

# **ФИЗИЧЕСКИЕ ПРОЦЕССЫ ПРИ СВАРКЕ И ОБРАБОТКЕ МАТЕРИАЛОВ**



**ТЕОРЕТИЧЕСКОЕ ИССЛЕДОВАНИЕ  
МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ  
ВЫЧИСЛИТЕЛЬНЫЙ ЭКСПЕРИМЕНТ**

**СБОРНИК СТАТЕЙ И ДОКЛАДОВ**

# **ФИЗИЧЕСКИЕ ПРОЦЕССЫ ПРИ СВАРКЕ И ОБРАБОТКЕ МАТЕРИАЛОВ**

---

---

**ТЕОРЕТИЧЕСКОЕ ИССЛЕДОВАНИЕ,  
МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ,  
ВЫЧИСЛИТЕЛЬНЫЙ ЭКСПЕРИМЕНТ**

**СБОРНИК СТАТЕЙ И ДОКЛАДОВ**

**Физические процессы при сварке и обработке материалов. Теоретическое исследование, математическое моделирование, вычислительный эксперимент:** Сб. статей и докладов под ред. акад. НАН Украины И.В. Кривцуна. — Киев: Международная Ассоциация «Сварка», 2018. — 642 с.

Сборник включает 86 статей и докладов сотрудников отдела физики газового разряда и техники плазмы Института электросварки им. Е.О. Патона НАН Украины, опубликованных за период 1978–2018 гг. В нем обобщен сорокалетний опыт научно-исследовательской деятельности отдела в области теоретического исследования и компьютерного моделирования физических явлений, протекающих при дуговых, плазменных, лазерных и гибридных процессах сварки, наплавки и напыления покрытий. Может быть интересен и полезен ученым, инженерам и технологам, занимающимся проблемами дуговой, плазменной, лазерной и гибридной сварки и обработки материалов, а также аспирантам и студентам, изучающим теоретические основы сварочных и родственных процессов.

Редактор *Б.В. Хитровская*

Компьютерная верстка *Т.Ю. Снегирева*

Дизайн обложки *Д.И. Серeda*

Свидетельство серия ДК, № 3497 от 4 июня 2009 г.

ISBN 978-617-7015-74-0

© Институт электросварки им. Е.О. Патона НАН Украины, 2018  
© Международная Ассоциация «Сварка», 2018

# СОДЕРЖАНИЕ

ПРЕДИСЛОВИЕ .....	9
РАЗДЕЛ 1. ДУГОВАЯ СВАРКА И ВНЕПЕЧНАЯ ОБРАБОТКА МЕТАЛЛОВ .....	11
<b>1.1. ФИЗИЧЕСКИЕ ПРОЦЕССЫ В ЭЛЕКТРИЧЕСКИХ ДУГАХ ПРИ ДУГОВОЙ СВАРКЕ И ВНЕПЕЧНОЙ ОБРАБОТКЕ МЕТАЛЛОВ .....</b>	<b>11</b>
1.1.1. <i>Воропай Н.М., Кривцун И.В.</i> Газодинамические характеристики плазменных потоков в сварочных дугах .....	17
1.1.2. <i>Воропай Н.М., Кривцун И.В.</i> Эффективный потенциал ионизации многокомпонентных систем с активирующими присадками .....	20
1.1.3. <i>Гвоздецкий В.С., Кривцун И.В., Шевелев М.В.</i> Методика определения параметров функции распределения плотности тока в анодном пятне сварочной дуги .....	22
1.1.4. <i>Гвоздецкий В.С., Кривцун И.В., Чиженко М.И.</i> Расчет теплофизических свойств и коэффициентов переноса термической плазмы при сварке в Ar–He-смеси .....	27
1.1.5. <i>Гвоздецкий В.С., Демченко В.Ф., Кривцун И.В., Махненко В.И., Романенко А.В., Чиженко М.И.</i> Моделирование процессов переноса в многокомпонентной плазме столба сварочной дуги .....	31
1.1.6. <i>Кривцун И.В., Парнета И.М.</i> Особенности токопереноса в анодной области дугового разряда .....	38
1.1.7. <i>Кривцун И.В., Крикент И.В., Демченко В.Ф., Лісний О.Б., Наквасюк В.В.</i> Задача электропереносу з розривним розв'язком .....	41
1.1.8. <i>Кривцун И., Демченко В., Лесной А., Наквасюк В., Мокров О., Райзген У., Забилов А., Павлык В.</i> Математическое моделирование электромагнитных процессов в системе «сварочная дуга–испаряющийся анод» с учетом анодного падения потенциала .....	44
1.1.9. <i>Krivtsun I., Demchenko V., Lesnoi A., Krikent I., Mokrov O., Reisgen U., Zabirow A., Pavlyk V.</i> Model of heat-, mass- and charge-transfer in welding arc column and anode region .....	53
1.1.10. <i>Porytsky P., Krivtsun I., Demchenko V., Reisgen U., Mokrov O., Zabirow A.</i> On the application of the theory of Lorentzian plasma to calculation of transport properties of multicomponent arc plasmas .....	61
1.1.11. <i>Кривцун И.В., Демченко В.Ф., Крикент И.В.</i> Модель процессов тепло-, массо- и электропереноса в анодной области и столбе сварочной дуги с тугоплавким катодом .....	68
1.1.12. <i>Krivtsun I., Demchenko V., Lesnoi A., Krikent I., Porytsky P., Mokrov O., Reisgen U., Zabirow A., Pavlyk V.</i> Modelling of electromagnetic processes in system «welding arc–evaporating anode». Part 1: Model of anode region .....	76
1.1.13. <i>Krivtsun I., Demchenko V., Lisnyi O., Krikent I., Porytsky P., Reisgen U., Mokrov O., Zabirow A., Pavlyk V.</i> Modelling of electromagnetic processes in system «welding arc–evaporating anode». Part 2: Model of arc column and anode metal .....	82
1.1.14. <i>Demchenko V.F., Pavlyk V.O., Dilthey U., Krivtsun I.V., Lisnyi O.B., Nakvasyuk V.V.</i> Problems of heat-, mass- and charge-transfer with discontinuous solutions .....	86
1.1.15. <i>Крикент И.В., Кривцун И.В., Демченко В.Ф.</i> Моделирование процессов тепло-, массо- и электропереноса в столбе и анодной области дуги с тугоплавким катодом .....	94

1.1.16. Семенов И.Л., Кривцун И.В., Зельниченко А.Т. Исследование процессов испарения бинарных сплавов в условиях дуговой сварки .....	99
1.1.17. <i>Semenov I., Krivtsun I., Demchenko V., Semenov A., Reisgen U., Mokrov O., Zabiroy A.</i> Modelling of binary alloy (Al–Mg) anode evaporation in arc welding .....	104
1.1.18. <i>Porytsky P., Krivtsun I., Demchenko V., Reisgen U., Mokrov O., Zabiroy A., Gorchakov S., Timofeev A., Uhrlandt D.</i> Transport properties of multicomponent thermal plasmas: Grad method versus Chapman–Enskog method .....	111
1.1.19. Кривцун И.В., Крикент И.В., Демченко В.Ф. Моделирование динамических характеристик импульсной дуги с тугоплавким катодом .....	123
1.1.20. Крикент И.В., Кривцун И.В., Демченко В.Ф., Пиптюк В.П. Численное моделирование сильноточного дугового разряда в установке ковш–печь постоянного тока .....	135
1.1.21. Крикент И.В., Кривцун И.В., Демченко В.Ф. Моделирование электрической дуги с тугоплавким катодом и испаряющимся анодом .....	141
1.1.22. <i>Semenov I.L., Krivtsun I.V., Reisgen U.</i> Numerical study of the anode boundary layer in atmospheric pressure arc discharges .....	149
1.1.23. Сидорец В.Н., Кривцун И.В., Демченко В.Ф., Крикент И.В., Коваленко Д.В., Коваленко И.В., Павлов А.Г. Расчетное и экспериментальное исследование статических и динамических вольт-амперных характеристик аргоновой дуги с тугоплавким катодом .....	161
1.1.24. <i>Krivtsun I., Demchenko V., Krikent I., Reisgen U., Mokrov O., Zabiroy A.</i> Distributed and integrated characteristics of the near-anode plasma of the welding arc in TIG and hybrid (TIG + CO <sub>2</sub> laser) welding .....	168
1.1.25. Демченко В.Ф., Бои У., Кривцун И.В., Лихошва А.В., Сидорец В.Н., Коваленко Д.В., Коваленко И.В., Павлов А.Г. Методика восстановления распределения плотности электрического тока в анодном пятне дуги с тугоплавким катодом по экспериментальным данным, полученным методом разрезного анода .....	187
1.1.26. Демченко В.Ф., Бои У., Кривцун И.В., Шуба И.В. Действующие значения электродинамических характеристик процесса сварки неплавящимся электродом с импульсной модуляцией тока дуги .....	195
<b>1.2. ПРОЦЕССЫ ТЕПЛО-, МАССО- И ЭЛЕКТРОПЕРЕНОСА В СВАРИВАЕМОМ МЕТАЛЛЕ И МЕТАЛЛИЧЕСКОМ РАСПЛАВЕ .....</b>	<b>206</b>
1.2.1. Кривцун И.В., Демченко В.Ф., Ющенко К.А., Лесной А.Б., Коваленко Д.В., Коваленко И.В. Математическое моделирование тепловых, электромагнитных и гидродинамических процессов при ТИГ и А-ТИГ сварке неподвижной дугой .....	208
1.2.2. <i>Yushchenko K.A., Kovalenko D.V., Krivtsun I.V., Demchenko V.F., Kovalenko I.V., Lesnoy A.B.</i> Experimental studies and mathematical modelling of penetration in TIG and A-TIG stationary arc welding of stainless steel .....	216
1.2.3. Крикент И.В., Самохвалов С.Е., Кабаков Д.Ю., Кривцун И.В., Демченко В.Ф., Пиптюк В.П., Греков С.В. Численное исследование гидродинамики расплава в установке ковш–печь постоянного тока .....	225
1.2.4. Демченко В.Ф., Кривцун И.В., Крикент И.В., Шуба И.В. Силовое взаимодействие тока дуги с собственным магнитным полем .....	229
<b>1.3. ПЛАВЛЕНИЕ И ПЕРЕНОС ЭЛЕКТРОДНОГО МЕТАЛЛА ПРИ СВАРКЕ ПЛАВЯЩИМСЯ ЭЛЕКТРОДОМ .....</b>	<b>239</b>
1.3.1. Семенов А., Демченко В., Кривцун И., Мокров О., Забиroy А., Райсген У. Математическое моделирование процесса формирования капли электродного металла .....	241

1.3.2. <i>Semenov A., Krivtsun I., Demchenko V.</i> Calculation of distributed characteristics of electric and magnetic fields in «electrode wire–welding arc» system .....	250
1.3.3. <i>Semenov O., Demchenko V., Krivtsun I., Reisgen U., Mokrov O., Zabirov A.</i> A dynamic model of droplet formation in GMA welding .....	255
1.3.4. <i>Semenov O., Demchenko V., Krivtsun I., Reisgen U., Mokrov O., Zabirov A.</i> Modelling of the droplet formation process in GMA welding .....	263
1.3.5. <i>Reisgen U., Mokrov O., Zabirov A., Krivtsun I., Demchenko V., Lisnyi O., Semenov I.</i> Task of volumetrical evaporation and behaviour of droplets in pulsed MIG welding of AlMg alloys .....	269
1.3.6. <i>Семенов А.П.</i> Методы математического моделирования процессов формирования и переноса капель электродного металла при сварке плавящимся электродом (Обзор) .....	275
1.3.7. <i>Reisgen U., Mokrov O., Krivtsun I., Semenov O.</i> Study of the electrode metal transfer in GMAW by combining of two modeling approaches .....	285
<b>РАЗДЕЛ 2. ЛАЗЕРНАЯ СВАРКА И ОБРАБОТКА МАТЕРИАЛОВ</b> .....	<b>289</b>
<b>2.1. ФИЗИЧЕСКИЕ ПРОЦЕССЫ ПРИ ВЗАИМОДЕЙСТВИИ ЭЛЕКТРОМАГНИТНОГО ИЗЛУЧЕНИЯ С МАТЕРИАЛАМИ В УСЛОВИЯХ ЛАЗЕРНОЙ СВАРКИ И ОБРАБОТКИ</b> .....	<b>289</b>
2.1.1. <i>Гвоздецкий В.С., Корчинский Г.М., Кривцун И.В., Загородний А.Г., Якименко И.П.</i> Расчет энергетических коэффициентов поглощения и отражения электромагнитного излучения при лазерной сварке .....	293
2.1.2. <i>Гвоздецкий В.С., Корчинский Г.М., Кривцун И.В., Загородний А.Г., Якименко И.П.</i> К расчету коэффициентов поглощения и отражения оптического пучка при лазерной обработке металлов .....	298
2.1.3. <i>Гвоздецкий В.С., Загородний А.Г., Кривцун И.В., Якименко И.П.</i> О влиянии слоистых диэлектрических покрытий на поглощательные свойства ограниченных плазмopodobных сред .....	300
2.1.4. <i>Гвоздецкий В.С., Корчинский Г.М., Кривцун И.В., Загородний А.Г., Якименко И.П.</i> Особенности поглощения энергии в слое диэлектрика, находящегося на металлической поверхности, при его термической обработке электромагнитным излучением .....	305
2.1.5. <i>Бушма А.И., Кривцун И.В.</i> Особенности нагрева мелкодисперсных керамических частиц лазерным излучением .....	309
2.1.6. <i>Bushma A.I., Krivtsun I.V.</i> Peculiarities of absorption and scattering of different wavelength laser radiation by fine spherical particles .....	315
2.1.7. <i>Кривцун И.В., Талерко А.Н.</i> Влияние поляризации излучения на поглощение лазерного пучка при сварке с глубоким проплавлением .....	320
2.1.8. <i>Бушма А.И., Васенин Ю.Л., Кривцун И.В.</i> Моделирование процесса лазерного напыления керамических покрытий с учетом рассеяния лазерного пучка напыляемыми частицами .....	326
2.1.9. <i>Сухоруков С.Б., Кривцун И.В., Сидорец В.Н.</i> Математическое моделирование газодинамики, тепло- и массообмена в потоке металлического пара при лазерной сварке с глубоким проплавлением .....	332
2.1.10. <i>Semenov I.L., Krivtsun I.V., Demchenko V.F.</i> Modeling of metal vaporization at laser processing .....	342
2.1.11. <i>Кривцун И.В., Семенов И.Л., Демченко В.Ф.</i> Сравнительный анализ моделей конвективного испарения металла при лазерной обработке .....	348

2.1.12. <i>Беденко Д.В., Ковалев О.Б., Кривцун И.В.</i> Моделирование лазерной плазмы в парогазовом канале при сварке металлов с глубоким проплавлением .....	354
2.1.13. <i>Bedenko D.V., Kovalev O.B., Krivtsun I.V.</i> Simulation of plasma dynamics in a keyhole during laser welding of metal with deep penetration .....	359
2.1.14. <i>Semenov I.L., Krivtsun I.V.</i> Numerical study of condensed-phase nucleus growth in vapor-gas jet under laser welding .....	369
2.1.15. <i>Кривцун И.В., Семенов И.Л.</i> Исследование процесса зарядки частиц конденсированной фазы в парогазовом факеле .....	374
<b>2.2. ТЕПЛОВЫЕ И ГИДРОДИНАМИЧЕСКИЕ ПРОЦЕССЫ В ОБРАБАТЫВАЕМОМ МЕТАЛЛЕ</b> .....	<b>378</b>
2.2.1. <i>Кривцун И.В., Семенов И.Л., Демченко В.Ф.</i> Численный анализ процессов нагрева и конвективного испарения металла при обработке излучением импульсного лазера .....	379
2.2.2. <i>Semenov I., Krivtsun I., Demchenko V., Zatserkovny A.</i> Modeling of metal evaporation and plasma formation at pulsed laser processing .....	385
2.2.3. <i>Семенов А.П., Шуба И.В., Кривцун И.В., Демченко В.Ф.</i> Моделирование поведения сварочной ванны при точечной сварке импульсным лазерным излучением .....	393
<b>РАЗДЕЛ 3. ПЛАЗМЕННЫЕ ТЕХНОЛОГИИ</b> .....	<b>398</b>
<b>3.1. ФИЗИЧЕСКИЕ ПРОЦЕССЫ В ДУГОВЫХ ПЛАЗМОТРОНАХ, СЖАТЫХ ДУГАХ И ПЛАЗМЕННЫХ СТРУЯХ</b> .....	<b>398</b>
3.1.1. <i>Харламов М.Ю., Кривцун И.В., Коржик В.Н., Петров С.В., Демьянов А.И.</i> Математическая модель дуговой плазмы, генерируемой плазмотроном с проволокой-анодом .....	401
3.1.2. <i>Харламов М.Ю., Кривцун И.В., Коржик В.Н., Петров С.В., Демьянов А.И.</i> Влияние рода газа спутного потока на характеристики дуговой плазмы, создаваемой плазмотроном с проволокой-анодом .....	408
3.1.3. <i>Харламов М.Ю., Кривцун И.В., Коржик В.Н., Петров С.В., Демьянов А.И.</i> Уточненная математическая модель электрической дуги в плазмотроне с внешней токоведущей проволокой .....	413
3.1.4. <i>Кривцун И.В., Харламов М.Ю., Петров С.В., Маринский Г.С., Коржик В.Н., Чернец А.В.</i> Численный анализ характеристик дуговой плазмы в паровоздушных плазмотронах с тугоплавким катодом .....	417
3.1.5. <i>Харламов М.Ю., Кривцун И.В., Коржик В.Н., Ткачук В.И., Шевченко В.Е., Юлюгин В.К., Бойи Ву, Ситко А.И., Ярош В.Е.</i> Моделирование характеристик плазмы сжатой дуги при воздушно-плазменной резке на прямой и обратной полярностях .....	426
3.1.6. <i>Игнатов А.В., Кривцун И.В., Семенов И.Л.</i> Характеристики неравновесной дуговой плазмы в канале сопла плазмотрона .....	435
3.1.7. <i>Кривцун И.В., Крикент И.В., Демченко В.Ф.</i> Численный анализ характеристик плазмы сжатой и свободногорящей дуги с тугоплавким катодом .....	445
<b>3.2. ВЗАИМОДЕЙСТВИЕ ПОТОКА ДУГОВОЙ ПЛАЗМЫ С ДИСПЕРСНЫМИ МАТЕРИАЛАМИ ПРИ ПЛАЗМЕННОМ НАПЫЛЕНИИ ПОКРЫТИЙ</b> .....	<b>452</b>
3.2.1. <i>Борисов Ю.С., Кривцун И.В., Мужиченко А.Ф., Люгшайдер Е., Эритт У.</i> Компьютерное моделирование процесса плазменного напыления .....	453
3.2.2. <i>Борисов Ю.С., Зацерковный А.С., Кривцун И.В.</i> Математическое моделирование процесса плазменного напыления композиционных порошков с учетом экзотермической реакции синтеза материала покрытия .....	463

3.2.3. Борисов Ю.С., Зацерковный А.С., Кривцун И.В. Конвективно-кондуктивный и радиационный теплообмен потока плазмы с частицами дисперсного материала в условиях плазменного напыления .....	467
3.2.4. Борисов Ю.С., Зацерковный А.С., Кривцун И.В. Особенности теплообмена ионизированного газа с испаряющейся частицей в условиях плазменного напыления .....	472
<b>3.3. ПРОЦЕССЫ ВЗАИМОДЕЙСТВИЯ ДУГОВОЙ ПЛАЗМЫ С ПРОВОЛОЧНЫМИ МАТЕРИАЛАМИ ПРИ ПЛАЗМЕННО-ДУГОВОМ НАПЫЛЕНИИ .....</b>	<b>480</b>
3.3.1. Харламов М.Ю., Кривцун И.В., Коржик В.Н., Петров С.В. Нагрев и плавление проволоки-анода при плазменно-дуговом напылении .....	481
3.3.2. Харламов М.Ю., Кривцун И.В., Коржик В.Н., Петров С.В. Формирование пленки жидкого металла на торце проволоки-анода при плазменно-дуговом напылении .....	487
3.3.3. Харламов М.Ю., Кривцун И.В., Коржик В.Н. Численное моделирование движения, нагрева и дробления частиц, формирующихся при диспергировании проволоки, в условиях плазменно-дугового напыления .....	493
3.3.4. Kharlamov M. Yu., Krivtsun I. V., Korzhyk V. N. Dynamic model of the wire dispersion process in plasma-arc spraying .....	501
3.3.5. Kharlamov M. Yu., Krivtsun I. V., Korzhyk V. N., Ryabovolyk Y. V., Demyanov O. I. Simulation of motion, heating, and breakup of molten metal droplets in the plasma jet at plasma-arc spraying .....	511
<b>РАЗДЕЛ 4. ГИБРИДНЫЕ ЛАЗЕРНО-ДУГОВЫЕ И ЛАЗЕРНО-ПЛАЗМЕННЫЕ ПРОЦЕССЫ СВАРКИ И ОБРАБОТКИ МАТЕРИАЛОВ .....</b>	<b>523</b>
<b>4.1. ВЗАИМОДЕЙСТВИЕ ЛАЗЕРНОГО ИЗЛУЧЕНИЯ С ДУГОВОЙ ПЛАЗМОЙ, ЛАЗЕРНО-ДУГОВОЙ РАЗРЯД И ПЛАЗМОТРОНЫ НА ЕГО ОСНОВЕ .....</b>	<b>523</b>
4.1.1. Гвоздецкий В.С., Кривцун И.В., Свиргун А.А., Чиженко М.И. Расчетная оценка влияния лазерного излучения на характеристики плазмы столба дуги в канале сопла .....	526
4.1.2. Кривцун И.В., Чиженко М.И. Основы расчета лазерно-дуговых плазмотронов .....	532
4.1.3. Кривцун И.В. Особенности работы трубчатого термокатода, подогреваемого лазерным излучением .....	540
4.1.4. Кривцун И.В. Моделирование комбинированных лазерно-плазменных процессов обработки материалов и устройств для их реализации .....	547
4.1.5. Кривцун И.В., Крикент И.В., Демченко В.Ф., Райсген У., Забиров А.Ф., Мокров О.А. Взаимодействие пучка излучения CO <sub>2</sub> -лазера с плазмой электрической дуги при гибридной (лазер + ТИГ) сварке .....	561
4.1.6. Reisgen U., Zabirov A., Krivtsun I., Demchenko V., Krikent I. Interaction of CO <sub>2</sub> -laser beam with argon plasma of gas tungsten arc .....	571
4.1.7. Игнатов А., Кривцун И., Семенов И., Райсген У., Забиров А. Влияние сфокусированного лазерного излучения на характеристики дуговой плазмы в канале сопла плазмотрона .....	579
<b>4.2. ПРОЦЕССЫ КОМБИНИРОВАННОГО ЛАЗЕРНО-ДУГОВОГО ВОЗДЕЙСТВИЯ НА МАТЕРИАЛЫ .....</b>	<b>589</b>
4.2.1. Сом А.И., Кривцун И.В. Лазер + плазма: поиск новых возможностей в наплавке .....	591
4.2.2. Кривцун И.В. Модель испарения металла при дуговой, лазерной и лазерно-дуговой сварке .....	597
4.2.3. Кривцун И.В. Особенности проплавления металла при лазерно-дуговой сварке с использованием ИАГ-лазера .....	606

4.2.4. Бушма А.И., Зельниченко А.Т., Кривцун И.В. Сравнительный анализ лазерного, плазменного и комбинированного способов нагрева мелкодисперсных керамических частиц .....	610
4.2.5. Krivtsun I.V., Demchenko V.F., Lesnoj A.B. Model of evaporation-condensation processes in welding and material treatment .....	614
4.2.6. Borisov Yu., Bushma A., Krivtsun I. Modeling of motion and heating of powder particles in laser, plasma, and hybrid spraying .....	618
4.2.7. Semenov I.L., Krivtsun I.V., Demchenko V.F. Numerical investigation of the effect of pulse laser-arc heat source on metal .....	624
4.2.8. Krivtsun I., Reisgen U., Semenov O., Zabiroy A. Modeling of weld pool phenomena in tungsten inert gas, CO <sub>2</sub> laser and hybrid (TIG + CO <sub>2</sub> laser) welding .....	634
<b>ИМЕННОЙ УКАЗАТЕЛЬ</b> .....	<b>641</b>

# ПРЕДИСЛОВИЕ

Одной из ключевых проблем современного промышленного производства является совершенствование существующих и разработка новых высокоэффективных технологий соединения и обработки металлических материалов. К ним относятся, например, такие технологические процессы, как сварка плавлением, наплавка, напыление покрытий, термообработка поверхности, дуговое рафинирование сталей. На современном этапе развития сварочных и родственных технологий решение данной проблемы невозможно без детального исследования совокупности физических явлений (тепловых, диффузионных, газо-, гидродинамических, электромагнитных, оптических и др.), протекающих при взаимодействии со свариваемым или обрабатываемым материалом различных источников тепловой энергии. Это газоразрядная, прежде всего дуговая, плазма, электромагнитное, в частности лазерное излучение или их комбинация. При этом материал может быть либо компактным (свариваемое или обрабатываемое изделие, электродные или присадочные материалы, рафинируемый жидкий металл) либо дисперсным (порошковые материалы, используемые в процессах плазменной наплавки и напыления покрытий).

Экспериментальное исследование физической природы такого многофакторного взаимодействия сопряжено со значительными трудностями, обусловленными высокими значениями температуры плазмы и поверхности обрабатываемого материала в зоне воздействия источника тепла, малыми геометрическими размерами указанной зоны, высокими скоростями протекания исследуемых процессов и рядом других обстоятельств. Кроме того, полученные экспериментальные данные, как правило, отражают совокупный результат действия всего комплекса физических процессов, протекающих в системе «источник тепла–обрабатываемый материал», при этом выявить роль каждого из них в формировании результирующего эффекта оказывается достаточно сложной задачей. Поэтому в последние десятилетия все большее внимание специалистов привлекают методы теоретического исследования, включая разработку математических моделей, а также появившиеся с развитием вычислительной техники численные методы и пакеты прикладных программ для комплексного компьютерного моделирования физических процессов\* при сварке и обработке материалов. Такой подход позволяет существенно сократить расходы, связанные с проведением большого количества дорогостоящих натуральных экспериментов, поскольку дает возможность достаточно быстро и относительно дешево проводить качественный и количественный анализ процессов, протекающих в рассматриваемой системе, для широкого диапазона условий и параметров режима сварки или обработки, характеристик и свойств свариваемого или обрабатываемого материала. Кроме того, что особенно важно, численное моделирование позволяет исследовать влияние на прогнозируемый результат технологического процесса каждого из учитываемых моделью физических явлений отдельно и таким образом определять оптимальные пути и методы совершенствования рассматриваемой технологии и оборудования для ее реализации.

Разработка комплексных математических моделей физических процессов при сварке и обработке материалов требует не только учета многофакторности воздействия источника тепловой энергии на свариваемый или обрабатываемый материал, т.е. рассмотрения теплового, динамического, электромагнитного и других видов воздействия, но и включения в модель обратного влияния материала на взаимодействующий с ним источник энергии. В качестве примера можно упомянуть влияние испаренного материала свариваемого изделия, электродной проволоки или частиц напыляемого порошка на характеристики дуговой плазмы как источника тепла при различных способах дуговой сварки, наплавки

\*В зарубежной литературе подобный подход называется Multiphysics (см., например, Traidia A. Multiphysics modelling and numerical simulation of GTA weld pools. HAL Id: pastel-00709055 <https://pastel.archives-ouvertes.fr/pastel-00709055>)

---

или напыления. Таким образом, важной характеристикой разрабатываемых моделей должна быть их самосогласованность, которая позволяет описывать всю совокупность физических процессов, протекающих в объеме свариваемого или обрабатываемого материала, на его поверхности, граничащей с источником тепловой энергии, и в самом источнике тепла (в дуговой плазме, в лазерном пучке или в зоне их взаимодействия).

Работы по комплексному теоретическому исследованию и математическому моделированию физических процессов при сварке и обработке материалов проводятся в Институте электросварки им. Е.О. Патона (ИЭС) еще с 70-х годов прошлого века. По инициативе Бориса Евгеньевича Патона в январе 1977 г. в составе отдела № 6 ИЭС была создана новая структурная лаборатория физики электрического разряда и техники плазмы, трансформировавшаяся в апреле 1978 г. в отдельный научный отдел № 56 «Физика газового разряда и техника плазмы», который возглавил доктор технических наук Василий Степанович Гвоздецкий. За сорок лет существования отдела разработано множество подходов и моделей как для теоретического исследования и численного моделирования отдельных физических явлений, протекающих в системе «источник тепла–обрабатываемый материал», так и для комплексного компьютерного моделирования процессов дуговой, плазменной и микроплазменной сварки, процессов плазменного и плазменно-дугового напыления покрытий, лазерных и гибридных (лазерно-дуговых и лазерно-плазменных) процессов сварки, порошковой наплавки и нанесения покрытий, а также процессов дуговой обработки жидких металлов. Проведен большой объем вычислительных экспериментов, позволивших установить новые закономерности протекания физических явлений при различных способах сварки и обработки материалов и на этой основе выработаны конкретные практические рекомендации по совершенствованию существующих и разработке новых сварочных и родственных технологий, созданию специализированного оборудования для их реализации.

Данные работы выполнены сотрудниками отдела № 56 (В.С. Гвоздецкий, И.В. Кривцун, Ю.Л. Васенин, И.М. Парнета, М.И. Чиженко, М.В. Шевелев, Г.М. Корчинский, А.И. Бушма, А.С. Зацерковный, А.Н. Талерко, В.Н. Сидорец, С.Б. Сухоруков, В.Ф. Демченко, И.Л. Семенов, А.П. Семенов, И.В. Крикент, М.Ю. Харламов, В.В. Наквасюк, А.Б. Лесной, А.В. Игнатов, К.В. Губаев, А.В. Лихошва) в тесном сотрудничестве со специалистами других отделов ИЭС им. Е.О. Патона, а также с учеными Института теоретической физики им. Н.Н. Боголюбова НАН Украины, Института сварки и соединения материалов Аахенского университета (Германия), Института теоретической и прикладной механики им. С.А. Христиановича СО РАН (РФ), Института ядерных исследований НАН Украины, Института газа НАН Украины, Китайско-украинского института сварки им. Е.О. Патона (КНР) и ряда других научно-исследовательских организаций.

Основные результаты проведенных исследований были представлены на многих национальных и международных конференциях, опубликованы в различных отечественных и зарубежных журналах, а также составили основу нескольких монографий. Общее количество таких публикаций превышает две сотни, что при учете широкого спектра журналов и трудов конференций делает ознакомление с их содержанием весьма непростой задачей. Данный сборник статей и докладов позволяет читателям ознакомиться с основными результатами работы отдела физики газового разряда и техники плазмы в области комплексного теоретического исследования, математического моделирования и численного анализа физических процессов при различных способах сварки и обработки материалов.

Статьи и доклады, включенные в настоящий сборник, приведены на языке оригинала с указанием полных выходных данных работы (издательство, год выхода, том или номер журнала, страницы) и сгруппированы по тематике в четырех разделах и соответствующих подразделах. В каждом подразделе статьи и доклады расположены в хронологическом порядке.

# Раздел 1

---

## ДУГОВАЯ СВАРКА И ВНЕПЕЧНАЯ ОБРАБОТКА МЕТАЛЛОВ

В данный раздел сборника вошли статьи и доклады, посвященные исследованию физических процессов при различных способах дуговой сварки и обработки металлов. Основное внимание в них уделено вопросам физики дугового разряда атмосферного давления, а точнее сварочных дуг, характерной особенностью которых является многокомпонентность дуговой плазмы, обусловленная испарением металла электродов дуги, прежде всего анода. В одной из представленных работ исследованы особенности горения сильноточной дуги, применяемой для подогрева расплавленного металла при внепечной обработке в установке ковш–печь. В ряде работ рассмотрены процессы тепло-, массо- и электропереноса в свариваемом металле при сварке неплавящимся электродом, в жидком металле при его внепечной обработке, а также в электродной проволоке и капле расплавленного металла при дуговой сварке плавящимся электродом.

### 1.1. ФИЗИЧЕСКИЕ ПРОЦЕССЫ В ЭЛЕКТРИЧЕСКИХ ДУГАХ ПРИ ДУГОВОЙ СВАРКЕ И ВНЕПЕЧНОЙ ОБРАБОТКЕ МЕТАЛЛОВ

Приведенные ниже статьи и доклады посвящены теоретическому исследованию, разработке математических моделей и компьютерному моделированию процессов энерго-, массо- и электропереноса в плазме столба и анодной области электрических дуг средних токов ( $I \sim 10^2$  А), используемых при сварке неплавящимся электродом (ТИГ), в том числе с высокочастотной модуляцией сварочного тока, сварке сжатой (плазменной) дугой и сварке плавящимся электродом в инертном газе (МИГ), а также сильноточного дугового разряда ( $I \sim 10^4$  А), используемого для дугового подогрева жидкого металла в установках ковш–печь.

В работе [1.1.1] предложена упрощенная модель газодинамических процессов в плазме столба аргоновой дуги с тугоплавким катодом. При определенных предположениях о характере распределения плотности электрического тока в рассматриваемой системе выполнен численный анализ радиальных распределений аксиальной компоненты скорости дуговой плазмы, магнитного и газодинамического давления на поверхности анода, а также зависимостей осевых значений указанных характеристик от тока дуги и ее геометрических размеров. Показано, что газодинамическое давление потока плазмы на поверхность сварочной ванны при сварке неплавящимся электродом является основным фактором, определяющим вытеснение расплавленного металла, что, в свою очередь, приводит к увеличению глубины проплавления.

Работы [1.1.2, 1.1.4, 1.1.10, 1.1.18] посвящены определению ионизационного состава, теплофизических свойств и коэффициентов переноса многокомпонентной термической плазмы сварочных дуг с использованием различных подходов и методов расчета. Так, в работе [1.1.2] разработана методика и выполнен расчет эффективного потенциала ионизации двух- и трехкомпонентных плазменных смесей, содержащих легкоионизируемые добавки ( $\text{Fe} + \text{Cs}$ ,  $\text{Fe} + \text{K}$ ,  $\text{Fe} + \text{Na} + \text{K}$ ,  $\text{Fe} + \text{Ar} + \text{Cs}$ ), при различных

значениях температуры плазмы. В работе [1.1.4] проведены расчеты температурных зависимостей концентраций частиц, теплофизических свойств (массовой плотности и удельной теплоемкости), а также коэффициентов переноса (динамической вязкости, транспортной теплопроводности и удельной электропроводности) термической Ar–He плазмы электрической дуги атмосферного давления при различных соотношениях компонент в исходной газовой смеси. Следует отметить, что для вычисления коэффициентов переноса многокомпонентной дуговой плазмы в этой работе использовано 13-моментное приближение метода Грэда. Работа [1.1.10] посвящена использованию модели лоренцевского газа для определения транспортных коэффициентов плазмы аргоновой дуги, содержащей металлический пар. Приведены результаты расчетов температурных зависимостей теплофизических свойств и коэффициентов переноса многокомпонентной (Ar + Fe, Ar + Al) дуговой плазмы при различном содержании металлического пара и показано, что используемый подход дает вполне удовлетворительные результаты в диапазоне температур до 16 000 К, что соответствует выбранной модели слабоионизированной плазмы с доминирующей первой ионизацией. В работе [1.1.18] рассчитаны коэффициенты теплопроводности, динамической вязкости и электропроводности многокомпонентной (Ar + Fe) термической плазмы атмосферного давления в диапазоне температур до 30 000 К с использованием методов Грэда и Чепмена–Энскога. Показано, что оба подхода дают достаточно хорошо согласующиеся результаты, при этом для проведения вычислений наиболее удобным является метод Грэда.

В работах [1.1.3, 1.1.25] рассмотрены вопросы математической обработки экспериментальных данных, получаемых методом разрезного анода, для нахождения распределения плотности электрического тока на аноде дуги при сварке неплавящимся электродом. Так, в [1.1.3] предложена методика определения параметров функции распределения плотности тока на поверхности анода для различного, наперед заданного, вида этой функции (однородное распределение, параболический закон, цилиндрическая функция Бесселя нулевого порядка, нормальное распределение), в том числе при условии, что для движущейся относительно анода дуги данные распределения могут не обладать осевой симметрией. В работе [1.1.25] на основе анализа существующих подходов к обработке экспериментальных данных, получаемых методом разрезного анода, сделан вывод, что наиболее обоснованным является подход, базирующийся на решении интегрального уравнения Абеля. При этом показано, что задача восстановления распределения плотности тока является математически некорректной и требует разработки устойчивых алгоритмов предварительной обработки исходных экспериментальных данных. Предложена новая методика восстановления распределения плотности электрического тока по области анодной привязки дуги, основанная на использовании устойчивого метода численного расчета второй производной от экспериментально измеренной дискретной функции распределения тока дуги по секциям разрезного анода. С помощью данной методики обработаны данные для аргоновой дуги с тугоплавким катодом и медным разрезным анодом при длине дуги 1,5 мм и токе 100 А.

Работа [1.1.5] является одной из первых публикаций, посвященных комплексному компьютерному моделированию процессов переноса энергии, импульса, массы и заряда в многокомпонентной плазме столба сварочной дуги. В основу модели положена полная система уравнений магнитной газовой динамики для изотермической (однотемпературное приближение) многокомпонентной плазмы, зависимости теплофизических свойств и коэффициентов переноса которой от температуры (в диапазоне до 25 000 К), давления (от  $10^5$  до  $10^6$  Па) и состава плазмы (Ar + He, Ar + Fe) рассчитаны по методике из [1.1.4]. Выполнен детальный численный анализ распределенных (скорость, температура и давление плазмы, плотность электрического тока и др.), а также интегральных (напряжение на столбе дуги, давление на поверхность анода) характеристик плазмы электрической дуги с тугоплавким катодом, горячей в Ar–He смеси, при различных соотношениях исходных компонент.

В работе [1.1.6] рассмотрены особенности токопереноса в анодной области дугового разряда атмосферного давления. Установлено, что в связи с неоднородностью распределения характеристик плазмы столба дуги вдоль его границы с анодным слоем падение потенциала в этом слое (анодный барьер), которое зависит от локальных значений нормальной к поверхности анода компоненты плотности электрического тока и температуры электронов прианодной плазмы, также является неоднородным вдоль

указанной границы. Поскольку поверхность металлического анода, имеющего высокую электропроводность, практически эквипотенциальна, сделан вывод о существовании параллельной указанной поверхности компоненты электрического поля и соответственно плотности тока проводимости на границе столба дуги с анодной областью. Таким образом, линии тока в прианодной плазме могут быть как сходящимися, так и расходящимися, при этом их наклон к оси дуги, определяющий степень ее контракции на аноде, зависит от распределения характеристик дуговой плазмы вдоль границы столба дуги с ее анодным слоем. Еще одним важным результатом данной работы является определение области неустойчивости анодного барьера (в переменных температурах электронов — плотность электрического тока в прианодной плазме) с точки зрения перехода распределенного по поверхности анода дугового разряда в режим горения с резко неоднородным распределением анодного падения потенциала (анодное пятно или множественная контракция дуги на аноде).

Работы [1.1.9, 1.1.11] посвящены разработке первых самосогласованных математических моделей процессов энерго-, массо- и электропереноса в многокомпонентной плазме столба и анодной области сварочной дуги (электрической дуги с испаряющимся анодом) в условиях ТИГ и плазменной сварки [1.1.11], а также МИГ сварки [1.1.9]. Суть развитого в указанных работах подхода заключается в том, что при комплексном описании физических процессов в рассматриваемой системе ее можно разделить на две подобласти: примыкающий к поверхности анода слой ионизационно и термически неравновесной плазмы (анодный слой), который можно считать бесконечно тонким, и газодинамическую область (столб дуги), где плазма находится в состоянии частичного локального термодинамического равновесия, для которой первая область фактически является поверхностью разрыва. Для реализации такого подхода разработаны две математические модели: модель тепловых, электромагнитных, газодинамических и диффузионных процессов в неизотермической многокомпонентной плазме столба дуги и модель анодного слоя дуги с испаряющимся анодом, которая позволила сформулировать необходимые граничные условия для решения уравнений модели столба дуги, а также определить характеристики теплового и электрического воздействия дуговой плазмы на свариваемый металл. С помощью предложенной модели анодного слоя дуги в широком диапазоне температур поверхности анода, охватывающем как диффузионный, так и конвективный режимы испарения его материала, рассчитаны зависимости анодного падения потенциала и плотности теплового потока в стальной анод (испаряющийся элемент Fe) от температуры электронов многокомпонентной (Ag + Fe) прианодной плазмы и плотности электрического тока на аноде. Полученные расчетные значения находятся в удовлетворительном соответствии с экспериментальными данными. В целом указанные работы стали первым шагом на пути учета влияния испарения свариваемого металла (ТИГ и плазменная сварка) или электродного материала (МИГ сварка) на характеристики электрической дуги как сварочного источника тепла.

На следующем этапе построения комплексной математической модели физических процессов при дуговой сварке потребовалось включить в модель математическое описание процессов, протекающих в металле анода. С этой целью в работах [1.1.8, 1.1.12, 1.1.13] предложена самосогласованная математическая модель и проведен численный анализ электромагнитных процессов в системе «столб дуги—анодная область—испаряющийся анод» применительно к условиям плазменной сварки и сварки плавящимся электродом в атмосфере аргона. Что касается вычислительных алгоритмов для компьютерной реализации комплексной модели, то в работе [1.1.7] разработана методика численного решения задачи электропереноса с разрывным решением. В работе [1.1.14] данная методика обобщена на случай описания процессов переноса тепла, массы и заряда, при этом рассмотрены различные типы разрывов: прямой, например, неидеальный тепловой или электрический контакт, обратный — задача о распределении потенциала в системе «прианодная плазма—анод», а также смешанный — сегрегация примеси на границе раздела фаз. В контексте численной реализации задачи электропереноса в системе «прианодная плазма—анод» предложена специальная разностная схема и методом «сквозного счета» выполнен численный анализ распределения электрического потенциала в такой системе применительно к условиям плазменной [1.1.7] и МИГ [1.1.14] сварки.

Для верификации предложенной в [1.1.9, 1.1.11] самосогласованной модели процессов энерго-, массо- и электропереноса в анодной области и столбе сварочной дуги в работе [1.1.15] проведен детальный численный анализ тепловых, электромагнитных и газодинамических характеристик плазмы, горящей в аргоне атмосферного давления, стационарной электрической дуги с тугоплавким катодом и медным водоохлаждаемым анодом. При проведении вычислительного эксперимента испарением материала анода пренебрегалось, а для расчета характеристик плазмы столба дуги использовалось приближение изотермической плазмы (однотемпературная модель). Результаты расчетов распределений плотности электрического тока на аноде и теплового потока в анод сопоставлены с экспериментальными данными для свободногорящей аргоновой дуги длиной 6,3 мм при токах 100 и 200 А. Показано, что самосогласованный учет процессов в столбе и анодной области дуги позволяет прогнозировать с более высокой точностью характеристики теплового и электрического воздействия дуговой плазмы на поверхность анода.

В работе [1.1.20] самосогласованная модель [1.1.9, 1.1.11] использована для компьютерного моделирования процессов переноса энергии, импульса, массы и заряда в столбе и анодной области сильноточной электрической дуги постоянного тока, а также расчета характеристик теплового, газодинамического и электрического воздействия такой дуги на поверхность металлического расплава в установке ковш–печь. В этой работе так же, как и в [1.1.15], плазму столба дуги рассматривали в однотемпературном приближении, а испарением металла с поверхности ванны расплава пренебрегали. Для учета особенностей горения сильноточной дуги, обусловленных турбулентным режимом течения плазмы и переносом теплового излучения в ее столбе, коэффициент вязкости дуговой плазмы вычисляли в виде суммы коэффициента молекулярной вязкости и турбулентной добавки, определяемой на основе алгебраической модели турбулентности (модель Прандтля), а при определении суммарного коэффициента теплопроводности дополнительно учитывали лучистую теплопроводность. Результаты моделирования показали, что распределение потенциала по длине сильноточной дуги является существенно нелинейным, а эффективность ее теплового, динамического и электрического воздействия на поверхность металлической ванны в установке ковш–печь возрастает при уменьшении длины дуги.

Работа [1.1.19] является первой публикацией, в которой на основе самосогласованной модели [1.1.9, 1.1.11] проведен детальный численный анализ распределенных и интегральных характеристик столба и анодной области аргоновой дуги с тугоплавким катодом и водоохлаждаемым (неиспаряющимся) анодом при импульсном изменении тока. Результаты вычислительных экспериментов показали, что динамика изменения локальных характеристик дуговой плазмы существенно отличается от таковой для интегральных характеристик. Отмечены существенные различия в поведении тепловых и электромагнитных характеристик плазмы столба и анодной области дуги. Установлено, что скорости переходных процессов в дуговой плазме на переднем и заднем фронтах импульса (при переходе от меньшего тока к большему, и наоборот) также могут существенно различаться.

Дальнейшее развитие эти исследования получили в работе [1.1.23]. В связи со значительными вычислительными затратами компьютерная модель нестационарных процессов в столбе и анодной области дуги с распределенными параметрами [1.1.19] эффективно может быть использована только при моделировании воздействия на дугу с тугоплавким катодом единичного импульса тока, тогда как практический интерес представляет определение динамических характеристик такой дуги при подаче пачек импульсов. Для решения этой проблемы использована модель дуги с сосредоточенными параметрами, которая не имеет ограничений с точки зрения объема вычислений и позволяет с достаточной точностью проследить динамику изменения интегральных характеристик сварочной дуги при высокочастотной модуляции тока. Для идентификации параметров такой модели проведены экспериментальные исследования статических вольт-амперных характеристик аргоновой дуги с вольфрамовым катодом и медным водоохлаждаемым анодом. Для сравнения эти же данные были получены расчетным методом с помощью модели из [1.1.19]. Постоянную времени переходного процесса также определяли исходя из расчетных данных о динамике изменения напряжения на дуге, полученных на основе модели с распределенными параметрами. Откалиброванная таким образом модель дуги с сосредоточенными параме-

трами была использована для численного анализа динамики изменения напряжения на горящей в арго-не дуге с тугоплавким катодом и медным водоохлаждаемым анодом при высокочастотной (5...25 кГц) модуляции тока импульсами специальной формы (взятой из эксперимента). Результаты моделирования находятся в хорошем соответствии с экспериментальными данными, полученными путем обработки осциллограмм соответствующего реального процесса.

В работе [1.1.26] проведен анализ влияния импульсной модуляции сварочного тока на действующие (эффективные) значения электродинамических характеристик процесса сварки неплавящимся электродом (ТИГ). В первой части данной работы проанализированы возможности повышения действующего значения тока дуги за счет выбора оптимальных временных и амплитудных параметров его импульсной модуляции. Рассмотрен достаточно общий случай модуляции сварочного тока импульсами трапецеидальной формы (как частные случаи — прямоугольный и треугольный импульсы). Во второй части изучено распределение действующих значений электромагнитных и динамических характеристик модулированного тока в сварочной ванне, исходя из нестационарной модели дугового разряда с распределенными параметрами [1.1.19], и модели электромагнитных процессов в свариваемом металле [1.1.8, 1.1.13]. В качестве характерного примера рассмотрено силовое воздействие модулированного тока на металл сварочной ванны при модуляции тока треугольными импульсами с паузами при частоте 10 кГц. Проанализировано влияние динамических эффектов в импульсной дуге на распределение в металле действующих значений электродинамических характеристик — центростремительной составляющей силы Лоренца и магнитного давления. Сделан вывод о том, что при оптимальной форме импульсов тока динамические эффекты в нестационарной дуге способны существенно повысить силовое воздействие на металл сварочной ванны при ТИГ сварке с высокочастотной модуляцией тока по сравнению со сваркой на постоянном токе, значение которого совпадает с действующим значением модулированного тока.

Работа [1.1.22] посвящена дальнейшему развитию теории анодных процессов в электрических дугах атмосферного давления без учета испарения материала анода. Для описания процессов, протекающих в анодном слое, использована система многожидкостных уравнений для трехкомпонентной плазмы (электроны, однозарядные ионы и атомы газа), записанная в диффузионном приближении. При записи исходных уравнений не делалось предположений о наличии в прианодной плазме термического и ионизационного равновесия. Рассмотрены два варианта математической модели: общий, при котором условие квазинейтральности не используется, и частный, когда плазма в ионизационной области (предслой) рассматривается как квазинейтральная. Численное решение указанных уравнений проведено для аргоновой дуги атмосферного давления в широком диапазоне значений плотности электрического тока на аноде (500...2000 А/см<sup>2</sup>). Результаты вычислительных экспериментов показали, что общепринятое допущение об отсутствии столкновений в слое пространственного заряда не является корректным, и при описании этого слоя следует учитывать ион-атомные столкновения. С учетом данного обстоятельства на основе общей модели проведен численный анализ характеристик слоя пространственного заряда и предслоя (распределения температур и концентраций частиц в анодном слое, полное анодное падение потенциала, падение потенциала в слое пространственного заряда, толщина анодного слоя, тепловой поток в анод и его составляющие) в зависимости от плотности электрического тока на аноде.

Предложенная в [1.1.9, 1.1.11] самосогласованная модель процессов энерго-, массо- и электропереноса в анодной области и столбе сварочной дуги (электрической дуги с испаряющимся анодом) уточнена в [1.1.21] путем записи уравнения конвективной диффузии ионизированного металлического пара в дуговой плазме с учетом различия коэффициентов диффузии атомов, одно- и двухзарядных ионов металла, наличия термодиффузионных потоков металлических частиц, а также дрейфа ионов пара в электрическом поле. На основе уточненной таким образом самосогласованной математической модели проведен детальный численный анализ влияния диффузионного испарения материала анода (Fe) на тепловые, газодинамические и электромагнитные характеристики многокомпонентной плазмы столба стационарной сварочной дуги при ТИГ сварке в атмосфере аргона, а также характеристики ее теплового и электрического взаимодействия с поверхностью испаряющегося анода. Показано существенное

влияние распределения температуры этой поверхности в области анодной привязки дуги на распределения температуры плазмы и плотности электрического тока в прианодной плазме, а также на распределение плотности теплового потока, вводимого дугой в анод, и его интегральное значение.

В работах [1.1.16, 1.1.17], посвященных проблеме испарения бинарных сплавов при дуговой сварке, предложена аналитическая модель испарения анода из бинарного сплава. Она позволяет определять состав и газодинамические характеристики многокомпонентной дуговой плазмы вблизи поверхности такого анода, а также энергетические и электрические характеристики анодного слоя дуги в зависимости от температуры поверхности анода, температуры электронов прианодной плазмы, плотности электрического тока на аноде и состава сплава. Данная модель включает модели испарения в диффузионном и конвективном режимах и соответствующую модель анодных процессов. С помощью предложенной модели проведен детальный численный анализ процессов испарения анода из Al–Mg сплава в широком диапазоне значений температуры поверхности анода, температуры плазменных электронов и плотности тока в прианодной плазме, а также массового содержания магния в сплаве. Определены такие важные с технологической точки зрения характеристики процессов испарения, как температура кипения анода из рассматриваемого сплава (температура перехода диффузионного режима испарения в конвективный), потоки энергии и массовые потоки компонент, уносимые с поверхности расплава в конвективном режиме испарения, полное газодинамическое давление на эту поверхность, тепловой поток, вводимый прианодной плазмой в анод, и анодное падение потенциала в зависимости от состава сплава, температуры его поверхности, температуры электронов прианодной плазмы и плотности тока на аноде.

Работа [1.1.24] посвящена дальнейшему развитию представлений о физических процессах, протекающих в прианодной дуговой плазме [1.1.6], и детальному количественному исследованию распределенных и интегральных характеристик прианодной области плазмы аргоновой дуги атмосферного давления. В ней на основе описанной в [1.1.9, 1.1.11] модели проведен численный анализ влияния на указанные характеристики таких факторов, как испарение свариваемого металла (анода) при ТИГ сварке и взаимодействие с дуговой плазмой сфокусированного лазерного пучка, распространяющегося вдоль столба дуги, при гибридной (ТИГ + CO<sub>2</sub>-лазер) сварке. Показано, что испарение металла с поверхности анода приводит к существенному перераспределению температуры, электрического потенциала и соответственно плотности электрического тока в прианодной зоне дуги, делая ее менее концентрированным источником теплового и электромагнитного воздействия на анод по отношению к дуге с неиспаряющимся (водоохлаждаемым) анодом. Происходящая под воздействием дополнительного локального нагрева дуговой плазмы лазерным пучком перестройка пространственных распределений указанных характеристик, наоборот, приводит к контрагированию прианодной зоны такого разряда, делая его более концентрированным источником теплового и электромагнитного воздействия на анод по сравнению с обычной дугой. Установлено, что причиной перераспределения плотности электрического тока в прианодной зоне дуговой плазмы является изменение анодного падения потенциала вдоль поверхности анода, связанное с существенной неоднородностью температуры плазмы столба дуги вдоль ее границы с анодным слоем. Поскольку поверхность металлического анода является практически эквипотенциальной, то это приводит к появлению компоненты градиента электрического потенциала и плотности тока вдоль границы столба дуги с анодным слоем, что во многом определяет картину протекания электрического тока между дуговой плазмой и анодом. С учетом описанного изменения анодного падения потенциала вдоль поверхности анода предложена методика расчета эффективного значения анодного падения в сварочных дугах.

### 1.1.1. ГАЗОДИНАМИЧЕСКИЕ ХАРАКТЕРИСТИКИ ПЛАЗМЕННЫХ ПОТОКОВ В СВАРОЧНЫХ ДУГАХ\*

Н.М. ВОРОПАЙ, И.В. КРИВЦУН

В сварочных дугах между электродом относительно малого диаметра и основным (свариваемым) металлом большого сечения из-за аксиальных усилий, вызванных градиентом магнитного давления, создаются мощные потоки газов и паров металла [1–3]. Технологические возможности способов дуговой сварки в значительной степени зависят от давления этих потоков и его распределения. Механическое воздействие дуги на сварочную ванну является одним из важнейших параметров, характеризующих глубину проплавления и форму швов.

В связи с высокой температурой сварочных дуг непосредственное измерение скоростей или давлений плазменных потоков весьма затруднено, чем и объясняется крайне ограниченное количество работ в этом направлении [2, 4]. Методики теоретических расчетов параметров плазменных потоков в сварочных дугах отсутствуют вообще. При разработке новых способов сварки и выборе оптимальных режимов процессов необходимо знать радиальное и аксиальное распределение газодинамических характеристик плазменных потоков и его зависимость от внешних параметров дуги (сварочного тока, размеров и формы столба дуги, расхода защитного газа и др.). Изучению этих вопросов и посвящена настоящая работа.

Для определения локальных динамических параметров дугового газа — скорости и давления — будем исходить из полной системы магнитогидродинамических уравнений. Поскольку процесс переноса тепла в дуговом разряде происходит преимущественно за счет теплопроводности и излучения, а конвективный теплообмен и вязкая диссипация энергии малы [5], уравнения движения и баланса энергии можно решать отдельно. Поэтому система уравнений, описывающих движение дугового газа, принимает вид

$$\frac{\partial p}{\partial t} + \text{div } p\mathbf{v} = 0; \quad (1)$$

$$\rho \frac{\partial \mathbf{v}}{\partial t} + (\mathbf{v}\nabla)\mathbf{v} = [\mathbf{j}\mathbf{B}] - \text{div } \hat{\mathbf{P}}; \quad \text{rot } \mathbf{B} = \mu \mathbf{j}.$$

Здесь  $\hat{\mathbf{P}}$  — тензор давлений;

$$P_{ij} = p\delta_{ij} - \tau_{ij}, \quad (2)$$

где  $p$  — скалярное давление;  $\tau_{ij} = \eta \left\{ \left( \frac{\partial v_i}{\partial x_j} + \frac{\partial v_j}{\partial x_i} \right) - \frac{2}{3} \delta_{ij} \text{div } \mathbf{v} \right\}$  — тензор вязких напряжений;  $\eta$  — коэффициент вязкости.

Для решения системы (1) примем следующие допущения: 1) система находится в стационарном состоянии  $\partial/\partial t = 0$ ; 2) система цилиндрически симметрична, т. е.  $\partial/\partial \varphi = 0$ . Из цилиндрической симметрии системы следует, что  $\mathbf{v} = (v_r; 0; v_z)$ ,  $\mathbf{j} = (j_r; 0; j_z)$  и  $\mathbf{B} = (0; B_\varphi; 0)$ . Кроме того, в реальных дугах осевые градиенты скоростей потоков намного меньше радиальных (за исключением приэлектродных областей). Поэтому, применяя к системе (1) процедуру, подобную методике вывода уравнений пограничного слоя [6], и учитывая указанные выше допущения, из (1) получим

$$\begin{aligned} \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} r p v_r + \frac{\partial}{\partial z} p v_z &= 0; \quad \frac{\partial p}{\partial r} = -j_z B_\varphi; \\ \rho \left( v_r \frac{\partial v_r}{\partial r} + v_z \frac{\partial v_z}{\partial z} \right) &= -\frac{\partial p}{\partial z} + j_r B_\varphi + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left( r \eta \frac{\partial v_r}{\partial r} \right); \quad (3) \\ -\frac{\partial B_\varphi}{\partial z} &= \mu j_r; \quad \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} r B_\varphi = \mu j_z. \end{aligned}$$

Легко видеть, что для цилиндрической дуги уравнения (3) переходят в уравнения магнитостатики:

$$\frac{dp}{dr} = -j_z B_\varphi; \quad \frac{1}{r} \frac{d}{dr} r B_\varphi = \mu j_z. \quad (4)$$

Для решения приведенных уравнений необходимо знать распределение плотности тока в столбе дуги. Согласно [7] примем

$$j_z(r) = j_0 e^{-a^2 r^2}, \quad (5)$$

где  $a^2$  — коэффициент контрагирования дуги, характеризующий скорость убывания  $j_z(r)$  при увеличении координаты  $r$ . Подставляя (5) в (4), учитывая условие постоянства полного тока

$$I = 2\pi \int_0^\infty j_z(r) r dr \quad (6)$$

и предполагая, что магнитная проницаемость дугового газа не зависит от координат, для распределения статического давления в столбе цилиндрической дуги находим

$$p(r) = p_a + \mu \left( \frac{I}{2\pi} \right)^2 a^2 \{ \text{Ei}(-2a^2 r^2) - \text{Ei}(-a^2 r^2) \}, \quad (7)$$

где  $p_a$  — атмосферное давление,  $\text{Ei}(-x) = \int_{-\infty}^{-x} \frac{e^t}{t} dt$ , ( $x > 0$ ) — интегральная показательная функция [8].

Если дуга не цилиндрическая, то возникает аксиальный градиент давления, вызывающий движение дугового газа. Кроме того на это движение может влиять также взаимодействие радиальной компоненты плотности тока с тангенциальным магнитным полем, т. е. член  $j_r B_\varphi$  в системе (3). Для определения скоростей возникающих при

\*Магнитная гидродинамика. — 1978. — № 1. — С. 132–136.

этом плазменных потоков в первом приближении пренебрегаем инерционными членами в третьем уравнении системы (3), считая, что электромагнитная сила и градиент давления уравниваются силами вязкости. Такое приближение вполне допустимо в областях небольших значений  $v$ . Тогда система (3) переходит в следующую:

$$\frac{\partial p}{\partial r} = -j_z B_\phi; \quad (8a)$$

$$\frac{\partial p}{\partial z} = -j_r B_\phi + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left( r \eta \frac{\partial v_z}{\partial r} \right); \quad (8б)$$

$$-\frac{\partial B_\phi}{\partial z} = \mu j_r; \quad (8в)$$

$$\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} r B_\phi = \mu j_z. \quad (8г)$$

Распределение аксиальной компоненты плотности тока с учетом неоднородности системы вдоль оси  $z$  представим в виде

$$j_z(r, z) = j_0(z) e^{-a^2(z)r^2}, \quad (9)$$

или, учитывая (6),

$$j_z(r, z) = (I / \pi) a^2(z) e^{-a^2(z)r^2}. \quad (10)$$

Используя (10), из уравнений (8а) и (8г) аналогично (7) получим

$$p(r, z) = p_a + \mu (I / 2\pi)^2 a^2 z \times \\ \times \{ \text{Ei}(-2a^2(z)r^2) - \text{Ei}(-a^2(z)r^2) \}. \quad (11)$$

Член  $j_r B_\phi$  в уравнении (8б), используя (8в), представим в виде

$$j_r B_\phi = -\frac{1}{2\mu} \frac{\partial}{\partial z} B_\phi^2. \quad (12)$$

Таким образом, вместо системы (8) имеем

$$\frac{\partial p_z}{\partial z} = -\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left( r \eta \frac{\partial v_z}{\partial r} \right), \quad (13)$$

где

$$\frac{\partial p_z}{\partial z} = \mu \left( \frac{I}{2\pi} \right)^2 \frac{\partial a^2(z)}{\partial z} \{ \text{Ei}(-2a^2(z)r^2) - \text{Ei}(-a^2(z)r^2) \}. \quad (14)$$

Уравнение (13) необходимо дополнить граничным условием

$$v_z(r, z)|_{r=R_0} = u_0, \quad (15)$$

где  $R_0$  — радиус защитного сопла;  $u_0$  — скорость защитного газа.

Предположим, что вязкость дугового газа не зависит от координат. Тогда решение граничной задачи (13)–(15) после некоторых преобразований принимает вид

$$v_z(r, z) = u_0 + \frac{1}{8} \frac{\mu}{\eta} \left( \frac{I}{2\pi} \right)^2 - \\ - \frac{1}{a^2(z)} \frac{\partial a^2(z)}{\partial z} \{ 2[\Phi(a^2(z)R_0^2) - \\ - \Phi(a^2(z)R_0^2)] - [\Phi(2a^2(z)R_0^2) - \Phi(2a^2(z)r^2)] \}. \quad (16)$$

Здесь

$$\Phi(x) = (x+1)\text{Ei}(-x) + e^{-x} - \ln x. \quad (17)$$

Выражение (16) описывает радиальное и аксиальное распределение скорости плазменных потоков как функцию сварочного тока, коэффициента контрагирования дуги (зависимости его от координаты  $z$ ), скорости защитного газа и радиуса защитного сопла. Функция (17), вычисляемая с помощью [9], протабулирована в таблице.

Перейдем к определению газодинамических характеристик плазменных потоков в конкретных сварочных дугах. В случае сварки неплавящимся электродом в аргоне форму столба дуги можно приближенно аппроксимировать в виде усеченного конуса с высотой, равной длине дуги  $l_d$ , и радиусами  $R_1$  и  $R_2$  соответственно верхнего и нижнего оснований, определяемыми как соответствующие размеры светящейся области на кадрах фотосъемки дуги. Для определения коэффициента контрагирования конусной дуги воспользуемся зависимостью [10] между  $a^2$  и условным радиусом дуги (радиус круга, в площади которого протекает 95 % тока дуги):

$$a^2(z) = kR^{-2}(z), \quad (18)$$

где  $k$  — безразмерный коэффициент, принимаемый в расчетах равным 3,0–3,5.

Для дуги, имеющей форму усеченного конуса,

$$R^2(z) = (R_1 + [R_2 - R_1]z/l_d)^2. \quad (19)$$

Тогда

$$a^2(z) = \frac{k}{(R_1 + [R_2 - R_1]z/l_d)^2}. \quad (20)$$

Из выражения (16) следует, что скорость плазменных потоков пропорциональна выражению  $\frac{1}{a^2(z)} \frac{\partial a^2(z)}{\partial z}$ , которое с учетом (20) можно записать в виде

$$\frac{1}{a^2(z)} \frac{\partial a^2(z)}{\partial z} = -\frac{2(R_2 - R_1)}{l_d (R_1 + [R_2 - R_1]z/l_d)}. \quad (21)$$

На аноде ( $z = l_d$ )

$$v_z - u_0 \sim \frac{2}{l_d} \left( 1 - \frac{R_1}{R_2} \right). \quad (22)$$

В качестве конкретного примера рассмотрим аргоновую дугу с неплавящимся электродом со следующими параметрами [2]:  $I = 100$  А;  $l = 6$  мм;  $R_1 = 1,3$  мм;  $R_2 = 4,2$  мм;  $u_0 = 2,5$  м/с;  $R_0 = 7,5$  мм;  $\rho = 365$  кг/м<sup>3</sup>;  $\eta = 2,5 \cdot 10^{-4}$  Н·с/м<sup>2</sup> [5]. На рис. 1 представлено радиальное распределение скорости плазменных потоков (рассчитанных по (16)), магнитостатического (11) и газодинамического  $\rho v^2/2$  давлений, а также полное давление, равное сумме магнитостатического и газодинамического давлений. Сравнение полученных расчетных данных  $p_p$  с имеющимися экспериментальными  $p_p$  [2] обнаруживает удовлетворительное согласие результатов в центральных областях дуги. Так, на оси анода при  $I_d = 100$  А,  $p_p = 324$  Н/м<sup>2</sup>, а  $p_p = 320$  Н/м<sup>2</sup>. Аналогичное совпадение наблюдается в широком диапазоне сварочных токов (рис. 2). В периферийных областях дуги имеет место некоторое расхождение расчетных и экспериментальных данных.

$x$	$\Phi(x)$	$x$	$\Phi(x)$	$X$	$\Phi(x)$
0,01	1,52	0,6	0,34	2,0	-0,70
0,05	1,36	0,7	0,23	2,5	-0,91
0,1	1,20	0,8	0,11	3,0	-1,09
0,15	1,08	0,9	0,03	5,0	-1,61
0,20	0,97	1,0	-0,07	10,0	-2,30
0,25	0,87	1,2	-0,23	15,0	-2,71
0,3	0,76	1,4	-0,38	20,0	-3,00
0,4	0,61	1,6	-0,50	50,0	-3,92
0,5	0,46	1,8	-0,59	100,0	-4,61

Примечание.  $\lim_{x \rightarrow 0} \Phi(x) = c + 1$ , где  $c \approx 0,577216$  — постоянная Эйлера–Маскерони.

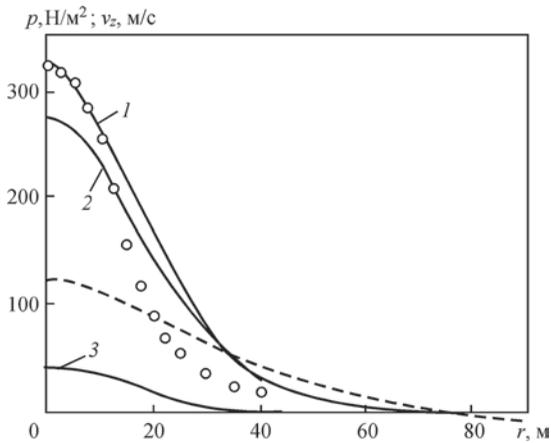


Рис. 1. Радиальное распределение скорости плазменных потоков (штриховая кривая) и давлений на аноде аргоновой дуги. Давления: 1 — полное; точки — данные [2]; 2 — газодинамическое; 3 — магнитостатическое

Последнее, по-видимому, объясняется тем, что в приведенной методике расчета не учитывается удар плазменного потока о поверхность анода, который может привести к более быстрому спаду давления в радиальном направлении.

Обращает на себя внимание появление отрицательных значений скорости потока за пределами радиуса защитного сопла (рис. 1), что согласуется с экспериментальными данными работы [3], в которой методом зондов обнаружено наличие в сварочных дугах встречных (центрального и периферийного) газовых потоков различной интенсивности.

Анализ приведенных данных показывает, что магнитостатическое давление  $p_m$  значительно меньше давления плазменных потоков  $p_r$ . В центре анода дуги  $I = 100$  А,  $p_m = 44$  Н/м<sup>2</sup>, а  $p_r = 280$  Н/м<sup>2</sup>, т. е. почти в 7 раз меньше. Примерно такое же соотношение давлений наблюдается и для других токов (рис. 2). Итак, в конических дугах основную роль в процессе вытеснения жидкого металла сварочной ванны и в проплавлении основного металла играют плазменные потоки. Как видно из (22), для повышения скорости плазменных потоков (увеличения глубины проплавления) необходимо стремиться к уменьшению длины дуги (сварка короткой дугой), снижению отношения  $R_1/R_2$  (сварка электродами малого диаметра) и увеличению скорости истечения защитного газа. Во избежание образования дефектов типа сквозных проплавлений, вызываемых

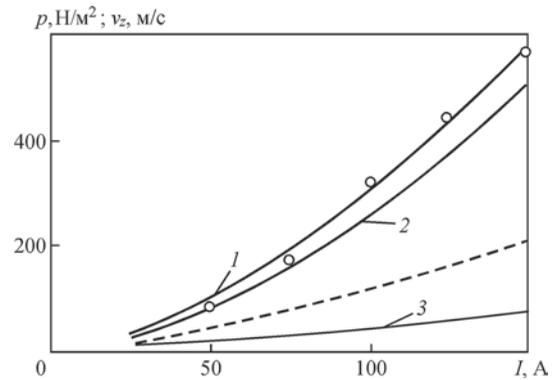


Рис. 2. Скорость (штриховая кривая) и давление (сплошные кривые) плазменных потоков на оси анода в зависимости от сварочного тока ( $l_d = \text{const} = 6$  мм). Обозначения кривых и точек те же, что на рис. 1

механическим воздействием дуги на сварочную ванну, сварку металла малых толщин предпочтительнее выполнять дугой, сужающейся к изделию («игольчатая» микроплазма). Следовательно, одним из эффективных путей управления глубиной и формой проплавления швов при одинаковой мощности является изменение скорости плазменных потоков регулированием формы и размеров дуги.

1. Хренов К. К. Электрическая сварочная дуга. — Москва-Киев, Машгиз, 1949. — 204 с.
2. Шоек П. А. Исследование баланса энергии на аноде сильноточных дуг, горящих в атмосфере аргона. — В кн.: Современные проблемы теплообмена. М.-Л.: Энергия, 1966. — С. 110–139.
3. Заруба И. И. Плазменные потоки в сварочных дугах. — Автоматическая сварка. — 1968. — № 10. — С. 1–5.
4. Ковалев И. М. и др. Скоростные и тепловые характеристики дуговых потоков. — Физика и химия обработки материалов. — 1971. — № 5. — С. 27–34.
5. Физика и техника низкотемпературной плазмы. Под ред. С. В. Дресвина. — М.: Атомиздат, 1972. — 352 с.
6. Кочин Н. Е., Кибель И. А., Розе Н. В. Теоретическая гидромеханика, т. 2. — М.-Л.: Гостехиздат, 1948. — 612 с.
7. Гвоздецкий В. С. Контрагирование столба сварочной дуги. — Автоматическая сварка. — 1974. — № 2. — С. 1–4.
8. Лебедев Н. Н. Специальные функции и их приложения. — М.: ГИТТЛ, 1953. — 380 с.
9. Таблицы интегральной показательной функции. Под ред. В. А. Диткина. — М.: Изд. АН СССР, 1954. — 301 с.
10. Гвоздецкий В. С. О функции распределения плотности тока в анодном пятне дуги. — Автоматическая сварка. — 1973. — № 12. — С. 20–24.

## 1.1.2. ЭФФЕКТИВНЫЙ ПОТЕНЦИАЛ ИОНИЗАЦИИ МНОГОКОМПОНЕНТНЫХ СИСТЕМ С АКТИВИРУЮЩИМИ ПРИСАДКАМИ\*

Н.М. ВОРОПАЙ, И.В. КРИВЦУН

Один из перспективнейших путей совершенствования дуговой сварки плавящимся электродом — введение в зону дуги небольших количеств активирующих присадок. Положительное воздействие таких присадок на горение дуги, перенос электродного металла и формирование швов связано с усилением объемной ионизации в столбе дуги и, как следствие, с повышением электропроводности дугового промежутка. При выборе типа активирующих веществ и определении их оптимального количества необходимо иметь достоверные данные о фактическом эффективном потенциале ионизации многокомпонентных смесей  $U_{эфф}$  с учетом значительной ионизации каждой компоненты ( $\alpha_k \leq 1$ ), приращения парциального давления  $p_k$  компонент за счет их электронных составляющих и различия отношений  $a_k$  статистических весов ионов  $g^i$  и атомов  $g^a$  компонент,  $a_k = \frac{2g_k^i}{g_k^a}$ . В связи с этим потребовалась разработка уточненной методики расчета потенциала  $U_{эфф}$ , что и было выполнено в ИЭС.

Степень однократной ионизации  $\alpha$  термодинамическими равновесных систем определяется уравнением Саха, которое для данных условий записывается в следующем виде:

$$\frac{\alpha^2}{1-\alpha^2} = \frac{2g^i}{g^a} \left( \frac{2\pi m_e kT}{h^2} \right)^{3/2} \frac{kT}{P} \exp \left[ -\frac{U}{kT} \right]. \quad (1)$$

Здесь  $m_e$  — масса электрона;  $k$  — постоянная Больцмана;  $T$  — температура;  $h$  — постоянная Планка;  $P$  — давление.

Если система состоит из нескольких компонент, то степень ионизации каждой из них  $\alpha_k$  также определяется уравнением (1). Подставляя в (1) парциальное давление  $k$ -й компоненты с учетом электронного вклада  $p_k = (n_k + n_k^e)kT = n_k(1 + \alpha_k)kT$  и решая получающееся при этом квадратное уравнение относительно  $\alpha_k$ , после несложных преобразований получаем

$$\alpha_k = \frac{a_k}{2} \left( \frac{2\pi m_e kT}{h^2} \right)^{3/2} \frac{1}{n_k} \exp \left[ -\frac{U_k}{kT} \right] \times \left\{ \left[ 1 + \frac{4n_k}{a_k} \left( \frac{h^2}{2\pi m_e kT} \right)^{3/2} \exp \left[ \frac{U_k}{kT} \right] \right]^{1/2} - 1 \right\}, \quad (2)$$

где  $n_k$  — исходная концентрация  $k$ -й компоненты.

Полную степень ионизации такой системы определим как

$$\alpha = \frac{\sum_k n_k \alpha_k}{\sum_k n_k} = \sum_k \gamma_k \alpha_k. \quad (3)$$

Здесь  $\gamma_k$  — удельная концентрация каждой компоненты.

С другой стороны, степень ионизации многокомпонентных систем выразим как степень ионизации некоторого эффективного газа с эффективными параметрами  $a_{эфф} = \sum_k \gamma_k a_k$ ,  $n_{эфф} = \sum_k n_k U_{эфф}$ , подставляя последние в соотношение (2) вместо  $a_k$ ,  $n_k$  и  $U_k$  соответственно.

Сравнивая полученный результат с уравнением (3), для потенциала  $U_{эфф}$  находим соотношение

$$U_{эфф} = -kT \ln \frac{\Phi^2(U_k, a_k, \gamma_k, T)}{2a_{эфф} \left[ 2n_{эфф} \left( \frac{h^2}{2\pi m_e kT} \right)^{3/2} - \Phi(U_k, a_k, \gamma_k, T) \right]}, \quad (4)$$

где

$$\Phi(U_k, a_k, \gamma_k, T) = \sum_k \frac{\alpha_k n_k}{2} \left( \frac{h^2}{2\pi m_e kT} \right)^{3/2}. \quad (5)$$

С использованием ЭВМ «Минск-32» по формулам (4) и (5) рассчитаны концентрационные и температурные зависимости  $U_{эфф}$  для двухкомпонентных систем железо–цезий, железо–калий и трехкомпонентных систем железо–натрий–цезий, железо–аргон–цезий, соответствующих различным условиям сварки сталей плавящимся электродом (рис. 1 и 2). Как и следовало ожидать, наиболее сильное снижение  $U_{эфф}$  вызывают активирующие присадки с низкими значениями  $U_k$ . Причем при температурах  $<7000$  К это влияние выражено более заметно. Следовательно, при вве-

\*Автоматическая сварка. — 1978. — № 2. — С. 66–67.

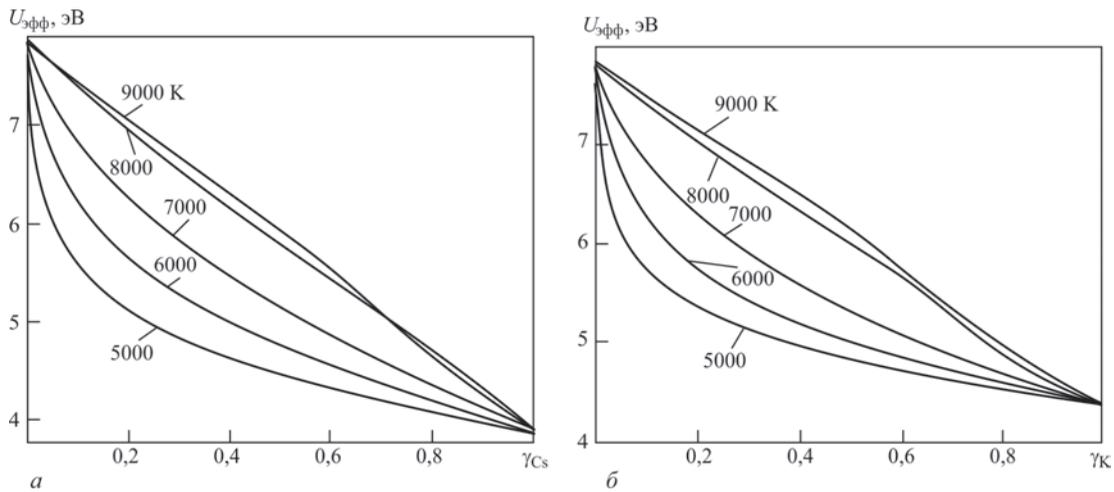


Рис. 1. Зависимость  $U_{эфф}$  систем железо–цезий (а) и железо–калий (б) от относительной концентрации активирующих присадок при различных температурах и  $P = 1$  атм

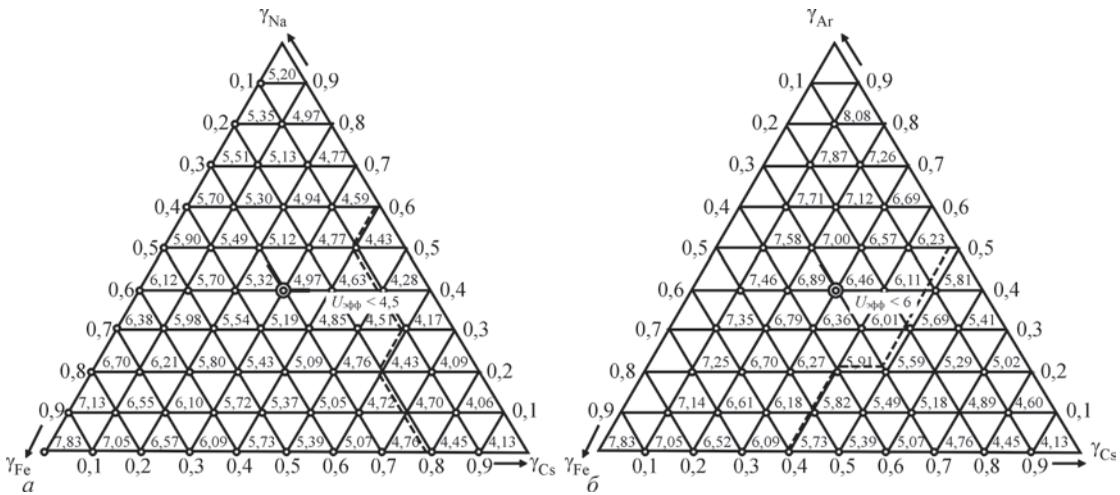


Рис. 2. Зависимость  $U_{эфф}$  систем железо–натрий–цезий (а) и железо–аргон–цезий (б) от относительной концентрации присадок при  $T = 7500$  К,  $P = 1$  атм

дении в дуговой промежутке соединений щелочных металлов электропроводность периферийных областей столба дуги возрастает сильнее, чем на его оси. Последнее приводит к уменьшению сжатия дуги и улучшению условий переноса электродного металла. В случае трехкомпонентных систем (рис. 2) область минимальных значений  $U_{эфф}$  смещена в угол с наиболее легко ионизируемыми элементами. Из рис. 2, а видно, что благодаря увеличению концентрации паров натрия в дуге мож-

но снизить количество цезия при незначительном изменении  $U_{эфф}$ .

Описанная методика и результаты расчетов могут быть использованы при разработке оптимальных композиций шихты активированной сварочной проволоки с практически неограниченным количеством компонентов. Рассмотрение одновременного влияния  $U_{эфф}$  на температуру столба позволит еще более корректно учесть роль легкоионизируемых присадок в физических процессах в дуге.

### 1.1.3. МЕТОДИКА ОПРЕДЕЛЕНИЯ ПАРАМЕТРОВ ФУНКЦИИ РАСПРЕДЕЛЕНИЯ ПЛОТНОСТИ ТОКА В АНОДНОМ ПЯТНЕ СВАРОЧНОЙ ДУГИ\*

В.С. ГВОЗДЕЦКИЙ, И.В. КРИВЦУН, М.В. ШЕВЕЛЕВ

Метод разрезного анода [1, 2] — один из основных при определении вида функции распределения плотности тока в анодном пятне дуги. При использовании этого метода, как правило, предполагается, что функция распределения плотности тока является цилиндрически-симметричной функцией  $j(r)$ . В случае дуги, движущейся относительно анода с достаточно высокой скоростью (например, при сварке), распределение плотности тока в анодном пятне может быть существенно несимметричным. Указанная асимметрия связана, прежде всего, с различием температурных режимов на переднем и заднем фронтах анодного пятна сварочной дуги, а именно: передний фронт постоянно «наезжает» на более холодные области изделия, тогда как задний движется по уже расплавленному металлу ванны. Это приводит к тому, что функция распределения температуры, а, следовательно, и плотности тока в головной части анодного пятна с увеличением расстояния от центра пятна будет спадать быстрее, чем в хвостовой части, причем с повышением скорости сварки эта тенденция должна усиливаться. Таким образом, при использовании метода разрезного анода для определения функции распределения плотности тока в анодном пятне дуги необходимо учитывать асимметрию этой функции, т. е. рассматривать плотность тока как функцию двух независимых переменных  $j(x; y)$ .

Определение явного вида функции  $j(x; y)$  не является целью настоящей работы, напротив, везде в дальнейшем предполагается, что распределение плотности тока описывается известного вида функцией двух переменных, параметры которой определяются по осциллограммам тока, полученным методом разрезного анода.

Рассмотрим различные виды зависимости плотности тока в анодном пятне от расстояния до его центра. В случае цилиндрической симметрии обычно используются следующие модельные функции распределения плотности тока  $j(r)$ :

а) однородное распределение (канальная модель) [3, 4]

$$j(r) = \begin{cases} j_0 & \text{при } r < R; \\ 0 & \text{при } r \geq R; \end{cases} \quad (1)$$

б) параболическое распределение

$$j(r) = \begin{cases} j_0 \left(1 - \frac{r^2}{R^2}\right) & \text{при } r < R; \\ 0 & \text{при } r \geq R; \end{cases} \quad (2)$$

в) распределение вида [3]

$$j(r) = \begin{cases} j_0 J_0 \left(\lambda \frac{r}{R}\right) & \text{при } r < R; \\ 0 & \text{при } r \geq R, \end{cases} \quad (3)$$

где  $R$  — радиус анодного пятна дуги;  $J_0(x)$  — функция Бесселя нулевого порядка;  $\lambda = 2,4048$  — первый корень уравнения  $J_0(x) = 0$ ;

г) нормальное распределение [2]

$$j(r) = j_0 \exp(-a^2 r^2), \quad (4)$$

где  $j_0$  — плотность тока на оси пятна;  $a^2$  — коэффициент контрагирования.

Введем  $R_{\text{эф}}$  — эффективный радиус анодного пятна как радиус круга, в пределах которого протекает подавляющая часть тока дуги [5], т. е.

$$\frac{2\pi \int_0^{R_{\text{эф}}} j(r) r dr}{I_{\text{д}}} = \gamma < 1, \quad (5)$$

где  $I_{\text{д}} = 2\pi \int_0^{\infty} j(r) r dr$  — полный ток дуги. Тогда, представляя коэффициент контрагирования в виде  $a^2 = (k/R^2)$ , где  $k$  — безразмерный коэффициент, определяемый, согласно (5), из условия

$$k = -\ln(1 - \gamma), \quad (6)$$

распределение (4) можно записать в виде

$$j(r) = j_0 \exp\left(-k \frac{r^2}{R^2}\right). \quad (7)$$

Из выражений (1)...(3), (6) и (7) следует, что радиус  $R$  (эффективный радиус  $R_{\text{эф}}$ ) анодного пятна можно определить как расстояние от его центра, на котором плотность тока удовлетворяет условию

$$\frac{j(R)}{j_0} = 1 - \gamma, \quad (8)$$

\*Автоматическая сварка. — 1984. — № 4. — С. 6–10.

причем для однородного (1) параболического (2) и распределения плотности тока вида (3)  $\gamma = 1$ , а для нормального (7)  $\gamma < 1$  (например,  $\gamma = 0,99$ ).

Распространим приведенные выше функции распределения плотности тока в анодном пятне на случай несимметричного распределения. Исходя из общих физических соображений будем считать, что линии равной плотности тока в этом случае имеют вид семейства кривых в форме двух полуэллипсов, имеющих общую полуось и расположенных, как показано на рис. 1, а (в случае цилиндрически-симметричного распределения эти линии имеют вид концентрических окружностей). В качестве геометрических параметров, характеризующих асимметрию функции распределения плотности тока, выберем полуоси  $R_1, R_2, R_3$  эллипсов, соответствующих значению плотности тока, которое удовлетворяет, аналогично (8), условию

$$\frac{j(x, y)|_{\Gamma}}{j_0} = 1 - \gamma. \quad (9)$$

Здесь  $\Gamma$  — кривая, образованная двумя полуэллипсами с полуосями  $R_1, R_2$  и  $R_3$  (рис. 1, а), которые, учитывая данное выше определение, можно назвать радиусами (эффективными радиусами) анодного пятна сварочной дуги. Таким образом, будем предполагать, что функция распределения плотности тока в анодном пятне сварочной дуги может, соответственно выражениям (1)...(3), (7), иметь один из следующих видов (рис. 1, б):

а) однородное распределение

$$j(x, y) = \begin{cases} j_0 & \text{при} \begin{cases} \frac{x^2}{R_1^2} + \frac{y^2}{R_2^2} < 1, & (x \leq 0); \\ \frac{x^2}{R_3^2} + \frac{y^2}{R_2^2} < 1, & (x \geq 0); \end{cases} \\ 0 & \text{при других значениях } x \text{ и } y; \end{cases} \quad (10)$$

б) параболическое распределение

$$j(x, y) = \begin{cases} j_0 \left[ 1 - \left( \frac{x^2}{R_1^2} + \frac{y^2}{R_2^2} \right) \right] & \text{при} \frac{x^2}{R_1^2} + \frac{y^2}{R_2^2} < 1, \quad (x \leq 0); \\ j_0 \left[ 1 - \left( \frac{x^2}{R_3^2} + \frac{y^2}{R_2^2} \right) \right] & \text{при} \frac{x^2}{R_3^2} + \frac{y^2}{R_2^2} < 1, \quad (x \geq 0); \\ 0 & \text{при других значениях } x \text{ и } y; \end{cases} \quad (11)$$

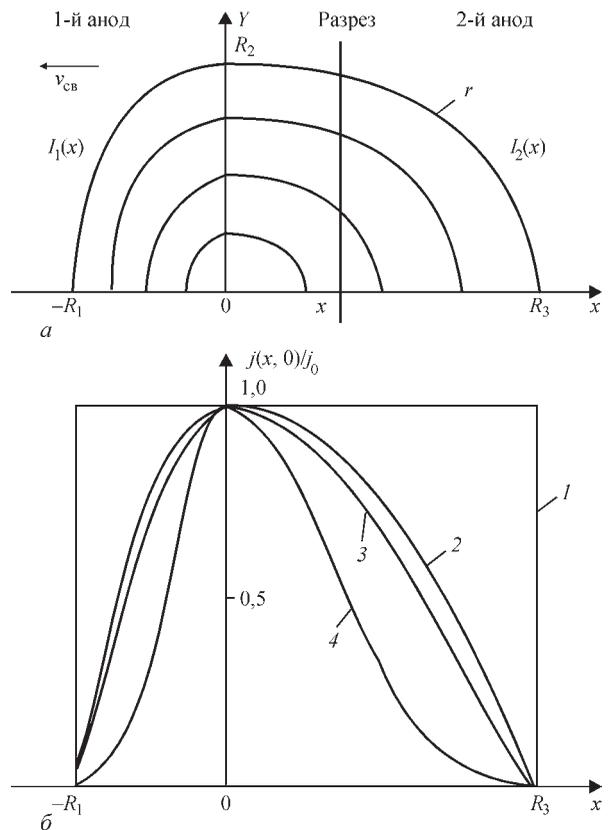


Рис. 1. Асимметрия функции распределения плотности тока в анодном пятне сварочной дуги: а — линии равной плотности тока; б — рассматриваемые виды функций распределения (1 — однородное распределение; 2 — параболическое; 3 — распределение вида (12); 4 — нормальное распределение)

в) распределение вида

$$j(x, y) = \begin{cases} j_0 J_0 \left( \lambda \sqrt{\frac{x^2}{R_1^2} + \frac{y^2}{R_2^2}} \right) & \text{при} \frac{x^2}{R_1^2} + \frac{y^2}{R_2^2} < 1, \quad (x \leq 0); \\ j_0 J_0 \left( \lambda \sqrt{\frac{x^2}{R_3^2} + \frac{y^2}{R_2^2}} \right) & \text{при} \frac{x^2}{R_3^2} + \frac{y^2}{R_2^2} < 1, \quad (x \geq 0); \\ 0 & \text{при других значениях } x \text{ и } y; \end{cases} \quad (12)$$

г) нормальное распределение

$$j(x, y) = \begin{cases} j_0 \exp \left[ -k \left( \frac{x^2}{R_1^2} + \frac{y^2}{R_2^2} \right) \right] & \text{при} (x \leq 0); \\ j_0 \exp \left[ -k \left( \frac{x^2}{R_3^2} + \frac{y^2}{R_2^2} \right) \right] & \text{при} (x \geq 0), \end{cases} \quad (13)$$

где  $j_0 = j(0; 0)$  — плотность тока на оси пятна. Очевидно, что в случае цилиндрической симметрии ( $R_1 = R_2 = R_3 = R$ ) выражения (10)...(12) и (13) соответственно переходят в (1)...(3) и (7).

Найдем аналитическое выражение для тока, протекающего через первый анод, в зависимости

от координаты  $x$  разреза (рис. 1,  $a$ ) для различных видов распределения плотности тока в анодном пятне. Ток, протекающий через первый анод, есть

$$I_1(x) = 2 \int_{-\infty}^x dx \int_0^{\infty} dy j(x, y). \quad (14)$$

Подставив соотношения (10)...(13) в выражение (14) и произведя интегрирование, соответственно получим.

а) однородное распределение:

$$\left. \begin{aligned} I_1(x) &= \frac{\pi j_0}{2} R_1 R_2 \left( 1 + \frac{2}{\pi} \arcsin \frac{x}{R_1} + \right. \\ &\quad \left. + \frac{2}{\pi} \frac{x}{R_1} \sqrt{1 - \frac{x^2}{R_1^2}} \right), \quad (x \leq 0); \\ I_1(x) &= \frac{\pi j_0}{2} \left[ R_1 R_2 + R_2 R_3 \left( \frac{2}{\pi} \arcsin \frac{x}{R_3} + \right. \right. \\ &\quad \left. \left. + \frac{2}{\pi} \frac{x}{R_3} \sqrt{1 - \frac{x^2}{R_3^2}} \right) \right], \quad (x \geq 0); \end{aligned} \right\} \quad (15)$$

б) параболическое распределение:

$$\left. \begin{aligned} I_1(x) &= \frac{\pi j_0}{4} R_1 R_2 \left[ 1 + \frac{2}{\pi} \arcsin \frac{x}{R_1} + \right. \\ &\quad \left. + \frac{4}{3\pi} \frac{x}{R_1} \left( \frac{5}{2} - \frac{x^2}{R_1^2} \right) \sqrt{1 - \frac{x^2}{R_1^2}} \right], \quad (x \leq 0); \\ I_1(x) &= \frac{\pi j_0}{4} \left\{ R_1 R_2 + R_2 R_3 \left[ \frac{2}{\pi} \arcsin \frac{x}{R_3} + \right. \right. \\ &\quad \left. \left. + \frac{4}{3\pi} \frac{x}{R_3} \left( \frac{5}{2} - \frac{x^2}{R_3^2} \right) \sqrt{1 - \frac{x^2}{R_3^2}} \right] \right\}, \quad (x \geq 0); \end{aligned} \right\} \quad (16)$$

в) распределение вида (12):

$$\left. \begin{aligned} I_1(x) &= \frac{\pi j_0}{2} \sum_{n=0}^{\infty} a_n R_1 R_2 \left[ b_n \left( 1 + \frac{2}{\pi} \arcsin \frac{x}{R_1} + \right. \right. \\ &\quad \left. \left. + \frac{2}{\pi} \frac{x}{R_1} \sqrt{1 - \frac{x^2}{R_1^2}} \right) + \mu_n \left( \frac{x}{R_1} \right) - \right. \\ &\quad \left. - v_n \left( \frac{x}{R_1} \right) \right], \quad (x \leq 0); \\ I_1(x) &= \frac{\pi j_0}{2} \sum_{n=0}^{\infty} a_n R_1 R_2 b_n + R_2 R_3 \times \\ &\quad \times \left[ b_n \left( \frac{2}{\pi} \arcsin \frac{x}{R_3} + \frac{2}{\pi} \frac{x}{R_3} \sqrt{1 - \frac{x^2}{R_3^2}} \right) + \right. \\ &\quad \left. + \mu_n \left( \frac{x}{R_3} \right) - v_n \left( \frac{x}{R_3} \right) \right], \quad (x \geq 0), \end{aligned} \right\} \quad (17)$$

где

$$\left. \begin{aligned} a_n &= \frac{(-1)^n (\lambda/2)^{2n}}{(n!)^2}; \\ b_n &= \frac{1}{\pi(n+1)} \sum_{i=1}^n C_{n,i}; \\ b_0 &= 0; \\ C_{n,i} &= \frac{\Gamma(n-i+1/2)\Gamma(i+1/2)}{(n-i)!i!}; \\ \mu_n(x) &= \frac{2}{\pi^{3/2}(n+1)} \times \\ &\quad \times \sum_{i=1}^n C_{n,i} \sum_{k=1}^i \frac{k!x(1-x^2)^{k+1/2}}{(2k+1)\Gamma(k+1/2)}; \\ v_n(x) &= \frac{2}{\pi(n+1)} \times \\ &\quad \times \sum_{i=0}^{n-1} C_{n,i} \sum_{k=1}^{n-i} \frac{(i+k)!x^{2k-1}(1-x^2)^{i+3/2}}{(2i+1)\Gamma(i+1/2)\Gamma(k+1/2)}; \\ \mu_0(x) &= v_0(x) = 0; \\ \Gamma(x) &= \int_0^{\infty} e^{-t} t^{x-1} dt; \end{aligned} \right\} \quad (18)$$

г) нормальное распределение:

$$\left. \begin{aligned} I_1(x) &= \frac{\pi j_0}{2k} R_1 R_2 \left[ 1 - \operatorname{erf} \left( -\sqrt{k} \frac{x}{R_1} \right) \right], \quad (x \leq 0); \\ I_1(x) &= \frac{\pi j_0}{2k} \left\{ R_1 R_2 + R_2 R_3 \left[ \operatorname{erf} \left( \sqrt{k} \frac{x}{R_1} \right) \right] \right\}, \quad (x \geq 0), \end{aligned} \right\} \quad (19)$$

где  $\operatorname{erf}(x) = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_0^x e^{-t^2} dt$  — интеграл вероятности.

Полный ток дуги  $I_d$  в общем виде можно записать так:

$$I_d = \alpha \pi j_0 (R_1 + R_3) R_2, \quad (20)$$

где для однородного распределения  $\alpha = 1/2$ , для параболического  $\alpha = 1/4$ , для распределения вида

(12)  $\alpha = \frac{1}{2} \sum_{n=0}^{\infty} a_n v_n \approx 0,215877$  и для нормального распределения  $\alpha = (1/2k)$ .

Экспериментально полученная осциллограмма тока, протекающего через первый анод, в зависимости от координаты разреза схематически изображена на рис. 2. Штрихами на рисунке обозначена прямая, экстраполирующая линейный участок осциллограммы. Аналитическое уравнение этой прямой для различных видов функции распределения плотности тока (10)...(13) можно найти, разлагая выражения (15)...(17) и (19) в ряд с точностью до членов первого порядка  $\left( \frac{x}{R_1} \approx \frac{x}{R_3} \right) \leq 1$ .

В общем виде можно записать

$$I_{1\text{лин}}(x) = \alpha \pi j_0 R_2 (R_1 + \beta x), \quad (21)$$

где  $\beta$  — безразмерный коэффициент. Для однородного распределения  $\beta = (4/\pi)$ , для параболического  $\beta = (16/3\pi)$ , для распределения вида (12)

$$\beta = \frac{4}{\pi} \times \left\{ 1 + \frac{\pi}{8\alpha} \sum_{n=1}^{\infty} a_n \frac{\partial}{\partial x} [\mu_n(x) - \nu_n(x)] \Big|_{x=0} \right\} \approx 1,802997$$

и для нормального распределения  $\beta = 2\sqrt{\frac{k}{\pi}}$ .

Координаты точек пересечения линейной экстраполяции осциллограммы с прямыми  $I(x) = 0$  и  $I(x) = I_d$  (рис. 2) могут быть определены как решения уравнений

$$\left. \begin{aligned} I_{\text{линь}}(x_1) &= 0; \\ I_{\text{линь}}(x_2) &= I_d, \end{aligned} \right\} \quad (22)$$

что после подстановки в них выражений (20) и (21) дает:

$$\left. \begin{aligned} x_1 &= -\frac{R_1}{\beta}; \\ x_2 &= -\frac{R_3}{\beta}. \end{aligned} \right\} \quad (23)$$

Тогда

$$l = x_2 - x_1 = \frac{1}{\beta}(R_1 + R_3). \quad (24)$$

Действительные значения тока, протекающего через первый анод, в точках  $x_1$  и  $x_2$  (рис. 2) можно, согласно выражениям (15)...(17), (19), (20) и (23), записать в виде:

$$\left. \begin{aligned} I_1^{(1)} &\equiv I_1(x_1) = \frac{1}{\beta l} I_d R_1 (1 - \varepsilon); \\ I_1^{(2)} &\equiv I_1(x_2) = \frac{1}{\beta l} I_d R_1 \left( 1 + \varepsilon \frac{R_3}{R_1} \right), \end{aligned} \right\} \quad (25)$$

где для однородного распределения

$$\varepsilon = \frac{2}{\pi} \arcsin \frac{1}{\beta} + \frac{2}{\pi} \frac{1}{\beta} \sqrt{1 - \frac{1}{\beta^2}}; \quad (26)$$

для параболического

$$\varepsilon = \frac{2}{\pi} \arcsin \frac{1}{\beta} + \frac{4}{3\pi} \frac{1}{\beta} \left( \frac{5}{2} - \frac{1}{\beta^2} \right) \sqrt{1 - \frac{1}{\beta^2}}; \quad (27)$$

для распределения вида (12)

$$\varepsilon = \frac{2}{\pi} \arcsin \frac{1}{\beta} + \frac{2}{\pi} \frac{1}{\beta} \sqrt{1 - \frac{1}{\beta^2}} - \quad (28)$$

$$- \frac{1}{2\alpha} \sum_{n=1}^{\infty} a_n [\mu_n(x) - \nu_n(x)] \Big|_{x=\frac{1}{\beta}}$$

и для нормального распределения

$$\varepsilon = \operatorname{erf} \left( \sqrt{k} \frac{1}{\beta} \right). \quad (29)$$

Подставляя в выражения (26)...(29) соответствующие значения  $\beta$ , находим, что для однородного распределения  $\varepsilon = 0,8846$ , для параболического  $\varepsilon = 0,8360$ , для распределения вида (12)  $\varepsilon = 0,8262$  и для нормального распределения  $\varepsilon = 0,7899$ .

Решив уравнения (25), получим

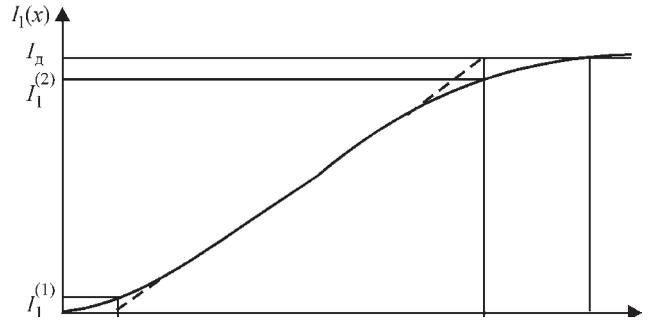


Рис. 2. Упрощенная осциллограмма тока, протекающего через первый анод

$$\left. \begin{aligned} R_1 &= l\beta \frac{I_1^{(1)}}{I_d} \frac{1}{1 - \varepsilon}; \\ R_3 &= l\beta \left( \frac{I_1^{(2)}}{I_d} \frac{1}{\varepsilon} - \frac{I_1^{(1)}}{I_d} \frac{1}{\varepsilon(1 - \varepsilon)} \right). \end{aligned} \right\} \quad (30)$$

Для определения параметров  $j_0$  и  $R_2$  воспользуемся уравнением (20), причем предположим, что  $R_2 = R$ , где  $R$  — радиус неподвижной (цилиндрически-симметричной) дуги того же тока, для которой, согласно (1)...(3) и (7), можно записать

$$I_d = 2\alpha\pi j_0 R^2. \quad (31)$$

Приравнявая выражения (20) и (31), находим

$$R_2 = \frac{1}{2}(R_1 + R_3), \quad (32)$$

или, используя соотношения (20) и (24), получаем

$$j_0 = \frac{2I_d}{\alpha\pi(\beta l)^2}. \quad (33)$$

При выводе уравнений (32) и (33) было также использовано предположение, что при движении дуги плотность тока на оси анодного пятна не изменяется по отношению к неподвижной дуге, т. е.  $j(0; 0) = j(0) \equiv j_0$ . Выражая среднюю плотность тока в анодном пятне сварочной дуги как

$$j_{\text{cp}} = \frac{I_d}{S}, \quad (34)$$

где  $S = \frac{\pi R_2^2}{2}(R_1 + R_3)$  — площадь пятна, определяем,

учитывая выражения (24) и (32), что

$$j_{\text{cp}} = \frac{4I_d}{\pi(\beta l)^2}, \quad (35)$$

или, используя формулу (33), находим, что в движущейся дуге

$$j_{\text{cp}} = 2\alpha j_0. \quad (36)$$

Очевидно, что связь между  $j_{\text{cp}}$  и  $j_0$  имеет тот же вид, что и в неподвижной (цилиндрически-симметричной) дуге.

С помощью (30), (32) и (33) полностью решается задача об определении параметров  $R_1$ ,  $R_2$ ,  $R_3$  и  $j_0$  распределения плотности тока в анодном пятне сварочной дуги при известном виде этой функ-

ции — (10)...(12) или (13), что и является целью настоящей работы.

В заключение следует отметить, что соотношения (30) определяют набор правил для выбора исходного вида функции распределения, которую можно охарактеризовать параметром  $\varepsilon$ . Очевидно, что для движущейся дуги  $R_1 \leq R_3$ , и учитывая то, что  $0 \leq \varepsilon \leq 1$ , из выражений (30) получим, что

$$\varepsilon \leq \xi, \quad (37)$$

где

$$\xi = \frac{I_1^{(2)} - I_1^{(1)}}{I_1^{(2)} + I_1^{(1)}}. \quad (38)$$

Таким образом, предварительно определив по натурной осциллограмме параметр  $\xi$ , следует выбирать такой вид функции распределения, для которого  $\varepsilon \leq \xi$ .

При выборе вида функции распределения (10)...(13) необходимо также учесть, что существуют определенные требования к точности измерения токов  $I_1^{(1)}$  и  $I_1^{(2)}$ . Если относительная погрешность определения указанных токов есть

$$\frac{\Delta I_1^{(1,2)}}{I_d} = \delta, \quad (39)$$

где  $\delta$  складывается из погрешности измерения  $\delta_1$  и погрешности обработки осциллограмм  $\delta_2$  т. е.  $|\delta| = |\delta_1| + |\delta_2|$ , то из формулы (38) следует, что погрешность в определении  $\xi$  есть

$$\Delta \xi = \frac{2I_d}{I_1^{(2)} + I_1^{(1)}} \delta. \quad (40)$$

Вместо выражения (40) можно использовать и приближенную формулу, а именно: так как  $I_d \approx I_1^{(1)} + I_1^{(2)}$ , то

$$\Delta \xi \approx 2\delta. \quad (41)$$

Таким образом, учитывая условие (37) для однозначного выбора одной из функций (10)...(13), необходимо, чтобы

$$|\Delta \xi| \leq \left| \frac{\Delta \varepsilon}{2} \right|. \quad (42)$$

где  $\Delta \varepsilon$  — минимальная разность значений  $\varepsilon$  для различных видов функции распределения плотности тока. В рассматриваемых нами случаях  $\Delta \varepsilon = 0,01$ . Тогда, используя соотношения (41) и (42), находим, что относительная погрешность определения тока, протекающего через первый анод, должна быть меньше 0,25 %. Указанная точность требуется, однако, не во всем диапазоне измерения тока, а только при определении значений  $I_1^{(1)}$  и  $I_1^{(2)}$ .

Итак, для определения параметров функции распределения плотности тока в анодном пятне сварочной дуги необходимо построить линейную экстраполяцию осциллограммы тока, протекающего через первый анод, найти точки  $x_1, x_2$  и в этих точках найти значения  $I_1^{(1)}, I_1^{(2)}$ . Затем, вычислив параметр  $\xi$ , выбрать один из указанных видов функции распределения (если условию  $\varepsilon \leq \xi$  удовлетворяет несколько значений  $\varepsilon$ , то следует выбирать значение  $\varepsilon$ , ближайшее к  $\xi$  и, измерив длину  $l$ , найти параметры выбранной функции распределения.

1. Шоек П. А. Исследование баланса энергии на аноде сильноточных дуг, горящих в атмосфере аргона. — В кн.: Современные проблемы теплообмена. — М.; Л.: Энергия, 1966. — С. 110–139.
2. Гвоздецкий В. С. О функции распределения плотности тока в анодном пятне дуги. — Автомат. сварка. — 1973. — № 12. — С. 20–24.
3. Грановский В. Л. Электрический ток в газе. Установившийся ток. — М.: Наука, 1971. — 544 с.
4. Лесков Г. И. Электрическая сварочная дуга. — М.: Машиностроение, 1970. — 335 с.
5. Рыкалин Н. Н. Расчеты тепловых процессов при сварке. — М.: Машгиз, 1951. — 296 с.

### 1.1.4. РАСЧЕТ ТЕПЛОФИЗИЧЕСКИХ СВОЙСТВ И КОЭФФИЦИЕНТОВ ПЕРЕНОСА ТЕРМИЧЕСКОЙ ПЛАЗМЫ ПРИ СВАРКЕ В Ar–He-СМЕСИ\*

В.С. ГВОЗДЕЦКИЙ, И.В. КРИВЦУН, М.И. ЧИЖЕНКО

Исследуются теплофизические и переносные свойства плазмы дуги, горящей в Ar–He-смеси при различных исходных соотношениях компонент защитной среды.

При определении состава Ar–He-плазма в исследуемом диапазоне температур рассматривалась как многокомпонентная неидеальная смесь, состоящая из Ar, He, Ar<sup>+</sup>, He<sup>+</sup>, Ar<sup>++</sup>, e. Система исходных уравнений для расчета состава такой плазмы имеет вид

$$\frac{n_e n_{jm+1}}{n_{jm}} = 2 \left( \frac{2\pi m_e kT}{h^2} \right)^{3/2} \frac{z_{jm+1}}{z_{jm}} \times \exp \left( - \frac{J_{jm} - \Delta J_m}{kT} \right); \quad (1)-(3)$$

$$n_e + \sum_{j,m} n_{jm} = n = (p - \Delta p) / kT; \quad (4)$$

$$\sum_m n_{Arm} = \beta \sum_m n_{He m}; \quad (5)$$

$$n_e = \sum_{j,m} z_m n_{jm}; \quad j = \text{Ar, He}; \quad m = 0, +1, +2, \quad (6)$$

где (1)–(3) — уравнения ионизационного равновесия; (4) — уравнение состояния; (5) — уравнение сохранения исходного числа частиц смеси; (6) — условие квазинейтральности. Здесь  $\Delta p$  и  $\Delta J_m$  — соответственно поправка к давлению и уменьшение потенциала ионизации, обусловленные электростатическим взаимодействием частиц в плазме [1];

$$\Delta p = - \frac{n_e e^2}{24\pi^{3/2} \epsilon_0 r_D} z_{\text{эф}}; \quad z_{\text{эф}} = \frac{\sum_{j,m} n_{jm} z_m^2}{n_e}; \quad (7)$$

$$\Delta J_m = \frac{(m+1)e^2}{4\pi \epsilon_0 r_D}; \quad (8)$$

где

$$r_D = \sqrt{\frac{\epsilon_0 kT}{\sum_{j,m} (z_m e)^2 n_{jm}}}$$

— дебаевский радиус экранирования.

При расчетах статистической суммы атома (иона)  $z_{jm}$  использовались данные по уровням энергии из [2].

Система (1)–(6) с учетом выражений (7) и (8) решалась численно методом Ньютона для различных соотношений компонентов в исходной смеси.

По найденному составу плазмы рассчитывались термодинамические свойства Ar–He-смеси: степень ионизации

$$\alpha = n_e \sum_{j,m} n_{jm}; \quad (9)$$

плотность

$$\rho = \sum_{j,m} m_j n_{jm}; \quad (10)$$

удельные теплоемкости  $C_p$  и  $C_v$  [3]

$$C_p = \frac{5k}{2\mu_\kappa} \left[ 1 + \alpha_1 + \alpha_1 \frac{(1-\alpha_1^2)}{2} \left( \frac{5}{2} + \frac{U_\kappa}{kT} \right)^2 + \alpha_2 \frac{(1-\alpha_2^2)}{2} \left( \frac{5}{2} + \frac{\kappa J_{Ar^+}}{kT} \right)^2 \right]; \quad (11)$$

$$C_v = \frac{3k}{2\mu_\kappa} \left[ 1 + \alpha_1 + \alpha_1 \frac{(1-\alpha_1)}{(2-\alpha_1)} \left( \frac{3}{2} + \frac{U_\kappa}{kT} \right)^2 + \alpha_2 \frac{(1-\alpha_2)}{(2-\alpha_2)} \left( \frac{3}{2} + \frac{\kappa J_{Ar^+}}{kT} \right)^2 \right]; \quad (12)$$

где  $\alpha_1 = n_e / (n_e + n_{Ar} + n_{He})$ ,  $\alpha_2 = n_{Ar^{++}} / (n_e - n_{Ar^{++}})$ .

В (11)–(12) параметр  $\kappa = 0$  при 100 % He и  $\kappa = 1$  при 100 % Ar в смеси,  $\mu_\kappa = \kappa m_{Ar} + (1 - \kappa) m_{He}$ ,  $U_\kappa = \kappa J_{Ar} + (1 - \kappa) J_{He}$ ,  $J_{jm}$  — потенциал ионизации атома (иона) сорта  $jm$ .

Результаты расчетов  $\rho$  и  $C_v$  представлены на рис. 1, 2. Для вычисления коэффициентов переноса Ar–He-смеси используется 13-моментное приближение метода Грэда решения системы кинетических уравнение для многокомпонентной плазмы [4]. Тогда коэффициенты вязкости и транспортной теплопроводности имеют следующий вид [5]:

$$\eta = \sum_{\alpha,\beta} Y_\alpha Y_\beta \frac{|N|_{\beta\alpha}}{|N|}; \quad \lambda_{\text{тр}} = \sum_{\alpha,\beta} Y_\alpha Y_\beta \frac{|L|_{\beta\alpha}}{|L|}; \quad (13)$$

где  $Y_\alpha = n_\alpha / n$  — мольная концентрация  $\alpha$ -й компоненты смеси, а запись  $|A|$  и  $|A|_{\beta\alpha}$  соответствует определителю, составленному из коэффициентов  $A_{\alpha\beta}$  и алгебраическому дополнению элемента  $\beta\alpha$ -определителя.

Коэффициенты  $N_{\beta\alpha}$  и  $L_{\alpha\beta}$  имеют вид

\*Применение математических методов в сварке: Сб. науч. тр. — Киев: ИЭС им. Е.О. Патона, 1988. — С. 21–28.

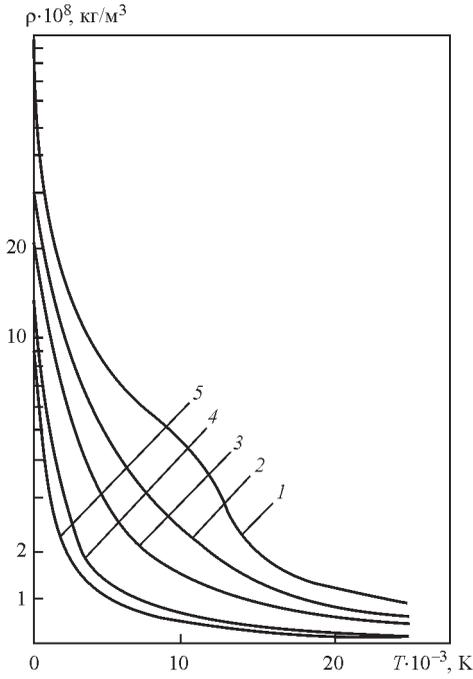


Рис. 1. Зависимость плотности Ar-He-плазмы от температуры при давлении  $1 \cdot 10^5$  Па: 1 — 100 % Ar; 2 — 50 % Ar + 50 % He; 3 — 25 % Ar + 75 % He; 4 — 5 % Ar + 95 % He; 5 — 100 % He

$$N_{\alpha\alpha} = Y_{\alpha}^2 / [\eta_{\alpha\alpha}]_1 + \sum_{\beta \neq \alpha} \frac{2Y_{\alpha} Y_{\beta}}{(m_{\alpha} + m_{\beta})n[D_{\alpha\beta}]_1} \times \left( 1 + \frac{3}{5} \frac{m_{\beta}}{m_{\alpha}} A_{\alpha\beta} \right), \quad (14)$$

$$N_{\alpha\beta} = -\frac{2Y_{\alpha} Y_{\beta}}{(m_{\alpha} + m_{\beta})n[D_{\alpha\beta}]_1} \left( 1 - \frac{3}{5} A_{\alpha\beta} \right), \quad \beta \neq \alpha,$$

$$L_{\alpha\alpha} = Y_{\alpha}^2 / [\lambda_{\alpha\alpha}]_1 + \frac{4}{25} \frac{T}{p} \sum_{\beta \neq \alpha} \frac{Y_{\alpha} Y_{\beta}}{(m_{\alpha} + m_{\beta})^2 [D_{\alpha\beta}]_1} \times \left( \frac{15}{2} m_{\alpha}^2 + \frac{25}{4} m_{\beta}^2 - 3m_{\beta}^2 B_{\alpha\beta} + 4m_{\alpha} m_{\beta} A_{\alpha\beta} \right);$$

$$L_{\alpha\beta} = -\frac{4}{25} \frac{T}{p} \frac{m_{\alpha} m_{\beta}}{(m_{\alpha} + m_{\beta})^2} \frac{Y_{\alpha} Y_{\beta}}{[D_{\alpha\beta}]_1} \times \left( \frac{55}{4} - 3B_{\alpha\beta} - 4A_{\alpha\beta} \right), \quad \beta \neq \alpha.$$

Величины

$$[D_{\alpha\beta}]_1 = \frac{3kT}{16n_{\alpha\beta} Q_{\alpha\beta}^{(1,1)}}, \quad (16)$$

$$[\eta_{\alpha\alpha}]_1 = \frac{5kT}{8Q_{\alpha\alpha}^{(2,2)}}, \quad [\lambda_{\alpha\alpha}]_1 = \frac{15}{4} \frac{k}{m_{\alpha}} [\eta_{\alpha\alpha}]_1,$$

совпадают со значениями коэффициентов взаимной диффузии частиц  $\alpha$ - и  $\beta$ -сортов, а также коэффициентов вязкости и теплопроводности простого газа, состоящего из частиц  $\alpha$ -сортов, рассчитанных в первом приближении метода Чепмена-Энскога [6].

Величины  $A_{\alpha\beta}$  и  $B_{\alpha\beta}$  определяются соотношениями

$$\begin{aligned} A_{\alpha\beta} &= Q_{\alpha\beta}^{(l,s)} / 2Q_{\alpha\beta}^{(1,1)}, \\ B_{\alpha\beta} &= (5Q_{\alpha\beta}^{(1,2)} - Q_{\alpha\beta}^{(1,3)}) / 3Q_{\alpha\beta}^{(1,1)}. \end{aligned} \quad (17)$$

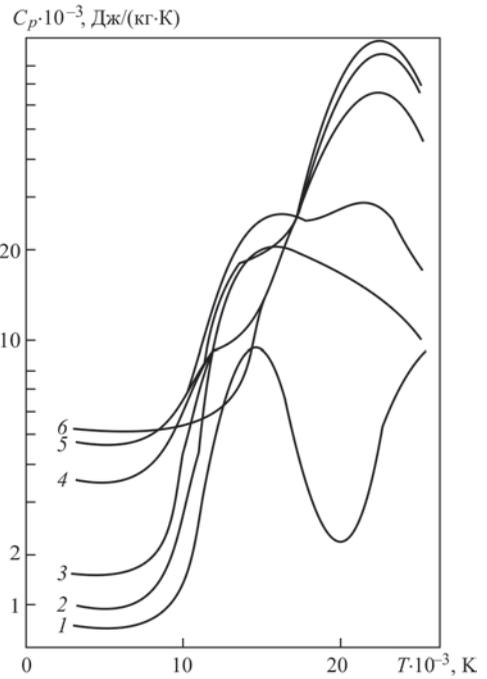


Рис. 2. Зависимость удельной теплоемкости  $C_p$  от температуры при давлении  $1 \cdot 10^5$  Па для Ar-He-плазмы: 1 — 100 % Ar; 2 — 50 % Ar + 50 % He; 3 — 25 % Ar + 75 % He; 4 — 5 % Ar + 95 % He; 5 — 1 % Ar + 99 % He; 6 — 100 % He\*

Здесь  $Q_{\alpha\beta}^{(l,s)}$  — обобщенные интегралы столкновений, определяемые через сечения взаимодействия  $\alpha$ - и  $\beta$ -й частиц [7]

$$Q_{\alpha\beta}^{(l,s)} = \sqrt{\frac{kT}{2\pi\mu_{\alpha\beta}}} \int_0^{\infty} e^{-\xi^2} \xi^{2s+3} Q_{\alpha\beta}^{(l)} d\xi; \quad (18)$$

$$Q_{\alpha\beta}^{(l)} = 2\pi \int_0^{\pi} (1 - \cos^l \theta) \sigma_{\alpha\beta}(\theta, V) \sin \theta d\theta, \quad (19)$$

где  $\sigma_{\alpha\beta}(\theta, V)$  — дифференциальное сечение рассеяния,  $V$  — относительная скорость частиц,  $\mu_{\alpha\beta}$  — приведенная масса,  $\xi = (\mu_{\alpha\beta} V^2 / 2kT)^{1/2}$ .

