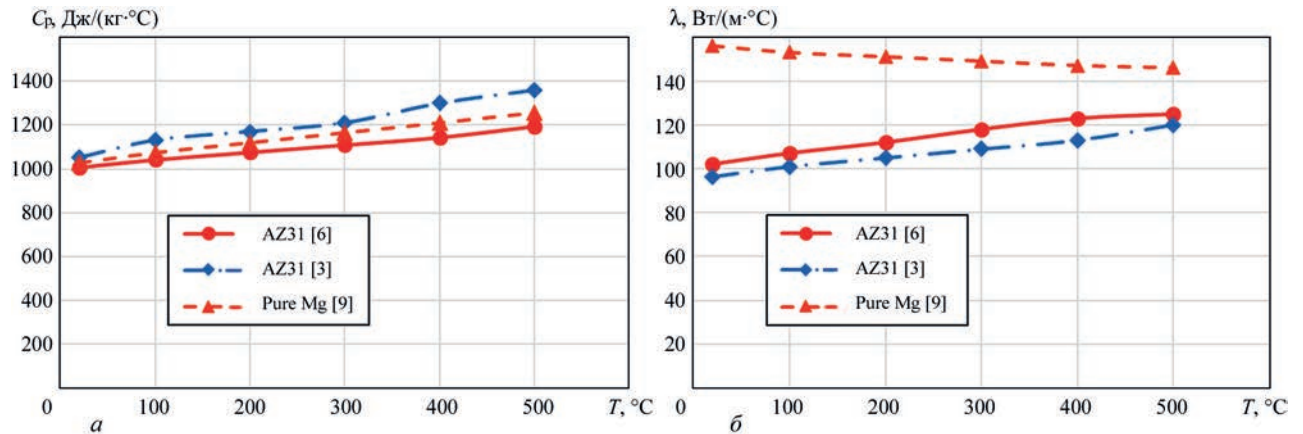


Рис. 9. Залежність питомої теплоємності та теплопровідності магнієвого сплаву AZ31 в залежності від температури за різними даними [5, 8, 11]

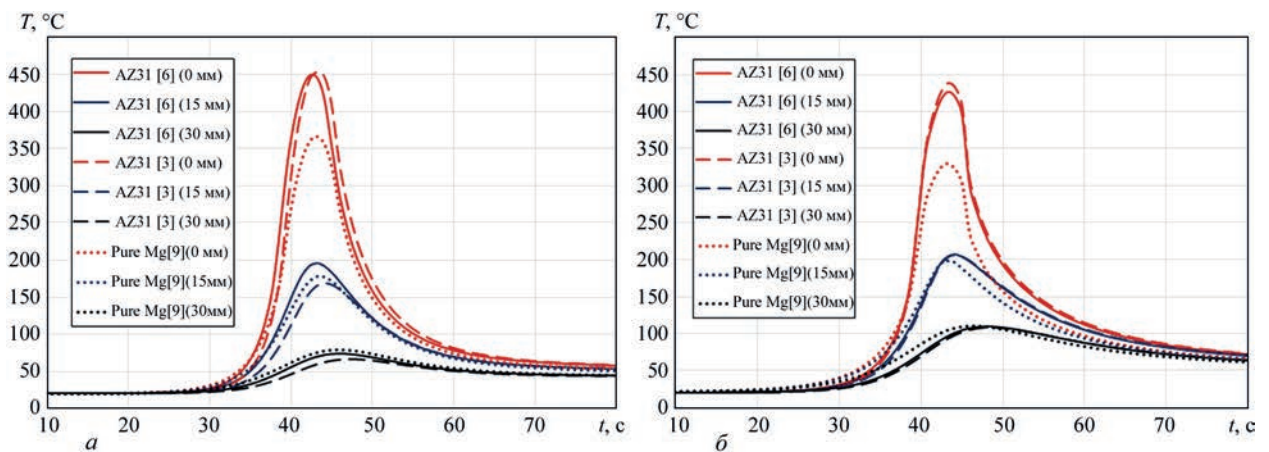


Рис. 10. Термоцикли при ЗТП в точках на відстані від осі шва  $y = 0; 15; 30$  мм і за різними даними теплофізичних властивостей (пластини 300×300 мм): а – товщина 2 мм; б – 8

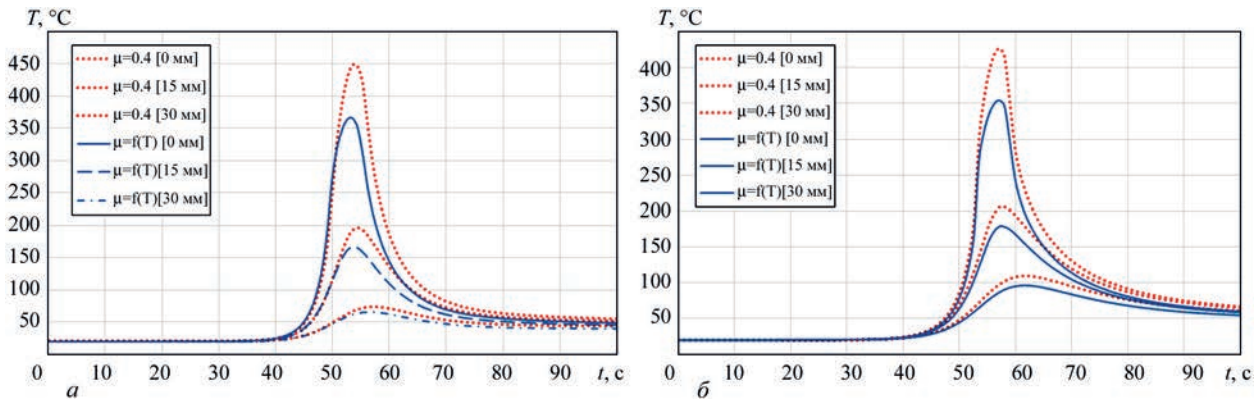


Рис. 11. Термоцикли при ЗТП в точках на відстані від осі шва  $y = 0; 15; 30$  мм і за різними даними залежності коефіцієнта тертя від температури (пластина  $300 \times 300$  мм): а – товщина 2 мм; б – 8

Для визначення впливу варіації значень теплофізичних властивостей матеріалу проведено порівняння результатів математичного моделювання процесів теплопереносу (теплопровідності) при зварювальному нагріві при ЗТП для трьох варіантів значень цих властивостей. Два варіанти властивостей взяті з літературних джерел саме для сплаву AZ31 (MA2-1), а третій варіант відповідає чистому Mg, оскільки у розглянутому сплаві цей хімічний елемент складає приблизно 95 %.

На рис. 10 представлені результати розрахунку термоциклів при ЗТП в точках на відстані від осі шва  $y = 0; 15; 30$  мм для пластини  $300 \times 300$  мм і за різними даними теплофізичних властивостей. Видно, що якщо значення властивостей відрізняються в межах 5 %, як для даних [5, 8], то й похибка результатів термоциклів не перевищує декількох відсотків. У випадку значного (від 20 до 50 %) відхилення значень коефіцієнта теплопровідності чистого Mg [11] результати за максимальними температурами термоциклів вже мають похибку більше 20 %. Тобто варіація значень теплофізичних властивостей матеріалу може призводити до похибки результатів математичного моделювання процесів теплопровідності при зварювальному нагріві при ЗТП, але ця похибка відповідає відхиленню значень самих властивостей.

Також досліджувався вплив на результати моделювання розподілів температури при ЗТП пластин із магнієвого сплаву залежності коефіцієнта тертя від температури. На рис. 11 представлені термоцикли при ЗТП пластин розміром  $300 \times 300$  мм і завтовшки  $\delta = 2$  та 8 мм в точках на відстані від осі шва  $y = 0; 15; 30$  мм за різними даними залежності коефіцієнта тертя від температури, а саме при постійному значенні  $\mu = 0,4$  і при залежності  $\mu = f(T)$  (табл. 4) [12]. Згідно з представленими на рис. 11 термоциклами при постійному значенні коефіцієнта тертя отримали вищі значення максимальних температур.