Расчет электропроводности смеси проводился по формуле [5]

$$\sigma = K_{\sigma} \frac{n e^2}{m_e} \tau_0, \quad (20)$$

где

$$\tau_0^{-1} = \sum_{\beta \neq \alpha} \tau_{\alpha\beta}^{-1}, \quad \tau_{\alpha\beta}^{-1} = \frac{16}{3} n_{\beta} Q_{\alpha\beta}^{(1,1)}.$$

Для коэффициента  $K_{\sigma}$  имеем

$$K_{\sigma} = \left( 1 - \frac{5}{2} \tau_0 \tau_e v_0^2 \right)^{-1}, \quad (21)$$

где

$$v_0 = \sum_{\beta \neq \alpha} \left( \frac{6}{5} C_{\alpha\beta} - 1 \right) \tau_{\alpha\beta}^{-1}, \quad C_{\alpha\beta} = Q_{\alpha\beta}^{(1,2)} / 3Q_{\alpha\beta}^{(1,1)},$$

$$(\tau_e)^{-1} = 0,4 \tau_{ee}^{-1} + \sum_{\beta \neq \alpha} (2,5 - 1,2 B_{\alpha\beta}) \tau_{\alpha\beta}^{-1}.$$

\*Обозначения кривых 1–6 на рис. 2–5 одинаковы.

Выражения для  $B_{e\beta}$  легко получить из (17) при  $\alpha = e$ .

При расчетах электропроводности и вязкости плазмы используемое приближение обеспечивает необходимую степень точности, однако для определения  $\lambda_{тр}$  при высоких температурах необходимо воспользоваться более точным 21-моментным приближением метода Грэда. Учитывая, что в сильно ионизованной плазме основной вклад в коэффициент транспортной теплопроводности вносят электроны, достаточно уточнить выражение лишь для коэффициента электронной теплопроводности  $\lambda_e$ .

Коэффициент  $\lambda_e$  в 21-моментном приближении имеет вид

$$\lambda_e = \frac{k}{m_e} p_e \tau_e^* f_e, \quad (22)$$

$$f_e = 3,9 \frac{(1+1,47z_{эф}^*)(1+1,7z_{эф}^*)}{(1+2,65z_{эф}^*)(1+0,29z_{эф}^*)}, \quad (23)$$

$$z_{эф}^* = \frac{\sum_{\beta \neq e} n_{\beta} z_{\beta}^2}{n_e},$$

где

$$(\tau_e^*)^{-1} = 0,5\tau_{ee}^{-1} + \sum_{\beta \neq e} \tau_{e\beta}^{-1}.$$

Тогда для коэффициента транспортной теплопроводности имеем

$$\lambda_{тр}^1 = \lambda_{тр} + \lambda_e^*, \quad (24)$$

где

$$\lambda_e^* = \frac{k}{m_e} p_e f_e^*, \quad f_e^* = f_e \tau_e^* - \frac{5}{2} \tau_e.$$

При расчете полного коэффициента теплопроводности  $\lambda$  помимо  $\lambda_{тр}^1$  необходимо также учитывать коэффициент ионизационной теплопроводности  $\lambda_R^1$ , обусловленный переносом энергии ионизации в плазме [8]. Таким образом, полный коэффициент теплопроводности имеет следующий

$$\lambda = \lambda_{тр}^1 + \lambda_R^1. \quad (25)$$

Как следует из приведенных выше формул, коэффициенты переноса плазмы выражаются через обобщенные интегралы столкновений  $Q_{\alpha\beta}^{(l,s)}$ , которые в свою очередь зависят от вида потенциала межчастичного взаимодействия  $\varphi_{\alpha\beta}(r)$ . Для описания взаимодействия между нейтральными частицами использовалась потенциальная функция Леннарда-Джонса:

$$\varphi_{\alpha\beta}(r) = 4\epsilon_{\alpha\beta} \left[ \left( \frac{\sigma_{\alpha\beta}}{r} \right)^{12} - \left( \frac{\sigma_{\alpha\beta}}{r} \right)^6 \right]. \quad (26)$$

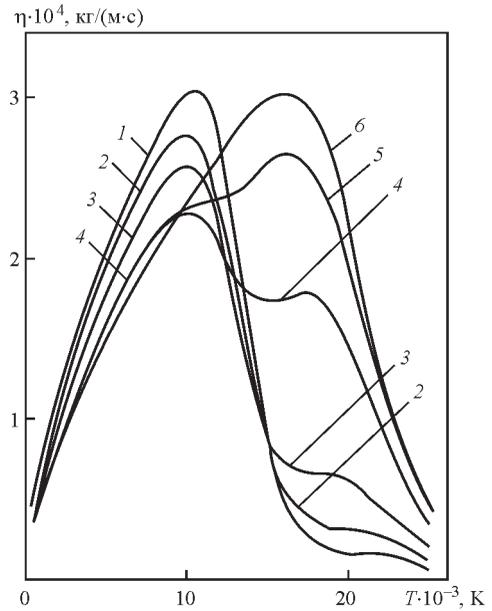


Рис. 3. Температурная зависимость коэффициента динамической вязкости для Ag-He-плазмы атмосферного давления

Параметры потенциала  $\epsilon_{\alpha\beta}$  и  $\sigma_{\alpha\beta}$  брались из [9]. Значения  $Q_{\alpha\beta}^{(l,s)}$  для этих параметров вычислялись по данным [7].

Для расчета интегралов столкновений между атомами и ионами использовался потенциал электростатического дальнего действия взаимодействия [9]. Особое место при таких взаимодействиях занимает рассеяние ионов на атомах собственного газа. Наблюдающееся при этом явление симметричной резонансной перезарядки необходимо учитывать при расчетах  $Q_{\alpha\beta}^{(l,s)}$  для нечетных значений  $(l, s)$ . Сечение резонансной перезарядки вычислялось по асимптотической теории [10].

В случае взаимодействия заряженных частиц использовался кулоновский потенциал

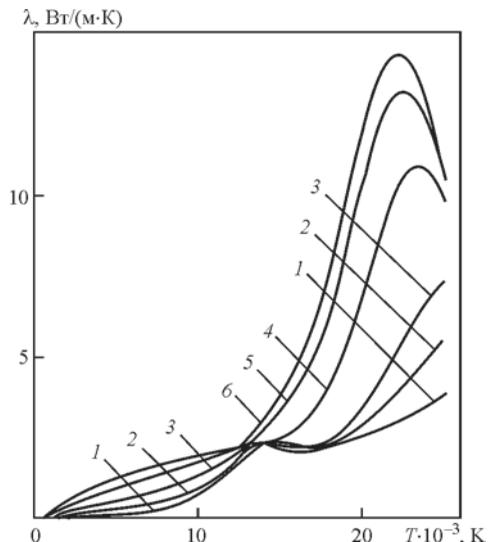


Рис. 4. Зависимость теплопроводности Ag-He-плазмы атмосферного давления от температуры

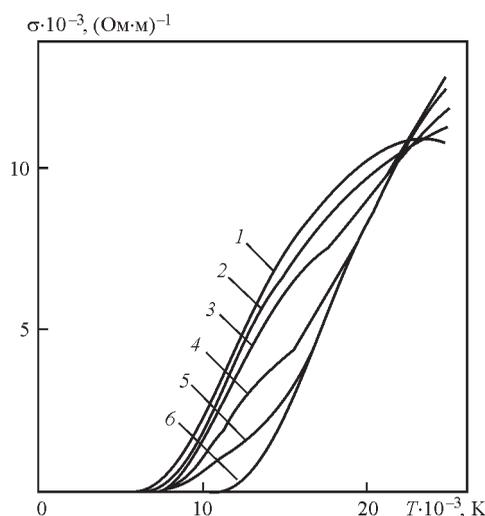


Рис. 5. Зависимость электропроводности от температуры при давлении  $1 \cdot 10^5$  Па для Ar–He-плазмы

$$\varphi_{\alpha\beta}(r) = \frac{z_\alpha z_\beta e^2}{4\pi\epsilon_0 r} \exp\left(-\frac{r}{r_D}\right). \quad (27)$$

Тогда для обобщенных интегралов столкновений имеем [5]:

$$Q_{\alpha\beta}^{(l,s)} = \sqrt{\pi} l (s-1)! \left( \frac{z_\alpha z_\beta e^2}{4\pi\epsilon_0} \right)^2 \frac{\ln \Lambda_{\alpha\beta}}{\mu_{\alpha\beta}^{1/2} (2kT)^{3/2}}, \quad (28)$$

где

$$\Lambda_{\alpha\beta} = \frac{12\pi\epsilon_0 kT}{|z_\alpha z_\beta| e^2} r_D$$

— кулоновский логарифм.

При взаимодействии электронов с атомами соответствующие значения  $Q_{\alpha\beta}^{(l,s)}$  были рассчитаны по значениям дифференциальных сечений рассеяния электронов на атомах He и Ar из [11, 12].

На основе полученных данных о составе дуговой плазмы и результатов вычислений обобщенных интегралов столкновений, в работе выполнен расчет коэффициентов вязкости, теплопроводности и электропроводности Ar–He-плазмы в диапазоне от 500 до 2500 К для  $P = 1 \cdot 10^5$  Па при различных исходных соотношениях компонентов в смеси. Полученные результаты представлены на рис. 3–5. Из приведенных графиков видно, что небольшие добавки He, потенциал ионизации которого значительно выше, чем у Ar, не оказывают существенного влияния на коэффициенты переноса, а при концентрациях Ar более 5 % и  $T \leq 1400$  К

переносные свойства Ar–He-смеси мало отличаются от соответствующих значений для аргоновой плазмы.

Результаты расчетов коэффициентов переноса для «чистой» аргоновой и гелиевой плазмы оказались в хорошем согласии с экспериментальными и расчетными данными других авторов [13–15]. Это позволяет использовать приведенные в настоящей работе сведения по теплофизическим и переносным свойствам Ar–He-плазмы для расчета технологических параметров сварочных дуг с целью выбора оптимального для данного технологического процесса состава защитной среды.

1. Кацнельсон С.С., Ковальская Г.А. Теплофизические и оптические свойства аргоновой плазмы. — Новосибирск: Наука, 1985. — 147 с.
2. Касабов Г.А., Елисеев В.В. Спектроскопические таблицы для низкотемпературной плазмы: Справочник. — М.: Атомиздат, 1973. — 160 с.
3. *The physics of welding* / Ed. by J.F. Lancaster. — Oxford a.o.: Pergamon Press, 1984. — 297 p.
4. *Некоторые вопросы кинетической теории газов: Сб. науч. тр.* / Под ред. В.П. Шидловского. — М.: Мир, 1965. — 278 с.
5. Жданов В.М. Явление переноса в многокомпонентной плазме. — М.: Энергоиздат, 1982. — 176 с.
6. Чепмен С., Каулинг Т. Математическая теория неоднородных газов. — М.: Изд-во иностр. лит., 1962. — 510 с.
7. Гирифельдер Д., Кертисс Ч., Берд Р. Молекулярная теория газов и жидкостей. — М.: Изд-во иностр. лит., 1961. — 930 с.
8. Кринберг И.А. Влияние реакции ионизации на теплопроводность плазмы // ТВТ. — 1965. — 3, № 6. — С. 838–844.
9. Радциг А.А., Смирнов Б.М. Параметры атомов и атомных ионов: Справочник. — М.: Энергоатомиздат, 1986. — 344 с.
10. Смирнов Б.М. Атомные столкновения и элементарные процессы в плазме. — М.: Энергоатомиздат, 1968. — 363 с.
11. Fon W.C., Berrington K.A., Hibbert A. The elastic scattering of electrons from inert gases: I. Helium // I. Phys. B; At. Mol. Phys. — 1981. — 14, N 2. — P. 205–219.
12. Fon W.C., Berrington K.A., Burke P.Y. The elastic scattering of electrons from inert gases: III. Argon // I. Phys. B; At. Mol. Phys. — 1983. — 16, N 2. — P. 307–321.
13. Жуков М.Ф., Смоляков В.Я., Урюков Б.А. Электродуговые нагреватели газа (плазмотроны). — М.: Наука, 1973. — 232 с.
14. *Справочник по теплофизическим свойствам газов и жидкостей* / Под ред. Н.Б. Варгафтика. — М.: Атомиздат, 1978. — 730 с.
15. Devoto R.S. Transport coefficients in ionized argon // Phys. Fluids. — 1973. — 16, N 5. — P. 616–623.

### 1.1.5. МОДЕЛИРОВАНИЕ ПРОЦЕССОВ ПЕРЕНОСА В МНОГОКОМПОНЕНТНОЙ ПЛАЗМЕ СТОЛБА СВАРОЧНОЙ ДУГИ\*

В.С. ГВОЗДЕЦКИЙ, В.Ф. ДЕМЧЕНКО, И.В. КРИВЦУН,  
В.И. МАХНЕНКО, А.В. РОМАНЕНКО, М.И. ЧИЖЕНКО

Электрическая дуга — основа целого ряда технологических процессов получения, соединения и обработки металлических материалов. Разработка и внедрение новых, а также совершенствование существующих технологий требует всестороннего исследования физических процессов, протекающих в дуговом разряде. Специфической особенностью сварочной дуги является наличие в дуговом промежутке паров материала электродов, флюса и присадки, использование различных защитных газов и их смесей. Это обуславливает сложный многокомпонентный состав плазмы сварочной дуги, образованной ионами и атомами различных сортов. Целенаправленно воздействуя на состав плазмы, можно изменять условия горения дуги и соответственно регулировать тепловое, силовое и электромагнитное взаимодействие дуги со сварочной ванной.

На современном этапе предметом теоретических и экспериментальных исследований [1, 2] стали распределенные характеристики дуги: температура, состав плазмы, плотность, давление и скорость потока. Для теоретической оценки этих характеристик требуется привлекать математические модели, базирующиеся на полной системе МГД-уравнений, с учетом зависимости теплофизических свойств и коэффициентов переноса плазмы от ее состава, температуры и давления. Поэтому разработка компьютерной модели для исследования процессов переноса тепла, вещества, импульса и заряда должна предусматривать создание двух расчетных подсистем, одна из которых осуществляет расчет свойств плазмы, другая, на этой основе, рассчитывает распределенные характеристики дугового разряда. В данной работе изложены подходы к созданию подобной компьютерной модели.

**Теплофизические свойства и коэффициенты переноса многокомпонентной плазмы.** Кинетическая теория процессов переноса в газах и плазме, развитая в работах [3–5], приводит к расчетным формулам, определяющим с высокой точностью коэффициенты вязкости, тепло-, электропроводности и др. Однако эти формулы требуют большого объема вычислений, причем тем большего, чем выше

необходимая точность результатов. Дополнительные трудности возникают также при расчете коэффициентов переноса многокомпонентных плазменных систем, в частности плазмы молекулярных газов и газовых смесей. Для преодоления указанных трудностей в данной работе используется метод моментов Грэда [6], позволяющий получить для коэффициентов переноса многокомпонентной плазмы (особенно это касается коэффициентов электропроводности и транспортной теплопроводности) более простые выражения, которые по точности расчета не уступают соответствующим приближениям метода Чепмена–Энскога [3].

Для расчета коэффициентов переноса многокомпонентной плазмы столба сварочной дуги требуется знать ее термодинамический состав и сечения взаимодействия частиц разных сортов. При определении температурной зависимости состава многокомпонентной плазмы столба сварочной дуги будем исходить из предположения о существовании в смеси локального термодинамического равновесия. Принятое допущение справедливо для сильноточных сварочных дуг ( $I \geq 50$  А) атмосферного и повышенного давления [2]. Тогда система уравнений для расчета состава плазменной смеси, состоящей из атомарных газов, включает уравнения ионизационного равновесия, уравнение состояния, уравнение сохранения исходного числа частиц смеси и условие квазинейтральности. Она дополняется соотношениями для плотности и удельной теплоемкости, которые выбирались в соответствии с [7].

Коэффициенты вязкости и транспортной теплопроводности, полученные в рамках 13-моментного приближения метода Грэда, можно записать в виде [6]

$$\eta = \sum_{\alpha, \beta} Y_{\alpha} Y_{\beta} \frac{[N]_{\beta\alpha}}{[N]}, \quad \lambda_{\text{тр}} = \sum_{\alpha, \beta} Y_{\alpha} Y_{\beta} \frac{[L]_{\beta\alpha}}{[L]}, \quad (1)$$

где  $Y_{\alpha} = n_{\alpha}/n$  — мольная концентрация  $\alpha$ -й компоненты смеси, а  $[K]$  и  $[K]_{\beta\alpha}$  — соответственно определитель, составленный из коэффициентов  $K_{\alpha\beta}$ , и алгебраическое дополнение элемента  $\beta\alpha$ . Выражения для коэффициентов  $N_{\alpha\beta}$  и  $L_{\alpha\beta}$  приведены в

\*Проблемы сварки и специальной электротехнологии: Сб. науч. тр. — Киев: Наукова думка, 1990. — С. 221–229.

[8]. Необходимо отметить, что эти коэффициенты зависят от  $Y_\alpha, Y_\beta, m_\alpha, m_\beta, \rho$  и  $T$ , а также от величин  $Q_{\alpha\beta}^{(l,s)}$  — обобщенных интегралов столкновений, определяемых через сечения взаимодействия  $\alpha$ - и  $\beta$ -й частиц [4]:

$$Q_{\alpha\beta}^{(l,s)} = \sqrt{\frac{kT}{2\pi m_{\alpha\beta}}} \int_0^\infty e^{-\xi^2} \xi^{2s+3} Q_{\alpha\beta}^{(l)} d\xi, \quad (2)$$

$$Q_{\alpha\beta}^{(l)} = 2\pi \int_0^\pi (1 - \cos^l \theta) \sigma_{\alpha\beta}(\theta, g) \sin \theta d\theta,$$

где  $\sigma_{\alpha\beta}(\theta, g)$  — дифференциальное сечение рассеяния;  $g$  — относительная скорость частиц;  $m_{\alpha\beta} = m_\alpha m_\beta / (m_\alpha + m_\beta)$  — приведенная масса,  $\xi = (m_{\alpha\beta} g^2 / 2kT)^{0.5}$ .

Расчет электропроводности многокомпонентной смеси проводился по формуле [2]

$$\sigma = K_\sigma \frac{n_e e^2}{m_e} \tau_0, \quad (3)$$

где

$$\tau_0^{-1} = 16/3 \sum_{\beta \neq l} n_\beta Q_{e\beta}^{(1,1)},$$

а коэффициент  $K_\sigma$  является функцией от  $n_e, n_\beta, Q_{ee}^{(1,1)}$  и  $Q_{e\beta}^{(l,s)}$  ( $l=1, s=1, 2, 3$ ) [6].

При расчетах электропроводности и вязкости плазмы используемое приближение обеспечивает необходимую степень точности, однако при высоких температурах для определения  $\lambda_{tr}$  следует воспользоваться более точным 21-моментным приближением метода Грэда. Учитывая, что в сильно ионизованной плазме основной вклад в коэффициент транспортной теплопроводности вносят электроны, достаточно уточнить выражение лишь для коэффициента электронной теплопроводности  $\lambda_e$  [8]. При вычислении полного коэффициента теплопроводности  $\lambda$  помимо  $\lambda_{tr}$ , необходимо также учитывать коэффициент ионизационной теплопроводности  $\lambda_i$ , обусловленный переносом энергии ионизации в плазме [9]. Таким образом, для полного коэффициента теплопроводности окончательно получаем  $\lambda = \lambda_{tr} + \lambda_i$ .

Расчет коэффициентов переноса требует вычисления обобщенных интегралов столкновений  $Q_{\alpha\beta}^{(l,s)}$ , которые определяются в зависимости от вида потенциала межчастичного взаимодействия. В данной работе при описании взаимодействия между нейтральными частицами использовалась потенциальная функция Леннарда–Джонса [4, 10]. Для расчетов интегралов ион-атомных столкновений был выбран потенциал электростатического дальнегодействующего взаимодействия [10]. Особое место при таких взаимодействиях занимает рассеяние ионов на атомах собственного газа. Наблюдающееся при этом явление симметричной

резонансной перезарядки необходимо учитывать при расчетах  $Q_{\alpha\beta}^{(l,s)}$  для нечетных значений ( $l, s$ ). Сечение резонансной перезарядки вычислялось по асимптотической теории [11]. При описании взаимодействия заряженных частиц использовался кулоновский потенциал [6], а интегралы  $Q_{\alpha\beta}^{(l,s)}$  были рассчитаны по значениям дифференциальных сечений электрон-атомных столкновений [12, 13].

На основе данных о составе дуговой плазмы и результатов вычислений обобщенных интегралов столкновений  $Q_{\alpha\beta}^{(l,s)}$  были рассчитаны также теплофизические и переносные свойства плазмы столба сварочной дуги, горящей в Ar–He смеси при атмосферном и повышенном ( $10^6$  Па) давлении, а также изучено влияние паров Fe на указанные свойства при сварке в среде аргона. Результаты расчетов представлены на рис. 1–5. Из приведенных данных видно, что уже небольшие добавки легкоионизируемых составляющих смеси существенно влияют как на теплофизические свойства, так и на коэффициенты переноса столба дуги, особенно ее периферийных областей, где температура плазмы невысока. Так, например, в случае Ar–He плазмы (см. рис. 2–4) при концентрациях Ar более 5 % и  $T < 14000$  К коэффициенты переноса смеси мало отличаются от соответствующих значений для аргоновой плазмы. Аналогичная зависимость наблюдается и для коэффициента электропроводности Ar–Fe плазмы (рис. 5, б), где более легкоионизируемой компонентой является уже Fe. Что же касается коэффициента теплопроводности Ar–Fe смеси (рис. 5, а), то при  $T > 11000$  К, в отличие от Ar–Fe плазмы, наблюдается значительное увеличение теплопроводности с увеличением содержания аргона в смеси. Это связано с видом температурных зависимостей ионизационных составляющих полного коэффициента теплопроводности, вклад которых в теплопроводность существенно больше у инертных газов, чем у паров Fe. При более высоких температурах влияние легкоионизируемых компонентов на переносные свойства дуговой плазмы уменьшается.

**Математическая модель процессов переноса массы, энергии и импульса.** При разработке модели плазмы столба сварочной дуги будем исходить из следующих допущений: плазма является многокомпонентной и находится в состоянии локального термодинамического равновесия (ЛТР); распределенные характеристики плазмы удовлетворяют условию осевой симметрии; внешние магнитные поля отсутствуют; плазма является оп-

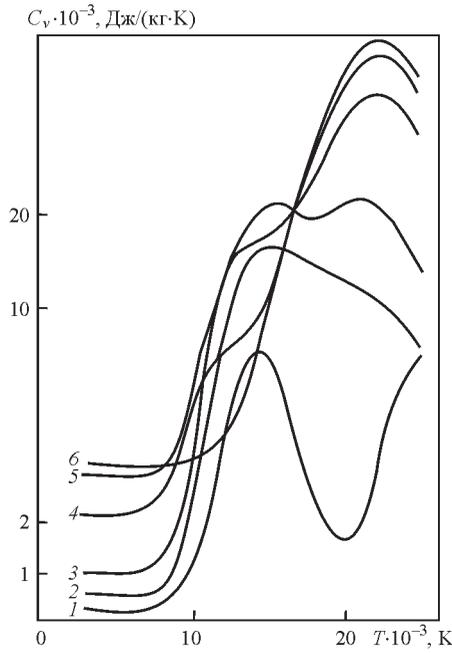


Рис. 1. Зависимость удельной теплоемкости  $C_v$  от температуры при давлении  $10^5$  Па для Ar-He плазмы: 1 — 100 % Ar; 2 — 50 % Ar + 50 % He; 3 — 25 % Ar + 75 % He; 4 — 5 % Ar + 95 % He; 5 — 1 % Ar + 99 % He; 6 — 100 % He

тически прозрачной; катод неплавящийся без за- точки; вязкой диссипацией энергии и работой сил давления пренебрегаем.

В рамках этих предположений процессы пере- носа в столбе сварочной дуги могут быть описаны системой дифференциальных уравнений в част- ных производных:

уравнения неразрывности и движения вязкого газа

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \text{div}(\rho \mathbf{W}) = 0; \quad (4)$$

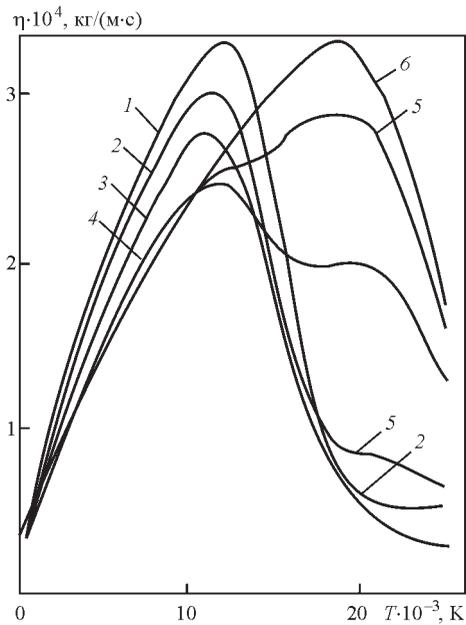


Рис. 2. Температурная зависимость коэффициента вязкости при давлении  $10^6$  Па для Ar-He плазмы. Обозначения кривых 1–6 те же, что и на рис. 1

$$\begin{aligned} \frac{\partial(\rho \mathbf{W})}{\partial t} + \mathbf{W} \text{div}(\rho \mathbf{W}) + (\rho \mathbf{W} \nabla) \mathbf{W} = \\ = \mathbf{F} - \text{grad} \left( p + \frac{2}{3} \eta \text{div} \mathbf{W} \right) + 2 \text{div}(\eta \dot{\mathbf{S}}); \end{aligned} \quad (5)$$

уравнение энергии

$$\begin{aligned} \frac{\partial(\rho C_v T)}{\partial t} + \text{div}(\rho C_v T \mathbf{W}) = \\ = Q + \text{div}(\lambda \text{grad} T), \quad Q = Q_{\text{дж}} - U_{\text{изл}}; \end{aligned} \quad (6)$$

уравнения Максвелла и закон Ома

$$\begin{aligned} \text{rot} \left( \frac{1}{\sigma} \text{rot} \mathbf{H} \right) = 0, \quad \mathbf{J} = \text{rot} \mathbf{H}, \\ Q_{\text{дж}} = \frac{1}{\sigma} \mathbf{J}^2, \quad \mathbf{F} = \mathbf{J} \times \mathbf{B}; \end{aligned} \quad (7)$$

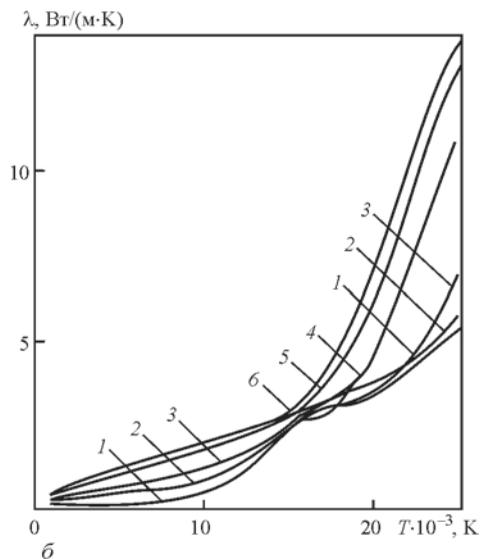
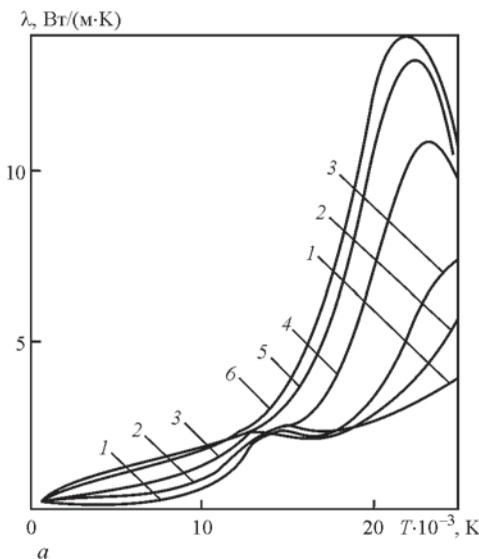


Рис. 3. Зависимость коэффициента теплопроводности Ar-He плазмы от температуры при давлении  $10^5$  Па (а) и  $10^6$  Па (б). Обозначения кривых 1–6 те же, что и на рис. 1

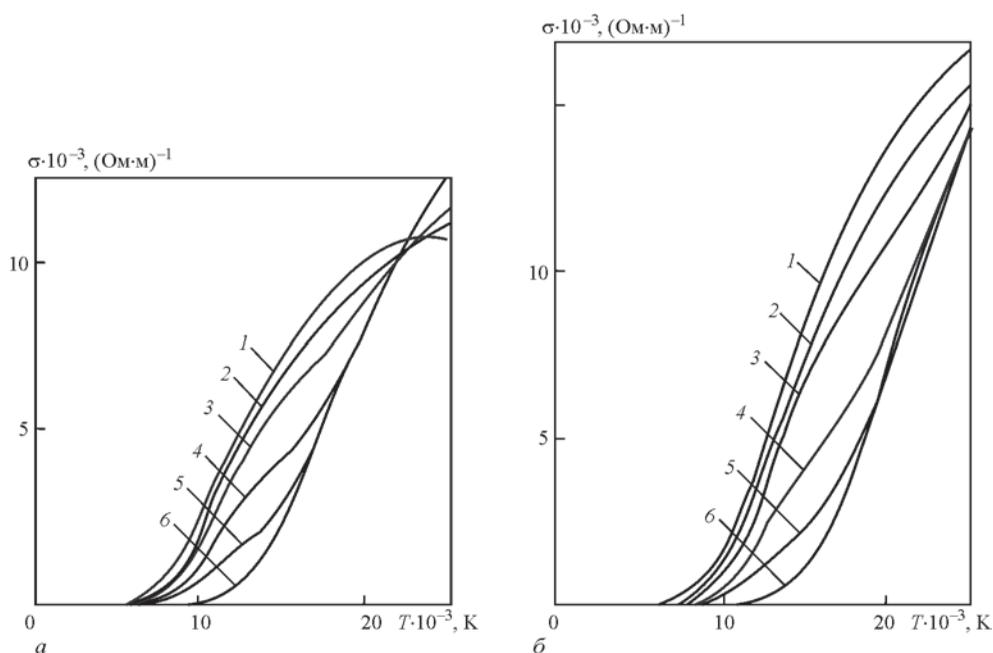


Рис. 4. Зависимость электропроводности Ar–Ne плазмы от температуры при давлении  $10^5$  Па (а) и  $10^6$  Па (б). Обозначения кривых 1–6 те же, что и на рис. 1

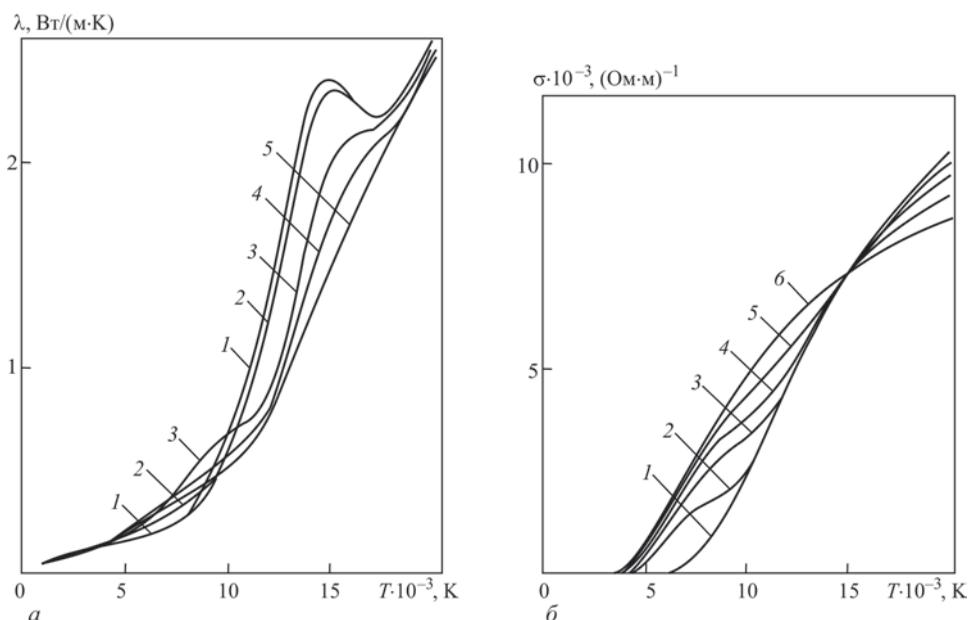


Рис. 5. Температурная зависимость коэффициента теплопроводности (а) и электропроводности (б) для Ar–Fe плазмы атмосферного давления: 1 — 100 % Ar; 2 — 99 % Ar + 1 % Fe; 3 — 95 % Ar + 5 % Fe; 4 — 75 % Ar + 25 % Fe; 5 — 50 % Ar + 50 % Fe

уравнение состояния

$$\rho = \rho(p, T), \tag{8}$$

где  $\rho$  — плотность;  $\mathbf{W}$  — вектор скорости потока;  $\mathbf{F}$  — массовая сила электромагнитной природы;  $p$  — давление;  $\eta$  — динамический коэффициент вязкости;  $\dot{S}$  — тензор скоростей деформаций;  $\partial/\partial t$  — субстанциональная производная;  $C_v$  — удельная теплоемкость при постоянном объеме;  $T$  — температура газа;  $Q$  — удельная производительность источников и стоков тепла;  $\lambda$  — коэффициент теплопроводности;  $\mathbf{H}$  — вектор напряженности магнитного поля;  $\mathbf{J}$  — плотность тока;

$\sigma$  — удельная электропроводность плазмы;  $\mathbf{B}$  — вектор магнитной индукции;  $Q_{\text{дж}}$  — удельная производительность джоулевых источников тепла;  $U_{\text{изл}}$  — количество энергии, излучаемой единицей объема в единицу времени.

Систему уравнений (4)–(8) будем решать в области

$$G = \{0 \leq r \leq R; 0 \leq z \leq D\}.$$

Граница  $z = D$  соответствует поверхности свариваемого изделия (аноду),  $z = 0$  — катоду. Размер области  $G$  в радиальном направлении определяется из соображения малости градиентов рассчитываемых параметров при  $r = R$ .

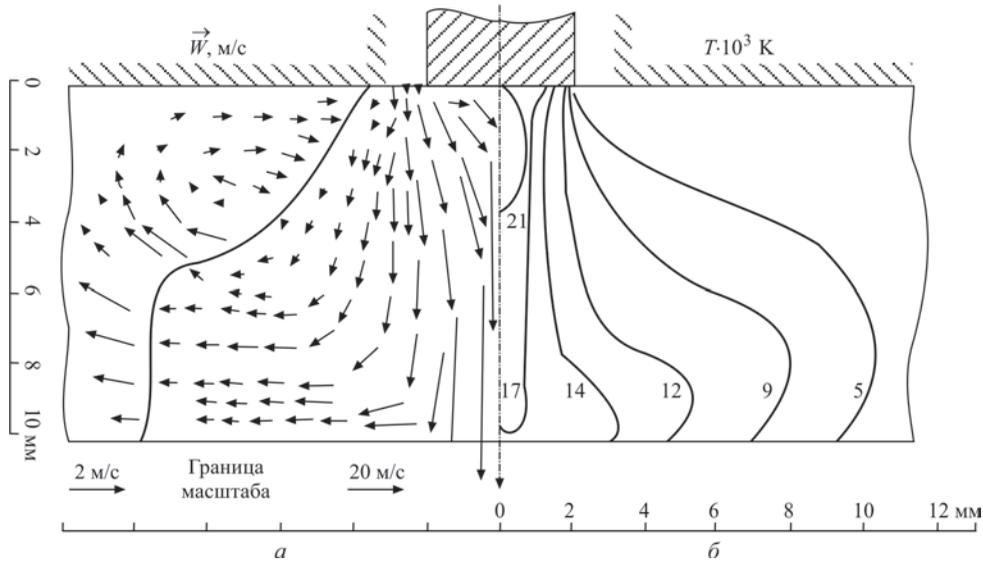


Рис. 6. Поле скоростей (а) и температурное поле (б) в плазме столба сварочной дуги

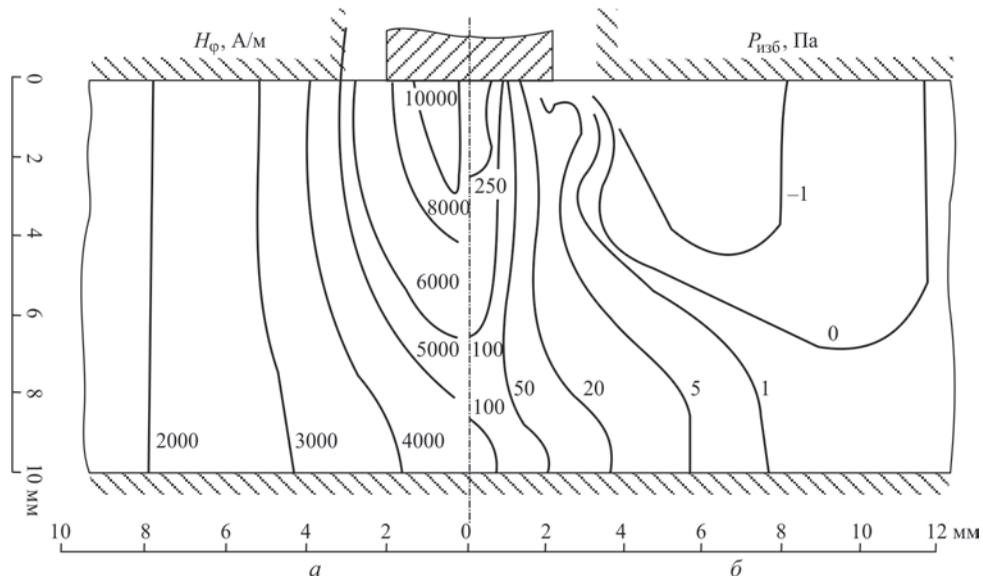


Рис. 7. Изолинии напряженности магнитного поля (а) и изобары (б) в плазме столба сварочной дуги

В качестве граничных и начальных условий выбираем следующие:

$$\begin{aligned}
 &\text{при } r = 0: v = 0; \frac{\partial u}{\partial r} = 0, \frac{\partial p}{\partial r} = 0, \frac{\partial T}{\partial r} = 0, \frac{\partial p}{\partial r} = 0, H = 0; \\
 &\text{при } r = R: u = 0; \frac{\partial p}{\partial r} = 0, \frac{\partial(vr)}{\partial r} = 0, \frac{\partial T}{\partial r} = 0, \\
 &\quad p = p_0, H = \frac{I}{2\pi R}; \\
 &\text{при } z = 0: v = 0, u = u_0(r), T = T_2(r), \\
 &\quad J_z = J_z(r), H = H_1(r); \\
 &\text{при } z = D: u = 0, v = 0, T = T_1(r), J_r = 0; \\
 &\text{при } t = 0: u(r, z) = 0, v(r, z) = 0, \\
 &\quad T(r, z) = T_1(r) \frac{z}{D} + T_2(r) \frac{D-z}{D}, \\
 &\quad p(r, z) = p_0, \mathbf{J}(r, z) = \mathbf{J}(r, D), \rho(r, z) = \rho(T(r, z), p_0),
 \end{aligned}
 \tag{9}$$

где  $p_0$  — внешнее давление;  $I$  — ток дуги;  $v$  и  $u$  — соответственно радиальная и аксиальная состав-

ляющие вектора скорости;  $J_r, J_z$  — проекции вектора  $\mathbf{J}$  на оси  $Or$  и  $Oz$ .

Одним из эффективных методов решения системы уравнений (4)–(8), обеспечивающих экономичность вычислений является расщепление уравнений по физическим процессам и пространственным переменным [14]. Будем пользоваться вариантом метода расщепления уравнений гидродинамики, предложенным в [15].

Основные физические процессы можно разделить на три этапа: конвективный перенос массы, импульса и энергии; диссипация тепла (за счет теплопроводности) и импульса (под действием сил вязкости); перенос под воздействием градиента давления и массовых сил с учетом неразрывности среды.

Уравнения, описывающие конвективный этап расщепления, решались на лагранжево-эйлеровых сетках [16, 17], что обеспечивало определенные

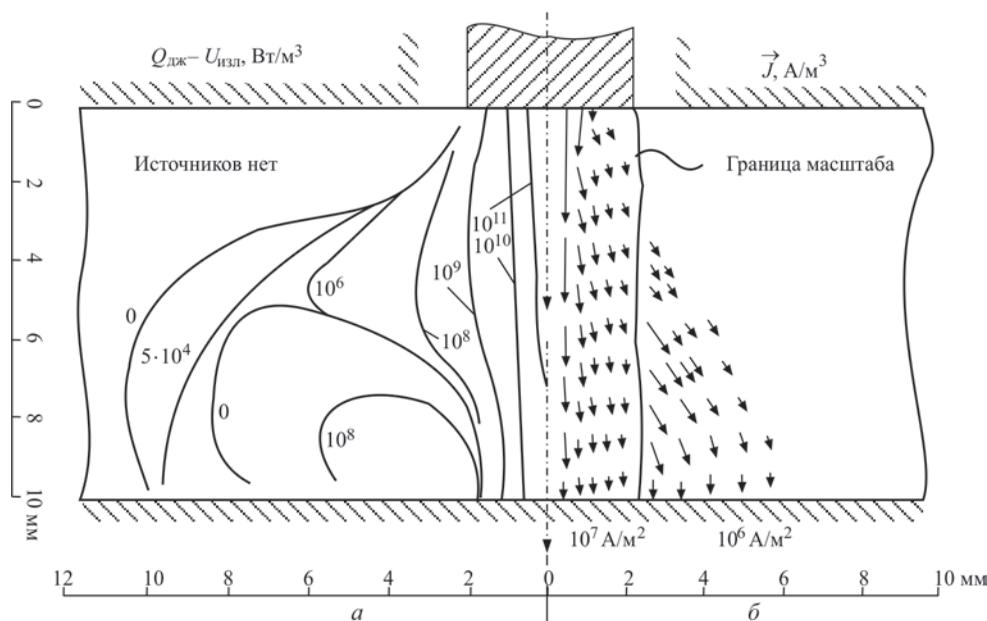


Рис. 8. Изолинии источников (а) и поле плотностей тока (б) в плазме столба дуги

преимущества [15, 18], связанные с уменьшением счетной диссипации.

Для описания переноса импульса под действием сил вязкости применялся двухшаговый метод, аналогичный методу Писмена–Рэкфорда. Члены, аппроксимирующие смешанные производные, считались «источниками» [19]. Для численного интегрирования уравнения теплопроводности использовался метод Писмена–Рэкфорда [20].

Разностные задачи для определения характеристик электромагнитного поля и поля давлений на силовом этапе расщепления решаются методом верхней релаксации [21, 22] с выбором оптимального итерационного параметра.

**Вычислительный эксперимент.** Объектом численного исследования в данной работе была выбрана дуга с неплавящимся электродом, горящая в Ag–He смеси. Результаты расчетов распределенных характеристик плазмы столба дуги, горящей в смеси 50 % He и 50 % Ag при скорости обдува 4 м/с и токе 100 А, представлены на рис. 6–8 в виде изолиний напряженности магнитного поля, линий  $Q = \text{const}$ , изотерм, изобар, а также двух векторных полей скорости потока и плотности тока.

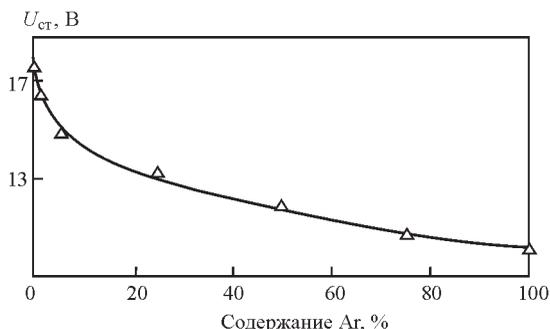


Рис. 9. Зависимость напряжения столба дуги от состава смеси

На рисунках отражены основные закономерности поведения плазмы в столбе сварочной дуги. Холодный газ втягивается под катод, нагревается, ионизируется и разгоняется под действием массовых сил электромагнитной природы. Самая высокая скорость, достигаемая на оси дуги (155 м/с), обусловлена прежде всего малой плотностью плазмы в этой зоне. Затем поток нагретой до высокой температуры плазмы сталкивается со свариваемым изделием–анодом и растекается вдоль его поверхности. Такой конвективный перенос энергии из области вблизи оси дуги на периферию обуславливает колоколообразную форму изотерм. При столкновении потока с изделием образуется область повышенного давления, локализованная вблизи оси потока ( $p_{изб} = 131 \text{ Па}$ ). Отклонение давления от атмосферного составляет 0,1 %. Поэтому картина распределения плотности плазмы аналогична распределению температур. Температурное поле оказывает решающее влияние и на размер проводящей области. Рассматриваемая смесь становится электропроводной при температурах выше 5000 К, поэтому поступление холодного защитного газа вызывает сжатие проводящей области дуги.

На рис. 9–11 показана зависимость напряжения столба дуги, максимального давления на ванну и максимальной скорости потока плазмы от состава аргон-гелиевой смеси. При небольшом содержании Ag (до 5–10 %) в смеси эти характеристики начинают резко изменяться, что обусловлено соответствующим поведением термодинамических свойств и коэффициентов переноса плазмы. Напряжение столба дуги, горящей в гелии, примерно вдвое превышает напряжение столба аргонной дуги (см. рис. 9). Падение скорости потока с ростом содержания аргона в смеси (см. рис. 11) объясняется происходящими при этом увеличением плотности

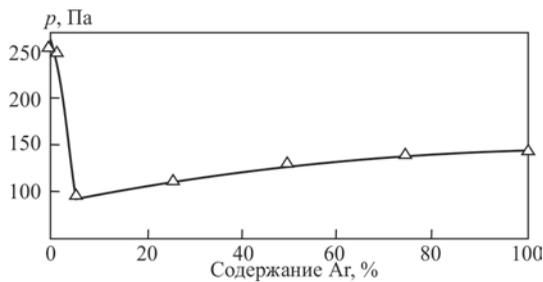


Рис. 10. Зависимость давления на изделии от состава смеси плазмы и «расфокусировки» дуги. Таким образом, при сварке в гелии дуга является более концентрированным источником сварочного нагрева по сравнению с аргоновой дугой. Высокое контрагирование гелиевой дуги приводит также к большему давлению на свариваемое изделие (см. рис. 10). Результаты вычислительных экспериментов находятся в хорошем качественном состоянии с известными экспериментальными данными [7, 23–26].

Таким образом, предложенная в данной работе компьютерная модель процессов переноса в многокомпонентной плазме столба сварочной дуги является основой вычислительного эксперимента, направленного на исследование распределенных и интегральных характеристик дуговой плазмы при сварке в защитных газах и их смесях. Модель может быть использована, например, для прогнозирования оптимального состава защитной смеси, что позволяет обеспечить необходимые технологические свойства плазмы сварочной дуги. Дальнейшее совершенствование модели сварочной дуги должно быть направлено на описание физических явлений, протекающих в приэлектродных областях с учетом взаимодействия дуги со свариваемым изделием и электродом, и создание на этой основе комплексной компьютерной модели процесса сварки.

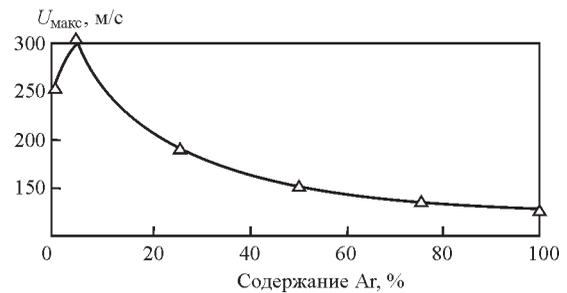


Рис. 11. Зависимость максимальной скорости плазмы от состава смеси

1. Математическое моделирование электрической дуги / Под ред. В.С. Энгельшта. — Фрунзе: Илим, 1983. — 354 с.
2. Теория термической электродуговой плазмы. Ч. 1. Методы математического исследования плазмы / М.Ф. Жуков, Б.А. Урюков, В.С. Энгельшт и др. — Новосибирск: Наука, 1987. — 287 с.
3. Чепмен С., Каулинг Т. Математическая теория неоднородных газов. — М.: Изд-во иностр. лит., 1960. — 510 с.
4. Гирифельдер Дж., Кертисс Ч., Берд Р. Молекулярная теория газов и жидкостей. — М.: Изд-во иностр. лит., 1961. — 910 с.
5. Ферцигер Дж., Канер Г. Математическая теория процессов переноса в газах. — М.: Мир, 1976. — 496 с.
6. Жданов В.М. Явления переноса в многокомпонентной плазме. — М.: Энергоиздат, 1982. — 176 с.
7. The physics of welding / Ed. by J.F. Lancaster. — Oxford: Pergamon Press, 1984. — 297 p.
8. Гвоздецкий В.С., Кривцун И.В., Чиженко М.И. Расчет теплофизических свойств и коэффициентов переноса термической плазмы при сварке в Ar–He смеси // Применение математических методов в сварке. — Киев, 1988. — С. 21–28.

9. Кринберг И.А. Влияние реакции ионизации на теплопроводность плазмы // Теплофизика высок температур. — 1965. — 3, № 6. — С. 838–844.
10. Радциг А.А., Смирнов Б.М. Параметры атомов и атомных ионов: Справочник. — М.: Энергоатомиздат, 1986. — 344 с.
11. Смирнов Б.М. Атомные столкновения и элементарные процессы в плазме. — М.: Энергоатомиздат, 1968. — 363 с.
12. Fon W.C., Berrington K.A., Hibbert A. The elastic scattering of electrons from inert gases: I. Helium // J. Phys. B: At. Mol. Phys. — 1981. — 14, N 2. — P. 205–219.
13. The elastic scattering of electrons from inert gases: III Argon / W.C. Fon, K.A. Berrington, P.G. Bucke, A. Hibbert // J. Phys. B: At. Mol. Phys. — 1983. — 16, N 2. — P. 307–321.
14. Марчук Г.И. Методы расщепления. — М.: Наука, 1988. — 264 с.
15. Ляшко И.И., Демченко В.Ф., Вакуленко С.А. Вариант метода расщепления уравнений динамики вязкой несжимаемой жидкости на лагранжево-эйлеровых сетках // Докл. АН УССР. Сер. А. — 1981. — 7. — С. 43–47.
16. Демченко В. Ф., Вакуленко С.А. Разностный метод решения задач конвективного переноса тепла на лагранжево-эйлеровых сетках // Материалы VI Всесоюз. конф. по тепломассообмену. — Минск, 1980. — С. 88–91.
17. Вакуленко С.А. Неявная лагранжево-эйлерова схема для задач газовой динамики // Проблемы динамики вязкой жидкости. — Новосибирск, 1985. — С. 50–55.
18. Вакуленко С.А. Совместный лагранжево-эйлеровый метод численного решения задач конвективной диффузии и динамики вязкой жидкости: Дис. .... канд. физ.-мат. наук. — Киев, 1982. — 198 с.
19. Ковеня В.М., Яненко Н.Н. Метод расщепления в задачах газовой динамики. — Новосибирск: Наука, 1981. — 294 с.
20. Самарский А.А. Теория разностных схем. — М.: Наука, 1977. — 656 с.
21. Самарский А.А., Николаев Е.С. Методы решения сеточных уравнений. — М.: Наука, 1978. — 592 с.
22. Вазов В., Форсайт Дж. Разностные методы решения дифференциальных уравнений в частных производных. — М.: Изд-во иностр. лит., 1963. — 488 с.
23. Hsu K.C., Etemadi K., Pfender E. Study of the free-burning high-intensity argon arc // J. Appl. Phys. — 1983. — 54, N 3. — P. 1293–1301.
24. Physical Processes in Gas-Tungsten Arcs / G.N. Haddad, A.J.D. Farmer, P. Kovitya, L.E. Cram // IEEE Trans. on Plasma Scien. — 1986. — PS-14, N 4. — P. 333–336.
25. Haddad G.N., Farmer A.J.D. Temperature Measurements in Gas Tungsten Arcs // Welding J. — 1985. — N 12. — P. 339–342.
26. Petrie T.W., Pfender R.F. The Influence of the Cathode Tip on Temperature and Velocity Fields in a Gas-Tungsten Arc // Welding J. — 1970. — N 12. — P. 588–596.

## 1.1.6. ОСОБЕННОСТИ ТОКОПЕРЕНОСА В АНОДНОЙ ОБЛАСТИ ДУГОВОГО РАЗРЯДА\*

И.В. КРИВЦУН, И.М. ПАРНЕТА

Известно, что сильноточные дуги, горящие при атмосферном давлении, могут работать в двух режимах: с распределенным по поверхности анода разрядом и с анодным пятном [1–3]. В последнем случае происходит эрозия материала анода. Широкое использование таких дуг в технике, и в частности в сварочном производстве, делает исключительно важным понимание причин, по которым устанавливается тот или иной режим горения, и определение возможностей управления переходом одного из них в другой. Тем не менее, эти вопросы все еще остаются малоизученными, хотя уже самые простые оценки характеристик прианодной плазмы позволяют уточнить представления о процессах, протекающих в анодной области дугового разряда.

Рассмотрим, например, распределенный по аноду дуговой разряд, горящий при атмосферном давлении, с отрицательным анодным падением потенциала. Если толщина ленгмюровской оболочки значительно меньше длины свободного пробега заряженных частиц, то анодный барьер может быть определен следующим образом [4]:

$$\Delta\varphi = \varphi_a - \varphi_p = \frac{kT_e}{e} \ln \frac{j_z}{j_{ex}}, \quad (1)$$

где  $\varphi_a$  — потенциал анода;  $\varphi_p$  — потенциал плазмы на границе слоя пространственного заряда;  $k$  — постоянная Больцмана;  $j_z$  — нормальная к поверхности анода составляющая плотности тока дуги;  $j_{ex} = \frac{en_e v_{Te}}{4}$  — плотность хаотического электронного тока;  $v_{Te} = \sqrt{\frac{8kT_e}{\pi m_e}}$  — тепловая скорость;  $n_e$ ,  $T_e$  — концентрация и температура электронов на границе плазмы с ленгмюровской оболочкой;  $e$ ,  $m_e$  — заряд и масса электронов.

В работах, посвященных исследованию анодных процессов, предполагается, что значение анодного барьера постоянно вдоль поверхности анода. Однако ввиду того, что параметры плазмы, входящие в правую часть выражения (1), определенным образом зависят от координаты точки, находящейся на границе слоя пространственного заряда, а поверхность анода эквипотенциальна

( $\varphi_a = \text{const}$ ), то  $\Delta\varphi$  и, следовательно,  $\varphi_p$  также являются функциями поперечной координаты  $r$ . Таким образом, на границе плазмы с ленгмюровской оболочкой существует радиальная компонента электрического поля, определяемая выражением

$$E_r = -\frac{\partial\varphi_p}{\partial r} = \frac{\partial(\Delta\varphi)}{\partial r}. \quad (2)$$

Наличие ее приводит к появлению в прианодной плазме соответствующей компоненты тока проводимости.

Считая, что ток в прианодной плазме переносится в основном электронами, и, выбирая за положительное направление тока направление их движения, радиальную компоненту плотности тока на границе слоя пространственного заряда можно записать в виде [1]

$$j_r = -\sigma E_r + j_r^D, \quad (3)$$

где  $\sigma(T_e, T)$  — электрическая проводимость плазмы на границе с ленгмюровской оболочкой;  $T$  — температура тяжелой компоненты плазмы, равная температуре поверхности анода;  $j_r^D = -\frac{\sigma}{en_e} \frac{\partial p_e}{\partial r}$  — плотность диффузионного тока;  $p_e = n_e kT_e$  — электронное давление.

Если  $\Delta\varphi(r)$  изменяется от некоторого значения на оси дуги до нуля за пределами токового канала, то из (2), (3) следует, что ток проводимости и диффузионный ток электронов направлены в разные стороны. Таким образом, линии плотности тока в плазме на границе с ленгмюровской оболочкой могут быть как сходящимися, так и расходящимися в зависимости от соотношения абсолютных значений радиальных компонент тока проводимости и плотности  $j_r^D$  диффузионного тока. Угол наклона линий тока к оси дуги, а значит, и степень контракции разряда вблизи поверхности анода определяются зависимостью параметров плазмы на границе области пространственного заряда от поперечной координаты.

Учет радиальной зависимости анодного падения потенциала позволяет объяснить многие наблюдаемые в экспериментах, но не имеющие удовлетворительного толкования особенности то-

\*Автоматическая сварка. — 1993. — № 3. — С. 28–30.

копереноса в прианодной плазме дугового разряда. Рассмотрим некоторые из них на примере дуги с отрицательным анодным барьером, определяемым по формуле (1). Пусть в результате локального (при  $r = r_0$ ) увеличения  $j_{ex}$ , связанного, например, с флуктуацией плотности плазмы на границе слоя пространственного заряда, в анодном барьере образуется потенциальная «яма» для электронов (рис. 1, а). Результатом такого изменения  $n_e$  будет увеличение (по абсолютному значению) обоих членов в правой части формулы (3). Если при этом радиальная компонента диффузионного тока оказывается больше полевой, то это приведет к локальному растеканию тока (уменьшению  $j_z$ ) и соответственно к уменьшению  $T_e$  и  $n_e$ . Таким образом, в этом случае рассматриваемая флуктуация развиваться не будет. В противном случае возникающие здесь радиальные градиенты  $\Delta\phi$  приведут к стеканию тока в эту область (увеличению  $j_z$ ), вызывающему дополнительный джоулев нагрев плазмы. Связанное с ним локальное увеличение  $T_e$  и  $n_e$  на границе ленгмюровской оболочки в свою очередь вызовет дальнейший рост  $j_{ex}$ . Из формулы (1) следует, что устойчивость радиального распределения анодного барьера определяется различием скоростей локального изменения токов  $j_z$  и  $j_{ex}$ . Действительно, если  $j_z$  возрастает быстрее  $j_{ex}$  настолько, что, несмотря на увеличение  $T_e$ , значение  $|\Delta\phi(r_0)|$  начнет уменьшаться, то произойдет выравнивание радиального распределения потенциала плазмы (анодный барьер при этом устойчив). В случае, когда рост  $j_z$  происходит медленнее, чем увеличение  $j_{ex}$ , значение  $|\Delta\phi|$  в этой области будет лавинообразно нарастать (анодный барьер неустойчив). В результате может установиться режим с провалом в зависимости  $\Delta\phi$  от  $r$  или, что вероятнее, с несколькими провалами, соответствующими экспериментально наблюдаемым изолированным токовым каналам, сужающимся к аноду и формирующим вблизи его поверхности ярко светящиеся образования (так называемая множественная контракция [5]).

Аналогично вышеописанному можно рассмотреть и локальное увеличение анодного барьера, которое приведет к растеканию тока (рис. 1, б), уменьшению  $j_z$  и соответственно  $j_{ex}$ . И снова, как следует из выражения (1), более быстрое изменение  $j_z$  по сравнению с  $j_{ex}$  сглаживает начальное возмущение распределения потенциала. В противном случае анодный барьер неустойчив, что может привести к установлению режима горения дуги с «горбом» на кривой зависимости  $\Delta\phi$  от  $r$ . При определенных условиях может осуществиться такое распределение  $\Delta\phi$ , при котором над частью по-

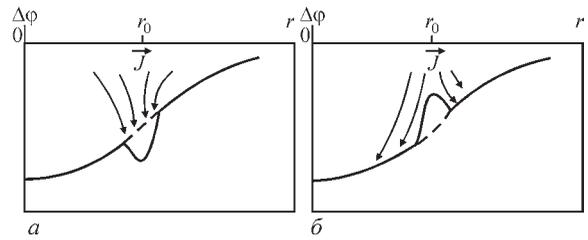


Рис. 1. Схематическое изображение радиального распределения анодного барьера

верхности анода барьер становится положительным, тогда как над остальной поверхностью он остается отрицательным. Существование режима с разнополярным анодным барьером позволяет объяснить непрерывный переход распределенного разряда в разряд с анодным пятном, а также наблюдавшуюся в экспериментах комбинированную привязку дуги к аноду, о которой было сообщено Л. И. Шараховским и В. Д. Шимановичем на VIII Всесоюзной конференции по физике низкотемпературной плазмы.

Количественным критерием неустойчивости анодного барьера по отношению к рассмотренным выше локальным возмущениям  $\Delta\phi$  является условие  $\frac{d(\Delta\phi)}{dj_z} < 0$ , т. е. наличие падающего участ-

ка вольтамперной характеристики слоя пространственного заряда. Определим область параметров прианодной плазмы ( $T_e, j_z$ ) на границе с ленгмюровской оболочкой, при которых производная  $\frac{d(\Delta\phi)}{dj_z}$  будет отрицательной.

Для ее вычисления воспользуемся формулой (1), полагая, что дополнительный джоулев нагрев плазмы, связанный со стеканием тока (в случае локального уменьшения  $\Delta\phi$ ), уравнивается теплообменом электронов с тяжелой компонентой плазмы:

$$- = \alpha(T - T). \tag{4}$$

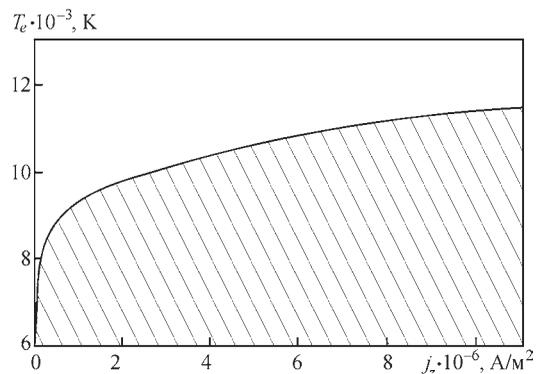


Рис. 2. Области устойчивости и неустойчивости анодного барьера для аргонной дуги, горящей при атмосферном давлении ( $T = 1000$  К,  $\gamma = 2$ )

Здесь  $\gamma$  — коэффициент, позволяющий приближенно учесть нагрев плазмы в результате появления  $j_z$ ;  $\alpha(T_e, T)$  — коэффициент теплообмена, который рассчитывается на основе двухтемпературной модели ионизационно равновесной плазмы [6]. Заметим, что модельное уравнение (4) является приближенным аналогом уравнения энергии для электронов и, строго говоря, может быть использовано лишь для качественного анализа. Хотя в случае ионизационно равновесной плазмы при линейной зависимости  $n_e$  от  $T_e$  вблизи границы слоя пространственного заряда полное уравнение баланса энергии электронного газа [1] может быть сведено к виду (4).

На рис. 2 приведена кривая  $\frac{d(\Delta\varphi)}{dj_z} = 0$  для аргонной дуги атмосферного давления, разграничивающая области устойчивости и неустойчивости (последняя заштрихована) с точки зрения установления режимов горения с резко неоднородным распределением  $\Delta\varphi$  («множественная контракция» или комбинированная привязка дуги к аноду).

Таким образом, используемое в настоящей работе представление о радиальной зависимости значения анодного барьера позволяет качественно

описать некоторые наблюдаемые в экспериментах особенности токопереноса в анодной области дугового разряда.

*В заключение авторы хотят выразить благодарность д-ру физ.-мат. наук В. В. Владимирову и д-ру техн. наук В. С. Гвоздецкому за полезные замечания, высказанные в ходе обсуждения данной статьи.*

1. Немчинский В. А., Перетц Л. Н. Прианодный слой сильноточной дуги высокого давления // Журн. техн. физики. — 1977. — **47**, № 9. — С. 1868–1875.
2. Дюжев Г. А., Школьник С. М., Юрьев В. Г. Анодные приэлектродные явления при больших плотностях тока // Там же. — 1978. — **48**, № 6. — С. 1195–1212.
3. Анодные процессы в сильноточном дуговом разряде / Г. А. Дюжев, В. А. Немчинский, С. М. Школьник, В. Г. Юрьев // Химия плазмы. — 1983. — № 10. — С. 169–209.
4. Langmuir I. The interaction of electron and positive ion space charges in cathode sheets // Phys. Rev. — 1929. — **33**, № 6. — P. 954–967.
5. Дюжев Г. А., Митрофанов Н. К., Школьник С. М. «Множественная контракция» анодной области дуги атмосферного давления // Тез. докл. VIII Всесоюз. конф. по физике низкотемпературной плазмы. Ч. 1. — Минск, 18–20 сент. 1991 г.
6. Физика и техника низкотемпературной плазмы / Под ред. С. В. Дресвина. — М.: Атомиздат, 1972. — 352 с.

### 1.1.7. ЗАДАЧА ЭЛЕКТРОПЕРЕНОСУ З РОЗРИВНИМ РОЗВ'ЯЗКОМ\*

І.В. КРИВЦУН, І.В. КРИКЕНТ, В.Ф. ДЕМЧЕНКО, О.Б. ЛІСНИЙ, В.В. НАКВАСЮК

**Постановка проблеми.** Розриви розподілених характеристик (температури, концентрації електричного потенціалу, тиску та ін.) при математичному описі фізичних процесів можуть бути обумовлені різними факторами. Один із варіантів розривного розв'язку виникає при побудові математичних моделей процесів переносу в шарувато-неоднорідних середовищах, що мають на границі контакту тонкий (у порівнянні із характерними геометричними розмірами) слабкопроникнений прошарок. В задачі про неідеальний контакт розрив розв'язку виникає за рахунок зосередженого (тонкий прошарок вилучається з області розв'язку) опору на границі контакту середовищ. Подібні задачі у постановках, що у явному вигляді використовують умови спряження на границі розриву розв'язку, розглядалися в роботах [1, 2, 3]. В [4, 5] запропонована узагальнена постановка задач теплопереносу з розривним (за типом неідеального контакту) розв'язком, що ґрунтується на природньому з фізичної точки зору описі процесів переносу у вигляді системи рівнянь першого порядку

$$\begin{cases} c\gamma \frac{\partial T}{\partial t} = \text{DIV}_+ \bar{q} + f(\bar{x}), \bar{x} \in \Omega, \\ -\text{GRAD}_- T = \Xi \bar{q}, \end{cases} \quad (1)$$

перше з яких є узагальненим законом збереження субстанції, а друге — узагальненим феноменологічним законом — Ома, Дарсі, Фур'є, Фіка (визначення операторів  $\text{DIV}_+$ ,  $\text{GRAD}_-$  див. далі). В (1)  $\Xi = E\rho + R\delta(\Gamma)P$ , де  $E$  — одиничний тензор,  $P$  — тензор другого рангу з елементами  $p_{ij} = \gamma_i \gamma_j$ , де  $\gamma_i$  — направляючі косинуси нормалі  $\vec{n}$  до границі  $\Gamma$  неідеального контакту,  $\rho$  — питомий опір середовища,  $R$  — опір неідеального контакту. Подібний «наскрізний» опис процесів переносу у всій багатшаровій системі не потребує апроксимації нормальних компонент вектора питомого потоку на границі  $\Gamma$  і дозволяє будувати [4] однорідні обчислювальні алгоритми чисельного розв'язку задачі. Формулювання задач переносу у вигляді (1) дозволяє розширити клас допустимих розв'язків диференціальної задачі (див. [6], де виходячи з (1), встановлено існування та єдність розв'язку задач теплопровідності в класі функцій  $L_2(\Omega)$ ).

**Моделі розривного розв'язку.** В моделі неідеального контакту стрибок температури  $[T]_\Gamma = T|_{\Gamma^+} - T|_{\Gamma^-}$  на  $\Gamma$  (тут  $\Gamma^+$  — сторона гіперповерхні  $\Gamma$ , у напрямку нормалі  $\vec{n}$  до границі  $\Gamma$ ) пропорцій-

ний проекції вектора теплового потоку  $\vec{w} = -\lambda \nabla T$  на нормаль  $\vec{n}$ , тобто  $[T]_\Gamma = -Rw_n|_\Gamma$ . Специфічною особливістю моделі неідеального контакту є те, що  $\text{sign}[T]_\Gamma = \text{sign}(\text{grad}T)_n|_\Gamma$ , а тому  $R > 0$ . Стрибок такого типу будемо називати прямим стрибком (рис. 1, а) на відміну від зворотного стрибка, який буде розглянуто далі

$$[\varphi]_\Gamma = G(j_n)|_\Gamma. \quad (2)$$

На відміну від неідеального контакту модель анодного шару (2) не тільки робить задачу розрахунку потенціалу  $\varphi$  електричного поля нелінійною, але і приводить до якісно іншого типу стрибка розв'язку — так званого зворотного стрибка, одновимірна схема якого подана на рис. 1, б. Між знаками  $[\varphi]_\Gamma$  та  $(\text{grad}\varphi)_n|_\Gamma$  у цьому випадку встановлюється зв'язок наступного вигляду:  $\text{sign}[\varphi]_\Gamma = -\text{sign}(\text{grad}\varphi)_n|_\Gamma$ , що і виправдовує назву «зворотний стрибок».

**Узагальнена постановка задачі електропереносу.** Нехай  $R_n$  —  $n$ -вимірний евклідовий простір,  $\bar{x} = \{x_1, x_2, \dots, x_n\}$  — декартові координати,  $\Omega \subset R_n$  — область розв'язку задачі, яку для простоти запису будемо вважати двошаровою:  $\Omega = \Omega_1 \cup \Omega_2$ , через  $\Gamma$  позначимо границю підобластей  $\Omega_1, \Omega_2$ . Всім ідентифікаторам змінних, що стосуються підобластей  $\Omega_1, \Omega_2$ , присвоїмо індекси 1 і 2 відповідно. Електричний потенціал  $\varphi(\bar{x})$  будемо вважати достатньо гладким всюди в  $\Omega$ , за винятком, може бути, границі  $\Gamma$ , на якій  $\varphi(\bar{x})$  набуває стрибка  $[\varphi(\bar{x})]_\Gamma$ ; при цьому  $[\varphi(\bar{x})]_\Gamma$  як функція координат границі  $\Gamma$  є неперервною. В кожній із підобластей  $\Omega_1, \Omega_2$  визначимо вектор щільності струму наступним чином  $\vec{j}_m = -\sigma_m \text{grad}\varphi_m$ ,  $m = 1, 2$ , де оператор градієнта розуміється у класич-

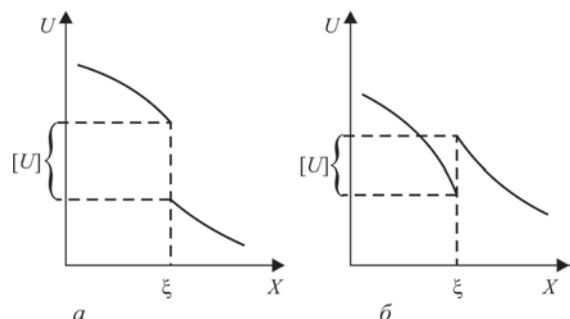


Рис. 1. Схеми розриву розв'язку (а — прямий стрибок; б — зворотний стрибок)

\*Математичне моделювання. — 2008. — № 1(18). — С. 80–83.

ному змісті як функція точки  $\bar{x} \in \Omega_1, \Omega_2$ . Коефіцієнти  $\sigma_m(\bar{x}), m=1,2$  будемо також вважати достатньо гладкими і такими, що задовольняють умові  $\sigma_m(\bar{x}) \geq C > 0$ . Нехай у кожній з підобластей  $\Omega_m$  потенціал електричного поля задовольняє рівнянням

$$\text{div}(k_m \text{grad} \varphi_m) = 0, \quad \bar{x} \in \Omega_m, \quad m=1,2, \quad (3)$$

а на границі  $\Gamma$  виконується умова неперервності нормальних до  $\Gamma$  проекцій вектора щільності струму, тобто

$$j_{1n} \uparrow_{\Gamma} = j_{2n} \uparrow_{\Gamma}. \quad (4)$$

У лінійній постановці задачі електропереносу будемо вважати, що на границі  $\Gamma$  задана різниця потенціалів  $[\varphi]_{\Gamma}$  як функція координат границі  $\Gamma$

$$[\varphi]_{\Gamma} = g(\bar{x}), \quad \bar{x} \in \Gamma. \quad (5)$$

На зовнішній границі  $\partial\Omega$  області  $\Omega$  будемо припускати виконаними деякі граничні умови, конкретний вид яких для подальших викладок значення не має, при цьому вважається, що існує єдиний розв'язок задачі в класичній постановці.

Уведемо в  $\Omega$  функції  $\varphi(\bar{x}), \vec{j}(\bar{x}), \partial\varphi/\partial x_i, \sigma(\bar{x})$  (існують в  $\Omega$  як функції точки всюди, за винятком границі  $\Gamma$ ) наступним чином:  $\psi(\bar{x}) = \psi_m(\bar{x}), \bar{x} \in \Omega_m$ , де  $\psi(\bar{x})$  — одна з перерахованих вище функцій. Узагальнені частинні похідні  $D_-/Dx_i$  функції  $\varphi(\bar{x})$  в області  $\Omega$  визначаються наступним чином [9]

$$\frac{D_- \varphi}{Dx_i} = \frac{\partial \varphi}{\partial x_i} + [\varphi]_{\Gamma}^{(i)} \gamma_i \delta(\Gamma), \quad \bar{x} \in \Omega, \quad (6)$$

де  $[\varphi]_{\Gamma}^{(i)}$  — стрибок розв'язку, який досягає функція  $\varphi(\bar{x})$  у напрямку осі  $Ox_i$  (у подальшому покладемо  $[\varphi]_{\Gamma}^{(i)} = [\varphi]_{\Gamma}, i=1, n, \gamma_i = \cos(\vec{n}, \vec{x}_i)$  — направляючі косинуси нормалі  $\vec{n}$  до  $\Gamma, \delta(\Gamma)$  —  $\delta$ -функція Дірака, що зосереджена на гіперповерхні  $\Gamma$ . Користуючись (6), уведемо в  $\Omega$  узагальнений градієнт  $GRAD_-$  розривної функції  $\varphi(\bar{x})$

$$GRAD_- \varphi = \text{grad} \varphi + \vec{n} [\varphi]_{\Gamma} \delta(\Gamma), \quad (7)$$

де  $\text{grad} \varphi = \text{grad} \varphi_m, \bar{x} \in \Omega_m$ . Враховуючи, що  $-k \text{grad} \varphi = \vec{j}(\bar{x})$ , із (7) отримаємо

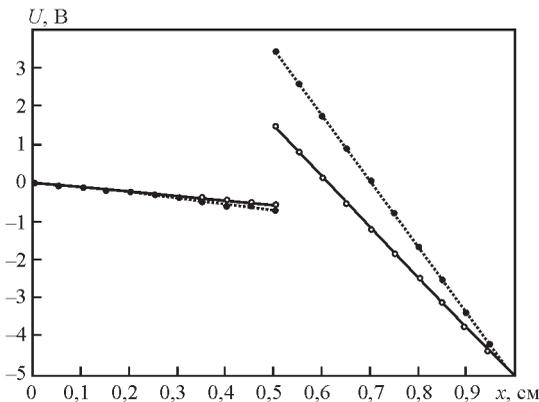


Рис. 2. Розподіл потенціалу при лінійній і нелінійній постановках задачі електропереносу (○ — чисельний розв'язок лінійної задачі; ● — чисельний розв'язок нелінійної задачі)

$$GRAD_- \varphi = -\rho \vec{j} + \vec{n} [\varphi]_{\Gamma} \delta(\Gamma), \quad (8)$$

де  $\rho(\bar{x}) = \sigma^{-1}(\bar{x})$  має зміст питомого опору середовища. Користуючись (5), виключимо з (8) стрибок розв'язку

$$-GRAD_- \varphi = \rho \vec{j} - \vec{n} g(x) \uparrow_{\Gamma} \delta(\Gamma). \quad (9)$$

Рівняння можна трактувати як узагальнений локальний закон Ома, сформульований для розривного потенціалу. Приєднуючи до (9) узагальнений закон збереження заряду

$$-DIV_+ \vec{j} = 0, \quad (10)$$

отримаємо формулювання задачі електропереносу у вигляді системи рівнянь (9), (10) першого порядку в узагальнених похідних.

**Обчислювальний алгоритм і результати розрахунків.** Обмежимося побудовою різницевої схеми для одновимірної тестової задачі електропереносу з розривним розв'язком типу зворотного стрибка. Розглянемо одновимірний варіант узагальненої постановки (9), (10) задачі електропереносу

$$\frac{dj}{dx} = 0; \quad \frac{D_- \varphi}{Dx} = -\rho j + [\varphi]_{\xi} \delta(x - \xi), \quad (11)$$

$$0 < x < l; \quad \varphi(0) = 0, \quad \varphi(l) = u_0,$$

де  $\xi \in (0, l)$  — границя між металом і плазмою,  $[\varphi]_{\xi}$  — заданий стрибок потенціалу на границі контакту середовищ. При  $\rho(x) = \rho_1 = \text{const}, 0 < x < \xi, \rho(x) = \rho_2 = \text{const}, \xi < x < l$  задача (11) має простий аналітичний розв'язок:

$$\varphi(x) = \begin{cases} -\omega \rho_1 x, & 0 < x < \xi; \\ -\omega(\rho_1 \xi + \rho_2(x - \xi)) + [\varphi]_{\xi}, & \xi < x < l; \end{cases} \quad (12)$$

де

$$\omega = \frac{[\varphi]_{\xi} - u_0}{\rho_1 \xi + \rho_2(l - \xi)}.$$

Користуючись інтегроінтерполяційним методом [10], на сітці  $x_i = ih$  отримаємо наступну різницеву схему

$$\frac{1}{h} \left[ a_{i+\frac{1}{2}} \frac{\varphi_{i+1} - \varphi_i}{h} - a_{i-\frac{1}{2}} \frac{\varphi - \varphi_{i-1}}{h} \right] = f_i, \quad (13)$$

$$i = \overline{1, N-1}; \quad \varphi_0 = 0, \quad \varphi_N = 0;$$

де

$$a_{i+\frac{1}{2}} = \left[ \frac{1}{h} \int_{x_i}^{x_{i+1}} \rho(x) dx \right]^{-1}.$$

Нехай

$$\xi \in [x_m, x_{m+1}], \text{ тоді } f_i = 0, i \neq m, m+1,$$

$$f_m = \phi_m, f_{m+1} = -\phi_m,$$

де

$$\phi_m = a_{m+\frac{1}{2}} \frac{[\varphi]_{\xi}}{h^2}.$$

Схема (13) у класі кусково-постійних коефіцієнтів є точною. Розрахунки велись при наступних числових значеннях параметрів задачі:  $[\varphi]_{\xi} = 2 \text{ В}$ ,

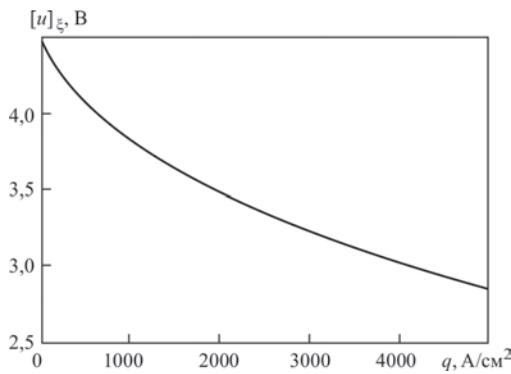


Рис. 3. Залежність анодного падіння потенціалу від щільності струму

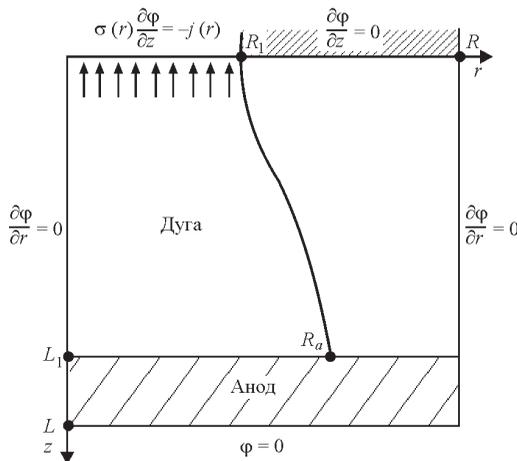


Рис. 4. Схема системи «дуга–анод»

$\rho_1 = 0,0025 \text{ Ом}\cdot\text{см}$ ,  $\rho_2 = 0,0333 \text{ Ом}\cdot\text{см}$ ,  $u_0 = 5 \text{ В}$ ,  $l = 1 \text{ см}$ ,  $\xi = 0,5 \text{ см}$ .

На рис. 2 представлено чисельний розв’язок задач (11) в лінійній ( $[u]_\xi$  задано як параметр) і нелінійній постановках ( $[u]_\xi$  визначається залежністю (2) стрибка потенціалу від щільності струму  $j$ , функціональний вигляд якої наведений в [5], а числові характеристики показані на рис. 3). Суцільними лініями на рис. 2 показаний точний розв’язок лінійної задачі.

Нелінійна сіткова задача розв’язувалася методом ітерацій таким чином, що на кожному кроці ітераційного процесу розв’язувалася лінійна задача (13).

При чисельному моделюванні електромагнітних процесів в умовах дугового заварювання [7] задача електропереносу в системі «дугова плазма–анод» стає багатовимірною. Із достатньо хорошим наближенням електричне поле в даній системі можна вважати осесиметричним. Область розв’язання задачі для такого випадку та відповідні граничні умови наведені на рис. 4, а результати розрахунків електричного поля та анодного стрибка потенціалу — на рис. 5, 6 [8].

На завершення відзначимо, що викладена у цій роботі задача електропереносу є однією із складових самоузгодженої (замкненої) моделі фізичних:

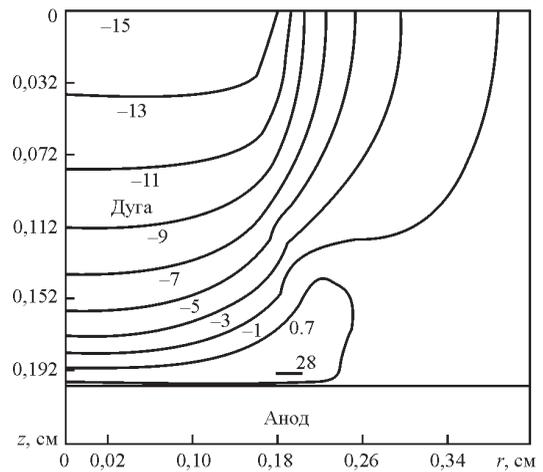


Рис. 5. Розподіл електричного потенціалу в прианодній зоні дугової плазми

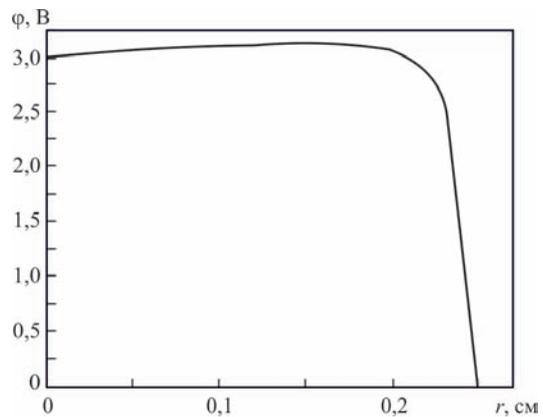


Рис. 6. Розподіл анодного стрибка потенціалу

процесів, що перебігають у стовпі зварювальної дуги й електроді при електродуговому зварюванні плавким електродом.

1. Молчанов И. Н., Николенко Л. Д. Вариационный метод в некоторых краевых задачах с разрывным решением // Численный анализ. — Киев: ИК АН УССР, 1984. — С. 71–83.
2. Дейнека В. С., Сергиенко И. В., Скопецкий В. В. Модели и методы решения задач с условиями сопряжения. — К.: Наукова думка, 2001. — 615 с.
3. Дейнека В. С., Сергиенко И. В. Модели и методы решения задач в неоднородных средах. — К.: Наукова думка, 2001. — 606 с.
4. Ляшко И. И., Демченко В. Ф., Демченко Л. И. Численное моделирование процессов тепло- и массопереноса. — Киев: УМК Во, 1988. — 164 с.
5. Демченко В. Ф., Демченко Л. И., Зельниченко А. Т. Разностная схема сквозного счета для стационарного уравнения теплопроводности в многослойных средах с неидеальным контактом // Вычислительная и прикладная математика. — 1980. — Вып. 40. — С. 122–130.
6. Номировский Д. А. Обобщенная разрешимость параболических систем с неоднородными условиями сопряжения типа неидеального контакта // Дифференциальные уравнения. — 2004. — Т. 40, №10. — С. 1390–1399.
7. Dinulescu H. A., Pfender E. Analysis of the anode boundary layer of high intensity arcs // J. Appl. Phys. — 1980. — 51. — P. 3149–3157.
8. Krivitsun I. V. Model of evaporation of metal in arc, laser and laser-arc welding // The Paton Welding J. — 2001. — № 3. — P. 2–9.
9. Владимиров В. С. Обобщенные функции в математической физике. — М.: Наука, 1976. — 280 с.

### 1.1.8. МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ЭЛЕКТРОМАГНИТНЫХ ПРОЦЕССОВ В СИСТЕМЕ «СВАРОЧНАЯ ДУГА–ИСПАРЯЮЩИЙСЯ АНОД» С УЧЕТОМ АНОДНОГО ПАДЕНИЯ ПОТЕНЦИАЛА\*

И. КРИВЦУН, В. ДЕМЧЕНКО, А. ЛЕСНОЙ, В. НАКВАСЮК,  
О. МОКРОВ, У. РАЙЗГЕН, А. ЗАБИРОВ, В. ПАВЛЫК

Существует множество подходов и моделей для численного исследования процессов переноса энергии, импульса, массы и заряда в электрической дуге, а также процессов ее взаимодействия с электродами, в том числе при различных способах дуговой сварки [1–10]. Однако практически во всех подобных публикациях дуговая плазма рассматривается как однокомпонентная, т.е. содержащая атомы и ионы защитного или плазмообразующего газа, чаще всего, инертного (одним из немногих исключений здесь является статья [11], где предпринята попытка исследовать влияние паров железа на плазму гелиевой дуги с тугоплавким катодом). Плазма реальных сварочных дуг, как правило, многокомпонентна, поскольку, наряду с частицами защитного газа, содержит достаточное количество атомов и ионов испаренного материала электродов, в первую очередь, анода. Таким образом, при построении адекватной математической модели сварочной дуги необходим учет многокомпонентности дуговой плазмы. Еще одной важной характеристикой такой модели должна быть ее самосогласованность, позволяющая учитывать взаимосвязь физических процессов, протекающих в электродах и в приэлектродных слоях плазмы с процессами в столбе дуги. Следует отметить, что в большинстве известных публикаций, посвященных комплексному моделированию электрической, в т.ч. сварочной, дуги с учетом процессов, происходящих в теле и на поверхности электродов, используются весьма упрощенные модели приэлектродных областей [4, 7–9, 12, 13], тогда как в статьях, специально посвященных исследованию приэлектродных, например анодных, явлений, как правило, не рассматриваются процессы, протекающие в металле анода [14–17]. Поэтому целью настоящей работы является разработка самосогласованной математической модели физических процессов в системе «сварочная дуга–испаряющийся анод»\*\*, а также детальное численное

исследование электромагнитных характеристик такой системы применительно к условиям сварки плавящимся электродом и плазменной сварки сталей в инертном газе (Ar).

Структура комплексной математической модели рассматриваемой системы показана на рис. 1. Данная модель включает в себя несколько взаимосвязанных моделей:

- модели тепловых, электромагнитных, газодинамических и диффузионных процессов в плазме столба дуги;
- модели тепловых, электромагнитных и гидродинамических процессов, протекающих в теле анода, включая каплю расплавленного металла или сварочную ванну;
- модель анодной области дуги, позволяющую определить граничные условия на поверхности испаряющегося анода, необходимые для решения уравнений вышеперечисленных моделей.

Рассмотрим модель электромагнитных процессов в системе «столб дуги–анодная область–испаряющийся анод» более подробно.

#### **Модель процессов электропереноса в анодной области дуги с испаряющимся анодом.**

Для описания прианодного слоя многокомпонентной плазмы, содержащей, наряду с атомами и ионами защитного (плазмообразующего) инертного газа, атомы и ионы испаренного металла анода, используем подход, предложенный в работах [14, 15, 18]. В рамках такого подхода прианодная дуговая плазма условно делится на три зоны, как показано на рис. 2. Первая зона, непосредственно примыкающая к поверхности анода, — слой пространственного заряда, где нарушается условие квазинейтральности плазмы и формируется основное падение потенциала между плазмой и поверхностью анода. Этот слой можно считать бесстолкновительным, поскольку при давлении,

\*Сб. тр. IV Межд. конф. «Математическое моделирование и информационные технологии в сварке и родственных процессах» (27–30 мая, Кацивели, Крым, Украина). — 2008. — С. 55–63.

\*\*Работа выполнена в рамках совместного научно-исследовательского проекта «Разработка самосогласованных физико-математических моделей процессов энерго-, массо- и электропереноса в системе капля–анодный слой–столб дуги при сварке плавящимся электродом в защитном газе» (DFG-Projekt DI 434/83-1).

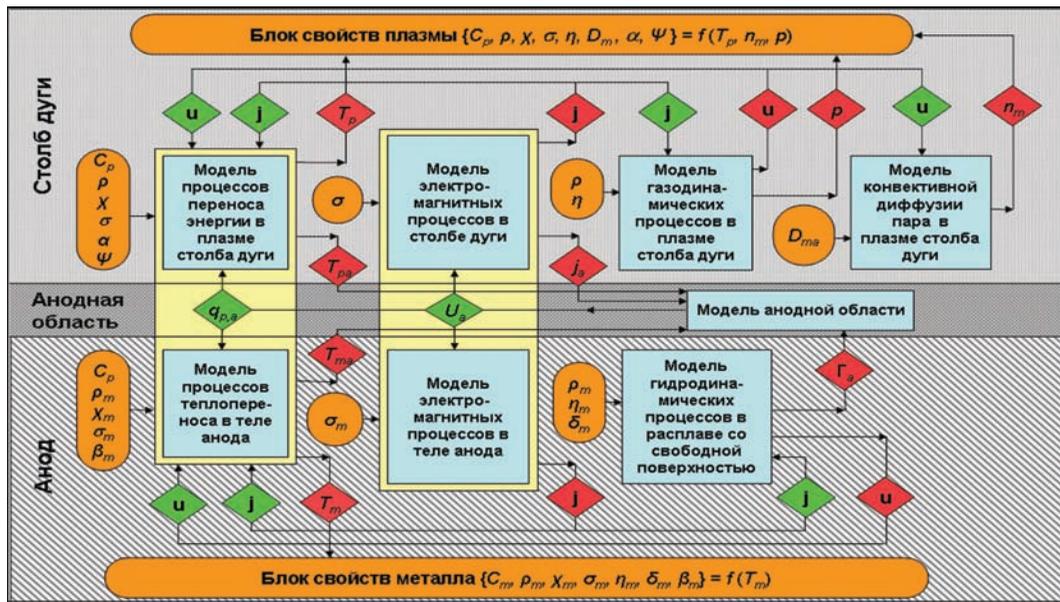


Рис. 1. Структура самосогласованной математической модели физических процессов в системе «столб дуги–анодная область–испаряющийся анод»

близком к атмосферному, и характерных для рассматриваемых условий значениях температуры электронов  $T_e \sim 0,7...2,0$  эВ [15, 16] толщина этого слоя  $\bar{x}$ , соизмеримая с радиусом Дебая  $r_D < 10^{-7}$  м, существенно меньше характерных длин свободного пробега всех частиц плазмы  $l \sim 10^{-6}...10^{-4}$  м (оценки проведены для аргоновой плазмы атмосферного давления).

Вторая зона (см. рис. 2) — ионизационная область неизоотермической квазинейтральной плазмы (или предслоя), где происходит генерация заряженных частиц за счет ионизации плазменными электронами атомов защитного газа, десорбирующихся с поверхности анода, и испаряющихся атомов его материала. Образующиеся здесь ионы ускоряются по направлению к поверхности анода электрическим полем, создаваемым более подвижными электронами, и рекомбинируют вблизи анодной поверхности. Таким образом, в пределах ионизационной области нарушаются условия локального ионизационного равновесия. Кроме того, здесь происходит заметное изменение потенциала плазмы, которое может быть соизмеримо с его падением в слое пространственного заряда.

На расстоянии от поверхности анода, равном нескольким длинам свободного пробега тяжелых частиц, проходит граница слоя Кнудсена (см. рис. 2), которую будем сопоставлять с внешней границей анодной области, и за которой начинается газодинамическая область плазмы, где уже имеет место локальное термодинамическое равновесие как по поступательным, так и по внутренним степеням свободы плазменных частиц. Поскольку толщина кнудсеновского слоя  $L_K \leq 10^{-4}$  м, как

правило, существенно меньше радиуса кривизны поверхности анода (капли или сварочной ванны)  $R \sim 10^{-3}$  м, а также характерных масштабов изменения параметров плазмы в столбе дуги, анодную область будем в дальнейшем считать плоской и бесконечно тонкой, совмещающая ее внешнюю границу с поверхностью анода.

В рамках такого подхода прианодная дуговая плазма фактически состоит из двух основных областей: неравновесной (анодная область или слой Кнудсена) и равновесной (газодинамическая область), для которой первая область играет роль поверхности разрыва. Здесь следует отметить, что газодинамическая область плазмы, так же как и анодная область, может быть условно разделена

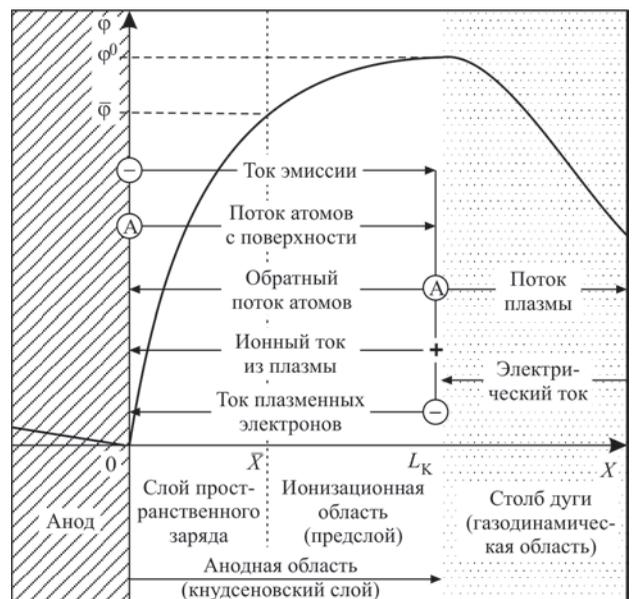


Рис. 2. Структура прианодного слоя плазмы, потоки частиц и распределение потенциала в анодной области сварочной дуги

на две зоны: тепловой пограничный слой, в пределах которого происходит выравнивание температур электронов  $T_e$  и тяжелых частиц  $T_h$  с температурой плазмы в столбе дуги  $T_p$ , и, собственно, столб дуги [14, 15].

При математическом описании процессов электропереноса в анодной области дуги с испаряющимся анодом будем считать, что плазма на внешней границе этой области характеризуется следующими параметрами:  $n_e^0$  — концентрация электронов;  $n_{\alpha Z}^0$  — концентрации атомов ( $Z = 0$ ) и ионов ( $Z = 1$ ) защитного или плазмообразующего газа ( $\alpha = g$ ), атомов ( $Z = 0$ ) и ионов ( $Z = 1, 2$ ) металлического пара ( $\alpha = m$ );  $Ze$  — заряд иона;  $e$  — элементарный заряд;  $T_e^0$  — температура электронов;  $T_h^0$  — температура тяжелых частиц, предполагаемая одинаковой для всех сортов атомов и ионов, но отличной от  $T_e^0$  (двухтемпературная модель плазмы);  $m_e$  — масса электрона;  $M_\alpha$  — массы тяжелых частиц (атомов и ионов) газа ( $\alpha = g$ ) и металла ( $\alpha = m$ );  $j_a$  — плотность электрического тока на поверхности анода. Как уже было отмечено, анодная область может считаться тонкой и квазиодномерной, поэтому значения  $n_e^0$ ,  $n_{\alpha Z}^0$ ,  $T_e^0$ ,  $T_h^0$  и  $j$  можно рассматривать как локальные, соответствующие данной точке поверхности анода, характеризующейся локальным значением температуры поверхности  $T_s$ .

Будем считать, что перенос тока на анод осуществляется только электронами и ионами, приходящими из плазмы (предполагается, что все ионы, попавшие на поверхность анода, рекомбинируют там и возвращаются назад в виде атомов; отсутствует поток электронов, эмиттируемых анодом). Тогда суммарная плотность электрического тока, текущего из плазмы на поверхность анода может быть представлена в виде:

$$j_a = j_e - j_i. \quad (1)$$

Здесь  $j_e$  — плотность электронного тока на анод;

$$j_i = \sum_{\alpha=m,g; Z \geq 1} j_{\alpha Z}$$

— суммарная плотность ионного тока (для ионов всех сортов и зарядов).

Электронную компоненту плазмы в пределах анодной области с достаточной точностью можно считать бесстолкновительной, а температуру электронов — постоянной по ее толщине [18]. Кроме того, поскольку потенциал плазмы оказывается, как правило, выше потенциала анода [15–17], что выполняется вплоть до значений  $j_a \sim 10^9$  А/м<sup>2</sup>, электроны тормозятся электрическим полем, а ионы ускоряются по направлению к поверхности анода. В этом случае распределение электронной кон-

центрации в анодной области может быть принято больцмановским:

$$n_e(x) = n_e^0 \exp \left\{ -\frac{e[\phi^0 - \phi(x)]}{kT_e^0} \right\}, \quad (2)$$

где  $\phi(x)$  — распределение потенциала в прианодном слое плазмы (см. рис. 2);  $k$  — постоянная Больцмана;  $\phi^0$  — потенциал плазмы относительно поверхности анода ( $\phi^0 > 0$ ). Тогда плотность электронного тока на анод есть [14]:

$$j_e = \frac{1}{4} e n_e^0 v_{T_e} \exp \left( -\frac{e\phi^0}{kT_e^0} \right), \quad (3)$$

где

$$v_{T_e} = \sqrt{\frac{8kT_e^0}{\pi m_e}}$$

— тепловая скорость электронов на внешней границе анодной области.

Для нахождения ионных токов необходимо рассмотреть процессы в ионизационной области, где происходит генерация ионов и их ускорение в сторону анода. Для этого используем подход [19], который основывается на предположении, что длина свободного пробега ионов относительно кулоновских столкновений между собой значительно меньше длины их пробега относительно столкновений с атомами и длины ионизации (характерные значения указанных величин есть:  $l_{ii} \sim 10^{-6}$  м;  $l_{ia} \sim 10^{-4}$  м;  $l_{ion} \sim 10^{-4}$  м). Это позволяет считать, что ионы в предслое интенсивно максвеллизуются и приобретают общую скорость направленного движения в направлении анода, значение которой на границе ионизационной области со слоем пространственного заряда, удовлетворяющее критерию Бома [20], определяется выражением [18]:

$$\bar{V}_i \equiv V_i(\bar{x}) = \sqrt{\frac{\sum_{\alpha=m,g; Z \geq 1} k(ZT_e^0 + T_h^0) n_{\alpha Z}^0}{\sum_{\alpha=m,g; Z \geq 1} M_\alpha n_{\alpha Z}^0}}; \quad (4)$$

$$\left( \bar{V}_i = \frac{v^0}{2} \left[ \sqrt{1 + \frac{4 \sum_{Z \geq 1} k(ZT_e^0 + T_h^0) n_{mZ}^0}{(v^0)^2 \sum_{Z \geq 1} M_m n_{mZ}^0}} - 1 \right] \right).$$

Первое соотношение (4) соответствует диффузионному режиму испарения ( $v^0 \approx 0$ ), тогда как выражение в скобках соответствует конвективному режиму испарения металла анода ( $v^0 \neq 0$ ), где  $v^0$  — нормальная к его поверхности скорость разлета ионизированного пара на внешней границе анодной области.

Выбирая в качестве границы ионизационной области со слоем пространственного заряда такое  $\bar{x}$ , при котором нарушается условие квазинейтральности плазмы [20], находим концентрации

заряженных частиц на границе слоя пространственного заряда [18]:

$$\bar{n}_e \equiv n_e(\bar{x}) = n_e^0 \exp\left(-\frac{1}{2}\right);$$

$$\bar{n}_{\alpha Z} \equiv n_{\alpha Z}(\bar{x}) = n_{\alpha Z}^0 \exp\left(-\frac{1}{2}\right), \quad \alpha = m, g; Z \geq 1. \quad (5)$$

Тогда ионные токи на поверхность анода можно записать следующим образом [18]:

$$j_{\alpha Z} = Ze n_{\alpha Z}^0 \exp\left(-\frac{1}{2}\right) \bar{v}_i, \quad \alpha = m, g; Z \geq 1. \quad (6)$$

При конвективном режиме испарения анода ( $v^0 \neq 0$ ) величину  $\exp(-1/2)$  в (5), (6) следует заметить на

$$\exp\left[\frac{(v^0)^2 \sum_{Z \geq 1} M_m n_{mZ}^0}{8 \sum_{Z \geq 1} k(ZT_e^0 + T_h^0) n_{mZ}^0} \times \left\{ 1 + \sqrt{1 + \frac{4 \sum_{Z \geq 1} k(ZT_e^0 + T_h^0) n_{mZ}^0}{(v^0)^2 \sum_{Z \geq 1} M_m n_{mZ}^0}} \right\}^2\right].$$

Зная электронный и ионные токи на поверхность анода, из уравнения (1) можно найти потенциал плазмы относительно этой поверхности  $\varphi^0$  или анодное падение потенциала  $U_a$  ( $U_a < 0$ )

$$U_a \equiv -\varphi^0 = -\frac{kT_e^0}{e} \ln \left[ \frac{en_e^0 v_{Te}}{4 \left[ j_a + \sum_{\alpha=m, g; Z \geq 1} j_{\alpha Z} \right]} \right]. \quad (7)$$

Расчет величин  $j_e, j_{\alpha Z}$  и  $U_a$  требует знания температур  $T_e^0, T_h^0$  и концентраций  $n_e^0, n_{\alpha Z}^0$  заряженных частиц на внешней границе анодной области. Предполагая, что многокомпонентная плазма в столбе дуги является ионизационно-равновесной, состав такой плазмы на границе с анодной областью можно определить, используя следующую систему уравнений:

• уравнения Саха с учетом неидеальности плазмы

$$\frac{n_e^0 n_{\alpha Z+1}^0}{n_{\alpha Z}^0} = \left( \frac{2\pi m_e k T_e^0}{h^2} \right)^{3/2} \frac{2\theta_{\alpha Z+1}}{\theta_{\alpha Z}} \times \exp\left[-\frac{e(U_{\alpha Z} - \Delta U_Z)}{kT_e^0}\right], \quad \alpha = m, g; Z \geq 0, \quad (8)$$

где  $h$  — постоянная Планка;  $\theta_{\alpha Z}$  — статистические суммы для тяжелых частиц сорта  $\alpha$ , находящихся в зарядовом состоянии  $Z$ ;

$$\Delta U_Z = \frac{e(Z+1)}{r_D}$$

— снижения потенциалов ионизации, обусловленные взаимодействием заряженных частиц в плазме;

$$r_D = \left[ kT_e^0 / 4\pi e^2 \left( n_e^0 + \frac{T_e^0}{T_h^0} \sum_{\alpha=m, g; Z \geq 1} n_{\alpha Z}^0 Z^2 \right) \right]^{1/2}$$

— радиус Дебая.

• условие квазинейтральности плазмы

$$n_e^0 = \sum_{\alpha; Z \geq 1} n_{\alpha Z}^0 Z, \quad \alpha = m, g. \quad (9)$$

• закон парциальных давлений

$$p = n_e^0 kT_e^0 + \sum_{Z \geq 0} n_{mZ}^0 kT_h^0 + \sum_{Z \geq 0} n_{gZ}^0 kT_h^0 - \Delta p. \quad (10)$$

Здесь  $p$  — полное давление в плазме;

$$\Delta p = \frac{1}{6} \frac{e^2}{r_D} \left( n_e^0 + \sum_{\alpha=m, g; Z \geq 0} n_{\alpha Z}^0 Z^2 \right)$$

— снижение давления за счет неидеальности плазмы [21]. В диффузионном режиме испарения металла величина  $p$  может быть принята равной внешнему давлению, например атмосферному давлению  $p_0$ .

Для замыкания системы уравнений (8)–(10) необходимо еще одно условие, определяющее концентрацию частиц пара, присутствующих в прианодной плазме. Предполагая, что скорость диффузии частиц пара мала, т.е. состояние пара близко к насыщению, в качестве такого условия можно выбрать равенство парциального давления тяжелых частиц испаренного металла на внешней границе анодной области давлению насыщенного пара  $p_s$  над поверхностью металла, имеющего температуру  $T_s$ :

$$\sum_{Z \geq 0} n_{mZ}^0 kT_h^0 = p_s \equiv p_0 \exp\left[\frac{\lambda_v}{k} \left( \frac{1}{T_b} - \frac{1}{T_s} \right)\right], \quad (11)$$

где  $T_b$  — температура кипения;  $\lambda_v$  — работа выхода атома металла анода;  $T_h^0 = T_s$ .

Если температура поверхности анода превышает температуру, при которой давление насыщенного ионизированного пара становится больше внешнего давления ( $p_m^0 \equiv n_e^0 kT_e^0 + \sum_{Z \geq 0} n_{mZ}^0 kT_h^0 - \Delta p \geq p$ ),

начинается расширение (разлет) металлического пара, который оттесняет защитный или плазмообразующий газ, и диффузионный режим испарения сменяется конвективным. В результате прианодная плазма становится однокомпонентной, содержащей только частицы испаренного металла. Состав такой плазмы можно рассчитать с помощью уравнений (8)–(10), положив в них  $\sum_{Z \geq 0} n_{gZ}^0 = 0$  и дополнив эту систему уравнений со-

отношениями, определяющими концентрацию и температуру тяжелых частиц расширяющегося пара вблизи поверхности анода. При конвективном режиме испарения для нахождения величин  $\sum_{Z \geq 0} n_{mZ}^0$  и  $T_h^0$  будем использовать выражения, по-

лученные в [22] применительно к случаю испарения в среду с противодействием:

$$\frac{\sum_{Z \geq 0} n_{mZ}^0}{n_s} = \left\{ \left( \gamma_m^2 + \frac{1}{2} \right) \exp(\gamma_m^2) \left[ 1 - \Phi(\gamma_m) \right] - \frac{\gamma_m}{\sqrt{\pi}} \right\} \times \sqrt{\frac{T_s}{T^0}} + \frac{1}{2} \left\{ 1 - \gamma_m \sqrt{\pi} \exp(\gamma_m^2) \left[ 1 - \Phi(\gamma_m) \right] \right\} \frac{T_s}{T^0}; \quad (12)$$

$$\frac{T^0}{T_s} = 1 + \frac{\gamma_m^2 \pi}{32} \left( 1 - \sqrt{1 + \frac{64}{\gamma_m^2 \pi}} \right).$$

Здесь  $n_s = p_s/kT_s$  — концентрация насыщенного пара, соответствующая данной температуре поверхности анода;

$$\gamma_m = v^0 \left( \frac{M_m}{2kT_h^0} \right)^{1/2}$$

— безразмерная скорость пара;

$$\Phi(x) = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_0^x \exp(-\xi^2) d\xi$$

— интеграл вероятности.

Отметим здесь, что скорость  $v^0$  является внешним параметром и определяется условиями расширения пара в газодинамической области (столбе дуги). Для численной оценки величины  $v^0$  в случае дозвукового течения плазмы будем использовать выражение [22]:

$$v^0 = s_0 \left( \frac{p_m^0}{P_0} - 1 \right) / \left( \gamma_0 \sqrt{1 + \frac{\gamma_0 + 1}{2\gamma_0} \left( \frac{p_m^0}{P_0} - 1 \right)} \right). \quad (13)$$

Здесь  $s_0$  и  $\gamma_0$  — скорость звука и показатель адиабаты для защитного (плазмообразующего) газа при нормальных условиях.

Рассчитанные таким образом зависимости анодного падения потенциала от температуры плазменных электронов на границе анодной области со столбом дуги и от плотности тока на аноде при условиях, характерных для сварки плавящимся стальным электродом в атмосфере аргона, приведены на рис. 3. Как следует из представленных на этих рисунках расчетных данных, анодное падение в рассматриваемой системе является отрицательным и составляет по абсолютной величине 1,0...3,5 В, что достаточно хорошо коррелирует с результатами работы [16]. Еще более впечатляющим оказывается совпадение расчетного значения  $U_a = 4,04$  В для дуги с тугоплавким катодом и медным водоохлаждаемым анодом, горящей в аргоне при атмосферном давлении (ток дуги 200 А) с экспериментально измеренным значением  $U_a = 4,01$  В [23] (при проведении расчетов использовались экспериментальные данные [23, 24], а именно:  $j_a = 3,5 \cdot 10^6$  А/м<sup>2</sup>,  $T_e^0 = 9840$  К,  $T_s = 720$  К).

**Математическая модель электромагнитных процессов в системе «сварочная дуга–испаряющийся анод».** При анализе процессов электропереноса в системе «столб дуги–анодная область–испаряющийся анод» будем рассматривать два варианта указанной системы, изображенные на рис. 4, предполагая наличие осевой симметрии. В этом случае для описания электромагнитных процессов, протекающих в плазме столба дуги и в теле анода, можно использовать стандартные уравнения [1, 9]:

- уравнение непрерывности электрического тока

$$\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left( r \sigma \frac{\partial \varphi}{\partial r} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left( \sigma \frac{\partial \varphi}{\partial z} \right) = 0. \quad (14)$$

Здесь

$$\varphi(r, z) = \begin{cases} \varphi_p(r, z) & \text{(в плазме столба дуги)} \\ \varphi_m(r, z) & \text{(в металле анода)} \end{cases}$$

— пространственное распределение потенциала электрического поля;

$$\sigma(r, z) = \begin{cases} \sigma_p(r, z) & \text{(в плазме столба дуги)} \\ \sigma_m(r, z) & \text{(в металле анода)} \end{cases}$$

— пространственное распределение удельной электропроводности среды.

- локальный закон Ома

$$j_r = -\sigma \frac{\partial \varphi}{\partial r}; \quad j_z = -\sigma \frac{\partial \varphi}{\partial z}; \quad (15)$$

• уравнение для нахождения индукции магнитного поля тока дуги:

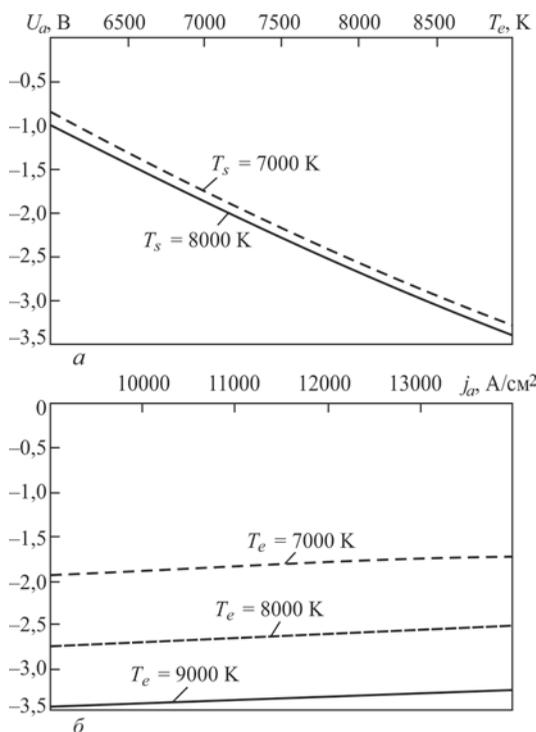


Рис. 3. Зависимости анодного падения потенциала от температуры электронов в прианодном слое плазмы при  $j_a = 11600$  А/см<sup>2</sup> (а) и плотности тока на поверхности анода-капли при  $T_s = 3100$  К (б) при сварке плавящимся электродом в атмосфере аргона

$$V_\varphi(r, z) = \frac{4\pi}{cr} \int_0^r j_z(\xi, z) \xi d\xi, \quad (16)$$

где  $c$  — скорость света.

Для решения дифференциальных уравнений (14) в плазме столба дуги и в теле анода необходимо задать соответствующие краевые условия. На внешних границах расчетной области выбираются стандартные граничные условия (см. рис. 4), подробно описанные, например, в [9, 17]. Остается задать условия на границах анодной области со столбом дуги и с поверхностью анода (капли или сварочной ванны). Принимая во внимание то обстоятельство, что толщина анодной области достаточно мала, ее можно рассматривать как границу  $\Gamma_a$  между плазмой столба дуги и поверхностью анода, учитывая при этом наличие соответствующего скачка электрического потенциала на этой границе. В рамках такого приближения граничное условие на границе  $\Gamma_a$  может быть задано следующим образом:

$$\varphi_p \Big|_{\Gamma_a} - \varphi_m \Big|_{\Gamma_a} = \varphi^0(j_a), \quad (17)$$

где  $\varphi^0$  — величина скачка потенциала, определяемая в каждой точке указанной границы соотношением (7).

При разработке методов численного решения задачи электропереноса в рассматриваемой системе целесообразно использовать вычислительные алгоритмы «сквозного счета», т.е. такие, которые имеют единообразную структуру во всей расчетной области. Такие алгоритмы позволяют не только упростить разработку программного обеспечения, но и существенно уменьшить объемы вычислений по сравнению с алгоритмами, при численной реализации которых в явном виде используются условия сопряжения решений на границе раздела сред. Достижение указанной цели требует переформулировки уравнений математической модели процессов электропереноса, записанных первоначально в виде (14) для плазмы столба дуги и металла анода, с использованием аппарата теории обобщенных функций. С физической точки зрения под обобщенными уравнениями электропереноса понимаются, прежде всего, обобщенный закон сохранения заряда и обобщенный закон Ома, определяемые для разрывного электрического потенциала.

Введем  $\Omega = \Omega_p \cup \Omega_m > R_n$  — область решения задачи, где под  $\Omega_p$  и  $\Omega_m$  понимаются подобласти, относящиеся к плазме столба дуги и к металлу анода, соответственно. Через  $\Gamma_a$ , как и ранее, обозначим границу раздела подобластей  $\Omega_p, \Omega_m$  и определим плотность электрического тока в каждой из них с помощью векторных соотношений:

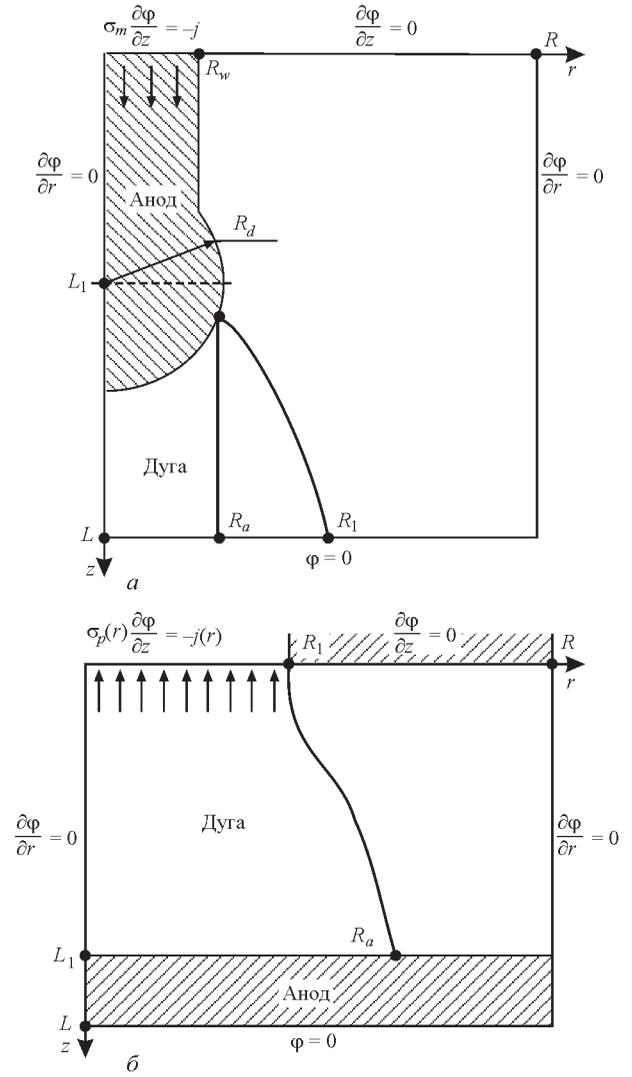


Рис. 4. Схемы расчетной области и краевые условия для задач электропереноса в системе «сварочная дуга–испаряющийся анод» при сварке плавящимся электродом (а) и плазменной сварке (б)

$$\vec{j}_\beta = -\sigma_\beta \text{grad} \varphi_\beta, \quad \beta = p, m. \quad (18)$$

Здесь  $\varphi_\beta(\vec{y}), \sigma_\beta(\vec{y})$  — потенциал электрического поля и удельная электропроводность в соответствующей подобласти ( $\vec{y} \in \Omega_\beta; \beta = p, m$ ). В соответствии с (17) условия сопряжения на границе раздела для электрических величин, относящихся к плазме столба дуги и к металлу анода, могут быть записаны в виде:

$$[j_n]_{\Gamma_a} = 0; \quad [\varphi]_{\Gamma_a} = \varphi^0 \left( j_n \Big|_{\Gamma_a} \right), \quad (19)$$

где  $j_n$  — проекция вектора  $\vec{j}$  на направление  $\vec{n}$  нормали (в сторону столба дуги) к указанной границе;  $[\dots]_{\Gamma_a}$  — символ скачка функции на границе  $\Gamma_a$ , вычисляемого против указанного направления.