## Висновки

1. При скінченно-елементному аналізі задачі теплопровідності при ЗТП тонких пластин завтовшки 2 мм із магнієвого сплаву неврахування тепловідводу в робочий інструмент та оснащення для закріплення призводить до суттєвих похибок за значенням максимальних температур (вище 40 %), для товстих пластин завтовшки 8 мм ця похибка вже не є такою критичною (до 15 %).

2. При обмеженому розмірі моделі стикового з'єднання  $100 \times 100$  мм спостерігається накопичення тепла та зайвий розігрів всієї моделі, який призводить до суттєвої похибки результатів термоциклу на всіх його стадіях – нагріву й охолодження, особливо для точок, які знаходяться на віддаленні від осі шва. Також цей ефект підсилюється для пластин більшої товщини (8 мм). Для розглянутого випадку параметрів ЗТП можливо використовувати модель з розмірами  $200 \times 200$  мм для визначення розподілів температури, але у випадку зварювання з вищими значеннями потужності нагріву оптимальнішим з точки зору забезпечення точності результатів температурного поля буде розмір моделі  $300 \times 300$  мм.

3. Варіація значень теплофізичних властивостей матеріалу може призводити до похибки результатів математичного моделювання процесів теплопровідності при зварювальному нагріві при ЗТП, але ця похибка, як правило, не перевищує відхилення значень самих властивостей. Важливим для забезпечення точності розрахунку температурних розподілів при ЗТП є залежність коефіцієнта тертя від температури матеріалу, оскільки його значення визначає потужність тепловиділення при ЗТП.

## Список літератури /References

- ISO/TS 18166:2016. *Numerical welding simulation – Execution and documentation.*
- Zhenzhen, Yu, Wei Zhang, Hahn Choo, Zhili Feng (2012) Transient heat and material flow modeling of friction

- stir processing of magnesium alloy using threaded tool. *Metallurgical and materials transactions A*, **43**, 724–737. DOI: <https://doi.org/10.1007/s11661-011-0862-1>
3. Song, M., Kovacevic, R. (2004) Heat transfer modelling for both workpiece and tool in the friction stir welding process: a coupled model. *Proc. Inst. Mech. Engrs., Part B: J. of Engineering Manufacture*, **218**(1), 17–33. DOI: <https://doi.org/10.1243/095440504772830174>
  4. Майстренко А.Л., Нестеренков В.М., Дутка В.А. и др. (2015) Моделирование тепловых процессов для улучшения структуры металлов и сплавов методом трения с перемешиванием. *Автоматическая сварка*, **1**, 5–14. Majstrenko, A.L., Nesterenkov, V.M., Dutka, V.A., (2015) Modeling of heat processes for improvement of structure of metals and alloys by friction stir method. *The Paton Welding J.*, **1**, 2–10. DOI: <https://doi.org/10.15407/tpwj2015.01.01>
  5. Gok, A., Aydin, M. (2013) Investigations of friction stir welding process using finite element method. *The International J. of Advanced Manufacturing Technology*, **68**, 775–780. DOI: <https://doi.org/10.1007/s00170-013-4798-z>
  6. Serindag, H.T., Kiral, B.G. (2017) Friction stir welding of AZ31 magnesium alloys – a numerical and experimental study. *Latin American J. of Solids and Structures*, **14**(1), 113–130. DOI: <https://doi.org/10.1590/1679-78253162>
  7. Tsaryk, B.R., Muzhychenko, O.F., Makhnenko, O.V. (2022) Mathematical model of determination of residual stresses and strains in friction stir welding of aluminium alloy. *The Paton Welding J.*, **9**, 33–40. DOI: <https://doi.org/10.37434/tpwj2022.09.06>
  8. JMatPro® – Practical Software for Materials Properties. <https://www.senteseoftware.co.uk>
  9. He Yang, Liang Huang, Mei Zhan (2011). Hot forming characteristics of magnesium alloy AZ31 and three-dimensional FE modeling and simulation of the hot splitting spinning process. In: *Magnesium Alloys – Design, Processing and Properties*. By Czerwinski F. (Edited), pp. 367–388. DOI: <https://doi.org/10.5772/13778>
  10. Хохлов М.А., Махненко О.О., Костін В.А. та ін. (2024) Термомеханічні процеси у зонах стикових з'єднань зварювання тертям з перемішуванням тонких листів магнієвого сплаву. *Автоматичне зварювання*, **3**, 3–10. DOI: <https://doi.org/10.37434/as2024.03.01>  
Khokhlov, M.A., Makhnenko, O.O., Kostin, V.A., Pokliatskyi, A.G., Falchenko, Iu.V., Khokhlova, Yu.A. (2024) Thermo-mechanical processes in friction stir welding of magnesium alloy sheets. *Avtomatychne Zvaryvannya*, **3**, 3–10 [in Ukrainian]. DOI: <https://doi.org/10.37434/as2024.03.01>
  11. Лариков Л.Н., Юрченко Ю.Ф. (1985) *Структура и свойства металлов и сплавов: тепловые свойства металлов и сплавов. Справочник*. Киев, Наукова думка. Larikov, L.N., Yurchenko, Yu.F. (1985) *Structure and properties of metals and alloys: Thermal properties of metals and alloys. Handbook*. Kyiv, Naukova Dumka [in Russian].
  12. Khairuddin, J. (2013) *Development of multi component loads, torque and temperature measurement device for friction stir welding process*. School of Mechanical Engineering Universiti Sains Malaysia. DOI: <https://doi.org/10.13140/RG.2.1.2165.0085>