Пусть  $u(\vec{y})$  — некоторая, определенная в  $\Omega$ , кусочно-гладкая функция, претерпевающая разрыв первого рода на границе  $\Gamma_a$ . Тогда обобщен-

ный оператор градиента такой функции можно ввести следующим образом:

$$GRAD_{-}u = GRAD_{+}u + \vec{n}[u]_{\Gamma_a} \delta(\Gamma_a), \quad (20)$$

где  $\delta(\Gamma_a)$  — дельта-функция Дирака, сосредоточенная на  $\Gamma_a$ , а  $GRAD_{+}u$  совпадает с  $grad u$  в подобластях  $\Omega_{\beta}$  ( $\beta = p, m$ ). Для вектор-функции  $\vec{q}(\vec{y})$ , дифференцируемой в  $\Omega_{\beta}$  ( $\beta = p, m$ ) и сохраняющей непрерывные проекции на нормаль  $\vec{n}$  к  $\Gamma_a$ , можно ввести оператор обобщенной дивергенции  $DIV_{+}\vec{q} = div\vec{q}(\vec{y} \in \Omega_{\beta})$ .

Используя эти операторы, процессы переноса электрического заряда во всей области  $\Omega$  можно описать с помощью системы дифференциальных уравнений первого порядка, записанных в обобщенных производных [25]:

$$\begin{cases} DIV_{+}\vec{j} = 0; \\ GRAD_{-}\varphi = -\frac{1}{\sigma}\vec{j} + \vec{n}\varphi^0(j_n|_{\Gamma_a})\delta(\Gamma_a). \end{cases} \quad (21)$$

Первое уравнение этой системы является обобщенным законом сохранения заряда, а второе — обобщенным законом Ома, записанными для разрывного потенциала электрического поля. Отметим здесь, что уравнения (21) следует понимать как равенство функционалов, определенных в соответствующих функциональных пространствах.

Для численного решения задачи электропереноса в обобщенной постановке (21) можно использовать однородную разностную схему (схему «сквозного счета»), построенную следующим образом. В области  $\Omega$  вводится сетка  $\omega_h = \{x_{1i} = ih_1, x_{2j} = jh_2\}$  (с целью упрощения формы записи, дальнейшее изложение будем вести для двух пространственных декартовых переменных  $x_1, x_2$ ). Граница  $\Gamma_a$  аппроксимируется на сетке  $\omega_h$  ломаной линией в виде отрезков, параллельных координатным осям. Используя интегро-интерполяционный метод (метод баланса на ячейке сетки  $\omega_h$ ), уравнениям (21) можно поставить в соответствие следующий сеточный аналог:

$$\Delta\varphi = \psi, \quad (22)$$

где  $\Delta\varphi$  — пятиточечный сеточный оператор вида  $\Delta\varphi = (a\varphi_{\vec{x}_1})_{x_1} + (b\varphi_{\vec{x}_2})_{x_2}$ , где  $\varphi_{\vec{x}_n}, \varphi_{x_n}$  — левая и правая разности по переменной  $x_n = 1, 2$ ). Коэффициенты  $a, b$  оператора  $\Delta\varphi$  определяются как величины, обратные средним сеточным сопротивлениям, вычисленным по соответствующим ячейкам сетки. Скачок потенциала  $\varphi^0(j_n|_{\Gamma_a})$  в анодной области учитывается членом  $\psi$  в правой части сеточного уравнения (22).

На основе описанной выше математической модели и предложенного вычислительного алгоритма для ее численной реализации было раз-

работано программное обеспечение и проведен численный анализ процессов электропереноса в системе «сварочная дуга–испаряющийся анод», применительно к условиям сварки плавящимся электродом и плазменной сварки сплавов на основе железа в атмосфере аргона.

В первом случае параметры рассматриваемой системы (см. рис. 4, а) были выбраны следующими:  $R_w = 0,6$  мм;  $R_d = 1,0$  мм;  $R_a = 1,0$  мм;  $R_1 = 3,0$  мм;  $R = 5,0$  мм;  $L_1 = 5,8$  мм;  $L = 10,0$  мм;  $I = 200$  А. Распределение температуры в плазме столба дуги задавалось соотношениями:

$$\begin{aligned} T_p(r, z) &= T_{00} \exp[-a^4(z)r^4] + T_0; \\ a(z) &= -\frac{1}{R_{\sigma 0}(z)} \left( \ln \frac{T_{\sigma 0} - T_0}{T_{00}} \right)^{1/4}; \\ R_{\sigma 0}(z) &= \frac{R_1^2 - R_a^2}{L - L_1} \sqrt{z - \frac{LR_1^2 - L_1R_a^2}{R_1^2 - R_a^2}}, \end{aligned} \quad (23)$$

где  $T_{00} = 10000$  К;  $T_0 = 300$  К;  $T_{\sigma 0} = 530$  К а температура поверхности анода (капли) выбиралась равной температуре кипения железа, т.е.  $T_s = T_b = 3133$  К. Пространственное распределение электропроводности дуговой плазмы  $\sigma_p(r, z)$  вычислялось с помощью (23) по соответствующим температурным зависимостям  $\sigma_p(T_p)$  для Ag–Fe плазмы различного состава, представленным на рис. 5 (предполагалось, что плазма столба дуги содержит 10 % металлического пара). Электропроводность металла анода (низкоуглеродистая сталь) выбиралась постоянной  $\sigma_p = 7,7 \cdot 10^5$  (Ом·м)<sup>-1</sup>.

Распределение электрического потенциала и линии тока в такой системе могут быть проиллюстрированы с помощью рис. 6. Важным обстоятельством здесь является то, что полученное численное решение позволяет определить размер зоны анодной привязки сварочной дуги к капле расплавленного металла, а также распределение плотности тока в этой зоне при учете падения потенциала в анодной области  $U_a$ , расчетное значение которого в данном случае составляет — 2 В. В этом состоит одно из основных отличий предлагаемой модели процессов электропереноса при сварке плавящимся электродом от моделей, описанных, например, в [7, 9].

При моделировании электромагнитных процессов в системе «сварочная дуга–испаряющийся анод» применительно к условиям плазменной сварки сталей в атмосфере аргона (см. рис. 4, б) параметры системы были заданы следующими:  $R_1 = L_1 = 2$  мм;  $R = 10$  мм;  $L = 4$  мм;  $R_a = 3$  мм;  $I = 200$  А. Распределение температуры в плазме столба дуги задавалось соотношениями:

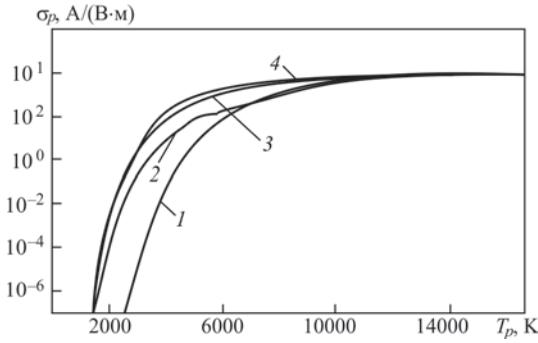


Рис. 5. Удельная электропроводность Ar-Fe плазмы атмосферного давления: 1 — чистый аргон; 2 — концентрация атомов железа  $10^{20}$ ; 3 —  $10^{21}$ ; 4 —  $10^{22} \text{ м}^{-3}$

$$T_p(r, z) = \left\{ T_{00} \left[ 1 - \left( \frac{r}{R_1} \right)^2 \right] + T_0 \right\} \alpha(z) + \left[ T_{0L_1} \exp(-a^4 r^4) + T_0 \right] [1 - \alpha(z)]^{1/4} \quad (24)$$

$$\alpha(z) = 1 - \frac{z}{L_1}; \quad a = -\frac{1}{R_a} \left( \ln \frac{T_{\sigma 0} - T_0}{T_{0L_1} - T_0} \right)^{1/4}$$

где  $T_{00} = 20000 \text{ К}$ ;  $T_0 = 300 \text{ К}$ ;  $T_{0L_1} = 8000 \text{ К}$ ;  $T_{\sigma 0} = 5300 \text{ К}$ ; распределение температуры поверхности анода выбиралось следующим образом:

$$T_s(r) = T_{s0} \exp(-b^2 r^2) + T_0; \quad b = -\frac{1}{R_a} \left( \ln \frac{T_M - T_0}{T_{s0} - T_0} \right)^{1/2} \quad (25)$$

где  $T_{s0} = 2500 \text{ К}$ ;  $T_M = 1773 \text{ К}$ . Удельные электропроводности плазмы и металла определялись, как указано выше.

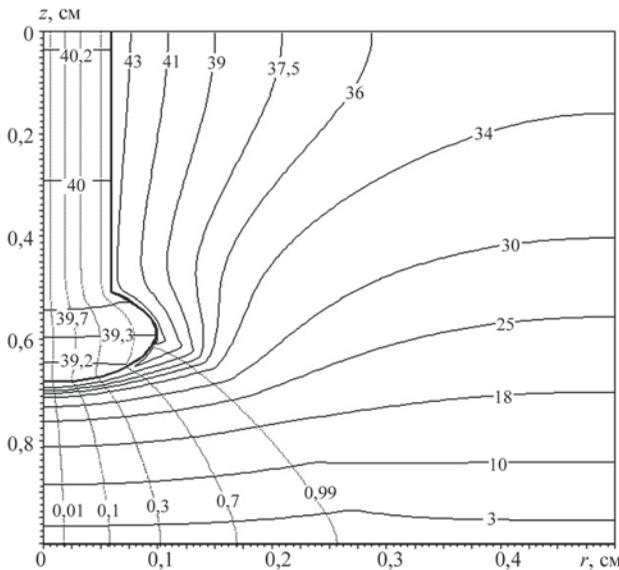


Рис. 6. Линии равных значений потенциала (сплошные кривые) и линии тока  $2\pi \int_0^{R_1} j_z r dr / I = \gamma = 0,01 \dots 0,99$  (пунктирные кривые) в системе «сварочная дуга–испаряющийся анод» при сварке плавящимся электродом

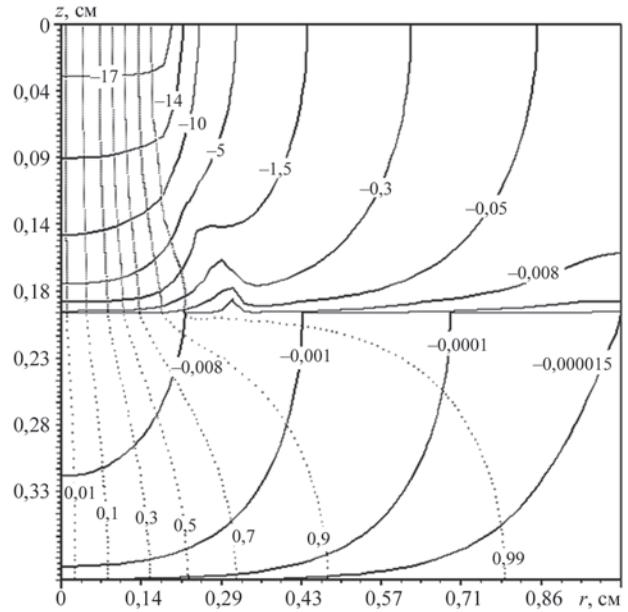


Рис. 7. Линии равных значений потенциала (сплошные кривые) и линии тока  $2\pi \int_0^{R_1} j_z r dr / I = \gamma = 0,01 - 0,99$  (пунктирные кривые) в системе «сварочная дуга–испаряющийся анод» при плазменной сварке

Пространственное распределение электрического потенциала и линии тока в рассматриваемой системе показаны на рис. 7. На рис. 8 приведено распределение по области анодной привязки дуги электрического потенциала дуговой плазмы относительно поверхности анода. Как следует из представленных на этом рисунке расчетных данных, анодное падение является отрицательным ( $U_a = -\varphi^0 \approx -3 \text{ В}$ ), имеет минимум (по абсолютной величине) на оси дуги и несколько увеличивается к периферии анодной области, где резко падает до нуля. Согласно (15), это означает, что вектор электрического тока на границе анодной области со столбом дуги имеет отрицательную радиальную

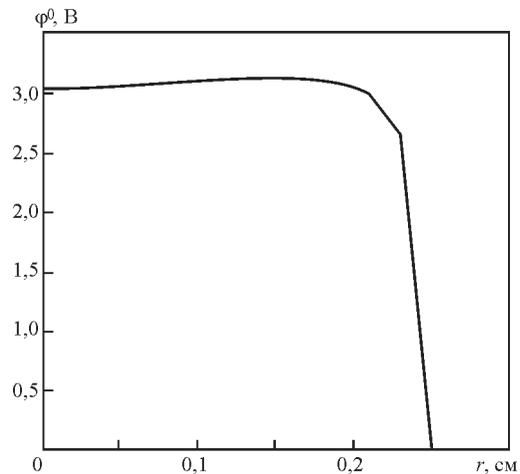


Рис. 8. Радиальное распределение потенциала плазмы столба дуги (на границе с анодной областью) относительно поверхности анода при плазменной сварке

компоненту вблизи оси системы (т.е. электрический ток стекается к оси разряда), тогда как на периферии зоны анодной привязки дуги ток растекается. Таким образом, при рассматриваемых условиях имеет место контрагирование дуги в анодной области.

### Выводы

Предложена модель процессов электропереноса в анодной области дуги с испаряющимся анодом, позволяющая рассчитывать величину анодного падения потенциала в зависимости от материала и температуры поверхности анода, рода защитного газа и температуры электронов прианодной плазмы, а также плотности тока на аноде. Показано, что анодное падение в сварочных дугах отрицательно и составляет 1,5...3,5 В в зависимости от способа сварки.

Сформулирована математическая модель электромагнитных процессов в системе «столб дуги—анодная область—испаряющийся анод» с учетом падения потенциала в анодной области дуги. Разработан алгоритм решения задачи электропереноса в такой системе методом «сквозного счета» и создано программное обеспечение для компьютерного моделирования электромагнитных процессов при различных способах дуговой сварки.

1. Hsu K.C., Etemadi K., Pfender E. Study of the free-burning high-intensity argon arc // J. of Appl. Phys. — 1983. — **54**, No. 3. — P. 1293–1301.
2. Hsu K.C., Pfender E. Two-temperature modeling of the free-burning high-intensity arc // Ibid. — 1983. — **54**, No. 8. — P. 4359–4366.
3. Низкотемпературная плазма / В.С. Энгельшт, В.Ц. Гурович, Г.А. Десятков и др. — Новосибирск: Наука, 1990. — Т. 1. Теория столба электрической дуги. — 376 с.
4. Lowke J.J., Morrow R., Haidar J. A simplified unified theory of arcs and their electrodes // J. Phys. D: Appl. Phys. — 1997. — **30**. — P. 2033–2042.
5. Haidar J. Non-equilibrium modeling of transferred arcs // Ibid. — 1999. — **32**. — P. 263–272.
6. Sansonnets L., Haidar J., Lowke J.J. Prediction of properties of free burning arcs including effects of ambipolar diffusion // Ibid. — 2000. — **33**. — P. 148–157.
7. Fan H.G., Kovacevic R. A unified model of transport phenomena in gas metal arc welding including electrode, arc plasma and molten pool // Ibid. — 2004. — **37**. — P. 2531–2544.
8. Computational simulation of arc melting process with complex interactions / H. Nishiyama, T. Sawada, H. Takana, et al. // ISIJ International. — 2006. — **46**, No. 5. — P. 705–711.
9. Hu J., Tsai H.L. Heat and mass transfer in gas metal arc welding. Part I: The arc // Int. J. of Heat and Mass Transfer. — 2007. — **50**. — P. 833–846.
10. Benilov M.S. Understanding and modelling plasma-electrode interaction in high-pressure arc discharges: a review // J. Phys. D: Appl. Phys. — 2008. — **41**. — 144001 (30 pp).
11. Plasma properties of helium gas tungsten arc with metal vapor / S. Tashiro, M. Tanaka, K. Nakata, et al. // Quart. J. of Japan Welding Society. — 2006. — **24**. — P. 143–148.
12. Prediction of anode temperatures of free burning arcs / P. Zhu, J.J. Lowke, R. Morrow, et al. // J. Phys. D: Appl. Phys. — 1995. — **28**. — P. 1369–1376.
13. Masquere M., Freton P., Gonzalez J.J. Theoretical study in two dimensions of the energy transfer between an electric arc and an anode material // Ibid. — 2007. — **40**. — P. 432–446.
14. Nemchinskii V.A., Peretts L.N. Anode sheath in a high-pressure, high-current arc // Sov. Phys. Tech. Phys. — 1977. — **22**, No. 9. — P. 1083–1087.
15. Dinulescu H.A., Pfender E. Analysis of the anode boundary layer of high intensity arcs // J. of Appl. Phys. — 1980. — **51**, No. 6. — P. 3149–3157.
16. Nemchinsky V.A. Plasma parameters near a small anode in a high-pressure arc (gas metal arc welding) // J. Phys. D: Appl. Phys. — 1994. — **27**. — P. 2515–2521.
17. Jenista J., Heberlein J.V.R., Pfender E. Numerical model of the anode region of high-current electric arcs // IEEE Transact. on Plasma Science. — 1997. — **25**, No 5, P. 883–890.
18. Кривцун И.В. Модель испарения металла при дуговой, лазерной и лазерно-дуговой сварке // Автоматическая сварка. — 2001. — № 3. — С. 3–10.
19. Зондовые измерения в низкотемпературной плотной плазме при высоких степенях ионизации / Ф.Г. Бакшт, Г.А. Дюжев, Н.К. Митрофанов и др. // ЖТФ. — 1973. — **43**, № 12. — С. 2574–2583.
20. Чен Ф. Электрические зонды // Диагностика плазмы / Под ред. Р. Хаддлстоуна, С. Леонарда. — М.: Мир, 1967. — С. 94–164.
21. Griem H.R. High-density correction in plasma spectroscopy // Phys. Rev. — 1962. — **128**. — P. 997–1001.
22. Knight Ch.J. Theoretical modeling of rapid surface vaporization with back pressure // AIAA Journal. — 1979. — **17**, No. 5. — P. 519–523.
23. Sanders N.A., Pfender E. Measurement of anode falls and anode heat transfer in atmospheric pressure high intensity arcs // J. of Appl. Phys. — 1984. — **55**, No. 3. — P. 714–722.
24. Nestor O.H. Heat intensity and current density distributions at the anode of high current, inert gas arcs // Ibid. — 1962. — **33**, No. 5. — P. 1638–1648.
25. Problems of heat, mass and charge transfer with discontinuous solutions / V.F. Demchenko, V.A. Pavlyk, U. Dilthey, et al. // Eur. J. Appl. Math. — 2008. (to be published).

### 1.1.9. MODEL OF HEAT-, MASS- AND CHARGE-TRANSFER IN WELDING ARC COLUMN AND ANODE REGION\*

I. KRIVTSUN, V. DEMCHENKO, A. LESNOI, I. KRICKENT, O. MOKROV,  
U. REISGEN, A. ZABIROV, V. PAVLYK

**Introduction.** There are many models for numerical investigation of processes of heat-, mass- and charge-transfer in an electric arc and processes of its interaction with electrodes, including various arc welding methods [1–11]. However, in the majority of this models, the arc plasma is considered as a one-component plasma, i.e. it contains atoms and ions of the shielding or plasma gas which is usually inert. The real welding arc plasma, as a rule, is multi-component, because, along with the gas particles, it contains atoms and ions of the evaporated material of the electrodes, firstly of the anode. Thus, in order to develop the adequate mathematical model of welding arc, the multi-component nature of the arc plasma must be considered.

Another important characteristic of such a model must be its self-consistency, which allows for the considerations of the relation between the physical processes on the electrodes and in the near-electrode plasma layers and processes in the arc column. It is significant to note that in most of the publications about complex modelling of the electric arc, including welding arc, relatively simple near-electrode region models are used [4, 7–9, 12, 13], whereas in the articles which specialize on research of near-electrode (for example anodic) phenomena [14–18] insufficient attention is paid to processes in the arc column.

The purpose of the present work is development of the self-consistent mathematical model of physical processes in a multi-component plasma of the anode region and the welding arc column (electric arc with an evaporated anode), applicable to the conditions of welding with consumable and non-consumable electrode and PTA welding in inert gases.

To describe the arc plasma, which borders with the surface of an evaporating anode, we use the approach proposed in [14, 15, 19], in which the near-anode plasma can be conditionally divided into three zones, as shown in Fig. 1. The first zone is directly adjacent to the anode surface — a space charge layer where the quasi-neutral condition of plasma is violated and the main potential fall between plasma and anode is formed. This layer can be considered to be collision-free, while at near-atmospheric pressure and with representative values of electron's temperature  $T_e \sim 0.5...1.5$  eV [15, 16] the

thickness  $\bar{x}$  of this layer is commensurable with Debye-radius  $r_D \sim 10^{-8}$  m and essentially less than mean free path of all particles of plasma  $l \sim 10^{-7}...10^{-5}$  m (here and below the estimations are presented for Fe-plasma of atmospheric pressure).

The second zone (Fig. 1) is an ionization region of non-isothermal quasi-neutral plasma (presheath), where the charged particles are generated at the expense of ionization of gas atoms desorbing from the anode surface, and evaporating atoms of the metal. Ions formed here are accelerating in the direction of the anode surface by the electric field formed by more mobile electrons, ultimately recombining near the anode surface. Thus, within the ionization region, the conditions of the local ionization equilibrium are violated. Besides that, a substantial potential change of plasma occurs, which can be compared with potential fall in a space charge layer. Ionization layer is also a part of diffusion zone, in which the non-elastic particle collision predominates (ionization and recombination).

At a distance from the anode surface, which is equal to several lengths of the mean free path of heavy particles, the Knudsen layer boundary is located (Fig. 1).

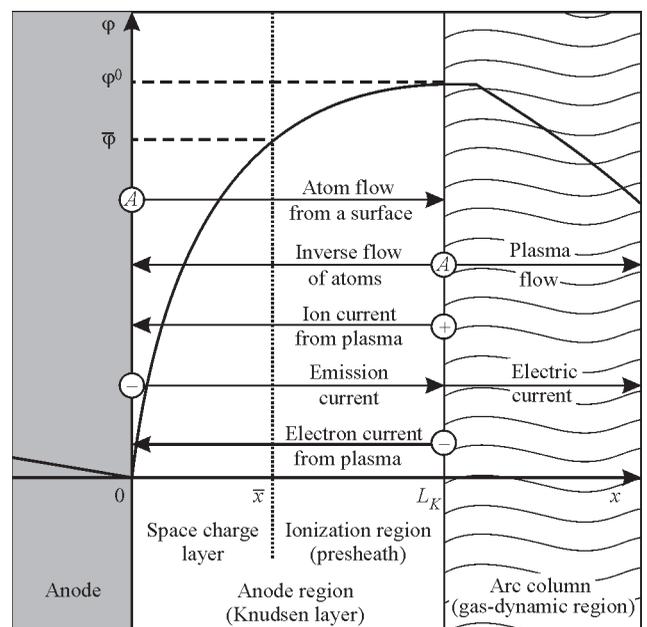


Fig. 1. Structure of near-anode arc plasma, flows of particles and potential distribution in anode region of a welding arc

\*Proc. of 9th Int. Seminar on Numerical Analysis of Weldability, Graz-Seggau, Austria, 2009.

We will take this boundary as the external border of the anode region. Behind this boundary, the third zone — gas-dynamic plasma region begins, where the local thermodynamic equilibrium is established. It should be noted that this region can also be conditionally divided into two zones: the thermal boundary layer, within which an equalization of temperatures of electrons  $T_e$  and heavy particles  $T_h$  to the temperature of plasma in the arc column  $T$  takes place, and the arc column itself [14, 15].

Moreover, the thickness of the Knudsen layer  $L_K < 10^{-4}$  m is essentially less than the radius of curvature of the anode surface (droplet of electrode metal or the weld pool)  $R \sim 10^{-3}$  m. Therefore, when examining the processes occurring in the anode region, the surface can be considered as flat. On the other hand, since  $L_K$  is much smaller than the characteristic scale of changes of plasma parameters in gas-dynamic region, when examining the processes in the arc column the anode region can be considered infinitely thin. Thus, in terms of mathematical description of processes occurring in the near-anode arc plasma, it can be divided into two regions: the anode region or the Knudsen layer and the arc column or gas-dynamic region, for which the first region acts as a discontinuity surface. In accordance with this, the self-consistent mathematical model of the processes of energy-, mass- and charge-transfer in the plasma of the column and the anode region of welding arc must include two interrelated models:

- model of the heat, electromagnetic, gas-dynamic and diffusion processes occurring in the multi-component plasma of the arc column;
- model of the anode region of the arc, allowing to formulate boundary conditions on the surface of the anode necessary for solving equations of the arc column model, as well as determining the characteristics of the thermal and dynamic effect of the arc on the anode surface.

First, we consider the model of processes of energy-, mass- and charge-transfer in the anode region of the welding arc.

In the description of processes in the anode region of the electric arc with the evaporating anode, we will characterise the plasma on the outer boundary of this region by the following parameters:  $n_e^0$  is the electron concentration;  $n_{\alpha Z}^0$  is the concentration of atoms ( $Z = 0$ ) and ions ( $Z = 1$ ) of shielding or plasma gas ( $\alpha = g$ ), atoms ( $Z = 0$ ) and ions ( $Z = 1, 2$ ) of the metal vapour ( $\alpha = m$ );  $Ze$  is the ion charge;  $e$  is the elementary charge;  $T_e^0$  is the temperature of electrons;  $T_h^0$  is the temperature of heavy particles assumed to be identical to all kinds of atoms and ions, but distinct from  $T_e^0$  (two-temperature plasma model);  $m_e$  is the mass of an electron;  $M_\alpha$  is the masses of heavy particles (atoms and ions) of gas ( $\alpha = g$ ) and metal

( $\alpha = m$ );  $j_a$  is the density of electric current on the anode surface. Since the anode region can be considered as flat, values  $n_e^0$ ,  $T_e^0$ ,  $T_h^0$  and  $j_a$  can be considered as local and corresponding to a given point of the anode surface, which is characterized by local values of temperature  $T_s$ .

**Charge-transfer in the anode region.** It is considered that the charge transfer on the anode is carried out only by electrons and ions coming from plasma (it is assumed that all ions which fell on the anode surface recombine there and can return only in the form of atoms; there is no electron flux being emitted by the anode). Then, the total current density in the anode region can be presented as

$$j_a = j_e - j_i, \quad (j_a > 0). \quad (1)$$

Here  $j_e$  is the electron current density on the anode;

$$j_i = \sum_{\alpha=m,g; Z \geq 1} j_{\alpha Z}$$

is the total ion current density (for ions of all kinds and charges).

The electron component of plasma within the anode region can be considered with sufficient accuracy as collision-free, and the electrons' temperature can be considered as practically constant along the anode region thickness. Besides that, because the plasma potential exceeds the potential of the anode [15–17], electrons are decelerating by the electric field, and ions are accelerating in the direction to the anode surface. In this case the density of electron current to the anode is [14]:

$$j_e = \frac{1}{4} en_e^0 v_{Te} \exp\left(-\frac{e\varphi^0}{kT_e^0}\right), \quad (2)$$

where

$$v_{Te} = \sqrt{\frac{8kT_e^0}{\pi m_e}}$$

is the thermal electron velocity on the external border of the anode region;  $k$  is the Boltzmann constant;  $\varphi^0$  is the plasma potential relative to the anode surface ( $\varphi^0 > 0$ ).

To determine the ion currents it is necessary to consider the processes in the ionization region where the ion generation and their acceleration towards the anode occur. For this purpose, we use the approach [20] which is based on the assumption that the lengths of mean free path of ions with respect to Coulomb collisions among themselves, are much less than the ionization length and their length of mean free path concerning collisions with atoms (representative values are:  $l_{ii} \sim 10^{-7}$  m;  $l_{ion} \sim 10^{-6}$  m;  $l_{ia} \sim 10^{-5}$  m). It allows for the consideration that ions in a presheath are intensively maxwellized and attain an overall speed of ordered motion. The value of this speed on the border of ionization region with the space charge layer is defined by following expressions

$$\bar{V}_i \equiv V_i(\bar{x}) = \sqrt{\frac{\sum_{\alpha=m,g;Z \geq 1} k(ZT_e^0 + T_h^0)n_{\alpha Z}^0}{\sum_{\alpha=m,g;Z \geq 1} M_{\alpha} n_{\alpha Z}^0}}; \quad (3)$$

$$\bar{V}_i = \frac{w^0}{2} \left[ \sqrt{1 + \frac{4 \sum_{Z \geq 1} k(ZT_e^0 + T_h^0)n_{mZ}^0}{(w^0)^2 \sum_{Z \geq 1} M_m n_{mZ}^0}} - 1 \right].$$

The first expression (3) corresponds to diffusion evaporation mode ( $w^0 \approx 0$ ) [19], whereas the expression in the brackets corresponds to convective evaporation mode of anode metal ( $w^0 > 0$ ), where  $w^0$  is the normal to its surface velocity of vapour on the outer boundary of the anode region.

Choosing  $\bar{x}$  as a border between the ionized region and the space charge layer at which the quasi-neutral plasma condition is violated [21] results in the concentration of charged particles on this boundary [19] are being expressed by

$$\bar{n}_e \equiv n_e(\bar{x}) = n_e^0 \exp\left(-\frac{1}{2}\right);$$

$$\bar{n}_{\alpha Z} \equiv n_{\alpha Z}(\bar{x}) = n_{\alpha Z}^0 \exp\left(-\frac{1}{2}\right), \quad (4)$$

$$\alpha = m, g; Z \geq 1.$$

Then, the equation for ion currents to the anode surface can be written as follows:

$$j_{\alpha Z} = Ze n_{\alpha Z}^0 \exp\left(-\frac{1}{2}\right) \bar{V}_i, \quad \alpha = m, g; Z \geq 1. \quad (5)$$

In a convective mode of the anode evaporation, it is necessary to replace value  $\exp(-1/2)$  in (4), (5) with

$$\exp\left[-\frac{(w^0)^2 \sum_{Z \geq 1} M_m n_{mZ}^0}{8 \sum_{Z \geq 1} k(ZT_e^0 + T_h^0)n_{mZ}^0} \times \left\{ 1 + \sqrt{1 + \frac{4 \sum_{Z \geq 1} k(ZT_e^0 + T_h^0)n_{mZ}^0}{(w^0)^2 \sum_{Z \geq 1} M_m n_{mZ}^0}} \right\}^2 \right].$$

Taking into account the above-mentioned electron and ion currents to anode surface, it is possible to find plasma potential relative to this surface  $\varphi^0$  or anode potential fall  $U_a$  ( $U_a < 0$ ) from equation (1):

$$U_a \equiv -\varphi^0 = -\frac{kT_e^0}{e} \ln \left( \frac{en_e^0 v_{Te}}{4 \left[ j_a + \sum_{\alpha=m,g;Z \geq 1} j_{\alpha Z} \right]} \right). \quad (6)$$

To calculate  $j_e$ ,  $j_{\alpha Z}$  and  $U_a$  it is necessary to know the temperatures  $T_e^0$ ,  $T_h^0$  and concentrations  $n_e^0$ ,  $n_{\alpha Z}^0$  of the charged particles on the external border of the anode region. Assuming that multi-component plasma in arc column is in an ionization equilibrium state, the composition of such type of plasma at the border

with the anode region can be defined using the following system of equations:

- Saha ionization equation taking into account the non-ideality of the plasma

$$\frac{n_e^0 n_{\alpha Z+1}^0}{n_{\alpha Z}^0} = \left( \frac{2\pi m_e kT_e^0}{h^2} \right)^{3/2} \frac{2\theta_{\alpha Z+1}}{\theta_{\alpha Z}} \times \exp\left[-\frac{e(U_{\alpha Z} - \Delta U_Z)}{kT_e^0}\right], \quad \alpha = m, g; Z \geq 0, \quad (7)$$

where  $h$  is the Planck constant;  $\theta_{\alpha Z}$  are the statistical sums for heavy particles of the  $\alpha$ -kind in charging condition  $Z$ ;  $U_{\alpha Z}$  are the potentials of ionization (for the transition of particles of  $\alpha$ -kind from the charge state  $Z$  to  $Z+1$ );

$$\Delta U_Z = \frac{e(Z+1)}{r_D}$$

is the decrease in the ionization potentials caused by the interaction of charged particles in plasma;

$$r_D = \left[ kT_e^0 / 4\pi e^2 \left( n_e^0 + \frac{T_e^0}{T_h^0} \sum_{\alpha=m,g;Z \geq 1} n_{\alpha Z}^0 Z^2 \right) \right]^{1/2}$$

is the Debye-radius;

- quasi-neutrality of plasma

$$n_e^0 = \sum_{\alpha=m,g;Z \geq 1} n_{\alpha Z}^0 Z; \quad (8)$$

- law of partial pressures

$$p = n_e^0 kT_e^0 + \sum_{Z \geq 0} n_{mZ}^0 kT_h^0 + \sum_{Z \geq 0} n_{gZ}^0 kT_h^0 - \Delta p \quad (9)$$

Here,  $p$  is the pressure in the plasma near the anode;

$$\Delta p = \frac{1}{6} \frac{e^2}{r_D} \left( n_e^0 + \sum_{\alpha=m,g;Z \geq 0} n_{\alpha Z}^0 Z^2 \right)$$

the pressure decrease due to the non-ideality of plasma [22].

To close the system of equations (7)–(9), one more condition is necessary in order to define the concentration of metal vapour particles on the external border of the anode region. In the diffusion mode of evaporation, assuming that the diffusion velocity of vapour particles is small, i.e. the vapour state is close to saturation, it is possible to choose an equality between the partial pressure of heavy particles of the evaporated metal on this border and the saturation vapour pressure  $p_s$  above the molten metal surface with temperature  $T_s$ :

$$\sum_{Z \geq 0} n_{mZ}^0 kT_h^0 = p_s \equiv p_0 \exp\left[ \frac{\lambda_v}{k} \left( \frac{1}{T_B} - \frac{1}{T_s} \right) \right], \quad (10)$$

where  $p^0$  is the atmospheric pressure;  $T_B$  is the boiling temperature;  $\lambda_v$  is the work function of anode metal atom, and in this case  $T_h^0 = T_s$ .

If the anode surface temperature exceeds the temperature at which ionized saturation vapour pressure becomes higher than the external pressure

$$\left( p_m^0 \equiv n_e^0 k T_e^0 + \sum_{Z \geq 0} n_{mZ}^0 k T_h^0 - \Delta p \geq p \right),$$

an expansion of vapour begins, which pushes aside the external gas. As a result, the near-anode plasma becomes one-component plasma containing only particles of the evaporated metal. It should be noted that the role of the threshold surface temperature above which the vapour expansion into the environment of atmospheric pressure begins, in the absence of ionization, is played by the metal boiling temperature  $T_B$  (pressure of saturated vapour equals to the atmospheric one). The influence of electron pressure on this threshold temperature is illustrated in Fig. 2, which presents the calculated dependence of the iron surface temperature, at which  $p_m^0 = p^0$ , on the temperature of near-surface plasma electrons. Fig. 2 shows that the temperature of the anode surface, above which the ionized vapour pressure begins to exceed the atmospheric pressure and the diffusion mode of evaporation is replaced by the convective one, becomes significantly less than  $T_B$  as  $T_e^0$  increases.

The composition of the near-anode plasma in the convective mode of anode evaporation can be calculated by the equations (7)–(9), taking  $n_{g0}^0 = n_{g1}^0 = 0$  and supplementing this system of equations with the relations which define the concentration and temperature for heavy particles of expanding vapour near to the anode surface.

In this case, the values  $\sum_{Z \geq 0} n_{mZ}^0$  and  $T_h^0$  can be approximated using the expressions obtained in [23]:

$$\begin{aligned} \frac{\sum_{Z \geq 0} n_{mZ}^0}{n_s} &= \left\{ \left( \gamma_m^2 + \frac{1}{2} \right) \exp(\gamma_m^2) [1 - \Phi(\gamma_m)] - \frac{\gamma_m}{\sqrt{\pi}} \right\} \times \\ &\times \sqrt{\frac{T_s}{T_h^0}} + \frac{1}{2} \left\{ 1 - \gamma_m \sqrt{\pi} \exp(\gamma_m^2) [1 - \Phi(\gamma_m)] \right\} \frac{T_s}{T_h^0}; \quad (11) \\ \frac{T_h^0}{T_s} &= 1 + \frac{\gamma_m^2 \pi}{32} \left( 1 - \sqrt{1 + \frac{64}{\gamma_m^2 \pi}} \right). \end{aligned}$$

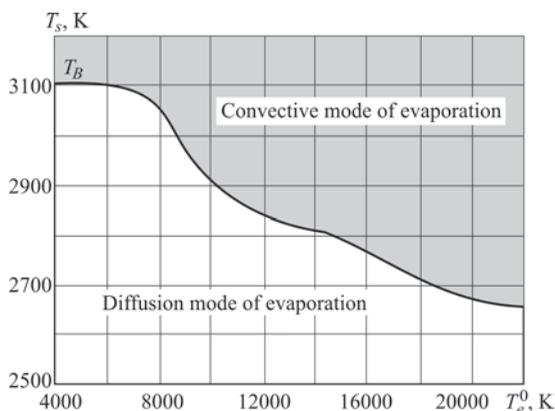


Fig. 2. Temperature of metal surface (Fe), at which pressure of ionized metal vapour is equal to the atmospheric pressure, vs. electron temperature in the near-anode Ar–Fe plasma

Here,  $n_s = p_s/kT_s$  is the saturated vapour concentration corresponding to the given temperature of the anode surface;

$$\gamma_m = w^0 \left( \frac{M_m}{2kT_h^0} \right)^{1/2}$$

is the dimensionless vapour velocity;

$$\Phi(x) = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_0^x \exp(-\xi^2) d\xi$$

is the probability integral.

It is significant that the speed  $w^0$  is an external parameter and is defined by conditions of vapour expansion in gas-dynamic area (arc column). For a numerical estimation of  $w^0$  in the case of subsonic plasma flow the approximated expression [23] can be used:

$$w^0 = s_0 \left( \frac{p_m^0}{p_0} - 1 \right) / \left[ \gamma_0 \sqrt{1 + \frac{\gamma_0 + 1}{2\gamma_0} \left( \frac{p_m^0}{p_0} - 1 \right)} \right], \quad (12)$$

where  $s_0$  and  $\gamma_0$  are, respectively, the speed of sound and the adiabatic exponent for shielding or plasma gas at normal conditions.

Calculated dependencies of anode potential fall on the electrons' temperature at the boundary of anode region with the arc column and from current density at the anode under conditions, typical of GMA-welding with steel consumable electrode in argon atmosphere, are shown in Fig. 3. The presented computational data shows that the anode fall in the considered system is negative and on absolute value equal to 1.0...3.5 V. This coincides well enough with the results of work [16]. Even more impressing is the coincidence of the computed value  $U_a = 4.04$  V for an arc with the high-melting cathode and the copper water cooled anode in argon at atmospheric pressure at the arc current of 200 A with the experimentally measured value  $U_a = 4.01$  V [24] (in the calculations, the experimental data [24, 25] were used:  $j_a = 3.5 \cdot 10^2$  A/cm<sup>2</sup>,  $T_e^0 = 9840$  K,  $T_s = 720$  K).

Let us consider now the processes of energy transfer in the anode region of the welding arc. The heat flux  $Q_a$  from the near-anode plasma on the surface of the anode is

$$Q_a = Q_e + Q_i, \quad (13)$$

where  $Q_e$ ,  $Q_i$  are fluxes of potential and kinetic energy transferred by electrons and ions, respectively.

Assuming the function of electrons distribution on the external border of the anode region as Maxwell distribution and taking into account the expression (2),  $Q_e$  can be written as

$$Q_e = j_e \left[ \beta_e \left( \phi^0 + \frac{2kT_e^0}{e} \right) + \phi_m \right], \quad (14)$$

where  $\phi_m$  is the work function of electrons for a given metal;  $\beta_e$  is the accommodation coefficient of electron energy by the anode surface.

In consideration of the initial energy of ions on the external border of the space-charge layer, as well as their additional acceleration in this layer,  $Q_i$  can be written as:

$$Q_i = \sum_{\alpha=m,g;Z \geq 1} j_{\alpha Z} \left[ \beta_{\alpha i} \left( \bar{\varphi} + \frac{M_{\alpha} \bar{V}_i^2}{2e} + \frac{1}{Z} \sum_{Z'=1}^Z U_{\alpha Z'} \right) - \varphi_m \right], \quad (15)$$

where  $\beta_{\alpha i}$  is the accommodation coefficient of energy of  $\alpha$ -kind ions by the anode surface;

$$\bar{\varphi} \equiv \varphi(\bar{x}) = \varphi^0 - \frac{1}{2} \frac{kT_e^0}{e}$$

is the plasma potential at the boundary of space-charge layer (in case of convective evaporation mode,

$$\bar{\varphi} \equiv \varphi^0 - \frac{T_e^0 (w^0)^2 \sum_{Z \geq 1} M_m n_{mZ}^0}{8e \sum_{Z \geq 1} (ZT_e^0 + T_h^0) n_{mZ}^0} \times \left\{ 1 + \sqrt{1 + \frac{4 \sum_{Z \geq 1} k(ZT_e^0 + T_h^0) n_{mZ}^0}{(w^0)^2 \sum_{Z \geq 1} M_m n_{mZ}^0}} \right\}.$$

Expression (13) can be written as

$$Q_a = j_a V_a, \quad (16)$$

where  $V_a$  is the volt equivalent of heat generated at the anode, which is, in contrast to the anode fall,  $U_a$  always positive. Considering (1), (14), (15), for calculation of  $V_a$  we find

$$V_a = \varphi_m + \frac{j_e}{j_a} \beta_e \left( \varphi^0 + \frac{2kT_e^0}{e} \right) + \sum_{\alpha=m,g;Z \geq 1} \frac{j_{\alpha Z}}{j_a} \beta_{\alpha i} \left( \bar{\varphi} + \frac{M_{\alpha} V_i^2}{2e} + \frac{1}{Z} \sum_{Z'=1}^Z U_{\alpha Z'} \right). \quad (17)$$

In case of a convective mode of evaporation of the anode metal, in the energy balance of its surface, it is necessary to take into account the energy flux  $Q_v$ , carried away from the surface of melt by the metal vapour jet:

$$Q_v = \sum_{Z \geq 0} n_{mZ}^0 w^0 \lambda_v. \quad (18)$$

Concerning the pressure on the molten metal anode, in the diffusive evaporation mode, it equals to the plasma dynamic pressure, determined from the solution of gas dynamic equations for the arc column; while in the convective evaporation mode, this pressure, taking into account the reactive component, can be calculated using the expression [26]:

$$P_s = p_m^0 \left( 1 + \frac{5}{3} M^2 \right), \quad (19)$$

where  $M \equiv w^0/s^0$  is the Mach number at the border of the anode region with arc column;  $s^0$  is the local speed of sound.

Fig. 4 and 5 show the results of calculations of  $Q_a$  and  $V_a$  depending on the temperature of electrons in the anode region, as well as on the current density at the anode under conditions typical for welding with a steel consumable electrode in argon (calculations

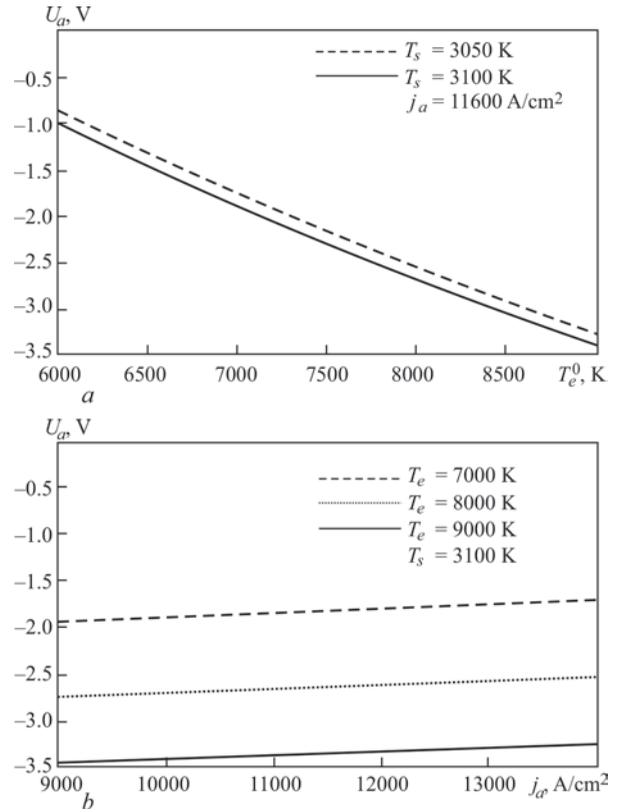


Fig. 3. Dependencies of anode potential fall on electron temperature in anode region (a) and on current density at the anode surface (b) in GMA welding of steel (Fe) in argon shielding gas

were made with  $\beta_e = \beta_{mi} = 1$ ). It follows from the calculated data, that, with typical values  $T_e^0 = 7000$  K and  $T_s = 3100$  K for these conditions, the volt equivalent of heat on the anode (droplet of electrode metal) is weakly dependent on current density in the anode region (on the arc current) and is 8...10 V (Fig. 5), which is well correlated with the results of [16, 27]. It should be noted that the increase of  $Q_a$  and, accordingly,  $V_a$  with increasing  $T_e^0$  and  $T_s$  is compensated by the heat loss, which occurs due to evaporation of the metal droplet. So, for example, when  $T_e^0 = 9000$  K,  $T_s = 3150$  K and  $j_a = 1,16 \cdot 10^4$  A/cm<sup>2</sup> the value  $Q_v$  may reach  $1.24 \cdot 10^5$  W/cm<sup>2</sup>, and as a result the effective volt equivalent of heat calculated as  $(Q_a - Q_v)/j_a$ , is 9.6 V.

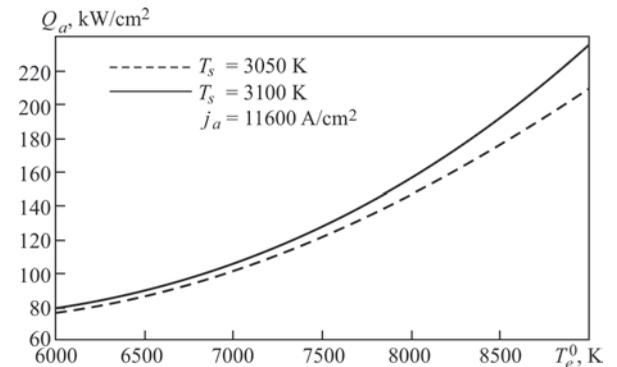


Fig. 4. Dependencies of plasma heat flux to anode on electron temperature in the anode region in GMA welding of steel (Fe) in argon shielding gas

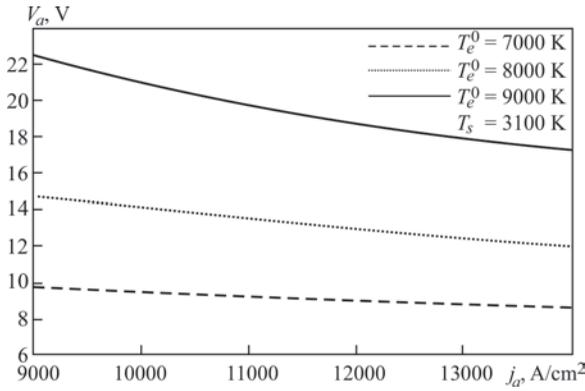


Fig. 5. Dependencies of voltage equivalent of anode heat flux on current density at the anode surface in GMA welding of steel (Fe) in argon shielding gas

**Model of the arc column.** Describing the processes of heat, mass and charge transfer in gas-dynamic plasma region of welding arc, which contains along with particles of shielding or plasma gas, atoms and ions of evaporated metal anode, we will use the model of two-temperature ionization-equilibrium plasma (PLTE model). The corresponding system of equations written, for example, in a cylindrical coordinates has the form [2]:

- continuity equation

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r}(r\rho v) + \frac{\partial}{\partial z}(\rho u) = 0, \quad (20)$$

where  $\rho$  is the mass density of plasma;  $v$ ,  $u$  are the radial and axial velocity components of plasma, respectively;

- equations of motion

$$\rho \left( \frac{\partial v}{\partial t} + v \frac{\partial v}{\partial r} + u \frac{\partial v}{\partial z} \right) = -\frac{\partial p}{\partial r} - j_z B_\phi + \frac{2}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left( r\eta \frac{\partial v}{\partial r} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left[ \eta \left( \frac{\partial u}{\partial r} + \frac{\partial v}{\partial z} \right) \right] - 2\eta \frac{v}{r^2} - \frac{2}{3} \frac{\partial}{\partial r} \left\{ \eta \left[ \frac{1}{r} \frac{\partial(rv)}{\partial r} + \frac{\partial u}{\partial z} \right] \right\}; \quad (21)$$

$$\rho \left( \frac{\partial u}{\partial t} + v \frac{\partial u}{\partial r} + u \frac{\partial u}{\partial z} \right) = -\frac{\partial p}{\partial z} - j_r B_\phi + 2 \frac{\partial}{\partial z} \left( \eta \frac{\partial u}{\partial z} \right) + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left[ r\eta \left( \frac{\partial u}{\partial r} + \frac{\partial v}{\partial z} \right) \right] - \frac{2}{3} \frac{\partial}{\partial z} \left\{ \eta \left[ \frac{1}{r} \frac{\partial(rv)}{\partial r} + \frac{\partial u}{\partial z} \right] \right\}, \quad (22)$$

where  $p$  is the pressure;  $j_z$ ,  $j_r$  are the axial and radial components of current density in the plasma, respectively;  $B_\phi$  is the azimuthal component of the vector of magnetic induction;  $\eta$  is the coefficient of dynamic viscosity of plasma;

- energy equations

$$\begin{aligned} n_e C_{pe} \left( \frac{\partial T_e}{\partial t} + v \frac{\partial T_e}{\partial r} + u \frac{\partial T_e}{\partial z} \right) = \\ = \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left( r\chi_e \frac{\partial T_e}{\partial r} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left( \chi_e \frac{\partial T_e}{\partial z} \right) + \frac{k}{e} \times \\ \times \left\{ j_r \frac{\partial[(5/2 - \delta)T_e]}{\partial r} + j_z \frac{\partial[(5/2 - \delta)T_e]}{\partial z} \right\} + \\ + \frac{j_r^2 + j_z^2}{\sigma} - \psi - \beta(T_e - T_h); \end{aligned} \quad (23)$$

$$\begin{aligned} \rho C_p \left( \frac{\partial T_h}{\partial t} + v \frac{\partial T_h}{\partial r} + u \frac{\partial T_h}{\partial z} \right) = \\ = \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left( r\chi \frac{\partial T_h}{\partial r} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left( \chi \frac{\partial T_h}{\partial z} \right) + \beta(T_e - T_h), \end{aligned} \quad (24)$$

where  $C_{pe}$  is the specific heat of the electron gas (taking into account ionization energy);  $\chi_e$  is the coefficient of electron thermal conductivity;  $\delta$  is the thermal diffusion constant;  $\sigma$  is the electrical conductivity of plasma;  $\psi$  is the energy loss by radiation (approximation of optically thin plasma);  $\beta$  is the coefficient of the heat exchange of electrons with heavy particles;  $C_p$  is the specific heat of the heavy plasma component (atoms and ions);  $\chi$  is the coefficient of thermal conductivity of the heavy component;

- equations of electromagnetic field

$$\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left( r\sigma \frac{\partial \phi}{\partial r} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left( \sigma \frac{\partial \phi}{\partial z} \right) = 0; \quad (25)$$

$$B_\phi(r, z) = \frac{\mu_0}{r} \int_0^r j_z(\xi, z) \xi d\xi, \quad (26)$$

where  $\mu_0$  is the universal magnetic constant;

$$j_r = -\sigma \frac{\partial \phi}{\partial r}; \quad j_z = -\sigma \frac{\partial \phi}{\partial z}. \quad (27)$$

To close the system of equations (20)–(27) it is necessary to determine the dependencies of thermo-physical characteristics  $\rho$ ,  $C_{pe}$ ,  $C_p$ , transport coefficients  $\eta$ ,  $\chi_e$ ,  $\chi$ ,  $\delta$ ,  $\sigma$ , heat exchange coefficient  $\beta$  and radiation losses  $\psi$  on the temperature, pressure and composition of the arc plasma. The composition of multi-component plasma of the arc column with evaporating anode can be determined using equations (7)–(9), which must be supplemented by the equation of convective diffusion of metal vapour in a gas-dynamic region

$$\begin{aligned} \rho \left( \frac{\partial C_m}{\partial t} + v \frac{\partial C_m}{\partial r} + u \frac{\partial C_m}{\partial z} \right) = \\ = \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left( r\rho D_{m0} \frac{\partial C_m}{\partial r} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left( \rho D_{m0} \frac{\partial C_m}{\partial z} \right) + \\ + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left( r\rho \left[ \bar{D}_{m1} \frac{\partial C_{m1}}{\partial r} + \bar{D}_{m2} \frac{\partial C_{m2}}{\partial r} \right] \right) + \\ + \frac{\partial}{\partial z} \left( \rho \left[ \bar{D}_{m1} \frac{\partial C_{m1}}{\partial z} + \bar{D}_{m2} \frac{\partial C_{m2}}{\partial z} \right] \right). \end{aligned} \quad (28)$$

Here,

$$C_m = \frac{M_m \sum_{Z \geq 0} n_{mZ}}{\rho}$$

is the relative mass concentration of the metal vapour in the arc column plasma;

$$C_{m1} = \frac{M_{m1} n_{m1}}{\rho}, \quad C_{m2} = \frac{M_{m2} n_{m2}}{\rho}$$

are the relative mass concentrations of metal ions;

$$\bar{D}_{m1} = D_{m1} - D_{m0}, \quad \bar{D}_{m2} = D_{m2} - D_{m0},$$

where  $D_{m0}$ ,  $D_{m1}$ ,  $D_{m2}$  are, respectively, the coefficients of diffusion of the atoms, singly and doubly charged metal ions in a multi-component plasma. The solution of equation (28) also requires a determination of dependencies of diffusion coefficients  $D_{m0}$ ,  $D_{m1}$ ,  $D_{m2}$  on the temperature, pressure and composition of the plasma. It should be noted that the equation (28) differs from the diffusion equation used in [11], which does not account for the diffusion of ions of the metal vapour.

To solve the system of differential equations (20)–(25), (28) it is necessary to set the appropriate initial and boundary conditions. At the external boundary of the calculation region, standard boundary conditions, described in detail, for example, in [2, 9, 17], can be selected. It remains to specify the conditions on the boundary of the anode with the gas-dynamic region of plasma.

We define  $\Gamma$  as the boundary between the anode region and the arc column (due to the small thickness of the anode region, the surface of anode can be considered as  $\Gamma$ ). Then the boundary conditions for equations (20)–(22) on this border can be specified as follows:

$$\begin{aligned} v_t|_{\Gamma} &= 0; \\ v_n|_{\Gamma} &= \begin{cases} 0 \text{ (diffusion mode of evaporation),} \\ w^0 \text{ (convective mode of evaporation).} \end{cases} \end{aligned} \quad (29)$$

Here,  $v_t$ ,  $v_n$  are the tangential and normal to the anode surface components of the plasma velocity, respectively. In order to calculate the distribution of value  $w^0$  along the anode surface the approximated formula (12) can be used. Note that the determination of  $w^0$  is more accurate from equations (11) and the condition

$$n_e^0 k T_e^0 + \sum_{Z \geq 0} n_{mZ}^0 k T_h^0 - \Delta p = p^0,$$

where  $p^0$  is the distribution of the plasma pressure near the anode along its surface, which is determined by solving the gas-dynamic problem.

The corresponding boundary conditions for equations (23), (24) can be written as:

$$\begin{aligned} \chi_e \frac{\partial T_e}{\partial n} \Big|_{\Gamma} + \chi \frac{\partial T_h}{\partial n} \Big|_{\Gamma} + j_a \frac{k}{e} \left( \frac{5}{2} - \delta \right) T_e \Big|_{\Gamma} &= \\ = \begin{cases} \varphi^0 j_a + Q_a \text{ (diffusion mode of evaporation),} \\ \varphi^0 j_a + Q_a + \varepsilon_v \text{ (convective mode of evaporation);} \end{cases} & \quad (30) \\ T_h \Big|_{\Gamma} &= \\ = \begin{cases} T_s \text{ (diffusion mode of evaporation),} \\ T_h^0 \text{ (convective mode of evaporation),} \end{cases} & \quad (31) \end{aligned}$$

where  $\vec{n}$  is the direction of the normal to the anode surface (in the direction of plasma);  $\varepsilon_v$  are the losses of energy on heating and ionization of metal vapour entering the arc column from the anode surface;  $T_s$  is the known temperature distribution of the anode surface,

and the distribution of  $T_h^0$  with known distributions of  $T_s$  and  $w^0$  is calculated using the second equation (11).

Since the electrical conductivity of the metal anode is typically much higher than conductivity of plasma, its surface with a sufficient degree of accuracy can be considered as equipotential, setting, for example,  $\varphi_a = 0$ . Then the condition on the boundary of the arc column and the anode region for equation (25) can be specified as follows:

$$\varphi|_{\Gamma} = \varphi^0, \quad (32)$$

where the distribution along the anode surface of the value  $\varphi^0$  is calculated using the expression (6).

Finally, the boundary conditions for equation (28) are written as

$$C_m \Big|_{\Gamma} = \begin{cases} \frac{M_m p_s}{\rho^0 k T_s} \text{ (diffusion mode of evaporation),} \\ 1 \text{ (convective mode of evaporation),} \end{cases} \quad (33)$$

where  $p_s$  is the distribution of the saturated vapour pressure, determined with the known distribution of  $T_s$  by the formula (10);  $\rho^0$  is the mass density distribution of multi-component plasma of the arc column along the boundary of the anode region.

This accomplishes the description of the self-consistent mathematical model of physical processes in multi-component plasma of the anode region and electric arc column with an evaporating anode, concerning the conditions of welding with a consumable and non-consumable electrode, and PTA welding in inert gases.

## Conclusions

A self-consistent model, which consider anode and plasma phenomena on the same detailing level was developed, with following features:

- the model considers the metal vapour in anode region as well as in the arc plasma;
- for the first time, the model differentiates between two evaporation modes: diffusion and convective;
- the model considers the electro-magnetic processes with the real inverse potential fall in the anode region, which enables to attach the arc to the anode on a physical basis, i.e. the anode spot radius is calculated self-consistently;
- the vapour diffusion is considered with different diffusion coefficients for atoms and ions.

The model is based on certain approximations, which can be further more accurately specified. We consider the model to be a step towards physically based modelling of arc and molten metal interaction during welding.

**Acknowledgements.** *The work is carried out within the Project «Development of self-consistent physico-mathematical models of Energy, Mass and Charge transfer in the system Droplet–Anode layer–Arc column in GMA Welding», finances by German Research Foundation (DFG) under the grant DFG- DI 434/83-1. The authors wish to express their thanks for this funding.*

1. Hsu K.C., Etemadi K. and Pfender E. Study of the free-burning high-intensity argon arc, *J. of Appl. Phys.*, Vol. 54, No. 3, pp. 1293–1301, 1983.
2. Hsu K.C., Etemadi K. and Pfender E. Two-temperature modeling of the free-burning high-intensity arc, *J. of Appl. Phys.*, Vol. 54, No. 8, pp. 1293–1301, 1983.
3. Engelsht W.S., Gurovich W.Ts., Desiatkov G.A. et al. *Low temperature plasma*, Vol. 1. Theory of electric arc column, Novosibirsk: Nauka, (in Russian), 1990.
4. Lowke J.J., Morrow R. and Haidar J. A simplified unified theory of arcs and their electrodes, *J. Phys. D: Appl. Phys.*, Vol. 30, pp. 2033–2042, 1997.
5. Haidar J. Non-equilibrium modeling of transferred arcs, *Ibid.*, Vol. 32, pp. 263–272, 1999.
6. Sansonnets L., Haidar J. and Lowke J.J. Prediction of properties of free burning arcs including effects of ambipolar diffusion, *Ibid.*, Vol. 33, pp. 148–154, 2000.
7. Fan H.G. and Kovacevic R. A unified model of transport phenomena in gas metal arc welding including electrode, arc plasma and molten pool, *Ibid.*, Vol. 37, pp. 2531–2544, 2004.
8. Nisheama H., Sawada T., Tanaka H. et al. Computational simulation of arc melting process with complex interactions, *ISIJ International*, Vol. 46, No. 5, pp. 705–711, 2006.
9. Hu J. and Tsai H.L. Heat and mass transfer in gas metal arc welding. Part I: The arc, *Int. J. of Heat and Mass Transfer*, Vol. 50, pp. 833–846, 2007.
10. Benilov M.S. Understanding and modelling plasma-electrode interaction in high-pressure arc discharges: a review, *J. Phys. D: Appl. Phys.*, Vol. 41, pp. 144001–144030, 2008.
11. Tanaka M., Yamamoto K., Tashiro S. et al. Metal vapour behaviour in gas tungsten arc thermal plasma during welding, *Welding in the World*, Vol. 52, No. 11/12, pp. 82–88, 2008.
12. Zhu P., Lowke J.J., Morrow R. et al. Prediction of anode temperatures of free burning arcs, *J. Phys. D: Appl. Phys.*, Vol. 28, pp. 1369–1376, 1995.
13. Masquere M., Freton P. and Gonzalez J.J. Theoretical study in two dimensions of the energy transfer between an electric arc and an anode material, *Ibid.*, Vol. 40, pp. 432–446, 2007.
14. Nemchinskii V.A. and Peretts L.N. Anode sheath in a high-pressure, high-current arc, *Sov. Phys. Tech. Phys.*, Vol. 22, No. 9, pp. 1083–1087, 1977.
15. Dinulescu H.A. and Pfender E. Analysis of the anode boundary layer of high intensity arcs, *J. of Appl. Phys.*, Vol. 51, No. 6, pp. 3149–3157, 1980.
16. Nemchinsky V.A. Plasma parameters near a small anode in a high-pressure arc (gas metal arc welding), *J. Phys. D: Appl. Phys.*, Vol. 27, pp. 2515–2521, 1994.
17. Jenista J., Heberlein J.V.R. and Pfender E. Numerical model of the anode region of high-current electric arcs, *IEEE Trans., on Plasma Science*, Vol. 25, No 5, pp. 883–890, 1997.
18. Yang G. and Heberlein J. Anode attachment modes and their formation in a high intensity argon arc, *Plasma Sources Sci. Technol.*, Vol. 16, pp. 529–542, 2007.
19. Krivtsun I.V. Model of metal evaporation in arc, laser and arc-laser welding, *Avtomaticheskaya svarka*, No. 3, pp. 3–10, (in Russian), 2001.
20. Baksh F.G., Djuzhev G.A., Mitrofanov N.K. et al. Probe measure in low temperature dense plasma with high ionization degrees, *ZhTF*, Vol. 43, No. 12, pp. 2574–2583, (in Russian), 1973.
21. Chen F. Electrical probes, *Diagnostic of plasma* (R. Haddlstone, S. Leonard), Moskva, Mir, pp. 94–164, (in Russian), 1967.
22. Griem H.R. High-density correction in plasma spectroscopy, *Phys. Rev.*, Vol. 128, pp. 997–1001, 1962.
23. Knight Ch.J. Theoretical modeling of rapid surface vaporization with back pressure, *AIAA Journal*, Vol. 17, No. 5, pp. 519–523, 1979.
24. Sanders N.A. and Pfender E. Measurement of anode falls and anode heat transfer in atmospheric pressure high intensity arcs, *J. of Appl. Phys.*, Vol. 55, No. 3, pp. 714–722, 1984.
25. Nestor O.H. Heat intensity and current density distributions at the anode of high current, inert gas arcs, *Ibid.*, Vol. 33, No. 5, pp. 1638–1648, 1962.
26. Arutjunian R.V., Baranov V.U., Bolshov L.A. et al. *Effect of laser radiation on materials*, Moskva, Nauka, (in Russian), 1989.
27. Waszink J.H. and Van den Heuvel G.J.P.M. Heat generation and heat flow in the filler material in GMA welding, *Welding J.*, Vol. 61, pp. 269–282, 1977.

## 1.1.10. ON THE APPLICATION OF THE THEORY OF LORENTZIAN PLASMA TO CALCULATION OF TRANSPORT PROPERTIES OF MULTICOMPONENT ARC PLASMAS\*

P. PORYTSKY, I. KRIVTSUN, V. DEMCHENKO, U. REISGEN, O. MOKROV, A. ZABIROV

**Introduction.** Lorentzian gas theory, which has been created a century ago, was the important stage in development of the kinetic theory [1–4]. As applied to weakly ionized plasma, which is close to gas discharge conditions, the theory has been developed in works of Davydov [5, 6] and Allis [7]. Later, more detailed and complex theories of kinetic properties of plasma have been developed, however model of Lorentzian plasma continues to be used successfully for the description of properties of equilibrium and non-equilibrium gas-discharge plasma [8–11].

An assumption, which is quite natural to a case of weakly ionized plasma or plasma which contains particles with significantly differing masses, about discrimination of specific (most important) kinds of collisions between the particles, lays in the base of the model of Lorentzian plasma [3–7].

As a rule, plasma of the electric arc discharge at normal and high pressure is a partially ionized gas having the temperature 0.5–1.5 eV and consisting of electrons, ions and neutral particles. Therefore in our case it is possible to neglect, first, mass of the electron in comparison with mass of heavy particles and, secondly, to consider only collisions of electrons with heavy particles and collisions of the latter ones. In other words, our assumptions are leading to the following conditions:

$$\frac{m_e}{m_h} \ll 1, \quad (1)$$

and

$$\frac{v_{ee}}{v_{eh}} \ll 1, \quad (2)$$

where  $m_e$  is the mass of the electron and  $m_h$  the heavy particles;  $v_{ee}$ ,  $v_{eh}$  are the frequencies of collisions of electrons with each other and electrons with heavy particles.

It should be borne in mind that the raising of the electron density and temperature increases the influence of electron-electron collisions on the properties of plasma. The fact that the electron-electron collisions also influence the collisions of electrons with heavy particles must be taken into account according

to the theory of Spitzer–Harm [12, 13]. Due to the above, restrictions on the applicability of our approach in the field of high temperatures should be expected.

However, it should be stressed that the issue of the influence of electron-electron collisions is treated in various ways in certain theories. Thereby a consideration of an approach consistent with the condition (2) is possible. Thus, Dharma-wardana notes in his paper [14] that «... electron-electron interactions cannot contribute to the resistivity arising from the electron current», due to the fact that «... if the system were not uniform, but contained a quadratic confining potential, Kohn's theorem ensures that electron-electron interactions play no part in the static or dynamic conductivity». Also, then it emphasizes that to date there is no evidence of strict justice of the Spitzer–Harm theory.

The purpose of this paper is to study the possibility of applying the Lorentzian theory of plasma to calculate the transport properties of multicomponent arc plasmas. It should be noted that the use of the kinetic approach for studying the properties of gas discharge reveals many important features that are easily neglected in the hydro-dynamic approach [8–11].

**Local thermodynamic and ionization equilibrium in the thermal plasma.** At normal or high pressure plasma of an arc discharge is considered to be in a state of local thermodynamic equilibrium (LTE). Due to high concentrations of atoms and electrons, collisional processes in such plasma are more significant than the processes of diffusion and release of radiation. When the state of the plasma can be characterized by certain values of the gas  $T$  and electron  $T_e$  temperatures, it is called two-temperature plasma model in which the ionization equilibrium dependent on  $T_e$  is realized.

In this case, the density of electrons  $n_e$  at a given point of the discharge is related to the densities of ions  $n_i$  and neutral atoms  $n_a$  by the Saha ionization equation

$$\frac{n_e n_i}{n_a} = \frac{2\Sigma_i \left( \frac{2\pi m_e kT_e}{h^2} \right)^{3/2}}{\Sigma_a} \exp\left(-\frac{E_i}{kT_e}\right), \quad (3)$$

where  $\Sigma_i$ ,  $\Sigma_a$  are the partition functions of an ion and atom, respectively,  $k$  is the Boltzmann constant,  $m_e$  is

\*European Physical Journal D. — 2010. — Vol. 57. — P. 77–85.

the mass of an electron,  $h$  is the Planck constant,  $E_i$  is the effective ionization energy of the gas environment.

The equilibrium in plasma is disrupted by the release of radiation and the transfer of charged particles. The relative equilibrium of two states of a particle in plasma is realized if [15]:

$$A_{21}^* / w_{21} \ll 1,$$

where  $A_{21}^*$  is the effective probability of radiative transition from state 2 to state 1,  $w_{21}$  is the probability of transition due to collisions. This criterion reflects the dominance of collisional processes on radiative processes.

The criterion of local ionization equilibrium in weakly ionized plasma relative to the transport of charged particles can be written as follows [9, 10]:

$$\eta = \frac{\tau_{dif}}{\tau_{rec}} = \frac{Kn_e^2 r_{PS}^2}{a_g D_{amb}} \gg 1,$$

where  $\tau_{rec} \propto (Kn_e^2)^{-1}$  is the characteristic time of recombination for a single electron;  $\tau_{dif} = \frac{r_{PS}^2}{a_g D_{amb}}$  is the characteristic time of diffusion of an electron from the area occupied by plasma;  $r_{PS}$  is the radius of the area occupied by plasma;  $a_g$  is the parameter determined by the geometry of the problem (for cylindrical geometry  $a_g = 5.78$ );  $K$  is the constant of the rate of triple recombination of electrons and ions. For relatively low temperatures that correspond with partially ionized gases the constants are found to be described by the universal correlation  $K = 6.4 \cdot 10^{22} (1000/T_e)^{9/2}$  (cm<sup>6</sup>/s) [16–18], where the temperature is expressed in Kelvin. It should be mentioned that in accordance with the correlation the constant of recombination is independent of the type of gas, that fact and also the range of applicability of the correlation are discussed in [16–18].

The gas and electron temperatures in the plasma discharge are determined as a result of the interaction of electrons with external fields, the collision of electrons with atoms and the transfer of heat and particles on the section of the discharge. In an arc discharge of high-pressure characteristic scales of changes in temperature and particle concentrations are significantly larger than the characteristic mean free paths of particles, thus the ratio between  $T$  and  $T_e$  will be determined only by collisional processes and the interaction of electrons with an external electric field.

Using the kinetic model of Lorentzian plasma for the case of weakly ionized plasma, in the case of gas mixture we obtain the ratio between  $T$  and  $T_e$  [19]:

$$T_e - T = \frac{M}{3k} \left( \frac{eE}{m_e} \right)^2 \frac{\langle u_e^2 / v_{ea} \rangle}{\langle u_e^2 v_{ea}^* \rangle}, \quad (4)$$

where  $M$  is the effective mass of the atom of gas mixture,  $e$  is the electron charge,  $E$  is the electric field intensity,  $u_e$  is the velocity of an electron,  $v_{ea}$  and  $v_{ea}^*$  are the total and effective frequencies of electron-atom collisions, brackets  $\langle \rangle$  denote the averaging over the distribution function of electrons. The effective mass and frequencies are determined on the basis of the following relations:

$$M^{-1} = \sum_{\alpha} x_{\alpha} m_{\alpha}^{-1}, \quad v_{ea} = \sum_{\alpha} v_{e\alpha},$$

$$v_{ea}^* = \sum_{\alpha} (M / m_{\alpha}) v_{e\alpha}^*,$$

where  $m_{\alpha}$  is the mass of the atom of sort  $\alpha$ ,  $v_{e\alpha} = n_{\alpha} u_e \sigma^*(u_e)$  is the frequency of collisions of electrons with atoms of sort  $\alpha$ ,  $\sigma^*(u_e)$  is the transport cross-section of electron-atom collisions,  $x_{\alpha}$  is the mole fraction of atoms of given sort.

In the case of a pure gas the formula (4) becomes the known formula for the discrepancy of the electron temperature [8–10]. We also note that formula (4) can be converted to  $T_e - T = (E/N)^2 g(T_e)$ , where  $N$  is the density of heavy particles,  $g(T_e)$  is some function of electron temperature.

With increasing the degree of ionization of the gas  $\alpha = n_e/N$  to  $10^{-4}$ – $10^{-3}$  the collisions of electrons with ions are becoming significant. For the regard of the Coulomb collisions in a weakly ionized plasma it is necessary to replace in the previous formulas the frequencies of electron-atom collisions with frequencies of collisions of electrons with heavy particles (atoms and ions)  $v_e = v_{e\alpha} + \lambda_i v_{ei}$ ,  $v_e^* = v_{e\alpha}^* + \lambda_i v_{ei}^*$ , where  $v_{ei}$ ,  $v_{ei}^*$  are the frequencies of electron-ion collisions, which are expressed in terms of transport cross-section of Coulomb collisions,  $\lambda_i$  is correction coefficient whose value is determined according to the used kinetic model.

In this paper the addition of frequencies by the Frost's rule [20] is used. Thus, taken into account the influence of electron-electron collisions on the properties of plasma, the frequency of the electron-electron collisions is neglected in accordance with (2).

**Nonideality of electric arc plasma.** Due to the existence of the interaction between charged particles the state of dense plasma will be different from the ideal gas. We are using the model of weakly nonideal plasma with Debye corrections [21], taking into account the difference of temperatures of electrons and heavy particles. With this approximation, the equation of state has the form

$$p + \Delta p = \left( \sum_{\alpha} n_{\alpha\alpha} + \sum_{\beta} n_{i\beta} \right) kT + n_e kT_e,$$

where  $n_{\alpha}$ ,  $n_i$  are the densities of atoms and ions, respectively,  $\Delta p$  is the Coulomb correction to the pressure  $p$ :

$$\Delta p = \frac{1}{6} \left( \frac{e^2}{4\pi\epsilon_0\lambda_D} \right) \left( n_e + \sum_r r^2 n_r \right),$$

and

$$\lambda_D^{-2} = \frac{e^2}{\epsilon_0 K} \left[ \frac{n_e}{T_e} + \frac{\sum_r r^2 n_r}{T} \right],$$

where  $e$  is the electron charge,  $\lambda_D$  is the Debye radius,  $r$  is the ion charge.

The effective ionization energy is defined as follows:

$$E_I = IP - \Delta I_r,$$

where  $IP$  is the ionization potential,

$$\Delta I_r = \frac{(r+1)e^2}{4\pi\epsilon_0\lambda_D},$$

$r$  is the ion charge.

**Transport properties of multicomponent plasmas.** It should be noted that the present state of the theory of gas mixtures, as well as multicomponent plasma, is characterized by the lack of a unified approach to the description of transport processes. The reason for this is a very complex nature of dependencies of the properties of gas mixtures and plasma on the properties of pure gases and concentrations of the components.

Since we use the approximation of the Lorentz plasma, we can consider only the presence of electrons, single-charged ions and neutral particles in plasma.

The coefficient of thermal conductivity was calculated as the sum

$$\kappa = \kappa_g + \kappa_e + \kappa_{ri} + \kappa_{rd},$$

where  $\kappa_g$  is the thermal conductivity of gas,  $\kappa_e$  is the thermal conductivity of electrons,  $\kappa_{ri}$  thermal conductivity due to ionization,  $\kappa_{rd}$  thermal conductivity due to dissociation.

$$\kappa = \frac{25}{32} \frac{(\pi m_a kT)^{1/2}}{\pi \sigma^2 \Omega^{(2,2)*}} \frac{3k}{2m_a},$$

where  $\Omega^{(2,2)*}$  is the reduced Chapman–Cowling integrals [22],  $\sigma a$  is the hard sphere diameter.

A feature of thermal conductivity of gas mixtures is the nonlinearity relative to the concentrations and thermal conductivities of each component of the mixture. For the calculation of the thermal conductivity of the mixture of two gases the well-known formula of Wassiljeva [23] was used

$$\kappa = \frac{\kappa_1}{1 + A_{12} \frac{x_2}{x_1}} + \frac{\kappa_2}{1 + A_{21} \frac{x_1}{x_2}},$$

where the coefficients  $A_{lj}$  ( $l, j = \{1, 2\}; l \neq j$ ) were calculated according to the Mason–Saxena method [23].

Electrical conductivity of plasma and thermal conductivity of electrons are determined respectively by the formulas [24]

$$\sigma = \frac{n_e e^2 \langle u_e^2 \rangle}{m_e \langle u_e^2 v_{ea} \rangle}, \quad \kappa_e = \frac{5}{2} \frac{n_e k^2 T_e \langle u_e^2 \rangle}{m_e \langle u_e^2 v_{ea} \rangle}.$$

With increasing the degree of ionization, instead of the frequency of collisions  $v_{ea}$ , the frequency  $v_e$ , which also takes into account the collisions of electrons with ions, should be used. While calculating the plasma parameters, transport cross-sections were selected according to the data [25–27]. Coefficient of the ambipolar diffusion in multicomponent plasma is determined by the expression

$$D_{amb} = \sum_i \frac{n_i}{n_e} D_i \left( 1 + \frac{T_e}{T} \right).$$

Here the sum is taken over all types of ions,

$$D_i = \left( \sum_l \frac{x_l}{D_{il}} \right)^{-1}$$

is the ion diffusion coefficient of the  $i$ th type in the given mixture,  $x_l$  is the mole fraction of the  $l$ -component of the mixture,  $D_{il}$  is the coefficient of the mutual diffusion of an ion in the  $l$ -component of the mixture, which is determined by the formula

$$D_{ion} N = d_{i0} \sqrt{\frac{T}{T_{i0}}},$$

where  $d_{i0}$  is the constant for this type of ion and buffer gas,  $T_{i0} = 1000$  K.

It should be noted that for diffusion of an ion in its own gas, the diffusion coefficient is generally determined by the process of resonant recharging.

Immediately the diffusion coefficients in multicomponent mixtures were determined on the base of Blanc's law:

$$D_{im}^{-1} = \sum_{j \neq i} \frac{x_j}{D_{ij}},$$

where the coefficients of mutual diffusion and self-diffusion were determined through the reduced Chapman–Cowling integrals:

$$D_{12} = \frac{3}{16nm_{12}} \frac{(2\pi m_{12} kT)^{1/2}}{\pi \sigma_{12}^2 \Omega_{12}^{(1,1)*}}; \quad D_1 = \frac{3}{8nm} \frac{(\pi m kT)^{1/2}}{\pi \sigma^2 \Omega^{(1,1)*}}.$$

Based on the calculation of ionic diffusion, the ionization part of the thermal conductivity was calculated according to the theory of Brokaw [29–31].

To calculate the coefficient of thermal diffusion, using the analysis [24], we obtain the formula:

$$\alpha_T = \frac{2}{5} \frac{v_{ea}}{v_{eff}^{\alpha_T}} - \frac{3}{2} \frac{v_{ei}^*}{v_{eff}^{\alpha_T}},$$

where  $v_{ea}$  is the frequency of collisions of electrons with atoms,  $v_{ei}^*$  is the effective frequency of collisions

of electrons with ions,  $v_{eff}^{\alpha_T}$  is the effective frequency, which is calculated as follows:

$$v_{eff}^{\alpha_T} = v_{ea} + 1.87v_{ei}^*$$

In calculation, the coefficient of thermal diffusion changes from  $\alpha_T \approx 0.4$  within the limits of neutral gas to  $\alpha_T \approx -0.8$  in the case of fully ionized gas.

According to [28] the coefficient of viscosity  $\eta$  is calculated as the sum:

$$\eta = \eta_g + \eta_{pl},$$

where  $\eta_g$  is the gas viscosity,  $\eta_{pl}$  is the plasma correction.

Gas viscosity is calculated similarly to the thermal conductivity as the viscosity of the gas mixture according to [23]. Plasma correction is negative, so increasing the degree of ionization, we have a maximum for the coefficient of viscosity. Accordingly the plasma correction is calculated as follows:

$$\eta_{pl} = \frac{2\eta_i - \alpha_{21}\eta_g}{\alpha_{12}(\eta_i/\eta_g) + \alpha_{21} + \left(\frac{3E}{4\eta_g}\right)},$$

where

$$\alpha_{12} = (\alpha_{21})^{-1} = \frac{n_g}{n_i},$$

$n_g$  is the density of neutral particles,  $n_i$  is the density of ions. The value of  $E$  reflects the impact of interaction of ions and neutral particles:

$$E = \sqrt{\pi\mu kT / \bar{\sigma}_{ig}},$$

where  $\mu$  is the effective mass of a particle of the mixture,  $\bar{\sigma}_{ig}$  is the effective cross-section of interaction of ion-neutrals. Note that in the case of interaction of an ion with its own gas the mentioned section is determined by the resonant charge exchange cross-section.

**Thermodynamic properties.** Thermodynamic properties (enthalpy, heat capacity, molar mass etc.) can be calculated based on the rated composition of plasma, which in turn was calculated on the basis of a system of equations following from the law of mass action (Guldberg–Waage law) and Saha ionization equation.

For applications it is important to know the heat capacity of plasma. We will consider the procedure for calculating the heat capacity at the example of heat capacity at constant pressure. Since our approximation restricts the area of consideration of relatively low temperatures, we limit ourselves to considering the existence of neutral particles, electrons and single-charged ions in plasma, while neglecting the excited state. Thus, the heat capacity at constant pressure is calculated as the sum of the following components:

$$C_p = C_{p,gas} + C_{p,e} + C_{p,diss} + C_{p,ioniz} + \Delta C_p,$$

where  $C_{p,gas}$  is the heat capacity of gas, that includes translational and internal parts,  $C_{p,e}$  is the heat capacity of electrons (heat capacity of electron gas);  $C_{p,diss}$  is the heat capacity due to dissociation (for the case of molecular gas);  $C_{p,ioniz}$  is the heat capacity due to ionization;  $\Delta C_p$  is the correction due to nonideality of plasma.

In case of the atomic gas we have:

$$C_{p,gas} = \frac{5}{2}R, \quad C_{p,e} = \frac{5}{2}R \left( \frac{\partial T_e}{\partial T} \right), \quad C_{p,diss} = 0,$$

$$C_{p,ioniz} = \Delta H_{ioniz} \left( \frac{\partial T_e}{\partial T} \right) \frac{\partial n_e}{\partial T}, \quad \Delta C_p = -\frac{k}{6\pi\lambda_D^3},$$

where  $R$  is the gas constant,  $\Delta H_{ioniz}$  is the enthalpy change by ionization,  $n_e$  is the density of electrons.

In the case of a diatomic molecular gas the following members will be changed:

$$C_{p,gas} = \frac{7}{2}R + R \frac{(\hbar\omega/kT)^2 e^{\hbar\omega/kT}}{(e^{\hbar\omega/kT} - 1)^2},$$

$$C_{p,diss} = \Delta H_{diss} \frac{\partial n_a}{\partial T},$$

where  $\omega$  is the oscillation frequency of the molecule,  $\Delta H_{diss}$  is the enthalpy change in the dissociation,  $n_a$  is the density of dissociated atoms.

The derivative  $(\partial T_e/\partial T)$  can be expressed through the function  $g(T_e)$ , which is universal for the given type of gas [9, 10], namely

$$\left( \frac{\partial T_e}{\partial T} \right) = 1 / \left( 1 + \frac{g'(T_e)}{g(T_e)} (T_e - T) \right),$$

where

$$g'(T_e) = \frac{\partial g(T_e)}{\partial T_e}.$$

**Results of calculations and their discussion.** The results of calculation for Ar–Fe mixture are presented in Figures 1–3.

The results of calculation for Ar–Al mixture are presented in Figures 4–6.

For pure argon the results of the calculation were compared with the work of Devoto [32] (Figs 7–9). One can see that the calculation using the Lorentzian plasma theory gives satisfactory agreement with the more complicated calculation method (4th approximation of the method of Champan–Enskog). This agreement occurs not only in the field of weakly ionized plasma, but also in the field of developed ionization, where the collisions between charged particles dominate. It should be noted that the rule of addition of frequencies according to Frost [20] was used, which, in general, is consistent with the Spitzer–Härm theory.

For multicomponent gas mixtures of argon and metal results of calculation are presented in Figures 10 and 11. The influence of the addition of metal in the ambient gas significantly affects the properties of arc plasma as a whole.

Evidently the discrepancy between electron temperature and gas temperature at low temperatures can be significant even at relatively weak electric fields, which in turn should affect the properties of plasma. This fact must be taken into account in the simulation of discharges. Note that in the calculation of gaseous media containing copper, various models of the transport cross-section of scattering of an electron on an atom of copper according to [33–35] were used.

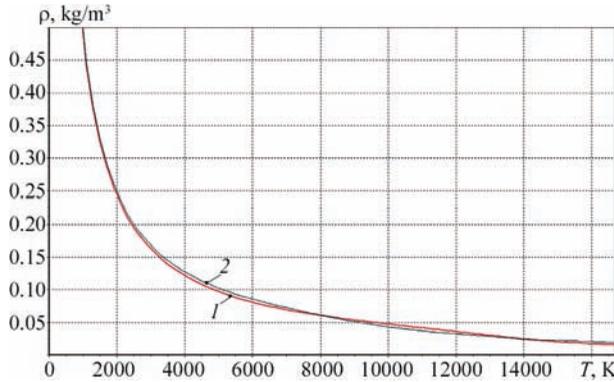


Fig. 1. Density of thermal plasma of gas mixture Ar–Fe (calculation (this work) at  $p = 1$  atm). Curve 1 — pure Ar; 2 — metal atoms' density  $n_{a,me} = 2 \cdot 10^{23} \text{ m}^{-3}$

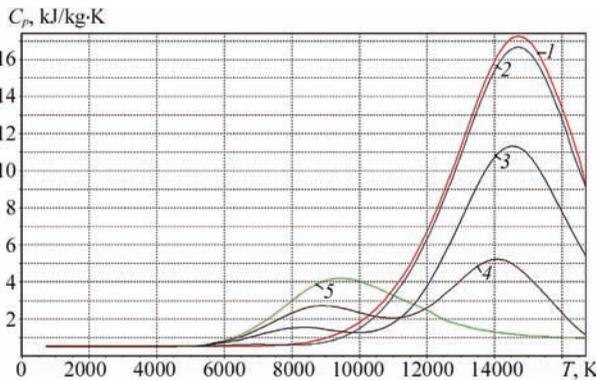


Fig. 2. Heat capacity of thermal plasma of gas mixture Ar–Fe at constant pressure (calculation (this work) at  $p = 1$  atm). Curve 1 — pure Ar; 2 — metal atoms' density  $n_{a,me} = 1 \cdot 10^{22} \text{ m}^{-3}$ ; 3 —  $n_{a,me} = 1 \cdot 10^{23} \text{ m}^{-3}$ ; 4 —  $n_{a,me} = 2 \cdot 10^{23} \text{ m}^{-3}$ ; 5 —  $n_{a,me} = 3 \cdot 10^{23} \text{ m}^{-3}$

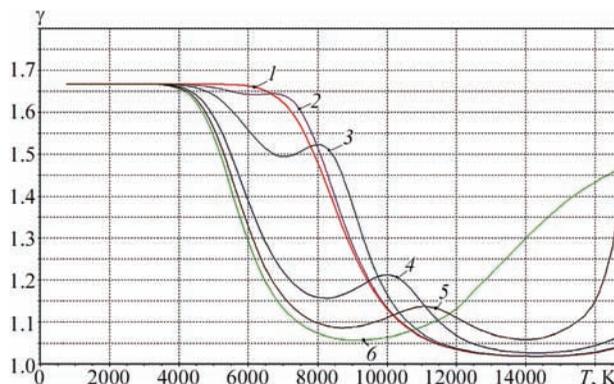


Fig. 3. Adiabatic index of thermal plasma of gas mixture Ar–Fe (calculation (this work) at  $p = 1$  atm). Curve 1 — pure Ar; 2 — metal atoms' density  $n_{a,me} = 10 \cdot 10^{21} \text{ m}^{-3}$ ; 3 —  $n_{a,me} = 10 \cdot 10^{22} \text{ m}^{-3}$ ; 4 —  $n_{a,me} = 10 \cdot 10^{23} \text{ m}^{-3}$ ; 5 —  $n_{a,me} = 2 \cdot 10^{23} \text{ m}^{-3}$ ; 6 —  $n_{a,me} = 3 \cdot 10^{23} \text{ m}^{-3}$

It should be noted that, generally, to calculate the properties of multicomponent plasma, sophisticated models that require complex calculations are used [35, 36]. Consequently, the utilization of results of the calculation of properties for the simulation of arc discharges is possible either in form of a tabular data,

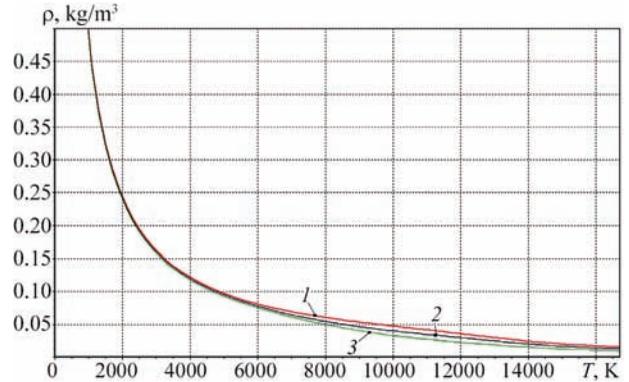


Fig. 4. Density of thermal plasma of gas mixture Ar–Al (calculation (this work) at  $p = 1$  atm). Curve 1 — pure Ar; 2 — metal atoms' density  $n_{a,me} = 1 \cdot 10^{23} \text{ m}^{-3}$ ; 3 —  $n_{a,me} = 2 \cdot 10^{23} \text{ m}^{-3}$

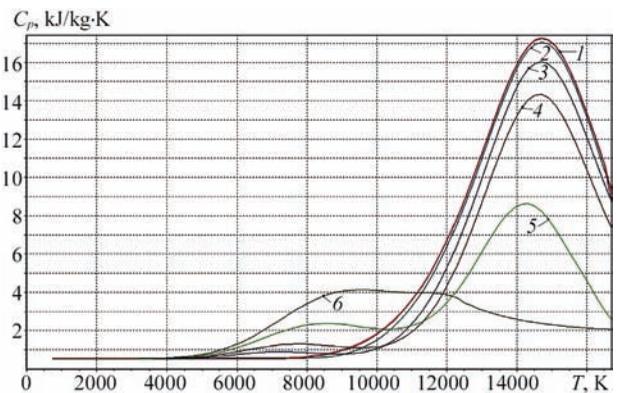


Fig. 5. Specific heat of thermal plasma of gas mixture Ar–Al at constant pressure (calculation (this work) at  $p = 1$  atm). Curve 1 — pure Ar; 2 — metal atoms' density  $n_{a,me} = 1 \cdot 10^{22} \text{ m}^{-3}$ ; 3 —  $n_{a,me} = 5 \cdot 10^{22} \text{ m}^{-3}$ ; 4 —  $n_{a,me} = 1 \cdot 10^{23} \text{ m}^{-3}$ ; 5 —  $n_{a,me} = 2 \cdot 10^{23} \text{ m}^{-3}$ ; 6 —  $n_{a,me} = 3 \cdot 10^{23} \text{ m}^{-3}$

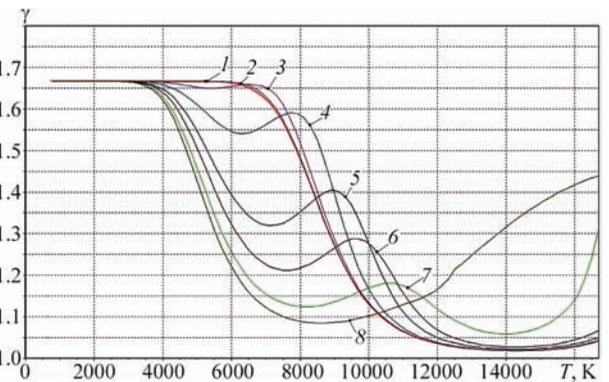


Fig. 6. Adiabatic index of thermal plasma of gas mixture Ar–Al (calculation (this work) at  $p = 1$  atm). Curve 1 — pure Ar; 2 — metal atoms' density  $n_{a,me} = 1 \cdot 10^{21} \text{ m}^{-3}$ ; 3 —  $n_{a,me} = 1 \cdot 10^{22} \text{ m}^{-3}$ ; 4 —  $n_{a,me} = 5 \cdot 10^{22} \text{ m}^{-3}$ ; 5 —  $n_{a,me} = 1 \cdot 10^{23} \text{ m}^{-3}$ ; 6 —  $n_{a,me} = 2 \cdot 10^{23} \text{ m}^{-3}$ ; 7 —  $n_{a,me} = 3 \cdot 10^{23} \text{ m}^{-3}$ ; 8 —  $n_{a,me} = 5 \cdot 10^{23} \text{ m}^{-3}$

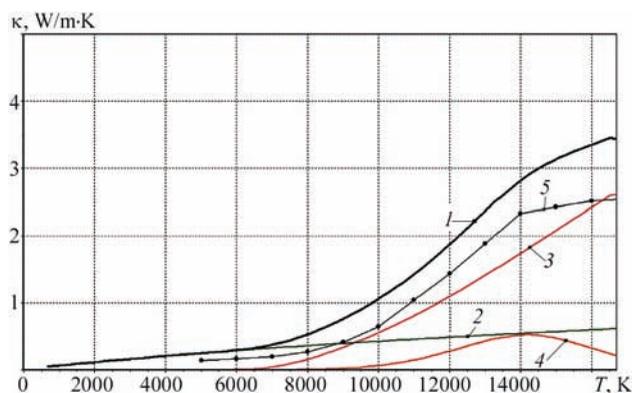


Fig. 7. Heat conductivity of thermal plasma of argon ( $p = 1$  atm). Curve 1 — total heat conductivity  $\kappa$ ; 2 — gas heat conductivity  $\kappa_g$ ; 3 — electron heat conductivity  $\kappa_e$ ; 4 — ionization heat conductivity  $\kappa_i$ ; 5 — results from [32]

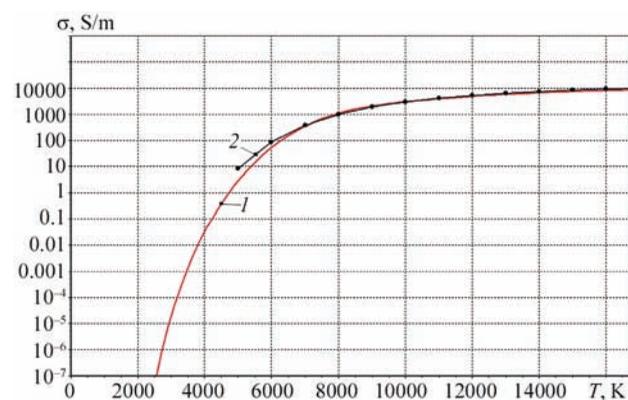


Fig. 8. Electrical conductivity of thermal plasma of argon ( $p = 1$  atm). Curve 1 — calculation (this work); 2 — results from [32]

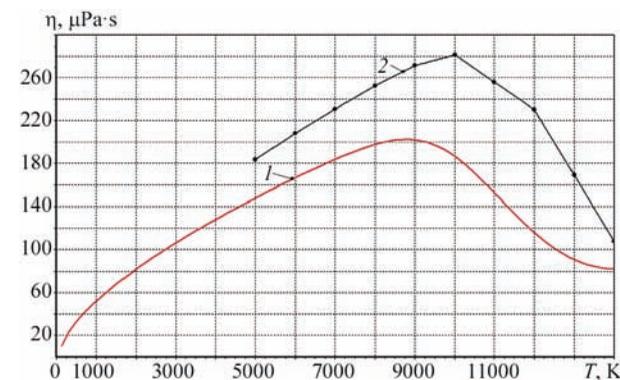


Fig. 9. Viscosity of thermal plasma of argon ( $p = 1$  atm). Curve 1 — calculation (this work); 2 — results from [32]

which raises the need for a solution of the problem of adequate interpolation of the data, or by making a corresponding interpolation curve, which inevitably levels the accuracy of the calculation. At the same time the considered Lorentzian plasma model is relatively simple, which allows a relatively easy calculation of the coefficients directly in computational program code («in situ»). This is quite acceptable, for example, for the calculation of arc discharges with relatively simple models such as reviewed in [9, 10, 19].

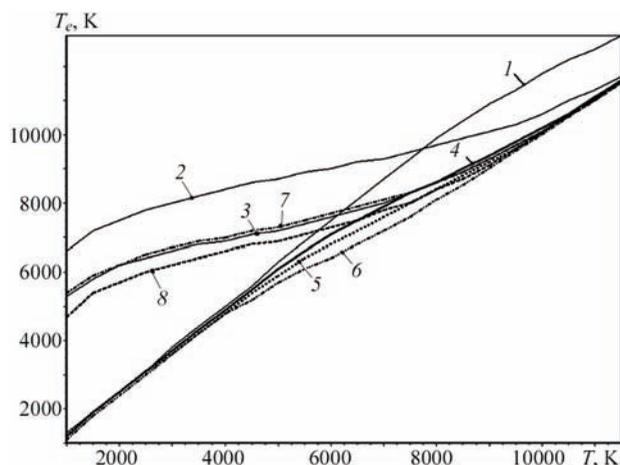


Fig. 10. Electron and gas temperature in thermal plasma of gas mixture (inert gases) at atmosphere pressure ( $E = 10$  V/cm). Curve 1 — He; 2 — Ar; 3 — Xe; 4 — He–Ar (80:20 volume fraction); 5 — He–Ar (20:80 volume fraction); 6 — He–Xe (80:20 volume fraction); 7 — Ar–Xe (80:20 volume fraction); 8 — Ar–Xe (50:50 volume fraction)

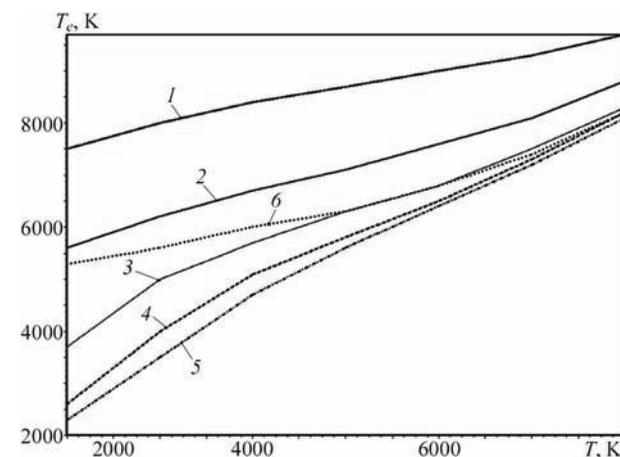


Fig. 11. Electron and gas temperature in thermal plasma of gas mixture (inert gases with copper) at the atmosphere pressure ( $E = 10$  V/cm). Curve 1 — Ar; 2 — Ar–Cu (99:1 volume fraction); 3 — Ar–Cu (95:5 volume fraction); 4 — Ar–Cu (90:10 volume fraction); 5 — Ar–Cu (85:15 volume fraction); 6 — Ar–Cu (90:10 volume fraction). Curves 2–5 are calculated according to the resonance model (scattering of the electrons on the copper’s atom) [33, 34], and curve 6 is determined according to the non-resonance model [34, 35]

**Conclusion**

Thus, in the paper the application of the Lorentzian plasma theory for the calculation of the properties of electric arc plasma is considered. It is shown that this model gives satisfactory results in the temperature range, which is corresponding to the weakly ionized plasma and plasma with dominant first ionization.

It is shown that at relatively low temperatures the discrepancy between the electron temperature and gas temperature can be significant even at relatively weak electric fields, which in turn should affect the properties of plasma. This fact must be taken into account in the simulation of discharges.

Lorentzian plasma model takes into account the kinetic effects and is characterized by relative simplicity, which allows its use for direct computation of the properties of plasma in the simulation of arc discharges.

1. *Lorentz H.A.* The Theory of Electrons (Dover Publications Inc., NY, 1909).
2. *Koga T.* Introduction to kinetic theory. Stochastic processes in gaseous systems (Pergamon Press, Oxford, 1970).
3. *Lifshitz E.M., Pitaevskii L.P.* Physical Kinetics (Pergamon Press, Oxford, 1981).
4. *Cercignani C., Kremer G.M.* The Relativistic Boltzmann Equation (Birkhäuser, Basel, 2002).
5. *Davydov B.I.* Phys. Zeits. der Sowjetun 9, 433 (1936).
6. *Davydov B.I.* Phys. Zeits. der Sowjetun 12, 269 (1937).
7. *Allis W.P.* Motion of ions and electron (Handbuch der Physik, 1956), Vol. 21.
8. *Eletskii A.V., Palkina L.A., Smirnov B.M.* Transport phenomena in the slightly ionized plasma (Atomizdat, Moscow, 1975).
9. *Eletskii A.V., Smirnov B.M.* Physics Uspekhi **39**, 11 (1996).
10. *Smirnov B.M.* UFN **172**, 12 (2002).
11. *Jung Y.D.* Phys. Plasmas **10**, 5 (2003).
12. *Spitzer L., Härm R.* Phys. Rev. **89**, 5 (1953).
13. *Spitzer L.Jr.* Physics of Fully Ionized Gases, 2nd edn. (Interscience publishers, John Wiley & Sons, NY, 1962).
14. *Dharma-wardana M.W.C.* Phys. Rev. E, **73**, 3 (2006).
15. *Biberman L.M., Vorobiev V.S., Yakubov I.T.* Kinetics of Non-equilibrium Low-Temperature plasmas (Nauka, Moscow, 1982); English translation (Consultants Bureau, New York, 1987).
16. *Smirnov B.M.* Ions and Excited Atoms in Plasma (Moscow, Atomizdat, 1974).
17. *Smirnov B.M.* Teplofizika vysokikh temperatur **24**, 239 (1986).
18. *Smirnov B.M.* Physics of Atoms and Ions (New York, Springer, 2003).
19. *Poritskii P.V.* High Temperature **44** (2006).
20. *Mitchner M., Kruger C.H.Jr.* Partially ionized gases (Wiley, NY, 1973).
21. *Griem H.R.* Phys. Rev. **128** (1962).
22. *Ferziger J.H., Kaper H.G.* Mathematical theory of transport processes in gases (North-Holland, Amsterdam, 1972).
23. *Read R.C., Prausnitz J.M., Sherwood T.K.* The properties of gases and liquids, 3rd edn. (McGraw-Hill, NY, 1977).
24. *Golant V.E., Zhilinsky A.P., Sakharov I.B.* Fundamentals of Plasma Physics (Wiley, NY, 1980).
25. *Huxley L.G.H., Crompton R.W.* The diffusion and drift of electrons in gases (Wiley, NY, 1974).
26. *Maecker H.* Annalen der Physik **18**, 1 (1956).
27. *Weyl G., Pirti A., Root R.* AIAA Journal **19**, 4 (1981).
28. *Palkina L.A., Smirnov B.M.* Teplofizika vysokikh temperature **12**, 1 (1974).
29. *Butler N., Brokaw R.S., Chem J. Phys.* **26**, 6 (1957).
30. *Brokaw R.S., Chem J. Phys.* **32**, 4 (1960).
31. *Krinberg I.A.* Teplofizika vysokikh temperatur **3**, 6 (1965).
32. *Devoto R.S.* Phys. Fluids **10**, 2 (1967).
33. *Scheibner K.F., Hazi A.U., Henry R.J.* Phys. Rev. A **35**, 11 (1987).
34. *Chervy B., Dupont O., Gleizes A., Krenek P.* J. Phys. D: Appl. Phys. **28**, 10 (1995).
35. *Gressault Y., Gleizes A.* J. Phys. D: Appl. Phys. **37**, 2 (2004).
36. *D'Angola A., Colonna G., Gorse C., Capitelli M.* Eur. Phys. J. D **46** (2008).

### 1.1.11. МОДЕЛЬ ПРОЦЕССОВ ТЕПЛО-, МАССО- И ЭЛЕКТРОПЕРЕНОСА В АНОДНОЙ ОБЛАСТИ И СТОЛБЕ СВАРОЧНОЙ ДУГИ С ТУГОПЛАВКИМ КАТОДОМ\*

И.В. КРИВЦУН, В.Ф. ДЕМЧЕНКО, И.В. КРИКЕНТ

Существует множество моделей для численного исследования процессов переноса энергии, импульса, массы и заряда в плазме электрической дуги, а также процессов ее взаимодействия с электродами при различных способах дуговой сварки [1–14]. Однако в большинстве из них дуговая плазма предполагается однокомпонентной, т. е. содержащей атомы и ионы защитного или плазмообразующего газа, чаще всего инертного. Плазма реальных сварочных дуг, как правило, многокомпонентна, поскольку наряду с частицами газа содержит атомы и ионы испаряющегося материала электродов, и в первую очередь анода. Таким образом, при построении адекватной математической модели сварочной дуги необходимо учитывать многокомпонентность дуговой плазмы.

Еще одной важной характеристикой указанной модели должна быть ее самосогласованность, позволяющая учитывать взаимосвязь физических процессов, которые протекают на электродах и в приэлектродных областях плазмы, с процессами в столбе дуги. Следует отметить, что в большинстве работ по комплексному моделированию электрической (в том числе сварочной) дуги используют весьма упрощен-

ные модели приэлектродных областей [4, 6, 9–12], тогда как в работах, посвященных исследованию приэлектродных явлений (например, [15] и цитируемая там литература), недостаточное внимание уделяется процессам, происходящим в столбе дуги.

Поскольку теории катодных явлений, а также процессов в прикатодной плазме электрической дуги с тугоплавким (неиспаряющимся) катодом разработаны достаточно подробно [16–19], целью настоящей работы является разработка самосогласованной математической модели физических процессов, протекающих в анодной области и столбе сварочной дуги (электрической дуги с испаряющимся анодом) при сварке неплавящимся электродом и плазменной сварке в инертном газе (рис. 1).

Для описания процессов в дуговой плазме, граничащей с поверхностью испаряющегося анода, используем подход, предложенный в работах [20–22], в рамках которого прианодная плазма условно делится на три зоны (рис. 2). Первая зона, непосредственно примыкающая к поверхности анода, — это слой пространственного заряда, где нарушается условие квазинейтральности плазмы и происходит основное падение потенциала между плазмой и анодом. Этот слой можно считать бесстолкновительным, поскольку при давлении, близком к атмосферному, и характерных для рассматриваемых условий значениях температуры электронов  $T_e \sim 1$  эВ [23, 24] толщина этого слоя  $\bar{x}$ , соизмеримая с радиусом Дебая  $r_D \sim 1 \cdot 10^{-8}$  м (здесь и далее черта над буквой означает, что величина относится к внешней границе слоя пространственного заряда), оказывается существенно меньше характерной длины свободного пробега частиц плазмы  $l \sim 1 \cdot 10^{-7} \dots 1 \cdot 10^{-5}$  м (в настоящей работе оценки выполнены для Fe-плазмы атмосферного давления).

Вторая зона — это ионизационная область неизотермической квазинейтральной плазмы (предслой), где происходит генерация заряженных частиц за счет ионизации плазменными электронами атомов газа, десорбирующихся с поверхности металлического анода и испаряющихся атомов металла. Образующиеся здесь ионы ускоряются в сторону поверхности анода электрическим полем, создаваемым более подвижными электронами, и рекомбинируют

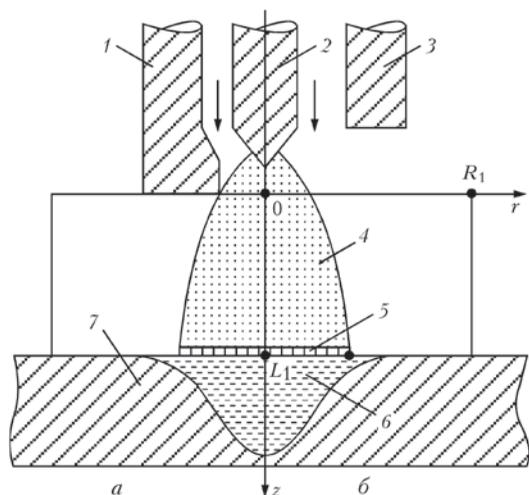


Рис. 1. Схемы процессов плазменной сварки (а) и сварки неплавящимся электродом (б): 1 — плазмформирующее сопло; 2 — тугоплавкий электрод (катод); 3 — сопло для подачи защитного газа; 4 — столб дуги; 5 — анодная область дуги; 6 — сварочная ванна; 7 — свариваемое изделие (анод)

\*Автоматическая сварка. — 2010. — № 6. — С. 3–11.

вблизи этой поверхности. Таким образом, в пределах ионизационной области нарушаются условия локального ионизационного равновесия, а кроме того, происходит заметное изменение потенциала плазмы, которое может быть соизмеримо с его падением в слое пространственного заряда.

На расстоянии от поверхности анода, равном нескольким длинам свободного пробега тяжелых частиц, находится граница кнудсеновского слоя, которую будем сопоставлять с границей анодной области и за которой начинается третья зона — газодинамическая область плазмы, где устанавливается локальное термодинамическое равновесие. Следует отметить, что эта область также может быть условно разделена на две зоны — тепловой пограничный слой, в пределах которого происходит выравнивание температур электронов  $T_e^0$  и тяжелых частиц  $T_h^0$  с температурой плазмы в столбе дуги  $T$ , и собственно столб дуги [23].

В связи с тем, что толщина кнудсеновского слоя существенно меньше  $L_K \sim 1 \cdot 10^{-4}$  м радиуса кривизны поверхности анода (сварочной ванны)  $R \sim 1 \cdot 10^{-3}$  м, при описании процессов, протекающих в анодной области, последнюю можно считать плоской. Поскольку  $L_K$  значительно меньше характерного масштаба изменения параметров плазмы в газодинамической области, при рассмотрении процессов переноса, протекающих в столбе дуги, анодную область можно считать бесконечно тонкой. Таким образом, с точки зрения математического описания процессов в дуговой плазме, ее можно разделить на две области: анодную (или кнудсеновский слой) и столб дуги (или газодинамическую область), для которой первая область является поверхностью разрыва. В соответствии с этим самосогласованная математическая модель процессов энерго-, массо- и электропереноса в плазме столба и анодной области сварочной дуги с тугоплавким катодом должна включать две взаимосвязанные модели: модель тепловых, электромагнитных, газодинамических и диффузионных процессов, протекающих в многокомпонентной плазме столба дуги и модель анодной области дуги, позволяющую сформулировать граничные условия на поверхности анода, необходимые для решения уравнений модели столба дуги, а также определяющую характеристики теплового и динамического воздействия дуги на поверхность сварочной ванны.

Рассмотрим сначала модель процессов электро-, массо- и энергопереноса в анодной области сварочной дуги.

**Модель анодной области.** При описании процессов, протекающих в анодной области дуги с испаряющимся анодом, считаем, что плазма на внешней границе этой области характеризуется следующими параметрами:  $n_e^0$  — концентрация электронов;  $n_{\alpha,Z}^0$  — концентрация атомов (за-

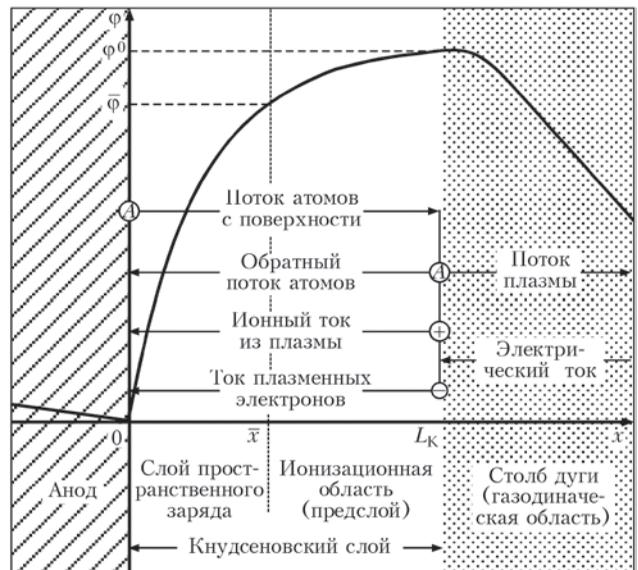


Рис. 2. Структура прианодного слоя плазмы, потоки частиц и распределение потенциала в анодной области сварочной дуги:  $\varphi$  — значения потенциала на границе слоя пространственного заряда;  $A$  — атомы;  $+$  — ионы;  $-$  — электроны; остальные обозначения см. в тексте

рядовое число  $Z = 0$ ) и ионов ( $Z = 1$ ) защитного или плазмообразующего газа (сорт частиц  $\alpha = g$ ), атомов ( $Z = 0$ ) и ионов ( $Z = 1, 2$ ) металлического пара ( $\alpha = m$ );  $Ze$  — заряд иона;  $e$  — элементарный заряд;  $T_h^0$  — температура тяжелых частиц, предполагаемая одинаковой для всех сортов атомов и ионов, но отличная от  $T_e^0$  (двухтемпературная модель плазмы);  $m_e$  — масса электрона;  $M_\alpha$  — массы тяжелых частиц (атомов и ионов) газа ( $\alpha = g$ ) и металла ( $\alpha = m$ );  $j_a$  — плотность электрического тока на поверхности анода. Как отмечено выше, анодная область может считаться плоской, поэтому значения  $n_e^0$ ,  $n_{\alpha,Z}^0$ ,  $T_e^0$ ,  $T_h^0$  и  $j_a$  можно рассматривать как локальные, соответствующие данной точке поверхности анода, которая характеризуется локальным значением температуры  $T_s$ .

Считаем, что перенос тока на анод осуществляется только электронами и ионами, приходящими из плазмы (предполагаем, что ионы, попавшие на поверхность анода, рекомбинируют там и возвращаются назад в виде атомов, а поток электронов, эмитируемых анодом, пренебрежимо мал). Тогда суммарная плотность электрического тока на поверхности анода может быть представлена в виде

$$j_a = j_e - j_i (j_a > 0), \quad (1)$$

где  $j_e$  — плотность электронного тока, поступающего на анод;

$$j_i = \sum_{\alpha=m,g; Z \geq 1} j_{\alpha Z}$$

— суммарная плотность ионного тока (для ионов всех сортов и зарядов).

Электронную компоненту плазмы в пределах анодной области с достаточной точностью мож-

но считать бесстолкновительной, а температуру электронов — практически постоянной по ее толщине. Кроме того, поскольку потенциал плазмы оказывается, как правило, выше потенциала анода [24], электроны тормозятся электрическим полем, а ионы ускоряются по направлению к поверхности анода. В этом случае плотность электронного тока на анод составляет [23]

$$j_e = \frac{1}{4} en_e^0 v_{T_e} \exp\left(-\frac{e\varphi^0}{kT_e^0}\right), \quad (2)$$

где

$$v_{T_e} = \sqrt{\frac{8kT_e^0}{\pi m_e}}$$

— тепловая скорость электронов на внешней границе анодной области;  $k$  — постоянная Больцмана;  $\varphi^0$  — потенциал плазмы относительно поверхности анода ( $\varphi^0 > 0$ ).

Для нахождения ионных токов необходимо рассмотреть процессы в ионизационной области, где происходит генерация ионов и их ускорение в сторону анода. Для этого используем подход [25], основанный на предположении, что длина свободного пробега ионов относительно кулоновских столкновений между собой значительно меньше длины ионизации и длины их пробега при столкновении с атомами (характерные значения указанных величин соответственно  $l_{ii} \sim 1 \cdot 10^{-7}$  м;  $l_{ion} \sim 1 \cdot 10^{-6}$  м;  $l_{ia} \sim 1 \cdot 10^{-5}$  м). Это позволяет считать, что ионы в предслое интенсивно максвеллизуются и приобретают общую скорость направленного движения, значение которой на границе ионизационной области со слоем пространственного заряда определяется выражением

$$\begin{aligned} \bar{v}_i \equiv v_i(\bar{x}) &= \sqrt{\frac{\sum_{\alpha=m,g;Z \geq 1} k(ZT_e^0 + T_h^0)n_{\alpha Z}^0}{\sum_{\alpha=m,g;Z \geq 1} M_{\alpha} n_{\alpha Z}^0}}; \\ \left[ \bar{v}_i = \frac{w^0}{2} \left[ \sqrt{1 + \frac{4 \sum_{Z \geq 1} k(ZT_e^0 + T_h^0)n_{\alpha Z}^0}{(w^0)^2 \sum_{Z \geq 1} M_{\alpha} n_{\alpha Z}^0}} - 1 \right] \right]. \end{aligned} \quad (3)$$

Первое соотношение в формуле (3) соответствует диффузионному режиму испарения ( $w^0 \approx 0$ ) [22], тогда как выражение в скобках — конвективному режиму испарения металла анода ( $w^0 > 0$ ), где  $w^0$  — нормальная к его поверхности скорость пара на границе анодной области.

Выбирая в качестве границы предслоя со слоем пространственного заряда такое значение  $\bar{x}$ , при котором нарушается условие квазинейтральности плазмы [26], находим концентрацию заряженных частиц на этой границе [22]

$$\begin{aligned} \bar{n}_e &\equiv n_e(\bar{x}) = n_e^0 \exp\left(-\frac{1}{2}\right); \\ \bar{n}_{\alpha Z} &\equiv n_{\alpha Z}(\bar{x}) = n_{\alpha Z}^0 \exp\left(-\frac{1}{2}\right), \\ \alpha &= m, g; \quad Z \geq 1. \end{aligned} \quad (4)$$

Тогда ионные токи на поверхность анода можно записать следующим образом:

$$j_{\alpha Z} = Z e n_{\alpha Z}^0 \exp\left(-\frac{1}{2}\right) \bar{v}_i, \quad \alpha = m, g; Z \geq 1. \quad (5)$$

При конвективном режиме испарения анода величину  $\exp(-1/2)$  в (4), (5) следует заменить на

$$\begin{aligned} &\exp\left[-\frac{(w^0)^2 \sum_{Z \geq 1} M_{\alpha} n_{\alpha Z}^0}{8 \sum_{Z \geq 1} k(T_e^0 + T_h^0)n_{\alpha Z}^0} \times \right. \\ &\left. \times \left[ 1 + \sqrt{1 + \frac{4 \sum_{Z \geq 1} k(ZT_e^0 + T_h^0)n_{\alpha Z}^0}{(w^0)^2 \sum_{Z \geq 1} M_{\alpha} n_{\alpha Z}^0}} \right]^2 \right]. \end{aligned}$$

Зная значение электронного и ионного тока на поверхности анода, из уравнения (1) легко найти потенциал плазмы  $\varphi^0$  относительно этой поверхности или анодное падение потенциала  $U_a$ :

$$U_a \equiv -\varphi^0 = -\frac{kT_e^0}{e} \ln \left[ \frac{en_e^0 v_{T_e}}{4 \left[ j_a + \sum_{\alpha=m,g;Z \geq 1} j_{\alpha Z} \right]} \right]. \quad (6)$$

Расчет значений  $j_e, j_{\alpha Z}$  и  $U_a$  требует знания температуры  $T_e^0, T_h^0$  и концентрации  $n_e^0, n_{\alpha Z}^0$  заряженных частиц на внешней границе анодной области. Предполагая, что многокомпонентная плазма в столбе дуги является ионизационно равновесной, состав такой плазмы на границе с анодной областью можно определить, используя следующую систему уравнений:

уравнение Саха с учетом неидеальности плазмы

$$\begin{aligned} \frac{n_e^0 n_{\alpha Z+1}^0}{n_{\alpha Z}^0} &= \left( \frac{2\pi m_e kT_e^0}{h^2} \right)^{3/2} \frac{2\theta_{\alpha Z+1}}{\theta_{\alpha Z}} \times \\ &\times \exp\left[ -\frac{e(U_{\alpha Z} - \Delta U_Z)}{kT_e^0} \right], \quad \alpha = m, g; Z \geq 0, \end{aligned} \quad (7)$$

где  $h$  — постоянная Планка;  $\theta_{\alpha Z}$  — статистические суммы для тяжелых частиц сорта  $\alpha$ , находящихся в зарядовом состоянии  $Z$ ;  $U_{\alpha Z}$  — потенциалы ионизации (для перехода частиц сорта  $\alpha$  из зарядового состояния  $Z$  в  $Z + 1$ );

$$\Delta U_Z = \frac{e(Z+1)}{r_D}$$

— снижение потенциалов ионизации, обусловленное взаимодействием заряженных частиц плазмы;

$$r_D = \left[ kT_e^0 / 4\pi e^2 \left( n_e^0 + \frac{T_e^0}{T_h^0} \sum_{\alpha=m,g;Z \geq 1} n_{\alpha Z}^0 Z^2 \right) \right]^{1/2};$$

условие квазинейтральности плазмы

$$n_e^0 = \sum_{\alpha=m,g,Z \geq 1} n_{\alpha Z}^0; \quad (8)$$

закон парциальных давлений

$$p = n_e^0 k T_e^0 + \sum_{Z \geq 0} n_{mZ}^0 k T_h^0 + \sum_{Z \geq 0} n_{gZ}^0 k T_h^0 - \Delta p. \quad (9)$$

Здесь  $p$  — давление плазмы вблизи анода;

$$\Delta p = \frac{1}{6} \frac{e^2}{r_D} \left( n_e^0 + \sum_{\alpha=m,g,Z \geq 0} n_{\alpha Z}^0 Z^2 \right)$$

— снижение давления за счет неидеальности плазмы [27].

Для замыкания системы уравнений (7)–(9) необходимо еще одно условие, определяющее концентрацию частиц металлического пара на внешней границе анодной области. При диффузионном режиме испарения предполагается, что скорость диффузии частиц пара мала, т. е. состояние пара близко к насыщению. В качестве такого условия можно выбрать равенство парциального давления тяжелых частиц испаренного металла на этой границе давлению насыщенного пара  $p_s$  над поверхностью расплавленного металла, имеющего температуру  $T_s$ :

$$\sum_{Z \geq 0} n_{mZ}^0 k T_h^0 = p_s \equiv p_0 \exp \left[ \frac{\lambda_v}{k} \left( \frac{1}{T_B} - \frac{1}{T_s} \right) \right], \quad (10)$$

где  $p_0$  — атмосферное давление;  $T_B$  — температура кипения;  $\lambda_v$  — работа выхода атома металла анода,  $T_h^0 = T_s$ .

Если температура поверхности анода превышает температуру, при которой давление ионизированного пара становится больше внешнего давления

$$\left( p_m^0 = n_e^0 k T_e^0 + \sum_{Z \geq 0} n_{mZ}^0 k T_h^0 - \Delta p \geq p \right),$$

начинается расширение (разлет) пара, отесняющего внешний газ. В результате прианодная плазма становится однокомпонентной, т. е. содержит только частицы испаренного металла. Следует отметить, что в качестве граничной температуры поверхности, выше которой начинается разлет пара в среду атмосферного давления, при отсутствии ионизации выступает температура кипения металла  $T_B$  (давление насыщенного пара равно атмосферному). Влияние электронного давления на эту граничную температуру исследовано в работе [22]. Из полученных результатов следует, что температура поверхности анода, выше которой давление ионизированного пара начинает превышать атмосферное и диффузионный режим испарения сменяется конвективным, с увеличением  $T_e^0$  становится существенно меньше  $T_B$ .

Состав прианодной плазмы при конвективном режиме испарения анода можно рассчитать с помощью уравнений (7)–(9), положив  $n_{g0}^0 = n_{g1}^0 = 0$  и дополнив эту систему уравнений соотношениями, определяющими концентрацию и температуру тяжелых частиц расширяющегося пара вблизи по-

верхности анода. Для нахождения значений  $\sum_{Z \geq 0} n_{mZ}^0$  и  $T_h^0$  в этом случае можно приближенно использовать выражения, полученные в работе [28]:

$$\begin{aligned} \frac{\sum_{Z \geq 0} n_{mZ}^0}{n_s} &= \left\{ \left( \gamma_m^2 + \frac{1}{2} \right) \exp(\gamma_m^2) [1 - \Phi(\gamma_m)] - \frac{\gamma_m}{\sqrt{\pi}} \right\} \times \\ &\times \sqrt{\frac{T_s}{T_h}} + \frac{1}{2} \{ 1 - \gamma_m \sqrt{\pi} \exp(\gamma_m^2) [1 - \Phi(\gamma_m)] \} \frac{T_s}{T_h^0}; \quad (11) \\ \frac{T_h^0}{T_s} &= 1 + \frac{\gamma_m^2 \pi}{32} \left( 1 - \sqrt{1 + \frac{64}{\gamma_m^2 \pi}} \right). \end{aligned}$$

Здесь  $n_s = p_s / k T_s$  — концентрация насыщенного пара, соответствующая данной температуре поверхности анода;

$$\gamma_m = w^0 \left( \frac{M_m}{2kT_h^0} \right)^{1/2}$$

— безразмерная скорость пара;  $\Phi(\gamma_m)$  — интеграл вероятности.

Отметим, что скорость  $w^0$  является внешним параметром и определяется условиями расширения пара в газодинамической области (столбе дуги). Для численной оценки значения  $w^0$  в случае дозвукового течения плазмы можно использовать приближенное выражение [28]

$$w^0 = s^0 \left( \frac{p_m^0}{p^0} - 1 \right) / \gamma^0 \sqrt{1 + \frac{\gamma^0 + 1}{2\gamma^0} \left( \frac{p_m^0}{p^0} - 1 \right)}, \quad (12)$$

где  $s^0$  — местная скорость звука;  $\gamma^0$  — показатель адиабаты для защитного или плазмообразующего газа при нормальных условиях.

Расчитанные таким образом значения анодного падения потенциала в условиях, характерных для сварки стали неплавящимся электродом в аргоне, приведены на рис. 3. Как следует из представленных расчетных данных, анодное падение в рассматриваемой системе является отрицательным, увеличиваясь по абсолютной величине вместе с ростом электронной температуры плазмы вблизи анода, а также температуры его поверхности (рис. 3) и несколько уменьшаясь с увеличением анодной плотности тока (рис. 4). Значение  $U_a$  при рассматриваемых условиях находится в диапазоне  $-1 \dots -4$  В.

Рассмотрим теперь процессы энергопереноса в анодной области сварочной дуги. Тепловой поток  $Q_a$  из прианодной плазмы на поверхность анода имеет вид

$$Q_a = Q_e + Q_i, \quad (13)$$

где  $Q_e$ ,  $Q_i$  — потоки потенциальной и кинетической энергии, переносимой соответственно электронами и ионами.

Выражение для  $Q_e$  запишем в виде [24]

$$Q_e = j_e \left( \frac{5kT_e^0}{2e} + \phi_m \right), \quad (14)$$

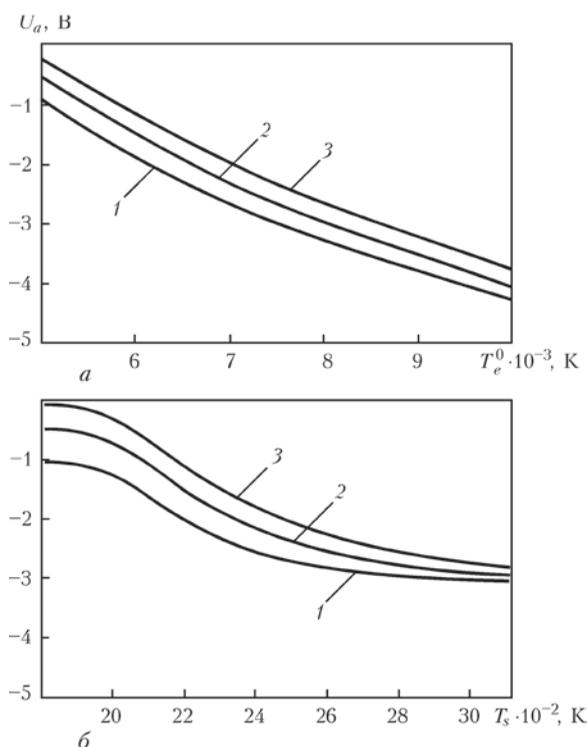


Рис. 3. Зависимость анодного падения потенциала  $U_a$  от температуры электронов в прианодном слое плазмы (а) и температуры его поверхности (б) для стального анода при сварке в аргоне: а — 1 —  $j_a = 200$ ; 2 — 500; 3 — 1000 А/см<sup>2</sup> при  $T_s = 2472$  К; б — 1–3 — см. рис. 3, а, но при  $T_e^0 = 7 \cdot 10^3$  К

где  $\phi_m$  — работа выхода электронов для данного металла.

С учетом начальной энергии ионов на внешней границе слоя пространственного заряда, а также их дополнительного ускорения в этом слое для  $Q_i$  можно записать

$$Q_i = \sum_{\alpha=m,g; Z \geq 0} j_{\alpha Z} \left( \bar{\phi} + \frac{M_{\alpha} \bar{V}^2}{2e} + \frac{1}{Z} \sum_{Z'=1}^Z U_{\alpha Z'} - \phi_m \right), \quad (15)$$

где

$$\bar{\phi} \equiv \phi(\bar{x}) = \phi^0 - \frac{1}{2} \frac{kT_e^0}{e}$$

— потенциал плазмы на границе слоя пространственного заряда

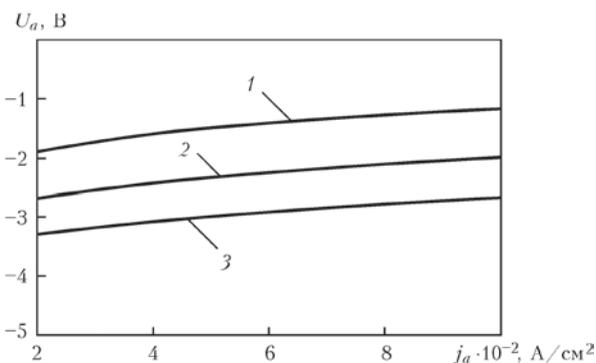


Рис. 4. Зависимость анодного падения потенциала  $U_a$  от плотности тока на аноде  $j_a$  для стального анода при сварке в аргоне ( $T_s = 2472$  К): 1 —  $T_e^0 = 6 \cdot 10^3$ ; 2 —  $7 \cdot 10^3$ ; 3 —  $8 \cdot 10^3$  К

$$\left\{ \begin{aligned} \bar{\phi} &= \phi^0 - \frac{T_e^0 (w^0)^2 \sum_{Z \geq 1} M_m n_{mZ}^0}{8e \sum_{Z \geq 1} (ZT_e^0 + T_h^0) n_{mZ}^0} \times \\ &\times \left\{ 1 + \sqrt{1 + \frac{4 \sum_{Z \geq 1} k(ZT_e^0 + T_h^0) n_{mZ}^0}{(w^0)^2 \sum_{Z \geq 1} M_m n_{mZ}^0}} \right\} \end{aligned} \right.$$

в случае конвективного режима испарения).

Выражение (13) можно представить в виде

$$Q_a = j_a V_a, \quad (16)$$

где  $V_a$  — вольтов эквивалент тепла, выделяемого на аноде, который в отличие от анодного падения  $U_a$  всегда принимает положительное значение. С учетом (1), (14) и (15) находим

$$V_a = \phi_m + \frac{j_e}{j_a} \frac{5kT_e^0}{2e} + \sum_{\alpha=m,g; Z \geq 0} \frac{j_{\alpha Z}}{j_a} \left( \bar{\phi} + \frac{M_{\alpha} \bar{V}^2}{2e} + \frac{1}{Z} \sum_{Z'=1}^Z U_{\alpha Z'} \right). \quad (17)$$

В случае конвективного режима испарения металла анода в энергобалансе его поверхности необходимо учитывать энергию  $Q_v$ , уносимую с поверхности расплава потоком металлического пара

$$Q_v = \sum_{Z \geq 0} n_{mZ}^0 v^0 \lambda_v. \quad (18)$$

Что касается давления на поверхность расплавленного металла анода (сварочной ванны), то в режиме диффузного испарения оно равно давлению плазмы, определяемому из решения газодинамических уравнений для столба дуги, тогда как при конвективном режиме испарения это давление с учетом реактивной составляющей может быть вычислено с помощью выражения [29]

$$p_s = p_m^0 \left( 1 + \frac{5}{3} M^2 \right), \quad (19)$$

где  $M \equiv w^0/s^0$  — значение числа Маха на границе анодной области со столбом дуги.

На рис. 5, 6 представлены результаты расчетов теплового потока в анод с учетом потерь энергии на испарение при условиях, характерных для сварки стали неплавящимся электродом в аргоне. Как следует из приведенных расчетных кривых, значения  $Q_a$  возрастают с увеличением температуры электронов в прианодном слое плазмы, плотности тока на аноде и температуры его поверхности. В наибольшей степени эта тенденция проявляется в зависимости  $Q_a - Q_v(T_s)$  (рис. 5).

**Модель столба дуги.** При описании процессов тепло-, массо- и электропереноса в газодинамической области плазмы (в столбе сварочной дуги), содержащей наряду с частицами защитного или плазмообразующего газа атомы и ионы испаренного металла анода, используем модель двухтемпературной ионизационно равновесной плазмы.

Соответствующая система уравнений, записанная, например, в цилиндрической системе координат (см. рис. 1), имеет следующий вид [2]: уравнение непрерывности

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r}(r\rho v) + \frac{\partial}{\partial z}(\rho u) = 0, \quad (20)$$

где  $\rho$  — массовая плотность плазмы;  $v, u$  — соответственно радиальная и аксиальная компоненты скорости плазмы;

уравнения движения

$$\rho \left( \frac{\partial v}{\partial t} + v \frac{\partial v}{\partial r} + u \frac{\partial v}{\partial z} \right) = - \frac{\partial p}{\partial r} - j_z B_\phi + \frac{2}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left( r \eta \frac{\partial v}{\partial r} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left[ \eta \left( \frac{\partial u}{\partial r} + \frac{\partial v}{\partial z} \right) \right] - 2\eta \frac{v}{r^2} - \frac{2}{3} \frac{\partial}{\partial r} \left\{ \eta \left[ \frac{1}{r} \frac{\partial (rv)}{\partial r} + \frac{\partial u}{\partial z} \right] \right\}, \quad (21)$$

$$\rho \left( \frac{\partial u}{\partial t} + v \frac{\partial u}{\partial r} + u \frac{\partial u}{\partial z} \right) = - \frac{\partial p}{\partial z} + j_r B_\phi + 2 \frac{\partial}{\partial z} \left( \eta \frac{\partial u}{\partial z} \right) + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left[ r \eta \left( \frac{\partial u}{\partial r} + \frac{\partial v}{\partial z} \right) \right] - \frac{2}{3} \frac{\partial}{\partial z} \left\{ \eta \left[ \frac{1}{r} \frac{\partial (rv)}{\partial r} + \frac{\partial u}{\partial z} \right] \right\}, \quad (22)$$

где  $j_z, j_r$  — соответственно аксиальная и радиальная компоненты плотности тока в плазме;  $B_\phi$  — азимутальная компонента вектора магнитной индукции;  $\eta$  — коэффициент динамической вязкости плазмы;

уравнения энергии

$$n_e C_{pe} \left( \frac{\partial T_e}{\partial t} + v \frac{\partial T_e}{\partial r} + u \frac{\partial T_e}{\partial z} \right) = \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left( r \chi_e \frac{\partial T_e}{\partial r} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left( \chi_e \frac{\partial T_e}{\partial z} \right) + \frac{k}{e} \times \times \left\{ j_r \frac{\partial [(5/2 - \delta) T_e]}{\partial r} + j_z \frac{\partial [(5/2 - \delta) T_e]}{\partial z} \right\} + \frac{j_r^2 + j_z^2}{\sigma} - \psi - \beta (T_e - T_h); \quad (23)$$

$$\rho C_p \left( \frac{\partial T_h}{\partial t} + v \frac{\partial T_h}{\partial r} + u \frac{\partial T_h}{\partial z} \right) = \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left( r \chi \frac{\partial T_h}{\partial r} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left( \chi \frac{\partial T_h}{\partial z} \right) + \beta (T_e + T_h), \quad (24)$$

где  $C_{pe}$  — удельная теплоемкость электронного газа с учетом энергии ионизации;  $\chi_e$  — коэффициент электронной теплопроводности;  $\delta$  — постоянная термодиффузии электронов;  $\sigma$  — удельная электропроводность плазмы;  $\psi$  — потери энергии на излучение (приближение оптически тонкой плазмы);  $\beta$  — коэффициент теплообмена электронов с тяжелыми частицами;  $C_p$  — удельная теплоемкость тяжелой компоненты плазмы (атомов и ионов);  $\chi$  — коэффициент теплопроводности тяжелой компоненты;

уравнения электромагнитного поля

$$\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left( r \sigma \frac{\partial \phi}{\partial r} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left( \sigma \frac{\partial \phi}{\partial z} \right) = 0; \quad (25)$$

$$B_\phi(r, z) = \frac{\mu^0}{r} \int_0^r j_z(\xi, z) \xi d\xi, \quad (26)$$

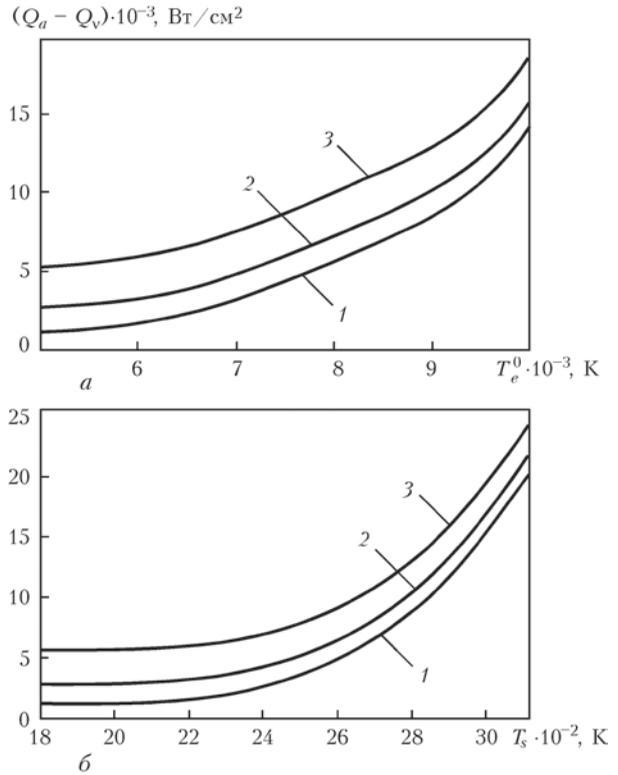


Рис. 5. Зависимость теплового потока на поверхность стального анода от температуры электронов в прианодном слое плазмы  $T_e^0$  (а) и температуры поверхности анода  $T_s$  (б) при сварке в аргоне: 1–3 — см. на рис. 3

где  $\mu^0$  — универсальная магнитная постоянная;

$$j_r = -\sigma \frac{\partial \phi}{\partial r}; \quad j_z = -\sigma \frac{\partial \phi}{\partial z}. \quad (27)$$

Для замыкания системы уравнений (20)–(27) необходимо определить зависимость теплофизических характеристик  $\rho, C_{pe}, C_p,$  коэффициентов переноса  $\eta, \chi_e, \chi, \delta, \sigma,$  коэффициента теплообмена  $\beta$  и потерь на излучение  $\psi$  от температуры, давления и состава дуговой плазмы. Состав многокомпонентной плазмы столба дуги с испаряющимся анодом можно найти с помощью уравнений (7)–(9), которые необходимо дополнить уравнением конвективной диффузии металлического пара в газодинамической области

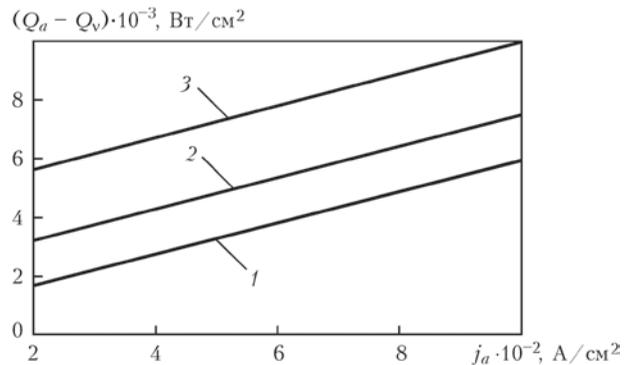


Рис. 6. Зависимость теплового потока на поверхность стального анода от плотности тока в нем  $j_a$  при сварке в аргоне,  $T_s = 2472$  К: 1–3 — см. на рис. 3

$$\begin{aligned} & \rho \left( \frac{\partial C_m}{\partial t} + v \frac{\partial C_m}{\partial r} + u \frac{\partial C_m}{\partial z} \right) = \\ & = \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left( r \rho D_{m0} \frac{\partial C_m}{\partial r} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left( \rho D_{m0} \frac{\partial C_m}{\partial z} \right) + \\ & + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left( r \rho \left[ \bar{D}_{m1} \frac{\partial C_{m1}}{\partial r} + \bar{D}_{m2} \frac{\partial C_{m2}}{\partial r} \right] \right) + \\ & + \frac{\partial}{\partial z} \left( \rho \left[ \bar{D}_{m1} \frac{\partial C_{m1}}{\partial z} + \bar{D}_{m2} \frac{\partial C_{m2}}{\partial z} \right] \right). \end{aligned} \quad (28)$$

Здесь

$$C_m = \frac{M_m \sum_{Z \geq 0} n_{mZ}}{\rho}$$

— относительная массовая концентрация металлического пара в плазме столба дуги;

$$C_{m1} = \frac{M_m n_{m1}}{\rho}, \quad C_{m2} = \frac{M_m n_{m2}}{\rho}$$

— относительная массовая концентрации ионов металла;  $\bar{D}_{m1} = D_{m1} - D_{m0}$ ,  $\bar{D}_{m2} = D_{m2} - D_{m0}$ , где  $D_{m0}$ ,  $D_{m1}$ ,  $D_{m2}$  — коэффициенты диффузии атомов, одно- и двухзарядных ионов металла в многокомпонентной плазме. Решение этого уравнения требует определения зависимости коэффициентов диффузии  $D_{m0}$ ,  $D_{m1}$ ,  $D_{m2}$  от температуры, давления и состава плазмы. Следует отметить, что уравнение (28) в отличие от уравнения диффузии, использованного в работе [11], учитывает диффузию ионов металлического пара.

Для решения системы дифференциальных уравнений (20)–(25), (28) необходимо задать соответствующие начальные и граничные условия. Поскольку физические поля в дуговом разряде устанавливаются достаточно быстро, начальное распределение скорости и температуры принципиального значения не имеют. Для скорости можно задавать нулевые значения, а температура электронов в области токового канала должна обеспечивать характерную для дугового разряда проводимость плазмы. На границах ( $r = 0$ ,  $r = R_1$ ,  $z = 0$ ,  $z = L_1$ ) расчетной области (см. рис. 1) могут быть выбраны стандартные граничные условия, подробно описанные, например, в [2, 9, 17]. Остается задать условия на границе анодной и газодинамической областей плазмы.

Пусть  $\Gamma$  — граница анодной области со столбом дуги (ввиду малой толщины анодной области в качестве  $\Gamma$  можно рассматривать поверхность анода  $z = L_1$ ). Тогда граничные условия для уравнений (20)–(22) на этой границе можно задать следующим образом:

$$\begin{aligned} & v_t|_{\Gamma} = 0; \\ & v_n|_{\Gamma} = \begin{cases} 0 & \text{(диффузионный режим испарения),} \\ w^0 & \text{(конвективный режим испарения).} \end{cases} \end{aligned} \quad (29)$$

Здесь  $v_t$ ,  $v_n$  — тангенциальная и нормальная к поверхности анода компоненты скорости плазмы, а для вычисления распределения вдоль поверхности анода значений  $w^0$  можно использовать приближенную формулу (12). Отметим, что более точным является нахождение значений  $w^0$  из уравнений (11) и условия

$$n_e^0 k T_e^0 + \sum_{Z \geq 0} n_{mZ}^0 k T_h^0 - \Delta p = p^0,$$

где  $p^0$  — распределение давления плазмы вблизи анода вдоль его поверхности, которое определяется в результате решения газодинамической задачи.

Обозначим через  $\vec{n}$  вектор нормали к  $\Gamma$  (в направлении столба дуги). Тогда соответствующие граничные условия для уравнений (23), (24) можно записать в виде

$$\chi_e \frac{\partial T_e}{\partial n} \Big|_{\Gamma} + \chi_h \frac{\partial T_h}{\partial n} \Big|_{\Gamma} + j_a \frac{k}{e} \left( \frac{5}{2} - \delta \right) T_e \Big|_{\Gamma} =$$

$$\begin{cases} \varphi^0 j_a + Q_a \\ \text{(диффузионный режим испарения),} \\ \varphi^0 j_a + Q_a + \varepsilon_v \\ \text{(конвективный режим испарения);} \end{cases} \quad (30)$$

$$T_h \Big|_{\Gamma} = \begin{cases} T_s & \text{(диффузионный режим испарения);} \\ T_h^0 & \text{(конвективный режим испарения),} \end{cases} \quad (31)$$

где  $\varepsilon_v$  — потери энергии на нагрев и ионизацию металлического пара, поступающего в столб дуги с поверхности анода;  $T_s$  — известное распределение температуры на поверхности анода, а распределение значений  $T_h^0$  при известных распределениях  $T_s$  и  $w^0$  вычисляем с помощью второго уравнения (11).

Поскольку проводимость металла анода, как правило, существенно выше удельной электропроводности плазмы, его поверхность с достаточной степенью точности можно считать эквипотенциальной, положив, например,  $\varphi_a = 0$ . Тогда условие на границе столба дуги с анодной областью для уравнения (25) можно задать в следующем виде:

$$\varphi|_{\Gamma} = \varphi^0, \quad (32)$$

где распределение вдоль анодной поверхности значений  $\varphi^0$  вычисляем с помощью (6).

Наконец, граничные условия для уравнения (28) запишем в виде

$$\begin{aligned} & C_m \Big|_{\Gamma} = \\ & = \begin{cases} \frac{M_m p_s}{\rho^0 k T_s} & \text{(диффузионный режим испарения),} \\ 1 & \text{(конвективный режим испарения);} \end{cases} \end{aligned} \quad (33)$$

где  $p_s$  — распределение давления насыщенного пара, определяемое при известном распределении  $T_s$  по формуле (10);  $\rho^0$  — распределение массовой плотности многокомпонентной плазмы столба дуги вдоль границы с анодной областью.

Этим исчерпывается описание самосогласованной математической модели физических процессов, протекающих в многокомпонентной плазме анодной области и столба электрической дуги с испаряющимся анодом, применительно к условиям сварки неплавящимся электродом и плазменной сварки в инертных газах.

Таким образом, адекватное описание физических процессов в столбе сварочной дуги и ее анодной области, позволяющее получать достоверные расчетные данные об условиях горения дуги, возможно лишь на основе самосогласованной математической модели, которая в полной мере учитывает взаимосвязь всех физических явлений, сопутствующих горению дуги. Важной структурной составляющей этой модели, ответственной за взаимодействие тепловых и электрических процессов в столбе дуги и на аноде (свариваемом изделии), является модель анодной области дуги. Непременной составляющей самосогласованной модели являются также модели свойств многокомпонентной плазмы сварочной дуги (ионизационного состава, термодинамических, транспортных и оптических свойств), которые определяются в зависимости от химического состава защитного газа, содержания испаренного металла анода, температуры плазмы и давления окружающей среды. Входными параметрами самосогласованной модели дуги должны оставаться лишь набор технологических параметров (сварочный ток, состав защитного газа, длина дуги и пр.), другие же распределенные и интегральные характеристики дуги должны определяться в результате вычислительного эксперимента на основе указанной модели.

1. Hsu K. C., Etemadi K., Pfender E. Study of the free-burning high-intensity argon arc // *J. of Appl. Phys.* — 1983. — **54**, № 3. — P. 1293–1301.
2. Hsu K. C., Pfender E. Two-temperature modeling of the free-burning high-intensity arc // *Ibid.* — 1983. — **54**, № 8. — P. 4359–4366.
3. Низкотемпературная плазма / В. С. Энгельшт, В. Ц. Гурович, Г. А. Десятков и др. В 7 т. Т.1: Теория столба электрической дуги. — Новосибирск: Наука, 1990. — 376 с.
4. Prediction of anode temperatures of free burning arcs / P. Zhu, J. J. Lowke, R. Morrow et al. // *J. Phys. D: Appl. Phys.* — 1995. — **28**. — P. 1369–1376.
5. Jenista J., Heberlein J. V. R., Pfender E. Numerical model of the anode region of high-current electric arcs // *IEEE Trans. on Plasma Sci.* — 1997. — **25**, № 5. — P. 883–890.
6. Lowke J. J., Morrow R., Haidar J. A simplified unified theory of arcs and their electrodes // *J. Phys. D: Appl. Phys.* — 1997. — **30**. — P. 2033–2042.
7. Haidar J. Non-equilibrium modeling of transferred arcs // *Ibid.* — 1999. — **32**. — P. 263–272.
8. Sansonnets L., Haidar J., Lowke J. J. Prediction of properties of free burning arcs including effects of ambipolar diffusion // *Ibid.* — 2000. — **33**. — P. 148–157.
9. Fan H. G., Kovacevic R. A unified model of transport phenomena in gas metal arc welding including electrode, arc plasma and molten pool // *Ibid.* — 2004. — **37**. — P. 2531–2544.
10. Computational simulation of arc melting process with complex interactions / H. Nishiyama, T. Sawada, H. Takana et al. // *ISIJ International*. — 2006. — **46**, № 5. — P. 705–711.
11. Hu J., Tsai H. L. Heat and mass transfer in gas metal arc welding. Pt. I: The arc // *Intern. J. of Heat and Mass Transfer*. — 2007. — **50**. — P. 833–846.
12. Masquere M., Fretton P., Gonzalez J. J. Theoretical study in two dimensions of the energy transfer between an electric arc and an anode material // *J. Phys. D: Appl. Phys.* — 2007. — **40**. — P. 432–446.
13. Li He-Ping, Benilov M. S. Effect of a near-cathode sheath on heat transfer in high-pressure arc plasmas // *Ibid.* — P. 2010–2017.
14. Metal vapour behaviour in gas tungsten arc thermal plasma during welding / M. Tanaka, K. Yamamoto, S. Tashiro et al. // *Welding in the World*. — 2008. — **52**, № 11/12. — P. 82–88.
15. Benilov M. S. Understanding and modelling plasma-electrode interaction in high-pressure arc discharges: a review // *J. Phys. D: Appl. Phys.* — 2008. — **41**. — P. 30.
16. Мойжес Б. Я., Немчинский В. А. К теории дуги высокого давления на тугоплавком катоде // *Журн. теор. физики*. — 1972. — **42**, № 5. — С. 1001–1009.
17. Мойжес Б. Я., Немчинский В. А. К теории дуги высокого давления на тугоплавком катоде. II // *Там же*. — 1973. — **43**, № 11. — С. 2309–2317.
18. Приэлектродные процессы в дуговых разрядах / М. Ф. Жуков, Н. П. Козлов, А. В. Пустогаров и др. — Новосибирск: Наука, 1982. — 157 с.
19. Investigation of cathode spot behaviour of atmospheric argon arcs by mathematical modeling / J. Wendelstorf, G. Simon, I. Decker et al. // *Proc. of the 12th Intern. conf. on gas discharges and their applications, Germany, Greifswald, 1997*. — Vol. 1. — P. 62–65.
20. Немчинский В. А., Перетц Л. Н. Прианодный слой сильноточной дуги высокого давления // *Журн. теор. физ.* — 1977. — **47**, № 9. — P. 1868–1875.
21. Dinulescu H. A., Pfender E. Analysis of the anode boundary layer of high intensity arcs // *J. of Appl. Phys.* — 1980. — **51**, № 6. — P. 3149–3157.
22. Кривцун И. В. Модель испарения металла при дуговой, лазерной и лазерно-дуговой сварке // *Автомат. сварка*. — 2001. — № 3. — С. 3–10.
23. Анодные процессы в сильноточном дуговом разряде / Г. А. Дюжев, В. А. Немчинский, С. М. Школьник и др. // *Химия плазмы*. — 1983. — № 10. — С. 169–209.
24. Sanders N. A., Pfender E. Measurement of anode falls and anode heat transfer in atmospheric pressure high intensity arcs // *J. of Appl. Phys.* — 1984. — **55**, № 3. — P. 714–722.
25. Зондовые измерения в низкотемпературной плотной плазме при высоких степенях ионизации / Ф. Г. Бакшт, Г. А. Дюжев, Н. К. Митрофанов и др. // *Журн. теор. физ.* — 1973. — **43**, № 12. — С. 2574–2583.
26. Чен Ф. Электрические зонды // *Диагностика плазмы / Под ред. Р. Хаддлстоуна, С. Леонарда*. — М.: Мир, 1967. — С. 94–164.
27. Griem H. R. High-density correction in plasma spectroscopy // *Phys. Rev.* — 1962. — **128**. — P. 997–1001.
28. Knight Ch. J. Theoretical modeling of rapid surface vaporization with back pressure // *AIAA J.* — 1979. — **17**, № 5. — P. 519–523.
29. Воздействие лазерного излучения на материалы / Р. В. Арутюнян, В. Ю. Баранов, Л. А. Большов и др. — М.: Наука, 1989. — 367 с.

## 1.1.12. MODELLING OF ELECTROMAGNETIC PROCESSES IN SYSTEM «WELDING ARC–EVAPORATING ANODE» Part 1: Model of anode region\*

I. KRIVTSUN, V. DEMCHENKO, A. LESNOI, I. KRIKENT, P. PORITSKY, O. MOKROV,  
U. REISGEN, A. ZABIROV, V. PAVLYK

**Introduction.** There are many approaches and models for numerical investigation of the processes of energy, momentum, mass and charge transfer in the electric arc, as well as processes of its interaction with electrodes, applied for different arc welding methods [1–10]. However, in almost all such publications the arc plasma is considered to be single-component, i.e. containing atoms and ions of a shielding or plasma gas, which is usually inert (one of the few exceptions is, [11] where the authors attempt to investigate the influence of iron vapour on plasma of the helium arc with a refractory cathode). As a rule, the real welding arc plasma is multi-component, as it contains a high amount of atoms and ions of the evaporated material of electrodes, primarily anode, along with particles of the shielding gas. Therefore, to develop an adequate mathematical model of the welding arc, it is necessary to allow for the multi-component nature of the arc plasma. Such a model must have another important characteristic — self-consistency — to account for interaction of physical processes occurring in electrodes and near electrode plasma layers with processes occurring in the arc column. It should be noted that most publications dealing with complex modelling of the electric arc, including the welding one, with a consideration of the processes occurring in the bulk and on the surface of electrodes, use highly simplified models of the near electrode region [4, 7, 9, 12–13]. At the same time, the studies dedicated particularly to investigation of the near electrode phenomena, e.g. the anode ones, usually ignore the processes occurring in the bulk of the anode [14, 17]. Therefore, the purpose of the present study consists in development of a self-consistent mathematical model of physical processes occurring in the «welding arc–evaporating anode» system, detailed description of the model of the electromagnetic processes in the above system, and their numerical investigation for conditions of GMA and PTA welding of steels in inert gas (Ar).

Structure of the complex mathematical model of the system under consideration is shown in Fig. 1. The model includes several interrelated sub-models:

(i) models of the thermal, electromagnetic, gas dynamic and diffusion processes occurring in the arc column plasma;

(ii) models of the thermal, electromagnetic and hydrodynamic processes occurring in the bulk of the anode, including the molten metal droplet or the weld pool;

(iii) models of the anode region of the arc, allowing determination of boundary conditions on the evaporating anode surface, which are necessary to solve equations of the above models.

Consider the model of the electromagnetic processes occurring in the «arc column–anode region–evaporating anode» system in more detail. The first part of this study is dedicated to formulation of basic equations of the model of the electric charge transfer processes in multicomponent plasma of the anode region of the electric arc with an evaporating anode.

**Structure of anode layer of arc plasma.** The authors will use an approach suggested elsewhere [14, 15, 18] to describe the anode layer of the multi-component plasma containing atoms and ions of the evaporated anode metal, along with atoms and ions of the shielding (plasma) inert gas. Within the scope of this approach, the anode arc plasma can be conditionally subdivided into three zones, as shown in Fig. 2.

The first zone immediately adjoining the anode surface is a layer of the space charge, where the condition of quasi-neutrality of plasma is violated and main potential drop is formed between the plasma and the anode surface. This layer can be considered collision free, as under a pressure close to the atmospheric one and at electron temperature  $T_e \sim 0.7\text{--}2.0$  eV, which is typical for the conditions under consideration [15, 16], thickness  $\bar{x}$ ; of this layer, commensurable with Debye radius  $r_D < 10^{-7}$  m, is much smaller than characteristic lengths of free path of all particles of the plasma,  $l \sim 10^{-6}\text{--}10^{-4}$  m (calculations were made for the atmospheric argon plasma).

The second zone (Fig. 2) is an ionisation region of the non-isothermal quasi-neutral plasma (or the so-called presheath), where generation of the charged particles due to plasma electron ionisation of the shielding gas atoms desorbed from the anode surface

\*Science and Technology of Welding and Joining. — 2010. — Vol. 15, № 6. — P. 457–462.

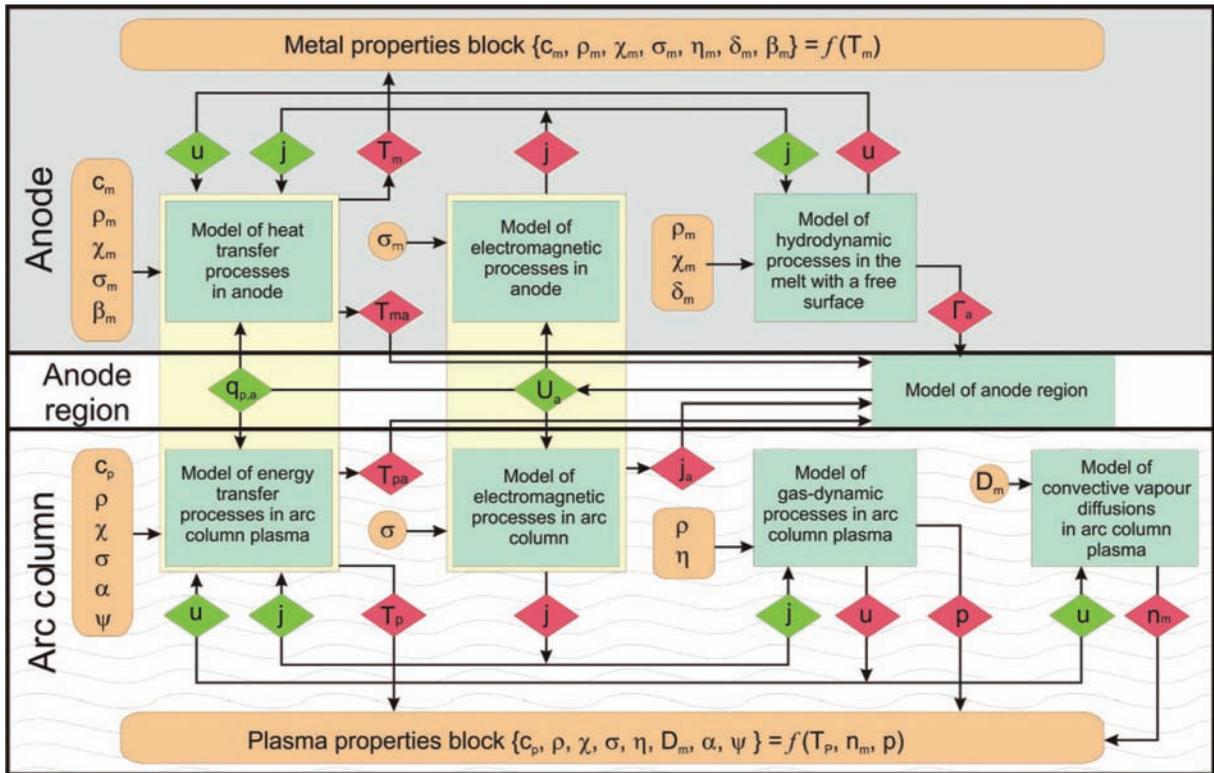


Fig. 1. Structure of self-consistent mathematical model of physical processes occurring in «arc column–anode region–evaporating anode» system

and evaporating atoms of the anode material takes place. The ions formed here are accelerated towards the anode surface by the electric field induced by more mobile electrons, and recombine near the anode surface. Thus, the conditions of local ionisation equilibrium are violated within the ionisation region. Moreover, a marked change in the plasma potential takes place here, which is commensurable with its drop in the space charge layer.

Boundary of the Knudsen layer (Fig. 2), which is taken as an external boundary of the anode region, and beyond which there is a gas dynamic region of plasma, where both translational and internal degrees of freedom of the plasma particles are already characterised by the local thermodynamic equilibrium, is located at a distance from the anode surface equal to several lengths of free path of the heavy particles. Since the thickness of the Knudsen layer,  $L_K \leq 10^{-4}$  m, is generally much smaller than radius of curvature of the anode surface (droplet or weld pool),  $R \sim 10^{-3}$  m, as well as characteristic scales of changes of plasma parameters in the arc column, the anode region will further on be considered flat and infinitely thin, and its external boundary will be regarded as coinciding with the anode surfaces.

Within the scope of this approach, the anode arc plasma actually consists of two main regions: non-equilibrium region (anode region or Knudsen layer) and equilibrium region (gas dynamic region),

for which the former plays the part of a discontinuity surface. It should be noted at this point that the gas dynamic plasma region, like the anode region, can be conditionally subdivided into two zones: thermal boundary layer, within which the temperatures of electrons and heavy particles,  $T_e$  and  $T_h$ , are equalized with plasma temperature  $T_p$  in the arc column, and arc column proper [14, 15].

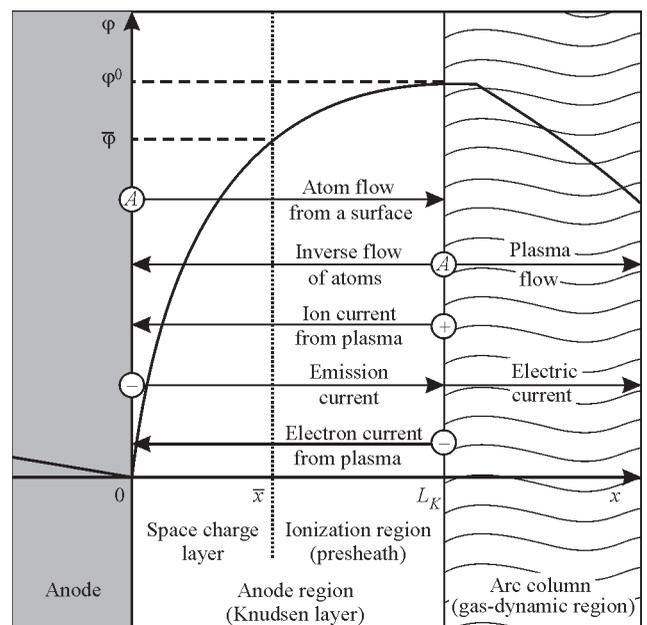


Fig. 2. Structure of anode boundary layer, flows of particles and distribution of potential in anode region of welding arc

**Model of electric charge transfer processes in anode region of arc with evaporating anode.** For mathematical description of the electric charge transfer processes in the anode region of the arc with an evaporating anode, we will assume that plasma at the external boundary of this region is characterised by the following parameters:  $n_e^0$ , concentration of electrons;  $n_{\alpha Z}^0$ , concentrations of atoms ( $Z = 0$ ) and ions ( $Z = 1$ ) of the shielding or plasma gas ( $\alpha = g$ ), and atoms ( $Z = 0$ ) and ions ( $Z = 1, 2$ ) of the metal vapour ( $\alpha = m$ );  $Z_e$ , ion charge;  $e$ , elementary charge;  $T_e^0$ , temperature of electrons;  $T_h^0$ , temperature of heavy particles, which is assumed to be identical for all kinds of atoms and ions, but other than  $T_e^0$  (two temperature plasma model);  $m_e$ , mass of an electron;  $M_\alpha$ , mass of heavy particles (atoms and ions) of gas ( $\alpha = g$ ) and metal ( $\alpha = m$ ); and  $j_a$ , current density on the anode surface. As noted above, the anode region can be considered thin and quasi-onedimensional. Therefore, the  $n_e^0$ ,  $n_{\alpha Z}^0$ ,  $T_e^0$ ,  $T_h^0$  and  $j$  values can be regarded as local and corresponding to a given point of the anode surfaces, which is characterised by a local value of surface temperature  $T_s$ .

Consider that the electric current is transferred to the anode only with electrons and ions coming from plasma (it is assumed that all ions which got to the anode surface recombine there and return back in the form of atoms, and that the flow of electrons emitted by the anode is absent). Then, the total density of the current flowing from plasma to the anode surface can be represented as

$$j_a = j_e - j_i, \quad (1)$$

here,  $j_e$  is the electron current density at the anode, and

$$j_i = \sum_{\alpha=m,g;Z \geq 1} j_{\alpha Z}$$

is the total density of the ion current (for ions of all kinds and charges).

The electron component of plasma within the anode region can be considered collision free with a sufficient degree of accuracy, and temperature of electrons can be considered constant across the thickness of the anode region [18]. In addition, since the plasma potential is, as a rule, higher than the anode potential [15, 17], which holds true up to  $j_\alpha \sim 10^9 \text{ A}\cdot\text{m}^{-2}$ , electrons are decelerated by the electric field, whereas ions are accelerated in a direction to the anode surface. In this case, distribution of the concentration of electrons in the anode region can be assumed to be the Boltzmann distribution

$$n_e(x) = n_e^0 \exp\left\{-\frac{e[\varphi^0 - \varphi(x)]}{kT_e^0}\right\}, \quad (2)$$

where  $\varphi(x)$  is the distribution of potential in the anode layer of plasma (Fig. 2),  $k$  is the Boltzmann constant,

and  $\varphi^0$  is the plasma potential relative to the anode surface potential ( $\varphi^0 > 0$ ). Then, density of the electron current to the anode is [14]

$$j_e = \frac{1}{4} e n_e^0 v_{Te} \exp\left(-\frac{e\varphi^0}{kT_e^0}\right), \quad (3)$$

where

$$v_{Te} = (8kT_e^0 / \pi m_e)^{1/2}$$

is the thermal velocity of electrons at the external boundary of the anode region. To determine ion currents, it is necessary to consider processes occurring in the ionisation region, where ions are generated and accelerated towards the anode. For this purpose, we will use the approach<sup>19</sup> based on an assumption that the length of free path of the ions relative to Coulomb collisions between them is much smaller than the length of their free path relative to their collisions with atoms, and smaller than the ionisation length (characteristic values of the said parameters are as follows:  $l_{ii} \sim 10^{-6} \text{ m}$ ,  $l_{ia} \sim 10^{-4} \text{ m}$ , and  $l_{ion} \sim 10^{-4} \text{ m}$ ). This allows us to assume that ions in the presheath are intensively «Maxwellised» (according to the Maxwellian distribution) and acquire a common velocity of the ordered motion in a direction to the anode. This common velocity at a boundary between the ionisation region and space charge layer can be determined from the following expressions

$$\bar{V}_i \equiv V_i(\bar{x}) = \sqrt{\frac{\sum_{\alpha=m,g;Z \geq 1} k(ZT_e^0 + T_h^0)n_{\alpha Z}^0}{\sum_{\alpha=m,g;Z \geq 1} M_\alpha n_{\alpha Z}^0}}; \quad (4)$$

$$\bar{V}_i = \frac{v^0}{2} \left\{ \left[ 1 + \sqrt{\frac{4 \sum_{Z \geq 1} k(ZT_e^0 + T_h^0)n_{mZ}^0}{(v^0)^2 \sum_{Z \geq 1} M_m n_{mZ}^0}} \right]^{1/2} - 1 \right\}$$

The first relationship in equation (4) corresponds to a diffusion mode of evaporation ( $v^0 \sim 0$ ), whereas the second expression corresponds to a convective mode of evaporation of the anode metal ( $v^0 \neq 0$ ), where  $v^0$  is the expansion velocity of the ionised vapour normal to the anode surface at the external boundary of the anode region.

By choosing such a value of  $\bar{x}$  as a boundary between the ionisation region and space charge layer, at which the condition of quasi-neutrality of plasma is violated [20], we can find the concentrations of charged particles at the boundary of the space charge layer [18]

$$n_e \equiv n_e(x) = n_e^0 \exp\left(-\frac{1}{2}\right);$$

$$n_{\alpha Z} \equiv n_{\alpha Z}(x) = n_{\alpha Z}^0 \exp\left(-\frac{1}{2}\right), \quad (5)$$

$$\alpha = m, g; Z \geq 1.$$

Then, the equation for the ion currents to the anode surface can be written down as follows

$$j_{\alpha Z} = Z e n_{\alpha Z}^0 \exp\left(-\frac{1}{2}\right) \bar{V}_i, \quad \alpha = m, g; Z \geq 1. \quad (6)$$

In a convective mode of evaporation of the anode ( $v^0 \neq 0$ ), the  $\exp(-1/2)$  value in equations (5) and (6) should be replaced by

$$\exp\left\langle \frac{(v^0)^2 \sum_{Z \geq 1} M_m n_{mZ}^0}{8 \sum_{Z \geq 1} k(ZT_e^0 + T_h^0) n_{mZ}^0} \times \left[ 1 + \sqrt{1 + \frac{4 \sum_{Z \geq 1} k(ZT_e^0 + T_h^0) n_{mZ}^0}{(v^0)^2 \sum_{Z \geq 1} M_m n_{mZ}^0}} \right]^2 \right\rangle.$$

The electron and ion currents to the anode surface being known, from equation (1), we can find the plasma potential relative to this surface,  $\phi^0$ , or anode potential drop  $U_a (U_a < 0)$

$$U_a \equiv -\phi^0 = -\frac{kT_e^0}{e} \ln \left[ \frac{e n_e^0 v_{Te}}{4 \left[ j_a + \sum_{\alpha=m, g; Z \geq 1} j_{\alpha Z} \right]} \right]. \quad (7)$$

To calculate  $j_e, j_{\alpha Z}$  and  $U_a$ , it is necessary to know temperatures  $T_e^0$  and  $T_h^0$  and concentrations  $n_e^0$  and  $n_{\alpha Z}^0$  of the charged particles at the external boundary of the anode region. Assuming that the multicomponent plasma in the arc column is in an ionisation equilibrium state, composition of this plasma at the boundary with the anode region can be determined by using the following system of equations:

(i) Saha equations, allowing for non-ideality of plasma

$$\frac{n_e^0 n_{\alpha Z+1}^0}{n_{\alpha Z}^0} = \left( \frac{2\pi m_e kT_e^0}{h^2} \right)^{3/2} \frac{2\theta_{\alpha Z+1}}{\theta_{\alpha Z}} \times \exp\left(-\frac{e(U_{\alpha Z} - \Delta U_Z)}{kT_e^0}\right), \quad \alpha = m, g; Z \geq 0, \quad (8)$$

where  $h$  is the Planck's constant,  $\theta_{\alpha Z}$  are the statistical sums for heavy particles of the type of  $\alpha$  in charged state  $Z$ ,  $\Delta U_Z = e(Z+1)/r_D$  are the ionisation potential drops caused by interaction of the charged particles in plasma, and

$$r_D = \left[ kT_e^0 / 4\pi e^2 \left( n_e^0 + \frac{T_e^0}{T_h^0} \sum_{\alpha=m, g; Z \geq 1} n_{\alpha Z}^0 Z^2 \right) \right]^{1/2}$$

is the Debye radius.

(ii) condition of plasma quasi-neutrality

$$n_e^0 = \sum_{\alpha=m, g; Z \geq 1} n_{\alpha Z}^0 Z; \quad (9)$$

(iii) law of partial pressures

$$p = n_e^0 kT_e^0 + \sum_{Z \geq 0} n_{mZ}^0 kT_h^0 + \sum_{Z \geq 0} n_{gZ}^0 kT_h^0 - \Delta p. \quad (10)$$

Here  $p$  is the total pressure in plasma, and

$$\Delta p = \frac{1}{6} \frac{e^2}{r_D} \left( n_e^0 + \sum_{\alpha=m, g; Z \geq 0} n_{\alpha Z}^0 Z^2 \right)$$

is the decrease in pressure caused by plasma non-ideality [21]. In a diffusion mode of metal evaporation, the value of  $p$  can be assumed to be equal to the external pressure, for example, atmospheric pressure  $p_0$ .

To close the system of equations (8) through (10), one more condition is required to determine the concentration of vapour particles present in the anode plasma. Assuming that the rate of diffusion of the vapour particles is low, i.e. the state of vapour is close to saturation, equality of the partial pressure of the evaporated metal heavy particles at the external boundary of the anode region to pressure  $p_s$  of the saturated vapour over the metal surface with temperature  $T_s$  can be chosen as such a condition

$$\sum_{Z \geq 0} n_{mZ}^0 kT_h^0 = p_s \equiv p_0 \exp\left[ \frac{\lambda_v}{k} \left( \frac{1}{T_b} - \frac{1}{T_s} \right) \right], \quad (11)$$

where  $T_b$  is the boiling temperature,  $\lambda_v$  is the atomic work function of the anode metal, and  $T_h^0 = T_s$ .

When temperature of the anode surface exceeds that at which the ionised saturated vapour pressure is higher than the external pressure

$$\left( p_m^0 \equiv n_e^0 kT_e^0 + \sum_{Z \geq 0} n_{mZ}^0 kT_h^0 - \Delta p \geq p \right),$$

the metal vapour starts expanding (scattering) to force out the shielding or plasma gas and causes the diffusion evaporation mode to change into the convective one. As a result, the anode plasma becomes the single component one, containing only the evaporated metal particles. Composition of this plasma can be calculated from equations (8) through (10), by assuming in them that

$$\sum_{Z \geq 0} n_{gZ}^0 = 0,$$

and by supplementing this system of equations with the relationships that determine the concentration and temperature of heavy particles of the expanding vapour near the anode surface. With a convective evaporation mode, to find

$$\sum_{Z \geq 0} n_{mZ}^0$$

and  $T_h^0$  we will use expressions from Ref. 22 for a case of evaporation in the back pressure environment

$$\frac{\sum_{Z \geq 0} n_{mZ}^0}{n_s} = \left\{ \left( \gamma_m^2 + \frac{1}{2} \right) \exp(\gamma_m^2) [1 - \Phi(\gamma_m)] - \frac{\gamma_m}{\pi^{1/2}} \right\} \times \left( \frac{T_s}{T_h^0} \right)^{1/2} + \frac{1}{2} \{ 1 - \gamma_m \pi^{1/2} \exp(\gamma_m^2) [1 - \Phi(\gamma_m)] \}; \quad \frac{T_s}{T^0}; \quad (12)$$

$$\frac{T_h^0}{T_s} = 1 + \frac{\gamma_m^2 \pi}{32} \left[ 1 - \left( 1 + \frac{64}{\gamma_m^2 \pi} \right)^{1/2} \right].$$

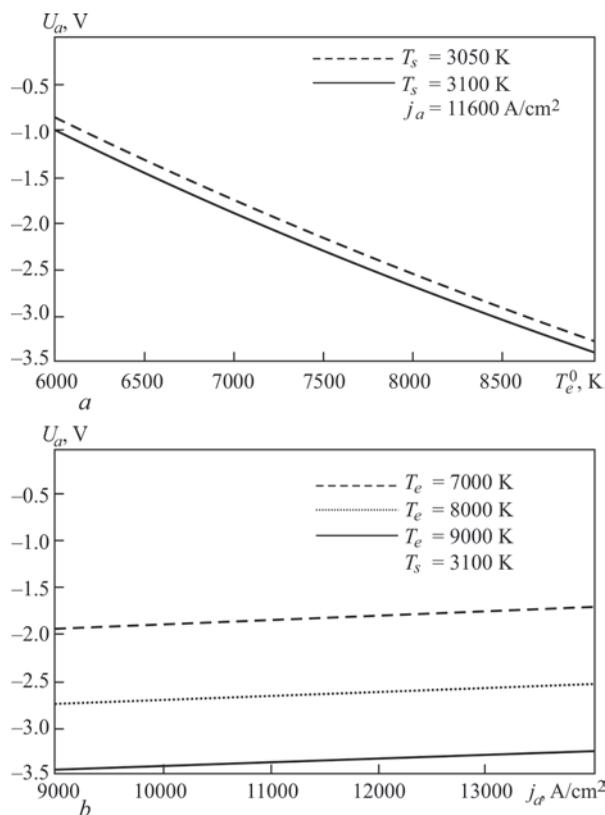


Fig. 3. Dependencies of anode potential drop on a temperature of electrons in anode boundary layer and b current density at anode-droplet surface in GMA welding of steel (Fe) in argon shielding gas

Here  $n_s = p_s/kT_s$  is the concentration of the saturated vapour corresponding to a given temperature of the anode surface,

$$\gamma_m = v^0 \left( \frac{M_m}{2kT_h^0} \right)^{1/2}$$

is the dimensionless vapour velocity, and

$$\Phi(x) = \frac{2}{\pi^{1/2}} \int_0^x \exp(-\xi^2) d\xi$$

is the probability integral.

It is significant that velocity  $v^0$  is an external parameter, and that it is determined by the vapour expansion conditions in the gas dynamic region (arc column). To numerically estimate  $v^0$ , we will use the following expression [22] for a case of the subsonic plasma flow

$$v^0 = s_0 \left( \frac{P_m^0}{P_0} - 1 \right) / \gamma_0 \left[ 1 + \frac{\gamma_0 + 1}{2\gamma_0} \left( \frac{P_m^0}{P_0} - 1 \right) \right]^{1/2}, \quad (13)$$

here,  $s_0$  and  $\gamma_0$  are, respectively, the velocity of sound and adiabatic exponent for the shielding (plasma) gas under normal conditions.

The calculated dependencies of the anode potential drop on the temperature of plasma electrons at the boundary of the anode region with the arc column, and on the current density at the anode under conditions characteristic for GMA welding in argon atmo-

sphere using steel electrode are shown in Fig. 3. As follows from the calculation data, the anode potential drop in the system under consideration is negative, and its absolute value is 1.0–3.5 V, this being in good agreement with the results of study [16]. Coincidence of a calculated value of  $U_a = 4.04$  V using the model for the arc of a refractory cathode and copper water cooled anode, burning in argon under the atmospheric pressure (arc current 200 A), with an experimentally measured value of  $U_a = 4.01$  V (Ref. 23) is even more impressive (calculations were made by using the experimental data [23, 24], namely,  $j_a = 3.5 \cdot 10^6$  A·m<sup>-2</sup>,  $T_e^0 = 9840$  K and  $T_s = 720$  K.

## Conclusions

The model suggested to describe the electric charge transfer processes in the anode region of the arc with an evaporating anode allows calculation of the anode potential drop depending on the anode material and temperature of the anode surface, type of a shielding gas, temperature of electrons in the near anode plasma, and current density on the anode surface. It is shown that the anode potential drop in the welding arc is negative and is in a range of 1.0–4.0 V, depending on the welding method.

**Acknowledgement.** *The study was completed under the collaborative research project «Development of self-consistent physical-mathematical models of energy, mass and electric charge transfer processes in the «Droplet–anode layer–arc column» system in GMA welding» (DFG-Project no. DI 434/83-1).*

1. K. C. Hsu, K. Etemadi and E. Pfender: Study of the free-burning high-intensity argon arc, *J. Appl. Phys.*, 1983, **54**, (3), 1293–1301.
2. K. C. Hsu and E. Pfender Two-temperature modeling of the free-burning high-intensity arc, *J. Appl. Phys.*, 1983, **54**, (8), 4359–366.
3. V. S. Engelscht, V. T. Gurovich, G. A. Desyatkov, A. Zh. Zhainakov, A. I. Ivlutin, P. V. Kozlov, U. S. Levitan, V. M. Lelevkin, D. V. Nevelev, V. F. Semenov, V. S. Slobodyanuk, V. L. Spektorov: Low temperature plasma, Vol. 1, Theory of electric arc column, 376; 1990, Novosibirsk, Nauka.
4. J. J. Lowke, R. Morrow and J. Haidar: A simplified unified theory of arcs and their electrodes, *J. Phys. D*, 1997, **30D**, 2033–2042.
5. J. Haidar: Non-equilibrium modeling of transferred arcs, *J. Phys. D*, 1999, **32**, 263–272.
6. L. Sansonnets, J. Haidar and J. J. Lowke: Prediction of properties of free burning arcs including effects of ambipolar diffusion, *J. Phys. D*, 2000, **33D**, 148–157.
7. H. G. Fan and R. Kovacevic: A unified model of transport phenomena in gas metal arc welding including electrode, arc plasma and molten pool, *J. Phys. D*, 2004, **37D**, 2531–2544.
8. H. Nishiyama, T. Sawada, H. Takana, M. Tanaka and M. Ushio: Computational simulation of arc melting process with complex interactions, *ISIJ Int.*, 2006, **46**, (5), 705–711.

9. J. Hu and H. L. Tsai: Heat and mass transfer in gas metal arc welding. Part I: the arc, *Int. J. Heat Mass Transfer*, 2007, **50**, 833–846.
10. M. S. Benilov: Understanding and modelling plasma-electrode interaction in high-pressure arc discharges: a review, *J. Phys. D*. 2008, **41D**, 144001.
11. S. Tashiro, M. Tanaka, K. Nakata, T. Iwao, F. Koshiishi, K. Suzuki, K. Yamazaki: Plasma properties of helium gas tungsten arc with metal vapour, *Q. J. Jpn Weld. Soc.*, 2006, **24**, 143–148.
12. P. Zhu, J. J. Lowke, R. Morrow and J. Haidar: Prediction of anode temperatures of free burning arcs, *J. Phys. D*, 1995, **28D**, 1369–1376.
13. M. Masquere, P. Freton and J. J. Gonzalez: Theoretical study in two dimensions of the energy transfer between an electric arc and an anode material, *J. Phys. D*, 2007, **40**, 432–446.
14. V. A. Nemchinskii and L. N. Peretts: Anode sheath in a high-pressure, high-current arc, *Sov. Phys. Tech. Phys.*, 1977, **22**, (9), 1083–1087.
15. H. A. Dinulescu and E. Pfender: Analysis of the anode boundary layer of high intensity arcs, *J. Appl. Phys.*, 1980, **51**, (6), 3149–3157.
16. V. A. Nemchinsky: Plasma parameters near a small anode in a high-pressure arc (gas metal arc welding), *J. Phys. D*, 1994, **27D**, 2515–2521.
17. J. Jenista, J. V. R. Heberlein and E. Pfender: Numerical model of the anode region of high-current electric arcs, *IEEE Trans. Plasma Sci.*, 1997, **25**, (5), 883–890.
18. I. V. Krivtsun: Model of evaporation of metal in arc, laser and laser-arc welding, *Paton Weld. J.*, 2001, **3**, 2–9.
19. F. G. Baksht, G. A. Duzhev, N. K. Mitrofanov, S. M. Shkolnik, V. G. Juriev: Probe measurements in low temperature dense plasma with high ionization degrees, *ZhTF*, 1973, **43**, 2574–2583.
20. F. Chen: Electrical probe, in *Plasma diagnostic techniques*, (ed. R. Haddstone and S. Leonard), S.94-164; 1967, Moscow, Mir.
21. H. R. Griem: High-density correction in plasma spectroscopy, *Phys. Rev.*, 1962, **128**, 997–1001.
22. C. J. Knight: Theoretical modeling of rapid surface vaporization with back pressure, *AIAA J.*, 1979, **17**, (5), 519–523.
23. N. A. Sanders and E. Pfender: Measurement of anode falls and anode heat transfer in atmospheric pressure high intensity arcs, *J. Appl. Phys.*, 1984, **55**, (3), 714–722.
24. O. H. Nestor: Heat intensity and current density distributions at the anode of high current, inert gas arcs, *J. Appl. Phys.*, 1962, **33**, (5), 1638–1648.

## 1.1.13. MODELLING OF ELECTROMAGNETIC PROCESSES IN SYSTEM «WELDING ARC–EVAPORATING ANODE» Part 2: Model of arc column and anode metal\*

I. KRIVTSUN, V. DEMCHENKO, O. LISNYI, I. KRIKENT, P. PORYTSKY,  
U. REISGEN, O. MOKROV, A. ZABIROV, V. PAVLYK

**Introduction.** The first part of this study [1] describes the structure of a complex mathematical model of physical processes occurring in the «welding arc–evaporating anode» system and considers in detail a model of the electric charge transfer processes in the anode region of the electric arc with an evaporating metallic anode. This model allows determining the anode potential drop, which is negative for most of welding arcs depending on the material and temperature on the anode surface, shield gas type, electrons’ temperature in the near anode plasma and current density in the anode.

Within the scope of this approach, the anode arc plasma actually consists of two main regions: non-equilibrium region (anode region or Knudsen layer) and equilibrium region (gas dynamic region), for which the former plays the part of a discontinuity surface. It means that electrical potential drop exists between the arc plasma column and the anode surface (anode potential drop), which is usually ignored in most part of publications dealing with complex modeling of the electric arc, including the welding one, allowing for the processes occurring in the bulk and on the surface of anode [2–5].

The purpose of the second part of the study consists in the development of a self-consistent mathematical model for peculiar pass analysis of the electromagnetic processes in the arc column plasma and in the bulk of the anode, with allowance for the anode potential drop, as well as numerical investigation of the said processes for conditions of gas metal arc (GMA) and plasma welding of steels in inert gas (Ar).

### Mathematical model of electromagnetic processes in «welding arc–evaporating anode» system.

While analysing the electric charge transfer processes in the «arc column–anode region–evaporating anode» system, two variants of this system are considered, as shown in Fig. 1, by assuming the presence of axial symmetry. In this case, standard equations [5, 6] can be used to describe the electromagnetic processes occurring in the arc column plasma and in the bulk of the anode: Equation of continuity of the electric current

$$\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left( r \sigma \frac{\partial \phi}{\partial r} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left( \sigma \frac{\partial \phi}{\partial z} \right) = 0, \quad (1)$$

where

$$\phi(r, z) = \begin{cases} \phi_p(r, z) & \text{(in arc column plasma)} \\ \phi_m(r, z) & \text{(in anode metal)} \end{cases}$$

is the spatial distribution of potential of the electric field;

$$\sigma(r, z) = \begin{cases} \sigma_p(r, z) & \text{(in arc column plasma)} \\ \sigma_m(r, z) & \text{(in anode metal)} \end{cases}$$

is the spatial distribution of specific electric conductivity of the environment.

- Local Ohm’s law

$$j_r = -\sigma \frac{\partial \phi}{\partial r}; \quad j_z = -\sigma \frac{\partial \phi}{\partial z}, \quad (2)$$

where  $j_r$  and  $j_z$  are radial and coaxial components of the current density in considered system.

Equation for finding induction of the magnetic field of the arc current

$$B_\phi(r, z) = \frac{4\pi}{cr} \int_0^r j_z(\xi, z) \xi d\xi, \quad (3)$$

where  $c$  is the velocity of light.

To solve differential equation (1) for the arc column plasma and bulk of the anode, it is necessary to set appropriate boundary conditions. Standard boundary conditions (Fig. 1) described in detail, e.g. in Refs. 5 and 7, were chosen for the external boundaries of the calculation domain. Now, it is necessary to set conditions for boundaries of the anode region with the arc column and anode surface (droplet or weld pool). Given that thickness of the anode region is small, it can be regarded as interface  $\Gamma_a$  (Fig. 1) between the arc column plasma and anode surface, allowing for the presence of a corresponding jump of the electric potential at this interface. With such an approximation, the boundary condition at interface  $\Gamma_a$  can be written down as follows

$$\phi_p|_{\Gamma_a} - \phi_m|_{\Gamma_a} = \phi^0(j_a), \quad (4)$$

where  $\phi^0$  is the value of the potential jump determined at each point of the above interface from equation (7) in Ref. 1, where  $j_a$  is the current density on the anode surface.

When developing methods for numerical solution of the problem of electric charge transfer processes in the given system, it is expedient to use computational algorithms of the shock capturing method, i.e. the algorithms that have the same uniform structure over the entire calculation domain. Such algorithms do not only

\*Science and Technology of Welding and Joining. — 2010. — Vol. 15, № 6. — P. 463–467.

allow simplification of the software development but also substantial reduction in the scopes of calculations compared with algorithms, which, when numerically implemented, use the explicit form of the conditions of conjugation of solutions at interface between the environments. Achievement of the above purpose requires that equations of the mathematical model of the electric charge transfer processes, which were initially written down in the form of equation (1) for the arc column plasma and anode metal, be reformulated using the generalised function theory. From the physical point of view, the generalised equations for the electric charge transfer imply, first of all, the generalised charge conservation law and generalised Ohm's law for a discontinuous electric potential.

Introduce  $\Omega = \Omega_p \cup \Omega_m \subset R_n$  as a problem solution region, where  $\Omega_p$  and  $\Omega_m$  are the subregions of the arc column plasma and anode metal respectively. Designate, as above, the interface between subregions  $\Omega_p$  and  $\Omega_m$  as  $\Gamma_a$  and determine the electric current density in each subregion using the following vector relationships

$$\vec{j}_\beta = -\sigma_\beta \text{grad} \varphi_\beta; \quad \beta = p, m, \quad (5)$$

where  $\varphi_\beta(y)$  and  $\sigma_\beta(y)$  are the electric field potential and specific electric conductivity in the corresponding sub-region ( $\bar{y} \in \Omega_\beta; \beta = p, m$ ) respectively. According to equation (4), the interface conjugation conditions for the electric values relating to the arc column plasma and anode metal can be written down as

$$(j_n)_{\Gamma_a} = 0; \quad (\varphi)_{\Gamma_a} = \varphi^0(j_n|_{\Gamma_a}), \quad (6)$$

where  $j_n$  is the projection of  $\vec{j}$  onto the  $\vec{n}$  normal (towards the arc column) to the said interface and  $(\dots)_{\Gamma_a}$

is the symbol of the function jump at interface  $\Gamma_a$ , calculated in a direction opposite to the above one.

Let  $u(\bar{y})$  be some piecewise smooth function determined in  $\Omega$  with a discontinuity of the first kind at interface  $\Gamma_a$ . Then, the generalised gradient operator of such a function can be set as follows

$$\text{GRAD}_- u = \text{GRAD}_+ u + \vec{n}(u)_{\Gamma_a} \delta(\Gamma_a), \quad (7)$$

where  $\delta(\Gamma_a)$  is the Dirac delta function concentrated at  $\Gamma_a$ , and  $\text{GRAD}_+ u$  coincides with  $\text{grad} u$  in the subregion  $\Omega_\beta (\beta = p, m)$ . For the vector function  $\vec{q}(\bar{y})$  differentiated in  $\Omega_\beta (\beta = p, m)$  and preserving continuous projections onto the  $\vec{n}$  normal to  $\Gamma_a$ , one can enter generalised divergence operator  $\text{DIV}_+ \vec{q} = \text{div} \vec{q} (\bar{y} \in \Omega_\beta)$ . Using these operators, the electric charge transfer processes in the entire  $\Omega$  region can be described by a system of the first order differential equations written down in generalised derivatives

$$\begin{cases} \text{DIV}_+ \vec{j} = 0; \\ \text{GRAD}_- \varphi = \frac{1}{\sigma} \vec{j} + \vec{n} \varphi^0(j_n|_{\Gamma_a}) \delta(\Gamma_a). \end{cases} \quad (8)$$

The first equation in this system is a generalised charge conservation law, and the second is a gener-

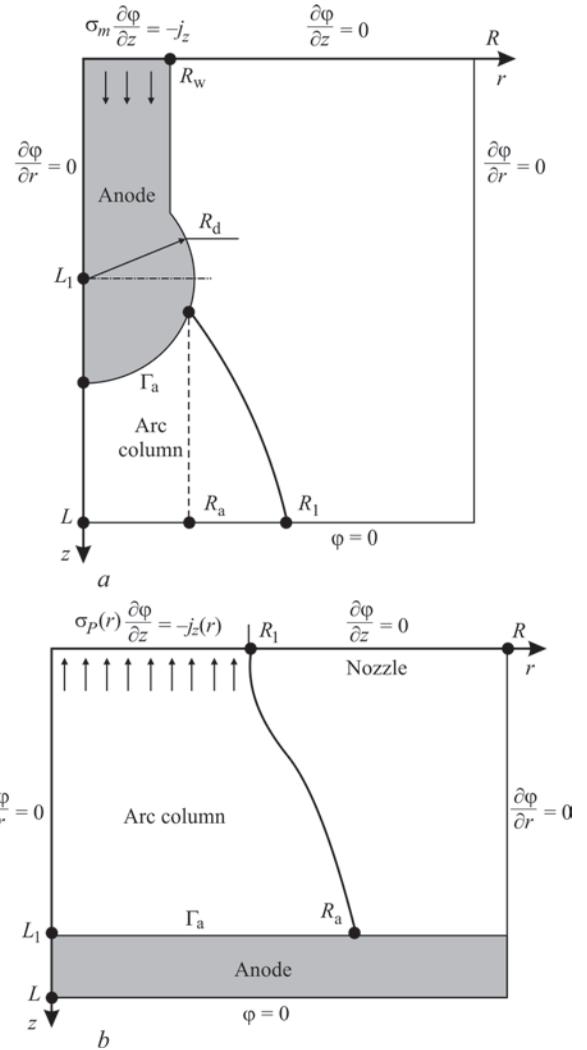


Fig. 1. Schemes of calculation domain and boundary conditions for electric charge transfer problem in «welding arc–evaporating anode» system in *a* GMA and *b* plasma transferred arc (PTA) welding, where  $R_w$  is wire radius,  $R_d$  is droplet radius,  $R_a$  is radius of anode region of arc,  $R_1$  is radius of arc column in border of calculation area (for PTA, radius of plasma nozzle) and  $R$  and  $L$  are radius and length of calculation area respectively

alised Ohm's law, written down for a discontinuous electric field potential. Note that equation (8) should be understood as an equality of functionals determined in corresponding functional spaces.

Numerical solution of the electric charge transfer problem in its generalised statement (equation (8)) can be found using a homogeneous difference scheme (shock capturing method), which is constructed as follows. Grid  $\omega_h = (x_{1i} = ih_1, x_{2j} = jh_2)$  is introduced into the  $\Omega$  region (to simplify the form of writing, further statements will be represented by two spatial Cartesian variables  $x_1$  and  $x_2$ ). Furthermore, the  $\Gamma_a$  interface is approximated on grid  $\omega_h$  by a broken line in the form of segments, which are parallel to coordinate axes. Using the integro-interpolation method (method of balance on a cell of grid  $\omega_h$ ), equations (8) can be compared with the following grid analogue

$$\Delta \varphi = \psi, \quad (9)$$

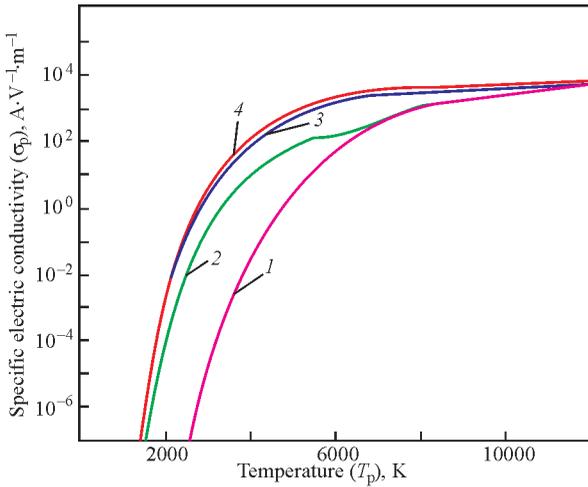


Fig. 2. Specific electric conductivity of atmospheric pressure Ar-Fe plasma: 1 — pure Ar; 2 — concentration of Fe atoms is  $10^{20} \text{ m}^{-3}$ ; 3 —  $10^{21} \text{ m}^{-3}$ ; 4 —  $10^{22} \text{ m}^{-3}$

where  $\Delta\phi$  is the five-point grid operator of the  $\Delta\phi = (a\phi_{\bar{x}_1})_{x_1} + (b\phi_{\bar{x}_2})_{x_2}$  kind, where  $\phi_{\bar{x}_n}, \phi_{x_n}$  are the left and right differences respectively, with respect to variable  $x_n (n = 1, 2)$ . Factors  $a$  and  $b$  of operator  $\Delta\phi$  are defined as inverse values to the average grid resistances calculated from the corresponding grid cells. Potential jump  $\phi^0(j_n|_{\Gamma_a})$  in the anode region is allowed for the term  $\psi$  in the right part of grid equation (9).

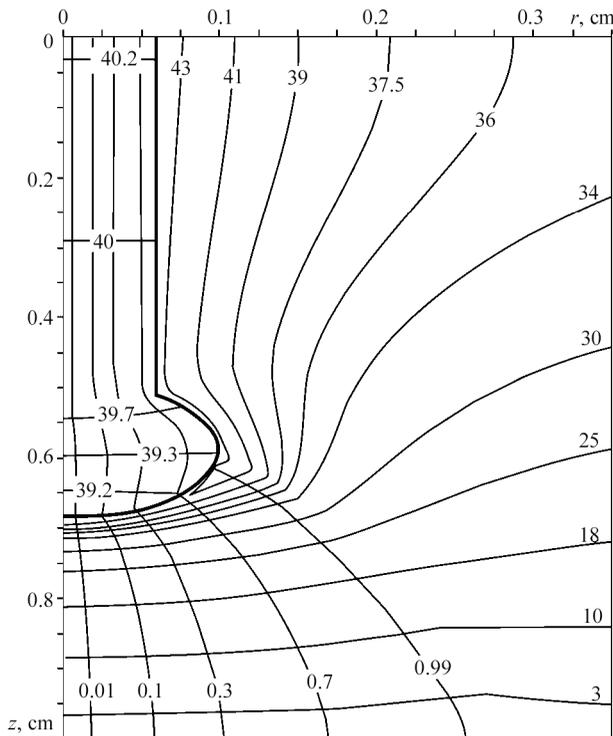


Fig. 3. Lines of equal potential values and current lines  $2\pi \int_0^{R_j} j_z r dr / I = \gamma = 0.01 \dots 0.99$  in «welding arc–evaporating anode» system in GMA welding

**Results and discussion.** The software was developed, and numerical analysis of the electric charge transfer processes in the «welding arc–evaporating anode» system was carried out for conditions of GMA and plasma welding of iron based alloys in argon atmosphere on the basis of the above mathematical model and computational algorithm suggested for its numerical implementation. In these calculations, the several model temperature distributions of arc column plasma were chosen (it simulated the welding condition of GMA and plasma arc welding), and the arc column plasma was assumed to contain 10 % of metal vapour.

In the first case, the following parameters were chosen for the system under consideration (Fig. 1, a):  $R_w = 0.6 \text{ mm}, R_d = 1.0 \text{ mm}, R_a = 1.0 \text{ mm}, R_1 = 3.0 \text{ mm}, R = 5.0 \text{ mm}, L_1 = 5.8 \text{ mm}, L = 10.0 \text{ mm}$  and  $I = 200 \text{ A}$ . The distribution of temperature in the arc column plasma was set by the following relationships

$$T_p(r, z) = T_{00} \exp[-a^4(z)r^4] + T_0;$$

$$a(z) = -\frac{1}{r_{\sigma 0}(z)} \left( \ln \frac{T_{\sigma 0} - T_0}{T_{00}} \right)^{1/4};$$

$$R_{\sigma 0}(z) = \frac{R_1^2 - R_a^2}{L - L_1} \left( z - \frac{LR_1^2 - L_1 R_a^2}{R_1^2 - R_a^2} \right)^{1/2},$$
(10)

where  $T_{00} = 10000 \text{ K}, T_0 = 300 \text{ K}$  and  $T_{\sigma 0} = 5300 \text{ K}$  and temperature of the anode (droplet) surface was chosen to be equal to the boiling point of iron, i.e.  $T_s = T_b = 3133 \text{ K}$ . The spatial distribution of electric conductivity of the arc plasma  $\sigma_p(r, z)$  was calculated from equation (10) using corresponding temperature dependencies  $\sigma_p(T_p)$  for different compositions of the Ar-Fe plasma, as shown in Fig. 2. The electric conductivity of the anode metal (low carbon steel) was chosen to be constant and equal to  $\sigma_p = 7.7 \cdot 10^5 \text{ } \Omega^{-1} \cdot \text{m}^{-1}$ .

Distributions of the electric potential and current line in such a system are shown in Fig. 3. An important circumstance here is that the obtained numerical solution makes it possible to evaluate the size of the zone of anode binding of the electric arc to a molten metal droplet, as well as current density distribution in this zone, by allowing for the potential drop in the anode region  $U_a$ , the calculated value of which in this case is  $-2 \text{ V}$ . This is one of the basic differences of the suggested model of the electric charge transfer processes in GMA welding from other models described, for example in Refs. 3 and 5.

To model the electromagnetic processes in the «welding arc–evaporating anode» system for the conditions of plasma welding of steels in argon atmosphere (Fig. 1, b), the following parameters were set for the system:  $R_1 = L_1 = 2 \text{ mm}, R = 10 \text{ mm}, L = 4 \text{ mm}, R_a = 3 \text{ mm}$  and  $I = 200 \text{ A}$ . The distribution of temperature in the arc column plasma was set as follows

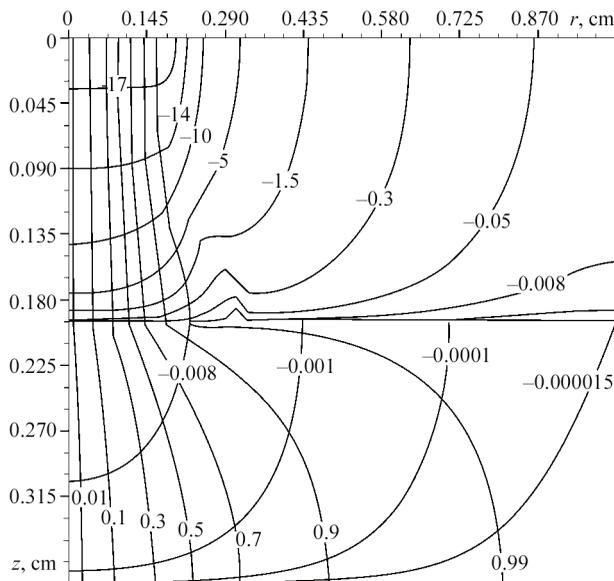


Fig. 4. Lines of equal potential values and current lines  $2\pi \int_0^{R_1} j_z r dr / I = \gamma = 0.01 \dots 0.99$  in «welding arc–evaporating anode» system in PTA welding

$$T_p(r, z) = \left\{ T_{00} \left[ 1 - \left( \frac{r}{R_1} \right)^2 \right] + T_0 \right\} \alpha(z) + [T_{0L_1} \exp(-a^4 r^4) + T_0] [1 - \alpha(z)]; \quad (11)$$

$$\alpha(z) = 1 - \frac{z}{L_1}; \quad a = -\frac{1}{R_a} \left( \ln \frac{T_{\sigma 0} - T_0}{T_{0L_1}} \right)^{1/4},$$

where  $T_{00} = 20000$  K,  $T_0 = 300$  K,  $T_{0L_1} = 8000$  K and  $T_{\sigma 0} = 5300$  K, and distribution of temperature on the anode surface was chosen to be as follows

$$T_s(r) = T_{s0} \exp(-b^2 r^2) + T_0; \quad b = -\frac{1}{R_a} \left( \ln \frac{T_M - T_0}{T_{s0}} \right)^{1/2}, \quad (12)$$

where  $T_{s0} = 2500$  K and  $T_M = 1773$  K. Specific electric conductivities of the plasma and metal were determined as described above.

Spatial distributions of the electric potential and current line in the given system are shown in Fig. 4. Figure 5 shows distribution of the electric potential of the arc plasma in the zone of anode binding of the arc relative to the anode surface. As follows from the calculation data given in this figure, the anode potential drop is negative ( $U_a = -\varphi^0 \approx -3$  V). It has its minimum (by an absolute value) on the arc axis and slightly increases in a direction to the anode region periphery, where it sharply falls to zero. According to equation (2), this means that the electric current vector at the boundary between the anode region and arc column has a negative radial component near the system axis (i.e. the electric current flows down to the discharge axis), whereas on the periphery of the zone of anode binding of the arc, the current spreads out.

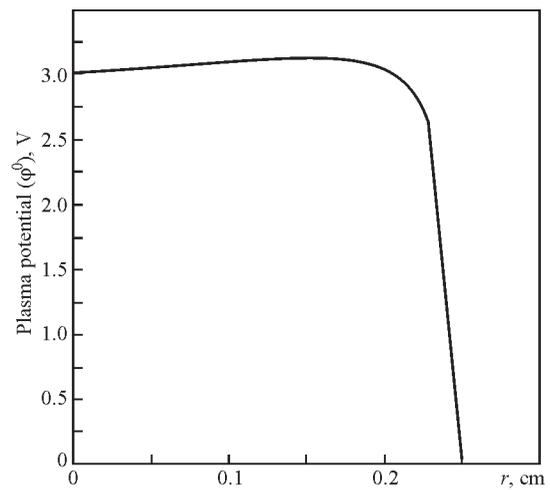


Fig. 5. Radial distribution of arc column plasma potential (in front of anode boundary layer) relative to anode surface potential in PTA welding

Therefore, contraction of the arc takes place under the conditions considered.

### Conclusion

The mathematical model of electromagnetic processes in the «arc column–anode region–evaporating anode» system, allowing for the potential drop in the anode region of the arc, was formulated. The algorithm for solving the problem of the electric charge transfer in the given system by the shock capturing method and software for computer modelling of the electromagnetic processes were developed for different arc welding methods.

**Acknowledgement.** The study was completed under the collaborative research project «Development of self-consistent physical-mathematical models of energy, mass and electric charge transfer processes in the «Droplet–anode layer–arc column» system in GMA welding» (DFG-Project no. DI 434/83-1).

1. I. Krivtsun, V. Demchenko, O. Lisnyi, I. Krikent, P. Porytsky, U. Reisgen, O. Mokrov, A. Zabirow and V. Pavlyk. Modelling of electromagnetic processes in system «welding arc–evaporating anode». Part I: model of the anode region, *Sci. Technol. Weld. Join.*, to be published.
2. J. J. Lowke, R. Morrow and J. Haidar. A simplified unified theory of arcs and their electrodes, *J. Phys. D*, 1997, **30D**, 2033–2042.
3. H. G. Fan and R. Kovacevic. A unified model of transport phenomena in gas metal arc welding including electrode, arc plasma and molten pool, *J. Phys. D*, 2004, **37D**, 2531–2544.
4. H. Nishiyama, T. Sawada, H. Takana, M. Tanaka and M. Ushio. Computational simulation of arc melting process with complex interactions, *ISIJ Int.*, 2006, **46**, (5), 705–711.
5. J. Hu and H. L. Tsai. Heat and mass transfer in gas metal arc welding. Part I: the arc, *Int. J. Heat Mass Trans.*, 2007, **50**, 833–846.
6. K. C. Hsu, K. Etemadi and E. Pfender. Study of the free-burning high-intensity argon arc, *J. Appl. Phys.*, 1983, **54**, (3), 1293–1301.
7. J. Jenista, J. V. R. Heberlein and E. Pfender. Numerical model of the anode region of high-current electric arcs, *IEEE Trans. Plasma Sci.*, 1997, **25**, (5), 883–890.
8. V. F. Demchenko, V. A. Pavlyk, U. Dilthey, et al. Problems of heat, mass and charge transfer with discontinuous solutions, *Eur. J. Appl. Math.*, to be published.

### 1.1.14. PROBLEMS OF HEAT-, MASS- AND CHARGE-TRANSFER WITH DISCONTINUOUS SOLUTIONS\*

V. F. DEMCHENKO, V. O. PAVLYK, U. DILTHEY, I. V. KRIVTSUN, O. B. LISNYI, V. V. NAKVASYUK

**1. Introduction.** Discontinuities of distributed characteristics of fields (temperature, concentration, electric potential, pressure, etc.) in mathematical descriptions of different physical processes can be caused by different factors. The most common version of a discontinuous solution applies to the development of mathematical models of the transfer processes in layered inhomogeneous media, having a thin (compared with characteristic geometrical sizes of the media), low-permeable interlayer at contact boundary between the media. When contact problems of this kind are solved numerically, including thin interlayers into the region of solutions, it requires an unjustifiable mesh refinement. Therefore, a simplified model of an interlayer is developed for such cases, as this model allows this interlayer to be excluded from the region of solution of a differential problem. Conditions of conjunction of a solution at interface between the layered inhomogeneous media, present in a classic statement of the problems of heat, mass and charge transfer, require approximation of normal components of vectors of the specific substance flows in the case of the numerical solution, which involves certain difficulties in construction and realisation of calculation algorithms. From this standpoint, it is expedient to reformulate the classic statements of the corresponding problems, so that the transfer processes can be uniformly described for the entire multilayer system as a whole, and that the interface conditions as an attribute of mathematical formulation of a problem can be excluded. This study is dedicated to the development of these generalised models for characteristic problems of heat, mass and charge transfer with a discontinuous solution.

**2. Discontinuous solution models.** The development of models of an interlayer is based, as a rule, on a quasi-unidimensional character of the process of transfer of a substance through the interlayer. A characteristic example of a model of the interlayer is a problem of a non-ideal heat contact of two heat-con-

ducting bodies [1]. The model of the interlayer of non-ideally contacting media is developed on the basis of an assumption that heat transfer through this interlayer occurs in a normal direction to the contact boundary, and that it is unidimensional and stationary. With these hypotheses, a jump of temperature  $[T]_{\Gamma}$  (hereinafter the jump of function  $f(\bar{x})$  at boundary  $\Gamma$  is designated as  $[f]_{\Gamma}$ ) at interfaces between the interlayer and the heat-conducting media it separates is proportional to projection of the heat flow vector,  $\vec{w} = -\lambda \vec{\nabla} T$ , onto a direction of normal  $\vec{n}$  to boundary  $\Gamma$ , i.e.

$$[T]_{\Gamma} = -R w_n|_{\Gamma}, \tag{2.1}$$

where  $R = \delta_p / \lambda_p$  stands for the surface heat resistance determined through thickness  $\delta_p$  and thermal conductivity  $\lambda_p$  of the interlayer. In condition (2.1),  $[T]_{\Gamma}$  means  $T|_{\Gamma_+} - T|_{\Gamma_-}$  where  $\Gamma_+$  is the side of surface  $\Gamma$  looking in the direction of normal  $\vec{n}$ . The validity of using of such type of effective boundary conditions was studied recently in [2], where the generalised boundary condition of a kind of non-ideal thermal contact was derived from the asymptotic theory.

Note that expression (2.1) is invariant for selection of the direction of normal  $\vec{n}$ . Specific peculiarity of the model of a non-ideal contact of type consists in the fact that  $\text{sign } [T]_{\Gamma} = \text{sign}(\vec{\nabla} T)_n|_{\Gamma}$ . Therefore,  $R > 0$  in condition (2.1). We will call this type of solution as discontinuity a direct jump (Figure 1, a), in contrast to the inverse jump, which will be considered below. In practical applications, the interlayer may have a complex internal structure with heat-conducting properties, which are hard to identify. In such cases, the heat resistance of the interlayer  $R$  is determined experimentally. Contact problems of thermal conductivity with such type of the interlayer model are not an exception. Similar problems arise in subsurface hydrodynamics, which studies filtration of subterranean waters through thin, low-permeability interlayers, in contact problems of interaction of the electric fields in layered heterogeneous media and in other applications. The other variant of discontinuity of the unknown function at an internal boundary of the solution region is a case of the problem associated with calculation of scalar potential  $\phi$  of the electromagnetic field in the «anode-arc plasma» system. A thin near-anode layer exists at the interface between

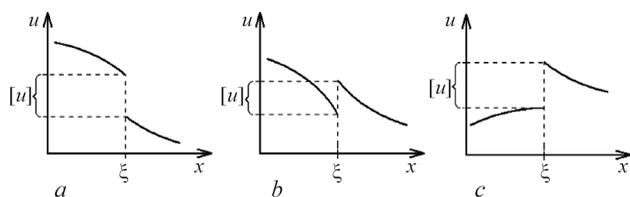


Fig. 1. Schemes of discontinuity of solution at point (a) direct jump, (b) inverse jump and (c) combined jump

\*European Journal of Applied Mathematics. — 2011. — Vol. 22. — Issue 04. — № 8. — P. 365–380.

the metal anode and electric arc plasma. According to the generalised Ohm's law, the electric current in this layer can be directed opposite to the vector of intensity of the electric field [3]. A simplified model of the near-anode layer is suggested in [4]. According to this model, jump  $[\varphi]_\Gamma$  of potential of the electric field in this layer is in a non-linear dependence upon the value of component  $j_n|_\Gamma$ , normal to the anode boundary, of the vector of electric current density,  $\vec{j} = -\sigma\vec{\nabla}\varphi$ , where  $\sigma$  is the specific electrical conductivity, i.e.

$$[\varphi]_\Gamma = G(j_n|_\Gamma). \quad (2.2)$$

It is assumed in this case that  $j_n|_\Gamma$  remains continuous at boundary  $\Gamma$  of contact of the anode with plasma. Unlike model (2.1) of a non-ideal contact, model of the anode layer (2.2) does not only make the problem of calculation of potential  $\varphi$  non-linear but also leads to the other type of the solution jump, i.e. the so-called inverse jump, the unidimensional variant of which is schematically shown in Figure 1, *b*. In this case, the following relationship is met between the signs of  $[\varphi]_\Gamma$  and  $(\vec{\nabla}\varphi)|_\Gamma$ :  $\text{sign}[\varphi]_\Gamma = -\text{sign}(\vec{\nabla}\varphi)|_\Gamma$ , and it is this relationship that justifies the «inverse jump» term.

The problem of distributive diffusion gives another example of the solution jump. This problem arises in the description of segregation of solute impurities in the processes of solidification of alloys. Within the frames of the so-called modified Stephan's problem [5], the condition of conjunction of solutions at interface  $\Gamma$  between the phases has the following form:

$$C_s|_{\Gamma_-} = \chi C_l|_{\Gamma_+}, \quad (2.3)$$

where  $C_s$  and  $C_l$  are the concentrations of an impurity in the solid and liquid phases, respectively, and  $\chi$  is the distribution coefficient (segregation coefficient), which meets condition  $0 < \chi < 1$  for the majority of alloys. If the lines on a phase diagram of a binary alloy are straight, then  $\chi = \text{const}$ , otherwise  $\chi = \chi(C)$  and the problem becomes non-linear. In what follows, we will consider  $\chi = \text{const}$ , which corresponds to a linearised phase diagram. Condition (2.3) can be re-written to have the following form:  $[C]_\Gamma = (1-\chi)C_l|_\Gamma$ , i.e. at interface  $\Gamma$ , the jump of the concentrations is proportional to the concentration of the impurity in one of the phases. We will call this jump as a combined jump, meaning that it is direct with respect to the direction of the concentration gradient in the solid phase, and inverse with respect to the gradient in the liquid phases (see Figure 1, *c*).

**3. Generalised formulations of problems with discontinuous solutions.** Let  $R_n$  be the  $n$ -dimensional Euclidean space,  $\vec{x} = \{x_1, x_2, \dots, x_n\}$  — the Cartesian coordinates,  $\Omega \subset R_n$  — the region of solution of

a problem, which is assumed to be two-layer to simplify the writing:  $\Omega = \Omega_1 \cup \Omega_2$ , and  $\Gamma$  — interface between sub-regions  $\Omega_1$  and  $\Omega_2$ . Identify variables relating to sub-regions  $\Omega_1$  and  $\Omega_2$  by indices 1 and 2, respectively. Designate the unknown solution of the problem as  $u(\vec{x})$ , and the specific flow of a substance as  $\vec{q}(\vec{x})$ . Consider function  $u(\vec{x})$  to be sufficiently smooth everywhere in  $\Omega$ , except maybe for interface  $\Gamma$ , where it experiences jump  $[u(\vec{x})]_\Gamma$ . The jump  $[u(\vec{x})]_\Gamma$  is assumed to be a continuous function of coordinates of interface  $\Gamma$ . Define the specific flow in each of the sub-regions  $\Omega_1$  and  $\Omega_2$  as follows:  $\vec{q}_m = -k_m\vec{\nabla}u_m$ ,  $m = 1, 2$ , assuming that operator  $\vec{\nabla}$  is determined in classic interpretation as a function of point  $\vec{x} \in \Omega_1, \Omega_2$ . Assume also that coefficients  $k_m(\vec{x})$ ,  $m = 1, 2$  are sufficiently smooth such that they meet the condition  $k_m(\vec{x}) \geq C > 0$ . Assume that functions  $u_m(\vec{x})$  (e.g. temperature, potential of the electric field) in each of the sub-regions  $\Omega_m$  meet the following equations:

$$\nabla(k_m\vec{\nabla}u_m) = f_m(\vec{x}), \quad \vec{x} \in \Omega_m, \quad m=1,2. \quad (3.1)$$

Assume that the specific flow vector component normal to  $\Gamma$  is continuous, i.e.

$$q_{1n}|_{\Gamma_+} = q_{2n}|_{\Gamma_-}. \quad (3.2)$$

For the non-ideal contact model (2.1), the second condition of conjunction of solutions at interface  $\Gamma$  can be written in the following form:

$$[u]_\Gamma = -R(\vec{x})q_n|_\Gamma, \quad \vec{x} \in \Gamma. \quad (3.3a)$$

In a linear statement of the problem for calculation of potential of the electric field, in contrast to (2.2), assume that the difference of potentials  $[u]_\Gamma$  is set at interface  $\Gamma$  as a function of coordinates of interface  $\Gamma$ :

$$[u]_\Gamma = g(\vec{x}), \quad \vec{x} \in \Gamma. \quad (3.3b)$$

Assume that certain boundary conditions, the specific form of which is of no importance for further description, are met at external boundary  $\partial\Omega$  of region  $\Omega$ , and suppose that there is also a unique solution of the problem in the classic statement. Define functions  $u(\vec{x})$ ,  $\vec{q}(\vec{x})$ ,  $\partial u/\partial x_i$ ,  $k(\vec{x})$  in  $\Omega$ , which exist everywhere in  $\Omega$  as functions of a point, except for interface  $\Gamma$ , in the following form:  $\psi(\vec{x}) = \psi_m(\vec{x})$ ,  $\vec{x} \in \Omega_m$ , where  $\psi(\vec{x})$  is one of the above functions. The generalised partial derivatives  $D/Dx_i$  of function  $u(\vec{x})$  in region  $\Omega$  are defined as follows:

$$\frac{Du}{Dx_i} = \frac{\partial u}{\partial x_i} + [u]_\Gamma^{(i)}\gamma_i\delta(\Gamma), \quad \vec{x} \in \Gamma, \quad (3.4)$$

where  $[u]_\Gamma^{(i)}$  is the solution jump reached by function  $u(\vec{x})$  in a direction of axis  $0x_i$  (assume further on that  $[u]_\Gamma^{(i)} = [u]_\Gamma$ ,  $i = \overline{1, n}$ ),  $\gamma_i = \cos(\vec{n}, \vec{x}_i)$  are the direction cosines of normal to  $\Gamma$ ,  $\delta(\Gamma)$  is the Dirac's delta-function concentrated on hypersurface  $\Gamma$  of the  $(n-1)$ th

measure. Using (3.4), introduce a generalised gradient  $GRAD_{-}$  of discontinuous function  $u(\bar{x})$  in  $\Omega$ :

$$GRAD_{-}u = \bar{\nabla}u + \bar{n}[u]_{\Gamma} \delta(\Gamma). \quad (3.5)$$

As  $-k\bar{\nabla}u = \bar{q}(\bar{x})$ , it follows from (3.5) that

$$GRAD_{-}u = -\rho\bar{q} + \bar{n}[u]_{\Gamma} \delta(\Gamma), \quad (3.6)$$

where  $\rho(\bar{x}) = k^{-1}(\bar{x})$  is the specific resistance of a medium.

*Non-ideal heat contact (direct jump).* Eliminate  $[u]_{\Gamma}$  from (3.6) using the contact model (3.3a). Thus, we will have:  $-GRAD_{-}u = \rho\bar{q} + \bar{n}Rq_n\delta(\Gamma)$ . Vector  $\bar{n}q_n$  can be described as follows:  $\bar{n}q_n = P\bar{q}$ , where  $P$  is the second-rank tensor, components  $p_{ij}$  of which can be expressed in terms of the direction cosines of normal  $n$  as follows:  $p_{ij} = \gamma_i\gamma_j$ . Finally, it holds that

$$GRAD_{-}u = \Xi\bar{q}, \quad (3.7)$$

where  $\Xi = E\rho + R\delta(\Gamma)P$ , and  $E$  is the unit tensor. Relationship (3.7) can be interpreted as a generalised phenomenological law (Fourier's, Fick's, Darcy's or Ohm's law) formulated for discontinuous potential  $u(\bar{x})$ . As follows from (3.7), the non-ideal contact of conducting media induces local anisotropy of conducting properties of a medium at contact boundary  $\Gamma$  (orthotropy, if  $\Gamma$  is a plane parallel to coordinate axes, or if the direction of normal to  $\Gamma$  coincides with the direction of the specific flow vector). Note that the phenomenological law in a classic statement permits two equivalent forms of writing down of the specific flow: in terms of specific conductivity ( $\bar{q} = -k\bar{\nabla}u$ ), or in terms of specific resistance ( $\rho\bar{q} = -\bar{\nabla}u$ ) of a medium. Using the first of them in the conservation law,  $-\bar{\nabla}\bar{q} = f$ , yields as a rule the second-order equation of the type (3.1). The generalised phenomenological law (3.7) permits only one form, as the function inverse to the delta function has no mathematical meaning [6]. In this connection, the generalised statement of the problem for the calculation of the discontinuous potential should be based on a mathematical description of the transfer process, which is absolutely natural from the physical standpoint, in the form of a system of the first-order equations, one of which (scalar) is a generalised law of conservation of a substance, and the second (vector) is a generalised phenomenological law:

$$\begin{cases} -DIV_{+}\bar{q} = f, \\ -GRAD_{-}u = \Xi\bar{q}, \end{cases} \quad (3.8)$$

where  $DIV_{+}$  is the divergence operator determined for the class of vector-functions  $\bar{q}(\bar{x}) \in \bar{W}_2^1(\Omega)$ . Use of a generalised divergence operator in (3.8) is required because components  $q_i(\bar{x})$  of vector  $\bar{q}(\bar{x})$  at interface  $\Gamma$  are the discontinuous functions. Therefore, the generalised solution of the problem of a non-ideal contact implies a pair of functions, i.e. vector  $\bar{q}(\bar{x})$  and scalar  $u(\bar{x})$ , which meet equation (3.8) and corre-

sponding boundary conditions in terms of the theory of generalised functions (we deliberately omit here the required mathematical formalism, trying to maintain a physical clarity of the formulations suggested). The generalised formulation of the non-stationary problem of a non-ideal heat contact of two media can naturally result from (3.8), provided that the non-stationary term  $c_p \frac{\partial u}{\partial t}$ , where  $c_p$  is the specific heat and  $t$  is the time, is taken into account in the law of conservation of energy.

Equation (3.8) also has a useful result for consideration of the problem with boundary conditions of the third kind. Let a heat exchange (heat transfer) condition be set at boundary  $\partial\Omega$  following the Newton-Richman law:

$$-\lambda \frac{\partial u}{\partial n} \Big|_{\partial\Omega} = \alpha(u|_{\partial\Omega} - u_C), \quad (3.9)$$

where  $u_C$  is the temperature of an external medium, where the heat exchange process takes place. Condition (3.9) can be interpreted as a non-ideal heat contact of a body with the external medium, and contact heat resistance  $R = \alpha^{-1}$  can be allowed for in the generalised Fourier's law (3.7) by replacing here the boundary condition of the third kind (3.9) by the boundary condition of the first kind,  $u|_{\partial\Omega} = u_C$ .

*Charge transfer in «anode-arc plasma» system (inverse jump).* In the case of an inverse solution jump, which, for example, forms an anode layer at the arc plasma and metal anode interface, the generalised equations in a linear statement, which describe distribution of potential of the electric field in such a two-layer medium, can be written down, using expression (3.6) as a generalised Ohm's law, as follows:

$$\begin{cases} -DIV_{+\bar{q}} = f, \\ -GRAD_{-}u = \rho\bar{q} - \bar{n}[u]_{\Gamma} \delta(\Gamma). \end{cases} \quad (3.10)$$

It is implied in (3.10) that the potential jump  $[u]_{\Gamma}$  at the boundary  $\Gamma$  is set as a function of the boundary coordinates of  $\Gamma$ , in accordance with (3.3b).

The generalised solution of the system of equations (3.10), in analogy with (3.8), implies the vector of current density,  $\bar{q}(\bar{x})$ , and scalar potential of the electromagnetic field,  $u(\bar{x})$ , which meet equations (3.10) in terms of the theory of generalised functions, as well as boundary conditions set at  $\partial\Omega$ . It is assumed in (3.10) that  $[u]_{\Gamma}$ , being a function of coordinates of interface  $\Gamma$ , is continuous at  $\Gamma$ . When solving real problems of charge transfer in the «anode-arc plasma» system, it is necessary to allow for non-linear dependence (2.2) of the jump of potential on the current density. The iterative process because of the non-linearity implies solving of linear equations of the type (3.10) at each iteration.

*Segregation of impurity at interface between phases (inverse and combined jump).* A character-

istic example of the problem with a jump, the type of which depends upon the time, is a non-stationary problem of segregation of an impurity during solidification. Consider the generalised formulation of such a problem, first in the one-dimensional statement. Let  $C_s(x, t)$  and  $C_L(x, t)$  be the concentrations of a solute impurity in the solid and liquid phases, respectively, and  $x = \xi(t)$  is interface between the phases, the law of motion of which is assumed to be known. Assume that transfer of substance in each of the co-existing phases occurs by the diffusion mechanism

$$\begin{cases} \frac{\partial C_s}{\partial t} = D_s \frac{\partial^2 C_s}{\partial x^2}, & 0 < x < \xi(t); \\ \frac{\partial C_L}{\partial t} = D_L \frac{\partial^2 C_L}{\partial x^2}, & \xi(t) < x < l, \end{cases} \quad (3.11)$$

where  $D_s$  and  $D_L$  are the diffusion coefficients. The following interface conditions for the concentration fields in the solid and liquid phases are met at the interface between the phases,  $x = \xi(t)$ :

$$\begin{cases} C_s(\xi - 0, t) = \chi C_L(\xi + 0, t), \\ D_s \frac{\partial C_s}{\partial x} \Big|_{x=\xi(t)-0} - D_L \frac{\partial C_L}{\partial x} \Big|_{x=\xi(t)+0} = \\ = \frac{d\xi}{dt} [C_L(\xi + 0, t) - C_s(\xi - 0, t)], \end{cases} \quad (3.12)$$

where  $\chi = \text{const}$  is the distribution coefficient. The first of them corresponds to condition (2.3), and the second corresponds to a local law of conservation of mass at the interface between the phases. In contrast to the cases considered above, not only the unknown function, but also the specific mass flow is discontinuous in the problem of segregation of an impurity at the interface between the media, discontinuity of the flow being proportional to discontinuity of the solution. The discontinuity of the solution in the case under consideration is removable. For this, add new unknown function  $u(x, t)$ , i.e. potential of mass transfer

$$u(x, t) = \begin{cases} u_s(x, t), & 0 < x < \xi(t), \\ u_L(x, t), & \xi(t) < x < l, \end{cases}$$

and re-write equations (3.11) and (3.12) allowing for function  $u(x, t)$

$$\begin{cases} \frac{\partial u_s}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial x} \left( D_s \frac{\partial u_s}{\partial x} \right), & 0 < x < \xi(t); \\ \frac{1}{\chi} \frac{\partial u_L}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial x} \left( \frac{D_L}{\chi} \frac{\partial u_L}{\partial x} \right), & \xi(t) < x < l, \end{cases} \quad (3.13)$$

$$\begin{aligned} u_s(\xi - 0, t) &= u_L(\xi + 0, t); \\ D_s \frac{\partial u_s}{\partial x} \Big|_{x=\xi(t)-0} - \frac{D_L}{\chi} \frac{\partial u_L}{\partial x} \Big|_{x=\xi(t)+0} &= \frac{d\xi}{dt} \frac{1-\chi}{\chi} u(\xi, t). \end{aligned} \quad (3.14)$$

Set functions  $\zeta\{x, t\}$  and  $D_{SL}(x, t)$  in interval  $(0, l)$  as follows:

$$\zeta(x, t) = \begin{cases} 1, & 0 < x < \xi(t), \\ \frac{1}{\chi}, & \xi(t) < x < l; \end{cases} \quad D_{SL}(x, t) = \begin{cases} D_s, & 0 < x < \xi(t), \\ \frac{D_L}{\chi}, & \xi(t) < x < l. \end{cases}$$

Function  $\zeta(x, t)$  can be interpreted as a relative solubility of the co-existing phases. Introduce the generalised partial derivatives  $D/D_x$ ,  $D/D_t$  of the function that experiences discontinuities of the first kind by spatial variable  $x$  and time  $t$ . The discontinuity of the flows of the mass transfer potential in condition (3.14) can be interpreted as a mass source concentrated at boundary  $x = \xi(t)$ . Therefore, the generalised equation of mass transfer in the entire two-phase system can be written down in the following form

$$\begin{aligned} \zeta \frac{\partial u}{\partial t} &= \frac{D}{Dx} \left( D_{SL} \frac{\partial u}{\partial x} \right) - \\ &= \frac{d\xi}{dt} \frac{1-\chi}{\chi} u(\xi, t) \delta(x - \xi(t)), \quad 0 < x < l. \end{aligned} \quad (3.15)$$

Here  $\delta(x - \xi(t))$  is the  $\delta$ -function concentrated at point  $x = \xi(t)$ .

Express  $\zeta(x, t)$  as  $\zeta(x, t) = 1 + \frac{1-\chi}{\chi} \theta(x - \xi(t))$ , where  $\theta(x - \xi(t))$  is the unit Heaviside function. As  $\frac{D\theta}{Dt} = \frac{d\xi}{dt} \delta(x - \xi(t))$ ,  $\frac{D\xi}{Dt} = \frac{d\xi}{dt} \frac{1-\chi}{\chi} \delta(x - \xi(t))$ . Hence, allowing for the fact that  $u(\xi, t) \delta(x - \xi(t)) = u(x, t) \delta(x - \xi(t))$ , the generalised equation of mass transfer can be written down in the interval  $(0, l)$  in a unified form by excluding the interface conditions (3.14) as an element of the mathematical statement of the problem

$$\frac{D}{Dt} (\zeta u) = \frac{D}{Dx} \left( D_{SL} \frac{\partial u}{\partial x} \right), \quad 0 < x < l. \quad (3.16)$$

In a general case of distribution diffusion in the M-phase system, the equation of mass transfer will be maintained in form (3.16) if the relative solubility is determined in a form of  $\zeta_m = \left[ \prod_{i=0}^m \chi_i \right]$ ,  $m = \overline{0, M}$ ,  $\chi_0 = 1$ , and if the unknown function is replaced by  $u_m = \chi_m C_m$ ,  $\xi_{m-1} < x < \xi_m$ . For the multi-dimensional modified Stephan problem, set configuration of the solidification front and its movement speed. In this case, the form of writing down of the equation of mass transfer remains identical to (3.16)

$$\frac{D}{Dt} (\zeta_m u) = \text{DIV}_- (D_{SL} \text{GRAD}_+ u).$$

Here  $\text{DIV}_-$  is the extension in continuity of the  $\vec{\nabla}$  operator to a class of piecewise continuous (piecewise differentiable) vector functions, and  $\text{GRAD}_+$  is the gradient operator determined in a class of functions  $u(\vec{x}) \in W_2^1(\Omega)$ .

**4. Homogeneous difference schemes based on generalised equations.** In this section, we will limit ourselves to the development of difference schemes for sufficiently simple one-dimensional test problems. However, the main approaches to the development of

methods for finding numerical solutions will also be extended to a case of the more complex multi-dimensional problems. In order to estimate the actual accuracy of such schemes, consider three characteristic test problems having an exact solution.

*Non-ideal contact.* Formulate the one-dimensional stationary problem of a non-ideal contact as a first model example. Consider the following problem for interval  $[0, 1]$  according to the generalised statement (3.8)

$$-\frac{dq}{dx} = f(x), \quad -\frac{Du}{Dx} = \tilde{\rho}(x)q(x), \quad 0 < x < 1; \quad (4.1)$$

$$u(0) = u(1) = 0.$$

Here  $\tilde{\rho}(x) = \rho(x) + R\delta(x - \xi)$ , where  $\rho(x) \in L_\infty(0, 1)$ ,  $\rho(x) \geq C > 0$ ;  $\xi \in (0, 1)$  is the coordinate of the boundary of a non-ideal contact, and  $R > 0$  is the contact resistance. Use mesh  $\omega_h = \{x_i = ih, i = \overline{0, N}, N_h = 1\}$  in region  $[0, 1]$ . Integrating the first of equations (4.1) in region  $[x_i - 0.5h, x_i + 0.5h]$  yields a mesh analog of the conservation law in the following form:

$$-\frac{q(x_i + 0.5h) - q(x_i - 0.5h)}{h} = \frac{1}{h} \int_{x_i - 0.5h}^{x_i + 0.5h} f(x) dx. \quad (4.2)$$

Approximate equalities follow from the second equation of (4.1)

$$q(x_i + 0.5h) \approx -a_{i+1/2} \frac{u(x_{i+1}) - u(x_i)}{h},$$

$$q(x_i - 0.5h) \approx -a_{i-1/2} \frac{u(x_i) - u(x_{i-1})}{h}, \quad (4.3)$$

where

$$a_{i+1/2} = \left[ \frac{1}{h} \int_{x_i}^{x_{i+1}} \rho(x) dx + \frac{R}{h} \beta_i \right]^{-1},$$

$$\beta_i = 1, \quad \xi \in (x_i, x_{i+1}), \quad \beta_i = 0, \quad \xi \notin (x_i, x_{i+1}).$$

Derive the following difference scheme from (4.2) and (4.3) and from the boundary conditions:

$$\frac{1}{h} \left[ a_{i+1/2} \frac{y_{i+1} - y_i}{h} - a_{i-1/2} \frac{y_i - y_{i-1}}{h} \right] = \varphi_i,$$

$$i = \overline{1, N-1}; \quad y_0 = 0, \quad y_N = 0, \quad (4.4)$$

where the solution of the difference problem is expressed in terms of  $y_i$  and

$$\varphi_i = \frac{1}{h} \int_{x_i - 0.5h}^{x_i + 0.5h} f(x) dx.$$

The resulting difference scheme is absolutely identical in the form of writing down to the difference scheme for a smooth solution, the non-ideal contact being allowed for in coefficients  $a_{i+1/2}$  of the mesh equation, which can be readily imparted a physical meaning if we take into account that the integral in square brackets is the resistance of a mesh cell, which corresponds to a series connection of conductors. Let

$$u_i^{(h)} = \frac{1}{h} \int_{x_i}^{x_{i+1}} u(x) dx$$

be the projection of a solution of the differential problem onto the mesh, and  $z_i = y_i - u_i^{(h)}$  — the error of the numerical solution. It can be shown that inequality  $\|z\|_C \leq Mh$ , where  $M = \text{const}$ , takes place in the above class of coefficients. Therefore, difference scheme (4.4) is uniformly reduced to the generalised solution of problem (4.1) and has the first order of accuracy. In order to prove this inequality, the approximation error is estimated in a weak summatory metric [7], the involvement of which is related to the fact that the local approximation error in the vicinity of discontinuity of the solution is  $O(1/h)$ . Allowing for the fact that the number of the mesh points with an abnormal approximation error remains finite at  $h \rightarrow 0$ , it results in the above estimate of accuracy of the difference scheme. Note that difference scheme (4.4) is accurate at  $f(x) \equiv 0$ . In a general case, where  $\tilde{\rho}(x) \in W_2^{-1}(0, 1)$ ,  $f(x) \in L_2(0, 1)$ ,  $u(x) \in L_2(0, 1)$ ,  $q(x) \in W_2^1(0, 1)$ , it is possible to prove only the convergence of the difference scheme (without establishing the order of accuracy).

Now formulate the one-dimensional non-stationary problem of thermal conductivity with a discontinuous solution by the type of a non-ideal heat contact as follows:

$$c_1 \frac{\partial u_1}{\partial t} = k_1 \frac{\partial^2 u_1}{\partial x^2}, \quad u_1(x, 0) = 1, \quad x > 0;$$

$$c_2 \frac{\partial u_2}{\partial t} = k_2 \frac{\partial^2 u_2}{\partial x^2}, \quad u_2(x, 0) = 0, \quad x < 0;$$

$$k_1 \frac{\partial u_1}{\partial x} \Big|_{x=0} = k_2 \frac{\partial u_2}{\partial x} \Big|_{x=0}; \quad k_1 \frac{\partial u_1}{\partial x} \Big|_{x=0} = \alpha [u]_{x=0};$$

$$\lim_{x \rightarrow \infty} u_1(x, t) = 1; \quad \lim_{x \rightarrow -\infty} u_2(x, t) = 0$$

assuming that  $k_1, k_2, c_1, c_2$  and  $\alpha$  are constants. The problem formulated has an exact solution [1]. Write down, in analogy with (4.4), an implicit difference equation for the non-stationary problem of thermal conductivity with a non-ideal contact

$$c_i \frac{y_i^{(j+1)} - y_i^{(j)}}{\tau} =$$

$$= \frac{1}{h} \left[ a_{i+1/2} \frac{y_{i+1}^{(j+1)} - y_i^{(j+1)}}{h} - a_{i-1/2} \frac{y_i^{(j+1)} - y_{i-1}^{(j+1)}}{h} \right], \quad (4.5)$$

where  $\tau$  is the time step. Assume for numeric calculations that  $c_1 = C_2 = 1.0$ ;  $k_1 = k_2 = 0.1$ ;  $h = 1/8$ ;  $\tau = 1.0$ , and place the non-ideal contact boundary  $x = 0$  at a mesh point. Boundary conditions for equation (4.5) were set at a sufficiently large distance on both sides of the non-ideal contact boundary. As follows from Table, which gives the exact and calculated values of the unknown functions for different time moments, on quite coarse time and space meshes, the numerical solution coincides with the solution of a differential problem with a good accuracy.