## MATHEMATICAL MODELING OF THERMAL PROCESSES IN FRICTION STIR WELDING OF LIGHT ALLOYS BASED ON MAGNESIUM

O.O. Makhnenko, O.S. Kostenevych, O.V. Makhnenko

E.O. Paton Electric Welding Institute of the NAS of Ukraine. 11 Kazymyr Malevych Str., 03150, Kyiv, Ukraine.

E-mail: [makhnenko@paton.kiev.ua](mailto:makhnenko@paton.kiev.ua)

Mathematical modeling of thermal processes in welding is one of the effective methods for predicting the quality of a welded joint depending on technological parameters. However, to develop an adequate mathematical model, it is necessary to take into account a number of factors that can significantly affect the accuracy of the results of the computational analysis. Using the example of the problem of mathematical modeling of temperature distributions in friction stir welding (FSW) of a butt joint of plates of magnesium alloy MA2-1 (AZ31) of different thicknesses (2 mm and 8 mm), a computational study of the distribution of maximum temperatures and thermal cycles in points at different distances from the welded joint axis was carried out. It was found that the results of mathematical modeling of heat conductivity processes during welding heating in FSW are influenced by several aspects, among which one of the significant ones is heat dissipation to the working tool and the restraint devices. Also, to ensure the accuracy of calculation of temperature distributions during FSW, it is important to choose the optimal dimensions of the butt joint model in order to avoid the effect of heat accumulation in a model of a limited size, and to take into account the dependence of the friction coefficient on the temperature of the material, since its value determines the power of heat dissipation in FSW. Based on the results obtained, recommendations are formulated for conducting mathematical modeling of thermal processes in FSW of light alloys. 12 Ref., 4 Tabl., 11 Fig.

*Keywords: friction stir welding, temperature distributions, thermal cycles, heat dissipation, work tool, backing plate, mathematical modeling, finite element analysis*

Отримано 08.04.2025

Отримано у переглянутому вигляді 30.06.2025

Прийнято 31.07.2025

**З** **АВТОМАТИЧНЕ**  
**ЗВАРЮВАННЯ**

ПІДПИШІТЬСЯ СЬОГОДНІ

Передплата доступна у друкованому та цифровому форматах!

Тел.: (38044) 205-23-90; E-mail: [journal@paton.kiev.ua](mailto:journal@paton.kiev.ua); [patonpublishinghouse@gmail.com](mailto:patonpublishinghouse@gmail.com)  
<https://patonpublishinghouse.com>