*Segregation of impurity.* Consider the problem of segregation of an impurity in the following model statement:

$$\begin{aligned} \frac{\partial C_1}{\partial t} &= D_1 \frac{\partial^2 C_1}{\partial x^2}, \quad -\infty < x < \xi(t); \\ \frac{\partial C_2}{\partial t} &= D_2 \frac{\partial^2 C_2}{\partial x^2}, \quad x > \xi(t) \quad \xi(t) = vt; \\ D_1 \frac{\partial C_1}{\partial x} \Big|_{x=\xi(t)-0} - D_2 \frac{\partial C_2}{\partial x} \Big|_{x=\xi(t)+0} &= v[C]_{x=\xi}; \\ C_1(\xi-0, t) &= \chi C_2(\xi+0, t); \\ \lim_{x \rightarrow -\infty} C_1(x, t) &= C_1^0, \quad \lim_{x \rightarrow \infty} C_2(x, t) = C_2^0; \\ C_1(x, 0) &= C_1^0, \quad x < \xi(0); \quad C_2(x, 0) = C_2^0, \quad x > \xi(0). \end{aligned} \quad (4.6)$$

This problem also has an analytical solution [8]. Write down an implicit difference equation for the generalised equation of mass transfer (3.16)

$$\begin{aligned} &\frac{c_i^{(j+1)} y_i^{(j+1)} - c_i^{(j)} y_i^{(j)}}{\tau} = \\ &= \frac{1}{4} \left[ a_{i+1/2} \frac{y_{i+1}^{(j+1)} - y_i^{(j+1)}}{h} - a_{i-1/2} \frac{y_i^{(j+1)} - y_{i-1}^{(j+1)}}{h} \right], \end{aligned} \quad (4.7)$$

where

$$\begin{aligned} c_i^{(j+1)} &= \frac{1}{h} \int_{x_i-0.5h}^{x_i+0.5h} c(x, t_{j+1}) dx, \\ a_{i+1/2} &= \left[ \frac{1}{h} \int_{x_i}^{x_{i+1}} \frac{dx}{D_{SL}(x, t_{j+1})} \right]^{-1}. \end{aligned}$$

With the numerical solution, the mesh problem was solved for a region of a limited length, which was selected so that the effect of limitation of the region was negligible. Numerical parameters of the model were set for conditions of segregation of sulphur during solidification of an iron-carbon steel:  $D_1 = 10^{-11} \text{ m}^2 \cdot \text{s}^{-1}$ ,  $D_2 = 10^{-9} \text{ m}^2 \cdot \text{s}^{-1}$ ,  $\chi = 0.05$ ,  $C_1^0 = C_2^0 = 0.04 \%$ ,  $v = 10^{-4} \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$ ; and the selected numerical parameters were as follows:  $h = 10^{-7} \text{ m}$ ,  $\tau = 10^{-3} \text{ s}$ . Figure 2 shows comparison of the exact and numerical solutions of problem (4.6) at the initial stage of the solidification process ( $t = 0.04 \text{ s}$ ), when the jump of the solution is inverse. With the numerical solution of the problem, it was assumed that boundary  $x = \xi(t)$  was at a mesh point and moved by one time step exactly to one point on the spatial coordinate. As seen from the calculation results, difference scheme (4.7) provides a sufficiently high accuracy of the numerical solution.

Figure 3 shows numerical solution of problem (4.6) at the final stage of solidification, where a combined solution jump is formed.

*Current transfer in «anode-arc plasma» system.* Consider a one-dimensional variant of generalised formulation (3.10) of the problem of distribution of potential and electric field in the «anode-arc plasma» system

**Exact (u) and numerical (y) solution of problem of non-ideal contact**

x	t=10 s		t=20 s		t=100 s	
	u	y	u	y	u	y
-1	0.1070	0.1038	0.1825	0.1797	0.3374	0.3369
-7/8	0.1279	0.1240	0.2035	0.2005	0.3503	0.3498
-3/4	0.1515	0.1469	0.2258	0.2228	0.3634	0.3629
-5/8	0.1778	0.1727	0.2494	0.2464	0.3766	0.3762
-1/2	0.2066	0.2013	0.2742	0.2713	0.3900	0.3896
-3/8	0.2381	0.2327	0.3002	0.2975	0.4035	0.4031
-1/4	0.2719	0.2668	0.3272	0.3248	0.4171	0.4168
-1/8	0.3079	0.3032	0.3551	0.3530	0.4308	0.4305
0	0.6544	0.6505	0.6162	0.6148	0.5554	0.5552
1/8	0.6922	0.6876	0.6449	0.6433	0.5692	0.5689
1/4	0.7281	0.7230	0.6728	0.6710	0.5829	0.5826
3/8	0.7619	0.7563	0.6998	0.6978	0.5965	0.5962
1/2	0.7934	0.7873	0.7258	0.7236	0.6100	0.6097
5/8	0.8222	0.8159	0.7506	0.7482	0.6234	0.6231
3/4	0.8485	0.8419	0.7742	0.7716	0.6366	0.6363
7/8	0.8721	0.8653	0.7965	0.7937	0.6497	0.6493
1	0.8930	0.8861	0.8175	0.8145	0.6626	0.6622

$$\begin{aligned} -\frac{dq}{dx} &= 0; \quad \frac{Du}{Dx} = -\rho q + [u]_{\xi} \delta(x - \xi), \\ 0 < x < l; \quad u(0) &= 0, \quad u(l) = u_0, \end{aligned} \quad (4.8)$$

where  $q$  is the current density,  $u$  is the potential of the electric field,  $\rho = \rho(x)$  is the specific electrical resistance of medium,  $\xi \in (0, l)$  is the position of the metal-plasma interface and  $[u]_{\xi}$  is the potential jump at this interface (anode barrier). In a case where  $\rho(x) = \rho_1 = \text{const}$ ,  $0 < x < \xi$  and  $\rho(x) = \rho_2 = \text{const}$ ,  $\xi < x < l$ , problem (4.8) has a simple analytical solution:

$$u(x) = \begin{cases} -q\rho_1 x, & 0 < x < \xi, \\ -q(\rho_1 \xi + \rho_2(x - \xi)) + [u]_{\xi}, & \xi < x < l, \end{cases} \quad (4.9)$$

where

$$q = \frac{[u]_{\xi} - u_0}{\rho_1 \xi + \rho_2(l - \xi)}.$$

It is just enough to modify a bit the computations of (4.2) and (4.3) to obtain a difference analog of problem (4.8) on the mesh  $\omega_h$ :

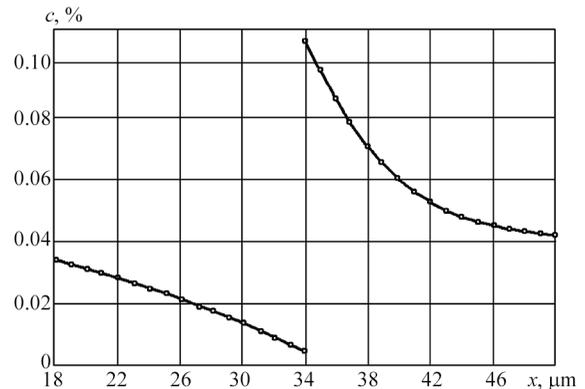


Fig. 2. Distribution of sulphur in solidification of iron-carbon steel at the initial stage of solidification (solid line shows exact solution, and open circles o show the numerical solution)

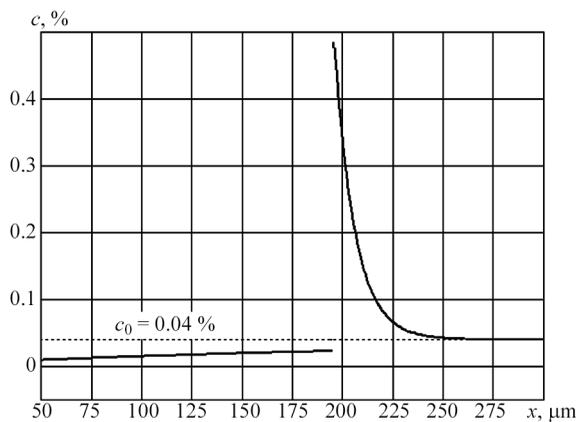


Fig. 3. Distribution of sulphur in solidification of iron-carbon steel at the final stage of solidification

$$\frac{1}{h} \left[ a_{i+1/2} \frac{y_{i+1} - y_i}{h} - a_{i-1/2} \frac{y_i - y_{i-1}}{h} \right] = \varphi_i, \quad (4.10)$$

$$i = \overline{1, N-1}; \quad y_0 = 0, \quad y_N = u_0,$$

where

$$a_{i+1/2} = \left[ \frac{1}{h} \int_{x_i}^{x_{i+1}} \rho(x) dx \right]^{-1}.$$

Let  $x_m < \xi < x_{m+1}$ , then the right part of mesh equation (4.10) can be calculated as follows:  $\varphi_i = 0, i \neq m, m + 1$ ;  $\varphi_m = \phi_m, \varphi_{m+1} = -\phi_m$ , where

$$\phi_m = a_{m+1/2} \frac{[u]_\xi}{h^2}.$$

Figure 4 shows the comparison between the analytical solution and the numerical solution of one-dimensional problem (4.8) at a set, fixed value of jump of the electric potential at the metal-plasma interface equal to  $[u]_\xi = 2$  V and at the following values of problem parameters:  $\rho_1 = 2.5 \cdot 10^{-5} \Omega \cdot m, \rho_2 = 3.33 \cdot 10^{-4} \Omega m, u_0 = -5$  V,  $l = 0.01$  m and  $\xi = 0.005$  m. Note here that, like in the case of scheme (4.4), difference scheme (4.10) is accurate in a class of piece wise constant coefficients. Figure 4 also shows the numerical solution of problem allowing for non-linear dependence (2.2)

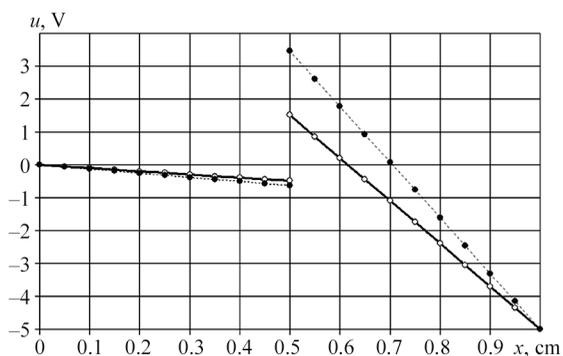


Fig. 4. Distribution of potential in the «anode-arc plasma» system (solid line shows an exact solution of the linear problem, open circles o show the numerical solution of the linear problem, and solid circles • show the numerical solution of the non-linear problem)

of the potential jump upon electric current density  $q$ , the functional form of which is given in [4], and the numerical values used are shown in Figure 5. Solution of the non-linear mesh problem was obtained by the iteration method, linear problem (4.10) being solved at each step of the iteration process.

In numerical modelling of physical processes occurring, for example, under conditions of arc welding of metals, the problem of distribution of the potential in the «anode-arc plasma» system becomes multi-dimensional and requires allowance for a complex geometry of the interface between the conducting media. In particular, modeling of the current transfer process in the «electrode wire-electric arc plasma» system in gas metal arc welding can be done on the basis of equations (3.10), which in the case of axial symmetry of the problem can be written down in the cylindrical coordinate system shown as in Figure 6 (it is taken into account in writing down equation (3.10) that  $f \equiv 0$ ). This Figure also shows the boundary conditions used.

Results of numerical solution of the two-dimensional problem of distribution of the potential in the system under consideration, allowing for the non-linear dependence of the anode potential drop upon the current density at the anode (see Figure 5), are shown in Figure 7 in the form of isolines of the electric field potential.

**5. Conclusions and tasks for further investigations.** The generalised problems of heat, mass and charge transfer in layered heterogeneous media with a discontinuous solution, which are suggested in this paper, are based on a physical natural description of the processes of transfer of a substance using a system of the first-order equations, one of which (scalar) is a law of conservation of substance, and the other (vector) is a generalised phenomenological law (Fick's, Fourier's, Darcy's or Ohm's law). The phenomenological law written down for the discontinuous potential in terms of specific resistances allows for the presence of the concentrated factors (e.g. concentrated resistance) at the interface between the media. It is

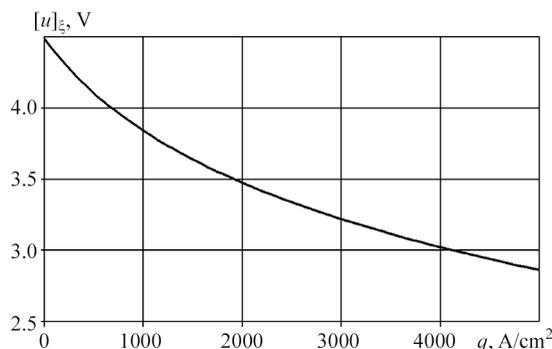


Fig. 5. Anode potential drop versus electric current density, used for the solution of a non-linear problem (4.8)

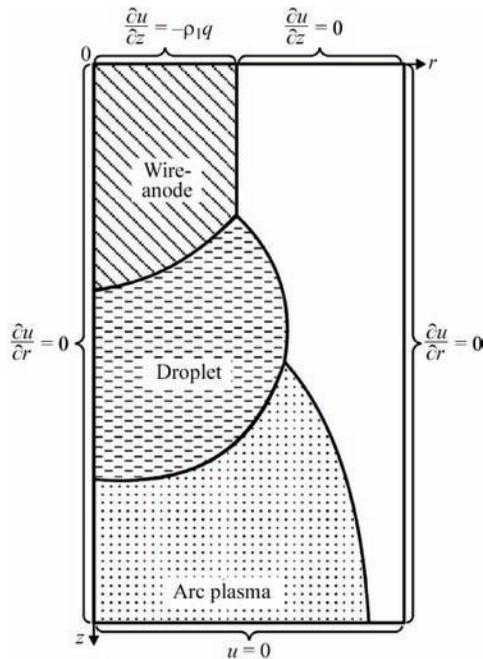


Fig. 6. Schematic representation of «electrode wire–droplet–electric arc plasma» system in gas metal arc welding

this description that makes it possible to substantially widen the class of permissible input data for the problems of heat, mass and charge transfer, and, accordingly, the class of permissible solutions. For this purpose, space functions  $W_2^{-1}(\Omega)$  with a negative metric can be regarded as elements of tensor  $\Xi$  in (3.8). By an initiative of the authors of this paper, Nomirovskii [9] considered the possibility of this generalisation and proved that at the said extension of the class of the coefficients of equations (3.8) there is also a unique solution to the problem in  $L_2(\Omega)$ . Extension of the class of permissible solutions is not only of a theoretical interest but is also important from the point of view of different physical applications. The transfer processes occurring in media with a finely dispersed and multiphase structure (e.g. in steels and alloys) and also in the anode sheath, where a metal contacts with plasma, are the objects that require such an extension. The generalised statement of the problem of charge transfer in form (3.10) is still to be proved to have unambiguous solvability in a class of functions  $L_2(\Omega)$ .

Distinctive feature of the suggested generalised statements is an end-to-end (homogeneous) description of the transfer processes in the entire multilayer system as a whole, without the use of explicit interface conditions at the boundary of discontinuity of a solution. This makes it possible to develop homogeneous calculation algorithms of the numerical solution (by

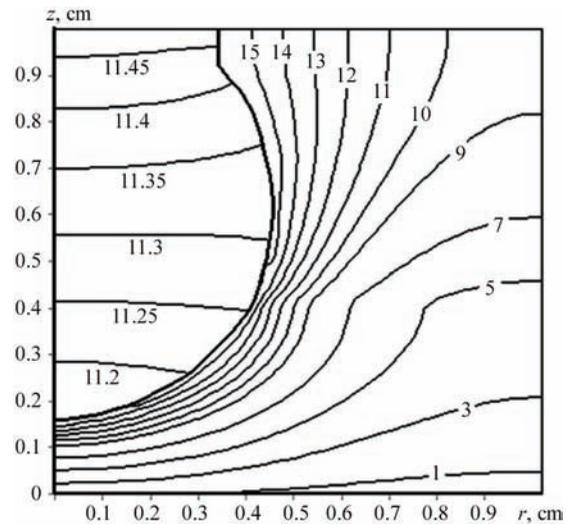


Fig. 7. Field of potential in «electrode wire–droplet–electric arc plasma» system in gas metal arc welding

the finite difference or finite element method). The efficiency and accuracy of difference schemes of the end-to-end computation developed on this basis was verified in this work on characteristic test problems having an exact solution.

**Acknowledgement.** This work was carried out with a grant of German Research Foundation DFG Di-434/83-1 «Development of self consistent physic-mathematical model of energy, mass and charge transfer in system «drop–anode sheath–arc column» during gas metal arc welding». The authors wish to express their thanks for this funding.

1. Carslaw H. S., Jager J. C. (1959) *Conduction of Heat in Solids*, Oxford University Press, UK.
2. Moulton D., Pelesko J. A. (2008) Thermal boundary conditions: An asymptotic analysis. *Heat Mass Transfer* **44**(7), 795–803.
3. Dinulescu H. A., Pfender E. (1980) Analysis of the anode boundary layer of high intensity arcs. *J. Appl. Phys.* **51**, 3149–3157.
4. Krivtsov I. V. (2001) Model of evaporation of metal in arc, laser and laser-arc welding. *Paton Weld. J.* **3**, 2–9.
5. Horway G. (1965) Modified Stefan's problem. *Inzh.-Fiz. Zh.* **8**(6), 12–19.
6. Schwartz L. (1950 et 1951) *Theorie Des Distributions, T. 1 et 2*, Paris, Hermann.
7. Samarsky A. A. (1977) *Theory of Differential Schemes*, Moscow, Nauka.
8. Makhnenko, V. I. (1975) Calculation of diffusion in two-phase medium with moving phase interface. *Avtom. Svarka* **12**, 1–6.
9. Nomirovskii, D. A. (2004) Generalized solvability of parabolic systems with nonhomogeneous transmission conditions of nonideal contact type. *Differ. Equ. (Differentsial'nye uravneniya)* **40**(10), 1390–1399.

### 1.1.15. МОДЕЛИРОВАНИЕ ПРОЦЕССОВ ТЕПЛО-, МАССО- И ЭЛЕКТРОПЕРЕНОСА В СТОЛБЕ И АНОДНОЙ ОБЛАСТИ ДУГИ С ТУГОПЛАВКИМ КАТОДОМ\*

И.В. КРИКЕНТ, И.В. КРИВЦУН, В.Ф. ДЕМЧЕНКО

Для эффективного использования электрической дуги в качестве источника тепла при сварке плавлением необходимо располагать информацией о тепловом, электрическом и динамическом воздействиях дуги на свариваемый металл. Поскольку экспериментальное определение таких важных с технологической точки зрения характеристик сварочной дуги, как плотность электрического тока и теплового потока на поверхности свариваемого изделия, затруднено вследствие высоких значений температуры дуговой плазмы и температуры поверхности металла, малости геометрических размеров области привязки дуги и ряда других факторов, актуальным представляется исследование сварочных дуг методами математического моделирования [1–8].

Рассмотрим электрическую дугу с тугоплавким катодом, горящую в инертном газе при атмосферном давлении. Поскольку теория и математические модели катодных явлений, включая процессы в прикатодной плазме, для такой дуги разработаны достаточно подробно [9–12], основное внимание уделим процессам, протекающим в столбе и анодной области дуги. Самосогласованная математическая модель указанных процессов для условий сварки неплавящимся электродом и плазменной сварки была предложена в работе [13]. Целью настоящей работы является верификация данной модели путем численного исследования распределенных характеристик плазмы столба и анодной области свободногорящей аргоновой дуги с вольфрамовым катодом и медным водоохлаждаемым анодом и сравнения полученных результатов с имеющимися экспериментальными данными.

В соответствии с подходом, использованным в работе [13], самосогласованная математическая модель процессов энерго-, массо- и электропереноса в столбе и анодной области сварочной дуги с тугоплавким катодом включает две взаимосвязанные модели:

- модель столба дуги, описывающую взаимодействие тепловых, электромагнитных, газодинамических и диффузионных процессов в многокомпонентной плазме столба дуги;

- модель анодной области, которая позволяет определить характеристики теплового и электрического взаимодействия дуги с поверхностью анода (изделия), необходимые для анализа тепловых, электромагнитных и гидродинамических процессов, в свариваемом металле.

Предложенная в работе [13] модель анодной области дуги с испаряющимся анодом позволяет вычислять распределение анодного падения потенциала  $U_a = -\Delta\phi$  вдоль поверхности анода и плотности теплового потока  $q_a$ , вводимого дугой в анод, в зависимости от плотности тока на аноде  $j_a$ , температуры электронов плазмы вблизи анода  $T_{ea}$ , а также температуры его поверхности  $T_s$ . При моделировании дуги с тугоплавким катодом распределение  $j_a$  и  $T_{ea}$  вдоль анодной поверхности может быть с достаточной точностью определено исходя из модели столба дуги с самосогласованными граничными условиями на аноде.

Для проверки адекватности выбранной модели анодных процессов было проведено сравнение расчетного значения  $\Delta\phi$  с экспериментально измеренным в случае применения дуги с вольфрамовым катодом и медным водоохлаждаемым анодом, горящей в аргоне при атмосферном давлении (ток дуги 200 А, длина 10 мм). При расчетах использовали следующие экспериментальные данные [14, 15]:  $j_a = 3,5 \cdot 10^6$  А/м<sup>2</sup>,  $T_{ea} = 9840$  К,  $T_s = 720$  К, что дает  $\Delta\phi = 4,04$  В. Полученное расчетное значение с высокой точностью соответствует экспериментально измеренному  $\Delta\phi = 4,01$  В [15]. Используемые в дальнейшем расчетные зависимости  $\Delta\phi$  и  $q_a$  от температуры электронов в прианодной плазме и плотности электрического тока на аноде для свободногорящей аргоновой дуги с тугоплавким катодом и медным водоохлаждаемым анодом приведены на рис. 1, 2.

При описании процессов тепло-, массо- и электропереноса в плазме столба рассматриваемой дуги используем модель изотермической плазмы (температура электронов равна температуре тяжелых частиц), а распределение всех ее характеристик считаем осесимметричным. Соответствующая система дифференциальных уравнений,

\*Автоматическая сварка. — 2012. — № 3. — С. 7–11.

записанная в цилиндрической системе координат  $\{r, \vartheta, z\}$ , имеет следующий вид [13]:

уравнение непрерывности

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r}(r\rho v) + \frac{\partial}{\partial z}(\rho u) = 0, \quad (1)$$

где  $\rho$  — массовая плотность плазмы;  $v, u$  — радиальная и аксиальная компоненты ее скорости;

уравнения движения

$$\begin{aligned} \rho \left( \frac{\partial v}{\partial t} + v \frac{\partial v}{\partial r} + u \frac{\partial v}{\partial z} \right) &= -\frac{\partial p}{\partial r} - j_z B_\varphi + \frac{2}{r} \frac{\partial}{\partial r} \times \\ &\times \left( r\eta \frac{\partial v}{\partial r} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left[ \eta \left( \frac{\partial u}{\partial r} + \frac{\partial v}{\partial z} \right) \right] - \\ &- 2\eta \frac{v}{r^2} - \frac{2}{3} \frac{\partial}{\partial r} \left\{ \eta \left[ \frac{1}{r} \frac{\partial(rv)}{\partial r} + \frac{\partial u}{\partial z} \right] \right\}, \\ \rho \left( \frac{\partial u}{\partial t} + v \frac{\partial u}{\partial r} + u \frac{\partial u}{\partial z} \right) &= -\frac{\partial p}{\partial z} + j_r B_\varphi + 2 \frac{\partial}{\partial z} \times \\ &\times \left( \eta \frac{\partial u}{\partial z} \right) + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left[ r\eta \left( \frac{\partial u}{\partial r} + \frac{\partial v}{\partial z} \right) \right] - \\ &- \frac{2}{3} \frac{\partial}{\partial z} \left\{ \eta \left[ \frac{1}{r} \frac{\partial(rv)}{\partial r} + \frac{\partial u}{\partial z} \right] \right\}, \end{aligned} \quad (2)$$

где  $p$  — давление;  $j_z, j_r$  — аксиальная и радиальная компоненты плотности тока в дуге;  $B_\varphi$  — азимутальная компонента вектора магнитной индукции;  $\eta$  — коэффициент динамической вязкости;

уравнение энергии

$$\begin{aligned} \rho C_p \left( \frac{\partial T_p}{\partial t} + v \frac{\partial T_p}{\partial r} + u \frac{\partial T_p}{\partial z} \right) &= \\ &= \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left( r\chi \frac{\partial T_p}{\partial r} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left( \chi \frac{\partial T_p}{\partial z} \right) + \\ &+ \frac{k}{e} \left\{ j_r \frac{\partial[(5/2 - \delta)T_p]}{\partial r} + j_z \frac{\partial[(5/2 - \delta)T_p]}{\partial z} \right\} + \\ &+ \frac{j_r^2 + j_z^2}{\sigma} - \psi, \end{aligned} \quad (4)$$

где  $C_p$  — удельная теплоемкость плазмы с учетом энергии ионизации;  $T_p$  — температура плазмы;  $\chi$  — коэффициент теплопроводности;  $k$  — постоянная Больцмана;  $e$  — заряд электрона;  $\delta$  — постоянная термодиффузии;  $\psi$  — потери энергии на излучение в приближении оптически тонкой плазмы;

уравнения электромагнитного поля

$$\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left( r\sigma \frac{\partial \varphi}{\partial r} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left( \sigma \frac{\partial \varphi}{\partial z} \right) = 0, \quad (5)$$

$$B_\varphi(r, z) = \frac{\mu^0}{r} \int_0^r j_z(\xi, z) \xi d\xi, \quad (6)$$

где  $\varphi$  — электрический потенциал;  $\sigma$  — удельная электропроводность плазмы;  $\mu^0$  — универсальная магнитная постоянная;

$$j_r = -\sigma \frac{\partial \varphi}{\partial r}, \quad j_z = -\sigma \frac{\partial \varphi}{\partial z}. \quad (7)$$

Для замыкания системы уравнений (1)...(7) требуется задать термодинамические характеристики  $\rho, C_p$ , коэффициенты переноса  $\eta, \chi, \delta, \sigma$  и потери

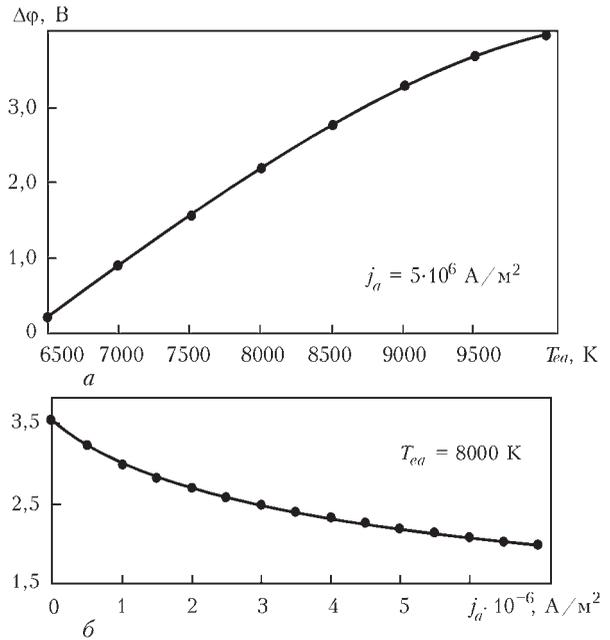


Рис. 1. Зависимость разности потенциалов между границей столба дуги и поверхностью анода от температуры электронов в анодной области (а) и плотности электрического тока на аноде (б) для аргоновой дуги с медным водоохлаждаемым анодом

энергии на излучение  $\psi$  дуговой плазмы в зависимости от ее температуры, давления и состава. Для изотермической аргоновой плазмы атмосферного давления указанные зависимости приведены, например, в работе [16].

Для решения системы дифференциальных уравнений (1)...(5), описывающей процессы тепло-,

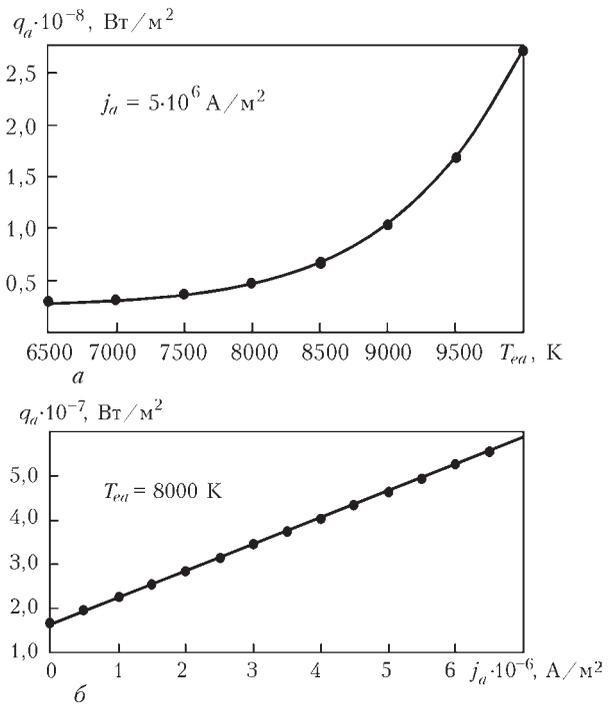


Рис. 2. Зависимость теплового потока в анод от температуры электронов в анодной области (а) и плотности электрического тока на аноде (б) для аргоновой дуги с медным водоохлаждаемым анодом

массо- и электропереноса в столбе дуги, необходимо задать соответствующие начальные и граничные условия. Поскольку физические поля в дуговом разряде устанавливаются достаточно быстро, начальные распределения скорости и температуры плазмы принципиального значения не имеют. Для скорости можно, например, задавать нулевые значения, а температуру в области токового канала выбирать такой, чтобы обеспечить характерную для аргоновой дуги проводимость плазмы.

Для рассматриваемого здесь случая дуги с вольфрамовым катодом и медным водоохлаждаемым анодом граничные условия для искомых функций ( $\vec{v} = \{v, 0, u\}$ ,  $T_p$ ,  $\phi$ ) сформулируем следующим образом.

На поверхности анода (плоскость  $z = L$ ) для скорости плазмы  $\vec{v}$  выполняются условия «прилипания»

$$\vec{v}|_{z=L} = 0. \quad (8)$$

На границе плазмы столба дуги с анодной областью имеет место следующее условие энергетического баланса [13]:

$$-\chi \frac{\partial T_p}{\partial z} \Big|_{z=L} + j_a \frac{k}{e} \left( \frac{5}{2} - \delta \right) T_p \Big|_{z=L} = \Delta \phi j_a + q_a, \quad (9)$$

где  $j_a = -j_z|_{z=L}$  — плотность тока на аноде.

С хорошим приближением электрический потенциал поверхности анода можно считать постоянным и равным нулю. Тогда граничное условие для потенциала на границе столба дуги с анодной областью можно записать в виде

$$\phi|_{z=L} = \Delta \phi. \quad (10)$$

Скачок потенциала  $\Delta \phi$  в выражениях (9), (10) вычисляется согласно модели анодной области [13] при  $T_{ea} = T_p|_{z=L}$  (см. рис. 1).

Вблизи катода (плоскость  $z = 0$ ) условия для вектора скорости задаются следующим образом:

$$v|_{z=0} = 0, \quad u|_{z=0} = u_0, \quad (11)$$

где  $u_0$  определяется расходом защитного газа и диаметром сопла для его подачи.

Для температуры и электрического потенциала в прикатодной зоне дуги примем условия

$$T_p|_{z=0} = T_k(r), \quad \sigma \frac{\partial \phi}{\partial z} \Big|_{z=0} = j_k(r), \quad (12)$$

где распределения температуры плазмы  $T_k(r)$  и плотности тока под катодом  $j_k(r)$  выбираются согласно рекомендациям работы [12].

В зоне подачи защитного газа можем записать

$$T_p|_{z=0} = T_c, \quad \frac{\partial \phi}{\partial z} \Big|_{z=0} = 0, \quad (13)$$

где  $T_c$  — температура окружающей среды.

Граничные условия для скорости, температуры плазмы и электрического потенциала на оси сим-

метрии системы задаются стандартным образом (см., например, [1, 3]).

На внешней границе расчетной области ( $r = R$ ) для скорости плазмы и электрического потенциала можем записать [3]

$$\frac{\partial(\rho v r)}{\partial r} \Big|_{r=R} = 0, \quad u|_{r=R} = 0, \quad \frac{\partial \phi}{\partial r} \Big|_{r=R} = 0. \quad (14)$$

Граничное условие для температуры плазмы при  $r = R$  определим в зависимости от направления движения потока плазмы:

$$\begin{aligned} T_p|_{r=R} &= T_c \quad \text{при } v|_{r=R} \leq 0, \\ \frac{\partial T_p}{\partial r} \Big|_{r=R} &= 0 \quad \text{при } v|_{r=R} > 0. \end{aligned} \quad (15)$$

Систему дифференциальных уравнений (1)...(5) с граничными условиями (8)...(15) решали численно с помощью метода конечных разностей. Для определения входящих в уравнения (1)...(5) термодинамических и транспортных характеристик плазмы использовали расчетные данные для аргоновой плазмы [16]. При численном решении газодинамической и тепловой задач использовали совместный лагранжево-эйлеровый метод [17, 18], адаптированный к условиям сжимаемой среды.

Как видно из результатов расчета электрического потенциала (рис. 3, а), над поверхностью анода возникает зона положительных значений  $\phi$ , что обусловлено наличием обратного скачка потенциала на анодном слое. Максимальные значения градиента потенциала и плотности тока в столбе дуги наблюдаются вблизи катода (рис. 3). Здесь же достигается максимальная температура дуговой плазмы (рис. 4, а), что обусловлено высокой интенсивностью джоулевых источников тепла. По мере удаления от катода плотность электрического тока быстро снижается (см. рис. 3, б). Силовое поле, формирующееся при таком распределении тока, обуславливает характерную для дуги с тугоплавким катодом картину движения плазмы в столбе дуги (см. рис. 4, б). Максимальные значения скорости плазмы на оси симметрии (до 350 м/с) обеспечивают эффективный перенос тепловой энергии из наиболее горячей зоны вблизи катода к поверхности анода. Как видно из рис. 4, а, температурное поле в дуговой плазме в значительной мере определяется конвективным теплопереносом. Этим фактом объясняется и существенная вытянутость изотерм вдоль поверхности анода.

Как видно из рис. 5, максимальное значение  $\Delta \phi$  в приосевой зоне анодной области обусловлено более высокими значениями  $T_{ea}$  вблизи оси симметрии. Некоторое увеличение скачка потенциала на

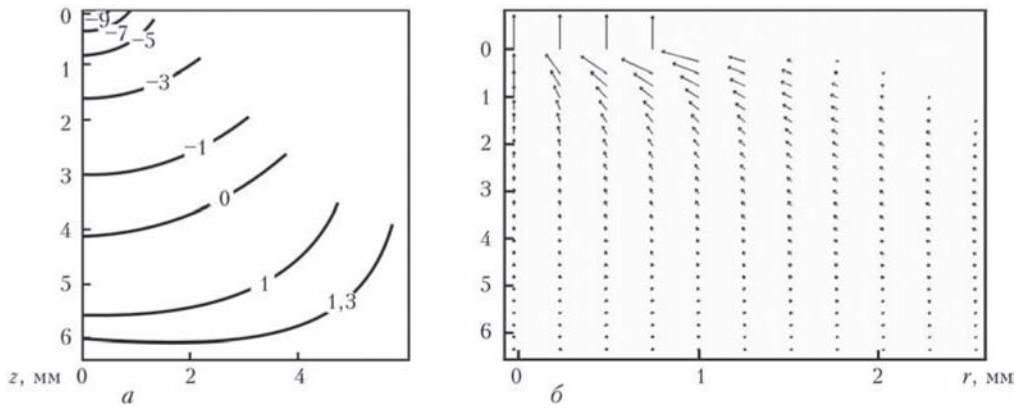


Рис. 3. Поля электрического потенциала (а) и плотности тока (б) в столбе свободногорящей дуги в аргоне с вольфрамовым катодом и медным водоохлаждаемым анодом ( $\max |\vec{j}| = 8 \cdot 10^7 \text{ A/m}^2$ )

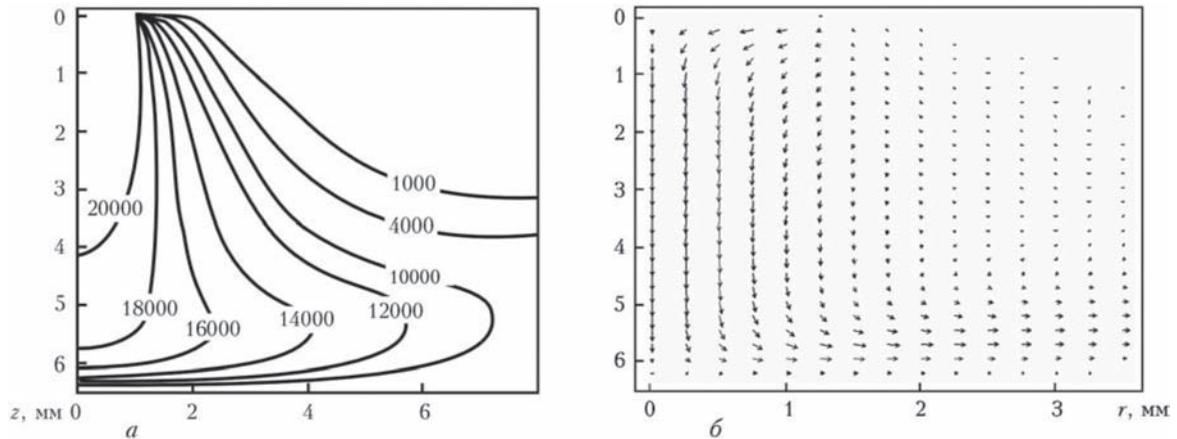


Рис. 4. Поля температуры (а) и скорости (б) плазмы в столбе свободногорящей дуги в аргоне с вольфрамовым катодом и медным водоохлаждаемым анодом ( $\max |\vec{V}| = 350 \text{ м/с}$ )

периферии области анодной привязки дуги объясняется крайне малым значением плотности тока на этом участке поверхности анода.

Сравнение расчетных данных радиального распределения плотности электрического тока на аноде и теплового потока в анод с экспериментальными [14] показано на рис. 6. Для дуги с силой тока 200 А наблюдается достаточно хорошее совпадение расчетных распределений  $j_a(r)$  и  $q_a(r)$  с экспериментальными. Некоторые отличия расчетных и экспериментальных данных вблизи

оси симметрии могут быть связаны как с погрешностями математического моделирования, так и с проблемами восстановления распределенных характеристик по интегральным параметрам, измеренным в [14]. Для дуги с силой тока 100 А соответствие результатов математического моде-

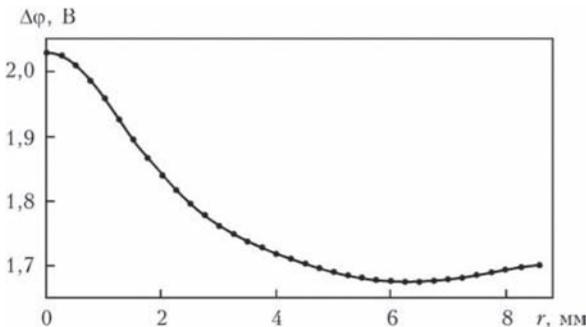


Рис. 5. Радиальное распределение скачка потенциала в анодной области для свободногорящей дуги в аргоне с вольфрамовым катодом и медным водоохлаждаемым анодом ( $I = 200 \text{ A}$ ,  $L = 6,3 \text{ мм}$ ,  $T_s = 720 \text{ K}$ )

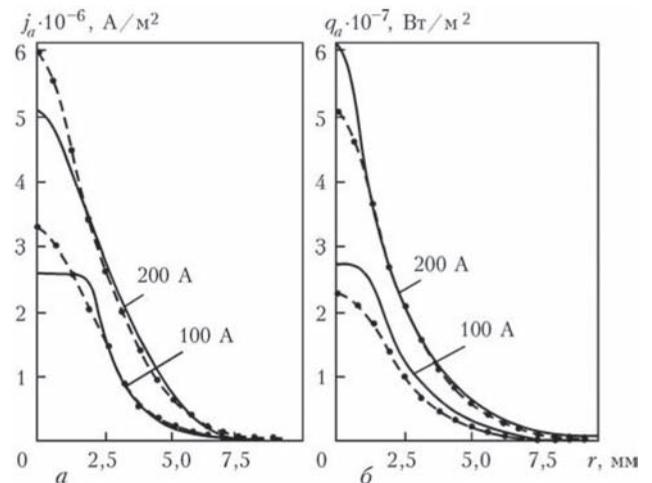


Рис. 6. Радиальные распределения плотности тока на аноде (а) и теплового потока в анод (б) для свободногорящей дуги в аргоне с вольфрамовым катодом и медным водоохлаждаемым анодом ( $L = 6,3 \text{ мм}$ ) [14]: штриховые кривые — расчет; сплошные — экспериментальные данные

лирования и экспериментальных данных можно охарактеризовать как вполне удовлетворительное.

В целом проведенный в настоящей работе численный анализ распределенных характеристик столба и анодной области электрической дуги с вольфрамовым катодом и медным водоохлаждаемым анодом и сравнение полученных результатов с имеющимися экспериментальными данными свидетельствуют об адекватности предложенной в работе [13] самосогласованной модели процессов энерго-, массо- и электропереноса в анодной области и столбе сварочной дуги при сварке неплавящимся электродом и плазменной сварке в инертном газе.

1. Hsu K. C., Etemadi K., Pfender E. Study of the free-burning high-intensity argon arc // *J. Appl. Phys.* — 1983. — **54**, № 3. — P. 1293–1301.
2. Hsu K. C., Pfender E. Two-temperature modeling of the free-burning high-intensity arc // *Ibid.* — 1983. — **54**, № 8. — P. 4359–4366.
3. Zhu P., Lowke J.J., Morrow R. et al. Prediction of anode temperatures of free burning arcs // *J. Phys. D: Appl. Phys.* — 1995. — **28**. — P. 1369–1376.
4. Lowke J. J., Morrow R., Haidar J. A simplified unified theory of arcs and their electrodes // *Ibid.* — 1997. — **30**. — P. 2033–2042.
5. Haidar J. Non-equilibrium modeling of transferred arcs // *Ibid.* — 1999. — **32**. — P. 263–272.
6. Fan H.G., Kovacevic R. A unified model of transport phenomena in gas metal arc welding including electrode, arc plasma and molten pool // *Ibid.* — 2004. — **37**. — P. 2531–2544.
7. Hu J., Tsai H. L. Heat and mass transfer in gas metal arc welding. Pt I: The arc // *Intern. J. Heat and Mass Transfer.* — 2007. — **50**. — P. 833–846.
8. Tanaka M., Yamamoto K., Tashiro S. et al. Metal vapour behavior in gas tungsten arc thermal plasma during welding // *Welding in the World.* — 2008. — **52**, № 11/12. — P. 82–88.
9. Мойжес Б.Я., Немчинский В.А. К теории дуги высокого давления на тугоплавком катоде // *Журн. техн. физики.* — 1972. — **42**, № 5. — С. 1001–1009.
10. Мойжес Б.Я., Немчинский В.А. К теории дуги высокого давления на тугоплавком катоде. Ч. II // *Там же.* — 1973. — **43**, № 11. — С. 2309–2317.
11. Жуков М. Ф., Козлов Н. П., Пустогаров А. В. и др. Приэлектродные процессы в дугových разрядах. — Новосибирск: Наука, 1982. — 157 с.
12. Wendelstorf J., Simon G., Decker I. et al. Investigation of cathode spot behaviour of atmospheric argon arcs by mathematical modeling // *Proc. of 12th Intern. conf. on gas discharges and their applications (Germany, Greifswald, 1997).* — 1997. — Vol. 1. — P. 62–65.
13. Кривцун И. В., Демченко В. Ф., Крикент И. В. Модель процессов тепло-, массо- и электропереноса в анодной области и столбе сварочной дуги с тугоплавким катодом // *Автомат. сварка.* — 2010. — № 6. — С. 3–11.
14. Nestor O. H. Heat intensity and current density distributions at the anode of high current, inert gas arcs // *J. Appl. Phys.* — 1962. — **33**, № 5. — P. 1638–1648.
15. Sanders N. A., Pfender E. Measurement of anode falls and anode heat transfer in atmospheric pressure high intensity arcs // *Ibid.* — 1984. — **55**, № 3. — P. 714–722.
16. Boulos M. I., Fauchais P., Pfender E. *Thermal plasmas: Fundamentals and applications.* — N.-Y.; London: Plenum press, 1997. — Vol. 1. — 454 p.
17. Ляшко И. И., Демченко В. Ф., Вакуленко С. А. Вариант метода расщепления уравнений динамики вязкой несжимаемой жидкости на лагранжево-эйлеровых сетках // *Докл. АН УССР. Сер. А.* — 1981. — С. 43–47.
18. Демченко В. Ф., Лесной А. Б. Лагранжево-эйлеровый метод численного решения многомерных задач конвективной диффузии // *Доп. НАН України.* — 2000. — № 11. — С. 71–75.

## 1.1.16. ИССЛЕДОВАНИЕ ПРОЦЕССОВ ИСПАРЕНИЯ БИНАРНЫХ СПЛАВОВ В УСЛОВИЯХ ДУГОВОЙ СВАРКИ\*

И.Л. СЕМЕНОВ, И.В. КРИВЦУН, А.Т. ЗЕЛЬНИЧЕНКО

Исследование процессов испарения металла с поверхности анода, в том числе из бинарных сплавов, представляет значительный интерес для дальнейшего совершенствования различных способов дуговой сварки (GTA, PTA, GMA) [1–5]. Присутствие паров материала анода в плазме сварочной дуги оказывает существенное влияние на ее основные физические свойства (теплофизические характеристики, коэффициенты переноса, оптические свойства). Кроме того, процесс испарения материала анода во многом определяет тепловое и динамическое воздействие сварочной дуги на его поверхность, а, следовательно, и такие важные технологические характеристики как форма поверхности и размеры сварочной ванны, частота переноса и температура капель электродного металла. Поэтому целью настоящей работы является разработка математической модели испарения анода из бинарного сплава в условиях дуговой сварки и проведение численного анализа характеристик многокомпонентной прианодной плазмы.

**Модель испарения в диффузионном режиме.** Рассмотрим модель испарения анода из бинарного сплава в диффузионном режиме на примере дуговой сварки Al–Mg сплавов в атмосфере Ar. В данном случае вблизи поверхности анода существует ионизированная парогазовая смесь, состоящая в основном из электронов ( $e$ ); атомов алюминия ( $m_{10}$ ), однократно заряженных ионов алюминия ( $m_{11}$ ), двукратно заряженных ионов алюминия ( $m_{12}$ ); атомов магния ( $m_{20}$ ), однократно заряженных ионов магния ( $m_{21}$ ), двукратно заряженных ионов магния ( $m_{22}$ ); атомов аргона ( $g_{10}$ ) и однократно заряженных ионов аргона ( $g_{11}$ ). Температура тяжелых частиц предполагается равной температуре поверхности анода  $T_s$ , а температура электронов в прианодной плазме  $T_e$  является свободным параметром модели. Уравнение состояния такой смеси записывается в следующем виде:

$$P_0 = n_e k T_e + \sum_{\alpha} n_{\alpha} k T_s, \quad (1)$$

где  $k$  — постоянная Больцмана;  $P_0$  — внешнее давление;  $n_e$  — концентрация электронов;  $n_{\alpha}$  — концентрация тяжелых частиц сорта  $\alpha$ . Условие

квазинейтральности плазмы записывается следующим образом:

$$n_e = n_{m_{11}} + 2n_{m_{12}} + n_{m_{21}} + 2n_{m_{22}} + n_{g_{11}}. \quad (2)$$

Предполагается, что концентрации атомов, ионов и электронов связаны квазиравновесными уравнениями Саха, записанными при температуре электронов  $T_e$ :

$$\frac{n_e n_{\alpha}}{n_{\beta}} = \frac{s_{\alpha}}{s_{\beta}} \frac{2}{\lambda^3} \exp\left(\frac{I_{\alpha\beta}}{k T_e}\right), \quad (3)$$

где  $\alpha$  и  $\beta$  обозначают тип тяжелых частиц (например  $\alpha = m_{11}$ ,  $\beta = m_{10}$ );  $s_{\alpha}$  и  $s_{\beta}$  — соответствующие статистические веса;  $I_{\alpha\beta}$  — энергия ионизации для соответствующей реакции, а  $\lambda = \sqrt{h^2 / 2\pi m_e k T_e}$ , где  $h$  — постоянная Планка;  $m_e$  — масса электрона. Полные концентрации тяжелых частиц определяются из уравнений Клапейрона–Клаузиуса:

$$\sum_{j=0}^2 n_{ij} = \frac{a_{m_i} P_0}{k T_s} \exp\left(\frac{\lambda_{m_i}}{k T_s} - \frac{\lambda_{m_i}}{k T_s}\right), \quad (4)$$

где  $i = 1, 2$ ;  $T_{m_i}^b$  — температура кипения соответствующей компоненты сплава;  $\lambda_{m_i}$  — потери тепла на испарение в расчете на одну частицу и  $a_{m_i}$  — коэффициент активности элемента в расплаве. Коэффициенты активности для алюминия и магния были определены в [6]:  $a_{m_1} = X_{m_1}$ ,  $a_{m_2} = 0,88 X_{m_2}$ , где  $X_{m_1}$  и  $X_{m_2}$  — молярные доли алюминия и магния в жидком расплаве соответственно. Уравнения (1)–(4) составляют систему девяти нелинейных уравнений относительно неизвестных  $n_e$ ,  $n_{m_{10}}$ ,  $n_{m_{11}}$ ,  $n_{m_{12}}$ ,  $n_{m_{20}}$ ,  $n_{m_{21}}$ ,  $n_{m_{22}}$ ,  $n_{g_{10}}$ ,  $n_{g_{11}}$ . Данные уравнения могут быть решены численно при заданных значениях температуры поверхности анода  $T_s$ , температуры электронов прианодной плазмы  $T_e$  и концентрации магния в расплаве  $X_{m_2}$  (концентрация алюминия при этом вычисляется как  $X_{m_1} = 1 - X_{m_2}$ ). С практической точки зрения более удобно использовать массовую долю элемента вместо молярной доли. Далее мы будем использовать массовую долю магния  $\beta_{m_2}$  вместо молярной доли  $X_{m_2}$ .

На рис. 1–3 представлены некоторые расчетные результаты, полученные на основе описан-

\*Сб. тр. VI Межд. конф. «Математическое моделирование и информационные технологии в сварке и родственных процессах» (Казивели, Крым, Украина). — 2012. — С. 123–127.

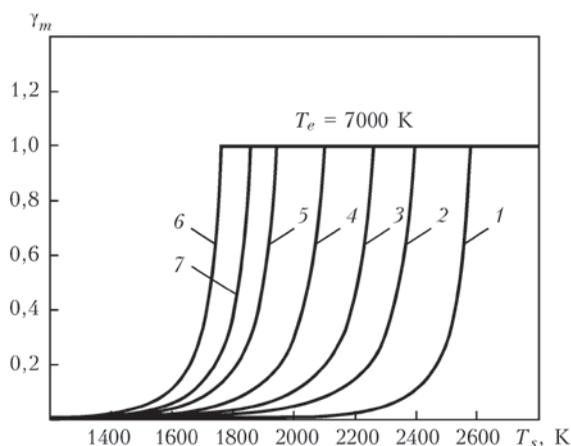


Рис. 1. Зависимость относительной концентрации частиц пара в прианодной плазме от температуры поверхности анода из Al-Mg сплава для различных значений  $\beta_{m_2}$ : 0 (1), 0,25 (2), 0,5 (3), 1 (4), 2 (5), 3 (6), 5 (7) %

ной выше модели. На рис. 1 показана зависимость относительной концентрации частиц материала анода  $\gamma_m$  в прианодной плазме от температуры его поверхности при различных значениях  $\beta_{m_2}$  (температура электронов  $T_e = 7000$  К). Относительная концентрация металлических частиц определяется как  $\gamma_m = n_m / (n_m + n_g)$ , где  $n_m = \sum_i \sum_j n_{m_{ij}}$ , а  $n_g = n_{g_{00}} + n_{g_{10}}$ . Как следует из рис. 1, относительная концентрация частиц материала анода резко возрастает вблизи некоторой температуры  $T_b$  и становится равной единице при данной температуре. Из определения относительной концентрации  $\gamma_m$  ясно, что температура  $T_b$  является температурой кипения сплава при заданных значениях  $\beta_{m_2}$  и  $T_e$ , т. е. эта температура соответствует переходу между конвективным и диффузионным режимами испарения. На рис. 2 показана зависимость температуры кипения  $T_b$  от массового содержания магния в сплаве  $\beta_{m_2}$  при различных значениях температуры электронов. Видно, что температура кипения

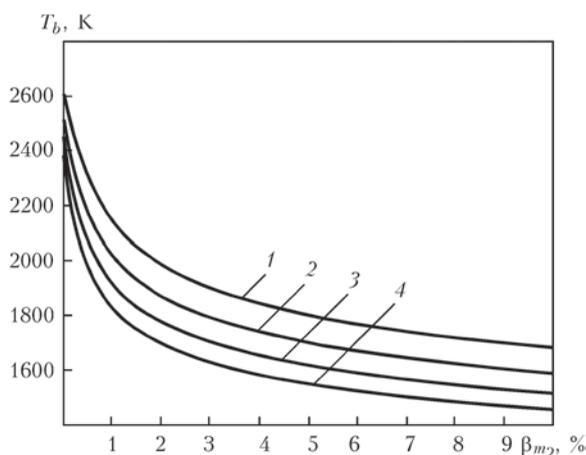


Рис. 2. Зависимость температуры кипения анода из Al-Mg сплава от массового содержания магния в сплаве для различных значений  $T_e$ : 5 (1), 8 (2), 9 (3), 10 (4) кК

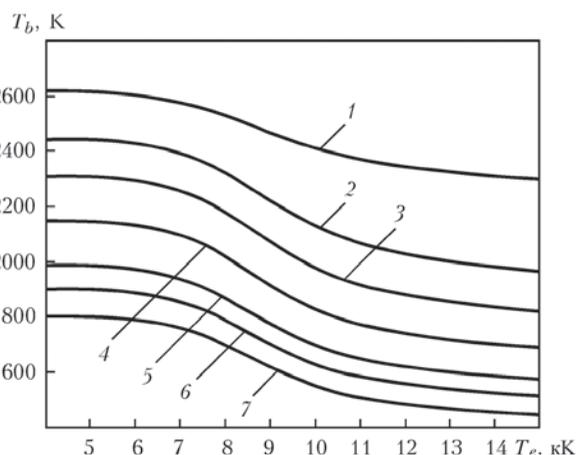


Рис. 3. Зависимость температуры кипения анода из Al-Mg сплава от температуры электронов в прианодной плазме для различных значений  $\beta_{m_2}$ : 0 (1), 0,25 (2), 0,5 (3), 1 (4), 2 (5), 3 (6), 5 (7) %

резко падает при увеличении массового содержания магния вплоть до 2 %. При дальнейшем увеличении  $\beta_{m_2}$  данная зависимость становится более плавной. На рис. 3 показана зависимость температуры кипения от температуры электронов для различных значений массовой доли магния. Как следует из приведенных на этом рисунке данных, температура кипения анода из бинарного сплава снижается при увеличении температуры электронов в прианодной плазме. Этот факт может быть объяснен следующим образом. Парциальное давление электронов в уравнении (1) возрастает при увеличении электронной температуры, в то время как полное давление  $P_0$  остается постоянным. Это приводит к снижению парциального давления тяжелых частиц в уравнении (1) и, следовательно, к снижению температуры кипения согласно уравнениям (4).

**Модель испарения в конвективном режиме.** Далее рассмотрим модель испарения анода из алюминий-магниевого сплава в конвективном режиме. Данный режим характеризуется наличием развитого газодинамического течения металлического пара в окружающую плазму. В этом случае плазма вблизи поверхности анода состоит из электронов ( $e$ ); атомов алюминия ( $m_{10}$ ), однократно заряженных ионов алюминия ( $m_{11}$ ), двукратно заряженных ионов алюминия ( $m_{12}$ ); атомов магния ( $m_{20}$ ), однократно заряженных ионов магния ( $m_{21}$ ) и двукратно заряженных ионов магния ( $m_{22}$ ). Как известно, испарение в конвективном режиме является существенно неравновесным процессом. Функции распределения частиц пара являются разрывными на поверхности раздела фаз и, следовательно, состояние металлического пара далеко от термодинамического равновесия. Равновесие достигается за счет столкновений частиц в тонком приповерхностном слое, так называемом кнудсеневском слое, толщина которого составля-

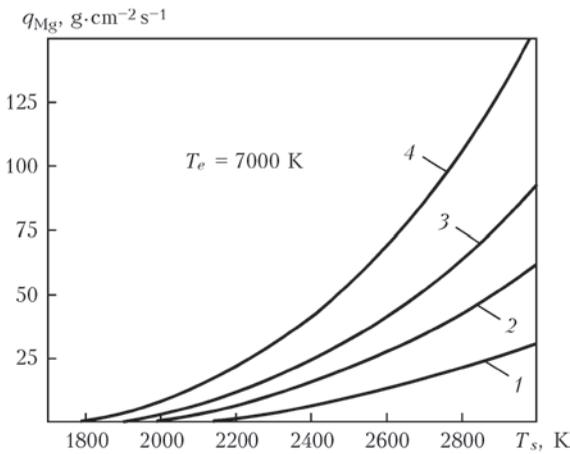


Рис. 4. Зависимость массового потока магния от температуры поверхности анода из Al–Mg сплава для различных значений  $\beta_{m_2}$ : 1 (1), 2 (2), 3 (3), 5 (4) %

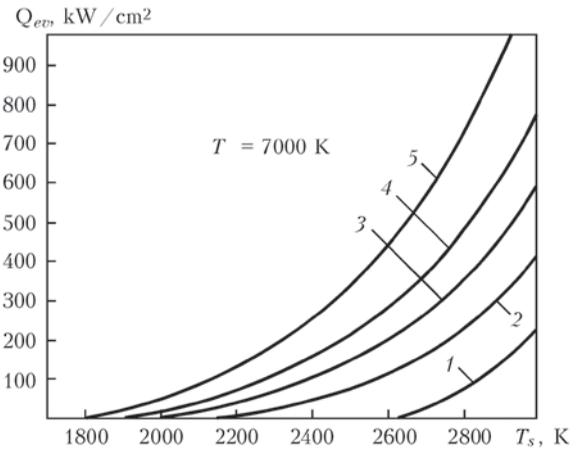


Рис. 5. Зависимость потерь тепла на испарение от температуры поверхности анода из Al–Mg сплава для различных значений  $\beta_{m_2}$ : 0 (1), 1 (2), 2 (3), 3 (4), 5 (5) %

ет несколько длин свободного пробега. В общем случае, процесс установления равновесия в кнудсеновском слое должен рассматриваться на основе уравнений кинетической теории (уравнения Больцмана или модельных кинетических уравнений). На практике более оправданным является использование простых теоретических моделей кнудсеновского слоя. Наиболее простая модель кнудсеновского слоя для однокомпонентного пара была предложена Найтом в работе [7]. Модель Найта была обобщена на случай двухкомпонентного пара в работе [8]. Несмотря на то, что данная модель работает достаточно хорошо, она не достаточно хорошо обоснована с точки зрения кинетической теории. Авторами настоящей работы была предложена другая модель кнудсеновского слоя для бинарной смеси паров, основанная на точных выражениях законов сохранения массы, импульса и энергии для компонент смеси, которые получены непосредственно из уравнения Больцмана. Данная модель детально описана в работе [9]. Она позволяет выразить концентрации компонент ионизированного пара, температуру и скорость смеси на границе кнудсеновского слоя как функции от температуры поверхности анода, его состава и температуры плазменных электронов.

Далее модель испарения бинарного сплава в конвективном режиме строится по аналогии с моделью испарения в диффузионном режиме. Условие квазинейтральности в данном случае имеет вид:

$$n_e = n_{m_1} + 2n_{m_2} + n_{m_{21}} + 2n_{m_{22}}. \quad (5)$$

Также мы используем квазиравновесные уравнения Саха (3), описанные выше. Полная концентрация тяжелых частиц алюминия и магния рассчитываются на основе предложенной модели кнудсеновского слоя:

$$\sum_{j=0}^2 n_{m_j} = n_{ki}(T_s), \quad (6)$$

где  $i = 1, 2$  и  $n_{ki}$  — концентрации частиц компонент пара на границе кнудсеновского слоя. Уравнения (3), (5), (6) составляют систему уравнений для неизвестных концентраций  $n_e, n_{m_0}, n_{m_1}, n_{m_2}, n_{m_{20}}, n_{m_{21}}, n_{m_{22}}$ . Данная система может быть сведена к одному нелинейному уравнению относительно  $n_e$ , которое может быть решено численно при заданных значениях  $T_s, T_e$  и  $\beta_{m_2}$ .

На приведенных ниже рисунках показаны зависимости важных с технологической точки зрения газодинамических характеристик прианодной плазмы от температуры поверхности анода из Al–Mg сплава. На рис. 4–6 показаны зависимости массового потока магния с поверхности расплава  $q_{m_2}$ , потерь тепла на испарение  $Q_{ev}$  и полного газодинамического давления на эту поверхность  $\Pi_k$  от ее температуры. Кривые приведены для нескольких значений массового содержания магния в сплаве

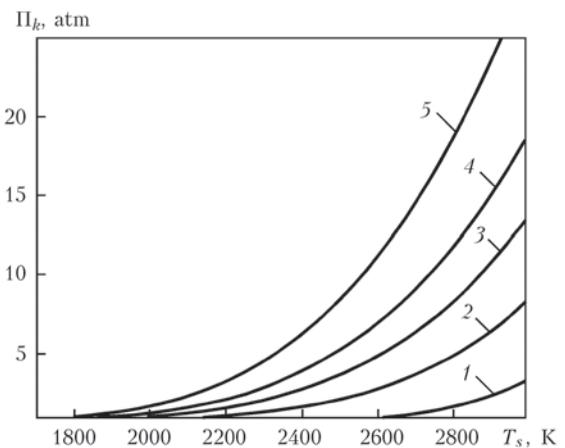


Рис. 6. Зависимость полного газодинамического давления от температуры поверхности анода из Al–Mg сплава для различных значений  $\beta_{m_2}$ : 0 (1), 1 (2), 2 (3), 3 (4), 5 (5) %

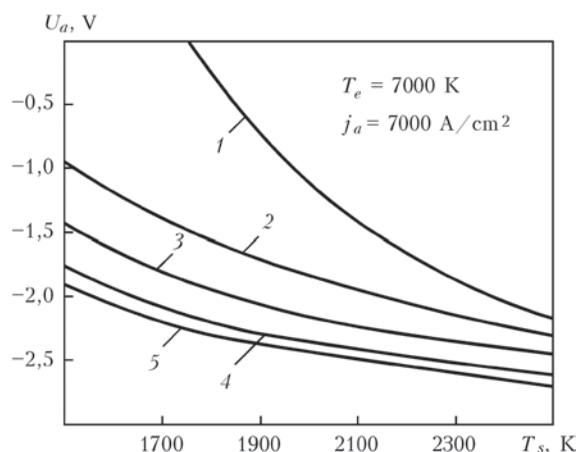


Рис. 7. Зависимость анодного падения потенциала от температуры поверхности анода из Al–Mg сплава для различных значений  $\beta_{m_2}$ : 0 (1), 1 (2), 2 (3), 3 (4), 5 (5) %

при температуре электронов  $T_e = 7000$  К. Массовый поток магния с поверхности расплава определяется как  $q_{m_2} = n_{m_2} (n_{m_{20}} + n_{m_{21}} + n_{m_{22}}) u_k$ , потери тепла на испарение определяются как  $Q = \sum_{i=1}^2 \left( \lambda_{m_i} \sum_{j=0}^2 n_{m_{ij}} \right) n_k$ , а полное газодинамическое давление определяется как  $\Pi_k = p_k + (\rho_{m_1} + \rho_{m_2}) u_k^2$ , где  $m_2$  — масса атома магния;  $p_k$  и  $u_k$  — газостатическое давление и скорость пара на границе кнудсеновского слоя;  $\rho_{m_1}$ ,  $\rho_{m_2}$  — плотности соответствующих компонент пара на этой границе. Расчеты показывают, что концентрация магния в потоке отлетающего пара намного выше, чем концентрация алюминия. Относительная концентрация алюминия не превышает 10 % даже при значительных перегревах поверхности выше температуры кипения. Таким образом, массовый поток магния, показанный на рис. 4, приблизительно равен полному массовому потоку с поверхности сплава. Далее из рис. 5 следует, что потери тепла на испарение достаточно высоки и, как будет показано ниже, могут быть

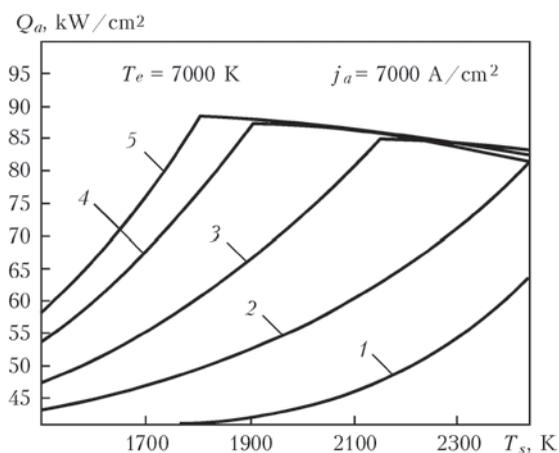


Рис. 8. Зависимость теплового потока в анод из Al–Mg сплава от температуры поверхности анода для различных значений  $\beta_{m_2}$ : 0 (1), 1 (2), 2 (3), 3 (4), 5 (5) %

сравнимы с тепловым потоком, вводимым в анод из плазмы. Кроме того, как следует из рис. 6, полное газодинамическое давление может локально достигать значений в несколько десятков атмосфер и оказывать значительное влияние на форму поверхности расплавленного анода (жидкой ванны или капли электродного металла).

**Модель анодных процессов.** В завершение на основе предложенных моделей испарения в диффузионном и конвективном режимах и модели анодных процессов рассмотрим электрические и тепловые характеристики анодного слоя многокомпонентной плазмы вблизи испаряющегося анода из Al–Mg сплава. В данной работе используется модель анодных процессов, предложенная в работе [4]. Данная модель позволяет рассчитывать такие характеристики, как анодное падение потенциала  $U_a$  и поток тепла, вводимый дугой в анод  $Q_a$ , в зависимости от температуры его поверхности, температуры электронов прианодной плазмы, массового содержания магния в сплаве и плотности тока на аноде. На рис. 7 и 8 показаны зависимости анодного падения потенциала и теплового потока, вводимого в анод из плазмы, от температуры его поверхности для различных значений массового содержания магния в сплаве. Температура электронов  $T_e = 7000$  К, плотность тока на аноде  $j_a = 7000$  А/см\$^2\$. Как следует из рис. 8, тепловой поток в анод возрастает до тех пор, пока температура его поверхности меньше температуры кипения. В конвективном режиме испарения тепловой поток в анод несколько снижается с ростом температуры, так как скорость ионов в направлении анода в конвективном режиме уменьшается за счет противоположно направленного конвективного разлета прианодной плазмы. На рис. 9 показано влияние потерь тепла на испарение на результирующий тепловой

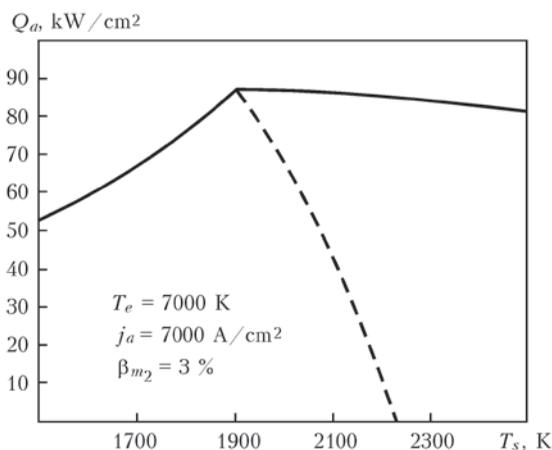


Рис. 9. Влияние потерь тепла на испарение на величину результирующего теплового потока в анод из Al–Mg сплава. Сплошной линией показан тепловой поток, вводимый дугой  $Q_a$ , пунктирной линией показан результирующий тепловой поток  $Q = Q_a - Q_{ev}$

поток, вводимый в анод. Пунктирной линией на рис. 9 показана зависимость полного теплового потока  $Q = Q_a - Q_{ev}$  от температуры поверхности анода. Как следует из рис. 9 результирующий тепловой поток резко падает, когда температура поверхности становится выше температуры кипения сплава, т.е. потери тепла на испарение могут быть сравнимы с теплом, вводимым в анод из плазмы.

### Выводы

В работе предложена комплексная модель испарения анода из бинарного сплава в условиях дуговой сварки, позволяющая определять основные физические характеристики многокомпонентной прианодной плазмы в широком диапазоне значений температуры поверхности анода в зависимости от его состава, температуры электронов в анодном слое и плотности электрического тока на аноде. Модель позволяет рассматривать процесс испарения как в диффузионном, так и в конвективном режимах. В качестве примера рассмотрено испарение бинарных Al–Mg сплавов с различным массовым содержанием магния (до 10 %).

На основе модели испарения в диффузионном режиме получена зависимость температуры кипения Al–Mg сплава от массового содержания магния и от температуры электронов прианодной плазмы. Показано, что температура кипения сплава резко падает при увеличении содержания магния до 2 % и достаточно медленно меняется при дальнейшем повышении его содержания в сплаве. Также показано, что температура поверхности, при которой давление ионизированного пара становится равным атмосферному, несколько падает при повышении температуры электронов в прианодной плазме, что связано с уменьшением парциального давления тяжелых частиц за счет увеличения парциального давления электронов.

На основе предложенной модели конвективно-го испарения рассчитаны потери тепла на испарение анода из Al–Mg сплава, массового потока магния с поверхности такого анода, а также полного газодинамического давления на эту поверхность в зависимости от ее температуры и состава сплава. Показано, что содержание магния в потоке металлического пара, уходящего с поверхности такого анода, значительно превосходит содержание алюминия, а значения удельных потерь тепла на испарение могут иметь один порядок с величиной теплового потока, вводимого в анод дуговой плазмой. Также показано, что полное газодинамическое давление на поверхность расплава может достигать нескольких атмосфер, и, следовательно,

оказывать существенное влияние на форму свободной поверхности расплава.

На основе модели анодных процессов получены зависимости анодного падения потенциала и теплового потока в Al–Mg анод от температуры его поверхности. Показано, что тепловой поток в анод увеличивается с ростом температуры поверхности в диффузионном режиме и начинает убывать с ростом температуры поверхности при переходе в конвективный режим испарения. Уменьшение теплового потока в конвективном режиме связано с уменьшением потока ионов на поверхность анода, за счет их направленного движения в область столба дуги. Также показано, что учет тепловых потерь на испарение резко снижает результирующий тепловой поток, вводимый в металл дуговой плазмой.

В заключение следует отметить, что предложенная в данной работе модель испарения анода из бинарного сплава является экономичной с точки зрения затрат машинного времени и может быть эффективно использована при моделировании тепловых процессов в свариваемом изделии при сварке неплавящимся электродом и плазменной сварке или в капле электродного металла при сварке плавящимся электродом.

1. *Metal vapour behaviour in gas tungsten arc thermal plasma during welding* / M. Tanaka, K. Yamamoto, S. Tashiro, et al. // *Welding in the World*. — 2008. — **52**, № 11/12. — P. 82–88.
2. *Modelling of thermal plasmas for arc welding: the role of shielding gas properties and of metal vapour* / A.B. Murphy, M. Tanaka, K. Yamamoto, et al. // *J. Physics D: Appl. Phys.* — 2009. — **42**. — 194006.
3. *Murphy A.B. The effects of metal vapour in arc welding* // *J. Physics D: Appl. Phys.* — 2010. — **43**. — 434001.
4. *Modelling of electromagnetic processes in system «welding arc–evaporating anode»*. Part 1. Model of anode region / I. Krivtsun, V. Demchenko, A. Lesnoi, et al. // *Sci. and Technology of Welding and Joining*. — 2010. — **15**, № 6. — P. 457–462.
5. *Modelling of gas-metal arc welding taking into account metal vapour* / M. Schnick, U. Fuessel, M. Hertel, et al. // *Ibid.* — 434008.
6. *Basant L. Tiwari. Thermodynamic properties of liquid Al–Mg alloys measured by the Emf method* // *Metall. Transact. A*. — 1987. — **18A**. — P. 1645.
7. *Knight Ch.J. Theoretical modeling of rapid surface vaporization with back pressure* // *AIAA J.* — 1979. — **17**, № 5. — P. 519–523.
8. *Zhao H., Debroy T. Weld metal composition change during conduction mode laser welding of aluminum alloy 5182* // *Metallurgical and Materials Transact. B*. — 2001. — **32**. — P. 163–172.
9. *Modelling of binary alloy (Al–Mg) anode evaporation in arc welding* / I. Semenov, I. Krivtsun, V. Demchenko et al. // *Modelling Simul. Mater. Sci. Eng.* — 2012. — **20**. — P. 055009.

## 1.1.17. MODELLING OF BINARY ALLOY (Al–Mg) ANODE EVAPORATION IN ARC WELDING\*

I. SEMENOV, I. KRIVTSUN, V. DEMCHENKO, A. SEMENOV,  
U. REISGEN, O. MOKROV, A. ZABIROV

**1. Introduction.** Recently, problems related to evaporation of molten anode metal into arc plasma during gas-tungsten arc (GTA) and gas-metal arc (GMA) welding have attracted increasing interest in the welding research community [1–7]. The presence of metal vapour may strongly change the physical properties of arc plasma (thermophysical properties, transport coefficients, optical properties) and, consequently, can influence the mass, energy and charge transfer processes in the arc. Moreover, evaporation of the metal from the surface of the molten anode (weld pool in GTAW or electrode-metal droplet in GMAW) has great influence on technological characteristics of welding process such as shape and size of the weld pool; size of the heat affected zone; size, temperature and transfer frequency of the electrode-metal droplets. The loss of alloying elements due to evaporation during welding of multicomponent alloys can lead to changes in weld pool chemical composition and low quality of the weld seam (e.g. in laser welding [8]). In addition, volume condensation of the metal vapour in welding arcs leads to the formation of potentially harmful aerosols [7, 9–13], which are known to be one of the important problems in modern welding industry. Thus, mathematical modelling of the anode evaporation process is of great interest for future development of GTA and GMA welding technologies.

Two main evaporation regimes are distinguished: diffusive regime and convective one. Evaporation takes place in the diffusive regime when the anode surface temperature is lower than the metal boiling temperature at a given pressure of ambient plasma. In this case, there is no gas-dynamic flow of the metal vapour and, consequently, there exists a partially ionized vapour-gas mixture near the anode surface. When the surface temperature becomes higher than the metal boiling temperature, the metal vapour starts to flow into the ambient plasma and evaporation takes place in the convective regime. In contrast to the diffusive regime, there exists only a partially ionized metal vapour near the anode surface in this case. It should be noted here that in both diffusive and convective regimes plasma near the anode surface is non-isothermal, i.e. the electron temperature is not equal to the temperature of heavy particles (ions and

atoms). Moreover, as was shown in [14], the metal boiling temperature at a given ambient pressure depends on the electron temperature. It is also known that in the convective evaporation regime there exists a thin layer near the anode surface (Knudsen layer) [15], where the local equilibrium is established via collisions between vapour particles. In general, the vapour flow within the Knudsen layer has to be considered within the framework of the kinetic theory of gases on the basis of the Boltzmann equation or its simplified versions (e.g. the BGK model). However, in view of the complexity of the kinetic equations, it is usually more efficient to use simplified theoretical models of the Knudsen layer. One of the most known models of this layer was proposed by Knight [15] for a single-component vapour. The results obtained using this model are in good agreement with those obtained via numerical solution of the BGK kinetic equation [16]. The generalization of Knight's model to the case of binary vapour mixture was proposed in [8]. However, this model is based on simple physical considerations and is not well grounded from a kinetic theory point of view.

In this paper we propose a simple analytical model of binary alloy anode evaporation in GTAW and GMAW, which allows one to obtain composition and basic gas-dynamic properties of arc column plasma near the anode surface as well as properties of the anode layer as functions of the anode surface temperature, anode chemical composition, electron temperature and electric current density at the anode surface. The proposed model includes model of evaporation in diffusive and convective regimes and model of anode processes. In addition, a new model of the Knudsen layer for the case of binary alloy evaporation is proposed. This model comprises mass, momentum and energy balances for each alloy component, which are correct from a kinetic theory point of view. Aluminium-magnesium alloys with different values of magnesium mass fraction (up to 10 %) are considered as an example of evaporating anode, and argon is considered as an example of ambient gas. Spectroscopic and physical properties of considered elements were taken from [17, 18]. The calculations were carried out in a wide surface temperature range (1500–3000 K).

\*Modelling Simulation in Materials Science and Engineering. — 2012. — Vol. 20. — P. 1–12.

The electron temperature was varied from 5000 to 10 000 K. These ranges are typical for GTA and GMA welding conditions.

The structure of the paper is as follows. In sections 2 and 3, the model of evaporation in diffusive and convective regimes are described, respectively. In section 4, the model of anode processes is presented. Some concluding remarks are made in section 5.

**2. Model of evaporation in diffusive regime.** At first, let us consider the model of Al–Mg alloy evaporation in diffusive regime. In this case, there exists an ionized vapour-gas mixture near the metal surface which is assumed to comprise electrons (e); aluminium atoms ( $m_{10}$ ), singly ionized aluminium ions ( $m_{11}$ ), doubly ionized aluminium ions ( $m_{12}$ ); magnesium atoms ( $m_{20}$ ), singly ionized magnesium ions ( $m_{21}$ ), doubly ionized magnesium ions ( $m_{22}$ ); argon atoms ( $g_{10}$ ) and singly ionized argon ions ( $g_{11}$ ). The temperature of the heavy particles (atoms and ions of all kinds) is assumed to be equal to the surface temperature  $T_s$  and the temperature of the electrons  $T_e$  is a free parameter of the model. The equation of state for the mixture reads as

$$P_0 = n_e k T_e + \sum_{\alpha} n_{\alpha} k T_s, \quad (1)$$

where  $k$  is the Boltzmann constant;  $P_0$  is the atmospheric pressure;  $n_e$  is the concentration of electrons;  $n_{\alpha}$  is the concentration of certain type of heavy particles; and  $\alpha$  denotes the type of heavy particle. The quasineutrality condition is written as follows:

$$n_e = n_{m_{11}} + 2n_{m_{12}} + n_{m_{21}} + 2n_{m_{22}} + n_{g_{11}}. \quad (2)$$

The concentrations of atoms, ions and electrons are related to each other through quasi-equilibrium Saha equations:

$$\frac{n_e n_{\alpha}}{n_{\beta}} = \frac{s_{\alpha}}{s_{\beta}} \frac{2}{\lambda^3} \exp\left(-\frac{I_{\alpha\beta}}{k T_e}\right), \quad (3)$$

where  $\alpha$  and  $\beta$  denote the type of heavy particles (e.g.  $\alpha = m_{11}$ ,  $\beta = m_{10}$ , etc);  $s_{\alpha}$  and  $s_{\beta}$  are the corresponding statistical weights;  $I_{\alpha\beta}$  is the ionization energy for a given reaction; and  $\lambda = \sqrt{h^2 / 2\pi m_e k T_e}$ , where  $h$  is the Planck constant and  $m_e$  is the electron mass. The total concentrations of aluminium and magnesium heavy particles are calculated via the Clausius–Clapeyron equations:

$$\sum_{j=0}^2 n_{m_{ij}} = \frac{a_{m_i} P_0}{k T_s} \exp\left(\frac{\lambda_{m_i}}{k T_s} - \frac{\lambda_{m_i}^b}{k T_s}\right), \quad (4)$$

where  $i = 1, 2$ ;  $T_{m_i}^b$  is the boiling temperature;  $\lambda_{m_i}$  is the evaporation heat per one particle; and  $a_{m_i}$  is the activity of an element in the liquid metal. The activity coefficients are calculated in the following way (see [19]):  $a_{m_1} = X_{m_1}$ ,  $a_{m_2} = 0.88 X_{m_2}$ , where  $X_{m_1}$  and

$X_{m_2}$  are the mole fraction of aluminium and magnesium in the alloy, respectively. The equations (1)–(4) form a system of nine nonlinear equations for nine unknown concentrations  $n_e$ ,  $n_{m_{10}}$ ,  $n_{m_{11}}$ ,  $n_{m_{12}}$ ,  $n_{m_{20}}$ ,  $n_{m_{21}}$ ,  $n_{m_{22}}$ ,  $n_{g_{10}}$ ,  $n_{g_{11}}$ . These equations can be solved numerically for given values of surface temperature  $T_s$ , electron temperature  $T_e$  and magnesium mole fraction  $X_{m_2}$ . Note that we can use only magnesium mole fraction to define alloy composition, since for binary alloy aluminium mole fraction can be simply calculated as  $X_{m_1} = 1 - X_{m_2}$ . From a practical point of view, it is more convenient to use the mass fraction of an element instead of the mole fraction. Thus, we work below with magnesium mass fraction  $\beta_{m_2}$  instead of its mole fraction  $X_{m_2}$ .

In figures 1–3, we show some illustrative results obtained using the model described above. In figure 1, we demonstrate the dependence of the relative concentration of metal particles  $\gamma_m$  in the near anode plasma on the surface temperature  $T_s$  for different values of  $\beta_{m_2}$ . The electron temperature is  $T_e = 7000$  K. The relative concentration of metal particles is defined as  $\gamma_m = n_m / (n_m + n_g)$ , where  $n_m = \sum_{i=1}^2 \sum_{j=0}^2 n_{m_{ij}}$  and  $n_g = n_{g_{10}} + n_{g_{11}}$ . As is seen in figure 1, the relative concentration of metal particles  $\gamma_m$  increases sharply near some temperature  $T_b$  and becomes equal to 1 at this temperature. It is clear from the definition of  $\gamma_m$  that the temperature  $T_b$  is the boiling temperature of considered alloy for given values of  $\beta_{m_2}$  and  $T_e$ , i.e. this temperature corresponds to the transition between diffusive and convective evaporation regimes. Since the proposed model does not describe intermediate evaporation regime, the curves shown in figure 1 have a sharp knee at the boiling temperature  $T_b$ . In figure 2, the dependence of the boiling temperature  $T_b$  on the

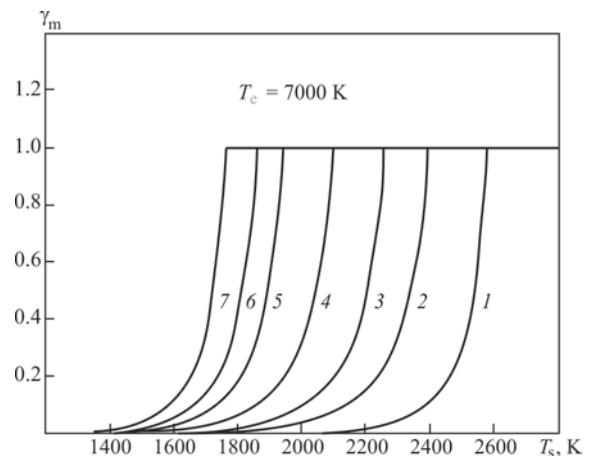


Fig. 1. Dependence of the relative concentration of metal particles on the surface temperature for different values of the magnesium mass fraction;  $\beta_{m_2} = 0\%$  (1),  $0.25\%$  (2),  $0.5\%$  (3),  $1\%$  (4),  $2\%$  (5),  $3\%$  (6),  $5\%$  (7)

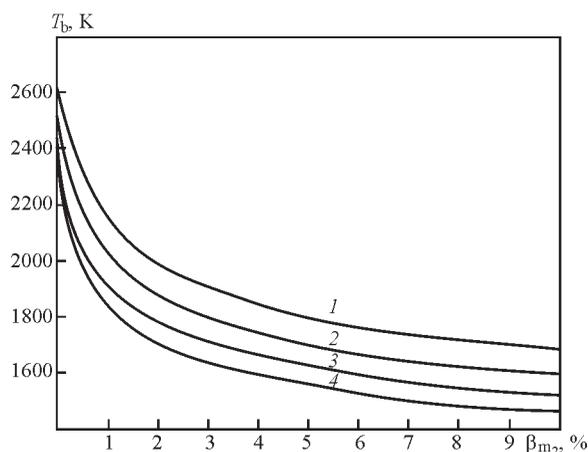


Fig. 2. Dependence of the boiling temperature on the magnesium mass fraction for different values of the electron temperature:  $T_e = 5$  kK (1), 8 kK (2), 9 kK (3), 10 kK (4)

magnesium mass fraction  $\beta_{m_2}$  is shown for different values of the electron temperature. One can observe that the boiling temperature decreases noticeably as the magnesium mass fraction increases up to approximately 3 %, but the dependence becomes more flat for higher values of  $\beta_{m_2}$ . We also show in figure 3 the dependence of the boiling temperature on the electron temperature for different values of the magnesium mass fraction. As can be seen, the boiling temperature decreases with increasing electron temperature. This fact can be explained as follows. The partial pressure of electrons in equation (1) increases with increasing electron temperature, while the total pressure  $P_0$  is kept constant. It leads to a decrease in the partial pressure of heavy particles in equation (1) and, consequently, to a decrease in the boiling temperature, since the boiling temperature is a decreasing function of the ambient vapour pressure.

**3. Model of evaporation in convective regime.**

Further, let us consider the model of Al–Mg alloy

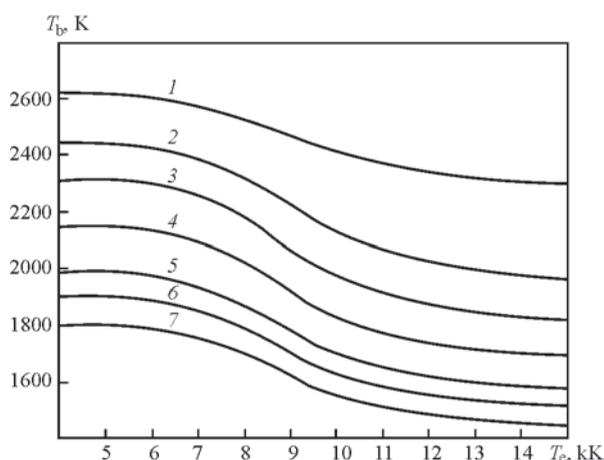


Fig. 3. Dependence of the boiling temperature on the electron temperature for different values of the magnesium mass fraction:  $\beta_{m_2} = 0$  % (1), 0.25 % (2), 0.5 % (3), 1 % (4), 2 % (5), 3 % (6), 5 % (7)

evaporation in convective regime. This regime is characterized by the presence of developed gas-dynamic flow of the metal vapour from the surface to surrounding plasma. Thus, the ionized metal vapour near the surface consists of electrons (e), aluminium atoms ( $m_{10}$ ), singly ionized aluminium ions ( $m_{11}$ ), doubly ionized aluminium ions ( $m_{12}$ ); magnesium atoms ( $m_{20}$ ), singly ionized magnesium ions ( $m_{21}$ ) and doubly ionized magnesium ions ( $m_{22}$ ). As is known, convective evaporation is a strongly non-equilibrium process. The velocity distribution function of vapour particles is discontinuous near the metal surface and, consequently, the metal vapour is far from local equilibrium. Under typical welding conditions, evaporation takes place in strongly collisional (gas-dynamic) regime and, consequently, equilibration is achieved through collisions between vapour particles within a space of several free paths length, known as a Knudsen layer. Generally, non-equilibrium processes in the Knudsen layer have to be analysed within the framework of the kinetic theory, but in practice it is more convenient to use simplified models of the Knudsen layer. The simple theoretical model of the Knudsen layer, proposed by Knight [15], has been extended to binary mixtures in work [8]. Despite the fact that this model works well, it is based on intuitive physical ideas and does not represent results derived directly from the kinetic theory. It is also worth noting that the well known Langmuir (or Schrage) formula for kinetics of evaporation from the melt [20] is not applicable in the considered case since it was derived for evaporation in vacuum (i.e. for a free molecular flow). As was mentioned in [8], the Langmuir equation significantly overestimates the evaporation rate under commonly used welding conditions.

In this paper we propose a new model of the Knudsen layer for binary mixture, which is derived from the correct form of conservation laws. Before explaining the model, let us introduce some notations. We consider binary mixture with two species (1) and (2). Let  $\alpha = 1, 2$  denote the type of particles and  $M_\alpha$  denote the mass of the particle. We assume that the velocity distribution functions  $f_{k\alpha}$  at the edge of the Knudsen layer are Maxwellian with densities  $\rho_{k\alpha}$ , common temperature  $T_k$  and common velocity  $u_k$ . The velocity distribution functions at the metal surface are discontinuous. The distribution functions of outgoing particles are half-Maxwellian with densities  $\rho_{s\alpha}$ , common temperature  $T_s$  and zero velocity, where  $\rho_{s\alpha}$  are the saturated vapour densities related to  $T_s$  via Clausius–Clapeyron equations. The distribution functions of incoming particles are assumed to be proportional to  $f_{k\alpha}$ , and the proportional coefficient is  $\delta$ . In accordance

with Knight's approach, let us write the equations for mass, momentum and energy conservation laws:

$$2\sqrt{\pi}x_\alpha s_\alpha = y + z_\alpha \phi(s_\alpha), \quad (5)$$

$$x_1(s_1^2 + 1/2) + x_2\bar{\rho}(s_1^2 + \bar{m}/2) = \frac{1}{4}y^2(1 + \bar{\rho}\bar{m}) + \frac{1}{2\sqrt{\pi}}z_1\psi(s_1) + \frac{\bar{\rho}\bar{m}}{2\sqrt{\pi}}z_2\psi(s_2), \quad (6)$$

$$\begin{aligned} & \frac{x_1}{2}\left(s_1^3 + \frac{5}{2}s_1\right) + \frac{x_2}{2}\bar{\rho}\left(s_1^3 + \frac{5}{2}\bar{m}s_1\right) = \\ & = \frac{y^3}{2\sqrt{\pi}}(1 + \bar{\rho}\bar{m}^{3/2}) - \frac{1}{8\sqrt{\pi}}z_1\theta(s_1) - \frac{\bar{\rho}\bar{m}^{3/2}}{8\sqrt{\pi}}z_2\theta(s_2), \end{aligned} \quad (7)$$

where  $s_\alpha = \sqrt{u_k/2R_\alpha T_k}$ ;  $R_\alpha = k/M_\alpha$ ;  $\bar{m} = M_1/M_2$ ;  $\bar{\rho} = \rho_{s_2}/\rho_{s_1}$ ;  $x_\alpha = \rho_\alpha/\rho_{s_\alpha}$ ;  $y = \sqrt{T_k/T_s}$ ; and  $z = x_\alpha\delta$ . The functions  $\phi$ ,  $\psi$ , and  $\theta$  read as follows:

$$\phi(x) = (x) - e^{-x^2} - x\sqrt{\pi}\operatorname{erf}(x) + x\sqrt{\pi}, \quad (8)$$

$$\psi(x) = -xe^{-x^2} - x^2\sqrt{\pi}\operatorname{erf}(x) - 1/2\sqrt{\pi}\operatorname{erf}(x) + x^2\sqrt{\pi} + 1/2\sqrt{\pi}, \quad (9)$$

$$\theta(x) = 2x^2e^{-x^2} + 2x^3\sqrt{\pi}\operatorname{erf}(x) + 5x\sqrt{\pi}\operatorname{erf}(x) + 4e^{-x^2} - 5x\sqrt{\pi} - 2x^3\sqrt{\pi}. \quad (10)$$

Equations (5)–(7) allows one to find  $x_1$ ,  $x_2$ ,  $y$  and  $\delta$  for given value of  $s_1$  (note that  $s_2 = s_1\sqrt{M_2/M_1}$ ). In fact, these equations can easily be reduced to one nonlinear equation for  $y$  using elimination procedure.

In order to determine  $s_1$  some assumptions about gas-dynamic flow structure are required (see [15]). In this paper we limit our consideration to the subsonic evaporation regime and accept the idealized flow structure described in [15]. In this case, the velocity  $u_k$  at the edge of the Knudsen layer is determined by use of the shock-wave relation:

$$u_k = \frac{c_a(p_k/p_a - 1)}{\gamma_a\sqrt{1 + (p_k/p_a - 1)(\gamma_a + 1)/2\gamma_a}}, \quad (11)$$

where  $p_k$  is the pressure at the edge of the Knudsen layer,  $p_a$ ,  $c_a$ ,  $\gamma_a$  are the pressure, speed of sound and ratio of specific heats of the surrounding plasma, respectively. Equation (11) together with equations (5)–(7) allows one to write one nonlinear equation for  $s_1$ . This equation can be solved numerically for given values of the surface temperature  $T_s$  and given parameters of the surrounding plasma. Then, the gas-dynamic quantities  $T_k$ ,  $\rho_{k_1}$ ,  $\rho_{k_2}$ ,  $p_k$ ,  $u_k$  at the edge of the Knudsen layer can be calculated from equations (5)–(7).

Further, let us continue to describe the model of evaporation. Analogously to the case of diffusion regime, we use quasineutrality condition

$$n_e = n_{m_{11}} + 2n_{m_{12}} + n_{m_{21}} + 2n_{m_{22}}, \quad (12)$$

and the quasi-equilibrium Saha equations (3). Note that in this case we do not consider the Saha equation for argon particles. The total concentrations of

aluminium and magnesium heavy particles are calculated via the model of the Knudsen layer described above:

$$\sum_{j=0}^2 n_{m_{ij}} = n_{ki}(T_s), \quad (13)$$

where  $i = 1, 2$ , and  $n_{ki}$  are the concentrations at the edge of the Knudsen layer. Here we assume that the parameters of the surrounding plasma are fixed, and  $n_{ki}$  can be calculated as functions of  $T_s$ . Equations (3), (12) and (13) form the system of equations for unknown concentrations  $n_e$ ,  $n_{m_{10}}$ ,  $n_{m_{11}}$ ,  $n_{m_{12}}$ ,  $n_{m_{20}}$ ,  $n_{m_{21}}$ ,  $n_{m_{22}}$ . These equations can be reduced to one nonlinear equation for  $n_e$ , which in turn can be solved numerically for given values of  $T_s$ ,  $T_e$  and magnesium mole fraction  $X_{m_2}$ . The magnesium mole fraction defines the activities  $a_{m_{1,2}}$  of the elements, which are used to define  $\rho_{s_{1,2}}$  in equations (5)–(7) via Clausius-Clapeyron relations. Moreover, the proposed model allows one to compute the gas-dynamic quantities at the edge of the Knudsen layer for given  $T_s$ ,  $T_e$  and  $X_{m_2}$ . Note that as mentioned above the magnesium mass fraction  $\beta_{m_2}$ , is used in our calculations instead of the magnesium mole fraction  $X_{m_2}$ .

In the figures below, we demonstrate the dependences of several gas-dynamic quantities, which are important from the technological point of view, on the surface temperature  $T_s$ . In figures 4–6, the mentioned dependences are shown for the magnesium mass flux  $q_{m_2}$ , the heat loss due to evaporation  $Q_{ev}$  and the total gas-dynamic pressure  $\Pi_k$  at the edge of the Knudsen layer, respectively. The curves are presented for different values of the magnesium mass fraction and the electron temperature is  $T_e = 7000$  K. The pressure

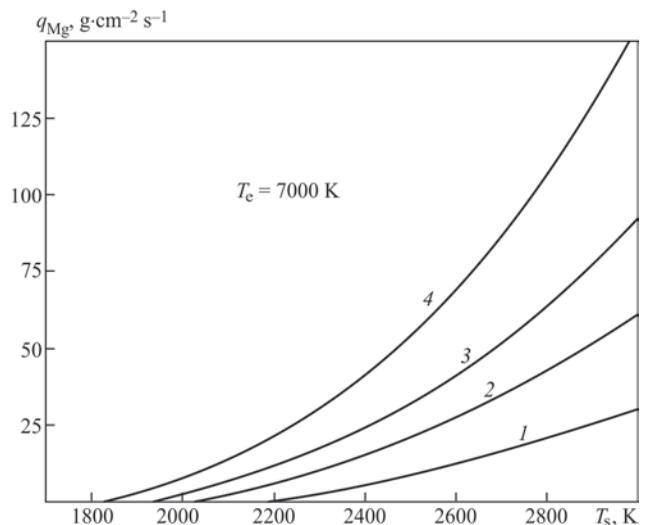


Fig. 4. Dependence of the magnesium mass flux on the surface temperature for different values of the magnesium mass fraction:  $\beta_{m_2} = 1\%$  (1),  $2\%$  (2),  $3\%$  (3),  $5\%$  (4)

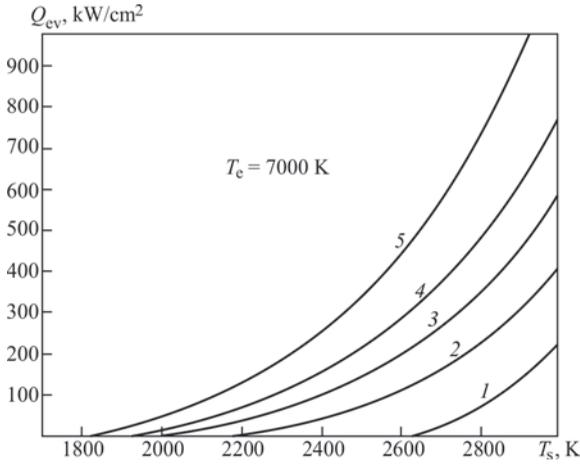


Fig. 5. Dependence of heat loss due to evaporation on the surface temperature for different values of the magnesium mass fraction  $\beta_{m_2} = 0\%$  (1), 1% (2), 2% (3), 3% (4), 5% (5)

of the surrounding plasma  $p_a$  is assumed to be equal to the atmospheric pressure, and the ratio of specific heats are assumed to be  $\gamma_a = 5/3$ . The speed of sound  $c_a$  is calculated assuming that the temperature of surrounding plasma is equal to the electron temperature. Here, the magnesium mass flux is defined as  $q_{m_2} = m_{m_2} (n_{m_{20}} + n_{m_{21}} + n_{m_{22}}) u_k$ , the heat loss due to evaporation is defined as  $Q_{ev} = \sum_{i=1}^2 (\lambda_{m_i} \sum_{j=0}^2 n_{m_j}) u_k$  and the total gas-dynamic pressure at the edge of the Knudsen layer is defined as  $\Pi_k = p_k + (\rho_{m_2} + \rho_{m_1}) u_k^2$ . Our computations show that the concentration of magnesium in evaporating metal stream is much higher than the concentration of aluminium. In fact, the aluminium concentration is not higher than 10% of the total metal vapour concentration, even at sufficiently high surface temperatures. Thus, the magnesium mass flux, shown in figure 4, is approximately equal to the total mass flux of the metal vapour. Further, one can observe from figure 5, that the heat loss due to evap-

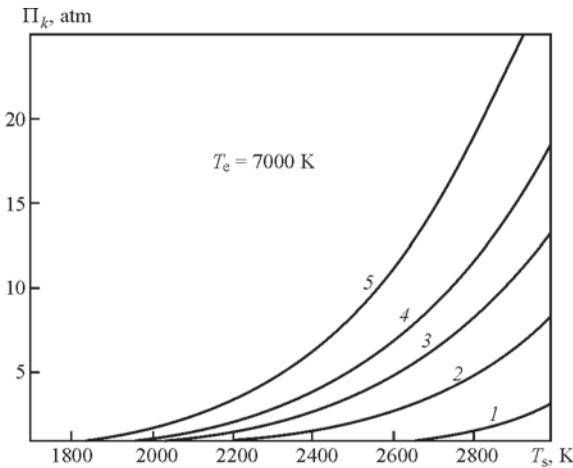


Fig. 6. Dependence of the total gas-dynamic pressure on the surface temperature for different values of the magnesium mass fraction:  $\beta_{m_2} = 0\%$  (1), 1% (2), 2% (3), 3% (4), 5% (5)

oration is sufficiently high, and as will be shown in the next section, can be comparable to the heat flux coming from the arc plasma to the anode surface. In addition, as is seen in figure 6, the total gas-dynamic pressure can locally reach values up to several atmospheres and, consequently, can influence the shape of liquid metal free surface.

**4. Model of anode layer processes.** Finally, let us analyse the characteristics of the anode layer using the proposed models for diffusion and convective evaporation regimes. We are mainly interested in two important parameters, namely the anode potential drop  $U_a$  and anode heat flux  $Q_a$ . In this paper we use the model of anode processes proposed in [4]. For the sake of clarity, we repeat here the main relations of this model. The anode potential drop is calculated using the following equation:

$$U_a = -\frac{kT_e}{e} \ln \left( \frac{en_e v_e}{4(j_a + j_i)} \right), \quad (14)$$

where  $v_e = \sqrt{8\pi T_e / \pi m_e}$ ,  $j_a$  is the total anode current density and  $j_i$  is the total ion current density, which is calculated as  $j_i = \sum_{\alpha} j_{i\alpha}$ , where  $\alpha$  denotes the type of ions. Note that we have  $\alpha = m_{11}, m_{12}, m_{21}, m_{22}, g_{11}$  for the diffusion evaporation regime and  $\alpha = m_{11}, m_{12}, m_{21}, m_{22}$  for the convection evaporation regime. The current density for the particular type of ion can be written as follows:

$$j_{i\alpha} = Z_{\alpha} en_{\alpha} \exp(-w) v_i, \quad (15)$$

where  $Z_{\alpha}$  is the ion charge number;  $n_{\alpha}$  is the concentration of ions;  $v_i$  is the velocity of ions; and  $w = 1/2$  for the diffusion regime and

$$w = \frac{u_k^2 A}{2B} \left( 1 + \sqrt{1 + \frac{B}{u_k^2 A}} \right)^2$$

for the convective regime, where  $A = \sum_{\alpha} m_{\alpha} n_{\alpha}$  and  $B = 4 \sum_{\alpha} k (Z_{\alpha} T_e + T_k) n_{\alpha}$ . Here  $m_{\alpha}$  is the mass of the ion. The velocity of ions in the diffusion regime is calculated as

$$v_i = \sqrt{\frac{B}{4A}}, \quad (16)$$

and in the convective regime as

$$v_i = \frac{u_k}{2} \left( \sqrt{1 + \frac{B}{u_k^2 A}} - 1 \right). \quad (17)$$

Further, the anode heat flux can be calculated as  $Q_a = Q_e + Q_i$ , where  $Q_e$  and  $Q_i$  are the electron and ion heat flux, respectively. The electron heat flux is written as

$$Q_e = k_e \left( \frac{5kT_e}{2e} + \phi_m \right), \quad (18)$$

where  $\phi_m$  is the metal work function. The expression for the ion heat flux reads as

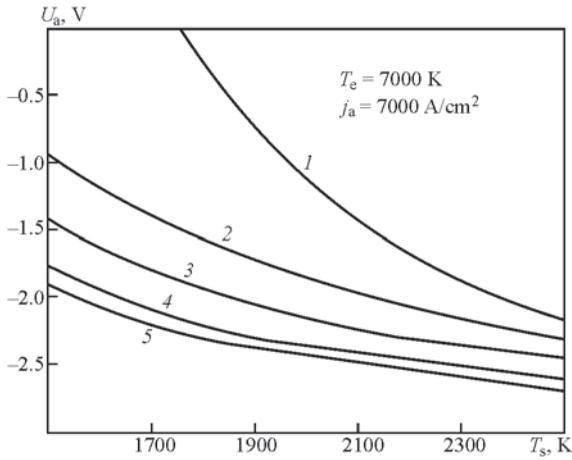


Fig. 7. Dependence of the anode potential drop on the surface temperature for different values of the magnesium mass fraction:  $\beta_{m_2} = 0\%$  (1), 0.25% (2), 1% (3), 3% (4), 5% (5)

$$Q_i = \sum_{\alpha} j_{\alpha} \left( \bar{\varphi} + \frac{m_{\alpha} v_i^2}{2Z_{\alpha} e} + \frac{1}{Z_{\alpha}} \sum_{Z'=1}^{Z_{\alpha}} I_{\alpha Z'} - \varphi_m \right), \quad (19)$$

where  $I_{\alpha Z}$  is the ionization energy for the transition of a ions between states with charges  $Z$  and  $Z+1$ ; and  $\bar{\varphi} = -U_{\alpha} - kT_e / 2e$  in the diffusive regime and

$$\bar{\varphi} = -U_{\alpha} - \frac{kT_e A u_k^2}{2eB} \left( 1 + \sqrt{1 + \frac{B}{u_k^2 A}} \right)^2$$

in the convective regime.

Below we present some results which were obtained using the described model of anode processes and proposed model of evaporation. In figures 7 and 8 we show the dependences of the anode potential drop and the anode heat flux on the surface temperature for different values of the magnesium mass fraction at the electron temperature  $T_e = 7000$  K and the current density  $j_a = 7000$  A·cm<sup>-2</sup>. One can observe from figure 8 that anode heat flux increases with increasing surface temperature while the surface temperature is lower than the boiling temperature, i.e. in the diffusive regime. In the convective regime the anode heat flux slightly decreases with increasing surface temperature. It can be explained by the fact that the ion velocity in the convective regime, defined by equation (17), is a decreasing function of  $T_s$ . Thus the ion current and heat flux, defined by equations (15), (19), also decrease with increasing surface temperature. Finally in figure 9, we demonstrate the influence of heat loss due to evaporation on the total heat flux coming from the arc plasma to the anode. The dashed line in figure 9 shows the dependence of the total heat flux  $Q = Q_a - Q_{cv}$  to the anode on surface temperature. As is seen in figure 9, the total heat flux  $Q$  decreases sharply when the surface temperature becomes higher than the boiling temperature. It results from the fact

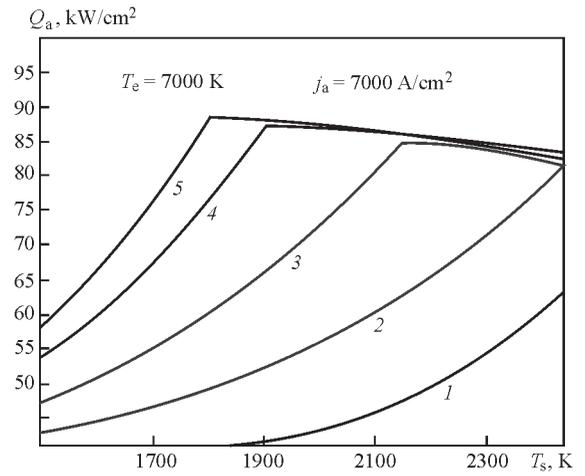


Fig. 8. Dependence of the anode heat flux on the surface temperature for different values of the magnesium mass fraction:  $\beta_{m_2} = 0\%$  (1), 0.25% (2), 1% (3), 3% (4), 5% (5)

that the evaporation heat loss due to evaporation (see figure 5) can be comparable to the anode heat flux  $Q_a$ .

**5. Concluding remarks.** In this paper a new model of binary alloy anode evaporation is proposed. The model describes evaporation process in diffusive and convective regimes and allows one to obtain basic physical properties of multicomponent arc plasma near the anode surface as functions of the anode surface temperature, anode chemical composition, electron temperature and electric current density at the anode surface. As an example, evaporation of binary Al–Mg alloys with different magnesium mass fractions (up to 10 %) into argon plasma is considered. The dependence of Al–Mg alloy boiling temperature on the magnesium mass fraction and electron temperature is obtained using the proposed model of evaporation in diffusive regime. It is shown that the alloy boiling temperature decreases sharply with increase in the magnesium mass fraction up to 2–3 % and depends only weakly on alloy composition for larger values

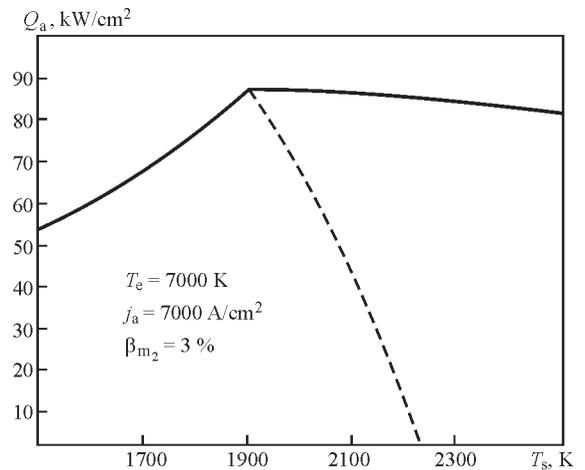


Fig. 9. Influence of heat loss due to evaporation on the total heat flux coming from the arc plasma to the anode. Here the straight line indicates the anode heat flux  $Q_a$  and the dashed line indicates the total heat flux  $Q = Q_a - Q_{cv}$

of the magnesium mass fraction (higher than 3 %). It is also shown that the alloy boiling temperature decreases with increasing electron temperature. It can be explained by the fact that the partial pressure of heavy particles decreases due to increase in partial pressure of electrons (note that the total pressure is kept constant). The dependences of heat loss due to evaporation, magnesium mass flux from anode surface and total gas-dynamic pressure at the anode surface on the surface temperature are obtained using the model of evaporation in convective regime. It is shown that the concentration of magnesium in evaporating metal stream is much higher than the concentration of aluminium, and the heat loss due to evaporation can be comparable to the heat flux coming from the arc plasma to the anode. It is also shown that the total gas-dynamic pressure at the anode surface can increase up to several atmospheres and, consequently, may influence the shape of liquid metal free surface. The dependences of the anode potential drop and anode heat flux on the surface temperature are obtained using the model of anode processes. It is shown that the anode heat flux increases with increase in the surface temperature in the diffusive regime and decreases with the increasing surface temperature in the convective regime. Decrease in the anode heat flux in the convective regime can be explained by the fact that the ion flux to the surface becomes lower due to convective flow of ions into ambient plasma. It is also shown that the heat loss due to evaporation can significantly reduce the total heat flux coming to the anode. Finally, it should be noted that the proposed model of evaporation does not require considerable computational efforts and can be efficiently used for modelling of heat transfer pro-

cesses in metal workpiece or metal electrode droplet during GTA and GMA welding.

**Acknowledgments.** *This research was completed under the collaborative research project «Development of selfconsistent physicomathematical model of energy, mass and charge transfer in system «drop-anode sheath-arc column» during gas metal arc welding» (DFG-Project no. RE 2755/3-3).*

1. Block-Bolten A and Eagar T W 1984 *Melall. Mater. Trans.* B **15B** 461.
2. Tanaka M *et al* 2008 *Weld. World* **52** 82.
3. Murphy AB *et al* 2009 *J. Phys. D: Appl. Phys.* **42** 194006.
4. Krivtsun I *et al* 2010 *Sci. Technol. Weld. Joining* **15** 457.
5. Murphy A B 2010 *J. Phys. D: Appl. Phys.* **43** 434001.
6. Schnick M *et al* 2010 *J. Phys. D: Appl. Phys.* **43** 434003.
7. Wang J B, Nishimura H, Katayama S and Mizutani M 2011 *Sci. Technol. Weld. Joining* **16** 418.
8. Zhao H and Debroy T 2001 *Melall. Mater. Trans.* B **32B** 163.
9. Heile R F and Hill D C 1975 *Weld. J.* **54** 201-s.
10. Kobayashi M, Maki S, Hashimoto Y and Saga T 1978 *Weld. World* **16** 238.
11. Gray C N, Hewitt P J and Dare P R M 1982 *Weld. Met. Fabr.* **10** 393.
12. Jenkins N T and Eagar T W 2005 *Weld. J.* **84** 87-s.
13. Tashiro S *et al* 2010 *J. Phys. D: Appl. Phys.* **43** 434012.
14. Krivtsun I V 2001 *Paton Weld. J.* **3** 2.
15. Knight C J 1979 *AIAA J.* **17** 519.
16. Krivtsun I, Semenov I and Demchenko V 2009 *Proc. VI Int. Conf. Beam Technologies and Laser Application (St-Petersburg, Russia)* p 18.
17. Smirnov B M 1980 *Handbook on Atomic and Molecular Physics* (Moscow: Atomizdat) p 240.
18. Kikoin I K 1976 *Handbook of Tables of Physical Quantities* (Moscow: Atomizdat) p 1008.
19. Tiwari B L 1987 *Metall. Trans.* A **18A** 1645.
20. Schrage R W 1953 *A Theoretical Study of Interphase Mass Transfer* (New York: Columbia University Press).

### 1.1.18. TRANSPORT PROPERTIES OF MULTICOMPONENT THERMAL PLASMAS: GRAD METHOD VERSUS CHAPMAN–ENSKOG METHOD\*

P. PORYTSKY, I. KRIVTSUN, V. DEMCHENKO, U. REISGEN,  
O. MOKROV, A. ZABIROV, S. GORCHAKOV, A. TIMOFEEV, D. UHRLANDT

**1. Introduction.** Substantial growth in technological applications and research of multicomponent plasmas has taken place over the last decade [1]. Among them, investigations regarding arc plasma in the field of gas metal arc welding (GMAW) where multicomponent mixtures are used have been performed [2, 6]. In comparison with one-component plasma, the multicomponent medium has a number of advantages and can be applied in industrial plants and systems. On the other hand, the problem to control the process becomes more difficult.

To improve the control of plasma processing, accurate numerical modeling is needed. Transport properties are indispensable input data for the modeling. For determination of corresponding data in case of thermal plasma, various methods can be used. Thus, the simplified Lorentzian theory gives good results for weakly ionized plasma [7] while more accurate kinetics methods are necessary for plasma with multiple charged ions. The most popular method used for determination of transport coefficients is the Chapman–Enskog method [8, 14]. Alternative methods have not found any bright practical application. One of these methods is the Grad method [21–27].

In this paper, the comparative analysis of transport properties calculated by Grad method and the Chapman–Enskog method is provided for multicomponent thermal plasma in the mixtures of argon and iron at atmospheric pressure.

**2. Methods for calculations of transport properties.** The theory of the transport properties of gas mixtures has been developed by Chapman and Cowling [15], by Hirschfelder and by Curtis and Bird [16]. Chapman–Enskog method is the mostly used for obtaining transport properties of thermal plasmas. For further details, the reader is advised to the Refs 15–21. It should be pointed that the Grad method [21–27] is a unique alternative in comparison to the conventional solution methods of the kinetic equation for plasma species.

From the formal point of view, the results we get using the developed linearized variant of the Grad method are completely equivalent to results of the Chapman–Enskog method. At the same time, the non-linear approximations of the Grad method can give relevant information in a number of cases [25, 26]. Besides that from the physical point of view, the procedure of the Grad method is easier to understand.

In the case of thermal equilibrium plasma with Maxwell distribution for the particles, the Grad method for calculating the properties is best option, since the Maxwell function serves as input data for this method.

**3. Local thermodynamic and ionization equilibrium in the thermal plasma.** Thermal plasma is considered to be in a state of local thermodynamic equilibrium (LTE). Due to the high density of heavy particles and electrons, collisional processes in such plasma are more significant than the processes of diffusion and release of radiation. The equilibrium in plasma is disrupted by the release of radiation and the transfer of charged particles. The relative equilibrium of two states of a particle in the plasma is reached if [28]

$$A_{21}^* / w_{21} \ll 1,$$

where  $A_{21}^*$  is the effective probability of radiative transition from state 2 to state 1 and  $w_{21}$  is the probability of transition due to collisions. This criterion reflects the dominance of collisional processes over the radiative processes.

The criterion of local ionization equilibrium in weakly ionized plasma can be obtained comparing the characteristic times of diffusion and recombination [29, 30]

$$\bar{\omega} = \frac{\tau_{dif}}{\tau_{rec}} = \frac{Kn_e^2 r_{PS}^2}{a_g D_{amb}} \gg 1,$$

where  $\tau_{rec} \propto (Kn_e^2)^{-1}$  is the characteristic time of recombination for a single electron;  $\tau_{dif} = \frac{r_{PS}^2}{a_g D_{amb}}$  is the characteristic time of diffusion of an electron from the plas-

\*Physics of Plasmas. — 2013. — Vol. 20, 023504.

ma domain,  $r_{PS}$  is the plasma radius,  $D_{amb}$  denotes the ambipolar diffusion coefficient,  $a_g$  is the parameter determined by the geometry of the figure (for cylindrical geometry  $a_g = 5.78$ );  $K$  is the rate constant of three-particle recombination of electrons and ions, which can be defined by the formula  $K = 6.4 \cdot 10^{-22} (1000/T)^{9/2}$  (cm<sup>6</sup>/s), the temperature is given in Kelvin.

When LTE is reached, the density of electrons  $n_e$  at a given spatial position is related to the density of ions  $n_i$ , and neutral particles  $n_a$  by the Saha ionization equation [28–30]

$$\frac{n_e n_i}{n_a} = \frac{2 \sum_i \left( \frac{2 \pi m_e k T_2}{h^2} \right)^{3/2} \exp \left( \frac{E_i}{k T} \right)}{\sum_a} \quad (3.1)$$

where  $\Sigma_i$ , and  $\Sigma_a$  are the partition functions of an ion and neutral particle, respectively,  $k$  is the Boltzmann constant,  $m_e$  is the mass of an electron,  $h$  is the Planck constant, and  $E_i$  is the effective ionization energy of the gas. In the case of a mixture containing molecules, the set of mass action laws (Guldberg–Waage equations) have to be taken into account.

**4. Nonideality of plasma.** Due to the interaction between charged particles, the state of dense plasma will be different from the state of ideal gas. Here, the model of weakly nonideal plasma with Debye corrections [31] can be used. With this approximation, the equation of state has the form

$$p + \Delta p = \left( n_e + \sum_{\alpha} n_{a\alpha} + \sum_{\beta} n_{i\beta} \right) k T,$$

where  $n_a$  and  $n_i$ , are the densities of neutrals and ions, respectively,  $\Delta p$  is the Coulomb correction to the pressure  $p$

$$\Delta p = \frac{1}{6} \left( \frac{e^2}{4 \pi \epsilon_0 \lambda_D} \right) \left( n_e + \sum_r r^2 n_r \right)$$

and  $\lambda_D^{-2} = \frac{e^2}{\epsilon_0 k T} \left[ n_e + \sum_r r^2 n_r \right],$

where  $e$  is the electron charge,  $\lambda_D$  is the Debye radius,  $r$  is the ion charge, and  $\epsilon_0$  is dielectric permittivity of vacuum. The effective ionization energy is defined as follows:

$$E_i = IP - \Delta I_r,$$

where  $IP$  is the ionization potential, and  $\Delta I_r$  denotes the lowering of the ionization potential given by formula

$$\Delta I_r = \frac{(r+1)e^2}{4 \pi \epsilon_0 \lambda_D}.$$

**5. Transport integrals.** It should be noted that the present state of the theory of gas mixtures, as well as

of the multicomponent plasma, is characterized by the lack of a unified approach for the description of transport processes. The reason for this is a very complex nature of dependencies of the properties of gas mixtures and plasma on the properties of pure gases and densities of the components.

However, the representative feature of all methods for calculating kinetic properties is the use of certain kinetic integrals. These, for example, are widely used in the effective plasma frequencies theory.

In case of thermodynamic equilibrium with temperature  $T$ , the Chapman–Cowling integrals which characterize the collision of two particles  $\alpha$  and  $\beta$  will have the form [15, 17, 25]

$$\Omega_{\alpha\beta}^{lr} = \left( \frac{kT}{2\pi\mu_{\alpha\beta}} \right)^{1/2} \int_0^{\infty} \zeta^{2r+3} e^{-\zeta^2} Q_{\alpha\beta}^{(l)}(\zeta) d\zeta,$$

where  $\mu_{\alpha\beta}$  reduced mass of colliding particles,  $\zeta = (\mu_{\alpha\beta}/2kT)^{1/2}g$ ,  $g$  — relative velocity of particles. The transport cross-section of order  $l$  is defined as follows:

$$\Omega_{\alpha\beta}^l(g) = \int_{\Omega} \sigma_{\alpha\beta}(g, \chi) (1 - \cos^l \chi) d\Omega =$$

$$= 2\pi \int_0^{\pi} \sigma_{\alpha\beta}(g, \chi) (1 - \cos^l \chi) \sin \chi d\chi,$$

where  $\chi$  — scattering angle,  $\Omega$  — space angle, and  $\sigma_{\alpha\beta}(g, \chi)$  — differential scattering cross-section.

To integral  $\Omega_{\alpha\beta}^{lr}$  corresponds the effective cross-section  $Q_{\alpha\beta}^{-(lr)}$ , which is bound with integral as follows:

$$\Omega_{\alpha\beta}^{lr} = \left( \frac{kT}{2\pi\mu_{\alpha\beta}} \right)^{1/2} \frac{1}{2} (r+1)! \left[ 1 - \frac{1}{2} \frac{1+(-1)^l}{l+1} \right] Q_{\alpha\beta}^{-(lr)}.$$

It should be noted that in multicomponent plasma, the different processes have an influence on the transport properties.

Transport coefficients are calculated based on pointed kinetic integrals. We will consider now the calculation of transport properties.

**6. Transport coefficients.** Transport coefficients of plasma have been calculated with transport integrals. At the same time, it is necessary to take into account the influence of different processes occurring in plasma. Thus, the coefficient of thermal conductivity was calculated as the sum

$$\lambda = \lambda_h + \lambda_e + \lambda_{int} + \lambda_{ri} + \lambda_{rd}, \quad (6.1)$$

where  $\lambda_h$  is the translational thermal conductivity of heavy particles,  $\lambda_e$  is the thermal conductivity of electrons,  $\lambda_{int}$  is the thermal conductivity due to the transfer among the internal degrees of freedom,  $\lambda_{ri}$  is the

reactive thermal conductivity due to ionization, and  $\lambda_{rd}$  is the reactive thermal conductivity due to dissociation.

The viscosity was calculated as a sum of contribution from heavy particles  $\eta_h$  and electrons  $\eta_e$

$$\eta = \eta_h + \eta_e. \quad (6.2)$$

At atmospheric pressure and relatively low temperatures, the contribution of the electrons can be neglected ( $\eta_h \gg \eta_e$ ) and  $\eta \approx \eta_h$  can be assumed.

**A. The coefficient for transfer through heavy particles.** The calculations using Chapman–Enskog’s method were done according to the procedure described in papers [16, 32, 33], which are widely known. Therefore, the main focus will be put on the less known approach, which is based on the Grad method. Here, the fourth approximation for all transport coefficients with exception of the viscosity coefficients has been used. The data for viscosity were determined according to the second approximation.

A peculiarity of transfer in a multicomponent medium is the interference of interaction between different particles. In so-called 13 moments approximation (13 M) in the Grad method, the transport coefficients for the translational degrees of freedom (viscosity  $\eta_h$  and thermal conductivity  $\lambda_h$ ) are calculated as a sum of effective coefficients for each component [25]

$$\eta_h = \sum_{\alpha} \eta_{h\alpha}, \quad (6.3)$$

$$\lambda_h = \sum_{\alpha} \lambda_{h\alpha}. \quad (6.4)$$

Moreover, the corresponding partial coefficients are calculated taking into account the influence of different particle collisions (see Appendix A).

This approximation takes into account only the transfer of the translational degrees of freedom. In molecular gas, it is necessary to take into account the transport of the internal degrees of freedom. It should be noted that the detailed description of the transfer process in molecular gas requires the introduction of a more expanded formalism than in atomic gas theory [25, 26]. At the same time, objective difficulties related to the estimation of the values for the calculation of the properties appear.

It should be mentioned that the internal energy transport for atomic gases was considered in Refs 32–34. However, we are not going to take this internal energy transport into account since it is not significant for the present work.

**B. The electronic coefficients.** The approximation of 13 moments in the Grad method for the electron co-

efficient calculation is not precise enough [25]. Like the first approximation of Chapman–Enskog method, it gives the deviation up to factor of two in comparison with the higher order approximations and experimental results.

Under the assumption of infinitesimal mass relation  $\delta = (m_e/m_h) \ll 1$ , the higher order approximations in Grad method [23] yield the expressions for electron coefficients, which coincide with the approximation of the Chapman–Enskog [19].

In particular, for electron viscosity,

$$\eta_e = \frac{5}{2} n_e^2 (2\pi m_e kT)^{1/2} \frac{|p'|}{|p|}, \quad (6.5)$$

for electrical conductivity,

$$\sigma = \frac{3}{2} n_e^2 e^2 \left( \frac{2\pi}{m_e kT} \right)^{1/2} \frac{|q'|}{|q|}, \quad (6.6)$$

and for electron thermal conductivity,

$$\lambda_e = \frac{75}{8} n_e^2 \left( \frac{2\pi kT}{m_e} \right)^{1/2} \frac{|q''|}{|q'|}. \quad (6.7)$$

Here, the elements of determinants  $p^{nk}$  and  $q^{nk}$  are calculated using the Chapman–Enskog integrals (effective cross-section). Appropriate expressions can be found in Refs 19 and 25 (see Appendix B). Prime means that the corresponding determinants consist of a set of elements, in which the elements with zero index are absent. Double prime corresponds to the case when matrix elements with indices 0 and 1 are equal to zero.

The third approximation for the electron thermal conductivity is given by

$$\begin{aligned} [\lambda_e]_3 &= \frac{75}{8} n_e^2 \left( \frac{2\pi kT_e}{m_e} \right)^{1/2} \frac{q^{22}}{\begin{vmatrix} q^{11} & q^{12} \\ q^{12} & q^{22} \end{vmatrix}} = \\ &= \frac{75}{8} n_e^2 \left( \frac{2\pi kT_e}{m_e} \right)^{1/2} \frac{q^{22}}{(q^{11}q^{22} - (q^{12})^2)}, \end{aligned} \quad (6.8)$$

and the third and fourth approximations for the electrical conductivity read

$$[\sigma]_3 = \frac{3}{2} n_e^2 e^2 \left( \frac{2\pi}{m_e kT} \right)^{1/2} \frac{\begin{vmatrix} q^{11} & q^{12} \\ q^{12} & q^{22} \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} q^{00} & q^{01} & q^{02} \\ q^{01} & q^{11} & q^{12} \\ q^{02} & q^{12} & q^{22} \end{vmatrix}} \quad (6.9)$$

and

$$[\sigma]_4 = \frac{3}{2} n_e^2 e^2 \left( \frac{2\pi}{m_e kT} \right)^{1/2} \begin{vmatrix} q^{11} & q^{12} & q^{13} \\ q^{21} & q^{22} & q^{23} \\ q^{31} & q^{32} & q^{33} \\ q^{00} & q^{01} & q^{02} & q^{03} \\ q^{01} & q^{11} & q^{12} & q^{13} \\ q^{02} & q^{21} & q^{22} & q^{23} \\ q^{03} & q^{31} & q^{32} & q^{33} \end{vmatrix}, \quad (6.10)$$

respectively.

The calculation of electrical conductivity shows that the approximations yield a pronounced iterative convergent sequence.

The convergence problem was discussed in Refs 19, 35, 80, and 81. It was shown that the approximations converge quickly and acceptable accuracy of calculation can be achieved at 4th approximation for electron electrical conductivity and at 3rd approximation for electron thermal conductivity. These approximations have been used in our calculations.

Depending on the chemical composition (temperature) of the plasma, the various convergence of approximations takes place [35]. This means that the accuracy of the solution varies when a bright temperature range is considered. It is to expect that the convergence depends on the difference of mass of the colliding particles and on an interaction potential of the colliding particles.

Considering the question of the minimum permissible approximation, it should be noted that the 2nd-order approximation, like, e.g., Ref. 36 can be applied. However, even for the medium values of electron velocity and a pronounced interaction between electrons and atoms (i.e., Ramsauer effect), the use of minor approximations produces inexact results.

The discussed simplifications for electron coefficients are quite acceptable for LTE plasma when compared to theoretical models, which take into account a mass distinction of colliding particles [9, 19, 20, 23]. On the other hand, taking into account the contribution of heavy particles, i.e., in electrical conductivity, can affect the results [24, 37], although this issue is not adequately explored.

**C. Reactive thermal conductivity.** Because of the dissociation and ionization processes in plasma, secondary heat flow takes place. This heat flow can be considered by introducing additional term of reactive heat transfer. This appears in Eq. (6.1) as additional terms for ionization and dissociation.

The reactive thermal conductivity due to dissociation and ionization has been calculated according to the Brokaw–Butler’s theory [38–41]

$$\lambda_r = \frac{1}{RT^2} \sum_l \Lambda_l \Delta H_l, \quad (6.11)$$

where  $\Lambda_l$  are the solutions of a linear system and  $\Delta H_l$  is the enthalpy change for the  $l$ -reaction.

This theory has a number of assumptions and simplifications which should be critically evaluated. For example, an alternative approach found in Ref. 42 gives a difference of about 30–40 % in relation to the considered Brokaw–Butler’s theory.

There are differences between the two methods (Grad method and Chapman–Enskog method) when calculating the transport properties. To deal with these differences and with the physical mechanisms, we have to consider the theory simplification according to Ref. 40. For simplicity reasons, we will consider only the contribution to thermal conductivity due to ionization  $\lambda_{ri}$ , where the particles that are involved in the reaction—electron (e), atom or parent ion (a), ion or daughter ion (i) — are in the ambient gas (0). In addition, we assume that the diffusion coefficients of electrons are significantly greater than the diffusion coefficients of heavy particles ( $D_{eh} \gg D_{ih}, D_{ah}$ )

$$\lambda_{ri} = \frac{p}{T} \left( \frac{\Delta h_i}{kT} \right) \frac{1}{A_{11}}, \quad (6.12)$$

where  $\Delta h_i$  is the change of ionisation reaction enthalpy in the basis of one particle

$$A_{11} = \frac{1}{D_{ia}} \frac{(y_a + y_i)^2}{y_a y_i} + y_0 \left( \frac{1}{y_a D_{a0}} + \frac{1}{y_i D_{i0}} \right),$$

$D_{ia}$  is the diffusion coefficient of ions in pure atomic gas, and  $D_{a0}$  and  $D_{i0}$  are diffusion coefficients of atoms and ions in ambient gas.

The above mentioned diffusion coefficients in mixtures were calculated according to the above mentioned Blanc law. Diffusion coefficients are calculated based on collision cross-sections between heavy particles.

It should be noted that the simplified approach does not take into account the presence of excited states. From the other point of view, the excited states can be considered as separate sorts of particles using the same approach as in Ref. 82. This problem was described by Bruno [83] in detail, where is shown that the using of simplified approach is correct in case of parallel averaging in internal states. Neglecting of excited states can deliver an error near 15–23 % in case of nitrogen plasma.

**7. Cross sections.** The starting point for the determination of transport coefficient is the calculation of kinetic integrals. The scattering cross sections are

required as input data. Unfortunately, there is a lack of corresponding experimental data; cross sections are available selectively for the limited number of processes and particles. Therefore, some conventional approximations and simplifications have been used.

**A. Neutral–neutral.** For Ar–Ar collisions, the experimentally verified data of Aziz [43, 44] have been used. Fe–Fe interaction was described according to Huebner et al. [45]. The parameters for Ar–Fe collisions have been approximated from potential curves for Ar–Ar and Fe–Fe systems.

In order to reduce the calculation time without significant accuracy loss, the following approach has been applied:

Kinetic integrals have been calculated using Lennard–Jones model potential (for polar molecules–Stockmayer potential) according to the formulae in Ref. 46. The initial parameters  $\sigma_{LJ}$  and  $\varepsilon/k$  for the potential were taken from pure substances according to Ref. 47. For mixtures, simple mixing rules have been used (see, Refs 48 and 49 and reference therein). It is worth mentioning that in case the parameter set for Lennard–Jones (Stockmayer) potential is unknown, it can be calculated using Brokaw’s method based on thermo-dynamic parameters of the substance [47].

**B. Electron–neutral.** The cross section data for collisions between the electrons and Ar atoms were

chosen according to the following scheme and depending on the electron energy  $E_e$ :

$$\begin{aligned} 0.02 \text{ eV} \leq E_e < 1.0 \text{ eV} & \text{ (Ref. 50);} \\ 1.0 \leq E_e \leq 10 \text{ eV} & \text{ (Ref. 51);} \\ E_e > 10 \text{ eV} & \text{ (Ref. 52).} \end{aligned}$$

The cross section of the interactions between the electrons and Fe atoms was taken from Ref. 53. For high energy cases, the values from Ref. 54 were used. Missing data have been interpolated or extrapolated from the available data.

For the cases where no literature data are available, the average electron-atom momentum transfer cross section calculated in the Born approximation [55] was used. It is expressed as

$$\bar{Q}_{en} = \frac{\pi^3 (\alpha_D / 2r_0 a_B)^2}{F(\kappa, k_w, r_0)},$$

where  $\alpha_D$  is the dipole polarizability,  $a_B$  is the Bohr radius,  $\kappa = 1/\lambda_D$  is the inverse screening length,

$$k_w = \sqrt{\frac{8m_e kT}{\pi h^2}}$$

electron wave number calculated at the average electron velocity,

$$r_0 = \sqrt[4]{\frac{\alpha_D a_B}{2Z^{1/3}}}$$

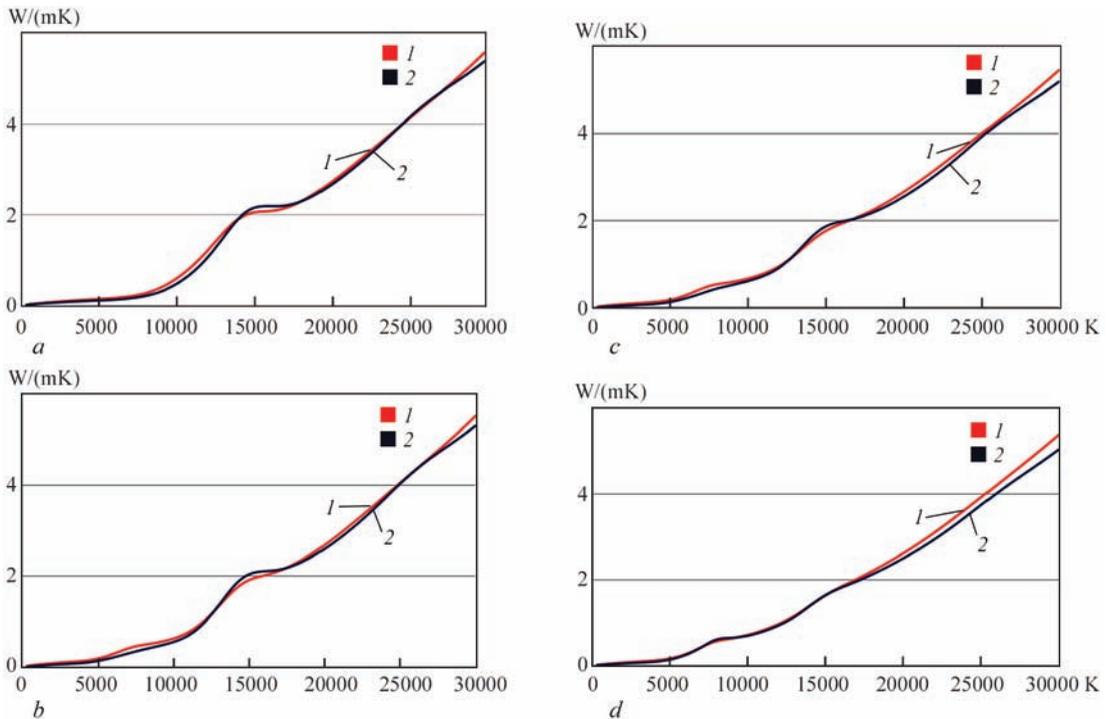


Fig. 1. Total thermal conductivity in argon plasma (a), total thermal conductivity in the mixture Ar/Fe = 90/10 (b), total thermal conductivity in the mixture Ar/Fe = 75/25 (c), total thermal conductivity in the mixture Ar/Fe = 50/50 (d); 1 — Chapman–Enskog; 2 — Grad method

is the cut-off radius, and other coefficients are given by

$$\begin{aligned}
 F(\kappa, k_w, r_0) &= A_\kappa^2 + 3B_\kappa k_w r_0 + 7.5C_\kappa (k_w r_0)^2 - \\
 &\quad - 3.4D_\kappa (k_w r_0)^3 + 10.6668E_\kappa (k_w r_0)^4, \\
 A_\kappa &= 1 + 2\kappa r_0 + \frac{7}{\pi^2}(\kappa r_0)^2 + \frac{\pi}{7}(\kappa r_0)^3, \\
 B_\kappa &= \exp(-18\kappa r_0), \\
 C_\kappa &= \frac{1 + 22\kappa r_0 - 11.3(\kappa r_0)^2 + 33(\kappa r_0)^4}{1 + 6\kappa r_0 + 4.7(\kappa r_0)^2 + 2(\kappa r_0)^4}, \\
 D_\kappa &= \frac{1 + 28\kappa r_0 + 28(\kappa r_0)^2 + 3.2(\kappa r_0)^3}{1 + 8\kappa r_0 + 10(\kappa r_0)^2 + (\kappa r_0)^3}, \\
 E_\kappa &= 1 + 0.1\kappa r_0 + 0.3665(\kappa r_0)^2.
 \end{aligned}$$

**C. Ion-neutral.** In order to describe the ion-atom interaction, we use the experimental data for ion diffusion from Refs 56–63. Supposing that the interac-

tion cross section for ion-atom pair is generally defined by polarization ion capture by the atom [59, 63], the interaction reads

$$\Omega_{\alpha\beta}^{lr} = A^l \frac{\Gamma(r+3/2)}{4\sqrt{\pi}} \sqrt{\frac{\alpha_d e^2}{\epsilon_0^2 \mu_{\alpha\beta}}}, \quad (7.1)$$

where  $\alpha_d$  is the dipole polarizability of the atom (neutral particle),  $\Gamma(x)$  is the gamma-function, and the coefficients for different  $l$  equal  $A^1 \approx 0.556$  and  $A^2 \approx 0.185$ , respectively. On the other hand, according to Ref. 64, we have a well-known formula in the same form as Eq. (7.1), but the coefficients  $A^l$  are the Kihara coefficients  $A_4^l$  [65]:  $A_4^1 \approx 0.65466$  and  $A_4^2 \approx 0.38521$ . The use of this formula yields quite satisfying results for LTE plasma in the case when detailed experimental or theoretical data for ion-atom interaction cross

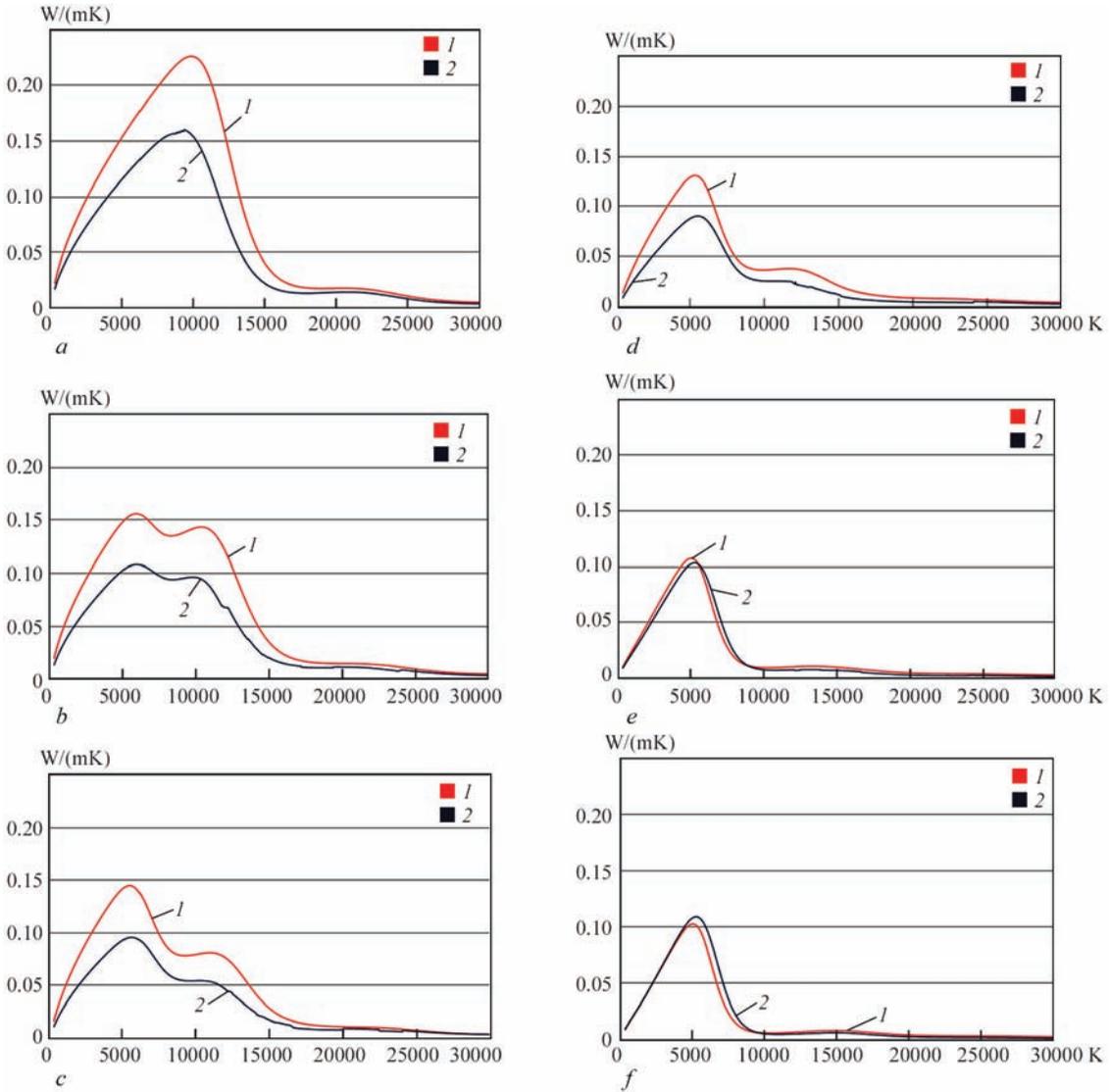


Fig. 2. Thermal conductivity of the heavy particles in argon plasma (a), thermal conductivity of the heavy particles in the mixture Ar/Fe = 90/10 (b), thermal conductivity of the heavy particles in the mixture Ar/Fe = 75/25 (c), thermal conductivity of the heavy particles in the mixture Ar/Fe = 50/50 (d), thermal conductivity of the heavy particles in the mixture Ar/Fe = 10/90 (e), thermal conductivity of the heavy particles in the mixture Ar/Fe = 1/99 (f); 1 — Chapman–Enskog; 2 — Grad method

sections are missing [66–68]. Correct interaction integrals can be also calculated from experimental data for ion diffusion. When no experimental data were available, the formula (7.1) and the particle polarizability data from Refs 65–67 have been used.

For interaction of the ion with its own atom, the cross section is defined by the process of resonant charge exchange. For the cross-section Fe–Fe<sup>+</sup> and Ar–Ar<sup>+</sup>, the tabulated data from Ref. 84 are used.

It should be noted that if we rely on experimental data, then, as a matter of fact, our approach coincides with the approximations for the integrals from Ref. 68. Detailed accounting for the ion-atom interaction was done in Refs 68–73, where the elastic and charge exchange interactions as well as the participation of excited particles have been considered, gives complex relationship between integrals and temperature. However, according to Ref. 68, the deviations in results

based on the approximation with Ref. 70 are insignificant and acceptable.

**D. Coulomb cross-sections.** Coulomb collisions in plasma have collective nature. However, they usually have to be reduced to pairwise collisions with the ordinary Coulomb potential

$$U_{\alpha\beta} = \frac{e_{\alpha}e_{\beta}}{4\pi\epsilon_0 r}. \quad (7.2)$$

Especially in papers about thermal plasma, the extensively used shielded Coulomb potential introduced by Liboff [74] is used

$$U_{\alpha\beta} = \frac{e_{\alpha}e_{\beta}}{4\pi\epsilon_0 r} \exp\left(-\frac{r}{\lambda_D}\right). \quad (7.3)$$

Collision averaging in thermal plasma yields for transport cross-section of order  $l$  [23]

$$Q^l(g) = 4\pi l b_0^2 \Phi(\Lambda), \quad (7.4)$$

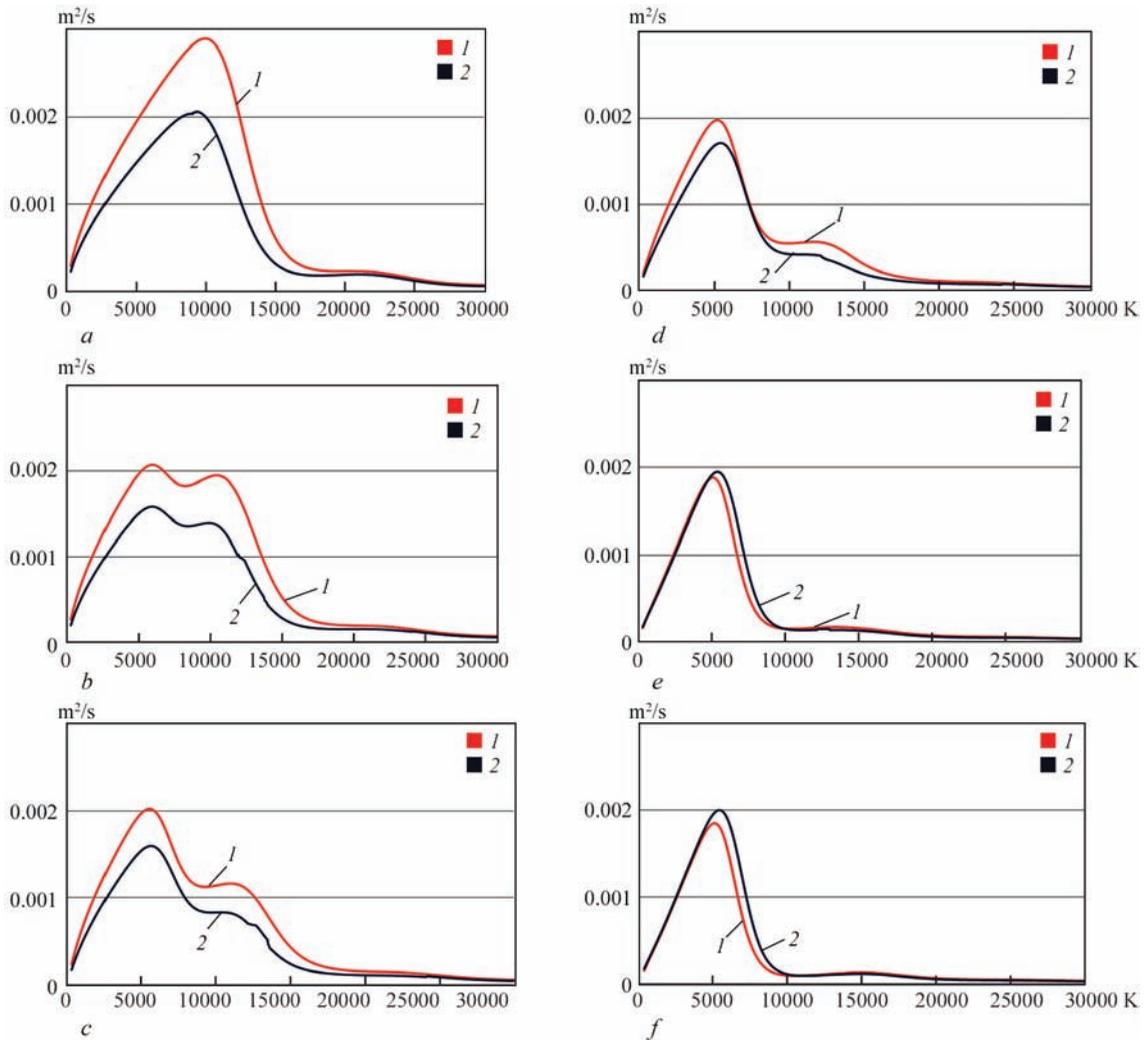


Fig. 3. Viscosity of argon plasma (*a*), viscosity of the mixture Ar/Fe = 90/10 (*b*), viscosity of the mixture Ar/Fe = 75/25 (*c*), viscosity of the mixture Ar/Fe = 50/50 (*d*), viscosity of the mixture Ar/Fe = 10/90 (*e*), viscosity of the mixture Ar/Fe = 1/99 (*f*); 1 — Chapman-Enskog; 2 — Grad method

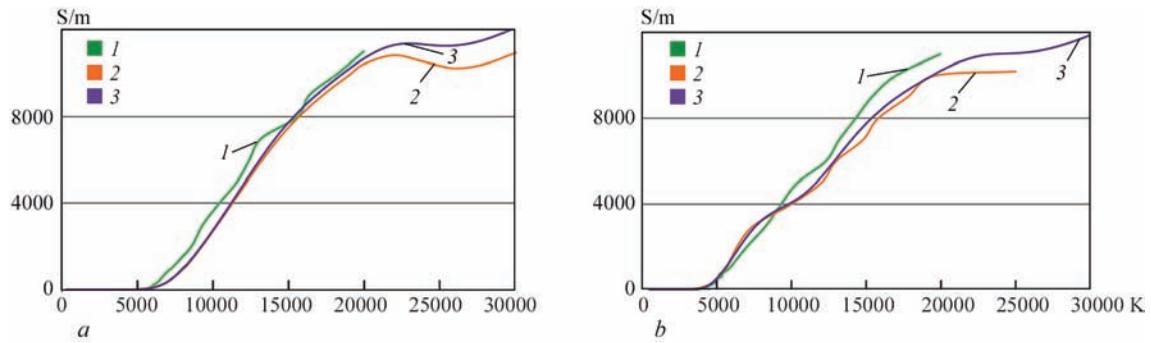


Fig. 4. Electrical conductivity of argon plasma. Comparison with literature (a): 1 — Dunn, Eager 1985; 2 — Devoto 1973; 3 —  $\sigma$ , this work; Electrical conductivity of the mixture Ar/Fe = 90/10. Comparison with literature. Dunn, Eager 1985 in Ref. 85; Devoto 1973 in Ref. 86 and Gonzalez 1993 in Ref. 87 (b): 1 — Dunn, Eager 1985; 2 — Gonzalez 1993; 3 —  $\sigma$ , this work

where  $g$  is the relative velocity of particles,  $b_0$  is the averaged parameter of Coulomb interaction, and  $\Phi(\Lambda)$  function of Coulomb logarithm  $\Lambda$ . For the above mentioned terms, we have [25]

$$b_0 = \frac{|e_\alpha e_\beta|}{12\pi\epsilon_0 kT}, \quad \Lambda = \frac{\lambda_D}{b_0}.$$

Equation (7.3) can be directly used for the numerical calculation of kinetic integrals. However in the case of equilibrium plasma, it is better to use Preuss approximation [75]

$$\Omega_{\alpha\beta}^r = \left( \frac{kT}{2\pi\mu_{\alpha\beta}} \right)^{1/2} \frac{9\pi b_0^2}{2} l(r-1)! \Psi(\Lambda). \quad (7.5)$$

The function is given by

$$\Psi(\Lambda) = \ln \Lambda + \ln 2, \\ \Psi(\Lambda) = \ln \Lambda + \ln 2 - \frac{1}{2} - \gamma_{Euler} + \psi(r),$$

for ordinary and shielded Coulomb potential, correspondingly.

Here,  $\gamma_{Euler} \approx 0.5772$  is the Euler constant, and

$$\psi(r) = -\gamma_{Euler} + 1 + \frac{1}{2} + \dots + \frac{1}{r-1}, \quad \psi(1) = -\gamma_{Euler}.$$

Formula (7.5) with  $\Psi(\Lambda)$  for the shielded Coulomb potential has been used in the calculations.

**8. Results and discussion.** The results of the calculations are presented in Figures 1–3. A priori it should be expected that different methods yield different results for the same plasma composition. This can be seen in the figures below.

For thermal conductivity, (Fig. 1), the Grad method shows slightly  $t$  lower results compared to the Chapman–Enskog method. This is a consequence of understated data when calculating the thermal conductivity of heavy particles and the thermal conduc-

tivity of electrons. It should be mentioned that with the Chapman–Enskog method, higher order approximations (compared to the 13 M approximation in the Grad method) are used. For the Chapman–Enskog method, the 4th approximation was used for thermal conductivity.

As can be seen from the figures, there are some differences in calculations with different approaches. It should be noted that the total thermal conductivity composed of several summands, as it was mentioned above. Therefore, to clarify the situation, let us consider the contribution of thermal conductivity due to heavy particles (thermal conductivity of the heavy particles) (Fig. 2). Distinct differences have been obtained in the partial ionization area, where the collisions with participation of neutral particles are important. The results show that at higher temperatures where the density of the charged particles dominates in the partial ionization area, thermal conductivity of heavy particles amounts up to 30 % to the total thermal conductivity.

For viscosity (Fig. 3), the 13 M approximation in the Grad method also gives smaller results, similar to the ones according to Wilke’s rule [76]. Wilke’s rule is described in Ref. 77 along with other methods for calculating the viscosity. For the Chapman–Enskog method, the 2nd approximation was used for thermal conductivity. It should be mentioned that the comparison [77] shows that the results for viscosity calculated by different methods can vary between 30 % and 50 %. We can also see that values obtained with the Grad method differs from the Chapman–Enskog method. Further investigations related to the calculation of viscosity are required.

As mentioned and shown above, electron coefficients coincide for both used methods. Figure 4 represents the electrical conductivity in comparison with literature data.

We should highlight another advantage of the Grad method, which is related to the calculation control. In contrast to the Chapman–Enskog method, in Grad method, the computed values on different stages correspond to its physical magnitudes, which can easily be estimated. This avoids errors which appear during the calculation of transport coefficients, for example, Refs 78 and 79.

**9. Conclusion.** In this paper, a comparative analysis of the calculation methods for transport coefficients in Ar–Fe plasma according to the Grad method and the Chapman–Enskog method for the same plasma composition is presented. The performed calculations show that using the Grad method yield results for thermal conductivity and viscosity that are a slightly smaller in comparison to those predicted by Chapman–Enskog method. However, it should be mentioned that for calculations with the Grad method, the comparatively small approximation of 13 moments was used. Thus, Grad method is applicable for calculating the thermal plasma properties.

In the calculation of electron coefficients, we use the approximation taking into account the fact that the mass of electrons is small in comparison to the mass of heavy particles. In this case, we have coincident analytical results for both of methods in higher approximations.

**Acknowledgments.** *This work was partly carried out with the financial support of the German Research Foundation DFG RE-2755/3-3 «Development of self-consistent physicomathematical model of energy, mass, and charge transfer in system drop-anode sheath-arc column during gas metal arc welding». The authors wish to express their thanks for this funding.*

### Appendix A: The 13 M approximation for heavy particle transport coefficients (Ref. 25)

Transport coefficients calculate in sequence by summation procedure of previous effective values for each component

$$\eta_n = \sum_{\alpha} \eta_{n\alpha}, \quad (A1)$$

$$\lambda_n = \sum_{\alpha} \lambda_{n\alpha}, \quad (A2)$$

$$\eta_{n\alpha} = \sum_{\beta} \frac{|a|_{\beta\alpha}}{|a|_{\alpha}} \bar{\eta}_{n\beta}, \quad (A3)$$

$$\lambda_{n\alpha} = \sum_{\beta} \frac{|b|_{\beta\alpha}}{|b|_{\alpha}} \bar{\lambda}_{n\beta}, \quad (A4)$$

$$\bar{\eta}_{n\alpha} = \frac{1}{2} n_{\alpha} kT \tau_{\alpha}, \quad (A5)$$

$$\bar{\lambda}_{n\alpha} = \frac{5}{2} \frac{k}{m_{\alpha}} n_{\alpha} kT \tau_{\alpha}^*, \quad (A6)$$

where  $n_{\alpha}$  and  $\alpha$  — particle number density.

Effective frequency calculates as follows:

$$\tau_{\alpha}^{-1} = \frac{nkT}{2y_{\alpha}} H_{\alpha\alpha} + \delta \tau_{\alpha e}^{-1}, \quad (A7)$$

$$(\tau_{\alpha}^*)^{-1} = \frac{5}{2} \frac{n(kT)^2}{m_{\alpha} y_{\alpha}} \Lambda_{\alpha\alpha} + 3\delta \tau_{\alpha e}^{-1}, \quad (A8)$$

where  $\delta = m_e/m_{\alpha}$ ,  $n$  — total heavy particle number density,  $y_{\alpha}$  — molar fraction of  $\alpha$  particles,  $\tau_{\alpha e}^{-1}$  — collision frequency between electrons, and  $\alpha$  — heavy particles.

Elements of determinant  $|a|$ ,  $|b|$  calculate as

$$a_{\alpha\beta} = \frac{y_{\alpha} H_{\alpha\beta}}{y_{\beta} H_{\alpha\alpha}}, \quad (A9)$$

$$b_{\alpha\beta} = \frac{y_{\alpha} \Lambda_{\alpha\beta}}{y_{\beta} \Lambda_{\alpha\alpha}}. \quad (A10)$$

Values  $|a|_{\beta\alpha}$  and  $|b|_{\beta\alpha}$  represent algebraic supplement corresponding elements in determinants.

In turn, values  $H$  and  $\Lambda$  calculates as

$$H_{\alpha\alpha} = \frac{y_{\alpha}^2}{[\eta_{\alpha\alpha}]_1} + \sum_{\beta \neq \alpha} \frac{2y_{\alpha} y_{\beta}}{(m_{\alpha} + m_{\beta}) n [D_{\alpha\beta}]_1} \times \left( 1 + \frac{3m_{\beta}}{5m_{\alpha}} A_{\alpha\beta}^* \right), \quad (A11a)$$

$$H_{\alpha\beta} = -\frac{2y_{\alpha} y_{\beta}}{(m_{\alpha} + m_{\beta}) n [D_{\alpha\beta}]_1} \left( 1 - \frac{3}{5} A_{\alpha\beta}^* \right), \beta \neq \alpha, \quad (A11b)$$

$$\Lambda_{\alpha\alpha} = \frac{y_{\alpha}^2}{[\lambda_{\alpha\alpha}]_1} + \frac{4}{25} \frac{1}{nk} \sum_{\beta \neq \alpha} \frac{y_{\alpha} y_{\beta}}{(m_{\alpha} + m_{\beta})^2 [D_{\alpha\beta}]_1} \times \left( \frac{15}{2} m_{\alpha}^2 + \frac{25}{4} m_{\beta}^2 - 3m_{\beta}^2 B_{\alpha\beta}^* + 4m_{\alpha} m_{\beta} A_{\alpha\beta}^* \right), \quad (A12a)$$

$$\Lambda_{\alpha\beta} = \frac{4}{24} \frac{1}{nk} \frac{m_{\alpha} m_{\beta}}{(m_{\alpha} + m_{\beta})^2} \frac{y_{\alpha} y_{\beta}}{[D_{\alpha\beta}]_1} \times \left( \frac{55}{4} - 3B_{\alpha\beta}^* - 4A_{\alpha\beta}^* \right), \beta \neq \alpha. \quad (A12b)$$

Here, the corresponding coefficients of first approximation of Chapman–Enskog method were used

$$[D_{\alpha\beta}]_1 = \frac{3}{16} \frac{kT}{n \mu_{\alpha\beta} \Omega_{\alpha\beta}^1}, \quad [\eta_{\alpha\alpha}]_1 = \frac{5}{8} \frac{kT}{\Omega_{\alpha\alpha}^2},$$

$$[\lambda_{\alpha\alpha}]_1 = \frac{15}{4} \frac{k}{m_{\alpha}} [\eta_{\alpha\alpha}]_1.$$

Traditional designations also used

$$A_{\alpha\beta}^* = \frac{\Omega_{\alpha\beta}^{22}}{2\Omega_{\alpha\beta}^{11}} \text{ and } B_{\alpha\beta}^* = \frac{5\Omega_{\alpha\beta}^{12} - \Omega_{\alpha\beta}^{13}}{3\Omega_{\alpha\beta}^{11}}.$$

## Appendix B: The elements for determinants to calculate electronic transport coefficients

$$q^{00} = 8 \sum_{\beta} n_e n_{\beta} \bar{Q}_{e\beta}^{(1,1)},$$

$$q^{01} = 8 \sum_{\beta} n_e n_{\beta} \left( \frac{5}{2} \bar{Q}_{e\beta}^{(1,1)} - 3 \bar{Q}_{e\beta}^{(1,2)} \right),$$

$$q^{11} = 8\sqrt{2} n_e^2 \bar{Q}_{ee}^{(2,2)} +$$

$$+ 8 \sum_{\beta} n_e n_{\beta} \left( \frac{25}{4} \bar{Q}_{e\beta}^{(1,1)} - 15 \bar{Q}_{e\beta}^{(1,2)} + 12 \bar{Q}_{e\beta}^{(1,3)} \right),$$

$$q^{02} = 8 \sum_{\beta} n_e n_{\beta} \left( \frac{35}{8} \bar{Q}_{e\beta}^{(1,1)} - \frac{21}{2} \bar{Q}_{e\beta}^{(1,2)} + 6 \bar{Q}_{e\beta}^{(1,3)} \right),$$

$$q^{12} = 8\sqrt{2} n_e^2 \left( \frac{7}{4} \bar{Q}_{ee}^{(2,2)} - 2 \bar{Q}_{ee}^{(2,3)} \right) +$$

$$+ 8 \sum_{\beta} n_e n_{\beta} \left( \frac{175}{16} \bar{Q}_{e\beta}^{(1,1)} - \frac{315}{8} \bar{Q}_{e\beta}^{(1,2)} + 57 \bar{Q}_{e\beta}^{(1,3)} - 30 \bar{Q}_{e\beta}^{(1,4)} \right),$$

$$q^{22} = 8\sqrt{2} n_e^2 \left( \frac{77}{16} \bar{Q}_{ee}^{(2,2)} - 7 \bar{Q}_{ee}^{(2,3)} + 5 \bar{Q}_{ee}^{(2,4)} \right) +$$

$$+ 8 \sum_{\beta} n_e n_{\beta} \left( \frac{1225}{64} \bar{Q}_{e\beta}^{(1,1)} - \frac{735}{8} \bar{Q}_{e\beta}^{(1,2)} +$$

$$+ \frac{399}{2} \bar{Q}_{e\beta}^{(1,3)} - 210 \bar{Q}_{e\beta}^{(1,4)} + 90 \bar{Q}_{e\beta}^{(1,5)} \right),$$

$$q^{03} = 8 \sum_{\beta} n_e n_{\beta} \left( \frac{105}{16} \bar{Q}_{e\beta}^{(1,1)} - \frac{189}{8} \bar{Q}_{e\beta}^{(1,2)} +$$

$$+ 27 \bar{Q}_{e\beta}^{(1,3)} - 10 \bar{Q}_{e\beta}^{(1,4)} \right),$$

$$q^{13} = 8\sqrt{2} n_e^2 \left( \frac{63}{32} \bar{Q}_{ee}^{(2,2)} - \frac{9}{2} \bar{Q}_{ee}^{(2,3)} + \frac{5}{2} \bar{Q}_{ee}^{(2,4)} \right) -$$

$$- 8 \sum_{\beta} n_e n_{\beta} \left( \frac{525}{32} \bar{Q}_{e\beta}^{(1,1)} - \frac{315}{4} \bar{Q}_{e\beta}^{(1,2)} +$$

$$+ 162 \bar{Q}_{e\beta}^{(1,3)} - 160 \bar{Q}_{e\beta}^{(1,4)} + 60 \bar{Q}_{e\beta}^{(1,5)} \right),$$

$$q^{23} = 8\sqrt{2} n_e^2 \left( \frac{945}{128} \bar{Q}_{ee}^{(2,2)} - \frac{261}{16} \bar{Q}_{ee}^{(2,3)} +$$

$$+ \frac{125}{8} \bar{Q}_{ee}^{(2,4)} - \frac{15}{2} \bar{Q}_{ee}^{(2,5)} \right) -$$

$$- 8 \sum_{\beta} n_e n_{\beta} \left( \frac{3675}{128} \bar{Q}_{e\beta}^{(1,1)} - \frac{11025}{64} \bar{Q}_{e\beta}^{(1,2)} + \frac{1953}{4} \bar{Q}_{e\beta}^{(1,3)} -$$

$$- \frac{1505}{2} \bar{Q}_{e\beta}^{(1,4)} + 615 \bar{Q}_{e\beta}^{(1,5)} - 210 \bar{Q}_{e\beta}^{(1,6)} \right),$$

$$q^{33} = 8\sqrt{2} n_e^2 \left( \frac{14553}{1024} \bar{Q}_{ee}^{(2,2)} - \frac{1215}{32} \bar{Q}_{ee}^{(2,3)} + \right. \\ \left. + \frac{1565}{32} \bar{Q}_{ee}^{(2,4)} - \frac{135}{4} \bar{Q}_{ee}^{(2,5)} + \frac{105}{8} \bar{Q}_{ee}^{(2,6)} + \bar{Q}_{ee}^{(4,4)} \right) - \\ - 8 \sum_{\beta} n_e n_{\beta} \left( \frac{11025}{256} \bar{Q}_{e\beta}^{(1,1)} - \frac{19845}{64} \bar{Q}_{e\beta}^{(1,2)} + \frac{17577}{16} \bar{Q}_{e\beta}^{(1,3)} - \right. \\ \left. - \frac{4515}{2} \bar{Q}_{e\beta}^{(1,4)} + \frac{5535}{2} \bar{Q}_{e\beta}^{(1,5)} - 1890 \bar{Q}_{e\beta}^{(1,6)} + 560 \bar{Q}_{ee}^{(1,7)} \right).$$

It should be noted that  $q^{nk} = q^{kn}$  [19, 25].

1. M. F. Zhukov, I. M. Zasyupkin, and A. I. Timoshevskiy, *Electric-Arc Generators for Thermal Plasma* (Nauka, Novosibirsk, 1999) (in Russian).
2. M. Schnick, U. Füssel, M. Hertel, S. Rose, M. Haessler, A. Spille-Kohoff, and A.B. Murphy, Numerical investigations of the influence of metal vapour in GMA welding, *Weld. World* **55**, 114–120 (2011).
3. M. Schnick, U. Füssel, M. Hertel, A. Spille-Kohoff, and A. B. Murphy, Modeling of gas-metal arc welding taking into account metal vapour, *J. Phys. D: Appl. Phys.* **43**, 434008 (2010).
4. M. Hertel, M. Schnick, U. Füssel, S. Gorchakov, and D. Uhrlandt, Numerical Simulation of GMAW processing including effects of metal vapour and sheath mechanisms of the electrodes, *Magnetohydrodynamics* **46**(4), 363–370 (2010).
5. I. Krivtsov, V. Demchenko, A. Lesnoi, I. Krikent, P. Poritsky, O. Mokrov, U. Reisgen, A. Zabiroy, and V. Pavlyk, Modelling of electromagnetic processes in system Welding arc evaporating anode Part 1 Model of anode region, *Sci. Technol. Weld. Joining* **15**(6), 457–462 (2010).
6. I. Krivtsov, V. Demchenko, A. Lesnoi, I. Krikent, P. Poritsky, O. Mokrov, U. Reisgen, A. Zabiroy, V. Pavlyk, Modelling of electromagnetic processes in system Welding arc evaporating anode Part 2 Model of arc column and anode metal, *Sci. Technol. Weld. Joining* **15**(6), 463–467 (2010).
7. P. Poritsky, I. Krivtsov, V. Demchenko, U. Reisgen, O. Mokrov, and A. Zabiroy, On the application of the theory of Lorentzian plasma to calculation of transport properties of multicomponent arc plasmas, *Eur. J. Phys. D* **57**(1), 77–85 (2010).
8. M. Capitelli, G. Colonna, C. Gorse, and A. D'Angola, Transport properties of high temperature air plasmas in local thermodynamic equilibrium, *Eur. Phys. J. D* **11**(2), 279–289 (2000).
9. V. Rat, P. Andre, J. Aubreton, M. F. Elchinger, P. Faushais, and A. Lefort, Transport properties in a two-temperature plasma: Theory and application, *Phys. Rev. E* **64**(2), 026409 (2001).
10. V. Rat, P. Andre, J. Aubreton, M. F. Elchinger, P. Faushais, and D. Vacher, Transport coefficient including diffusion in a two-temperature argon plasma, *J. Phys. D: Appl. Phys.* **35**(2), 981–991 (2002).
11. A. D'Angola, G. Colonna, C. Gorse, M. Capitelli, Thermodynamic and transport properties in equilibrium air plasmas in a wide pressure and temperature range, *Eur. Phys. J. D* **46**(1), 129–150 (2008).
12. V. Colombo, E. Ghedini, and P. Sanibondi, Two-temperature thermodynamic and transport properties of argon-hydrogen and nitrogen-hydrogen plasmas, *J. Phys. D: Appl. Phys.* **42**(5), 055213 (2009).
13. T. Hoffman, G. Baldea, and U. Riedel, Thermodynamic and transport properties of metal/inert-gas mixtures used for arc welding, *Proc. Combust. Inst.* **32**(2), 3207–3214 (2009).
14. M. Schnick, U. Füssel, M. Hertel, A. Spille-Kohoff, and A. B. Murphy, Metal vapour causes a central minimum in arc tem-

- perature in gas-metal arc welding through increased radiative emission, *J. Phys. D: Appl. Phys.* **43**(2), 022001 (2010).
15. S. Chapman and T. G. Cowling, *The Mathematical Theory of Nonuniform Gases*, 3rd ed. (Cambridge University Press, Cambridge, 1970).
  16. J. O. Hirschfelder, C. F. Curtiss, and R. B. Bird, *Molecular Theory of Gases and Liquids* (Wiley, New York, 1964).
  17. J. H. Ferziger and H. G. Kaper, *Mathematical Theory of Transport Processes in Gases* (North-Holland, Amsterdam, 1972).
  18. R. S. Devoto, Transport properties of ionized monatomic gases, *Phys. Fluids* **9**(6), 1230–1240 (1966).
  19. R. S. Devoto, Simplified expressions for the transport properties of ionized monatomic gases, *Phys. Fluids* **10**(10), 2105–2112 (1967).
  20. R. S. Devoto, Third approximation to the viscosity of multi-component mixtures, *Phys. Fluids* **10**(12), 2704–2706 (1967).
  21. T. Koga, *Introduction to Kinetic Theory. Stochastic Processes in Gaseous Systems* (Pergamon, Oxford, 1970).
  22. H. Grad, On the kinetic theory of rarefied gases, *Commun. Pure Appl. Math.* **2**, 331–407 (1949).
  23. V. E. Golant, A. P. Zhilinsky, and I. B. Sakharov, *Fundamentals of Plasma Physics* (Wiley, NY 1980).
  24. R. Balescu, *Transport processes in plasmas, Vol. 1, Classical Transport Theory* (North-Holland, Amsterdam, 1988).
  25. V. M. Zhdanov, *Transport Processes in Multicomponent Plasma* (Taylor & Francis, New York, 2002).
  26. V. M. Zhdanov and M. Ya. Alievskiy, *Transport and Relaxation Processes in Molecular Gases* (Nauka, Moscow, 1989) (in Russian).
  27. S. Reinecke and G. Kremer, Method of moments of Grad, *Phys. Rev. A* **42**(2), 815–820 (1990).
  28. L. M. Biberman, V. S. Vorobev, and I. T. Yakubov, *Kinetics of Nonequilibrium Low-Temperature Plasmas* (Consultants Bureau, New York, 1987).
  29. B. M. Smirnov, Cluster plasma, *Phys. Usp.* **43**(5), 453–491 (2000).
  30. B. M. Smirnov, *Physics of Ionized Gases* (Wiley, New York, 2001).
  31. H. R. Griem, High-density correction in plasma spectroscopy, *Phys. Rev.* **128**, 997–1001 (1962).
  32. D. Bruno, A. Laricchiuta, M. Capitelli, and C. Catalfamo, Effect of electronic excited states on transport in magnetized hydrogen plasma, *Phys. Plasmas* **14**, 022303 (2007).
  33. D. Bruno, M. Capitelli, C. Catalfamo, and A. Laricchiuta, Transport of internal electronic energy in atomic hydrogen thermal plasmas, *Phys. Plasmas* **14**, 072308 (2007).
  34. M. Capitelli, R. Celiberto, C. Gorse, A. Laricchiuta, D. Pagano, and P. Traversa, Transport properties of local thermodynamic equilibrium hydrogen plasmas including electronically excited states, *Phys. Rev. E* **69**(2), 026412 (2004).
  35. D. Bruno, C. Catalfamo, A. Laricchiuta, D. Giordano, and M. Capitelli, Convergence of Chapman-Enskog calculation of transport coefficients of magnetized argon plasma, *Phys. Plasmas* **13**, 072307 (2006).
  36. Ya. Tanaka, Time-dependent two-temperature chemically non-equilibrium modeling of high-power Ar–N<sub>2</sub> pulse-modulated inductively coupled plasmas at atmospheric pressure, *J. Phys. D: Appl. Phys.* **39**(2), 307–319 (2006).
  37. B. Chervy and A. Gleizes, Electrical conductivity in SF<sub>6</sub> thermal plasma at low temperature (1000–5000 K), *J. Phys. D: Appl. Phys.* **31**(19), 2557–2565 (1998).
  38. N. Butler and R. S. Brokaw, Thermal conductivity of gas mixtures in chemical equilibrium, *J. Chem. Phys.* **26**(6), 1636–1643 (1957).
  39. R. S. Brokaw, Thermal conductivity of gas mixtures in chemical equilibrium II, *J. Chem. Phys.* **32**(4), 1005–1006 (1960).
  40. I. A. Krinberg, Influence of ionization reaction on heat conductivity of plasma, *Teplofizika Vysokikh Temperatur* **3**(6), 838–845 (1965) (in Russian).
  41. M. Capitelli, R. Celiberto, C. Gorse, A. Laricchiuta, P. Minelli, and D. Pagano, Electronically excited states and transport properties of thermal plasmas: The reactive thermal conductivity, *Phys. Rev. E* **66**(2), 016403 (2002).
  42. T. Magin and G. Degrez, Transport algorithms for partially ionized and unmagnetized plasmas, *J. Comput. Phys.* **198**(2), 424–449 (2004).
  43. R. A. Aziz and H. H. Chen, An accurate intermolecular potential for argon, *J. Chem. Phys.* **67**, 5719 (1977).
  44. R. A. Aziz and M. J. Slaman, The repulsive wall of the Ar–Ar interatomic potential reexamined, *J. Chem. Phys.* **92**, 1030 (1990).
  45. O. Hiibner, Confirmation of 9g and 8u ground states of Fe<sup>2+</sup> and Fe<sup>2+</sup> by CASSCF/MRCI, *Chem. Phys. Lett.* **358**(5–6), 442–448 (2002).
  46. P. D. Neufeld, A. R. Jansen, and R. A. Aziz, Empirical equations to calculate 16 of the transport collision integrals OMEGA(l,s)\* W for Lennard–Jones (12-6) potentials, *J. Chem. Phys.* **57**(3), 1100–1102 (1972).
  47. R. C. Read, J. M. Prausnitz, and T. K. Sherwood, *The Properties of Gases and Liquids*, 3rd ed. (McGraw-Hill, New York, 1977).
  48. S. Selle and U. Riedel, Transport coefficients of reacting air at high temperatures, *AIAA Papers*. 2000–0211, 2000, pp. 1–11.
  49. V. Rat, A. B. Murphy, J. Aubreton, M. F. Elchinger, and P. Faushais, Treatment of nonequilibrium phenomena in thermal plasma flows, *J. Phys. D: Appl. Phys.* **41**(8), 183001 (2008).
  50. K. L. Bell, N. S. Scott, and M. A. Lennon, The scattering of low-energy electrons by argon atoms, *J. Phys. B* **17**(23), 4757–765 (1984).
  51. J. C. Gibson, R. J. Gulley, J. P. Sullivan, S. J. Buckman, V. Chen, and P. D. Burrow, Elastic electron scattering from argon at low incident energies, *J. Phys. B* **29**(14), 3177–3195 (1996).
  52. R. Panajotovic, D. Filipovic, B. Marinkovic, V. Pejcev, M. Kurepa, and L. Vuskovic, Critical minima in elastic electron scattering by argon, *J. Phys. B* **30**(24), 5877–5894 (1997).
  53. H. Maecker, Über den Querschnitt des Fluoratoms gegenüber Elektronenstoss, *Ann. Phys. (Leipzig)* **18**(1), 441–446 (1956).
  54. R. Mayol and F. Salvat, Total and transport cross sections for elastic scattering of electrons by atoms, *Atom. Data Nucl. Data Tables* **65**(1), 55–154 (1997).
  55. M. P. Desjarlais, Practical improvements for Lee–More conductivity near the metal-insulator transition, *Contrib. Plasma Phys.* **43**(2–3), 267–270 (2001).
  56. E. W. McDaniel and E. A. Mason, *The Mobility and Diffusion of Ions in Gases* (Wiley, New York, 1973).
  57. B. M. Smirnov, *Ions and Excited Atoms in a Plasma* (Atomizdat, Moscow, 1974).
  58. B. M. Smirnov, Step-by-step ionization of atoms in plasma of alkali metal, *Teplofizika Vysokikh Temperatur* **24**(2), 239–243 (1986) (in Russian).
  59. Smirnov, B. M. *Physics of Atoms and Ions* (Springer, New York, 2003).
  60. Radsig, A. A. Diffusion of charged particles in gas in constant electric field. *Plasma chemistry*. 1981, Vol. 8, pp. 230–263.
  61. A. V. Eletskiy, Transport phenomena in weakly ionized plasma, in *Physical Quantities* edited by E. Z. Meilikhov (Energoatomizdat, Moscow, 1991), pp. 430–437.
  62. B. M. Smirnov, *Reference Data on Atomic Physics and Atomic Processes* (Springer, New York, 2008).

63. E. E. Nikitin and B. M. Smirnov, *Atom-Molecule Processes* (Nauka, Moscow, 1988).
64. T. Kihara, M. H. Taylor, and J. O. Hirschfelder, Transport properties for gases assuming inverse power intermolecular potentials, *Phys. Fluids* **3**(5), 715–720(1960).
65. A. A. Radzig and B. M. Smirnov, *Reference Data on Atoms, Molecules and Ions* (Springer-Verlag, Berlin, 1985).
66. A. A. Radzig and B. M. Smirnov, *Parameter of Atoms and Atomic Ions. Reference Data*, 2nd ed. (Energoatomizdat, Moscow, 1986).
67. S. Hati and D. Datta, Electronegativity and static electric dipole polarizability of atomic species. A semiempirical relation, *J. Phys. Chem.* **99**(27), 10742–10746 (1995).
68. M. Capitelli, C. Gorse, S. Longo, and D. Giordano, Collision integrals of high-temperature air species, *J. Thermophys. Heat Transf.* **14**(2), 259–269 (2000).
69. A. V. Eletsii, M. Capitelli, R. Celiberto, and A. Laricchiuta, Resonant charge exchange and relevant transport cross sections for excited states of oxygen and nitrogen atoms, *Phys. Rev. A* **69**(4), 042718 (2004).
70. J. Stallcop, H. Partridge, and E. Levine, Resonance charge transfer transport cross sections and collision integrals for N+(3p)-N(4sO) and O+(4s0)-O(3p), *J. Chem. Phys.* **95**(9), 6429–6439 (1991).
71. M. J. Wright, D. Bose, G. E. Palmer, and E. Levine, Recommended collision integrals for transport property computations, Part I: Air species, *AIAA J.* **43**(12), 2558–2564 (2005).
72. B. Sourd, P. Andre, J. Aubreton, and M.-F. Elchinger, Influence of the excited states of atomic nitrogen N(2D), N(2P) and N(R) on the transport properties of nitrogen. Part II: Nitrogen plasma properties, *Plasma Chem. Plasma Process.* **27**(2), 225–240 (2007).
73. A. Laricchiuta, F. Pirani, G. Colonna, D. Bruno, C. Gorse, R. Celiberto, and M. Capitelli, Collision integrals for interactions involving atoms in electronically excited states, *J. Phys. Chem. A* **113**(52), 15250–15256 (2009).
74. R. L. Liboff, Transport coefficients determined using the shielded coulomb potential, *Phys. Fluids* **2**(1), 40–46 (1959).
75. E. Preuss, Bilanzgleichungen und Transportkoeffizienten für nichtthermische Bogenplasmen, *Zeitschrift Phys.* **239**(1), 133–146 (1970).
76. C. R. Wilke, A viscosity equation for gas mixtures, *J. Chem. Phys.* **18**(4), 517–519 (1950).
77. G. E. Palmer and M. J. Wright, Comparison of methods to compute high-temperature gas viscosity, *J. Thermophys. Heat Transf.* **17**(2), 232–239 (2003).
78. S. Nishimura, H. Sugama, H. Maassberg, C. D. Beidler, S. Murakami, Y. Nakamura, and S. Hirooka, A convergence study for the Laguerre expansion in the moment equation method for neoclassical transport in general toroidal plasmas, *Phys. Plasmas* **18**, 069901 (2011).
79. S. Nishimura, H. Sugama, H. Maassberg, C. D. Beidler, S. Murakami, Y. Nakamura, and S. Hirooka, A convergence study for the Laguerre expansion in the moment equation method for neoclassical transport in general toroidal plasmas, *Phys. Plasmas* **17**, 082510 (2010).
80. M. Capitelli, Transport properties of partially ionized gases, *J. Phys. Colloq.* **38**, C3-227–C3-237 (1977).
81. N. N. Kalitkin and I. A. Panin, On the convergence of Chapman–Enskog approximations for electron transport coefficients calculations, *Math. Models Compu. Simul.* **1**(3), 360–369 (2009).
82. M. Capitelli, Charge transfer from low-lying excited states: Effects on reactive thermal conductivity, *J. Plasma Phys.* **14**(2), 365–371 (1975).
83. D. Bruno, G. Colonna, A. Laricchiuta, and M. Capitelli, Reactive and internal contributions to the thermal conductivity of local thermodynamic equilibrium nitrogen plasma: The effect of electronically excited states, *Phys. Plasmas* **19**(12), 122309 (2012).
84. B. M. Smirnov, Atomic structure and the resonant charge exchange process, *Phys. Usp.* **44**(3), 221–254 (2001).
85. G. J. Dunn and T. W. Eagar, Metal vapors in gas tungsten arcs: Part II. Theoretical calculations of transport properties, *Metalurgical Trans. A.* **17A**, 1865–1871 (1986).
86. R. S. Devoto, Transport coefficients of ionized argon, *Phys. Fluids* **16**(5), 616–623 (1973).
87. J. J. Gonzalez, A. Gleizes, P. Proulx, and M. Boulos, Mathematical modeling of a free burning arc in the presence of metal vapor, *J. Appl. Phys.* **74**(5), 3065(1993).

### 1.1.19. МОДЕЛИРОВАНИЕ ДИНАМИЧЕСКИХ ХАРАКТЕРИСТИК ИМПУЛЬСНОЙ ДУГИ С ТУГОПЛАВКИМ КАТОДОМ\*

И.В. КРИВЦУН, И.В. КРИКЕНТ, В.Ф. ДЕМЧЕНКО

В современном сварочном производстве сварка неплавящимся электродом с импульсной модуляцией тока дуги находит все более широкое применение благодаря дополнительным возможностям управления глубиной и формой проплавления металла, термическим циклом сварки и, как следствие, свойствами получаемого сварного соединения. Эти возможности могут быть реализованы за счет надлежащего выбора формы импульсов сварочного тока, длительности и частоты их следования, величины базового тока и максимального значения тока в импульсе. Важная задача, которую необходимо решить для теоретического обоснования оптимальных режимов сварки неплавящимся электродом с импульсной модуляцией сварочного тока, заключается в численном исследовании нестационарных процессов в плазме столба и приэлектродных областей дуги с тугоплавким катодом (в первую очередь анодных процессов, определяющих взаимодействие дуговой плазмы со свариваемым металлом) при импульсном изменении электрического тока.

Существует большое количество публикаций, посвященных теоретическому исследованию и математическому моделированию процессов энерго-, массо- и электропереноса в столбе, приэлектродных областях и в электродах дуги с тугоплавким катодом, в том числе в свариваемом металле при сварке неплавящимся электродом в инертных газах [1–14]. Однако представленные в большинстве из этих работ результаты относятся к стационарным дугам, горящим на постоянном токе, за исключением работ [12–14], специально посвященных моделированию процессов проплавления металла при импульсной сварке неплавящимся электродом. Что касается динамических характеристик самой импульсной дуги с тугоплавким катодом, то здесь следует отметить, например, работы [15, 16], первая из которых посвящена экспериментальному исследованию указанных характеристик, тогда как в работе [16] приведены результаты численного исследования динамического поведения как электрической дуги, так и сварочной ванны при точечной сварке импульсной дугой с неплавящимся электродом. Однако пред-

ставленные в данной работе расчетные данные не позволяют проанализировать динамические характеристики импульсной дуги при различных скоростях изменения сварочного тока на переднем и заднем фронтах импульса.

При горении дуги в импульсном режиме а priori можно выделить два характерных случая. Если скорость изменения тока сравнительно невелика, то нестационарные процессы переноса энергии, импульса, массы и заряда в дуговой плазме протекают в режиме последовательной смены стационарных состояний, каждое из которых соответствует состоянию стационарной дуги для текущего значения тока. Такой квазистационарный режим горения дуги реализуется, если скорость переходных процессов в дуге существенно превосходит скорость изменения тока. Во втором случае, т.е. при высоких скоростях изменения тока дуги, доминирующим фактором являются динамические характеристики дуговой плазмы. Численное исследование этих характеристик, а также получение количественных оценок скоростей изменения тока, разграничивающих квазистационарный и нестационарный режимы горения имфравым катодом и медным водоохлаждаемым анодом (рис. 1), и является целью настоящей работы.

Влияние импульсного изменения тока дуги на тепловые, газодинамические и электромагнитные характеристики ее столба, а также на характеристики ее теплового и электрического взаимодействия с поверхностью анода будем исследовать отдельно для переднего и заднего фронтов импульса (рис. 2). При этом будем предполагать, что как на переднем, так и на заднем фронте ток дуги изменяется линейно при следующих значениях длительности фронтов:  $b = 5; 20; 100$  и  $200$  мкс. Будем также считать, что, достигнув своего максимального (минимального) значения, ток остается постоянным в течение времени, достаточного для установления соответствующего стационарного состояния дуги.

Для численного моделирования электрической дуги при рассматриваемом изменении тока необходимо привлекать нестационарную математическую модель процессов энерго-, массо- и элек-

\*Автоматическая сварка. — 2013. — № 7. — С. 14–25.

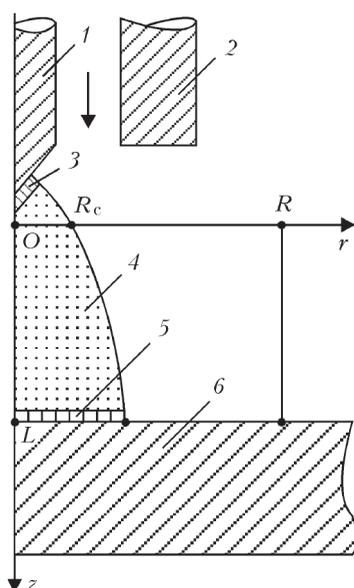


Рис. 1. Схема расчетной области для численного моделирования импульсной дуги с тугоплавким катодом: 1 — вольфрамовый катод; 2 — сопло для подачи защитного газа; 3 — катодная область; 4 — столб дуги; 5 — анодная область; 6 — медный водоохлаждаемый анод

тропереноса в дуговой плазме, которая должна включать следующие взаимосвязанные модели: модель тепловых, электромагнитных и газодинамических процессов в плазме столба дуги и модели приэлектродных процессов (см., например, [9, 16]). Модель анодных процессов необходима для замыкания модели столба нестационарной дуги самосогласованными граничными условиями на аноде, а также для определения характеристик теплового и электрического взаимодействия такой дуги с поверхностью анода [17]. Что касается модели катодных процессов, то, поскольку теория катодных явлений, а также процессов в прикатодной плазме электрической дуги с тугоплавким катодом разработана достаточно подробно [10, 18–21], в качестве граничных условий вблизи катода можно воспользоваться, например, результатами работы [21].

При описании процессов в плазме столба импульсной аргоновой дуги с вольфрамовым катодом и медным водоохлаждаемым анодом будем использовать модель изотермической ионизационно-равновесной плазмы [9, 22], а для описания

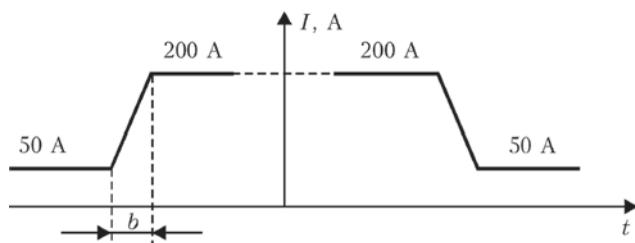


Рис. 2. Диаграмма изменения тока дуги на переднем и заднем фронтах импульса

процессов в прианодной плазме и на поверхности анода — модель анодной области, предложенную в работе [17], с учетом того, что в рассматриваемом здесь случае неиспаряющихся электродов дуговую плазму можно считать однокомпонентной, т. е. содержащей только частицы защитного газа (аргона). Для определения термодинамических характеристик, коэффициентов переноса и радиационных потерь такой плазмы в зависимости от ее температуры и давления воспользуемся данными работы [23]. Будем также предполагать, что рассматриваемая система (см. рис. 1) имеет осевую симметрию.

Соответствующая принятым допущениям система дифференциальных уравнений, описывающих нестационарные тепловые, газодинамические и электромагнитные процессы в плазме столба дуги, а также зависимости теплового потока в анод  $q_a$  и анодного падения потенциала  $U_a = -\Delta\phi$ , где  $\Delta\phi$  — разность потенциалов между внешней границей анодной области и поверхностью анода, от температуры прианодной плазмы и плотности электрического тока на аноде приведены в работе [22]. Здесь необходимо отметить, что при рассматриваемых в настоящей работе частотах изменения электромагнитных характеристик дуги  $\omega \leq 1,26 \cdot 10^6 \text{ c}^{-1}$ , определяемых по длительности переднего и заднего фронтов импульса тока, толщина скин-слоя [24] для дуговой плазмы (аргоновая плазма атмосферного давления при температуре 15000 К) оказывается более 3,3 см, т. е. существенно превышает характерные размеры дуги. Поэтому использование при описании нестационарных процессов электропереноса в дуговой плазме закона Ома и уравнения для скалярного потенциала электрического поля [22], т. е. пренебрежение токами смещения, является вполне оправданным.

Расчетную область, в которой будем вычислять распределенные характеристики нестационарной дуговой плазмы, определим как  $\Omega = \{0 < r < R; 0 < z < L\}$ , где  $L$  — длина расчетной области, фактически равная длине дуги;  $R$  — радиус расчетной области, заведомо превышающий поперечные размеры дуги (см. рис. 1). В качестве граничных условий для указанных выше уравнений используем условия на границах расчетной области, подробно описанные в работе [22], с учетом того, что граничные условия для электромагнитных характеристик будем понимать как соответствующие текущему значению изменяющегося во времени тока дуги  $I(t)$ . Что касается начальных условий, то будем полагать, что распределенные характеристики дуговой плазмы в момент времени  $t = 0$  со-

ответствуют характеристикам стационарной дуги при токе, равном начальному значению тока.

Данная краевая задача решалась численно, методом конечных разностей. Для решения уравнений газодинамики и конвективного теплопереноса использовался совместный лагранжево-эйлеровый метод [25, 26], адаптированный для условий сжимаемой среды. При проведении расчетов параметры модели были выбраны следующим образом. Размеры расчетной области:  $L = 3$  мм,  $R = 8$  мм; сеточные параметры: шаг по времени  $\tau = 0,5$  мкс; шаги сетки по пространственным координатам:  $h_r = 0,125$  мм,  $h_z = 0,06$  мм. Температура окружающей среды была задана равной 500 К, температура поверхности медного водоохлаждаемого анода  $T_s = 720$  К [22]. Значение радиуса области катодной привязки дуги  $R_c$  (см. рис. 1) определялось на основе рекомендаций работы [21] так, чтобы максимальное значение плотности электрического тока в этой области было постоянно  $j_{co} = 10^8$  А/м<sup>2</sup> во всем исследуемом диапазоне изменения тока дуги (50...200 А). Максимальную температуру плазмы вблизи катода также выбирали постоянной  $T_{co} = 20500$  К [21].

Динамика изменения температурного поля и картины течения дуговой плазмы при быстром изменении тока дуги ( $b = 5$  мкс) показана на рис. 3, 4 (время на этих рисунках отсчитывается от момента начала изменения тока). На рис. 3, 4 изотермы соответствуют температурам 1; 2; 4; 6; 8; 10; 12; 14; 16; 18 кК от периферии дуги к ее оси. Результаты расчета являются вполне ожидаемыми, а именно: на переднем фронте импульса (при увеличении тока с 50 до 200 А) колоколообразные изотермические линии в столбе дуги расширяются; напротив, на заднем фронте (при уменьшении тока с 200 до 50 А) высокотемпературная токопроводящая область дуговой плазмы сжимается. В обоих случаях требуется некоторое время (около 100 мкс при увеличении тока дуги и около 120 мкс при его уменьшении) для того, чтобы температурное поле и картина течения дуговой плазмы вышли на соответствующие стационарные состояния.

В отличие от приведенной выше общей картины динамики горения дуги изменение во времени отдельных локальных и интегральных характеристик столба и анодной области дуги с тугоплавким катодом при импульсном изменении электрического тока имеет ряд специфических особенностей. В качестве таких характеристик столба дуги, динамику изменения которых будем в дальнейшем анализировать, выберем следующие:  $T_{col}$  и  $j_{col}$  — температура плазмы и плотность электрического тока на оси столба, вычисляемые в его сред-

нем сечении (при  $z = 1,5$  мм);  $R_{col}$  — характерный радиус токопроводящей области плазмы в этом же сечении, определяемый как радиус окружности, в пределах которого сосредоточено 95 % текущего значения тока дуги.

На рис. 5–7 представлено изменение во времени (время исчисляется с момента начала изменения тока) указанных характеристик для переднего и заднего фронтов импульса при  $b = 20, 100$  и 200 мкс (сплошные, штриховые и пунктирные линии соответственно).

Как следует из представленных на этих рисунках расчетных зависимостей, температура плазмы в центре столба дуги является наименее инерционной его характеристикой. Это объясняется практически мгновенным, пропорциональным изменению тока (по крайней мере, при  $b \geq 20$  мкс), изменением производительности джоулевых источников тепла, приводящим к соответствующему росту или снижению  $T_{col}$  (см. рис. 5). Наблюдающийся на переднем фронте импульса тока при  $b = 20$  мкс небольшой максимум температуры дуговой плазмы связан с ее нагревом возрастающим током (см. сплошную кривую на рис. 6, а) до температур, превышающих значение  $T_{col}$  для стационарной 200-амперной дуги и последующим остыванием за счет более медленного конвективного охлаждения (характерное время релаксации температуры плазмы столба дуги в рассматриваемых условиях составляет около 30 мкс). С увеличением длительности переднего фронта до 100 мкс и выше этот максимум практически исчезает, поскольку скорость конвективного охлаждения, определяемая инерционностью газодинамических процессов в дуговой плазме, становится соизмеримой со скоростью возрастания тока дуги, а следовательно, и джоулева нагрева плазмы, при увеличении  $b$  (см. штриховую и пунктирную кривые на рис. 5, а). Следует отметить, что подобный эффект практически не проявляется при уменьшении тока на заднем фронте импульса (см. рис. 5, б).

Что касается плотности тока в центре столба дуги, то, поскольку  $j_{col}$  является произведением электропроводности плазмы, определяемой значением ее температуры в этой же точке, на напряженность электрического поля, определяемого распределением температуры (электропроводности) по всему сечению столба, указанная характеристика является несколько более инерционной чем  $T_{col}$ . Наблюдающийся на переднем фронте импульса тока при  $b = 20$  мкс локальный максимум  $j_{col}$  оказывается более заметным (плотность тока в центре столба импульсной дуги в момент, когда ее ток достигает 200 А, почти на 25 % превыша-

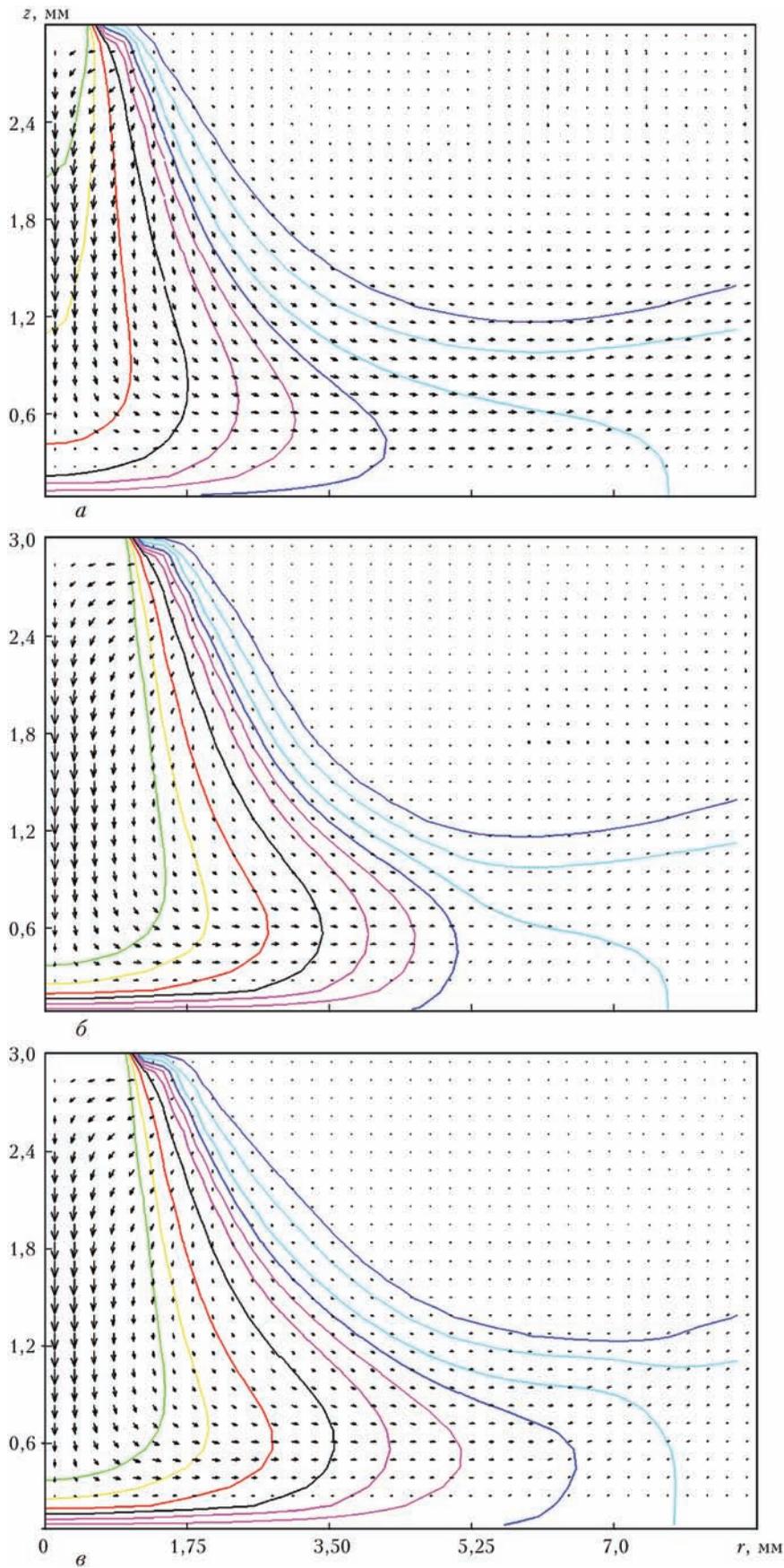


Рис. 3. Динамика полей температуры и скорости плазмы в столбе импульсной дуги при увеличении тока с 50 до 200 А ( $b = 5$  мкс):  $a$  —  $t = 0$  ( $V_{\max} = 120,1$  м/с);  $б$  —  $t = 50$  мкс ( $V_{\max} = 328,7$  м/с);  $в$  —  $t = 100$  мкс ( $V_{\max} = 329,2$  м/с)

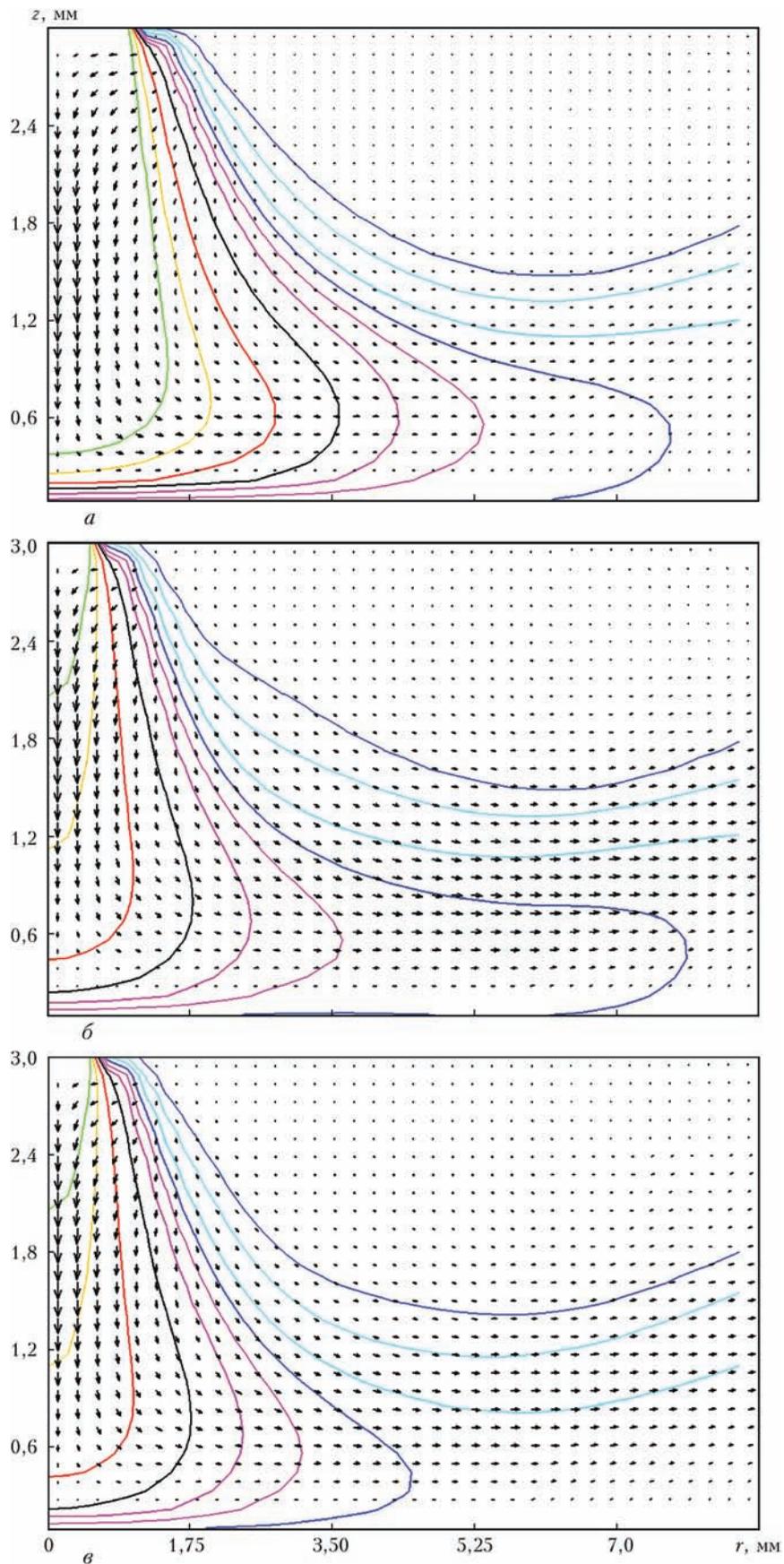


Рис. 4. Динамика полей температуры и скорости плазмы в столбе импульсной дуги при увеличении тока с 200 до 50 А ( $b = 5$  мкс):  $a$  —  $t = 0$  ( $V_{\max} = 329,4$  м/с);  $б$  —  $t = 60$  мкс ( $V_{\max} = 120,0$  м/с);  $в$  —  $t = 120$  мкс ( $V_{\max} = 120,7$  м/с)

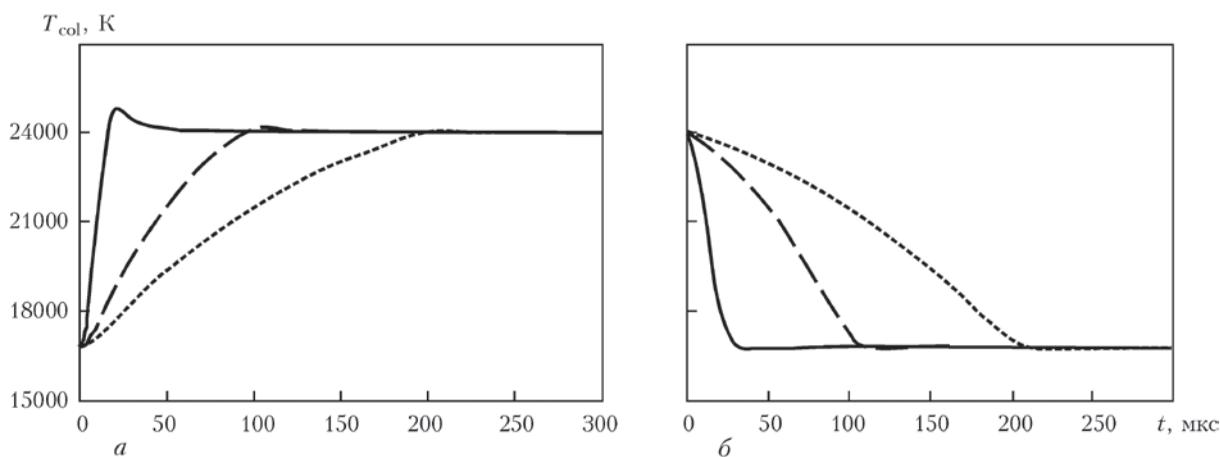


Рис. 5. Изменение температуры плазмы в центре столба дуги на переднем (а) и заднем (б) фронтах импульса тока

ет соответствующее значение для стационарной 200-амперной дуги), а последующее снижение величины  $j_{col}$  и установление ее стационарного значения происходит за время порядка 50 мкс (см. сплошную кривую на рис. 6, а). При уменьшении скорости нарастания тока в импульсе ( $b = 100; 200$  мкс) этот максимум, также как и максимум температуры, становится все менее заметным (см. штриховую и пунктирную кривые на рис. 6, а). В отличие от поведения  $T_{col}$  на заднем фронте импульса, плотность электрического тока в столбе дуги при снижении полного тока имеет локальный минимум, абсолютная величина которого снижается при увеличении  $b$  (см. рис. 6, б). Отмеченные здесь особенности изменения плотности электрического тока в дуговой плазме во многом характерны и для изменения во времени напряжения на столбе импульсной дуги. В частности, различие во времени переходных процессов в дуге на переднем и на заднем фронтах импульса при малых значениях их длительности является одной из причин возникновения гистерезисной петли на вольт-амперной характеристике импульсной дуги [15, 27].

Наиболее инерционной характеристикой столба дуги является радиус его токопроводящей обла-

сти, что объясняется необходимой для изменения  $R_{col}$  перестройкой температурного поля по всему сечению столба. Характерное время установления стационарного значения данного радиуса после достижения током дуги своего стационарного (максимального) значения в случае  $b = 20$  мкс составляет приблизительно 100 мкс (см. сплошную кривую на рис. 7, а). Здесь следует отметить, что характерное время изменения  $R_{col}$  при уменьшении тока дуги существенно меньше и составляет при  $b = 20$  мкс около 60 мкс (см. сплошную кривую на рис. 7, б). Наконец, время установления стационарного значения радиуса токопроводящей области столба дуги при увеличении  $b$  существенно снижается за счет того, что изменение  $R_{col}$  частично происходит еще во время нарастания или спада тока (см. штриховые и пунктирные линии на рис. 7).

Нестационарные процессы, происходящие в анодной области дуги, проиллюстрированы графиками (рис. 8–13) изменения во времени как локальных характеристик анодных процессов:  $T_{a0}$  — осевое значение температуры плазмы вблизи поверхности анода (при  $z = 3$  мм),  $j_{a0}$  и  $q_{a0}$  — плотность электрического тока на аноде и плотность

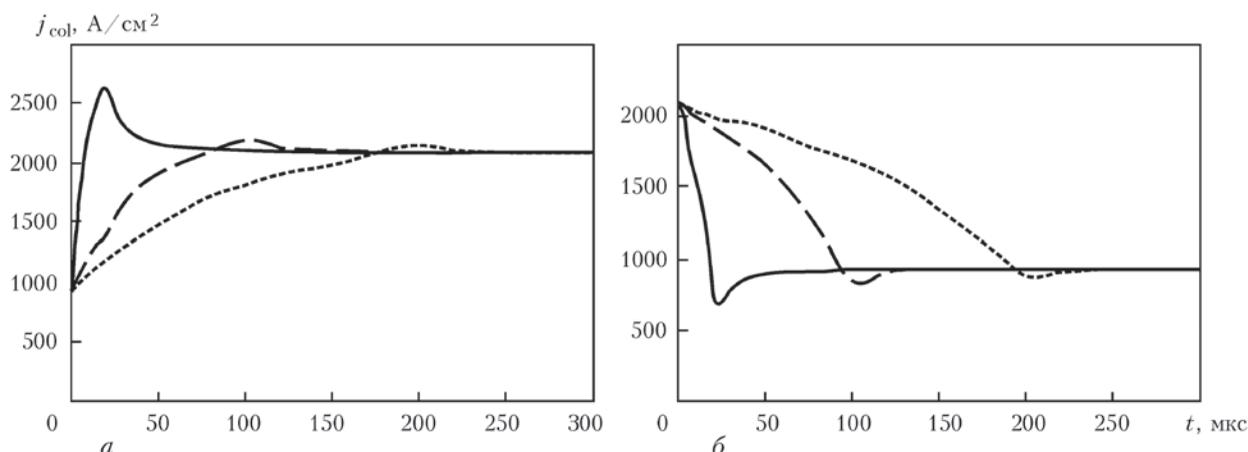


Рис. 6. Изменение плотности электрического тока в центре столба дуги на переднем (а) и заднем (б) фронтах импульса

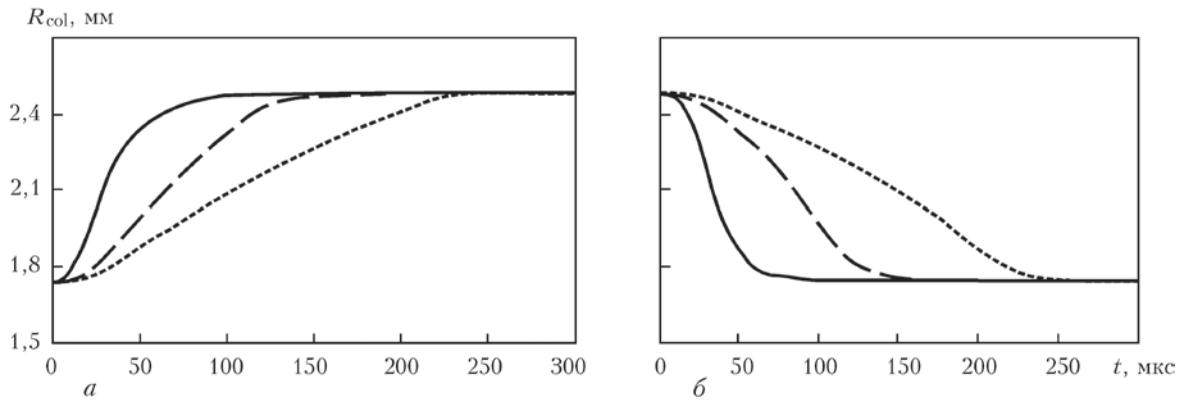


Рис. 7. Изменение радиуса токопроводящей области столба дуги на переднем (а) и заднем (б) фронтах импульса

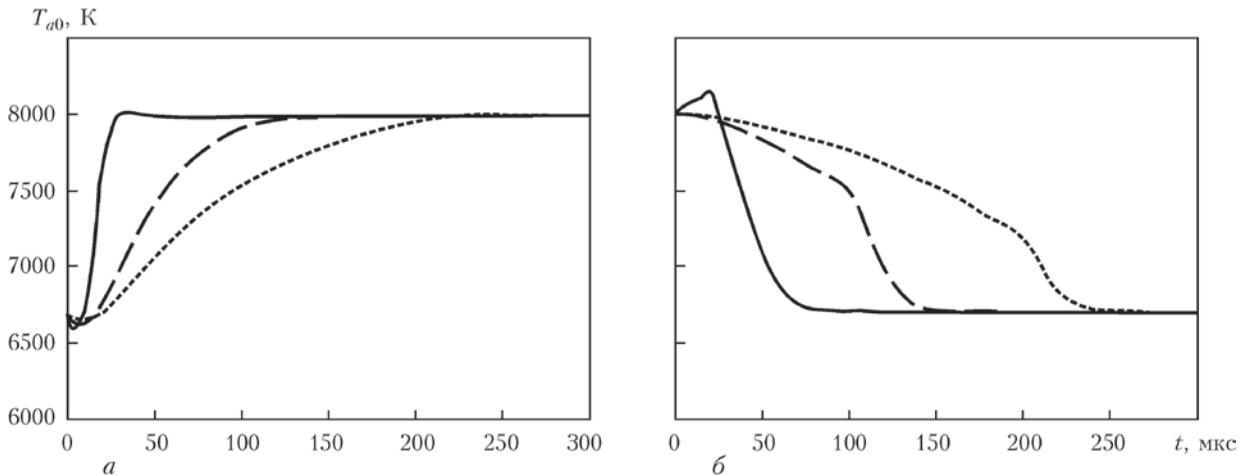


Рис. 8. Изменение осевого значения температуры прианодной плазмы на переднем (а) и заднем (б) фронтах импульса тока

теплового потока в анод, определяемые в центре области анодной привязки дуги, так и интегральных характеристик указанных процессов:  $P_a$  — полный тепловой поток в анод;  $R_a$  и  $R_h$  — радиусы токового канала и области теплового воздействия дуги на поверхности анода (под  $R_a$  и  $R_h$  понимаются радиусы окружностей на поверхности анода, в пределах которых сосредоточено 95 % текущих значений полного тока дуги  $I(t)$  и полного теплового потока в анод  $P_a(t)$  соответственно). Сплошные, штриховые и пунктирные кривые на указанных рисунках соответствуют  $b = 20, 100$  и  $200$  мкс.

Закономерности динамического изменения локальных и интегральных характеристик анодной области дуги с тугоплавким катодом и медным водоохлаждаемым анодом при подаче импульса электрического тока не являются тривиальными и требуют детальной физической интерпретации. Так, например, при высокой скорости изменения тока дуги ( $b = 20$  мкс), вместо ожидаемого увеличения осевого значения температуры прианодной плазмы на переднем фронте импульса и, соответственно, ее уменьшения на заднем фронте, вначале наблюдается некоторое уменьшение  $T_{a0}$  на переднем фронте и более заметное ее увеличение на

заднем фронте импульса (см. сплошные кривые на рис. 8). Этот эффект во многом связан с особенностями динамики теплового состояния и картины течения плазмы в столбе дуги при импульсном изменении тока. Для анализа данного эффекта рассмотрим условие локального теплового баланса анодной области [22]:

$$q_\chi + q_j = \Delta\phi j_a + q_a. \quad (1)$$

Здесь  $q_\chi = -\chi \frac{\partial T}{\partial z} \Big|_{z=L}$  — тепловой поток из плазмы столба дуги, где  $\chi$  — коэффициент теплопроводности дуговой плазмы;  $q_j = -j_a \frac{k}{e} \left( \frac{5}{2} - \delta \right) T \Big|_{z=L}$  — поток энергии, приносимой в анодную область электронами плазмы столба, где  $j_a = -j_z \Big|_{z=L}$  — плотность электрического тока в прианодной плазме;  $k$  — постоянная Больцмана;  $e$  — заряд электрона;  $\delta$  — постоянная термодиффузии электронов;  $\Delta\phi j_a$  — затраты энергии на поддержание анодного слоя, а величины  $\Delta\phi$  и  $q_a$  определяются на основе модели анодных процессов [17] в зависимости от температуры прианодной плазмы  $T_a = T \Big|_{z=L}$ , температуры поверхности анода  $T_s$  и плотности тока в анодной области  $j_a$ .

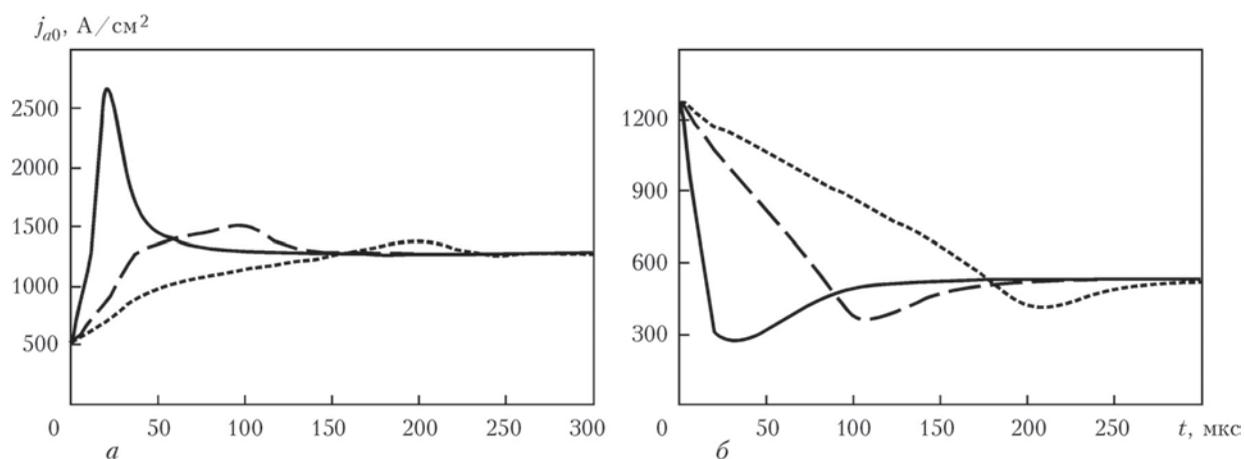


Рис. 9. Изменение осевого значения плотности электрического тока в анодной области на переднем (а) и заднем (б) фронтах

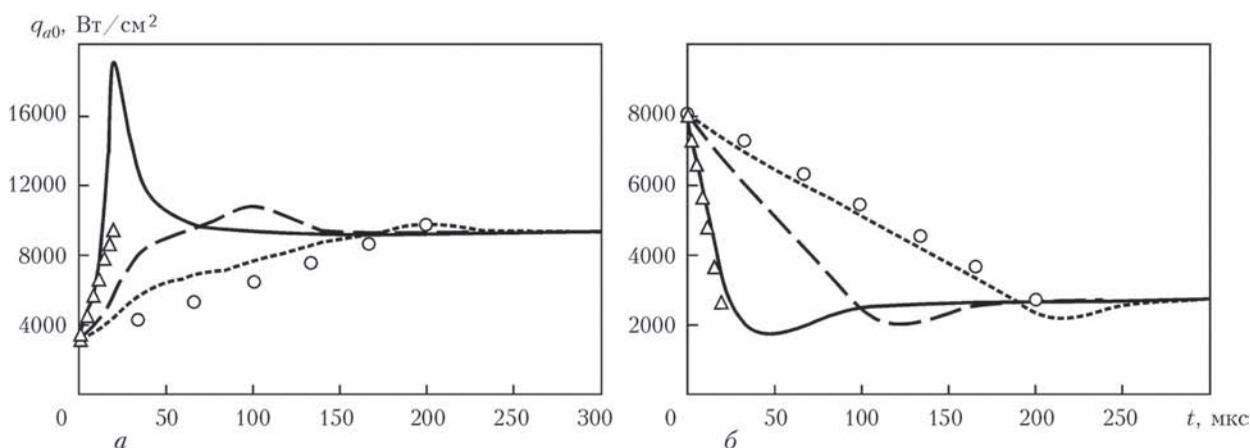


Рис. 10. Изменение осевого значения плотности теплового потока в анод на переднем (а) и заднем (б) фронтах импульса (маркерами показаны значения  $q_{a0}$  для стационарной дуги при соответствующих значениях тока:  $\Delta$  —  $b = 20$ ;  $\circ = 200$  мкс)

Как уже было отмечено, наиболее инерционными процессами в столбе дуги являются газодинамические процессы. В начале заднего фронта импульса тока максимальная скорость движения плазмы на оси столба дуги составляет почти 330 м/с (см. рис. 4). Несмотря на быстрое уменьшение тока при  $b = 20$  мкс и соответствующее снижение объемной плотности электромагнитной силы, плазма, двигаясь по инерции, продолжает в течение определенного времени транспортировать конвективными потоками тепловую энергию из столба дуги в сторону анода, обеспечивая тем самым высокие значения  $q_{\chi}$ . В то же время при снижении плотности тока в анодной области (см. сплошную кривую на рис. 9, б) уменьшается плотность теплового потока за счет переноса энергии заряженными частицами, т. е. величина  $q_j$ . Слагаемые в правой части баланса энергии (1) также уменьшаются при снижении полного тока дуги ввиду уменьшения плотности тока и плотности теплового потока на аноде (см. сплошные кривые на рис. 9, б, 10, б). При такой тенденции изменения составляющих теплового баланса доминирующую роль в начальный пери-

од изменения тока играет тепловой поток за счет теплопроводности, что и приводит к локальному повышению  $T_{a0}$ . Впоследствии, когда интенсивность газодинамических потоков падает, температура прианодной плазмы в центре области анодной привязки дуги начинает монотонно убывать до значений, соответствующих стационарной дуге при токе 50 А (характерное значение времени релаксации на заднем фронте импульса составляет величину порядка 50 мкс). На переднем фронте импульса наблюдается обратная картина, при этом характерное время релаксации температуры оказывается существенно меньше и составляет величину порядка 20 мкс. Описанный эффект не наблюдается при  $b \geq 100$  мкс (см. штриховые и пунктирные кривые на рис. 8), поскольку при таких длительностях фронтов импульса картина движения плазмы столба дуги успевает перестраиваться в ходе изменения тока.

В наибольшей степени эффекты нестационарности проявляются в динамике изменения во времени плотности электрического тока и плотности теплового потока на аноде в центре области анодной привязки дуги (см. рис. 9, 10). Основной

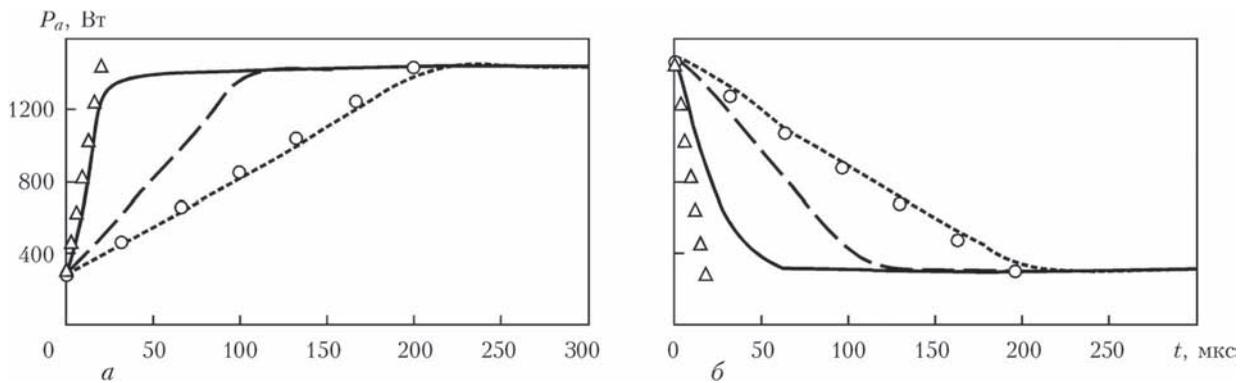


Рис. 11. Изменение полного теплового потока в анод на переднем (а) и заднем (б) фронтах импульса (маркерами показаны значения  $P_a$  для стационарной дуги при соответствующих значениях тока:  $\Delta$  —  $b = 20$ ;  $\circ$  = 200 мкс)

особенностью этих зависимостей является их не-монотонный характер с образованием локальных максимумов (на переднем фронте импульса) и минимумов (на заднем фронте), которые достигаются к моменту времени, соответствующему завершению возрастания или снижения тока дуги. В частности, при высокой скорости увеличения полного тока с 50 до 200 А ( $b = 20$  мкс) максимальная плотность тока в осевой зоне анодной области более чем вдвое превосходит соответствующее значение для стационарной дуги при  $I = 200$  А, а характерное время релаксации  $j_{a0}$  составляет около 80 мкс (см. сплошную кривую на рис. 9, а). На заднем фронте в точке минимума осевое значение плотности тока на аноде оказывается почти в полтора раза ниже, чем для стационарной 50-амперной дуги при несколько большем времени релаксации, составляющем величину порядка 100 мкс (см. сплошную кривую на рис. 9, б).

Рассмотрим причину такого экстремального изменения плотности тока на переднем фронте импульса при  $b = 20$  мкс, когда этот эффект проявляется в наибольшей степени. Примем во внимание, что в данном случае скорость изменения тока дуги существенно превышает скорости релаксации газодинамических и тепловых процессов в дуговой

плазме. Более того, как показывают расчеты, радиус токопроводящей области на аноде при увеличении полного тока вначале заметно снижается и только потом начинает возрастать, выходя на свое стационарное, соответствующее 200-амперной дуге, значение за время порядка 100 мкс (см. сплошную кривую на рис. 12, а). Все это приводит к тому, что при нарастающем токе дуги его плотность в центре области анодной привязки вначале резко возрастает, а затем плавно снижается, как показано на рис. 9, а.

На заднем фронте импульса тока при  $b = 20$  мкс радиус токопроводящей области на аноде ведет себя еще более нетривиально, а именно: величина  $R_a$  в процессе уменьшения тока дуги несколько снижается, затем возрастает и только потом опять снижается до значений, характерных для стационарной дуги при токе 50 А (см. сплошную кривую на рис. 12, б). Результатом такого поведения радиуса токопроводящей области на аноде является тот факт, что минимум  $j_{a0}$  оказывается менее выраженным (см. сплошную кривую на рис. 9, б). Экстремальный характер изменения  $j_{a0}(t)$  проявляется, хотя и в меньшей степени, и при более низких скоростях изменения тока, т. е. при  $b = 100; 200$  мкс (см. штриховые и пунктирные кривые на рис. 9).

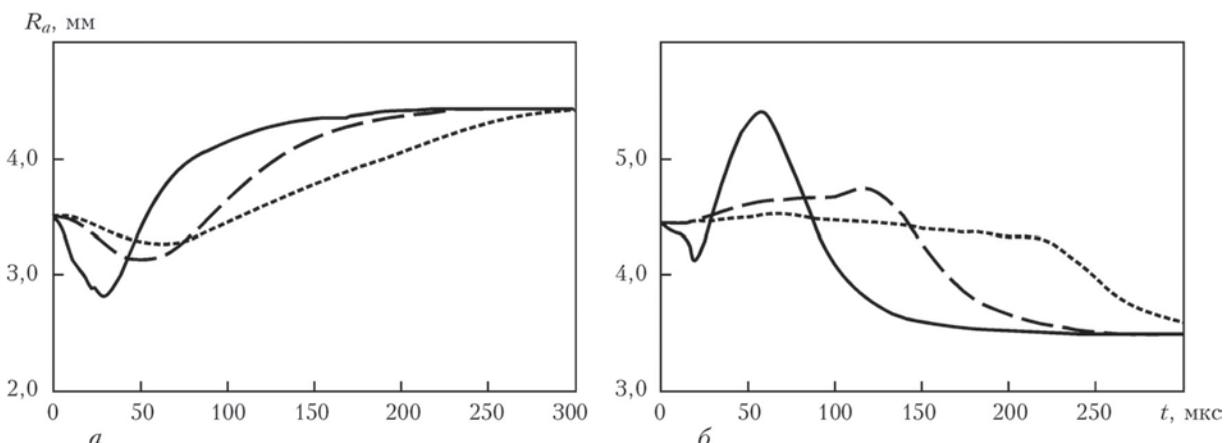


Рис. 12. Изменение радиуса токового канала дуги на аноде на переднем (а) и заднем (б) фронтах импульса

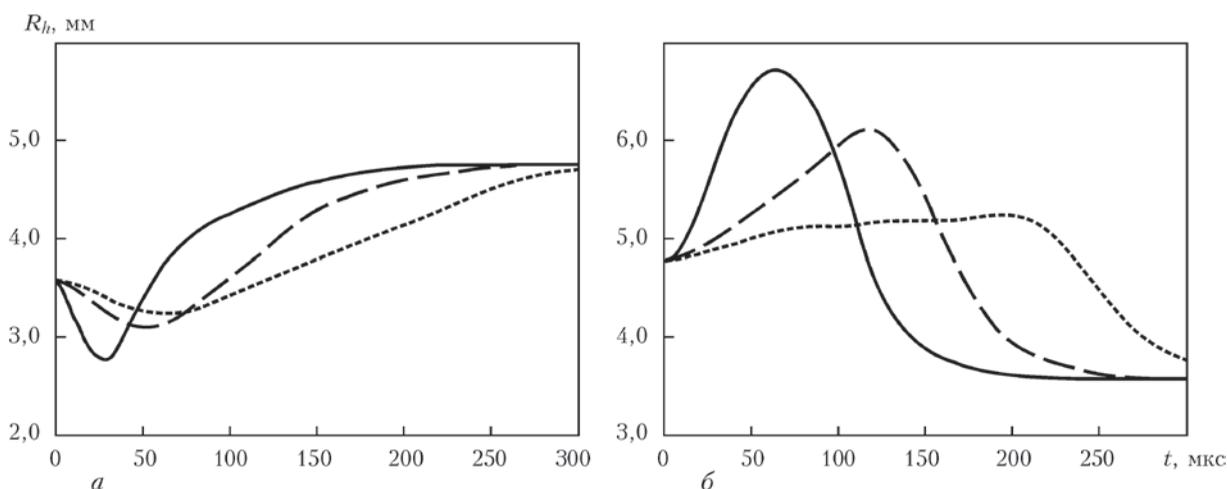


Рис. 13. Изменение радиуса области теплового воздействия дуги на анод на переднем (а) и заднем (б) фронтах импульса

Поскольку плотность теплового потока в анод при прочих равных условиях практически пропорциональна плотности тока на аноде, динамика изменения  $q_{a0}$  в целом аналогична динамике изменения осевого значения плотности электрического тока в анодной области (ср. рис. 9, 10). Приведенные на рис. 10 осевые значения плотности теплового потока в анод для стационарной дуги при соответствующих значениях полного тока свидетельствуют о том, что в случае  $b = 20$  мкс локальные характеристики анодной области дуги являются существенно нестационарными, тогда как в случае  $b = 200$  мкс изменение указанных характеристик при изменении тока практически происходит в квазистационарном режиме, т.е. горение импульсной дуги при  $b = 200$  мкс представляет собой последовательную смену состояний стационарной дуги, горящей при соответствующих значениях тока. Таким образом, в качестве характерного значения времени изменения тока импульсной дуги (длительности переднего и заднего фрон-

тов импульсов), разделяющего нестационарный и квазистационарный режимы ее горения с точки зрения локальных характеристик электрического и теплового воздействия на анод можно выбрать величину порядка 100 мкс. Здесь следует отметить, что отмеченный экстремальный характер изменения локальных электрических и тепловых характеристик анодной области импульсной дуги с тугоплавким катодом может приводить к важному технологическому результату импульсно-дуговой сварки неплавящимся электродом — существенному увеличению проплавляющей способности дуги за счет контракции ее электрического и теплового воздействия на поверхность сварочной ванны и обусловленной этим интенсификации процессов теплопереноса в ее объеме.

Характеристикой анодной области дуги, наименее чувствительной к скорости изменения электрического тока, является такая ее интегральная характеристика, как полная тепловая мощность, вкладываемая в анод (см. рис. 11). Несмотря на то, что при малых значениях  $b$  удельный тепловой поток в анод является существенно нестационарным (ср. сплошные кривые и соответствующие маркеры на рис. 10), величина  $P_a$  изменяется почти квазистационарно (ср. сплошные кривые и соответствующие маркеры на рис. 11). При больших значениях длительности фронтов импульсов ( $b = 200$  мкс) значения мощности, вводимой в анод стационарной дугой при соответствующих значениях тока практически совпадают со значениями, определяемыми зависимостью  $P_a(t)$  для импульсной дуги (ср. пунктирные кривые и соответствующие маркеры на рис. 11).

Результаты численного моделирования динамических характеристик импульсной дуги с тугоплавким катодом и медным водоохлаждаемым анодом свидетельствуют о том, что в исследуе-

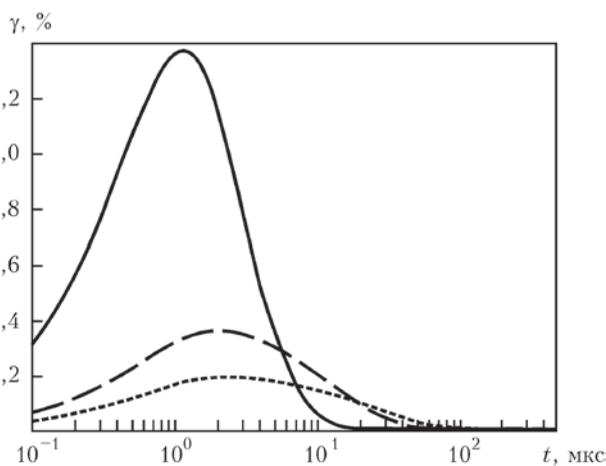


Рис. 14. Изменение степени ионизационной неравновесности дуговой плазмы в центре столба дуги на переднем фронте импульса тока при  $b = 20, 100$  и  $200$  мкс (сплошная, штриховая и пунктирная кривые соответственно)

мом диапазоне длительностей фронтов импульсов тока дуги характерные времена изменения теплового состояния дуговой плазмы могут составлять  $10^{-5} \dots 10^{-4}$  с. Поскольку эти значения соизмеримы с характерными временами процессов ионизации-рекомбинации в аргоновой плазме атмосферного давления [28], необходимо оценить правомерность использования модели ионизационно-равновесной плазмы и рассчитанных на ее основе температурных зависимостей термодинамических характеристик, коэффициентов переноса и радиационных потерь такой плазмы. С этой целью введем параметр  $\gamma = |\alpha - \alpha_e|/\alpha_e$ , характеризующий ионизационную неравновесность плазмы столба дуги, где  $\alpha$  — степень ионизации плазмы, вычисляемая с учетом конечных скоростей процессов ионизации-рекомбинации,  $\alpha_e$  — ее равновесное значение, вычисляемое с использованием уравнений Саха. На рис. 14 показаны изменения во времени параметра  $\gamma$  для плазмы столба импульсной дуги при изменении  $T_{col}$  согласно зависимостям, представленным на рис. 5, а. Как следует из приведенных на рис. 14 расчетных данных, степень ионизационной неравновесности плазмы столба дуги в рассматриваемых условиях не превышает 1,5 %, что позволяет считать использование модели ионизационно-равновесной плазмы вполне оправданным.

В целом, рассмотренные в настоящей работе закономерности динамического поведения локальных и интегральных характеристик столба и анодной области импульсной дуги с вольфрамовым катодом и медным водоохлаждаемым анодом позволяют сделать следующие выводы.

1. Горение дуги с тугоплавким катодом в импульсно-периодическом режиме сопровождается существенным изменением электромагнитных, тепловых и газодинамических характеристик дуговой плазмы, а также характеристик ее электрического и теплового воздействия на поверхность анода. Динамическое поведение указанных характеристик во многом зависит от скорости изменения тока дуги на фронтах импульсов и различается для переднего и заднего фронтов. Наиболее инерционным звеном в процессе перестройки электромагнитных полей, теплового состояния и картины течения дуговой плазмы при изменении тока дуги являются газодинамические процессы.

2. При высокой крутизне фронтов импульсов (скорость изменения тока более  $5 \cdot 10^6$  А/с) изменение характеристик столба и анодной области импульсной дуги происходит в две стадии: стадия изменения тока дуги и стадия переходных процессов. При возрастании (снижении) тока плотность тепло-

вого потока и плотность тока на аноде могут быть в 2 раза больше (в 1,5 раза меньше) соответствующих значений для дуги постоянного тока, равного току дуги в импульсе (в паузе). На стадии переходных процессов происходит релаксация теплового и газодинамического состояния дуговой плазмы к значениям, характерным для стационарной дуги при соответствующем значении тока. Длительности процессов релаксации зависят от значения базового тока и тока в импульсе и могут существенно различаться для локальных и интегральных характеристик плазмы столба и анодной области дуги.

3. При изменении тока на фронтах импульса со скоростью, меньшей  $10^6$  А/с (длительность фронтов более 100 мкс), процессы, связанные с изменением тока и процессы релаксации происходят одновременно, вследствие чего нестационарный процесс горения импульсной дуги реализуется в виде последовательной смены состояний, характерных для стационарной дуги при соответствующих значениях тока (квазистационарный режим).

1. Hsu K.C., Etemadi K., Pfender E. Study of the free-burning high-intensity argon arc // J. of Appl. Phys. — 1983. — **54**, № 3. — P. 1293–1301.
2. Hsu K. C., Pfender E. Two-temperature modeling of the free-burning high-intensity arc // Ibid. — 1983. — **54**, № 8. — P. 4359–4366.
3. Низкотемпературная плазма / В. С. Энгельшт, В. Ц. Гурович, Г. А. Десятков и др. — Новосибирск: Наука, 1990. — Т. 1. Теория столба электрической дуги. — 376 с.
4. Prediction of anode temperatures of free burning arcs // P. Zhu, J. J. Lowke, R. Morrow et al. // J. Phys. D: Appl. Phys. — 1995. — **28**. — P. 1369–1376.
5. Jenista J., Heberlein J. V. R., Pfender E. Numerical model of the anode region of high-current electric arcs // IEEE Trans. on Plasma Science. — 1997. — **25**, № 5. — P. 883–890.
6. Lowke J. J., Morrow R., Haidar J. A simplified unified theory of arcs and their electrodes // J. Phys. D: Appl. Phys. — 1997. — **30**. — P. 2033–2042.
7. Haidar J. Non-equilibrium modeling of transferred arcs // Ibid. — 1999. — **32**. — P. 263–272.
8. Sansonnets L., Haidar J., Lowke J. J. Prediction of properties of free burning arcs including effects of ambipolar diffusion // Ibid. — 2000. — **33**. — P. 148–157.
9. Computational simulation of arc melting process with complex interactions / H. Nishiyama, T. Sawada, H. Takana et al. // ISIJ International. — 2006. — **46**, № 5. — P. 705–711.
10. Li He-Ping, Benilov M.S. Effect of a near-cathode sheath on heat transfer in high-pressure arc plasmas // J. Phys. D: Appl. Phys. — 2007. — **40**. — P. 2010–2017.
11. Metal vapour behaviour in gas tungsten arc thermal plasma during welding / M. Tanaka, K. Yamamoto, S. Tashiro et al. // Welding in the World. — 2008. — **52**, № 11/12. — P. 82–88.
12. Kim W.-H., Na S.-J. Heat and fluid flow in pulsed current GTA weld pool // Int. J. of Heat and Mass Transfer. — 1998. — **41**, Issue 21. — P. 3213–3227.
13. Wu C. S., Zheng W., Wu L. Modelling the transient behavior of pulsed current tungsten-inert-gas weld pools // Modelling Simul. Mater. Sci. Eng. — 1999. — **7**, № 1. — P. 15–23.

14. *Traidia A., Roger F., Guyot E.* Optimal parameters for pulsed gas tungsten arc welding in partially and fully penetrated weld pools // *Int. J. of Thermal Sciences.* — 2012. — **49**, Issue 7. — P. 1197–1208.
15. *Kolasa A., Matsunawa A., Arata Y.* Dynamic characteristics of variable frequency pulsed TIG arc // *Transaction of JWRI.* — 1986. — **15**, № 2. — P. 173–177.
16. *Traidia A., Roger F.* Numerical and experimental study of arc and weld pool behaviour for pulsed current GTA welding // *Int. J. of Heat and Mass Transfer.* — 2011. — **54**, Issues 9–10. — P. 2163–2179.
17. *Кривцун И. В., Демченко В. Ф., Крикент И. В.* Модель процессов тепло-, массо- и электропереноса в анодной области и столбе сварочной дуги с тугоплавким катодом // *Автомат. сварка.* — 2010. — № 6. — С. 3–11.
18. *Мойжес Б. Я., Немчинский В. А.* К теории дуги высокого давления на тугоплавком катоде // *Ж. техн. физики.* — 1972. — **42**, № 5. — С. 1001–1009.
19. *Мойжес Б. Я., Немчинский В. А.* К теории дуги высокого давления на тугоплавком катоде. II // *Там же.* — 1973. — **43**, № 11. — С. 2309–2317.
20. *Приэлектродные процессы в дуговых разрядах / М. Ф. Жуков, Н. П. Козлов, А. В. Пустогаров и др.* — Новосибирск: Наука, 1982. — 157 с.
21. *Investigation of cathode spot behaviour of atmospheric argon arcs by mathematical modeling / J. Wendelstorf, G. Simon, I. Decker et al.* // *Proc. of the 12th Intern. conf. on Gas Discharges and their Applications, Germany, Greifswald, 1997.* — Vol. 1. — P. 62–65.
22. *Крикент И. В., Кривцун И. В., Демченко В. Ф.* Моделирование процессов тепло-, массо- и электропереноса в столбе и анодной области дуги с тугоплавким катодом // *Автомат. сварка.* — 2012. — № 3. — С. 7–11.
23. *Boulos M. I., Fauchais P., Pfender E.* *Thermal plasmas: Fundamentals and applications.* — New York and London: Plenum Press, 1997. — Vol. 1. — 454 p.
24. *Ландау Л. Д., Лифшиц Е. М.* *Теоретическая физика.* — М.: Наука, 1982. — Т. VIII. *Электродинамика сплошных сред.* — 620 с.
25. *Ляшко И. И., Демченко В. Ф., Вакуленко С. А.* Вариант метода расщепления уравнений динамики вязкой несжимаемой жидкости на лагранжево-эйлеровых сетках // *Доклады АН УССР. Сер. А.* — 1981. — С. 43–47.
26. *Демченко В. Ф., Лесной А. Б.* Лагранжево-эйлеровый метод численного решения многомерных задач конвективной диффузии // *Доповіді НАНУ.* — 2000. — № 11. — С. 71–75.
27. *Трофимов Н. М., Синуцкий Р. В.* Динамические характеристики импульсной дуги при сварке в аргоне // *Свароч. пр-во.* — 1967. — № 8. — С. 17–19.
28. *Almeida R. M. S., Benilov M. S., Naidis G. V.* Simulation of the layer of non-equilibrium ionization in a high-pressure argon plasma with multiply-charged ions // *J. of Physics D: Applied Physics.* — 2000. — **33**, Issue 8. — С. 960–967.

### 1.1.20. ЧИСЛЕННОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ СИЛЬНОТОЧНОГО ДУГОВОГО РАЗРЯДА В УСТАНОВКЕ КОВШ–ПЕЧЬ ПОСТОЯННОГО ТОКА\*

И.В. КРИКЕНТ, И.В. КРИВЦУН, В.Ф. ДЕМЧЕНКО, В.П. ПИПТЮК

Использование технологии обработки металлического расплава на установке ковш–печь (УКП) является эффективным способом внепечного рафинирования и доводки стали. В настоящее время на отечественных металлургических и машиностроительных предприятиях эксплуатируется более полутора десятков УКП различной мощности. Согласно обобщенным данным [1, 2] обработка полупродукта на таких установках обеспечивает получение стали со сверхнизким содержанием вредных примесей, газов и неметаллических включений. Наличие электродугового модуля для нагрева стали является основным отличием УКП от эксплуатируемого оборудования для внепечной обработки металла старого поколения — установок комплексной доводки металла. Электродуговой подогрев расплава в сталеразливочном ковше на УКП осуществляется по принципу, реализуемому в дуговой сталеплавильной печи.

Для проектирования рациональных технологических режимов обработки металлического расплава на УКП и эффективного использования электрической дуги в качестве источника тепла требуются количественные данные о тепловом, электрическом и силовом воздействии сильноточного дугового разряда на расплавленный металл. Экспериментальное определение таких важных с технологической точки зрения характеристик электрической дуги, как распределение газодинамического давления, плотность электрического тока и теплового потока в зоне воздействия дугового разряда на поверхность металлической ванны затруднено вследствие высоких температур дуговой плазмы и жидкого металла, а также малой толщины прианодной области дуги. Ограниченность доступа к электродуговому модулю также является фактором, усложняющим проведение натурных экспериментов. Поэтому весьма актуальным представляется исследование сильноточного дугового разряда в УКП методами математического моделирования.

Существует большое количество моделей для численного исследования процессов переноса энергии, импульса, массы и заряда в плазме электрической дуги атмосферного давления, в т.ч. при-

менительно к различным способам дуговой сварки [3–10]. Для исследования физических процессов, протекающих в дуговых сталеплавильных печах, разработаны математические модели [11–14], учитывающие особенности горения сильноточного дугового разряда в металлургических агрегатах. Важным требованием, предъявляемым к моделям дугового разряда, является их самосогласованность, позволяющая учитывать взаимосвязь физических процессов, протекающих на электродах, процессов в приэлектродных областях плазмы и в столбе дуги.

Одна из таких моделей, самосогласованной образом описывающая перенос энергии, импульса, массы и заряда в столбе и анодной области электрической дуги, предложена в работе [15] применительно к процессам сварки неплавящимся электродом и плазменной сварки в инертных газах. В настоящей работе эта модель адаптируется для исследования физических процессов в сильноточной электрической дуге в условиях УКП.

Самосогласованная математическая модель процессов энерго-, массо- и электропереноса в плазме столба и анодной области сильноточной дуги должна включать две взаимосвязанные модели: модель тепловых, электромагнитных и газодинамических процессов, протекающих в плазме столба дуги, и модель анодной области дуги, позволяющую идентифицировать граничные условия на поверхности анода, фигурирующие в модели столба дуги. Что касается граничных условий вблизи катода, то при моделировании дуги в УКП будут использоваться данные, приведенные в работе [13].

Математическая модель анодной области дуги включает следующую систему уравнений, используемую для расчета состава прианодной плазмы [15]:

уравнения Саха с учетом неидеальности плазмы

$$\frac{n_e^0 n_{\alpha Z+1}^0}{n_{\alpha Z}^0} = \left( \frac{2\pi m_e k T_e^0}{h^2} \right)^{3/2} \frac{2\theta_{\alpha Z+1}}{\theta_{\alpha Z}} \times \exp \left[ -\frac{e(U_{\alpha Z} - \Delta U_Z)}{k T_e^0} \right], \quad \alpha = m, g; \quad Z \geq 0, \quad (1)$$

где  $n_e^0$  — концентрация электронов;  $n_{\alpha Z}^0$  — концентрации атомов ( $Z = 0$ ) и ионов ( $Z = 1$ ) газа ( $\alpha =$

\*Современная электрометаллургия. — 2013. — № 3. — С. 45–50.

=  $g$ ) атомов ( $Z = 0$ ) и ионов ( $Z = 1, 2$ ) металлического пара ( $\alpha = m$ );  $m_e$  — масса электрона;  $k$  — постоянная Больцмана;  $T_e^0$  — температура электронов в прианодной плазме;  $h$  — постоянная Планка;  $\theta_{\alpha Z}$  — статистические суммы для тяжелых частиц сорта  $\alpha$ , находящихся в зарядовом состоянии  $Z$ ;  $e$  — заряд электрона;  $U_{\alpha Z}$  — потенциалы ионизации (для перехода частиц сорта  $\alpha$  из зарядового состояния  $Z$  в  $Z + 1$ );

$$\Delta U_Z = \frac{e(Z+1)}{r_D}$$

— снижение потенциалов ионизации, обусловленное взаимодействием заряженных частиц в плазме;

$$r_D = \left[ kT_e^0 / 4\pi e^2 \left( n_e^0 + \frac{T_e^0}{T_h^0} \sum_{\alpha=m,g;Z \geq 1} n_{\alpha Z}^0 Z^2 \right) \right]^{1/2}$$

— радиус Дебая;  $T_h^0$  — температура тяжелых частиц;

условие квазинейтральности плазмы

$$n_e^0 = \sum_{\alpha=m,g;Z \geq 1} n_{\alpha Z}^0 Z; \quad (2)$$

закон парциальных давлений

$$p = n_e^0 kT_e^0 + \sum_{Z \geq 0} n_{mZ}^0 kT_h^0 + \sum_{Z \geq 0} n_{gZ}^0 kT_h^0 - \Delta p. \quad (3)$$

Здесь  $p$  — давление в плазме вблизи анода;

$$\Delta p = \frac{1}{6} \frac{e^2}{r_D} \left( n_e^0 + \sum_{\alpha=m,g;Z \geq 1} n_{\alpha Z}^0 Z^2 \right)$$

— снижение давления за счет неидеальности плазмы.

Для замыкания системы уравнений (1)–(3) добавим еще одно условие, определяющее концентрацию частиц металлического пара на внешней границе анодной области. Поскольку в агрегате УКП постоянного тока потоки плазмы набегают с большими скоростями на поверхность ванны, то толщина диффузионного слоя металлического пара вблизи анода оказывается пренебрежимо малой, поэтому наличие паров металла достаточно учитывать лишь в анодной области дуги.

В диффузионном режиме испарения металла, полагая пар на границе анодной области насыщенным, можно принять, что парциальное давление тяжелых частиц испаренного металла в этой области равно давлению насыщенного пара  $p_s$  над поверхностью расплавленного металла, а температура тяжелых частиц в прианодной плазме  $T_h^0$  совпадает с температурой поверхности  $T_s$ , т.е.

$$\sum_{Z \geq 0} n_{mZ}^0 kT_s = p_s \equiv p_0 \exp \left[ \frac{\lambda_v}{h} \left( \frac{1}{T_B} - \frac{1}{T_s} \right) \right], \quad (4)$$

где  $p_0$  — атмосферное давление;  $T_B$  — температура кипения металла;  $\lambda_v$  — работа выхода из расплава атома металла. При помощи соотношений (1)–(4) рассчитывается ионизационный состав

прианодной плазмы. Модель анодной области дуги, предложенная в работе [15], позволяет также определять анодное падение потенциала  $U_a = -\Delta\phi$ , где  $\Delta\phi$  — разность потенциалов между внешней границей анодной области и поверхностью металлической ванны (анода), а также плотность теплового потока в анод  $q_a$  в зависимости от плотности тока на аноде  $j_a$ , температуры поверхности анода и температуры прианодной плазмы.

При описании процессов магнитной газовой динамики в столбе сильноточной дуги будем исходить из предположения об осевой симметрии рассматриваемой системы. Соответствующая система уравнений для турбулентного течения плазмы, записанная в цилиндрической системе координат, имеет вид

$$\frac{\partial p}{\partial t} + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r}(r\rho v) + \frac{\partial}{\partial z}(\rho u) = 0, \quad (5)$$

$$\rho \left( \frac{\partial v}{\partial t} + v \frac{\partial v}{\partial r} + u \frac{\partial v}{\partial z} \right) = -\frac{\partial p}{\partial z} - j_z B_\phi + \frac{2}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left( r \bar{\mu} \frac{\partial v}{\partial r} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left[ \bar{\mu} \left( \frac{\partial u}{\partial r} + \frac{\partial v}{\partial z} \right) \right] - 2\bar{\mu} \frac{v}{r^2} - \frac{2}{3} \frac{\partial}{\partial r} \left\{ \bar{\mu} \left[ \frac{1}{r} \frac{\partial(rv)}{\partial r} + \frac{\partial u}{\partial z} \right] \right\}, \quad (6)$$

$$\rho \left( \frac{\partial u}{\partial t} + v \frac{\partial u}{\partial r} + u \frac{\partial u}{\partial z} \right) = -\frac{\partial p}{\partial r} + j_r B_\phi + 2 \frac{\partial}{\partial r} \left( \bar{\mu} \frac{\partial u}{\partial z} \right) + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left[ r \bar{\mu} \left( \frac{\partial u}{\partial r} + \frac{\partial v}{\partial z} \right) \right] - \frac{2}{3} \frac{\partial}{\partial z} \left\{ \bar{\mu} \left[ \frac{1}{r} \frac{\partial(rv)}{\partial r} + \frac{\partial u}{\partial z} \right] \right\}, \quad (7)$$

$$\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left( r \sigma \frac{\partial \phi}{\partial r} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left( \sigma \frac{\partial \phi}{\partial z} \right) = 0. \quad (8)$$

Здесь  $\rho$  — массовая плотность плазмы;  $v, u$  — соответственно радиальная и аксиальная компоненты вектора скорости движения плазмы;  $p$  — давление;  $j_r = -\sigma \frac{\partial \phi}{\partial r}$ ,  $j_z = -\sigma \frac{\partial \phi}{\partial z}$  — соответственно аксиальная и радиальная компоненты плотности электрического тока;  $\sigma$  — удельная электропроводность плазмы;  $\phi$  — скалярный потенциал электромагнитного поля;

$$B_\phi(r, z) = \frac{\mu^0}{r} \int_0^r j_z(\xi, z) \xi d\xi$$

— азимутальная компонента вектора магнитной индукции;  $\mu^0$  — универсальная магнитная постоянная;  $\bar{\mu}$  — суммарный коэффициент динамической вязкости плазмы, учитывающий турбулентную составляющую.

Будем считать, что перенос энергии в столбе дуги осуществляется путем теплопроводности и конвекции, а также заряженными частицами (электронами). Учтем, что в электрических дугах значительного размера излучение обеспечивает в основном перенос тепловой энергии, и в гораздо

меньшей степени оно связано с безвозвратными потерями тепла [16]. При этих предпосылках уравнение энергии в рамках модели однотемпературной ионизационноравновесной плазмы имеет вид

$$\begin{aligned} \rho C_p \left( \frac{\partial T_p}{\partial t} + v \frac{\partial T_p}{\partial r} + u \frac{\partial T_p}{\partial z} \right) = \\ = \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left( r \bar{\chi} \frac{\partial T_p}{\partial r} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left( \bar{\chi} \frac{\partial T_p}{\partial z} \right) + \\ + \frac{k}{e} \left\{ j_r \frac{\partial [(5/2 - \delta) T_p]}{\partial r} + j_z \frac{\partial [(5/2 - \delta) T_p]}{\partial z} \right\} + \\ + \frac{j_r^2 + j_z^2}{\sigma}. \end{aligned} \quad (9)$$

Здесь  $C_p$  — удельная теплоемкость плазмы (с учетом энергии ионизации);  $T_p$  — температура плазмы;  $\bar{\chi}$  — суммарный коэффициент теплопроводности, учитывающий турбулентную составляющую и перенос энергии радиационным путем;  $\delta$  — постоянная термодиффузии.

Суммарные коэффициенты динамической вязкости  $\bar{\mu}$  и теплопроводности  $\bar{\chi}$ , учитывающие характерный для сильноточных дуг турбулентный режим течения плазмы, а также перенос энергии излучением, будем рассчитывать следующим образом:

$$\bar{\mu} = \mu + \mu_t; \quad \bar{\chi} = \chi + \chi_t + \Delta\chi,$$

где  $\mu_t$  — коэффициент турбулентной вязкости;  $\chi_t$  — коэффициент турбулентной теплопроводности плазмы;  $\Delta\chi$  — коэффициент лучистой теплопроводности.

Значение коэффициента турбулентной вязкости можно определить, например, с помощью модели Прандтля [17]:

$$\mu_t = \rho l_m^2 \sqrt{\left( \frac{\partial v}{\partial r} \right)^2 + \left( \frac{\partial u}{\partial z} \right)^2},$$

где  $l_m$  — длина пути смешения.

Коэффициент турбулентной теплопроводности плазмы может быть выражен через коэффициент ее турбулентной вязкости с помощью соотношения [5]

$$\lambda_t = \mu_t \frac{C_p}{Pr_t},$$

где  $Pr_t$  — турбулентное число Прандтля, которое согласно рекомендациям, изложенным в работе [5], может быть принято равным единице.

Физические свойства плазмы столба дуги  $\rho$ ,  $C_p$ ,  $\mu$ ,  $\chi$ ,  $\delta$ ,  $\sigma$ , как и в работах [11–14], полагаются зависящими от температуры и состава атмосферы, в которой горит дуга.

На внешних границах расчетной области для уравнений (5)–(9) зададим граничные условия, подробно описанные, например, в работе [3]. Отдельно рассмотрим условия на границе анодной и газодинамической областей плазмы.

Пусть  $\Gamma$  — граница анодной области со столбом дуги (ввиду малой толщины анодного слоя в качестве  $\Gamma$  можно рассматривать поверхность расплавленного металла–анода). Тогда граничные условия для уравнений (5)–(7) здесь можно задать следующим образом:

$$v|_{\Gamma} = 0; \quad u|_{\Gamma} = 0.$$

Граничное условие, выражающее баланс удельных потоков энергии на границе  $\Gamma$ , имеет вид

$$-\bar{\chi} \frac{\partial T_p}{\partial z} \Big|_{\Gamma} + j_a \frac{k}{e} (5/2 - \delta) T_p \Big|_{\Gamma} = \Delta\phi_j q_a.$$

Примем во внимание, что проводимость металла анода существенно выше удельной электропроводности плазмы и, следовательно, поверхность анода можно считать эквипотенциальной. Примем для определенности потенциал анода  $\phi_a$  равным нулю. Тогда условие для уравнения (8) на внешней границе анодной области дуги можно записать в виде

$$\phi|_{\Gamma} = \Delta\phi.$$

Поскольку достоверные экспериментальные данные о распределенных параметрах сильноточных электрических дуг отсутствуют, для верификации модели используем экспериментальные данные о напряжении на дуговом модуле с длиной дуги 78 мм при токе 22,5 кА. Расчетное значение потенциала в подкатодной зоне составило 91 В. Учитывая, что катодное падение потенциала для рассматриваемых сильноточных дуг с графитовым электродом составляет в среднем примерно 11 В [18], и полагая суммарное падение напряжения на электродном стержне и контактах равным 1 В, получим расчетное напряжение на дуговом модуле 103 В. Согласно данным, приведенным в технологической инструкции по эксплуатации УКП (фирма «Danieli», Италия), используемой в условиях завода «Днепроспецсталь», экспериментально измеренное значение данного параметра составило 102,7 В, что лишь незначительно отличается от результатов наших расчетов.

Рассчитанная картина распределения в столбе дуги газодинамических потоков и теплового состояния дуговой плазмы при длине дуги  $l_d = 180$  мм и токе дуги  $I_d = 26,2$  кА представлена на рис. 1.

Поскольку в мощных дуговых разрядах плазма движется в сторону анода со скоростями примерно  $1 \cdot 10^3$  м/с, то газодинамические потоки оказывают значительное силовое воздействие на поверхность металлической ванны, что приводит к образованию мениска под анодным пятном дуги. Определить степень прогиба  $\Delta z$  свободной поверхности металлической ванны под анодным пятном дугового разряда можно, исходя из того,

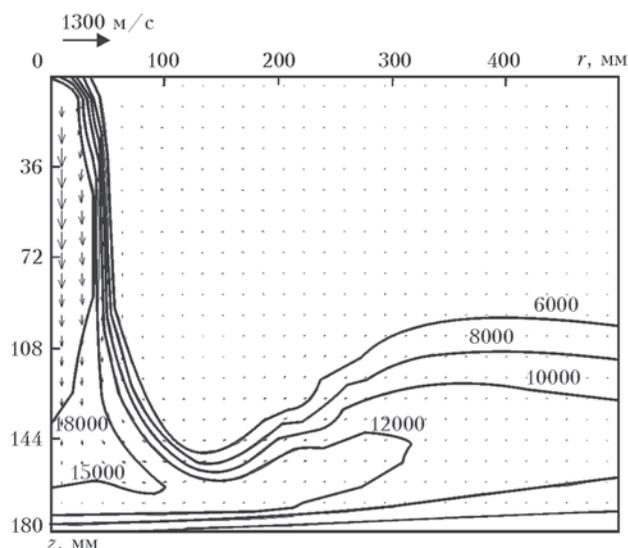


Рис. 1. Поля температуры и скорости движения плазмы в сильноточном дуговом разряде

что в УКП избыточное давление  $p_{изб}$  плазмы над жидким анодом компенсируется суммой гидростатических давлений слоя шлака и столба металла, высота которого равна  $\Delta z$ . Следовательно, можем записать следующее балансное соотношение

$$p_{изб} = (h_{ш}\rho_{ш} + \Delta z\rho_m)g,$$

где  $h_{ш}$  и  $\rho_{ш}$  — соответственно высота слоя шлака и его плотность;  $\rho_m$  — плотность металлического расплава;  $g$  — ускорение свободного падения. Учитывая, что избыточное давление равно разности абсолютного давления в прианодной плазме  $p$  и давления во внешней среде ( $p_0 = 10^5$  Па), имеем

$$\Delta z = \frac{p - p_0 - h_{ш}\rho_{ш}g}{\rho_m g}. \quad (10)$$

Таким образом, в УКП постоянного тока характерное значение  $h_{ш}$  составляет примерно 0,2 м, плотность шлака колеблется в пределах 2800...3200 кг/м<sup>3</sup>. Максимальные прогибы поверхности металлической ванны (на оси симметрии), рассчитанные по формуле (10) для дуг длиной 150; 180 и 210 мм при токе 26,2 кА, составили соответственно 91; 86 и 81 мм. Такие глубины мени-

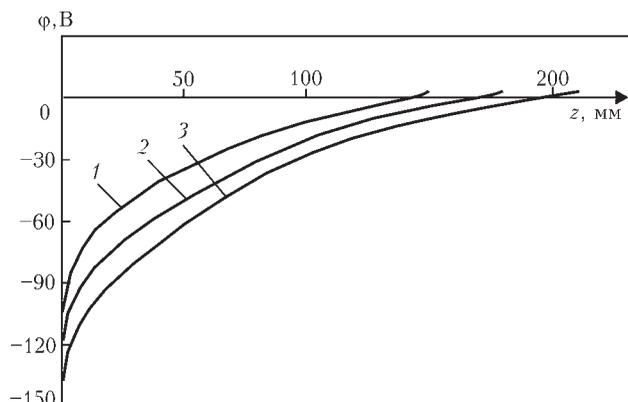


Рис. 2. Распределение потенциала на оси столба дуги при  $I_d$ , мм: 1 — 150; 2 — 180; 3 — 210

сков являются весьма значительными по отношению к рассматриваемым длинам дугового разряда и могут существенно влиять на его параметры, в частности, длину дуги и напряжение на дуге.

С технологической точки зрения представляет интерес зависимость напряжения на дуге от ее длины. Поскольку напряжение на дуговом разряде определяется электрическим полем в его столбе, рассмотрим распределение электрического потенциала  $\phi$  на оси столба дуги в зависимости от аксиальной координаты  $z$  (здесь и далее  $z$  отсчитывается от центра катодного пятна) для электрических дуг длиной 150; 180 и 210 мм при значении тока 26,2 кА (рис. 2).

Расчетное напряжение на дуговом модуле для рассматриваемых дуг составило соответственно 116,7; 134,2 и 151,9 В. Резкое снижение потенциала в подкатодной зоне связано с большой плотностью тока в этой области дугового разряда. При таком распределении потенциала зависимость напряжения на дуге от ее длины является нелинейной. Напряжение на дуговом разряде  $U_d$  зависит также и от значения тока. Уменьшение тока от 26,2 до 19,3 кА приводит к снижению расчетного напряжения на дуге длиной 150 мм от 116,7 до 107,4 В. Результаты, приведенные в работе [13], также свидетельствуют о зависимости напряжения на дуговых разрядах в металлургических агрегатах от уровня тока. В работе [19] предлагается длину дуги  $l_d$  определять исходя из линейной зависимости

$$U_d = a + bl_d, \quad (11)$$

где  $a$  — сумма анодного и катодного падения напряжений;  $b$  — напряженность электрического поля в столбе дуги. Для расчетов длины электрических дуг в УКП значения коэффициентов  $a$  и  $b$  принимают равными соответственно 22 В и 1 В/мм [20]. Так как напряженность электрического поля существенно изменяется по длине столба дуги (рис. 2), то расчеты по формуле (11) могут давать весьма приближенный результат.

При неизменном значении тока 26,2 кА распределение плотности тока на поверхности металлического расплава зависит от длины дуги (рис. 3). В приосевой зоне наибольшая концентрация плотности тока зафиксирована при минимальной длине дуги 150 мм. Следовательно, наибольшее силовое воздействие электромагнитного поля на металлическую ванну, которое способно обеспечить интенсивное перемешивание металла, достигается при более коротких дугах.

Распределение плотности тока на поверхности жидкого металлического анода для дугового разряда длиной 150 мм в зависимости от тока дуги показано на рис. 4.

Как следует из рис. 4, характер распределения плотности тока по зеркалу ванны сохраняется в широком диапазоне значений тока.

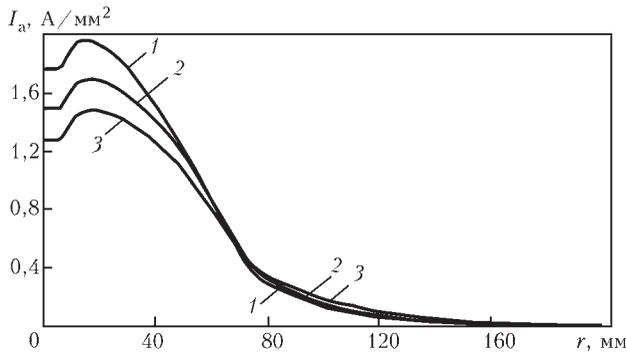


Рис. 3. Распределения плотности тока на поверхности анода для различных значений длины, мм: 1 — 150; 2 — 180; 3 — 210

Важным технологическим параметром электрической дуги в У КП является тепловая мощность, передаваемая дуговым разрядом металлической ванне. Расчеты тепловой мощности  $P_m$ , поступающей в обрабатываемый металл, показывают, что при варьировании длины дуги со значением тока 26,2 кА в рассматриваемом диапазоне ( $l_d = 150 \dots 210$  мм) значение  $P_m$  изменяется незначительно и составляет примерно 2 МВт. В то же время при увеличении длины дуги от 150 до 210 мм напряжение на дуговом модуле У КП возрастает на 23 % — от 116,7 до 151,9 В. Следовательно, при неизменном значении тока также возрастает и электрическая мощность, потребляемая установкой. Это означает, что при увеличении длины дуги снижается эффективность нагрева металла электрической дугой.

Пусть

$$Q_a(r) = 2\pi \int_0^r q_a(r')r'dr'$$

— тепловой поток, протекающий через поверхность анода (металлической ванны) в пределах окружности радиуса  $r$ . Сравним полученное с помощью описанной математической модели распределение  $Q_a(r)$  по поверхности металлической ванны с результатами численного моделирования тепло-

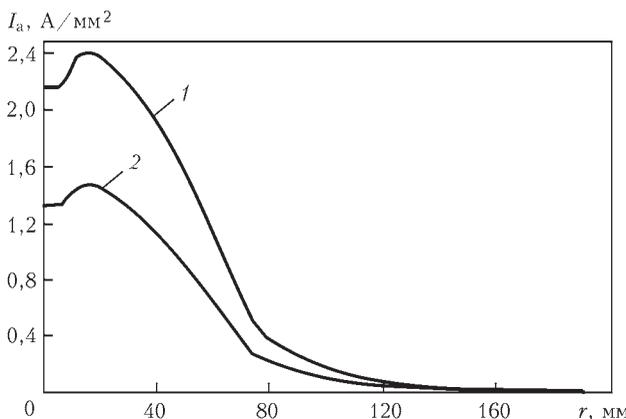


Рис. 4. Распределения плотности тока на поверхности анода при  $I_d$ , кА: 1 — 32,8; 2 — 19,3

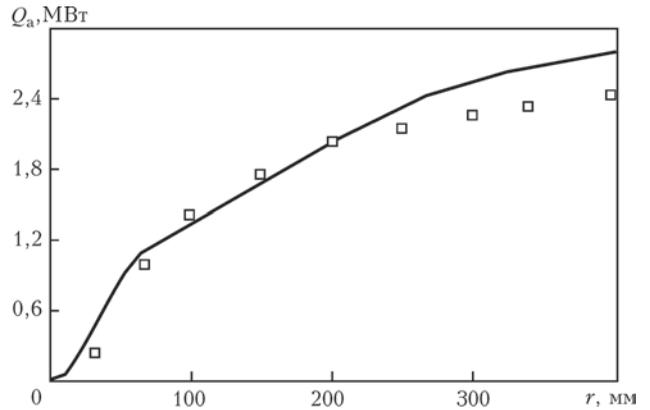


Рис. 5. Распределение теплового потока  $Q_a$  в металлический анод по радиальной координате ( $\square$  — результаты моделирования [13])

вых процессов в дуговой сталеплавильной печи, приведенными в работе [13]. Как следует из рис. 5, расчетные распределения, полученные с помощью различных моделей для дуги длиной 200 мм при значении тока 36 кА, отличаются в основном на значительном расстоянии от оси симметрии.

Температура прианодной плазмы вблизи оси дуги ( $r = 0, z = l_d$ ) по данным наших расчетов составляет 9500 К, а по результатам математического моделирования, выполненного в работе [13], — 9700 К, что также свидетельствует об адекватности математической модели, используемой в настоящей работе.

Соответствующие распределения теплового потока по поверхности металлической ванны (рис. 6) свидетельствуют о том, что тепловая мощность, вводимая в металл, быстро возрастает по мере увеличения уровня тока дугового разряда.

Отметим, что при возрастании общей тепловой мощности и плотности теплового потока в анод обнаружено расширение зоны интенсивного обогрева поверхности металлической ванны, что также можно рассматривать как благоприятный фактор при обработке металла в У КП.

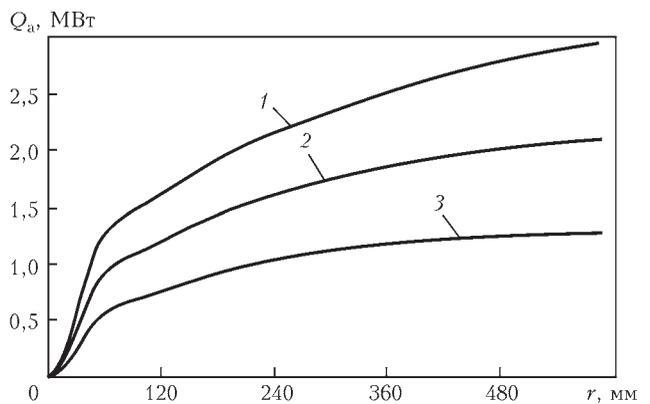


Рис. 6. Распределение теплового потока по поверхности металлической ванны (длина дуги 150 мм) при  $I_d$ , кА: 1 — 32,8; 2 — 26,2; 3 — 19,3

**Выводы**

1. Электрический потенциал по длине столба сильнотоочной дуги в УКП изменяется нелинейно, поэтому использование линейной модели для вычисления длины дуги по измеренному на дуговом модуле напряжению может приводить к существенным погрешностям.

2. В УКП постоянного тока под воздействием газодинамического давления, создаваемого набегаящими на расплав потоками плазмы, прогиб поверхности металлической ванны под анодным пятном дугового разряда может быть соизмерим с длиной дуги.

3. Для наиболее эффективного обогрева металлической ванны и интенсификации ее перемешивания электромагнитными силами целесообразно использовать более короткие электрические дуги. Требуемая тепловая мощность дугового модуля УКП в таком случае может быть обеспечена за счет большого значения тока дугового разряда.

1. *Вихлевицук В.А., Приходьхо Э.В.* Основные сведения о составах и перспективных технологических схемах получения чистых и особо чистых сталей на зарубежных и отечественных предприятиях // Сб. науч. тр. ИЧМ НАНУ «Фундаментальные и прикладные проблемы черной металлургии». — 2003. — Вып. 6. — С. 425–441.
2. *Особенности современного оборудовании и технологий внепечной обработки стали / В.П. Пиптюк, В.Ю. Болотов, И.А. Павлюченков, И.Н. Логозинский // Там же. — 2005. — Вып. 11. — С. 67–79.*
3. *Hsu K.C., Etemadi K., Pfender E.* Study of the free-burning high-intensity argon arc // *J. of Appl. Phys.* — 1983. — **54**, № 3. — P. 1293–1301.
4. *Hsu K.C., Pfender E.* Two-temperature modeling of the free-burning high-intensity arc // *Ibid.* — 1983. — **54**, № 8. — P. 4359–4366.
5. *Низкотемпературная плазма / В.С. Энгельшт, В.Ц. Гурович, Г.А. Десятков и др. — Новосибирск: Наука, 1990. — Т. 1. Теория столба электрической дуги. — 376 с.*
6. *Lowke J.J., Morrow R., Haidar J.* A simplified unified theory of arcs and their electrodes // *J. Phys. D: Appl. Phys.* — 1997. — **30**. — P. 2033–2042.
7. *Sansonnets L., Haidar J., Lowke J.J.* Prediction of properties of free burning arcs including effects of ambipolar diffusion // *Ibid.* — 2000. — **33**. — P. 148–157.
8. *Fan H.G., Kovacevic R.* A unified model of transport phenomena in gas metal arc welding including electrode, arc plasma and molten pool // *Ibid.* — 2004. — **37**. — P. 2531–2544.
9. *Hu. J., Tsai H.L.* Heat and mass transfer in gas metal arc welding. Part I: The arc // *Intern. J. of Heat and Mass Transfer.* — 2007. — **50**. — P. 833–846.
10. *Metal vapour behaviour in gas tungsten arc thermal plasma during welding / M. Tanaka, K. Yamamoto, S. Tashiro, et al. // Welding in the world. — 2008. — 52, № 11/12. — P. 82–88.*
11. *Ushio M., Szekely J., Chang C.W.* Mathematical modeling of flows field and heat transfer in high-current arc discharge // *Ironmaking and Steelmaking.* — 1981. — № 6. — P. 279–286.
12. *Alexis J.* Modeling of heat transfer from an electric arc — a simulation of heating. Part I / J. Alexis, M. Ramirez, G. Trapaga, P. Jonsson // 57th Electric Furnace conf. proc.: ISS (Warrendale, November 14–16, 1999). — Warrendale, 1999. — P. 279–287.
13. *Modeling of a DC electric arc furnace – heat transfer from the arc / J. Alexis, M. Ramirez, G. Trapaga, P. Jonsson // ISIJ Intern. — 2000. — 40, № 11. — P. 1089–1097.*
14. *Wang F., Jin Z., Zhu Z.* Numerical study of dc arc plasma and molten bath in dc electric arc furnace // *Ironmaking and Steelmaking.* — 2006. — **33**, № 1. — P. 39–44.
15. *Кривцун И.В., Демченко В.Ф., Крикент И.В.* Модель процессов тепло-, массо- и электропереноса в столбе и анодной области дуги с тугоплавким катодом // *Автомат. сварка.* — 2010. — № 6. — С. 3–11.
16. *Evans D.L., Tankin R.S.* Measurements of emission and absorption of radiation by an argon plasma // *Phys. Fluids.* — 1967. — **10**, № 6. — P. 1137–1144.
17. *Prandtl L.* Uber die ausgebildete Turbulenz // *Proc. of the 2th Intern. congress for Applied Mechanics (Switzerland, Zurich, 1926).* — Zurich, 1926. — P. 62–74.
18. *Грановский В.Л.* Электрический ток в газе. Установившийся ток. — М.: Наука, 1971. — 543 с.
19. *Никольский Л.Е., Смоляренко В.Д., Кузнецов Л.Н.* Тепловая работа дуговых сталеплавильных печей. — М.: Металлургия, 1981. — 320 с.
20. *Выбор параметров трансформатора для агрегата ковш-печь и режимы обработки стали / Н.Ф. Ахметшин, И.Ю. Зинуров, В.С. Галян и др. // Электromеталлургия. — 2001. — № 10. — С. 23–26.*

### 1.1.21. МОДЕЛИРОВАНИЕ ЭЛЕКТРИЧЕСКОЙ ДУГИ С ТУГОПЛАВКИМ КАТОДОМ И ИСПАРЯЮЩИМСЯ АНОДОМ\*

И.В. КРИКЕНТ, И.В. КРИВЦУН, В.Ф. ДЕМЧЕНКО

Плазма электрической дуги при сварке неплавящимся электродом в инертном газе, как правило, является многокомпонентной, поскольку в ней, наряду с частицами защитного газа, присутствуют атомы и ионы металлического пара, поступающего в дуговой промежуток за счет испарения металла анода с поверхности сварочной ванны. Наличие в дуговой плазме инертного газа даже небольшого количества металлической компоненты существенно влияет на ее ионизационный состав, термодинамические, транспортные и оптические свойства. Это приводит к значительному отличию тепловых, электромагнитных и газодинамических характеристик плазмы в прианодной зоне столба дуги при сварке неплавящимся электродом от соответствующих характеристик дугового разряда с тугоплавким катодом и испаряющимся, например, водоохлаждаемым анодом. Отличаются также и характеристики анодной области сварочной дуги, определяющие условия теплового и электромагнитного взаимодействия дуги со свариваемым металлом и, как следствие, характер его проплавления [1].

В первых публикациях, посвященных математическому моделированию процессов тепло-, массо- и электропереноса в дугах с тугоплавким катодом [2–10], дуговая плазма предполагалась однокомпонентной, т.е. содержащей атомы и ионы только защитного газа. Такая идеализация не отражала условий горения реальных сварочных дуг и требовала дальнейшего совершенствования математических моделей дуги с целью учета ряда дополнительных физических факторов, связанных с многокомпонентностью дуговой плазмы. Публикации, посвященные учету испарения материала анода при моделировании сварочной дуги с неплавящимся электродом, появились в мировой научно-технической литературе сравнительно недавно [11–13]. Однако в этих работах, при описании диффузии ионизированного металлического пара в дуговой плазме, не делается различие между атомами и ионами пара, имеющими коэффициенты диффузии, существенно отличающиеся по величине [1]. В комплексной математической модели сварочной дуги с неплавящимся катодом,

предложенной в работе [14], была предпринята попытка учесть различие указанных коэффициентов, однако при записи уравнения конвективной диффузии испаренного металла анода в плазме столба дуги не учитывалась термодиффузия атомов и ионов металлического пара, а также дрейф ионов металла в электрическом поле. Поэтому целью настоящей работы является совершенствование модели конвективной диффузии металлического пара в дуговой плазме и проведение на основе уточненной комплексной математической модели [14] численного анализа характеристик многокомпонентной плазмы столба и анодной области стационарной электрической дуги с тугоплавким катодом (W) и испаряющимся анодом (Fe) при ее горении в инертном газе (Ar).

**Уравнение переноса металлического пара в дуговой плазме.** Специфической особенностью диффузии металлического пара в дуговой плазме является то, что испаренные с расплавленной поверхности анода атомы металла могут ионизироваться, образуя одно- и двухзарядные ионы, коэффициенты диффузии которых существенно отличаются от соответствующих коэффициентов для нейтральных частиц. Кроме того, процессы ионизации и рекомбинации частиц в плазме столба дуги протекают значительно быстрее, чем процессы переноса вещества и тепловой энергии [15, 16]. Поэтому будем считать, что концентрации всех частиц многокомпонентной плазмы столба рассматриваемой дуги (электроны, атомы и однозарядные ионы аргона, атомы, одно- и двухзарядные ионы железа) отличаются от равновесных значений, определяемых принципом детального равновесия, весьма незначительно. Будем также предполагать, что плазма столба дуги находится в состоянии локального термодинамического равновесия при температуре электронов, равной температуре тяжелых частиц (однотемпературная модель).

В общем случае уравнения диффузии для атомов, одно- и двухзарядных ионов металла в плазме инертного газа можно записать в следующем виде:

$$\frac{\partial n_{m0}}{\partial t} = -\operatorname{div}(n_{m0} \vec{w}_{m0}) - \dot{n}_{m0}; \quad (1)$$

\*Автоматическая сварка. — 2014. — № 9. — С. 19–26.

$$\frac{\partial n_{m1}}{\partial t} = -\text{div}(n_{m1} \vec{w}_{m1}) - \dot{n}_{m1} + \dot{n}_{m0}; \quad (2)$$

$$\frac{\partial n_{m2}}{\partial t} = -\text{div}(n_{m2} \vec{w}_{m2}) + \dot{n}_{m1}, \quad (3)$$

где  $\dot{n}_{mZ}$  ( $Z=0,1$ ) — скорости реакций первой и второй ионизации;  $n_{m0}$ ,  $n_{m1}$ ,  $n_{m2}$  — концентрации атомов, одно- и двухзарядных ионов металла;  $\vec{w}_{m0}$ ,  $\vec{w}_{m1}$ ,  $\vec{w}_{m2}$  — скорости их направленного движения соответственно.

Представим скорость движения атомов металла  $\vec{w}_{m0}$  в виде суммы средней скорости движения частиц плазмы  $\vec{w}_C$  и диффузионной скорости нейтральных частиц металла  $\vec{w}_{D0}$

$$\vec{w}_{m0} = \vec{w}_C + \vec{w}_{D0}. \quad (4)$$

Если атомные массы всех компонент плазмы одинаковы, то средняя скорость движения частиц совпадает со среднemasсовой (газодинамической) скоростью движения плазмы  $\vec{W}$ . В противном случае величину  $\vec{w}_C$  можно определить из следующего балансного соотношения:

$$\rho \vec{W} = \rho \vec{w}_C + M_m \vec{Y}_{m0} + \bar{M}_{m0} \vec{Y}_{m0}, \quad (5)$$

где  $\rho$  — плотность плазмы;  $\vec{Y}_{m0}$  — плотность диффузионного потока атомов металла;  $M_m$  — масса атома металла;  $\vec{Y}_{m0}$ ,  $\bar{M}_{m0}$  — соответственно плотность диффузионного потока и среднестатистическая масса частиц, замещающих атомы металла.

Поскольку диффузионные процессы не оказывают существенного влияния на распределение давления в дуговой плазме, можно полагать, что оно определяется в основном газодинамическими факторами. Для рассматриваемой здесь стационарной свободногорящей дуги давление в ее столбе лишь незначительно отличается от атмосферного [17]. Поэтому диффузию металлического пара в такой дуге можно с высокой степенью точности рассматривать как процесс, протекающий при постоянном (атмосферном) давлении. В этом случае результатом диффузии является обмен местами частиц, образующих плазму. Отсюда следует, что удельные диффузионные потоки  $\vec{Y}_{m0}$  и  $\vec{Y}_{m0}$  взаимно компенсируются, т. е. выполняется условие  $\vec{Y}_{m0} = -\vec{Y}_{m0}$ . Тогда из уравнения (5) получаем выражение для определения средней скорости движения частиц

$$\vec{w}_C = \vec{W} - \frac{M_m - \bar{M}_{m0}}{\rho} \vec{Y}_{m0}. \quad (6)$$

Среднестатистическую массу частиц, замещающих атомы металла, можно приближенно вычислять по формуле

$$\bar{M}_{m0} = \frac{\rho - M_m n_{m0}}{n_0 - n_{m0}},$$

где  $n_0 = p_0/kT$  — суммарная концентрация частиц в плазме столба дуги, предполагаемой изотермической;  $p_0$  — атмосферное давление;  $T$  — температура плазмы;  $k$  — постоянная Больцмана. В рамках описанного выше подхода сумма удельных массовых потоков атомов металла и других частиц, образующих плазму, равна общей плотности массового потока плазмы. Это свидетельствует о согласованном описании газодинамических и диффузионных процессов.

Диффузионная скорость атомов металла  $\vec{w}_{D0}$  связана с их концентрацией  $n_{m0}$  и плотностью диффузионного потока  $\vec{Y}_{m0}$  следующим образом:

$$w_{D0} = \frac{\vec{Y}_{m0}}{n_{m0}},$$

где величина  $\vec{Y}_{m0}$  в простейшем случае может быть определена с помощью соотношения [1]

$$\vec{Y}_{m0} = -\frac{D_0}{T} \text{grad}(n_{m0} T), \quad (7)$$

где  $D_0$  — коэффициент диффузии атомов металла в плазме.

Подставляя (4), (6), (7) в уравнение (1), получим

$$\frac{dn_{m0}}{dt} = \text{div}[G_0 \text{grad}(n_{m0} T)] - n_{m0} \text{div} \vec{W} - \dot{n}_{m0}, \quad (8)$$

где  $dn_{m0}/dt$  — субстанциональная производная;

$$G_0 = \frac{D_0}{T} \left( 1 - n_{m0} \frac{M_m - \bar{M}_{m0}}{\rho} \right).$$

Выполним аналогичные преобразования с уравнениями (2), (3) и дополнительно учтем дрейф заряженных частиц металла (одно- и двухзарядных ионов) в электрическом поле. В результате получим

$$\frac{dn_{m1}}{dt} = \text{div}[G_1 \text{grad}(n_{m1} T) + b_1 n_{m1} \text{grad} \phi] - n_{m1} \text{div} \vec{W} - \dot{n}_{m1} + \dot{n}_{m0}, \quad (9)$$

$$\frac{dn_{m2}}{dt} = \text{div}[G_2 \text{grad}(n_{m2} T) + b_2 n_{m2} \text{grad} \phi] - n_{m2} \text{div} \vec{W} + \dot{n}_{m1}. \quad (10)$$

Здесь  $G_Z = \frac{D_Z}{T} \left( 1 - n_{mZ} \frac{M_m - \bar{M}_{mZ}}{\rho} \right)$ ;  $D_Z$  — коэффициенты диффузии ионов металла с зарядовым числом  $Z$  ( $Z = 1, 2$ );

$$\bar{M}_{mZ} = \frac{\rho - M_m n_{mZ}}{n_0 - n_{mZ}};$$

$b_Z = \frac{eZ}{k} G_Z$  — подвижности ионов металла в электрическом поле;  $e$  — заряд электрона;  $\phi$  — скалярный потенциал электрического поля в столбе дуги.

Суммируя уравнения (8)–(10), получим уравнение переноса металлических частиц в дуговой плазме

$$\begin{aligned} \frac{dn_m}{dt} = & \operatorname{div}[G_0 \operatorname{grad}(n_m T) + (G_1 - G_0) \times \\ & \times \operatorname{grad}(n_{m1} T) + (G_2 - G_0) \operatorname{grad}(n_{m2} T) + \\ & + (b_1 n_{m1} + b_2 n_{m2}) \operatorname{grad} \varphi] - n_m \operatorname{div} \vec{W}, \end{aligned} \quad (11)$$

где  $n_m = n_{m0} + n_{m1} + n_{m2}$  — суммарная концентрация тяжелых частиц металлического пара.

Выразим концентрации ионов металла  $n_{mZ}$  ( $Z = 1, 2$ ) через суммарную концентрацию металлических частиц в плазме:  $n_{mZ} = K_Z n_m$ , где коэффициенты  $K_Z$  соответствуют первой ( $Z = 1$ ) и второй ( $Z = 2$ ) ионизации атомов металла. Учитывая допущение о локальном термодинамическом равновесии плазмы столба дуги, коэффициенты  $K_Z$  могут быть определены для равновесной плазмы заданного состава и температуры.

Вводя обозначения  $\bar{G}_1 = G_1 - G_0$ ;  $\bar{G}_2 = G_2 - G_0$ , перепишем уравнение (11) относительно суммарной концентрации частиц металла в плазме:

$$\begin{aligned} \frac{dn_m}{dt} + n_m \operatorname{div} \vec{W} = & \operatorname{div}[G_0 \operatorname{grad}(n_m T) + \\ & + \bar{G}_1 \operatorname{grad}(K_1 n_m T) + \bar{G}_2 \operatorname{grad}(K_2 n_m T)] + \\ & + \operatorname{div}[(b_1 K_1 + b_2 K_2) n_m \operatorname{grad} \varphi]. \end{aligned} \quad (12)$$

Уравнение (12) описывает следующие виды переноса тяжелых частиц металлического пара в дуговой плазме: конвективный перенос, концентрационную диффузию, термодиффузию, а также дрейф ионов пара в электрическом поле. Зная решение этого уравнения,  $n_m$ , и учитывая принятое допущение о локальном термодинамическом равновесии плазмы столба дуги, ее ионизационный состав может быть определен с помощью соответствующей системы уравнений Саха, закона парциальных давлений и условия квазинейтральности плазмы [14]. Рассчитанные таким образом концентрации частиц многокомпонентной плазмы столба дуги могут быть использованы для вычисления ее термодинамических и транспортных свойств [18], входящих в уравнения комплексной модели [14].

Сформулируем граничные условия для уравнения диффузии (12). Предполагая, что столб дуги характеризуется осевой симметрией, введем цилиндрическую систему координат  $(r, z)$  и рассмотрим расчетную область  $\Omega = \{0 < r < R, 0 < z < L\}$ , показанную на рис. 1.

Учитывая направление движения защитного газа и плазмы в прикатодной зоне столба дуги [17], будем считать, что частицы испаренного металла анода не достигают плоскости  $z = 0$  (см. рис. 1), т.е. на верхней границе расчетной области положим

$$n_m \Big|_{z=0} = 0. \quad (13)$$

На оси дуги (при  $r = 0$ ) примем условия симметрии

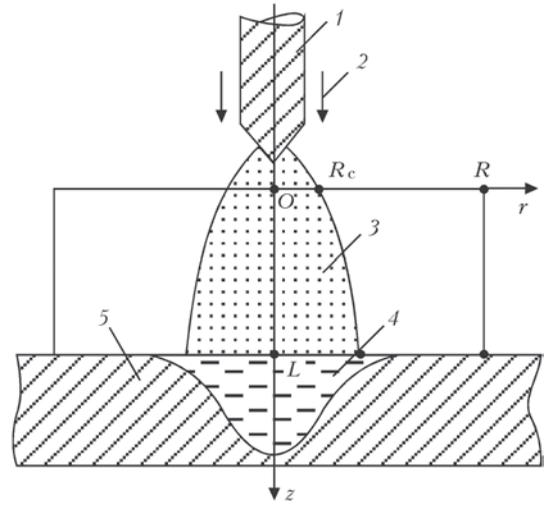


Рис. 1. Схема к математическому описанию дуговой плазмы: 1 — тупоугольный катод; 2 — защитный газ; 3 — плазма столба дуги; 4 — расплавленный (испаряющийся) металл; 5 — анод

$$\frac{\partial n_m}{\partial r} \Big|_{r=0} = 0. \quad (14)$$

На внешней границе расчетной области (при  $r = R$ ) зададим «мягкие» граничные условия:

$$\begin{aligned} n_m \Big|_{r=R} = 0 & \quad \text{при } W_r(R, z) \leq 0; \\ \frac{dn_m}{dt} \Big|_{r=R} = 0 & \quad \text{при } W_r(R, z) > 0, \end{aligned} \quad (15)$$

где  $W_r(r, z)$  — радиальная компонента вектора среднемассовой скорости плазмы.

На границе многокомпонентной плазмы столба дуги с анодным слоем (при  $z = L$ ) граничное условие можем записать в виде

$$n_m \Big|_{z=L} = n_{m0}^L(r) + n_{m1}^L(r) + n_{m2}^L(r), \quad (16)$$

где  $n_{mZ}^L(r) = n_{mZ}(r, L)$  — соответствующие распределения концентраций частиц металлического пара, находящихся в зарядовом состоянии  $Z$ , которые могут быть определены согласно модели анодной области дуги с испаряющимся анодом [14] в зависимости от локальных значений температуры прианодной плазмы и температуры поверхности анода, режима его испарения, а также рода защитного газа. Ограничиваясь в дальнейшем рассмотрением диффузионного режима испарения, с достаточной точностью можно считать, что локальные значения парциального давления атомов и ионов металлической компоненты плазмы  $p_m$  на указанной границе равны давлению насыщенного пара металла анода при соответствующем значении температуры его поверхности  $T_a$ :

$$p_m \Big|_{z=L} = p_0 \exp \left\{ \frac{\lambda_v}{k} \left[ \frac{1}{T_B} - \frac{1}{T_a(r)} \right] \right\}, \quad (17)$$

где  $\lambda_v$  — энергия, затрачиваемая на переход одной частицы металла из жидкой фазы в паровую;  $T_b$  — температура кипения металла анода.

Модель конвективной диффузии ионизированного металлического пара (12)–(17) является составной частью комплексной модели процессов переноса энергии, импульса, массы и заряда в многокомпонентной плазме столба и анодной области электрической дуги при сварке неплавящимся электродом в инертном газе [14]. Для численного моделирования тепловых, газодинамических и электромагнитных процессов в такой плазме будем использовать уравнения одностепенной модели [17]. При учете испарения металла анода на границе конденсированной фазы с дуговой плазмой существует диффузионный поток металлического пара, вследствие чего аксиальная компонента вектора скорости плазмы на этой границе не равна нулю (в отличие от условия «прилипания», используемого в [17] для случая водоохлаждаемого анода). Принимая во внимание тот факт, что атомы и ионы защитного газа, являющегося инертным, не могут накапливаться на поверхности анода, результирующий поток тяжелых частиц газа вблизи поверхности анода можно считать равным нулю. Тогда, с учетом диффузионного и конвективного механизмов переноса частиц металлического пара, граничное условие для аксиальной компоненты вектора среднемассовой скорости плазмы на границе столба дуги с анодной областью (при  $z = L$ ) может быть записано в виде

$$W_z \Big|_{z=L} = \frac{M_m [Y_{m0z}^L(r) + Y_{m1z}^L(r) + Y_{m2z}^L(r)]}{\rho(r, L) - M_m [n_{m0}^L(r) + n_{m1}^L(r) + n_{m2}^L(r)]}. \quad (18)$$

Здесь  $Y_{mZ}^L(r)$  — соответствующие распределения аксиальных компонент плотностей диффузион-

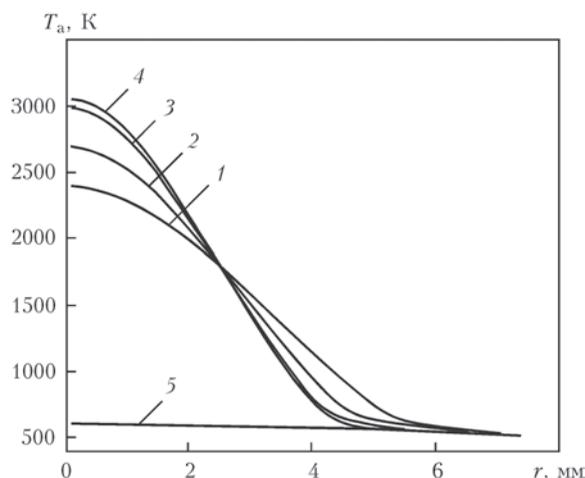


Рис. 2. Распределения температуры поверхности анода в области анодной привязки дуги: 1 —  $T_{a0} = 2400$  К; 2 — 2700; 3 — 3000; 4 — 3065; 5 — водоохлаждаемый (неиспаряющийся) анод

ных потоков атомов и ионов металла, находящихся в зарядовом состоянии  $Z$ .

**Результаты моделирования и их обсуждение.** Для численного исследования влияния диффузионного испарения металла анода на процессы энерго-, массо- и электропереноса в анодной области и столбе рассматриваемой дуги зададим распределение температуры поверхности анода по нормально-круговому закону  $T_a(r) = (T_{a0} - T_\infty) \times \exp(-a^2 r^2) + T_\infty$ , где  $T_{a0}$  — температура на оси области анодной привязки дуги;  $T_\infty$  — температура поверхности металла вдали от указанной области. При этом коэффициент сосредоточенности  $a$  будем выбирать таким образом, чтобы диаметр расплавленной зоны на поверхности анода составлял 5 мм. Характерные профили распределения  $T_a(r)$  при  $T_\infty = 500$  К показаны на рис. 2.

Численное моделирование характеристик многокомпонентной плазмы столба и анодной области электрической дуги с вольфрамовым катодом и испаряющимся анодом из низкоуглеродистой стали проводили при следующих параметрах: длина дуги  $L = 2,9$  мм; ток дуги  $I = 200$  А; защитный газ аргон, испаряющийся элемент железо. Необходимые для решения нестационарной задачи [17], совместно с уравнением (12), начальные распределения характеристик плазмы столба дуги задавали так, как описано в работе [17]; начальная концентрация металлического пара в дуговом промежутке полагалась равной нулю. Расчеты выполняли вплоть до установления стационарного состояния дуговой плазмы.

Введем обозначение  $\gamma = n_m / (n_g + n_m)$ , где  $n_g = n_{g0} + n_{g1}$  — суммарная концентрация тяжелых частиц (атомов и ионов) защитного газа, и рассмотрим распределение доли тяжелых частиц металла  $\gamma$  в плазме столба дуги для двух вариантов распределения температуры поверхности испаряющегося анода, которые соответствуют  $T_{a0} = 2600$  К (рис. 3, а) и  $T_{a0} = 3065$  К (рис. 3, б). При температуре расплавленного металла анода 2500...2600 К над его поверхностью появляются частицы испаренного металла, содержание которых достигает 10 % (см. рис. 3, а). При увеличении температуры в центре области анодной привязки дуги выше 3000 К массовый поток пара с поверхности анода в столб дуги возрастает, вследствие чего появляется область дуговой плазмы с высоким (до 80 %) содержанием металлического пара (рис. 3, б).

Поле концентрации частиц испаренного металла  $n_m$  в прианодной плазме формируется в результате взаимодействия следующих четырех факторов: диффузионного и конвективного переноса металлических частиц от поверхности анода

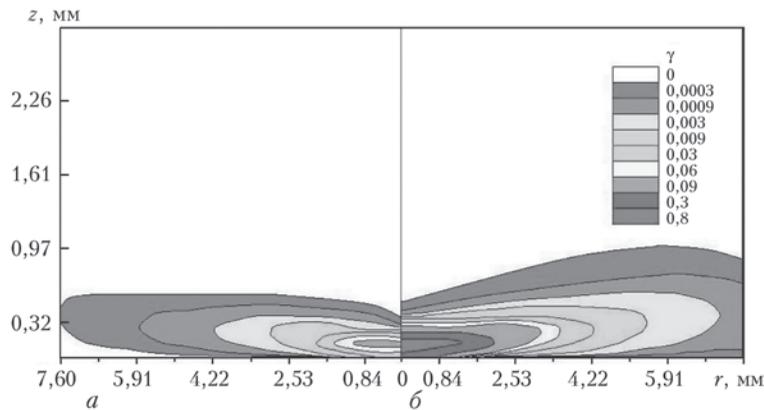


Рис. 3. Распределение доли тяжелых частиц железа в прианодной области плазмы столба дуги: *a* —  $T_{a0} = 2600$  К; *b* — 3065

в столб дуги; набегающего на анод потока дуговой плазмы с малым содержанием металлического пара; переноса частиц металла в сторону анода за счет термодиффузии; дрейфа заряженных частиц (одно- и двухзарядных ионов) металла в электрическом поле. Распределение доли тяжелых частиц железа в рассматриваемой дуговой плазме, представленное на рис. 3, является результатом конкурирующего взаимодействия указанных четырех механизмов переноса. При этом можно выделить две характерные особенности распределения частиц испаренного металла в прианодной плазме. С одной стороны, конвективный поток плазмы из прикатодной области столба, практически не содержащей металлического пара, стремится вытеснить пары металла из зоны испарения в радиальном направлении. Вследствие этого ширина приповерхностного слоя плазмы, содержащего заметное количество металлического пара ( $\gamma > 3\%$ ), оказывается в 1,5...2,0 раза больше радиуса расплавленной зоны на поверхности анода, а толщина этого слоя составляет 0,3...0,5 мм. Поскольку толщина области, занятой паром, незначительна по сравнению с длиной дуги, влияние испаренного металла в рассматриваемом случае ограничивается только прианодной областью дуги и практически не сказывается на процессах тепло-, массо- и электропереноса в ее столбе. В то же время область прианодной плазмы, наиболее обогащенная парами железа, оказывается «оторванной» от поверхности анода. Этот эффект можно объяснить следующим образом. Ионизационный состав металлического пара, который поступает в прианодную зону столба дуги и далее транспортируется в область с более высокой температурой плазмы, претерпевает изменения за счет интенсивной ионизации атомов металла. Вместе с тем из-за малой диффузионной подвижности ионов металла происходит их накопление в указанной области, что и обуславливает появление зоны с максимальным содержанием металлического

пара, локализованной на некотором расстоянии от поверхности анода.

Наибольшее влияние диффузионное испарение металла анода оказывает на характеристики анодной области рассматриваемой дуги, такие как доля частиц железа в прианодной плазме  $\gamma_a(r) = \gamma(r, L)$  и ее температура  $T_{pa}(r) = T(r, L)$ , плотность электрического тока  $j_a(r)$  и плотность теплового потока  $q_a(r)$  на поверхности анода. Рассмотрим влияние температуры поверхности испаряющегося анода на распределения указанных характеристик в области анодной привязки дуги. На рис. 4–7 приведены результаты расчетов  $\gamma_a$ ,  $T_{pa}$ ,  $j_a$  и  $q_a$  для различного теплового состояния поверхности анода.

Максимальное содержание металлического пара достигается на оси прианодного слоя плазмы, увеличиваясь с ростом температуры поверхности анода в центре области анодной привязки дуги (см. рис. 4). При этом максимальное значение среднемассовой скорости движения пара  $|W_z(0, L)|$  вблизи поверхности анода также возрастает при увеличении указанной температуры. Так, например, при  $T_{a0} = 3065$  К эта скорость может дости-

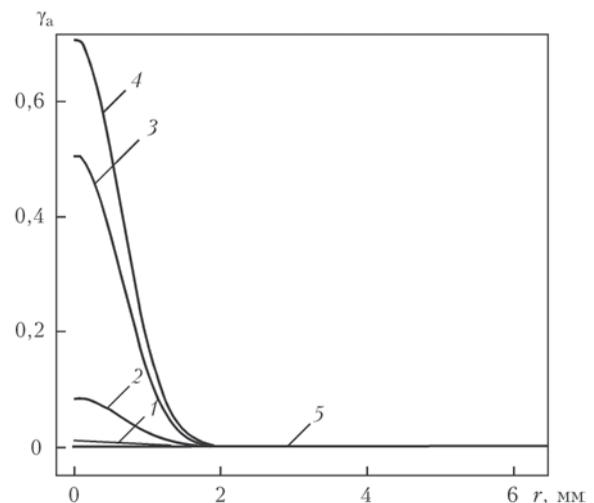


Рис. 4. Радиальные распределения доли тяжелых частиц железа в многокомпонентной прианодной плазме (обозначения кривых 1–5 такие же, как на рис. 2)

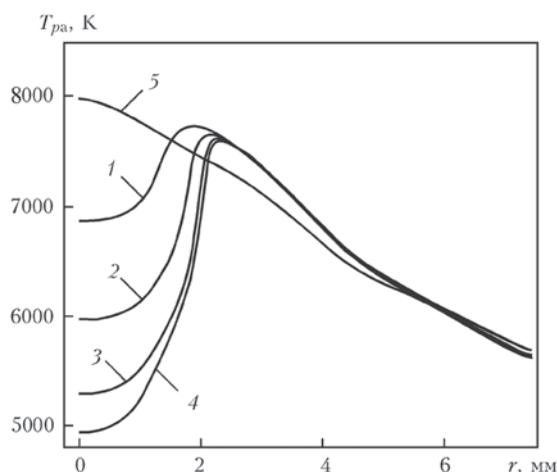


Рис. 5. Радиальные распределения температуры плазмы столба дуги на границе с анодной областью (обозначения кривых 1–5 такие же, как на рис. 2)

гать величины более 10 м/с. Такой интенсивный поток относительно холодного пара, движущийся от поверхности анода в столб дуги, вызывает локальное захлаживание прианодной плазмы. Этот эффект проявляется в той части анодной области, которая расположена над наиболее нагретой зоной поверхности расплавленного металла анода, и тем сильнее, чем выше температура поверхности в этой зоне (см. рис. 5).

Несмотря на то, что повышение с ростом  $T_{a0}$  концентрации легкоионизируемого (по сравнению с аргоном) металлического пара в многокомпонентной прианодной плазме должно приводить к увеличению ее электропроводности  $\sigma$ , отмеченный выше эффект локального захлаживания прианодной плазмы потоком пара играет более существенную роль, приводя к уменьшению  $\sigma$  и, соответственно, плотности электрического тока в приосевой зоне области анодной привязки дуги (рис. 6).

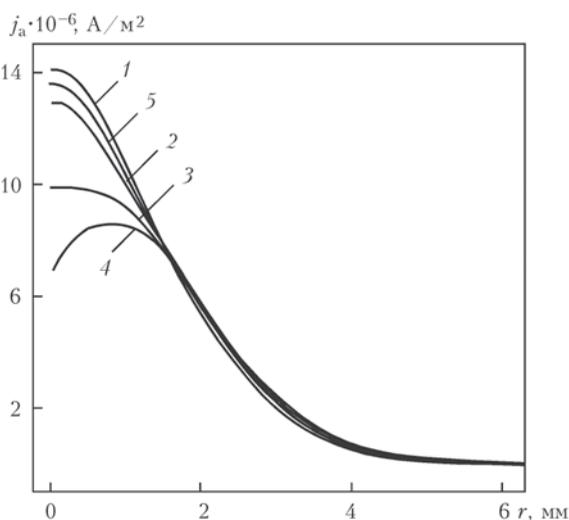


Рис. 6. Радиальные распределения плотности электрического тока на поверхности анода (обозначения кривых 1–5 такие же, как на рис. 2)

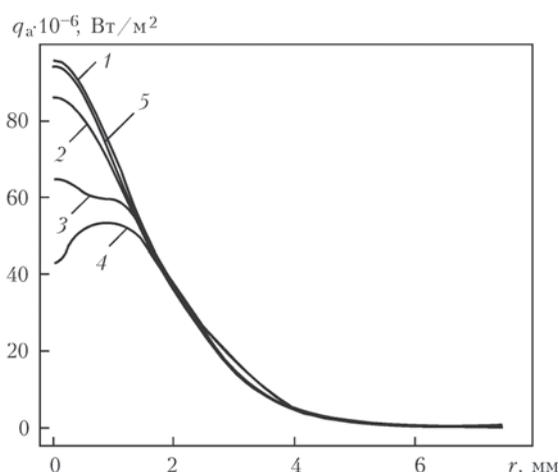


Рис. 7. Радиальные распределения плотности теплового потока, вводимого дугой в анод (обозначения кривых 1–5 такие же, как на рис. 2)

Аналогичным образом ведет себя и плотность теплового потока, вводимого дугой в испаряющийся анод (рис. 7). Значительное снижение величины  $q_a$  при высоких значениях температуры поверхности металла анода связано с уменьшением конвективного потока энергии из столба дуги в результате соответствующего изменения газодинамической и электромагнитной обстановки в прианодной области дуговой плазмы, а также с уменьшением потока тепла, переносимого к аноду заряженными частицами, за счет соответствующего уменьшения  $j_a$  (рис. 6).

Проанализируем теперь зависимости осевых значений рассматриваемых характеристик от температуры поверхности анода в центре области анодной привязки дуги. Изменение  $T_{pa0} = T(0, L)$ ,  $j_{a0} = j_a(0, L)$  и  $q_{a0} = q_a(0, L)$  с ростом  $T_{a0}$  показано на рис. 8–10. Исследуемый в настоящей работе диапазон варьирования максимальной температуры поверхности расплавленного металла анода можно условно разбить на два интервала:  $T_{a0} < 2400$  К соответствует неиспаряющемуся аноду;  $2400$  К  $< T_{a0} < 3100$  К соответствует диффу-

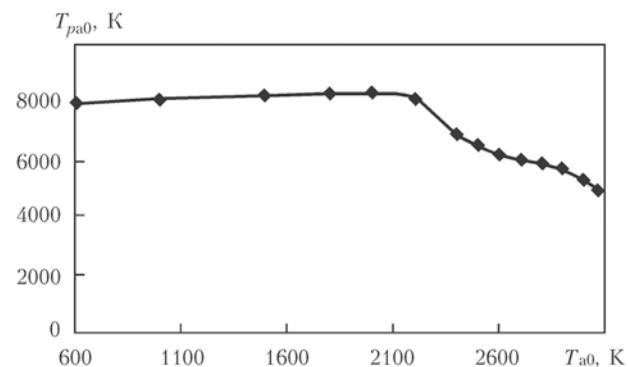


Рис. 8. Зависимость осевого значения температуры дуговой плазмы на границе анодной области от температуры поверхности анода в центре области анодной привязки дуги

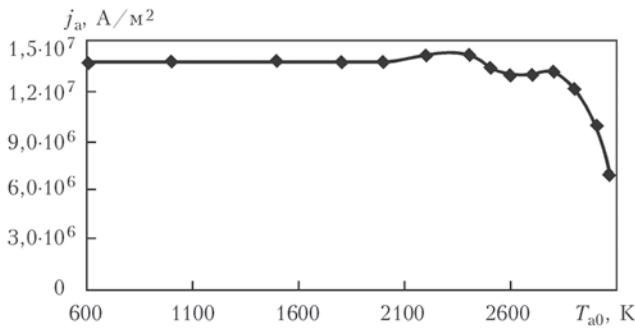


Рис. 9. Зависимость осевого значения плотности электрического тока на аноде от температуры его поверхности в центре области анодной привязки дуги

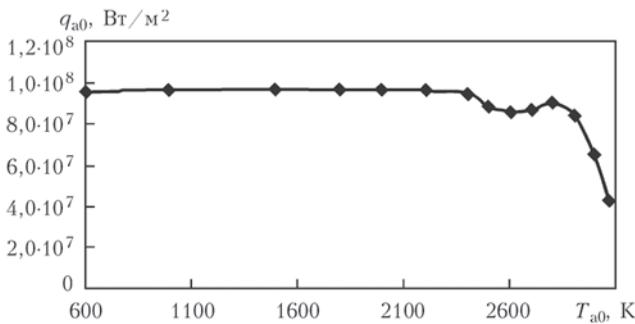


Рис. 10. Зависимость осевого значения плотности теплового потока в анод от температуры его поверхности в центре области анодной привязки дуги

зионному режиму испарения металла анода. В первом диапазоне температур все характеристики анодной области дуги слабо зависят от  $T_{a0}$ , тогда как во втором происходит существенное уменьшение  $T_{pa0}$ . Что касается  $j_a$  и  $q_{a0}$ , то они ведут себя немонотонно (см. рис. 9, 10). Наблюдающееся вначале уменьшение плотности электрического тока и плотности теплового потока в анод на оси области анодной привязки дуги сменяется некоторым их увеличением, так, что при  $T_{a0} \approx 2800$  К эти величины достигают своих локальных максимумов. Дальнейшее их снижение происходит тем быстрее, чем более интенсивно испаряется металл анода. Отмеченная особенность наиболее заметно проявляется в поведении такой интегральной характеристики теплового взаимодействия дуговой плазмы с металлом анода, как полная тепловая мощность  $P$ , вкладываемая дугой (рис. 11).

Зависимость плотности тепловых потерь металла анода на испарение в приосевой зоне области анодной привязки дуги  $q_{v0}$  от температуры его поверхности в этой зоне показана на рис. 12. Как следует из расчетных данных, приведенных на данном рисунке, при увеличении  $T_{a0}$  до 3000 К указанная величина может составлять около 25 % соответствующего значения теплового потока, вводимого в испаряющийся анод дуговой плазмой

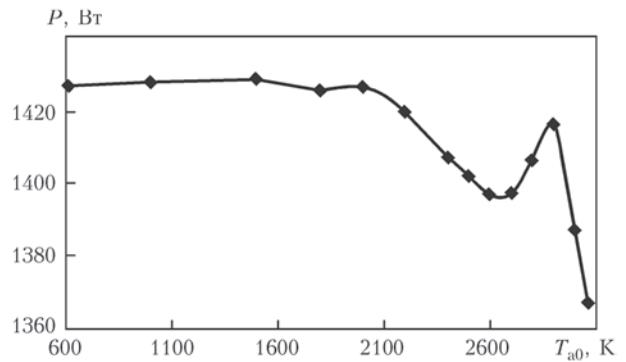


Рис. 11. Зависимость тепловой мощности, вкладываемой дугой в анод, от температуры поверхности анода в центре области анодной привязки дуги

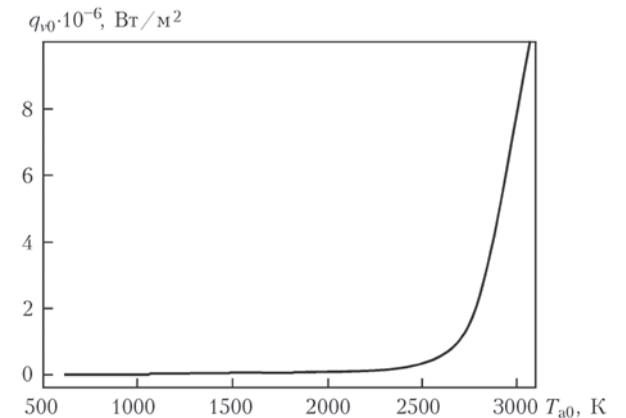


Рис. 12. Зависимость осевого значения плотности потерь энергии на испарение металла анода от температуры его поверхности в центре области анодной привязки дуги

(ср. рис. 10, 12) и должна учитываться при определении энергетического баланса его поверхности.

В целом, проведенный в настоящей работе численный анализ влияния диффузионного испарения металла анода на характеристики столба и анодной области дуги с тугоплавким катодом, горящей в инертном газе, позволяет сделать следующие выводы:

1. В случае дуговой сварки неплавящимся электродом в инертном газе влияние испаренного материала анода на характеристики плазмы столба дуги проявляется только в тонком (до 0,5 мм) слое, примыкающем к анодной области. Что касается характеристик дуговой плазмы в остальной части столба, то они практически не изменяются по сравнению с дугой, горящей на водоохлаждаемый (неиспаряющийся) анод.

2. Испарение свариваемого металла приводит к существенной перестройке пространственных распределений характеристик плазмы анодной области сварочной дуги с неплавящимся электродом, а также характеристик ее теплового и электромагнитного взаимодействия с поверхностью сварочной ванны. В частности, с ростом температуры поверхности расплава в центре области

анодной привязки дуги снижается плотность теплового потока, вводимого дугой в свариваемое изделие и плотность электрического тока на его поверхности. Вместе с потерями энергии расплавленного металла на испарение это приводит к уменьшению эффективности дугового нагрева свариваемого металла.

1. *Murphy Anthony B.* The effects of metal vapour in arc welding // *J. Phys. D: Appl. Phys.* — 2010. — **43**. — 434001 (31 p.).
2. *Hsu K. C., Etemadi K., Pfender E.* Study of the free-burning high-intensity argon arc // *J. of Appl. Phys.* — 1983. — **54**, № 3. — P. 1293–1301.
3. *Hsu K. C., Pfender E.* Two-temperature modeling of the free-burning high-intensity arc // *Ibid.* — 1983. — **54**, № 8. — P. 4359–4366.
4. *Низкотемпературная плазма / В. С. Энгельшт, В. Ц. Гурович, Г. А. Десятков и др.* — Новосибирск: Наука, 1990. — Т. 1. Теория столба электрической дуги. — 376 с.
5. *Prediction of anode temperatures of free burning arcs / P. Zhu, J. J. Lowke, R. Morrow et al.* // *J. Phys. D: Appl. Phys.* — 1995. — **28**. — P. 1369–1376.
6. *Jenista J., Heberlein J. V. R., Pfender E.* Numerical model of the anode region of high-current electric arcs // *IEEE Trans. on Plasma Science.* — 1997. — **25**, № 5. — P. 883–890.
7. *Lowke J. J., Morrow R., Haidar J.* A simplified unified theory of arcs and their electrodes // *J. Phys. D: Appl. Phys.* — 1997. — **30**. — P. 2033–2042.
8. *Haidar J.* Non-equilibrium modeling of transferred arcs // *Ibid.* — 1999. — **32**. — P. 263–272.
9. *Sansonnets L., Haidar J., Lowke J. J.* Prediction of properties of free burning arcs including effects of ambipolar diffusion // *Ibid.* — 2000. — **33**. — P. 148–157.
10. *Computational simulation of arc melting process with complex interactions / H. Nishiyama, T. Sawada, H. Takana et al.* // *ISIJ International.* — 2006. — **46**, № 5. — P. 705–711.
11. *A numerical modeling of an electric arc and its interaction with the anode: Part I. The two-dimensional model / F. Lago, J. J. Gonzalez, P. Freton et al.* // *Ibid.* — 2004. — **37**. — P. 883–897.
12. *Metal vapour behaviour in gas tungsten arc thermal plasma during welding / M. Tanaka, K. Yamamoto, S. Tashiro et al.* // *Welding in the World.* — 2008. — **52**, № 11/12. — P. 82–88.
13. *Plasma-weld pool interaction in tungsten inert-gas configuration / J. Mougnot, J. J. Gonzalez, P. Freton et al.* // *J. Phys. D: Appl. Phys.* — 2013. — **46**. — P. 135–206.
14. *Кривицун И. В., Демченко В. Ф., Крикент И. В.* Модель процессов тепло-, массо- и электропереноса в анодной области и столбе сварочной дуги с тугоплавким катодом // *Автомат. сварка.* — 2010. — № 6. — С. 3–11.
15. *Almeida R. M. S., Benilov M. S., Naidis G. V.* Simulation of the layer of non-equilibrium ionization in a high-pressure argon plasma with multiply-charged ions // *J. of Physics D: Applied Physics.* — 2000. — **33**, Issue 8. — С. 960–967.
16. *Кривицун И. В., Крикент И. В., Демченко В. Ф.* Моделирование динамических характеристик импульсной дуги с тугоплавким катодом // *Автомат. сварка.* — 2013. — № 7. — С. 14–25.
17. *Крикент И. В., Кривицун И. В., Демченко В. Ф.* Моделирование процессов тепло-, массо- и электропереноса в столбе и анодной области дуги с тугоплавким катодом // *Там же.* — 2012. — № 3. — С. 7–11.
18. *On the application of the theory of Lorentzian plasma to calculation of transport properties of multicomponent arc plasmas / I. V. Krivtsov, P. Porytsky, V. Demchenko et al.* // *European Physical Journal D.* — 2010. — **57**. — P. 77–85.

## 1.1.22. NUMERICAL STUDY OF THE ANODE BOUNDARY LAYER IN ATMOSPHERIC PRESSURE ARC DISCHARGES\*

I.L. SEMENOV, I.V. KRIVTSUN, U. REISGEN

**1. Introduction.** The near-electrode plasma layers of high pressure arc discharges have been the subject of intensive research for decades. Comprehensive reviews of both experimental and theoretical studies can be found in several recent publications on this topic [1–3]. As a rule, the cathode region is assumed to be more important than the anode one. For this reason, anode phenomena have attracted much less attention in the past.

In recent years, however, the anode region in atmospheric pressure arc discharges has received renewed interest owing to the continued development of arc welding technologies, such as gas-metal arc (GMA) welding, gas-tungsten arc (GTA) welding and hybrid (laser with GTA) welding processes. For example, the properties of the arc in GMA welding are still not well understood, mainly due to the effect of metal vapour on the anode boundary layer near a consumable wire electrode [4–10]. The influence of laser radiation on plasma properties in the anode region has also not been analysed in detail. In this view, further studies of the anode plasma layers seem to be of great importance for the field.

It is known that numerical modelling plays an important role for understanding physical processes in the near-electrode regions, since experimental studies of these thin non-equilibrium layers are difficult to perform and interpret. The anode boundary layer in atmospheric pressure discharges has been studied numerically using different models in many works [11–17]. We do not provide a detailed discussion of these works here and refer the reader to the reviews mentioned above [1, 2]. It should be emphasized, however, that the anode space-charge sheath has not been taken into account properly in previous studies. However, the analysis of the anode sheath seems to be an important issue, since the sheath might influence the properties of the whole anode layer. Therefore, it is highly desirable to model the anode region in a unified manner without any simplifying assumptions including quasi-neutrality. To the best of our knowledge, only one example of such a unified model has been reported in [18]. In this work the anode layer has been studied using the model proposed previously in [19] for modelling near-cathode plasma layers. However, the results presented in [18] are related to the case of very high pressure discharges (with pressures

of about 100–200 bar) but not to the case of atmospheric pressure discharges.

In the present work we use the approach proposed in [19] to study the anode layer in atmospheric pressure arc discharges. One-dimensional unified modelling of the anode layer is carried out for an argon arc at different values of the current density in the range from 500–2000 A·cm<sup>-2</sup>. As was shown in [20] and mentioned in [2], this range is typical of the anode boundary layers of thermal arcs. The numerical modelling of the arc in the GMA welding process also shows that the current density near the anode wire lies in a similar range [4, 5]. For comparison, we also consider a quasi-neutral model of the anode layer supplemented with the common collisionless model of the sheath. Using the results of numerical modelling, we analyse the distribution of plasma parameters in the anode boundary layer and examine the anode sheath structure. In addition the basic characteristics of the anode layer, such as the anode voltage drop, sheath voltage drop, anode layer thickness, sheath thickness and total heat flux to the anode, are also presented and their dependence on the current density is discussed.

In view of the fact that we use a one-dimensional model to study the anode layer, a remark should be made about the applicability of this approach. As is known, the thickness of the anode layer may be quite substantial (~1 mm) compared, for example, to the typical length of the welding arcs. In this case, the radial variations of the plasma parameters in the arc column might noticeably affect the structure of the anode layer. For this reason, we should admit that the one-dimensional approach represents a strong simplification of the problem under consideration. On the other hand, a one-dimensional formulation enables us to extend the complexity of the physical model, e.g. by considering the anode layer without the assumption of quasi-neutrality. One further step in this direction might be to extend the approach proposed in [19] to the case of a multicomponent plasma with multiply charged ions. This step could be of importance for future studies needed to analyse the influence of metal vapour and laser radiation on the anode layer properties. However, such extensions of the physical model could be difficult to accomplish for more realistic geometry at

\*Journal of Physics D: Applied Physics. — 2016. — Vol. 49, 105204. — 12 p.

the first stage. Furthermore, as is shown in the present study, the one-dimensional model of the anode layer can provide quite reasonable quantitative results.

The paper is structured as follows. In section 2 we present the governing equations, along with the corresponding boundary conditions, and describe briefly the numerical method employed to solve the formulated problem. The results of numerical computations are presented and discussed in section 3. The conclusions are summarized in section 4.

**2. Model of the anode region.** *2.1. Basic equations.* The approach employed in the present work is based mainly on the model proposed in [19]. However, we use a slightly different boundary condition for the ion number density at the anode surface. Moreover, we have also considered the quasi-neutral model of the anode region. Thus, for completeness, we present here the basic equations of the model and refer the reader to [19] for details.

Let us consider an anode boundary layer in an argon arc discharge under atmospheric pressure. The plasma in the anode layer is assumed to consist of atoms (a), singly charged ions (i) and electrons (e). The presence of multiply charged ions is neglected, since the plasma temperature in the bulk of the discharge is estimated to be not higher than 18 kK (for the considered range of current densities). The convective effects in the anode layer are also neglected. In addition, it is assumed that the heavy particles (ions and atoms) have a common temperature,  $T_h$ , which differs from the electron temperature,  $T_e$  (a two-temperature model).

As in [19], we consider a simple one-dimensional model of the anode region. The axis  $x$  of the Cartesian coordinate system is directed from the anode surface into the plasma and the anode is located in the plane  $x = 0$ . The governing equations of the model include the continuity, momentum and energy equations for plasma components. The continuity equations read as

$$\nabla J_\alpha = \omega_\alpha, \quad \alpha = e, i, a, \quad (1)$$

where  $J_\alpha$  is the number density flux,  $\omega_\alpha$  is the production rate of plasma particles due to ionization-recombination reactions and  $\nabla = d/dx$ . The number density flux is defined as  $J_\alpha = n_\alpha v_\alpha$ , where  $n_\alpha$  and  $v_\alpha$  are the number density and velocity of the particles, respectively. In high pressure discharges the ionization is mainly driven by collisions between electrons and atoms and the dominant recombination mechanism is three-body recombination with an electron as the third body. In this case, the production rates are written as

$$\omega_e = \omega_i = -\omega_a = k_i n_a n_e - k_r n_e^2 n_i, \quad (2)$$

where  $k_i$  and  $k_r$  are the ionization and recombination rate constants, respectively. Adding the continuity equations for ions and atoms and subtracting the con-

tinuity equations for ions and electrons, we obtain the following relations:

$$J_i = -J_a, \quad J_i - J_e = j/e, \quad (3)$$

where  $j$  is the current density in the anode region ( $e$  is the elementary charge). Here the first relation reflects the conservation of heavy particles and the second relation reflects the continuity of the electric current in the anode region. Thus, relations (3) can be used instead of any two continuity equations.

The momentum equations for plasma particles can be written as (see [21])

$$-\nabla p_\alpha + n_\alpha z_\alpha E + \sum_\beta v_{\alpha\beta} \mu_{\alpha\beta} n_\alpha n_\beta (v_\beta - v_\alpha) - R_\alpha^T = 0. \quad (4)$$

Here  $\alpha, \beta$  — denote the particle type;  $p_\alpha = n_\alpha k T_\alpha$  is the partial pressure ( $k$  is the Boltzmann constant);  $\mu_{\alpha\beta} = m_\alpha m_\beta / (m_\alpha + m_\beta)$  is the reduced mass ( $m_{\alpha\beta}$  denote the particles masses);  $z_\alpha$  is the particle charge;  $E$  is the electric field;  $v_{\alpha\beta}$  is the collision rate; and  $R_\alpha^T$  is the thermal diffusion force given by

$$R_\alpha^T = C_\alpha^{(e)} n_\alpha k \nabla T_e, \quad (5)$$

where  $C_\alpha^{(e)}$  is the thermal diffusion coefficient. Note that the thermal diffusion effect due to the heavy particles' temperature gradient is neglected in equation (5). The collision rate in equation (4) is related to the binary diffusion coefficient by

$$v_{\alpha\beta} = \frac{k T_\alpha C_{\alpha\beta}}{n D_{\alpha\beta} \mu_{\alpha\beta}},$$

where  $T_{\alpha\beta} = (m_\alpha T_\beta + m_\beta T_\alpha) / (m_\alpha + m_\beta)$  denotes the reduced temperature of the particles;  $n = \sum_\alpha n_\alpha$  is the total number density;  $D_{\alpha\beta}$  is the binary diffusion coefficient evaluated in the first approximation of the Chapman–Enskog method and  $C_{\alpha\beta}$  are the coefficients accounting for approximations of higher orders.

Adding the momentum equation (4), we also obtain the following relation:

$$-\nabla p + e(n_i - n_e)E = 0, \quad (6)$$

where  $p = \sum_\alpha p_\alpha$  is the total pressure. The momentum equations are supplemented with the Poisson equation for the electric field:

$$\varepsilon_0 \nabla E = e(n_i - n_e) \quad (7)$$

$\varepsilon_0$  is the electric constant. By combining equation (6) with equation (7) we obtain

$$\nabla(p - \varepsilon_0 E^2 / 2) = 0. \quad (8)$$

Equation (8) means that the total pressure in the system (including the electric field pressure) is constant across the anode region.

The energy equations for heavy particles and electrons can be written as

$$\nabla q_h = \kappa_{eh} n_e k (T_e - T_h), \quad (9)$$

$$\nabla \left( q_e + \frac{5}{2} J_e k T_e \right) = jE + \kappa_{eh} n_e k (T_h - T_e) - w_e, \quad (10)$$

where  $q_e$  and  $q_h$  are the electron and heavy particles heat fluxes, respectively;  $\kappa_{eh}$  is the energy exchange frequency; and  $w_e$  is the electron energy losses due to inelastic processes. The energy exchange frequency is defined as

$$\kappa_{eh} = \frac{3kT_e}{m_i n} \left( \frac{n_a}{D_{ea}} + \frac{n_i}{D_{ei}} \right),$$

and the electron energy losses are given by

$$w_e = A_i \omega_e + w_{rad},$$

where  $A_i$  is the energy of ionization and  $w_{rad}$  denotes the energy losses due to radiation. The heavy particles' heat flux is assumed to be caused only by the heat conduction, i.e. the effect inverse to the thermal diffusion is neglected. Thus,  $q_h$  is simply given by

$$q_h = -\lambda_h \nabla T_h, \quad (11)$$

where  $\lambda_h$  is the heavy particles' thermal conductivity. In turn, both mechanisms are taken into account for the electrons, and the electron heat flux is given by

$$q_e = -\lambda_e \nabla T_e + kT_e n_e \sum_{\alpha=i,a} A_{\alpha}^{(e)} (v_e - v_{\alpha}), \quad (12)$$

where  $\lambda_e$  is the electron heat conductivity and  $A_{\alpha}^{(e)}$  are the kinetic coefficients.

Further, following the idea proposed in [19], we transform the governing equations to a set of four nonlinear differential equations of the second-order for the electron number density  $n_e$ , electric field  $E$  and temperatures  $T_h$  and  $T_e$ . To transform the governing equations we eliminate  $v_a$  and  $v_i$  from the momentum equation (4) for ions and electrons using relations (3). The resulting equations are written as

$$\begin{aligned} & -\nabla(n_{\alpha} kT_{\alpha}) \pm en_{\alpha} E - \gamma_{\alpha} J_e - \\ & -\delta_{\alpha} (j/e) - C_{\alpha}^{(e)} n_{\alpha} k \nabla T_e = 0, \quad \alpha = i, e, \end{aligned} \quad (13)$$

where

$$\begin{aligned} \gamma_e &= v_{ea} \mu_{ea} (n_e + n_a) + v_{ei} \mu_{ei} (n_i - n_e), \\ \gamma_i &= v_{ia} \mu_{ia} (n_i + n_a) + v_{ei} \mu_{ei} (n_e - n_i), \\ \delta_e &= v_{ea} \mu_{ea} n_e - v_{ei} \mu_{ei} n_e, \\ \delta_i &= v_{ia} \mu_{ia} (n_i + n_a) + v_{ei} \mu_{ei} n_e. \end{aligned}$$

By expressing  $J_e$  from equation (13) for electrons and substituting the resulting expression into the electron continuity equation we obtain the following equation for the electron number density:

$$\begin{aligned} & \nabla[-\gamma_e^{-1} kT_e \nabla n_e - \gamma_e^{-1} n_e eE - \gamma_e^{-1} \delta_e (j/e) - \\ & -\gamma_e^{-1} \tilde{C}_e^{(e)} n_e k \nabla T_e] = k_i n_a n_e - k_i n_e^2 n_i, \end{aligned} \quad (14)$$

where  $\tilde{C}_e^{(e)} = 1 + C_e^{(e)}$ . The number densities of ions and atoms in equations (13) and (14) are also expressed as functions of  $n_e$  and  $E$ . The number density of ions is simply expressed using the Poisson equation. The number density of atoms is defined using condition (8), i.e. from the relation  $p - \varepsilon_0 E^2/2 = \text{const}$ , where the constant is defined using the values of the total pressure and electric field in the region of undisturbed plasma far from the anode (see also section 2.3).

Further, eliminating  $J_e$  from equation (13) and expressing  $n_i$  using the Poisson equation we obtain the equation for  $E$ . This equation reads

$$\begin{aligned} & -\Theta_1 (\varepsilon_0 / e) \Delta E + \Theta_2 n_e E + \Theta_3 (\varepsilon_0 / e) \nabla E + \\ & + \Theta_4 n_e + \Theta_5 \nabla n_e + \Theta_6 (j/e) = 0, \end{aligned} \quad (15)$$

where  $\Delta = d^2/dx^2$  and the coefficients are given by

$$\begin{aligned} \Theta_1 &= \gamma_e kT_h, \quad \Theta_2 = e(\gamma_e + \gamma_i), \\ \Theta_3 &= \gamma_e eE - \gamma_e k \nabla T_h - \gamma_e C_i^{(e)} k \nabla T_e, \\ \Theta_4 &= [\gamma_i + \gamma_i C_e^{(e)} - \gamma_e C_i^{(e)}] k \nabla T_e - \gamma_e k \nabla T_h, \\ \Theta_5 &= \gamma_i kT_e - \gamma_e kT_h, \quad \Theta_6 = \delta_e \gamma_i - \delta_i \gamma_e. \end{aligned}$$

The equations for the temperatures  $T_h$  and  $T_e$  are obtained by substituting the expressions (11) and (12) into the energy equations (9) and (10), respectively. The resulting equation for  $T_h$  reads

$$\nabla(\lambda_h \nabla T_h) + \kappa_{eh} n_e k (T_e - T_h) = 0, \quad (16)$$

and the equation for  $T_e$  reads

$$\begin{aligned} & \nabla(\lambda_e \nabla T_e) + jE + \kappa_{eh} n_e k (T_h - T_e) - A_i \omega_e - w_{rad} - \\ & - \nabla \left[ \frac{5}{2} J_e kT_e + kT_e n_e \sum_{\alpha=i,a} A_{\alpha}^{(e)} (v_e - v_{\alpha}) \right] = 0. \end{aligned} \quad (17)$$

For comparison, we have also considered a quasi-neutral model of the anode region. This model, which is based on the constraint  $n_e = n_i$  can be formulated as follows. First, the momentum equations (4) for ions and electrons are added and the ion number density flux  $J_i$  is expressed from the resulting equation with the help of relations (3). This expression is then substituted into the ion continuity equation to obtain the following equation for the ion number density:

$$\begin{aligned} & \nabla[-\tilde{\gamma}_i^{-1} k(T_e + T_h) \nabla n_i + \tilde{\gamma}_i^{-1} \tilde{\delta}_i (j/e) - \\ & -\tilde{\gamma}_i^{-1} n_i k \nabla T_h - \tilde{\gamma}_i^{-1} \tilde{C}_i^{(e)} n_i k \nabla T_e] = k_i n_a n_i - k_i n_i^3, \end{aligned} \quad (18)$$

where  $\tilde{C}_i^{(e)} = 1 + C_i^{(e)} + C_e^{(e)}$  and

$$\tilde{\gamma}_i = (v_{ia} \mu_{ia} + v_{ea} \mu_{ea}) (n_i + n_a), \quad \tilde{\delta}_i = v_{ea} \mu_{ea} n_a.$$

The atom number density within the quasi-neutral model is defined using condition (6), which in this case means that  $p = \text{const}$ . The electric field is calculated using the momentum equation (4) for electrons and the equations for temperatures  $T_h$  and  $T_e$  do not change.

## 2.2. Transport, kinetic and radiation coefficients.

Transport, kinetic and radiation coefficients appearing in the set of governing equations have been defined using the same expressions as those used in [19]. In particular, the expressions for the coefficients  $D_{\alpha\beta}$ ,  $C_{\alpha\beta}$ ,  $C_{\alpha}^{(e)}$ ,  $A_{\alpha}^{(e)}$ ,  $\lambda_h$  and  $\lambda_e$  have been taken from appendix A of [19] (see equations (45)–(56) in [19]). The energy-averaged cross sections, which are required to evaluate the transport coefficients, were calculated as described below.

The energy-averaged cross section for momentum transfer in collisions between ions and atoms,  $\bar{Q}_{ia}^{(1,1)}$ , was calculated using data from [22]. Namely,

we used the energy-dependent cross section for the charge-transfer process to evaluate  $\bar{Q}_{ia}^{(1,1)}$  numerically as a function of  $T_h$ . The obtained results were then fitted using the formula  $\bar{Q}_{ia}^{(1,1)} = 1.28 - 0.194 \ln(T_h)^{0.9}$  (where  $T_h$  is in kK,  $\bar{Q}_{ia}^{(1,1)}$  is in  $10^{-18} \text{ m}^2$ ), which provides a quite accurate approximation for the cross-section  $\bar{Q}_{ia}^{(1,1)}$  in the range from 500–25000 K.

The energy-dependent cross section for momentum transfer in collisions between electrons and atoms was taken from the Biagi-v8.9 database (see [23]), which is available on the LXCat open-access website [24]. The corresponding energy-averaged cross section,  $\bar{Q}_{ea}^{(1,1)}$ , was then calculated numerically and tabulated as a function of  $T_e$ . The same procedure was used to evaluate the electron transport coefficients described by Lorentzian formulae (see, e.g. [25, 26]) in the case of partially ionized plasmas. Namely, we tabulated the correction coefficient  $C_{ea}$ , the thermal diffusion coefficient for electrons in the limit of partially ionized plasmas (coefficient  $C_{idea}$  in equation (48) of [19]) and coefficient  $C_{term}$  in equation (51) of [19].

The energy-averaged cross section for momentum transfer in collisions between electrons and ions,  $\bar{Q}_{ei}^{(1,1)}$ , was calculated using the conventional formula based on the cut-off Coulomb potential (see, e.g. [26]):

$$\bar{Q}_{ei}^{(1,1)} = \frac{e^4 \ln \Lambda}{32\pi\epsilon_0^2 (kT_e)^2},$$

where  $\ln \Lambda$  is the Coulomb logarithm with  $\lambda = 1.24 \cdot 10^7 T_e^{3/2} n_e^{-1/2}$  (here  $T_e$  is in K and  $n_e$  is in  $\text{m}^{-3}$ ).

The energy-averaged cross sections  $\bar{Q}_{aa}^{(2,2)}$ ,  $\bar{Q}_{ii}^{(2,2)}$  and  $\bar{Q}_{ia}^{(2,2)}$ , which are required to evaluate  $\lambda_h$ , were defined as follows. The cross sections for atom–atom and ion–atom collisions were calculated using the fitting formulae proposed in [19] using the data of [22]:  $\bar{Q}_{aa}^{(2,2)} = 1.12 T_h^{-0.2}$ ,  $\bar{Q}_{ia}^{(2,2)} = 3.6 T_h^{-0.3}$  (where  $T_h$  is in K and the cross-sections are in  $10^{-18} \text{ m}^2$ ). The cross-section  $\bar{Q}_{ii}^{(2,2)}$  was obtained using the expression

$$\bar{Q}_{ii}^{(2,2)} = \frac{e^4 \ln \Lambda}{36\pi\epsilon_0^2 (kT_h)^2},$$

which can be also found in [19, 27].

Further, the ionization and recombination rate constants were defined by means of the approach described in [28]. Namely, the ionization rate constant was represented as the sum of rate constants for direct and stepwise ionization, which were evaluated using the expressions presented in [28] (see equations (11)–(14) in [28]). The required data on parameters for argon atoms and ions were taken from [29] and the data on the ionization cross section were taken from [30]. The recombination rate was then calculated using the expression  $k_r = k_i (n_a/n_e^2)_{sa}$ , where  $(n_a/n_e^2)_{sa}$  denotes the ratio  $n_a/n_e^2$  evaluated using the Saha equation.

Finally, the energy losses due to radiation were evaluated using the fitting formula proposed in [19] on the basis of the results of [31–33]. This formula reads

$$w_{rad} = 2.6 \cdot 10^{25} \frac{p}{T_e^{2.52}} \exp\left(-\frac{1.69 \cdot 10^5}{T_e}\right),$$

where  $p$  is in bars,  $T_e$  is in K and  $w_{rad}$  is in  $\text{W} \cdot \text{m}^{-3}$ .

**2.3. Boundary conditions.** Let us now formulate the boundary conditions used in the present study. For this purpose it might be useful to consider first the sketch of the anode layer shown in figure 1. As is known, the anode layer can be divided qualitatively into several sublayers corresponding to different kinds of perturbations introduced into the arc plasma by the anode. In particular, moving from the anode surface into the bulk plasma, one can distinguish the space-charge sheath, ionization layer and layer of thermal non-equilibrium (see figure 1). Here, the space-charge sheath is a thin layer, where the quasi-neutrality breaks down (i.e.  $n_i \neq n_e$ ); the ionization layer is characterized by deviations from the ionization equilibrium (i.e.  $n_i \approx n_e \neq n_{sa}$ , where  $n_{sa}$  is the number density of the charged particles defined by the Saha equation); and the layer of thermal non-equilibrium is the region where  $T_e$  differs noticeably from  $T_h$ . Comprehensive description of these layers, along with estimates of their thicknesses, can be found, e.g. in the reviews [1–3]. Above the layer of thermal non-equilibrium there exists the region where the plasma is close to the local thermodynamic equilibrium. Within the one-dimensional model used in our study the plasma parameters in this region tend to uniform distributions at sufficiently large distances from the anode. In this case, the region of uniform plasma parameters represents a model of the arc column which can be defined by neglecting all spatial gradients in the governing equations described in section 2.1.

Taking into account the above discussion, we formulate the boundary-value problem for equations (14)–(17) on the interval  $0 \leq x \leq L$ , where the lower boundary,  $x = 0$ , coincides with the anode surface and the upper boundary,  $x = L$ , is placed far enough from the anode in the region of uniform plasma parameters. The boundary conditions imposed at  $x = L$  are analogous to those used in [18, 19]. Namely, the number densities of plasma particles are found using the following equations:

$$k_i n_a n_e = k_r n_e^2 n_i, \quad (19)$$

$$p = n_a k T_h + n_i k T_h + n_e k T_e, \quad (20)$$

$$n_i = n_e, \quad (21)$$

where equation (19) means that the ionization is balanced (locally) by the recombination; equation (20) defines the total plasma pressure ( $p = 1 \text{ atm}$  in our case); and equation (21) represents the quasi-neutral-

ity condition. The number density fluxes and electric field can be found using equation (4) supplemented with relations (3). In particular, the electron flux is given by the expression

$$J_e = -\frac{j}{e} \frac{\delta_i + \delta_e}{\gamma_e + \gamma_i}, \quad (22)$$

and the electric field is given by

$$E = \frac{j}{e^2} \frac{\delta_i \gamma_e - \delta_e \gamma_i}{n_i \gamma_e + n_e \gamma_i}, \quad (23)$$

where the coefficients  $\delta_{e,i}$  and  $\gamma_{e,i}$  are defined below equation (13). Finally  $T_h$  and  $T_e$  far from the anode are defined using the conditions

$$T_h = T_e, \quad jE = w_{\text{rad}}(T_e). \quad (24)$$

Further, let us consider the boundary conditions imposed at the anode surface. We adopt the common assumption that electrons and ions recombine at the surface producing atoms and the remaining portion of the electrons is fully absorbed by the anode. The effect of the electron emission is neglected, since the surface temperature is assumed to be sufficiently low. In this case the boundary condition for the electron number density flux at the anode surface is given by

$$J_e = -\frac{n_e \bar{v}_e}{4}, \quad (25)$$

where  $\bar{v}_e = \sqrt{8kT_e / \pi m_e}$  is the average speed of random (chaotic) thermal motion of the electrons. The right-hand side of this condition represents the flux of the electrons moving to the anode surface due to thermal motion. This flux can be obtained if we approximate the electron velocity distribution function at the anode surface by the (non-shifted) half-Maxwellian function which equals zero for the electrons moving from the surface (as the consequence of absorption). The left-hand side of the boundary condition (25) represents the electron flux evaluated within the hydrodynamic model. It is worth noting that the condition (25) is not strictly justified from the point of view of the kinetic theory of gases. Nevertheless, this condition is frequently used in the modelling of both low and high pressure discharges.

On the other hand, the choice of the boundary condition for the electric field at the anode surface should be discussed in more detail. One possible way in this case is to assume that the ion number density at the anode surface has a fixed prescribed value,  $n_{is}$ . In this case, the boundary condition for  $E$  is simply defined using the Poisson equation (7):

$$\nabla E = (e / \epsilon_0)(n_{is} - n_e). \quad (26)$$

For example in [19], it was assumed that  $n_{is} = 0$  at the surface. Such a choice can lead to unrealistic values for the ion current density near the anode surface and, consequently, can influence the sheath structure. Thus, from the physical point of view, it is preferable to define the value of the ion number density flux at the anode surface. This question is discussed below.

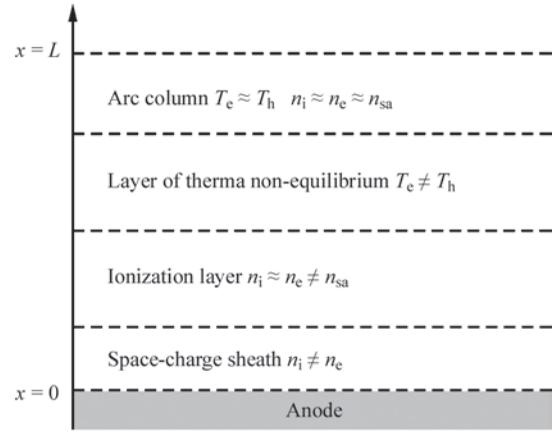


Fig. 1. Schematic sketch of the anode boundary layer (see the description in the text)

It is known that due to absorption of ions there exists a so-called Knudsen non-equilibrium layer near the anode surface where the velocity distribution function of ions is discontinuous. The thickness of this layer is usually of the order of several mean free paths for ion-atom collisions. In this view, according to the preliminary estimates, this layer is expected to lie inside the sheath. The structure of the Knudsen layer is known to depend on the Mach number of the particles entering the layer [34] and, hence, on the particles' velocity if the temperature variation is neglected. In turn, the dynamics of ions in the sheath can be in many cases reasonably well described using the model of mobility-controlled ion motion [35]. Thus, when the presence of the Knudsen layer is neglected, the ion number density flux at the anode surface can be approximately given by

$$J_i = \frac{eEn_i}{v_{ia}\mu_{ia}n_a}. \quad (27)$$

The corresponding boundary condition for the electric field is then obtained as follows. The expressions (25) and (27) are substituted into the relation  $J_i - J_e = j/e$  (current continuity condition) and the number density of the ions is expressed using the Poisson equation (7), i.e. we substitute  $n_i = n_e + (\epsilon_0/e)\nabla E$ . The resulting condition for  $E$  reads as follows:

$$\frac{eEn_e}{v_{ia}\mu_{ia}n_a} + \frac{\epsilon_0 E \nabla E}{v_{ia}\mu_{ia}n_a} + \frac{n_e \bar{v}_e}{4} - (j/e) = 0. \quad (28)$$

It should be noted that such an approach is expected to be justified for the case when  $T_e \gg T_h$  and the ions are accelerated by the electric field in the sheath. Our computations showed that the last condition holds for the range of  $j$  we used. The electron temperature in the sheath was found to be only five times higher than the heavy particles' temperature. Nevertheless, we expect condition (28) to work reasonably well. Thus, in our computations we used expression (28) as the boundary condition for the electric field at the anode surface within the unified model. Further comparison between conditions (26) and (28) is also discussed in section 3.

For the temperatures  $T_h$  and  $T_e$  we use the same boundary conditions as those used in [19]. Namely, the heavy particles' temperature is assumed to be equal to the surface temperature  $T_s$ , i.e. the condition is

$$T_h = T_s. \quad (29)$$

And the boundary condition for the electron temperature at the anode surface reads as

$$-\frac{n_e \bar{v}_e}{4} 2kT_e = \frac{5}{2} J_e kT_e + q_e, \quad (30)$$

where the effect of the electron thermal emission is neglected. The left-hand side of the condition (30) represents the energy flux transported by the electrons moving to the anode surface due to thermal motion. By analogy with the boundary condition (25), this flux can be obtained if we approximate the electron velocity distribution function at the anode surface by the (non-shifted) half-Maxwellian function. The right-hand side of the condition (30) represents the total energy flux evaluated within the hydrodynamic model.

Let us also discuss the boundary conditions for the quasi-neutral model of the anode region. In this case the boundary conditions for equations (16)–(18) at  $x = L$  are the same as described above. The boundary conditions imposed at the point  $x = 0$ , which is assumed to coincide with the sheath edge, are described below. It should be noted that the computations based on the quasi-neutral model have been performed to emphasize the importance of the proper sheath description. In this view, we have used the common collisionless model for the sheath (see, e.g. [36]). Namely, the ion velocity at the sheath edge was assumed to be equal to the Bohm velocity  $v_B = \sqrt{k(T_e + T_h)/m_i}$ , i.e. the boundary condition for equation (18) was given by

$$J_i = -n_i v_B. \quad (31)$$

The boundary condition for  $T_h$  at  $x = 0$  within the quasi-neutral model was defined using equation (29) and for  $T_e$  we used different prescribed values at the sheath edge in order to analyse the applicability of the common sheath model (see the discussion in section 3).

**2.4. Method of numerical solution.** Let us further describe briefly the numerical method which has been used to solve the boundary-value problem formulated in sections 2.1–2.3. For brevity, we describe here only the method used for solving the governing equations of the unified model, since the method used for solving the equations of the quasi-neutral model was virtually the same. The system of four nonlinear equations (14)–(17) was solved numerically by means of the following iterative procedure. First, the equations were linearized using Newton's method. In particular, the term  $n_e E$  in equations (14) and (15) was linearized with respect to  $n_e$  and  $E$ , the terms  $n_a n_e$  and  $n_e^2 n_i$  in the production rate  $\omega_e$  were linearized with respect to  $n_e$

and the term  $w_{\text{rad}}$  in equation (17) was linearized with respect to  $T_e$ . The other nonlinear terms were simply evaluated using the plasma parameters from the previous iteration step. It should be also noted that the equations for  $n_e$ ,  $E$  and  $T_h$ ,  $T_e$  were decoupled. Namely, at each iteration step we first solved the coupled system of equations for  $n_e$  and  $E$  and then the coupled system of equations for the temperatures  $T_h$  and  $T_e$ .

The differential operators in equations (14)–(17) were discretized on a non-uniform mesh. This mesh was generated by applying a coordinate transform  $x(\xi)$ , where a new variable  $\xi$ , was discretized on a uniform mesh on the interval  $[0, 1]$ . The transform function was defined as

$$x(\xi) = L(\sigma - 1) \frac{\bar{\sigma} - \bar{\sigma}^{1-\xi}}{1 + \bar{\sigma}^{1-\xi}},$$

where  $\sigma$  is the transform parameter;  $\bar{\sigma} = (\sigma + 1)/(\sigma - 1)$ ; and  $L$  is the size of the computational domain (see p. 544 in [37]). In our computations we used  $\sigma = 1.01$ .

To discretize the differential operators the governing equations were rewritten in terms of the new variable  $\xi$  and then the standard second-order finite difference scheme was applied to approximate the derivatives  $d/d\xi$  and  $d^2/d\xi^2$ . It is worth noting that the geometric terms resulting from the applied coordinate transform were discretized using the same formulae. In this case the discrete analogue of the Laplace operator still equals zero for the linear function and no additional numerical noise is generated. The boundary conditions described in section 2.3 were also linearized and discretized using the second-order finite difference scheme.

The resulting system of linear equations obtained after discretization was solved using the conventional three diagonal matrix algorithm which was generalized to the case of coupled equations. In addition, a special procedure was applied to treat the boundary conditions near the anode surface. The iterations were stopped when the relative errors for the unknowns at each mesh point were below some threshold ( $\sim 10^{-6}$ ).

**3. Results and discussion.** In this section we present the results of the numerical modelling which has been carried out on the basis of the anode region model described in section 2. As was mentioned in the introduction, the current density in our computations was varied in the range from 500–2000 A·cm<sup>-2</sup>. For this range of current densities, the plasma temperature in the bulk of the discharge varies between 13 and 18 kK. The anode surface temperature  $T_s$  was not varied in our study and was chosen to be equal to 1 kK. The computations have been performed for both the unified and quasi-neutral models of the anode boundary layer.

First, in order to emphasize the importance of proper description of the anode sheath, we have per-

formed computations on the basis of the quasi-neutral model with different prescribed values of  $T_e$  at the sheath edge. As it was described in section 2.3, in this case we used an assumption based on the common sheath model (see [36]), i.e. the ion velocity at the sheath edge was assumed to be equal to the Bohm velocity. To analyse the applicability of the common sheath model let us consider the ratio of  $J_e$  to the chaotic electron flux  $J_e^{(ch)} = -n_e \bar{v}_e / 4$  at the sheath edge. In table 1 we present the values of this ratio calculated within the quasi-neutral model at different current densities  $j$  and different  $T_e$  at the sheath edge. Note that the results in table 1 are given for relatively low values of  $T_e$ . The reason is that for higher values of  $T_e$  the gradient of the electron temperature at the surface becomes negative and, hence, the electron heat conduction flux becomes positive (the heat flows out of the sheath). It seems to be an artificial effect caused by the imposed boundary condition. Moreover, the results of a unified modelling showed that the electron temperature near the anode surface lies in the range from 5–6 kK.

One can see from table 1 that  $|J_e|$  is higher than  $|J_e^{(ch)}|$  for the considered parameters. On the other hand, as was mentioned, for example, in [38], the common collisionless model of the sheath is justified when  $|J_e|$  is much smaller than  $|J_e^{(ch)}|$ . Namely, if this condition is not satisfied, the assumption of Boltzmann distributed electrons inside the sheath and condition  $v_i = -v_B$  at the sheath edge become questionable. It should also be emphasized that the standard sheath model is assumed to describe the electron-repelling sheath. In this case, to ensure that the sign of the sheath voltage drop obtained within the standard model is consistent with this assumption, the condition  $|J_e| < |J_e^{(ch)}|$  at the sheath edge has to be satisfied as well. Thus, our results show that the quasi-neutral model of the anode layer supplemented with the boundary condition (31) (i.e.  $v_i = -v_B$ ) at the sheath edge gives contradictory results. This problem indicates that a unified modelling of the anode boundary layer without the assumption of quasi-neutrality is indeed of importance.

A possible explanation for why the common sheath model does not work for the problem under consideration might be fact that under some conditions an electron-attracting anode sheath can form. For example, as was found in [39, 40], such conditions can be realized in Hall thrusters. Note, however, that the analogy in this case is not complete because Hall thrusters operate at low pressures. The other important point to be noted is that the anode sheath is not fully collisionless. Our estimations showed that the ion-atom mean free path near the anode surface is of the order of 0.1  $\mu\text{m}$ , while the sheath thickness is of the order of 1  $\mu\text{m}$  (see table 3 below). This means that the ion-atom collisions

**Table 1.** The ratio of the electron number density flux ( $J_e$ ) to the chaotic electron flux ( $J_e^{(ch)}$ ) at the sheath edge computed within the quasi-neutral model of the anode layer. The results are presented for different current densities ( $j$ ) and different electron temperatures ( $T_e$ ) at the sheath edge

$j, \text{A}\cdot\text{cm}^{-2}$		$J_e / J_e^{(ch)}$	
$T_e = 4 \text{ kK}$		$T_e = 5 \text{ kK}$	$T_e = 6 \text{ kK}$
700	5.45	4.67	4.12
1000	3.69	3.12	2.73
1500	2.16	1.81	1.57
2000	1.41	1.18	1.03

might affect the structure of the anode sheath. On the other hand, we have tried to account for the effect of collisions by using the modified Bohm velocity at the sheath edge [41–43], but it was found that this approach also leads to contradictory results.

Let us now consider the results obtained on the basis of the unified model of the anode layer. However, before we present the main part of our results, let us briefly discuss the boundary condition imposed for the electric field at the anode surface in the unified model (see section 2.3 for the details). In figure 2 we show the distributions of the ion number density and relative charge separation in the sheath obtained for the case  $j = 1000 \text{ A}\cdot\text{cm}^{-2}$  using two different boundary conditions: the boundary condition (26) with different prescribed values of  $n_{is}$  and the boundary condition (28). The relative charge separation is given by  $\Delta_{sh} = (n_i - n_e) / n_{es}$ , where  $n_{es}$  is the electron number density at  $x = 0$ . It can be seen from figure 2 that the boundary condition with the prescribed  $n_{is}$  can noticeably affect the solution near the surface. For example, the charge separation changes sign in the sheath at small values of  $n_{is}$  (see figure 2, *b*). It is likely to be an artificial effect, since the charge separation near the sheath edge is positive. On the other hand, the boundary condition (28) seems to work reasonably well, because the solution obtained with this condition provides a uniform transition between the region near the sheath edge and the anode surface.

Further, let us discuss the main part of the results obtained using the unified model. In figure 3 we show the distributions of plasma parameters in the anode layer for the cases  $j = 700 \text{ A}\cdot\text{cm}^{-2}$  and  $j = 1500 \text{ A}\cdot\text{cm}^{-2}$ . The parameters shown are the number densities of the ions and electrons and the temperatures of the electrons and heavy particles. In addition, we also show the number density of the charged particles,  $n_{sa}$ , calculated by means of the Saha equation and quasi-neutrality condition. In figure 3 one can see the region of uniform plasma parameters representing the solution of equations (19)–(24). In this region which starts at  $x \sim 1 \text{ mm}$  the plasma is close to the local thermodynamic equilibrium, i.e.  $n_i \approx n_e \approx n_{sa}$  and  $T_e \approx T_h$ . The anode boundary layer can be observed at  $x \leq 1 \text{ mm}$ .

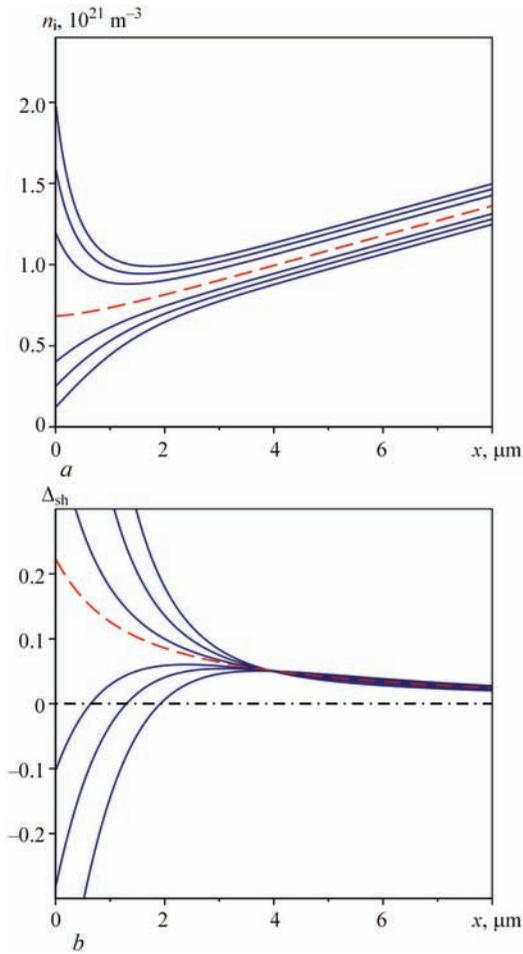


Fig. 2. Distributions of the ion number density (a) and relative charge separation (b) near the anode surface for the case  $j = 1000 \text{ A}\cdot\text{cm}^{-2}$ . The results are obtained within the unified model of the anode layer using two different boundary conditions for the electric field at the anode surface. The solid lines show the solutions obtained using the boundary condition (26) with different prescribed values of  $n_{is}$  and the dashed line shows the solution obtained using the boundary condition (28)

In particular, one can distinguish the layer of thermal non-equilibrium ( $T_e > T_h$ ), the ionization layer ( $n_{i,c} > n_{sa}$ ) and the space-charge sheath ( $n_i > n_e$ ). The detailed description of these non-equilibrium sublayers can be found in [1–3, 19].

As will be shown later, the general trend is that the thickness of the anode layer decreases with increasing current density. This is simply explained by the fact that the plasma temperature in the bulk of the discharge increases with  $j$ . In turn, this leads to an increase in the ionization and energy exchange rates and, consequently, to a decrease in the thickness of the ionization and thermal non-equilibrium layers. It is also worth noting that the plasma temperature in the bulk of the discharge at  $j = 1500 \text{ A}\cdot\text{cm}^{-2}$  is close to that obtained in [4, 5] at similar values of the current density near the wire anode in GMA welding. Another interesting point to note is that the electron temperature at the anode surface changes slightly as the current density increases. For clarity, the values of the

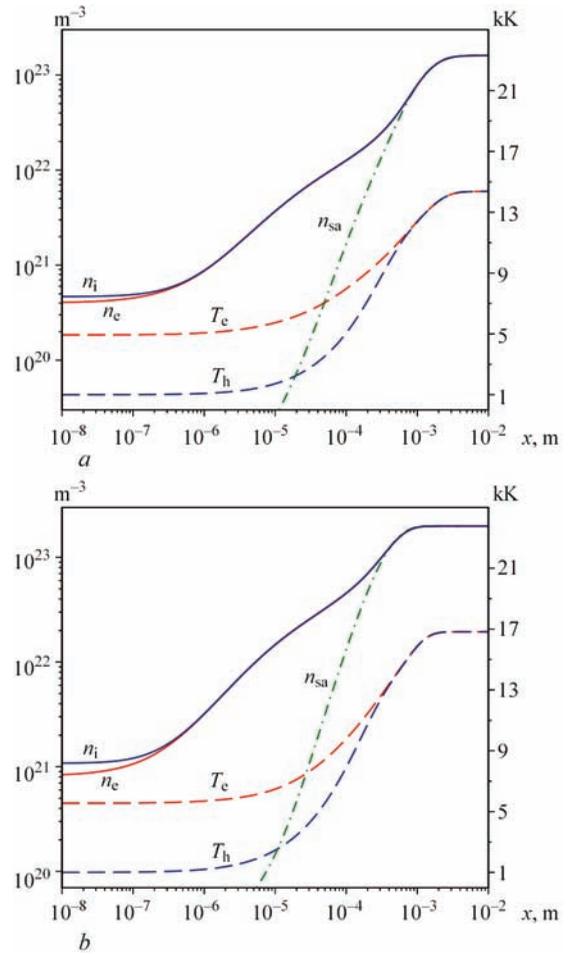


Fig. 3. Distributions of the plasma parameters in the anode boundary layer for two different values of the current density:  $j = 700 \text{ A}\cdot\text{cm}^{-2}$  (a) and  $j = 1500 \text{ A}\cdot\text{cm}^{-2}$  (b). The solid lines show the number densities of the electrons ( $n_e$ ) and ions ( $n_i$ ). The dashed lines show the temperatures of the electrons ( $T_e$ ) and heavy particles ( $T_h$ ). The dashed-dotted lines show the charged particle number density ( $n_{sa}$ ) calculated by means of the Saha equation and quasi-neutrality condition

electron temperature at the anode surface and in the undisturbed plasma are given in table 2 for different  $j$ .

In addition to the results shown in figure 3 we also present in figure 4 the distributions of the electron and ion current densities for  $j = 700 \text{ A}\cdot\text{cm}^{-2}$  and  $j = 1500 \text{ A}\cdot\text{cm}^{-2}$ . The electron and ion current densities are defined as  $j_e = eJ_e$  and  $j_i = eJ_i$ , respectively. Note also that due to relation  $J_i - J_e = j/e$ , the distributions of  $j_i$  and  $j_e$  differ only by the constant  $j$ . The distribution of  $j_i$  shown in figure 4 agrees qualitatively with that presented in figure 6 of [11]. Namely, one can observe a non-monotonic behaviour of  $j_i$ , which can be explained as follows. According to the solution of equations (19)–(24), the ion current density in the region of undisturbed plasma is positive, i.e. directed outward from the anode. Inside the anode layer the ion current density changes sign and increases towards the anode due to absorption of ions and electrons at the anode surface. On the other hand, near the anode surface the ion current density decreases owing to the increase of

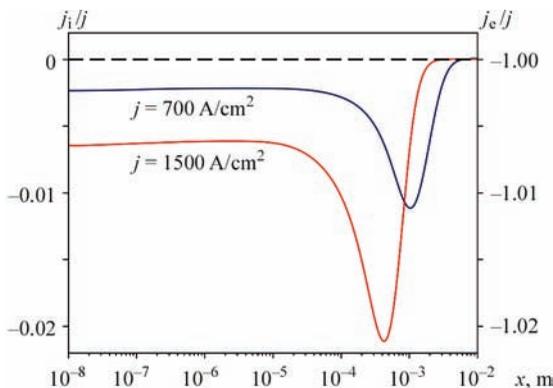
**Table 2.** The electron temperature at the anode surface and in the undisturbed plasma for different values of the current density

$j, \text{A}\cdot\text{cm}^{-2}$	$T_e, \text{kK}$ (anode surface)	$T_e, \text{kK}$ (undisturbed plasma)
500	4.69	13.53
700	4.93	14.37
1000	5.20	15.40
1500	5.59	16.82
2000	5.99	18.04

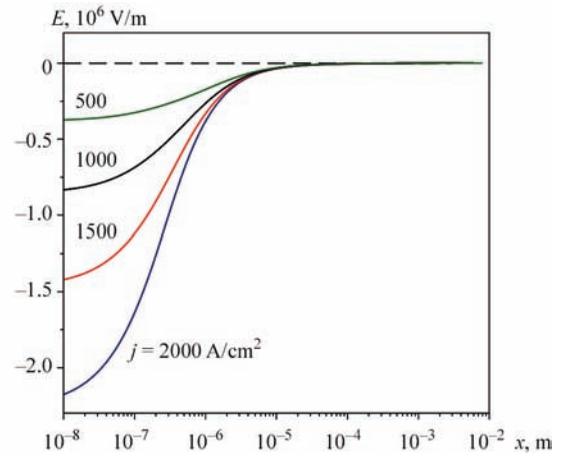
atoms number density which leads to the reduction of the ion mobility (see also the discussion in [11]).

Further, we show in figure 5 the distributions of the electric field in the anode layer for different values of the current density. As it follows from the solution of equations (19)–(24), the electric field is positive in the region where the plasma parameters are uniform. On the other hand, inside the anode layer the electric field associated with the density gradients (pre-sheath field) plays a dominant role and the total electric field changes sign. It is worth noting that, in contrast to the case of very high pressure discharges studied in [18], the behaviour of the electric field shown in figure 5 is monotonic near the point of sign change. The influence of the anode sheath structure on the electric field strength near the anode surface is also visible in figure 5. Namely, as the current density decreases, the charge separation inside the sheath becomes smaller which leads to a decrease in the electric field gradient and strength near the anode surface. This tendency might be explained by taking into account that the electron temperature near the anode surface also decreases with decreasing  $j$  (see table 2).

To supplement the discussion of the anode sheath, we show in figure 6 the distributions of the ion velocity near the anode surface for different values of  $j$ . The dashed line in this figure marks a rough estimate of the anode sheath thickness and the dashed-dotted line shows the representative value of the Bohm velocity



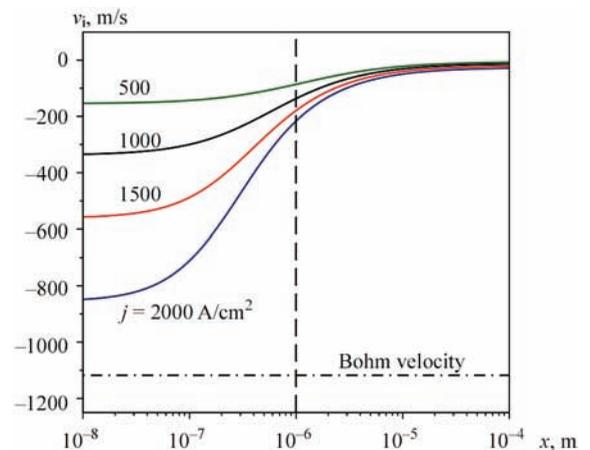
**Fig. 4.** Distributions of the ion ( $j_i$ ) and electron ( $j_e$ ) current densities normalized to  $j$  for the cases  $j = 700 \text{ A}\cdot\text{cm}^{-2}$  and  $j = 1500 \text{ A}\cdot\text{cm}^{-2}$ . Note that due to relation  $J_i - J_e = j/e$  the distributions of  $j_i$  and  $j_e$  differ only by the constant



**Fig. 5.** Distributions of the electric field in the anode layer for different values of the current density

velocity calculated at  $T_h = T_s$ ,  $T_e = 5 \text{ kK}$ . It can be seen from figure 6 that the ion velocity at the sheath edge is much lower than the Bohm velocity. This result can partially explain why the quasi-neutral model of the anode layer gives contradictory results when it is combined with the standard sheath model assuming that  $v_i = -v_B$  at the sheath edge.

In the final part of this section we present the basic characteristics of the anode boundary layer computed using the results of the unified modelling. First, let us consider the voltage drop in the anode layer. In order to clarify the definition of the anode voltage drop we show in figure 7 the distributions of the electric potential in the anode layer for  $j = 1000 \text{ A}\cdot\text{cm}^{-2}$  and  $j = 2000 \text{ A}\cdot\text{cm}^{-2}$ . The zero of the potential is chosen to be at the anode surface. Note also that the sheath is not resolved in figure 7. One can see from figure 7 that the electric potential reaches a maximum value at some point in the layer. At this point the electric field associated with the density gradients (the pre-sheath field) is equal to the electric field associated with the electric current (see also [14]). It is natural to assume that the



**Fig. 6.** Distributions of the ion velocity in the anode layer for different values of the current density. The dashed line marks a rough estimate of the sheath thickness. The dashed-dotted line shows the Bohm velocity calculated at  $T_h = T_s$ ,  $T_e = 5 \text{ kK}$

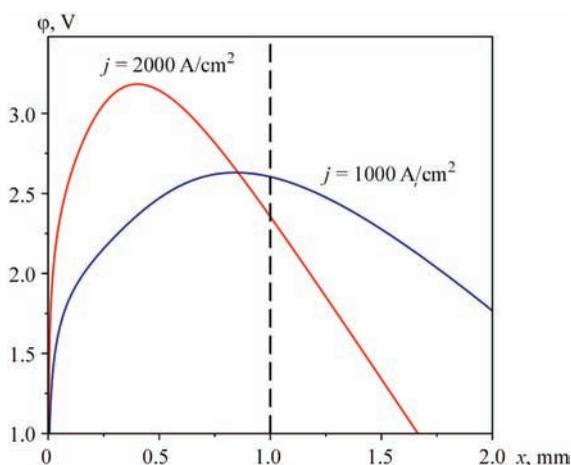


Fig. 7. Distributions of the electric potential in the anode layer for  $j = 1000 \text{ A}\cdot\text{cm}^{-2}$  and  $j = 2000 \text{ A}\cdot\text{cm}^{-2}$ . The dashed line marks the point  $x = 1 \text{ mm}$

boundary of the anode layer is defined by the zero point of the electric field. Thus, in what follows we define the anode voltage drop,  $U_a$ , as the maximum value of the potential in the anode region and the thickness of the anode layer,  $L_a$ , as the distance between the surface and the point of the potential maximum. It should be noted, however, that the experimental measurements of

the voltage drops in the anode layer are usually performed at some fixed point near the surface [2, 44]. In this view, we consider also the voltage drop  $U_1$  measured between the surface and the point  $x = 1 \text{ mm}$ . In addition, we consider the voltage drop across the anode sheath,  $U_{sh}$ , and the anode sheath thickness,  $L_{sh}$ . Here  $U_{sh}$  is defined as the voltage drop measured between the surface and the point  $x = L_{sh}$  where the relative charge separation  $\Delta_{sh}$  equals 1 %.

The dependencies of  $L_a$ ,  $U_a$  and  $U_1$  on the current density are shown in figure 8, a. It can be seen that the obtained values of  $U_a$  and  $U_1$  are close to those measured experimentally [44]. One can also see that  $U_a$  uniformly increases with  $j$ , while  $U_1$  has a non-monotonic dependence on  $j$  with a decreasing part. The behaviour of  $U_1$  can be understood taking into account the electric potential distributions shown in figure 7. When  $L_a$  is close to 1 mm, the voltage drops  $U_a$  and  $U_1$  are close to each other and  $U_1$  increases with  $j$ . However, at higher values of  $j$  the point  $x = 1 \text{ mm}$  lies outside the anode layer and  $U_1$  decreases, as can be seen from figure 7. As was mentioned in [2], the anode voltage drops measured experimentally can both increase and decrease with  $j$  depending on the arc attachment mode. The results shown in figure 8, a might have a connection to these observations. In any case these results indicate that the location of the point where the voltage drop is measured can also play a role in interpreting the experimental results. Another point that can be seen in figure 8, a is that the thickness of the anode layer decreases with increasing  $j$ . As was mentioned previously, this is explained by the fact that the plasma temperature in the bulk of the discharge increases. The same reason seems to explain the increase in  $U_a$  with  $j$ . The dependencies of  $U_{sh}$  and  $L_{sh}$  on the current density are shown in figure 8, b. One can see that  $U_{sh}$  and  $L_{sh}$  follow the same tendencies as  $U_a$  and  $L_a$ . However, in contrast to  $L_a$ , the sheath thickness decreases slightly as  $j$  increases. It can be also seen that  $U_{sh}$  can reach sufficiently small values as the current density decreases. This observation shows that the anode sheath in atmospheric pressure discharges might have similar features as those discussed in [39, 40]. For completeness, we summarize in table 3 the values of  $U_a$ ,  $U_1$ ,  $U_{sh}$  and  $L_a$ ,  $L_{sh}$  at different current densities.

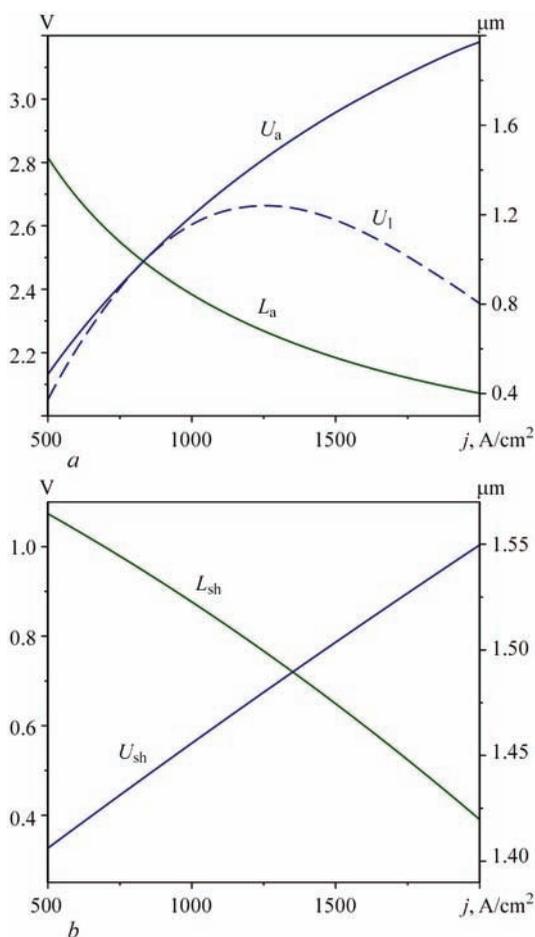


Fig. 8. (a) The dependence of the anode voltage drops and anode layer thickness on the current density. (b) The dependence of the sheath voltage drop and sheath thickness on the current density. The definitions of  $U_a$ ,  $U_1$ ,  $U_{sh}$  and  $L_a$ ,  $L_{sh}$  are given in the text

**Table 3.** The values of different voltage drops in the anode layer, the anode layer thickness and sheath thickness at different current densities. The definitions of  $U_a$ ,  $U_1$ ,  $U_{sh}$  and  $L_a$ ,  $L_{sh}$  are given in the text

$j, \text{ A}\cdot\text{cm}^{-2}$	$U_a, \text{ V}$	$U_1, \text{ V}$	$U_{sh}, \text{ V}$	$L_a, \text{ mm}$	$L_{sh}, \mu\text{m}$
500	2.13	2.05	0.33	1.46	1.564
700	2.36	2.34	0.42	1.14	1.555
1000	2.63	2.60	0.56	0.84	1.525
1500	2.96	2.62	0.79	0.56	1.474
2000	3.18	2.35	1.00	0.40	1.420

**Table 4.** The values of the total anode heat flux  $q_a$  and heat fluxes defined by equations (33)–(35) for different values of the current density. The heat fluxes are presented in the units  $10^6 \text{ W}\cdot\text{m}^{-2}$

$j, \text{ A}\cdot\text{cm}^{-2}$	$q_a$	$q_{a1}$	$q_{a2}$	$q_{a3}$	$q_{a4}$	$q_{a5}$
500	21.5	0.8	2.2	2.1	0.1	16.3
700	30.3	1.1	3.0	3.2	0.2	22.8
1000	43.9	1.5	4.4	5.0	0.4	32.6
1500	67.6	2.1	7.1	8.5	1.1	48.9
2000	92.7	2.7	10.0	12.4	2.4	65.2

Finally, let us consider the heat flux coming from the plasma to the anode surface. The total anode heat flux  $q_a$  can be expressed as

$$q_a = q_{a1} + q_{a2} + q_{a3} + q_{a4} + q_{a5}, \quad (32)$$

where

$$q_{a1} = \lambda_e \nabla T_e, \quad q_{a2} = \lambda_h \nabla T_h, \quad (33)$$

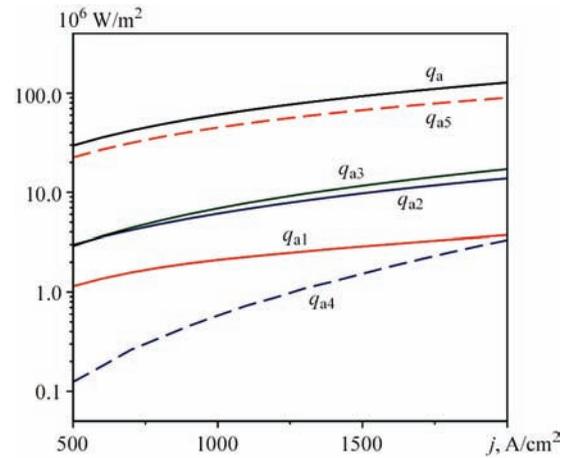
are the heat fluxes caused by heat conduction;

$$q_{a3} = -\frac{5}{2} J_e k T_e - k T_e n_e \sum_{\alpha=i,a} A_{\alpha}^{(e)} (v_e - v_{\alpha}), \quad (34)$$

is the electron heat flux caused by convection; and

$$q_{a4} = -J_i A_f, \quad q_{a5} = (J_i - J_e) A_f, \quad (35)$$

are the heat fluxes caused by the recombination of ions and absorption of electrons at the anode surface, respectively. In equation (35)  $A_f$  is the work function of the anode material. In our study we have used the value  $A_f = 4.5 \text{ eV}$  which is close to the case of the steel anode. The dependencies of the total anode heat flux and heat fluxes defined by equations (33)–(35) on the current density are shown in figure 9. The results presented in figure 9 are in agreement, by an order of magnitude, with the previous results of numerical modelling (see figures 8 and 9 in [14]) and available experimental data (see figure 30 in [2]). The relative contributions of different terms in equation (32) also agree with the results of [14, 44]. Namely, the main contribution comes from the absorption of the electrons at the anode surface. It is evident from equation (35) that this term increases with  $j$ . Other important terms are the heat conduction flux of the heavy particles and the electron heat flux caused by convection. Both these fluxes increase with  $j$  due to increasing temperature gradients between the undisturbed plasma and the anode surface. The electron conduction heat flux and heat flux caused by the recombination of ions seem to be of minor importance. Nevertheless, it can be seen that the heat flux caused by the recombination of ions increases noticeably with  $j$ . Taking into account equation (35), it can be easily explained by an increase in the ion velocity at the anode surface (see figure 6). For completeness, the values of the total anode heat flux and heat fluxes defined by equations (33)–(35) are summarized in table 4 at different current densities.



**Fig. 9.** The dependencies of the total anode heat flux  $q_a$  and heat fluxes defined by equations (33)–(35) on the current density

**4. Conclusions.** To conclude, we have studied the anode boundary layer in atmospheric pressure argon discharges by applying the approach proposed previously in [19]. The model of the anode layer is based on the hydrodynamic equations for plasma components. The distinctive feature of the model is that the governing equations are formulated in a unified manner without the simplifying assumptions of thermal equilibrium, ionization equilibrium or quasi-neutrality. This approach allows one to analyse, in particular, the structure of the space-charge sheath near the anode surface. The governing equations have been solved numerically and the computations have been performed for typical values of the current density. For comparison, computations based on the quasi-neutral model of the anode layer supplemented with the common collisionless model of the sheath have been performed as well.

The results of the numerical modelling show that the common model of the sheath fails to describe the anode sheath region for the problem under consideration. Namely, if it is assumed that the ion velocity at the sheath edge equals the Bohm velocity, the results obtained within the quasi-neutral model are not consistent with the basic assumptions of the sheath model. For this reason, the detailed analysis of the anode sheath has been performed using the results of a unified modelling. It is shown that the ion velocity at the sheath edge is usually much lower than the typical Bohm velocity. The influence of the current density on the electric field distribution in the sheath is also demonstrated.

In addition, the results of unified modelling have been used to analyse the distributions of plasma parameters in the anode layer. It is shown, for example, that the electron temperature near the anode surface changes slightly in the range from 5–6 kK with increasing current density, while the plasma temperature in the bulk of the discharge increases noticeably

in the range from 13–18 kK. The basic characteristics of the anode layer have also been calculated. Namely, the values of the anode voltage drop, anode sheath drop, anode layer thickness, sheath thickness and the total heat flux to the anode are presented. Moreover, the dependence of these characteristics on the current density is discussed and the relative contributions of different processes to the formation of the anode heat flux are analysed.

Finally, we want to mention that, despite the simplicity of the model we employed, the present work can provide a first step toward the modelling of the anode layer under conditions typical of technological processes such as GMA arc welding and hybrid laser-arc welding. For this purpose, the effects of anode evaporation and laser radiation on the anode layer properties have to be taken into account. These tasks are left for future work.

**Acknowledgments.** *Financial support by the German Research Foundation via the project «Self-consistent model for Laser-TIG and Laser-Plasma hybrid welding in heat transfer mode» (DFG RE 2755/20-1) is gratefully acknowledged.*

1. Benilov M. S. 2008 *J. Phys. D: Appl. Phys.* **41** 144001.
2. Heberlein J., Mentel J. and Pfender E. 2010 *J. Phys. D: Appl. Phys.* **43** 023001.
3. Shkol'nik S.M. 2011 *Plasma Sources Sci. Technol.* **20** 013001.
4. Schnick M., Fussel U., Hertel M., Spille-Kohoff A. and Murphy A. 2010 *J. Phys. D: Appl. Phys.* **43** 022001.
5. Schnick M., Füssel U., Hertel M., Haessler M., Spille-Kohoff A. and Murphy A. 2010 *J. Phys. D: Appl. Phys.* **43** 434008.
6. Murphy A. B. 2010 *J. Phys. D: Appl. Phys.* **43** 434001.
7. Haidar J. 2010 *J. Phys. D: Appl. Phys.* **43** 165204.
8. Kozakov R., Gott G., Schopp H., Uhrlandt D., Schnick M., Hä M., Füssel U. and Rose S. 2013 *J. Phys. D: Appl. Phys.* **46** 224001.
9. Hertel M., Spille-Kohoff A., Füssel U. and Schnick M. 2013 *J. Phys. D: Appl. Phys.* **46** 224003.
10. Wang L., Wang H., Lu F., Murphy A. and Carlson B. 2014 *Sci. Technol. Weld. Joining* **19** 361–68.
11. Dinulescu H. and Pfender E. 1980 *J. Appl. Phys.* **51** 3149–57.
12. Nazarenko I. and Panevin I. 1989 *Contrib. Plasma Phys.* **29** 251–61.
13. Nemchinsky V. A. 1994 *J. Phys. D: Appl. Phys.* **27** 2515–21.
14. Jenista J., Heberlein J. V. and Pfender E. 1997 *IEEE Trans. Plasma Sci.* **25** 883–90.
15. Lowke J., Morrow R. and Haidar J. 1997 *J. Phys. D: Appl. Phys.* **30** 2033–42.
16. Amakawa T., Jenista J., Heberlein J. and Pfender E. 1998 *J. Phys. D: Appl. Phys.* **31** 2826–34.
17. Tanaka M., Ushio M. and Wu C. S. 1999 *J. Phys. D: Appl. Phys.* **32** 605–11.
18. Almeida N., Benilov M., Hechtfisher U. and Naidis G. 2009 *J. Phys. D: Appl. Phys.* **42** 045210.
19. Almeida N., Benilov M. and Naidis G. 2008 *J. Phys. D: Appl. Phys.* **41** 245201.
20. Leveroni-Calvi E. 1990 Electric probe measurements in the boundary layer of thermal arcs: theory and experiments *PhD Thesis* University of Minnesota.
21. Zhdanov V. M. 2002 *Transport Processes in Multicomponent Plasma* (London: Taylor and Francis).
22. Devoto R. 1973 *Phys. Fluids* **16** 616–23.
23. Pitchford L. et al. 2013 *J. Phys. D: Appl. Phys.* **46** 334001.
24. <http://nl.lxcat.net>.
25. Chapman S. and Cowling T. G. 1970 *The Mathematical Theory of Non-uniform Gases* (Cambridge: Cambridge University Press).
26. Mitchner M. and Kruger C. H. 1973 *Partially Ionized Gases* (New York: Wiley).
27. Liu W., Whitten B. and Glass I. 1978 *J. Fluid Mech.* **87** 609–40.
28. Almeida R., Benilov M. and Naidis G. 2000 *J. Phys. D: Appl. Phys.* **33** 960–67.
29. Radzig A. A. and Smirnov B. M. 1985 *Reference Data on Atoms, Molecules, and Ions* (Berlin: Springer).
30. Lotz W. 1967 *Z Phys.* **206** 205–11.
31. Kovitya P. and Lowke J. 1985 *J. Phys. D: Appl. Phys.* **18** 53–70.
32. Benoy D., Van der Mullen J. and Schram D. 1993 *J. Phys. D: Appl. Phys.* **26** 1408–13.
33. Gleizes A., Gonzalez J., Liani B. and Raynal G. 1993 *J. Phys. D: Appl. Phys.* **26** 1921–7.
34. Sone Y. 2007 *Molecular Gas Dynamics: Theory, Techniques, and Applications* (Boston: Birkhäuser).
35. Benilov M. and Coulombe S. 2001 *Phys. Plasmas* **8** 4227–33.
36. Benilov M. and Marotta A. 1995 *J. Phys. D: Appl. Phys.* **28** 1869–82.
37. Chung T. 2002 *Computational Fluid Dynamics* (Cambridge: Cambridge University Press).
38. Benilov M. 2009 *Plasma Sources Sci. Technol.* **18** 014005.
39. Dorf L., Semenov V. and Raitsev Y. 2003 *Appl. Phys. Lett.* **83** 2551–53.
40. Dorf L., Raitsev Y. and Fisch N. 2005 *J. Appl. Phys.* **97** 103309.
41. Godyak V. A. 1982 *Phys. Lett. A* **89** 80–1.
42. Valentini H. 1996 *Phys. Plasmas* **3** 1459–61.
43. Brinkmann R. 2011 *J. Phys. D: Appl. Phys.* **44** 042002.
44. Sanders N. and Pfender E. 1984 *J. Appl. Phys.* **55** 714–22.

### 1.1.23. РАСЧЕТНОЕ И ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНОЕ ИССЛЕДОВАНИЕ СТАТИЧЕСКИХ И ДИНАМИЧЕСКИХ ВОЛЬТ-АМПЕРНЫХ ХАРАКТЕРИСТИК АРГОНОВОЙ ДУГИ С ТУГОПЛАВКИМ КАТОДОМ\*

В.Н. СИДОРЦ, И.В. КРИВЦУН, В.Ф. ДЕМЧЕНКО, И.В. КРИКЕНТ, Д.В. КОВАЛЕНКО,  
И.В. КОВАЛЕНКО, А.Г. ПАВЛОВ

Сварка неплавящимся электродом в среде инертных газов (ТИГ-процесс) широко применяется при изготовлении ответственных конструкций в атомном и химическом машиностроении, авиа- и ракетостроении, пищевой и других отраслях промышленности. Недостатком ТИГ-сварки является низкая производительность, обусловленная недостаточной проплавляющей способностью дуги при данном способе сварки. Для устранения этого недостатка в настоящее время используются различные способы активации процессов переноса энергии в дуговой плазме и сварочной ванне, такие как: сварка по слою активирующего флюса (процесс А-ТИГ), гибридная сварка (ТИГ + лазер) и др. [1–4]. В работе [5] методом математического моделирования дуги с тугоплавким катодом установлено, что при подаче импульса сварочного тока с высокой скоростью его изменения на переднем фронте импульса наблюдается эффект существенного повышения плотности тока и плотности теплового потока на аноде по сравнению с соответствующими характеристиками стационарной дуги. Технологическим следствием, которое можно ожидать в результате интенсификации теплового и динамического воздействия импульсной дуги на расплав, может быть повышение глубины проплавления и увеличение объема расплавленного металла по сравнению со сваркой на постоянном токе.

Отмеченная особенность динамики горения дуги в импульсном режиме свидетельствует о том, что при соответствующем выборе параметров режима высокочастотная модуляция сварочного тока может выступать в качестве еще одного средства активации процессов переноса энергии в дуговой плазме и свариваемом металле. Это обуславливает интерес к дальнейшим исследованиям динамических характеристик дуги с тугоплавким катодом при сварке в импульсном режиме. Первичным инструментом, который широко используется при анализе сварочной дуги, является ее вольт-амперная характеристика

(ВАХ). Исследование связи между током и напряжением при сварке неплавящимся электродом представляет интерес как в случае сварки на постоянном токе, так и в случае высокочастотной импульсной модуляции тока, при которой проявляются описанные выше динамические эффекты. Настоящая работа посвящена экспериментальному и теоретическому исследованию статических и динамических ВАХ аргоновой дуги с тугоплавким катодом.

Модель нестационарной дуги, предложенная в работе [6] и реализованная в работе [5], базируется на описании процессов энерго-, массо- и электропереноса в плазме столба и анодной области нестационарной дуги с тугоплавким катодом (модель с распределенными параметрами). Такой подход требует значительных вычислительных ресурсов для расчета тепловых, электромагнитных и газодинамических характеристик дуговой плазмы, что ограничивает область применения модели рассмотрением лишь одиночных импульсов тока. В то же время практический интерес представляет изучение влияния пачек импульсов различной формы и частоты.

**Основные определения.** При определении вольт-амперной характеристики электрической дуги устанавливается связь между током  $I$  и напряжением  $U$  на дуге. Как известно, напряжение на дуге является суммой трех составляющих: катодного падения потенциала  $U_c$ , напряжения на столбе дуги  $U_p$  и анодного падения потенциала  $U_a$ , которое для большинства электрических дуг атмосферного давления, в т.ч. для сварочных дуг, отрицательно [7]. Поскольку потенциалы на поверхности металлического катода и анода можно с достаточной точностью считать постоянными (из-за высокой электрической проводимости металлов), полное напряжение на дуге  $U$  можно определять (измерять) как разность потенциалов поверхности анода и катода, т.е. полагать  $U = \varphi_a - \varphi_c$ , где  $\varphi_a$ ,  $\varphi_c$  — потенциалы рабочих поверхностей анода и

\*Автоматическая сварка. — 2016. — № 2. — С. 7–13.

катода соответственно. Однако такое общепринятое определение напряжения, как интегральной электрической характеристики дугового разряда, не годится для определения его составляющих, а именно катодного  $U_c$  и анодного  $U_a$  падений потенциала, а также напряжения на столбе дуги  $U_p$ . Это обусловлено тем обстоятельством, что согласно расчетам характеристик плазмы аргоновой дуги с тугоплавким катодом и водоохлаждаемым [8] или испаряющимся [9] анодом, а особенно дуги при гибридной (ТИГ + CO<sub>2</sub>-лазер) сварке [10], потенциал плазмы на границе анодного слоя  $\phi_{ap}$ , равно как и потенциал плазмы на границе катодного слоя  $\phi_{cp}$ , оказываются переменными вдоль границ  $\Gamma_{ap}$  и  $\Gamma_{cp}$ , разделяющих анодную и катодную области со столбом дуги, т.е. указанные границы не являются эквипотенциальными.

Для определения эффективных (интегральных) значений анодного падения потенциала  $\langle U_a \rangle$ , которое в сумме с определенными соответствующим образом значениями катодного падения  $\langle U_c \rangle$  и напряжения на столбе  $\langle U_p \rangle$  должно давать полное напряжение на дуге  $U = \langle U_c \rangle + \langle U_p \rangle + \langle U_a \rangle$ , поступим следующим образом. Поскольку плотность электрического тока в столбе дуги определяется выражением  $\vec{j} = -\sigma \text{grad} \phi$ , где  $\sigma$  — электропроводность,  $\phi$  — потенциал электрического поля в плазме столба дуги, из уравнения неразрывности  $\text{div} \vec{j} = 0$  вытекает следующее интегральное соотношение

$$\int_{\Omega} \frac{|\vec{j}|^2}{\sigma} dV = - \int_{\Gamma} \phi j_n dS, \quad (1)$$

где  $\Omega$  — область, занимаемая плазмой столба дуги;  $\Gamma$  — ее граница;  $j_n$  — проекция вектора плотности тока на внешнюю нормаль  $\vec{n}$  к границе  $\Gamma$ . Представим границу  $\Gamma$  в виде:  $\Gamma = \Gamma_{ap} + \Gamma_{cp} + \Gamma_{bp}$ , где

$\Gamma_{bp}$  — часть границы  $\Gamma$ , через которую не протекает ток ( $j_n|_{\Gamma_{bp}} = 0$ ). Тогда из (1) получим

$$\int_{\Omega} \frac{|\vec{j}|^2}{\sigma} dV = \int_{\Gamma_{ap}} \phi j_n d\Gamma_{ap} - \int_{\Gamma_{cp}} \phi j_n d\Gamma_{cp}, \quad (2)$$

где  $\vec{n}' = -\vec{n}$ . Выражение в левой части (2) есть тепловая мощность, выделяющаяся в столбе дуги. В соответствии с интегральным законом Джоуля-Ленца запишем:

$$\int_{\Omega} \frac{|\vec{j}|^2}{\sigma} dV = I \cdot \langle U_p \rangle,$$

где под

$$\langle U_p \rangle = \frac{1}{I} \int_{\Omega} \frac{|\vec{j}|^2}{\sigma} dV$$

будем понимать эффективное падение напряжения на столбе дуги. Так как поверхности  $\Gamma_{ap}$  и  $\Gamma_{cp}$  не являются эквипотенциальными, введем для них понятия эффективных значений потенциалов  $\Phi_{ap}$  и  $\Phi_{cp}$  следующим образом:

$$\Phi_{ap} = \frac{1}{I} \int_{\Gamma_{ap}} \phi j_n d\Gamma_{ap}; \quad \Phi_{cp} = \frac{1}{I} \int_{\Gamma_{cp}} \phi j_n d\Gamma_{cp}. \quad (3)$$

Тогда из (2) падение напряжения на столбе дуги можно определить как разность эффективных значений потенциалов  $\Phi_{ap}$  и  $\Phi_{cp}$ , т.е. положить  $\langle U_p \rangle = \Phi_{ap} - \Phi_{cp}$ . Воспользовавшись (3), определим эффективные анодное  $\langle U_a \rangle$  и катодное  $\langle U_c \rangle$  падения в виде:

$$\langle U_a \rangle = \Phi_a - \Phi_{ap}; \quad \langle U_c \rangle = \Phi_{cp} - \Phi_c.$$

В рамках данных определений можно получить стандартное выражение для напряжения на дуге в виде суммы падений напряжений на отдельных участках дугового разряда:

$$U = \langle U_c \rangle + \langle U_p \rangle + \langle U_a \rangle = \Phi_a - \Phi_c, \quad (4)$$

где следует принимать во внимание тот факт, что эффективное анодное падение напряжения является отрицательным.

**Статические вольт-амперные характеристики аргоновой дуги с тугоплавким катодом.** Рассмотрим результаты экспериментальных измерений статической ВАХ дуг длиной  $l = 1,5$  и  $3,0$  мм, горящих на медный водоохлаждаемый анод. На рис. 1 в виде отдельных маркеров приведены экспериментальные данные, штриховыми линиями показаны аппроксимации этих данных рядом Лорана, коэффициенты которого представлены в таблице:

$$U(I) = \sum_{j=1}^{j=1} a_j \left( \frac{I}{100} \right)^j, \quad (5)$$

где  $U$  [В];  $I$  [А].

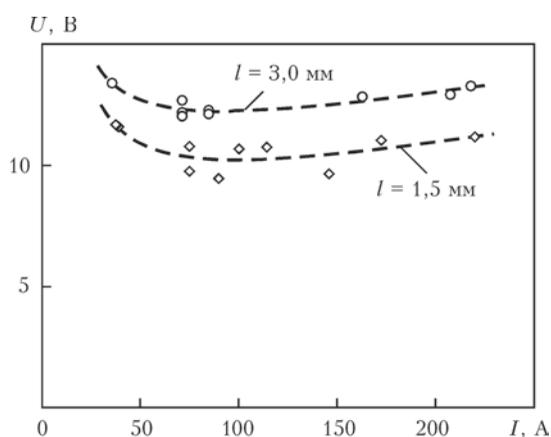


Рис. 1. Экспериментальные данные и аппроксимации статических ВАХ аргоновой дуги длиной 1,5 и 3,0 мм с тугоплавким катодом и медным водоохлаждаемым анодом

Коэффициенты аппроксимации

Длина дуги $l$ , мм		1,5	3,0
Коэффициенты аппроксимации	$a_{-1}$	1,394283	1,113619
	$a_0$	7,343352	9,765307
	$a_1$	1,443792	1,333032

Для теоретической оценки составляющих напряжения на дуге, входящих в формулу (4), воспользуемся результатами расчетов [8] распределенных характеристик стационарной дуги длиной 3,0 мм, выполненных в диапазоне токов  $I = 50 \dots 250$  А, на основе модели работы [6]. На рис. 2 кривыми с маркерами представлены зависимости от тока дуги анодного падения потенциала  $\langle U_a \rangle$  и суммарного напряжения на столбе и анодной области дуги  $\langle U_{pa} \rangle = \langle U_p \rangle + \langle U_a \rangle$ , вычисленных по разнице эффективных (интегральных) значений потенциалов на соответствующих поверхностях. На этом же рисунке кривыми без маркеров показаны падения напряжения  $U_{a0}$ ,  $U_{pa0} = U_{p0} + U_{a0}$ , определенные как разности осевых значений соответствующих потенциалов. Как следует из представленных кривых, погрешность в определении напряжения на столбе дуги и падения потенциала в анодном слое двумя рассмотренными способами составляет величину порядка 10 %, тем не менее, при проведении дальнейшего анализа будем использовать введенные в первом разделе данной статьи эффективные значения, при записи которых знак усреднения  $\langle \rangle$  будем опускать.

В модели [6] в явном виде не рассматривается катодная область дуги, поэтому теоретически оценить величину катодного падения потенциала по данным расчетов, выполненных в работе [8], не представляется возможным.

Для нахождения  $U_c$  воспользуемся экспериментальными данными (см. рис. 1) и вычислим катодное падение напряжения как разность между экспериментально определенной величиной  $U$  и рассчитанным эффективным напряжением на столбе и анодной области дуги  $U_{pa} = U_p + U_a$ , приведенными на

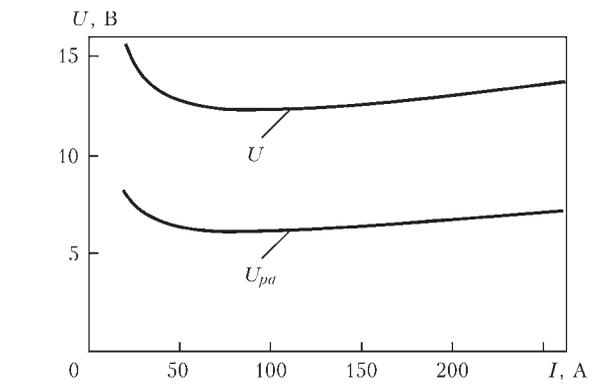
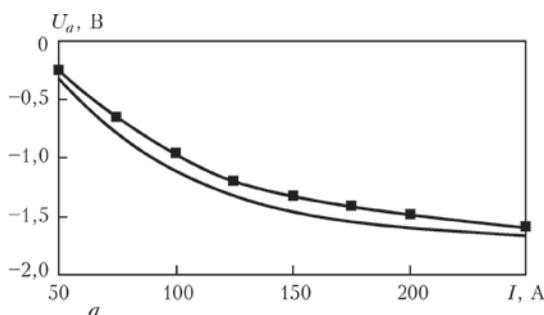


Рис. 3. Зависимость полного напряжения на дуге  $U$  (эксперимент) и суммарного эффективного напряжения на столбе и анодной области дуги  $U_{pa}$  (расчет) от тока

рис. 3. Определенное таким образом изменение эффективного катодного падения  $U_c$  от тока дуги показано на рис. 4. На этом же рисунке представлены расчетные данные о величине катодного падения напряжения, полученные в докладе [8], исходя из приближенной модели катодного слоя. Сравнение этих результатов указывает на качественно аналогичный характер зависимости катодного падения от тока, хотя данные и отличаются на величину порядка 1,3 В. Полученные таким образом расчетно-экспериментальные данные о зависимости  $U_c(I)$  (кривая 2 на рис. 4) будут использоваться для определения динамической ВАХ импульсной дуги.

**Динамическая модель дуги с сосредоточенными параметрами.** В качестве альтернативы модели нестационарной дуги с распределенными параметрами [5, 6] сформулируем уравнения динамической модели дуги с сосредоточенными параметрами, которые допускают аналитическое решение, не связанное с громоздкими вычислениями.

В рамках данной модели столб дуги рассматривается как некий объект, который подчиняется закону сохранения энергии [12]

$$\frac{dQ}{dt} = P - P_0, \quad (6)$$

где  $Q$  — внутренняя энергия столба дуги;  $P, P_0$  — подводимая и отводимая мощности, соответственно. Используя в качестве исходных данных стати-

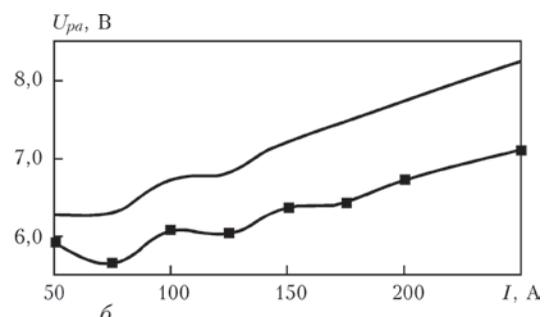


Рис. 2. Расчетные зависимости анодного падения потенциала (а) и суммарного напряжения на столбе и анодной области (б) от тока дуги, полученные с использованием модели стационарной дуги с распределенными параметрами

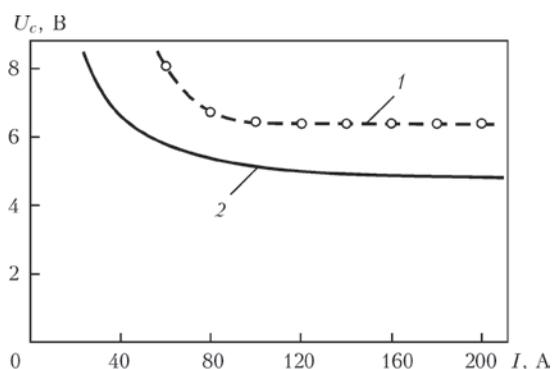


Рис. 4. Зависимость катодного падения напряжения от тока дуги: 1 — по данным работы [11]; 2 — расчет в соответствии с данными, приведенными на рис. 3

ческую вольт-амперную характеристику столба дуги  $U_p^{st}(I)$  и соответствующую постоянную времени  $\theta_p$ , эта модель описывает динамику дуги при любом изменении тока  $I(t)$

$$U_p(t) = \frac{U_p^{st}(i_\theta(t))}{i_\theta(t)} I(t). \quad (7)$$

В формуле (7) используется понятие тока состояния  $i_\theta$ , которое иллюстрируется с помощью рис. 5. Каждой точке динамической ВАХ столба дуги с координатами  $(U_p, I)$  соответствует только одна точка статической ВАХ с координатами  $(U_p^{st}(i_\theta), i_\theta)$ , причем внутренняя энергия  $Q$  (и сопротивление  $R$ ) столба дуги в статическом и динамическом состояниях равны.

Формула (7) входит в уравнения, которые соответствуют законам Кирхгофа, описывающим электрическую цепь. Эти уравнения дополняются уравнением динамической модели столба дуги, которое является электротехническим аналогом [12] уравнения (6)

$$\theta \frac{di_\theta^2}{dt} + i_\theta^2 = I^2. \quad (8)$$

Отметим, что статическую вольтамперную характеристику столба дуги можно как измерять экспериментально, так и рассчитывать теоретиче-

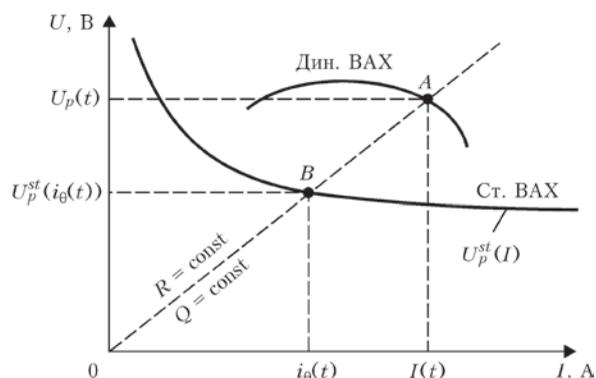


Рис. 5. Определение падения напряжения на столбе дуги в динамике с использованием понятия тока состояния дуги  $i_\theta$

ски, например, с помощью модели с распределенными параметрами.

Полное напряжение на дуге определяли по формуле

$$U(I) = \frac{U_p^{st}(i_\theta)}{i_\theta} I + U_c(I) + U_a(I), \quad (9)$$

где  $U_a(I)$  — эффективное анодное падение потенциала, которое может быть определено с помощью модели с распределенными параметрами;  $U_c(I)$  — эффективное катодное падение потенциала, которое может быть определено по предложенной расчетно-экспериментальной методике. Таким образом, в рамках динамической модели дуги падение напряжения на нестационарной дуге рассчитывается как функция текущей величины тока в импульсе. При этом в качестве априори заданных параметров динамической модели дуги с сосредоточенными параметрами используются данные о зависимости анодного и катодного падений потенциала от тока, полученные экспериментально или с помощью модели с распределенными параметрами.

**Динамические вольт-амперные характеристики аргоновой дуги с тугоплавким катодом.** Алгоритм применения модели с сосредоточенными параметрами требует ее предварительной калибровки, а именно определения постоянной времени  $\theta$ . Для этого необходимо выбрать какой-нибудь динамический режим горения дуги, который описывается обеими моделями и сравнивать их результаты. Достигая максимального совпадения результатов подбором постоянной времени  $\theta$ , можно определить значение последней.

В данной работе рассматривалось воздействие на дугу трапецидальных импульсов тока с различными длительностями фронтов. Расчеты проводились для аргоновой дуги длиной 3,0 мм с тугоплавким катодом и водоохлаждаемым анодом. Параметры импульса варьировались следующим образом: длительность переднего и заднего фронтов импульса 20, 100, 200 мкс. Предполагалось, что после подъема (спада) тока дуга горит при постоянном токе, соответствующем окончанию переходного процесса, — вплоть до установления стационарного состояния. Катодное и анодное падения потенциала в зависимости от текущей величины тока выбирались в соответствии с данными рис. 2 и 4. Результаты расчета динамической ВАХ для моделей дуги с распределенными параметрами представлены на рис. 6.

Кратко опишем, как рассчитывались динамические ВАХ с помощью модели дуги с сосредоточенными параметрами при подаче трапецидального импульса тока (см. рис. 7).

Подобное воздействие можно рассматривать поэтапно, как последовательное воздействие фронтов импульсов (длительностями  $t_{f1}$  и  $t_{f2}$ ) и постоянного тока (длительностями импульса  $t_i$  и  $t_p$ ). Общие решения дифференциального уравнения (8) для этих этапов, имеют вид

$$i_{\theta c}^2(t, I_{\theta}, I_1) = I_1^2 + (I_{\theta}^2 - I_1^2)e^{-t/\theta}; \quad (10)$$

$$i_{\theta f}^2(t, I_{\theta}, I_1, I_2, t_f) = I_{\theta}^2 e^{-t/\theta} + I_1^2(1 - e^{-t/\theta}) - 2\frac{\theta}{t_f} I_1(I_2 - I_1) \left(1 - \frac{t}{\theta} - e^{-t/\theta}\right) + 2\left(\frac{\theta}{t_f}\right)^2 \left(1 - \frac{t}{\theta} + \frac{t^2}{2\theta^2} - e^{-t/\theta}\right), \quad (11)$$

где  $t_f$  — длительность фронта;  $I_{\theta}$  — начальное значение тока состояния на каждом этапе.

Для получения стационарного решения применяли метод припасовывания, с помощью которого получили условия на границах этапов

$$i_{\theta f}(t_{f1}, I_{\theta 1}, I_1, I_2, t_{f1}) = I_{\theta 2}; \quad i_{\theta c}(t_i, I_{\theta 2}, I_2) = I_{\theta 3}; \quad (12)$$

$$i_{\theta f}(t_{f2}, I_{\theta 3}, I_2, I_1, t_{f2}) = I_{\theta 4}; \quad i_{\theta c}(t_p, I_{\theta 4}, I_1) = I_{\theta 1}.$$

Матричная форма записи придает решениям уравнений (12) компактный вид

$$\begin{pmatrix} I_{\theta 1}^2 \\ I_{\theta 2}^2 \\ I_{\theta 3}^2 \\ I_{\theta 4}^2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -e^{-t_{f1}/\theta} & 1 & 0 & 0 \\ 0 & -e^{-t_i/\theta} & 1 & 0 \\ 0 & 0 & -e^{-t_{f2}/\theta} & 0 \\ 1 & 0 & 0 & -e^{-t_p/\theta} \end{pmatrix}^{-1} \times \begin{pmatrix} i_{\theta f}^2(t_{f1}, 0, I_1, I_2, t_{f1}) \\ i_{\theta c}^2(t_i, 0, I_2) \\ i_{\theta f}^2(t_{f2}, 0, I_2, I_1, t_{f2}) \\ i_{\theta c}^2(t_p, 0, I_1) \end{pmatrix}. \quad (13)$$

Подставляя значения токов состояния на границах этапов из формулы (13) в выражения (10) и (11), получим зависимости изменения тока состояния от времени при воздействии трапецидального импульса на дугу.

Если длительность импульса и паузы взять достаточно большими (чтобы дуга успевала достичь стационарного состояния), результаты, полученные

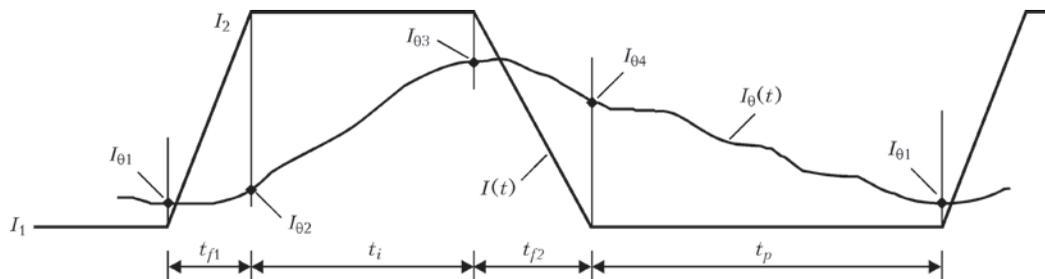


Рис. 7. Исследование воздействия на дугу трапецидального импульса тока с помощью метода припасовывания

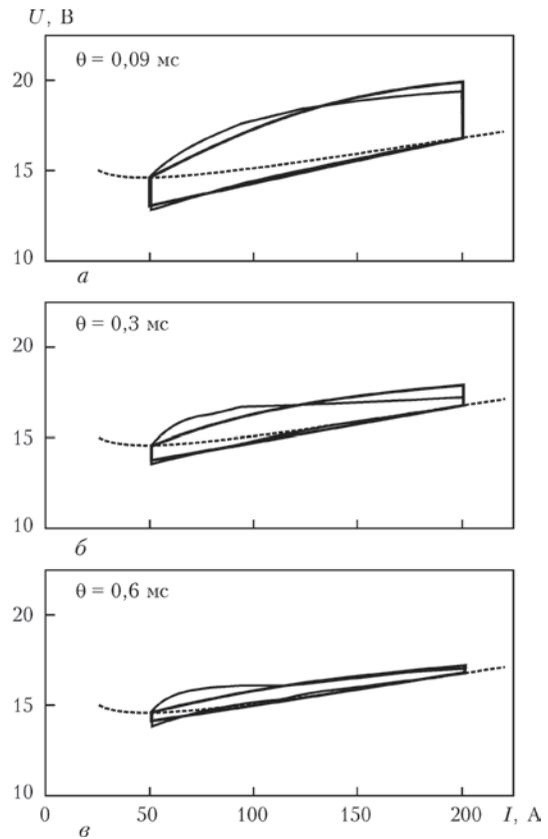


Рис. 6. Динамические вольт-амперные характеристики дуги при различных длительностях фронтов импульса: а — длительность фронта 20 мкс; б — длительность фронта 100 мкс; в — длительность фронта 200 мкс; пунктир — статическая ВАХ дуги; сплошная тонкая — динамическая ВАХ дуги (модель с распределенными параметрами); сплошная жирная — динамическая ВАХ дуги (модель с сосредоточенными параметрами)

с помощью модели с сосредоточенными параметрами, можно сравнивать с результатами, полученными для одиночных фронтов (см. рис. 6) с помощью модели с распределенными параметрами.

Значения постоянной времени  $\theta$  в модели с сосредоточенными параметрами, полученные сравнением двух моделей, указаны на этом рисунке. Заметим, что постоянная времени убывает с уменьшением длительности фронтов импульса. Характерной особенностью ВАХ динамической дуги является то, что она представляется в виде петли гистерезиса, в которой верхняя и нижняя кривые соответствуют переднему и заднему фрон-

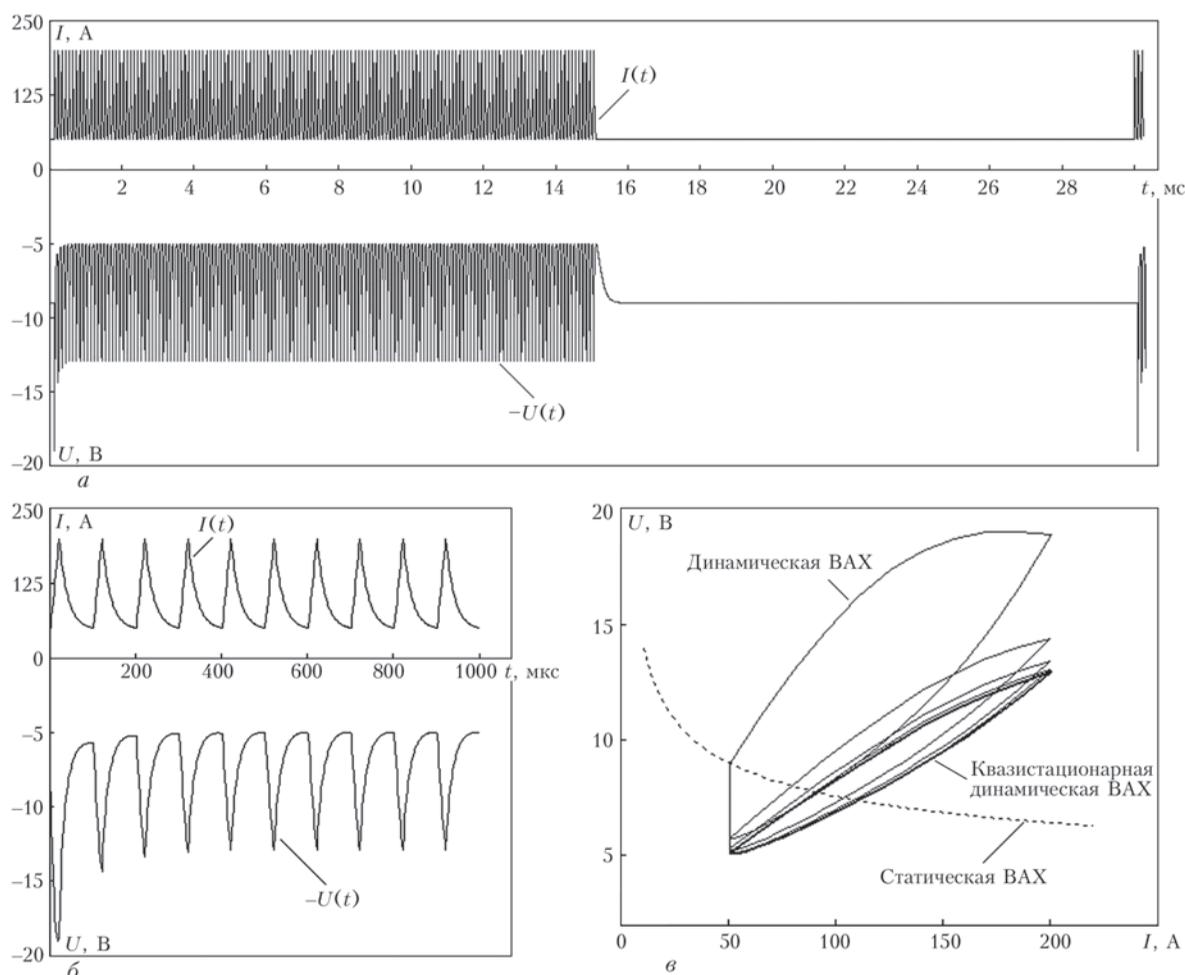


Рис. 8. Воздействие на дугу пачек высокочастотных импульсов тока: а — временные зависимости тока дуги и напряжения на ней; б — воздействие нескольких начальных импульсов пачки (укрупненный масштаб рисунка а); в — расчетная динамическая ВАХ дуги при таком воздействии

там импульса, а вертикальные отрезки — переходу в стационарное состояние дуги (для сопоставления на этих же рисунках нанесена статическая ВАХ). Динамическая ВАХ в виде петли гистерезиса была получена экспериментально в работах [10, 11]. Физической причиной возникновения такой петли является различная степень инерционности процессов переноса энергии, импульса и заряда при подъеме и спаде тока [5]. Отметим, что с увеличением длительности импульса размах петли гистерезиса уменьшается и ВАХ динамической дуги приближается к ВАХ статической дуги.

После отработки модели динамической дуги с сосредоточенными параметрами, описанной в разделе 3, и калибровки постоянной времени, эта модель была применена для расчета динамической ВАХ при подаче пачек высокочастотных импульсов. Экспериментально импульсы генерировались при помощи устройства, разработанного в отделе физики газового разряда и техники плазмы ИЭС им. Е.О. Патона НАН Украины. Устройство генерирует пачки ВЧ импульсов в диапазоне ча-

стот 5...25 кГц с формой близкой к треугольной. Частота следования пачек от 1 до 75 Гц, заполненные пачки ВЧ импульсами от 1 до 99 %.

Были проведены экспериментальные исследования воздействия на дугу пачек высокочастотных импульсов и получены осциллограммы изменения во времени тока и напряжения дуги. Теоретическое исследование такого же воздействия с помощью модели с сосредоточенными параметрами показало (см. рис. 8) хорошее совпадение результатов с экспериментальными данными, что свидетельствует об адекватности предложенного описания переходных процессов в дуге при высокочастотной модуляции сварочного тока. Данные рис. 8, в свидетельствуют о том, что реакция дуги на шесть-восемь начальных импульсов пачки отличается от реакции на все остальные импульсы. Только по прошествии этого переходного процесса формируется квазистационарная динамическая ВАХ дуги.

### Выводы

С учетом неэквипотенциальности границ столба электрической дуги с ее приэлектродными обла-

стями, введено понятие эффективных значений составляющих напряжения на дуге, а именно: катодного и анодного падений потенциала, а также напряжения на столбе. На основе модели с распределенными параметрами вычислены эффективные значения падения напряжения на столбе и анодном слое аргоновой дуги с тугоплавким катодом и водоохлаждаемым анодом. Эффективное катодное падение потенциала в такой дуге определено расчетно-экспериментальным методом.

Показано, что при соответствующем выборе постоянной времени результаты расчетов переходных процессов в импульсной дуге с тугоплавким катодом на основе модели с сосредоточенными параметрами достаточно точно соответствуют расчетным данным, полученным при помощи модели с распределенными параметрами. Динамическая модель дуги с сосредоточенными параметрами не требует больших вычислительных ресурсов, что делает ее перспективной для исследования переходных процессов при подаче пачек высокочастотных импульсов.

На основе сравнительного анализа моделей с сосредоточенными и распределенными параметрами, описывающих переходные процессы в импульсной дуге с тугоплавким катодом, получены вольт-амперные характеристики такой дуги. Показано, что с увеличением крутизны фронтов импульса тока размах петли гистерезиса динамической вольт-амперной характеристики дуги увеличивается.

При высокочастотной модуляции тока дуги установление квазистационарной вольт-амперной характеристики импульсной дуги с тугоплавким катодом достигается после прохождения 6...8 импульсов.

1. Гуревич С.М., Замков В.Н., Кушниренко Н.А. Повышение эффективности проплавления титановых сплавов при ар-

- гонодуговой сварке // Автомат. сварка. — 1965. — № 9. — С. 1–4.
2. Юценко К.А., Коваленко Д.В., Коваленко И.В. Применение активаторов при дуговой сварке вольфрамовым электродом в инертных газах (А-ТИГ) сталей и сплавов // Там же. — 2001. — № 7. — С. 37–43.
3. Steen W.M., Eboo M. Arc augmented laser welding // Metal Construction. — 1979. — 11, № 7. — P. 332–335.
4. Lu S., Fujii H., Nogi K. Marangoni convection and weld shape variations in Ar–O<sub>2</sub> and Ar–CO<sub>2</sub> shielded GTA welding // Materials Science and Engineering: A. — 2004. — 380, № 1–2. — P. 290–297.
5. Кривцун И.В., Крикент И.В., Демченко В.Ф. Моделирование динамических характеристик импульсной дуги с тугоплавким катодом // Автомат. сварка. — 2013. — № 7. — С. 14–25.
6. Кривцун И.В., Демченко В.Ф., Крикент И.В. Модель процессов тепло-, массо- и электропереноса в анодной области и столбе сварочной дуги с тугоплавким катодом // Там же. — 2010. — № 6. — С. 3–11.
7. Sanders N.A., Pfender E. Measurement of anode falls and anode heat transfer in atmospheric pressure high intensity arcs // J. of Appl. Phys. — 1984. — 55, № 3. — P. 714–722.
8. Крикент И.В., Кривцун И.В., Демченко В.Ф. Моделирование процессов тепло-, массо- и электропереноса в столбе и анодной области дуги с тугоплавким катодом // Автомат. сварка. — 2012. — № 3. — С. 7–11.
9. Крикент И.В., Кривцун И.В., Демченко В.Ф. Моделирование электрической дуги с тугоплавким катодом и испаряющимся анодом // Там же. — 2014. — № 9. — С. 19–26.
10. Взаимодействие излучения СО<sub>2</sub>-лазера с плазмой аргоновой дуги при гибридной (лазер+ТИГ) сварке / И.В. Кривцун, И.В. Крикент, В.Ф. Демченко и др. // Там же. — 2015. — № 3–4. — С. 7–16.
11. Cathode Fall Voltage of TIG Arcs from a Non-equilibrium Arc Model / D. Uhrlandt, M. Baeva, R. Kozakov, G. Gött // IW Essen, 12.09.2013, Group 212 – Physics of Welding. — 21 p.
12. Сидорец В.Н., Пентегов И.В. Детерминированный хаос в нелинейных цепях с электрической дугой. — Киев: Международная ассоциация «Сварка», 2013. — 272 с.
13. Трофимов Н.М., Сеницкий Р.В. Динамические характеристики импульсной дуги при сварке в аргоне // Свароч. пр-во. — 1967. — № 8. — С. 18–19.
14. Соколов О.И., Гладков Э.А. Динамические характеристики свободной и сжатой сварочных дуг постоянного тока с неплавящимся электродом // Там же. — 1977. — № 4. — С. 3–5.

## 1.1.24. DISTRIBUTED AND INTEGRATED CHARACTERISTICS OF THE NEAR-ANODE PLASMA OF THE WELDING ARC IN TIG AND HYBRID (TIG + CO<sub>2</sub> LASER) WELDING\*

I. KRIVTSUN, V. DEMCHENKO, I. KRIKENT, U. REISGEN, O. MOKROV, A. ZABIROV

**Introduction.** Effective application of the electric arc as a heat source in fusion welding requires having information on the thermal, electric and dynamic impact of the arc on the material being welded or on the electrode material. Since experimental determination of such welding arc characteristics, important in terms of technology, as the electric current density and heat flux density in near-electrode regions and on electrode surfaces is difficult for the small geometrical dimensions of the above mentioned regions, high values of arc plasma temperature and temperature of electrode working surfaces, studying the welding arcs by mathematical modelling methods seems highly urgent.

There are a multitude of approaches and models for computational investigations of processes of energy, momentum, mass and charge transfer in the electric arc plasma, as well as processes of its interaction with electrodes, in particular, in arc, plasma, and hybrid laser-arc or laser-plasma welding (see, for instance, [1–15]). In the majority of such studies, however, arc plasma is assumed to be single-component, i.e. containing atoms and ions of shielding or plasma gas, most often, an inert one. Plasma of real welding arcs is, as a rule, multicomponent, as, alongside shielding gas particles, it contains atoms and ions of evaporated electrode material, primarily of the anode. Thus, the construction of an adequate mathematical model of the welding arc requires allowing for the electrode metal evaporation and metal vapour diffusion in the arc plasma [16].

Another important characteristic of such a model should be its self-consistent nature, which enables allowing for the interrelation of physical processes running on electrodes and in near-electrode regions of the arc plasma with processes in the arc column. Note that most of the studies on complex modelling of electric, in particular, welding arc, use rather simplified models of the cathode and anode regions [4, 6, 10–13], whereas in works specially devoted to investigation of the near-electrode processes (see, for instance, review [17] and references given there), insufficient attention is given to processes occurring in the arc column, and to their connection with processes in the near-electrode regions.

As an object of study in this work, we will select the electric arc in tungsten electrode welding in inert gas at atmospheric pressure (TIG). Since the theory of cathode phenomena, as well as processes in the near-cathode plasma of the arc with refractory cathode has been developed in sufficient detail [18–22], we will focus on the processes running in the plasma of the arc column and anode layer. We will bear in mind that as a result of the thermal impact on the metal being welded (anode), the weld pool surface can be locally heated up to temperatures comparable with the anode metal boiling temperature. As a result of the anode metal evaporation, the welding arc plasma, as was already noted, becomes multicomponent, containing, alongside shielding gas particles, also atoms and ions of metal vapour.

As long as the vapour partial pressure near the anode surface is smaller than the external pressure, metal particles, leaving the weld pool surface, diffuse into the arc plasma (diffusion mode of evaporation), while the pressure on this surface remains practically equal to the external (atmospheric) pressure. In the case that vapour pressure, rising with the temperature of the molten metal surface, becomes greater than the external pressure, vapour spreading (convective evaporation mode [23]) begins, accompanied by the appearance of a reactive force, applied to melt free surface [24]. In this case, pressure on weld pool surface, determining its dynamics, and, eventually, penetration depth and shape, can greatly exceed the external pressure, and removal of the anode metal atom sublimation energy from the above surface by vapour flow can have an essential role in its energy balance [24]. Moreover, an important factor, influencing the anode metal evaporation processes, is that the medium external relative to evaporating metal, is ionized, i.e. it contains both neutral particles (atoms of shielding gas and evaporated metal), and charged particles (electrons and ions of different species and charges) [25].

Limiting further consideration to just diffusion mode of the anode metal evaporation, we will note that presence in arc plasma of inert gas which has a high ionization potential of even a small amount of readily ionized metal component essentially influences its ionization composition, as well as thermophysical, transport and optical properties [16]. It results

\*Mathematical Modelling of Weld Phenomena 11, Graz University of Technology. — 2016. — P. 837–874.

in a noticeable difference of thermal, electromagnetic and gas-dynamic characteristics of the plasma in the near-anode zone of the column of the welding arc with refractory cathode from respective characteristics of the arc with non-evaporating, for instance, water-cooled anode. Anode layer characteristics determine the conditions of thermal and electromagnetic interaction of the arc with the metal being welded, and, consequently, the nature of its penetration is even more different.

Publications, devoted to allowing for evaporation of the anode material in the modelling of tungsten electrode welding arcs, appeared in scientific-technical literature comparatively recently (see, for instance, [15, 26–28]). However, when describing the diffusion of ionized metal vapour in arc plasma, these studies do not differentiate between vapour atoms and ions having diffusion coefficients differing significantly by their value. In the self-consistent mathematical model of the column and anode layer of the welding arc with refractory cathode, suggested in [24], an attempt was made to allow for the difference between the above-mentioned coefficients. However, when writing the equation of convective diffusion of evaporated anode metal in the arc plasma, thermal diffusion of atoms and ions of metal vapour, as well as drifting of metal ions in the electric field, were not taken into account. Therefore, in this work the analysis of the processes of energy, mass and charge transfer in multicomponent plasma of electric arc in TIG welding will be performed with application of a refined model of convective diffusion of metal vapour in the arc plasma, described in detail in [29].

As one more factor, which, alongside anode metal evaporation, has a significant influence on the welding arc plasma characteristics, we will consider the interaction of focused laser radiation with arc plasma in hybrid welding, realized by the simultaneous impact of tungsten electrode electric arc and laser beam on the metal being welded [30–34]. Important here is not only the welding arc type, but also the laser beam characteristics, primarily, radiation wave length,  $\lambda$ . This is associated with a strong dependence of the coefficient of the laser radiation absorption in the arc plasma,  $\kappa_{\omega}$  on its wavelength. When applying short-wave radiation of solid-state or fiber lasers ( $\lambda \approx 1 \mu\text{m}$ ) in the hybrid process, the laser beam absorption in the arc plasma is not substantial ( $\kappa_{\omega} \sim 1 \text{ m}^{-1}$  [9]). In this case, intensive evaporation of the metal from the weld pool surface takes place under the impact of a highly concentrated laser heat source, which has a significant influence on the composition, thermal, gas-dynamic and electromagnetic characteristics of arc plasma, and, consequently, leads to the changing of its thermal

and dynamic interaction with the metal being welded. When  $\text{CO}_2$  laser radiation ( $\lambda = 10.6 \mu\text{m}$ ) is used in the hybrid processes, both the interaction mechanisms turn out to be essential, namely: laser radiation absorption in the arc column plasma ( $\kappa_{\omega} \sim 100 \text{ m}^{-1}$  [9]) and metal evaporation from the melt surface under the impact of the focused laser beam.

Limiting further consideration to the interaction of the  $\text{CO}_2$  laser radiation with the arc plasma, we will note that such an interaction under the conditions of hybrid (TIG +  $\text{CO}_2$  laser) welding can create a synergic effect, manifested through the disturbance of the additivity of the thermal impact of the beam and the arc on the metal being welded, as well as an intensification of the dynamic impact of the welding current on the metal pool. As a result, the energy consumed for the metal melting in hybrid welding can exceed more than two times the sum of the respective energies in welding by each heat source taken separately [30, 31]. Physical processes, causing such a synergic effect, are not well-enough studied and require detailed investigations involving mathematical modelling methods.

Thus, the objective of this work is the construction of a self-consistent mathematical model of the processes of energy, mass and charge transfer in multicomponent plasma of the anode layer and column of the welding arc with refractory cathode and conducting on its base detailed numerical analysis of distributed and integrated characteristics of the near-anode arc plasma in TIG and hybrid (TIG +  $\text{CO}_2$  laser) welding of low-carbon steel in argon atmosphere.

**Structure of the near-anode plasma of the welding arc.** Let us consider plasma of the welding arc with refractory cathode burning in argon at atmospheric pressure and its interaction with the surface of the metal being welded (anode), allowing for its evaporation in the diffusion mode. The near-anode region of such a multicomponent plasma will be described using the approach proposed in [35, 36], within the bounds of which the above region is conditionally divided into three main zones, as shown in Fig. 1.

The first zone, directly adjacent to the anode surface, is the space charge layer (sheath) where the condition of plasma quasi-neutrality is violated and the main potential drop between the near-anode plasma and anode surface is formed (see Fig. 1). This layer can be considered collisionless, as at atmospheric pressure and values of the near-anode arc plasma electron temperature, characteristic for the considered conditions,  $T_e \sim 1.0 \dots 1.5 \text{ eV}$ , this layer thickness  $L_{Sh}$  commensurate with the Debye radius  $r_D \sim 10^{-8} \dots 10^{-7} \text{ m}$ , is essentially smaller than the characteristic free path of the plasma particles  $l \sim 10^{-6} \dots 10^{-4} \text{ m}$  (respective char-

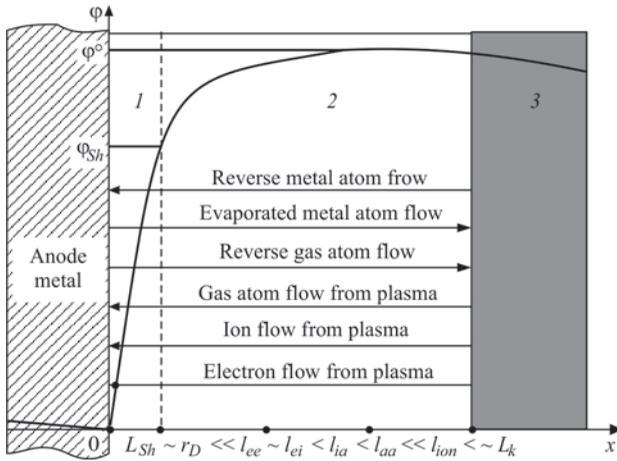


Fig. 1. Structure of the near-anode arc plasma, flows of particles and potential distribution: 1 — space charge layer (sheath)  $\{0 \leq x \leq L_{sh}\}$ ; 2 — ionization region (pre-sheath)  $\{L_{sh} \leq x \leq L_K\}$ ; 3 — gas dynamic region (arc column plasma)

acteristic paths for atmospheric Ar plasma are given in Fig. 2).

The second zone (see Fig. 1) is the ionization region (pre-sheath) of non-isothermal quasi-neutral multicomponent plasma where charged particles are generated due to ionization by plasma electrons of shielding gas atoms, desorbing from the anode surface and of evaporating anode metal atoms. The forming ions are accelerated towards the anode surface by the electric field created by the more mobile electrons and recombine near this surface. Thus, conditions of local ionization equilibrium are violated within the pre-sheath. Moreover, a noticeable drop of near-anode arc plasma potential occurs here that can be commensurate with its change in the space charge layer (see Fig. 1).

The Knudsen layer boundary, which we will identify with the outer boundary of the anode layer, runs at the distance from the anode surface equal to several free paths of heavy plasma particles. Adjacent to it is the third zone — the arc plasma gas-dynamic region or arc column (see Fig. 1), where local thermodynam-

ic equilibrium sets in. Note that this region, in its turn, can be conditionally divided into two zones: thermal boundary layer, the thickness of which is defined by the value  $l_{ea}$  (see Fig. 2), and within which equalizing of temperatures of electrons  $T_e$  and heavy particles  $T_h$  with plasma temperature in arc column  $T_p$ , takes place, and arc column proper [37].

Since under the considered conditions, the Knudsen layer thickness,  $L_K \sim 10^{-4}$  m, usually is considerably smaller than the radius of curvature of the surface of the anode (weld pool),  $R > 10^{-3}$  m, it can be considered practically flat at description of processes running in the anode layer. On the other hand, since  $L_K$  is much smaller than the characteristic scale of variation of arc plasma parameters in the gas-dynamic region, the anode layer can be assumed infinitely thin when considering the processes in the arc column. Thus, from the viewpoint of mathematical description of processes running in the near-anode plasma of welding arc with refractory cathode, it can be divided into two regions: the anode layer of non-equilibrium plasma or Knudsen layer, including the pre-sheath and sheath, and arc column, for which the first region plays the role of rupture surface.

**Model of processes in the anode layer.** At the analysis of physical processes running in anode layer of multicomponent plasma of the welding arc, we will assume that on the outer boundary of this layer, arc plasma is characterized by the following parameters:  $n_e^0$  is electron concentration;  $n_{\alpha Z}^0$  is concentration of atoms ( $Z = 0$ ) and ions ( $Z = 1$ ) of the shielding gas ( $\alpha = g$ ), atoms ( $Z = 0$ ) and ions ( $Z = 1, 2$ ) of the metal vapour ( $\alpha = m$ );  $Ze$  is ion charge;  $e$  is elementary charge;  $T_e^0$  is electron temperature;  $T_h^0$  is heavy particle temperature, assumed to be the same for all atom and ion species, but different from  $T_e^0$  (two-temperature plasma model);  $m_e$  is electron mass;  $M_\alpha$  are masses of heavy particles (atoms and ions) of the shielding gas ( $\alpha = g$ ) and metal being welded ( $\alpha = m$ );  $j_a$  is the density of electric current between plasma and anode surface. As it was already noted, the anode layer of the welding arc plasma can be considered flat, so that we will assume values  $n_e^0$ ,  $n_{\alpha Z}^0$ ,  $T_e^0$ ,  $T_h^0$  and  $j_a$  in the arc anode binding region to be local, corresponding to a given point of the surface of the metal being welded, characterized by the local value of temperature  $T_s$ .

We will assume that the electric current transfer between arc plasma and anode is performed only by electrons and ions, coming from plasma (it is assumed that all the ions reaching the surface of the metal being welded recombine there and come back in the form of atoms, while the flow of electrons emitted by the anode is negligibly small). Then the total density of

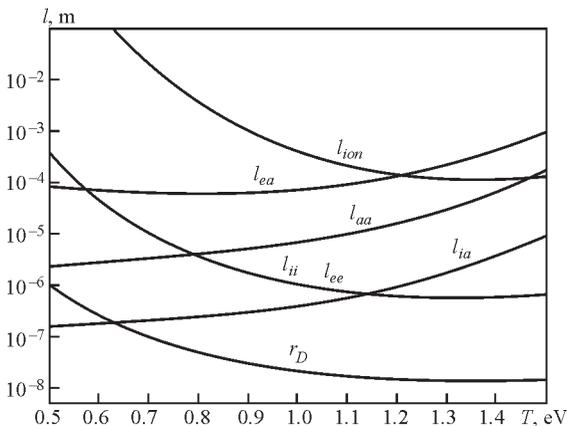


Fig. 2. Scale lengths in the near-anode Ar plasma at atmospheric pressure

the electric current between the arc plasma and anode metal can be presented in the following form:

$$j_a = j_e - j_i, \quad (j_a \geq 0). \quad (1)$$

Here,  $j_e$  is the current density of plasma electrons reaching the anode surface;

$$j_i = \sum_{\alpha=m,g;Z \geq 1} j_{\alpha Z}$$

is the total density of the ion current on the anode surface (for ions of all species and charges).

The electron component of the arc plasma within the boundaries of the anode layer can be regarded as collisionless with sufficient accuracy (see Fig. 2), and the electron temperature can be considered practically constant through its thickness [25]. Moreover, as plasma potential, as a rule, turns out to be higher than the anode surface potential [38], electrons are decelerated by the electric field, while ions are accelerated towards this surface. In this case, the density of the electronic current between plasma and anode can be written as [37]:

$$j_e = \frac{1}{4} en_e^0 v_{Te} \exp\left(-\frac{e\varphi^0}{k_B T_e^0}\right), \quad (2)$$

where

$$v_{Te} = \sqrt{\frac{8k_B T_e^0}{\pi m_e}}$$

is the thermal velocity of the electrons on the outer boundary of the anode layer;  $k_B$  is the Boltzmann constant;  $\varphi^0$  is the plasma potential relative to the anode surface ( $\varphi^0 > 0$ ). Note that in view of the high conductivity of the metal being welded (anode), compared to the near-anode plasma conductivity, its surface potential remains practically constant in the region of the arc anode binding and is taken to be zero (see Fig. 1).

In order to determine ion currents, it is necessary to consider the processes in the ionization region, where ion generation and their acceleration towards the anode surface take place. With this purpose, we will use the approach of [39], which is based on the assumption that the ion free path relative to Coulomb intercollisions  $l_{ii}$  is much smaller than the ionization length  $l_{ion}$  and their free path relative to collisions with atoms  $l_{ia}$  (see Fig. 2). This allows us assuming that all the ions in the pre-layer are intensively Maxwellized and acquire a common velocity of ordered motion, the value of which on the ionization region boundary with space charge layer in diffusion mode of anode metal evaporation is given by the following expression [25]:

$$V_{i_{sh}} \equiv V_i(L_{sh}) = \sqrt{\frac{\sum_{\alpha=m,g;Z \geq 1} k_B (ZT_e^0 + T_h^0) n_{\alpha Z}^0}{\sum_{\alpha=m,g;Z \geq 1} M_{\alpha} n_{\alpha Z}^0}}. \quad (3)$$

Selecting such  $x = L_{sh}$  at which the condition of plasma quasi-neutrality is violated, as the boundary of the

pre-sheath with space charge layer [40], we will find charged particle concentrations on this boundary [25]:

$$n_{e_{sh}} \equiv n_e(L_{sh}) = n_e^0 \exp\left(-\frac{1}{2}\right); \quad (4)$$

$$n_{\alpha Z_{sh}} \equiv n_{\alpha Z}(L_{sh}) = n_{\alpha Z}^0 \exp\left(-\frac{1}{2}\right), \alpha = m, g; Z \geq 1.$$

Then, ion currents on the anode surface can be written as follows:

$$j_{\alpha Z} = Ze n_{\alpha Z}^0 \exp\left(-\frac{1}{2}\right) V_{i_{sh}}, \alpha = m, g; Z \geq 1. \quad (5)$$

Knowing electron and ion currents on the anode surface, plasma potential  $\varphi^0$  relative to the above surface can be readily found from equation (1):

$$\varphi^0 = \frac{k_B T_e^0}{e} \ln \left[ \frac{en_e^0 v_{Te}}{4 \left[ j_a + \sum_{\alpha=m,g;Z \geq 1} j_{\alpha Z} \right]} \right]. \quad (6)$$

The anode potential drop  $U_a$  is more often used instead of the value  $\varphi^0$  in welding publications. It is determined as a potential difference between the anode surface and the outer boundary of the anode layer plasma. Considering that at  $\varphi^0$  determination, the anode surface potential was taken to be zero, we will have  $U_a = -\varphi^0$ . Here, it should be specially noted that the anode potential drop is negative in the majority of atmospheric electric arcs (in particular, in welding arcs) [38, 41]. Another important circumstance is the fact that, considering the respective distributions of values, included into expression (6), along the anode surface, the value  $\varphi^0$  and  $U_a$ , respectively, can be significantly non-uniform in the region of the arc anode binding, i.e. they can depend on the coordinate along the anode layer boundary. Since the metal anode surface is practically equipotential, this leads to the appearance of a component of gradient of electric potential and current density, respectively, along the boundary of the arc column with the anode layer that largely determines the pattern of the electric current flowing between the arc plasma and the anode.

The calculation of the distribution of values  $j_e$ ,  $j_{\alpha Z}$ ,  $\varphi^0$  or  $U_a$  along the outer boundary of the anode layer requires knowledge of the respective distributions of the temperatures  $T_e^0$ ,  $T_h^0$  and concentrations  $n_e^0$ ,  $n_{\alpha Z}^0$  of charged particles on the above boundary, as well as the distribution of the electric current density on the anode surface  $j_a$ . Assuming that the multicomponent plasma in the welding arc column is ionization-equilibrium one, the composition of such a plasma in each point of the arc column boundary with anode layer can be defined, using the follow-

ing system of Saha equations allowing for plasma non-ideality:

$$\frac{n_e^0 n_{\alpha Z+1}^0}{n_{\alpha Z}^0} = \left( \frac{2\pi m_e k_B T_e^0}{h^2} \right)^{3/2} \frac{2\theta_{\alpha Z+1}}{\theta_{\alpha Z}} \times \exp \left[ -\frac{e(U_{\alpha Z} - \Delta U_Z)}{k_B T_e^0} \right], \alpha = m, g; Z \geq 0. \quad (7)$$

Here,  $h$  is Plank's constant;  $\theta_{\alpha Z}$  are the statistical sums for heavy particles of  $\alpha$  species, being in the charged state  $Z$ ;  $U_{\alpha Z}$  are the ionization potentials (for transition of  $\alpha$  species particles from charged state  $Z$  into  $Z + 1$ );

$$\Delta U_Z = \frac{e(Z+1)}{r_D}$$

are the reductions of ionization potentials due to interaction of charged particles in the plasma [42];

$$r_D = \left[ k_B T_e^0 \epsilon^0 / e^2 \left( n_e^0 + \frac{T_e^0}{T_h^0} \sum_{\alpha=m,g;Z \geq 1} n_{\alpha Z}^0 Z^2 \right) \right]^{1/2}$$

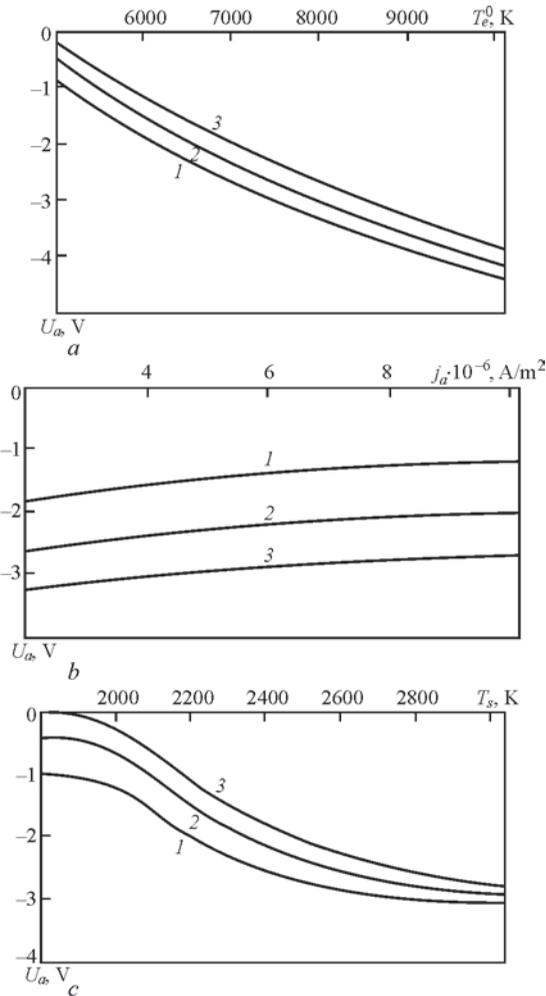


Fig. 3. Dependencies of the anode drop of electric potential on electron temperature in the near-anode plasma (a), current density on the anode (b) and its surface temperature (c) for steel anode in TIG welding in Ar: a —  $T_s = 2472$  K, 1 —  $j_a = 2 \cdot 10^6$  A/m<sup>2</sup>, 2 —  $5 \cdot 10^6$  A/m<sup>2</sup>, 3 —  $10^7$  A/m<sup>2</sup>; b —  $T_s = 2472$  K, 1 —  $T^0 = 6 \cdot 10^3$  K, 2 —  $7 \cdot 10^3$  K, 3 —  $8 \cdot 10^3$  K; c —  $T_e^0 = 7 \cdot 10^3$  K, 1 —  $j_a = 2 \cdot 10^6$  A/m<sup>2</sup>, 2 —  $5 \cdot 10^6$  A/m<sup>2</sup>, 3 —  $10^7$  A/m<sup>2</sup>

is the Debye radius, where  $\epsilon^0$  is the dielectric permittivity of vacuum.

Condition of quasi-neutrality of multicomponent plasma

$$n_e^0 = \sum_{\alpha=m,g;Z \geq 1} n_{\alpha Z}^0. \quad (8)$$

Law of partial pressures

$$p = n_e^0 k_B T_e^0 + \sum_{Z \geq 0} n_{mZ}^0 k_B T_h^0 + \sum_{Z \geq 0} n_{gZ}^0 k_B T_h^0 - \Delta p. \quad (9)$$

Here,  $p$  is the arc plasma pressure near the surface of the metal being welded;

$$\Delta p = \frac{1}{6} \frac{e^2}{r_D} \left( n_e^0 + \sum_{\alpha=m,g;Z \geq 0} n_{\alpha Z}^0 Z^2 \right)$$

is the pressure lowering due to plasma non-ideality [42].

Closing the system of equations (7)–(9) requires one more condition, determining the distribution of the metal vapour particle concentration along the outer boundary of the anode layer. In diffusion mode of anode metal evaporation, assuming that the vapour diffusion rate in the arc plasma is low, i.e. the vapour state is close to saturation, the equality of the local value of partial pressure of the evaporated metal heavy particles on the above boundary to saturated vapour pressure  $p_s$  over the melt surface with respective temperature value  $T_s$ , can be selected as such a condition:

$$\sum_{Z \geq 0} n_{mZ}^0 k_B T_h^0 = p_s \equiv p_0 \exp \left[ \frac{\lambda_v}{k_B} \left( \frac{1}{T_B} - \frac{1}{T_s} \right) \right], \quad (10)$$

where  $p_0$  is the atmospheric pressure;  $T_B$  is the boiling temperature;  $\lambda_v$  is the work function of the metal atom;  $T_h^0 = T_s$ .

As an example, Fig. 3 gives the calculated local values of the anode potential drop  $U_a$  as a function of respective  $T_e^0$ ,  $j_a$  and  $T_s$  values under the conditions characteristic for TIG welding of low-carbon steel (Fe is the evaporating element) in argon. As follows from the calculation data given in this Figure, the anode drop values in such a system are negative, increasing by absolute value with an increase of respective values of the plasma electron temperature near the anode, as well as its surface temperature (see Fig. 3, a, c) and somewhat decreasing with an increase of the respective value of electric current density on the anode (see Fig. 3, b).  $U_a$  values for the considered conditions fall within the range of  $-1 \dots -4$  V that correlates well enough with the experimental data of [38].

Let us now study the processes of energy transfer in the anode layer of multicomponent plasma of the welding arc. The heat flux  $q_a$  from the near-anode plasma to the surface of the metal being welded is

$$q_a = q_e + q_i, \quad (11)$$

where  $q_e$ ,  $q_i$  are the fluxes of potential and kinetic energy, transferred by plasma electrons and ions, respectively. The expression for  $q_e$  can be written in the following form [38]:

$$q_e = j_e \left( \frac{5k_B T_e^0}{2e} + \zeta_m \right), \quad (12)$$

where  $\zeta_m$  is the work function of the electrons for the metal being welded (anode). Taking into account the initial energy of ions on the outer boundary of the space charge layer, as well as their additional acceleration in this layer, for  $q_i$  we can write:

$$q_i = \sum_{\alpha=m, g; Z \geq 1} j_{\alpha Z} \left( \varphi_{Sh} + \frac{M_\alpha V_{Sh}^2}{2Ze} + \frac{1}{Z} \sum_{Z'=1}^Z U_{\alpha Z'} - \zeta_m \right), \quad (13)$$

where

$$\varphi_{Sh} \equiv \varphi(L_{Sh}) = \varphi^0 - \frac{1}{2} \frac{k_B T_e^0}{e},$$

is the arc plasma potential on the boundary of the space charge layer (see Fig. 1). Expression (11) can be presented as

$$q_a = j_a V_a, \quad (14)$$

where  $V_a$  is the local value of voltage equivalent of the heat evolving on the anode, which is always positive, unlike the respective value of the anode potential drop  $U_a$ . Allowing for (1), (12), (13), in order to calculate  $V_a$ , we will find

$$V_a = \zeta_m + \frac{j_e}{j_a} \frac{5k_B T_e^0}{2e} + \sum_{\alpha=m, g; Z \geq 1} \frac{j_{\alpha Z}}{j_a} \left( \varphi_{Sh} + \frac{M_\alpha V_{Sh}^2}{2Ze} + \frac{1}{Z} \sum_{Z'=1}^Z U_{\alpha Z'} \right). \quad (15)$$

Fig. 4 gives the results of the calculation of local values of heat flux to the anode as a function of respective values of  $T_e^0$ ,  $j_a$  and  $T_s$  under the conditions characteristic for TIG welding of low-carbon steel (Fe is the evaporating element) in argon. As follows from the given calculation dependencies, the value  $q_a$  rises with an increase of electron temperature in the plasma anode layer, the current density on the anode and its surface temperature, this tendency being the most strongly manifested in the  $q_a(T_s)$  dependence (see Fig. 4, c).

**Model of processes in the arc column.** Let us consider plasma of the column of the stationary arc with refractory cathode and evaporating anode from low-carbon steel in TIG welding (Fig. 5, a) and that of a similar arc which is under the impact of a focused Gaussian beam of continuous CO<sub>2</sub> laser radiation in hybrid (TIG + CO<sub>2</sub> laser) welding, realized by the scheme given in Fig. 5, b.

When describing the processes of energy, mass and charge transfer in this system, we will use the model

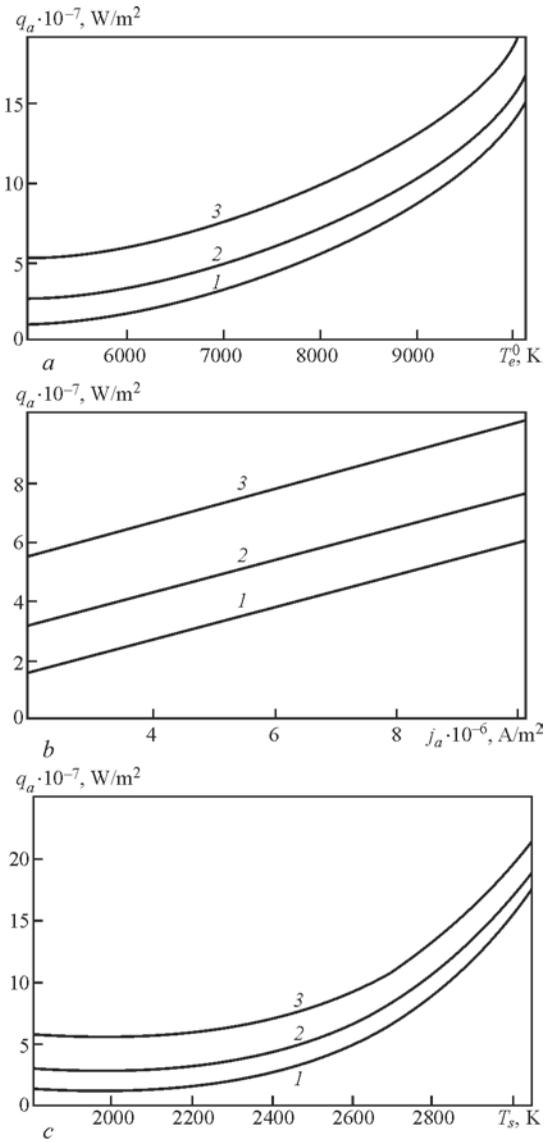


Fig. 4. Dependencies of heat flux into the anode on electron temperature in the near-anode plasma (a), current density on the anode (b) and its surface temperature (c) for steel anode in TIG welding in Ar (parameters are the same as in Fig. 3)

of isothermal (electron temperature is equal to that of heavy particles) ionization-equilibrium multicomponent plasma, and will regard the distribution of all of its characteristics as axisymmetric. In the case of TIG welding (see Fig. 5, a), the latter approximation is quite justified. As regards the column of combined discharge [9], resulting from the interaction of the focused laser beam and electric arc under the conditions of hybrid (TIG + CO<sub>2</sub> laser) welding (see Fig. 5, b), in order to simplify its mathematical model, we will assume that starting from a certain distance from the cathode region boundary (plane  $z = z_0$ ), the column of such a discharge is also axisymmetric, and its characteristics at  $z < z_0$  are close to respective characteristics for an arc with refractory cathode, located normal to the anode surface. Here, we will assume that laser beam interaction with the arc plasma occurs only at  $z \geq z_0$ .

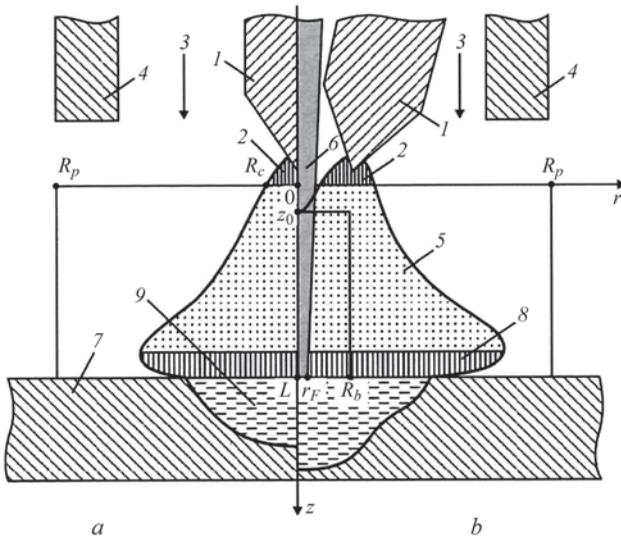


Fig. 5. Schemes of processes of TIG welding (a) and hybrid (TIG + CO<sub>2</sub> laser) welding (b): 1 — refractory cathode; 2 — cathode region; 3 — shielding (inert) gas; 4 — nozzle for shielding gas feeding; 5 — arc column plasma; 6 — focused laser beam; 7 — metal being welded (anode); 8 — anode layer; 9 — weld pool

Thus, both in the case of TIG, and in the case of hybrid (TIG + CO<sub>2</sub> laser) welding we will use a cylindrical system of coordinates  $(r, z)$ , when writing the equations of energy, mass and charge transfer in the arc column plasma (combined laser-arc discharge), and will select the calculation regions  $\Omega_p = \{0 \leq r \leq R_p, 0 \leq z \leq L\}$  for arc column plasma and  $\Omega_b = \{0 \leq r \leq R_b, z_0 \leq z \leq L\}$  for laser beam (see Fig. 5). The respective system of equations in the selected system of coordinates has the following form [34, 43].

• Continuity equation

$$\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r}(r\rho v) + \frac{\partial}{\partial z}(\rho u) = 0, \quad (16)$$

where  $\rho$  is the plasma mass density;  $v, u$  are the radial and axial components of its velocity.

• Equations of motion

$$\begin{aligned} \rho \left( v \frac{\partial v}{\partial r} + u \frac{\partial v}{\partial z} \right) = & -\frac{\partial p}{\partial r} - j_z B_\phi + \frac{2}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left( r \eta \frac{\partial v}{\partial r} \right) + \\ & + \frac{\partial}{\partial z} \left[ \eta \left( \frac{\partial u}{\partial r} + \frac{\partial v}{\partial z} \right) \right] - \\ & - 2\eta \frac{v}{r^2} - \frac{2}{3} \frac{\partial}{\partial r} \left\{ \eta \left[ \frac{1}{r} \frac{\partial(rv)}{\partial r} + \frac{\partial u}{\partial z} \right] \right\}; \end{aligned} \quad (17)$$

$$\begin{aligned} \rho \left( v \frac{\partial u}{\partial r} + u \frac{\partial u}{\partial z} \right) = & -\frac{\partial p}{\partial r} - j_r B_\phi + 2 \frac{\partial}{\partial z} \left( \eta \frac{\partial u}{\partial z} \right) + \\ & + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left[ r \eta \left( \frac{\partial u}{\partial r} + \frac{\partial v}{\partial z} \right) \right] - \frac{2}{3} \frac{\partial}{\partial z} \left\{ \eta \left[ \frac{1}{r} \frac{\partial(rv)}{\partial r} + \frac{\partial u}{\partial z} \right] \right\}; \end{aligned} \quad (18)$$

where  $p$  is the pressure;  $j_z, j_r$  are the axial and radial components of the current density arc column;  $B_\phi$  is the azimuthal component of the magnetic induction vector;  $\eta$  coefficient of the dynamic viscosity of plasma.

• Equations of electromagnetic field

$$\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left( r \sigma \frac{\partial \phi}{\partial r} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left( \sigma \frac{\partial \phi}{\partial z} \right) = 0; \quad (19)$$

$$B_\phi(r, z) = \frac{\mu^0}{r} \int_0^r j_z(\xi, z) \xi d\xi, \quad (20)$$

where  $\phi$  is the electric potential;  $\sigma$  is the specific electric conductivity of plasma;  $\mu^0$  universal magnetic constant;

$$j_r = -\sigma \frac{\partial \phi}{\partial r}; \quad j_z = -\sigma \frac{\partial \phi}{\partial z}. \quad (21)$$

• Energy equation

$$\begin{aligned} \rho C_p \left( v \frac{\partial T_p}{\partial r} + u \frac{\partial T_p}{\partial z} \right) = & \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left( r \chi \frac{\partial T_p}{\partial r} \right) + \\ & + \frac{\partial}{\partial z} \left( \chi \frac{\partial T_p}{\partial z} \right) + \\ & + \frac{k_B}{e} \left\{ j_r \frac{\partial[(5/2 - \delta)T_p]}{\partial r} + j_z \frac{\partial[(5/2 - \delta)T_p]}{\partial z} \right\} + \\ & + \frac{j_r^2 + j_z^2}{\sigma} + \kappa_\omega S - \psi. \end{aligned} \quad (22)$$

Here,  $C_p$  is the specific heat capacity of plasma, allowing for ionization energy;  $T_p$  is the plasma temperature;  $\chi$  is the coefficient of heat conductivity;  $\delta$  is the thermodiffusion constant;  $\psi$  is the energy losses for radiation in the approximation of optically thin plasma. Energy evolution in the arc column plasma due to absorption of laser radiation in hybrid (TIG + CO<sub>2</sub> laser) welding is allowed for by the  $\kappa_\omega S$  term in the right-hand part of equation (22), where  $\kappa_\omega$  is the coefficient of reverse bremsstrahlung absorption by the arc plasma of laser radiation with respective wave length ( $\lambda = 10.6 \mu\text{m}$ );  $S$  is the spatial distribution of the radiation intensity in the laser beam interacting with the plasma.

Assuming that the relative change of the plasma characteristics at distances of the order of the laser radiation wave length is small and laser radiation reflected from the anode surface is also absent, we will apply quasioptical approximation to describe the beam propagation in non-uniform arc plasma, allowing for its absorption and refraction. In this case the equation for the electric field of the laser beam, taken to be axisymmetric, is given by [9]:

$$-2ik \frac{\partial A_\omega}{\partial r} = \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left( r \frac{\partial A_\omega}{\partial r} \right) + k^2 (\epsilon_\omega - 1) A_\omega, \quad (23)$$

where  $k \equiv k_z = 2\pi/\lambda$  is the wave vector of laser radiation;  $A_\omega$  is the complex amplitude of the laser beam electric field;  $\epsilon_\omega = \epsilon'_\omega + i\epsilon''_\omega$  is the complex dielectric permittivity of the arc plasma at the laser radiation frequency  $\omega$ . The sought value  $S$  is the time-averaged value of the axial component of the beam's electromagnetic energy flow density, and it is connected to

the electric field complex amplitude,  $A_\omega$  by the following relationship [9]:

$$S(r, z) = \frac{1}{2} \sqrt{\frac{\epsilon^0}{\mu^0}} |A_\omega|^2. \quad (24)$$

To allow for the multicomponent nature of the arc (laser-arc discharge) column plasma, associated with the evaporation of the anode metal, the considered model should be complemented by the equation of convective diffusion of ionized metal vapour, describing the transport of neutral atoms, single- and double-charged ions of metal in arc plasma [29]:

$$\begin{aligned} & \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (r n_m v) + \frac{\partial}{\partial z} (n_m u) = \\ & = \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left[ r \left( G_0 \frac{\partial \{n_m T_p\}}{\partial r} + \bar{G}_1 \frac{\partial \{K_1 n_m T_p\}}{\partial r} + \bar{G}_2 \frac{\partial \{K_2 n_m T_p\}}{\partial r} + \right. \right. \\ & \quad \left. \left. + \{b_1 K_1 + b_2 K_2\} n_m \frac{\partial \phi}{\partial r} \right) \right] + \frac{\partial}{\partial z} \left( G_0 \frac{\partial [n_m T_p]}{\partial z} + \right. \\ & \quad \left. + \bar{G}_1 \frac{\partial [K_1 n_m T_p]}{\partial z} + \bar{G}_2 \frac{\partial [K_2 n_m T_p]}{\partial z} \right) \times \\ & \quad \times \{b_1 K_1 + b_2 K_2\} n_m \frac{\partial \phi}{\partial z}. \end{aligned} \quad (25)$$

Here  $n_m = n_{m0} + n_{m1} + n_{m2}$  is the total concentration of heavy particles of metal vapour in arc plasma;

$$\bar{G}_1 = G_1 - G_0, \bar{G}_2 = G_2 - G_0; K_1 = \frac{n_{m1}}{n_m}, K_2 = \frac{n_{m2}}{n_m};$$

$$G_Z = \frac{D_Z}{T_p} \left( 1 - n_{mZ} \frac{M_m - \bar{M}_{mZ}}{\rho} \right),$$

$$\bar{M}_{mZ} = \frac{\rho - M_m n_{mZ}}{n_0 - n_{mZ}} \quad (Z = 0, 1, 2),$$

where  $D_Z$  are the coefficients of diffusion of atoms ( $Z = 0$ ), single- ( $Z = 1$ ) and double-charged ( $Z = 2$ ) ions of metal in multicomponent plasma;  $n_0$  is the total concentration of particles in the arc column plasma;

$$b_Z = \frac{eZ}{kB} G_Z$$

are the mobilities of metal ions ( $Z = 1, 2$ ) in the electric field. Equation (25) describes the following kinds of transfer of metal vapour particles: convective transfer, concentration diffusion, thermal diffusion, as well as vapour ion drift in the electric field.

Closing the above system of equations requires assigning thermodynamic, transport and optical properties of multicomponent arc plasma, depending on its temperature, composition and pressure. In the case of water-cooled (non-evaporating) anode, data of [44] were used, which determine temperature dependencies of the above properties for argon plasma of atmospheric pressure. Temperature dependencies of thermodynamic and transport properties of Ar-Fe plasma of different composition were calculated by the procedure proposed in [45].

Respective dependencies of energy losses for thermal radiation, coefficient of volume absorption of laser radiation, and complex dielectric permittivity of arc plasma were calculated as described in [9].

We will formulate the boundary conditions for the differential equations (16)–(19), (22), (23), (25) as follows. In the initial section of the calculation region  $\Omega_p$  for arc column plasma ( $z = 0$  plane in Fig. 5) we will assign boundary conditions for the values  $v$ ,  $u$ ,  $T_p$ ,  $\phi$  and  $n_m$  similar to what was done in [29, 43] for an arc with refractory cathode located normal to the anode surface. In particular, for the velocity vector components we will assume:

$$v|_{z=0} = 0; \quad u|_{z=0} = u_0, \quad (26)$$

where the value  $u_0$  is determined by the shielding gas flow rate and diameter of the nozzle for its feeding.

We will assign the following conditions for the temperature and electric potential in the near-cathode zone of the arc column:

$$T_p|_{z=0} = T_c(r); \quad \sigma \frac{\partial \phi}{\partial z}|_{z=0} = j_c(r), \quad (27)$$

where the distributions of plasma temperature  $T_c(r)$  and electric current density near the cathode  $j_c(r)$  are selected according to recommendations of [21]. In the zone of shielding gas feeding we will assume that

$$T_p|_{z=0} = T_0; \quad \frac{\partial \phi}{\partial z}|_{z=0} = 0, \quad (28)$$

where  $T_0$  is the ambient temperature.

As regards equation (25), allowing for the direction of motion of shielding gas and plasma in the near-cathode zone of the arc column, we will assume that particles of evaporated anode metal do not reach plane  $z = 0$ , i.e. on upper boundary of calculation region  $\Omega_p$  (see Fig. 5) we will assume

$$n_m|_{z=0} = 0. \quad (29)$$

Considering the earlier assumption that the laser beam interaction with the arc plasma starts at  $z = z_0$ , in equation (22) we will assume  $S = 0$  in the  $z < z_0$  region, and we will assign the initial distribution of value  $A_\omega$  on the upper boundary of calculation region for the laser beam  $\Omega_b$ , i.e.  $z = z_0$  (see Fig. 5, *b*), as follows. We will assume that at  $z = z_0$  is a Gaussian beam of laser radiation focused by the optical system, which is applied to arc plasma, and in the absence of plasma has minimal radius  $r_F$  on the anode surface. The spatial distribution of the complex amplitude of the electric field of such a beam in the  $z \leq z_0$  region is defined by expression [9]:

$$A_\omega = A_{\omega F} \frac{r_F}{r_z} \exp \left[ -\frac{r^2}{r_z^2} + i \left( k \frac{r^2}{2R_z} \right) \right] - \phi_z. \quad (30)$$

Here

$$r_z^2 = r_F^2 \left[ 1 + \frac{(z-L)^2}{r_F^2} \right]; \quad (31)$$

$$R_z = (z-L) \left[ 1 + \frac{r_F^2}{(z-L)^2} \right]; \quad \varphi_z = \arctg \left( \frac{z-L}{z_F} \right).$$

The constant  $A_{\omega F}$  in (30) is found from the integral relation for the total power of laser radiation in the beam cross-section:

$$Q(z) = 2\pi \int_0^{R_b} S(r, z) r dr, \quad (32)$$

that, allowing for (24), yields

$$A_{\omega F} = \sqrt{\frac{4Q^0}{\pi r_F^2} \left( \frac{\mu^0}{\varepsilon^0} \right)^{1/2}}, \quad (33)$$

where  $Q^0 = Q(z_0)$  is the power of the initial laser beam.

For water-cooled (non-evaporating) anode «sticking» conditions are assigned on its surface (plane  $z = L$  in Fig. 5), i.e. the radial and axial components of plasma flow velocity are assumed to be zero. For the evaporating anode we should allow for the near-anode plasma flow, arising as a result of evaporation of metal atoms from the anode surface and the diffusion of ionized metal vapour into the arc (combined discharge) column. This requires the correction of the boundary condition for the plasma velocity vector component normal to the anode surface on the anode layer boundary, which, in the case of the diffusively evaporating anode, becomes [29]:

$$u|_{z=L} = \frac{M_m [Y_{m0z}(r, L) + Y_{m1z}(r, L) + Y_{m2z}(r, L)]}{\rho(r, L) - M_m [n_{m0}(r, L) + n_{m1}(r, L) + n_{m2}(r, L)]}. \quad (34)$$

Here  $Y_{mZ_z}(r, L)$  are the radial distributions of axial components of densities of diffusion flows of metal atoms and ions, which are in the charged state  $Z$ , on the arc column boundary with the anode layer. The boundary condition for equation (25), determining the concentration of heavy particles of metal vapour  $n_m = n_{m0} + n_{m1} + n_{m2}$  on the anode layer boundary, can be taken from expression (10).

On the boundary of the arc column plasma with the anode layer, assumed infinitely thin, we can write the following condition of energy balance:

$$-\chi \left. \frac{\partial T_p}{\partial z} \right|_{z=L} + j_a \frac{k_B}{e} \left( \frac{5}{2} - \delta \right) T_{pa} = \varphi^0 j_a + q_a - j_a \zeta_m, \quad (35)$$

where  $j_a(r) = |j_z(r, Z)|$  is the absolute value of electric current density on the anode;  $T_{pa}(r) = T_p(r, L)$  is the temperature of the arc column plasma on the boundary with the anode layer. With good approximation, the electric potential of anode metal surface can be considered constant and can be selected equal to zero, then the boundary condition for the plasma potential on the arc column boundary with the anode layer can be written as:

$$\varphi|_{z=L} = \varphi^0. \quad (36)$$

The values  $\varphi^0$  and  $q_a$ , included into the boundary conditions (35), (36), are determined using the above-described model of the anode layer which allows the calculation of radial distributions of the above values in the region of the anode binding of the arc, depending on the assigned distribution of the anode surface temperature  $T_s(r)$  and radial distributions of electric current density on the anode  $j_a$  and plasma temperature on anode layer boundary  $T_{pa}$ , which are to be found and the values of  $T_{pa}$  are used in the anode layer model as  $T^0$ .

On the system's axis of symmetry (at  $r = 0$ ) the boundary conditions for plasma velocity, temperature, electric potential, metal vapour particle concentration and laser beam's electric field amplitude are assigned in a standard manner:

$$v|_{r=0} = 0; \quad \left. \frac{\partial u}{\partial r} \right|_{r=0} = 0; \quad \left. \frac{\partial T_p}{\partial r} \right|_{r=0} = 0;$$

$$\left. \frac{\partial \varphi}{\partial r} \right|_{r=0} = 0; \quad \left. \frac{\partial n_m}{\partial r} \right|_{r=0} = 0; \quad \left. \frac{\partial A_{\omega}}{\partial r} \right|_{r=0} = 0. \quad (37)$$

On outer boundary of calculation region for arc plasma (at  $r = R_p$ ) we will write boundary conditions for velocity and electric potential as follows:

$$\left. \frac{\partial(\rho v r)}{\partial r} \right|_{r=R_p} = 0; \quad u|_{r=R_p} = 0; \quad \left. \frac{\partial \varphi}{\partial r} \right|_{r=R_p} = 0. \quad (38)$$

We will determine boundary conditions for temperature and concentration of metal vapour particles at  $r = R_p$ , depending on the direction of plasma flow motion [29, 43]:

$$T_p|_{r=R_p} = T_0; \quad n_m|_{r=R_p} = 0, \quad \text{at } v|_{r=R_p} \leq 0;$$

$$\left. \frac{\partial T_p}{\partial r} \right|_{r=R_p} = \left. \frac{\partial n_m}{\partial r} \right|_{r=R_p} = 0, \quad \text{at } v|_{r=R_p} > 0. \quad (39)$$

Finally, assuming that laser beam's transverse dimension is essentially smaller than the radius  $R_b$  corresponding to the respective calculation region (see Fig. 5, b), we will write

$$A_{\omega}|_{r=R_b} = 0. \quad (40)$$

The system of differential equations (16)–(19), (22), (25), describing the transfer of energy, momentum, mass and charge in the multicomponent plasma of the arc column in TIG welding or of combined discharge in hybrid (TIG + CO<sub>2</sub> laser) welding, together with the above boundary conditions, was solved numerically by the method of finite differences with application of the combined Eulerian–Lagrangian method [46, 47], adapted to the conditions of the compressible medium. The parabolic equation (23) for the complex amplitude of the laser beam's electric field

was solved using the method described in detail in [9]. For computer realisation of the mathematical model self-written code was developed.

**Simulation results.** For the computational investigation of the processes of energy, mass and charge transfer in the plasma of the electric arc (laser-arc discharge) with refractory (W) cathode and anode from low-carbon steel, running in an Ar atmosphere, two characteristic variants of the anode thermal state were considered, namely: 1) water-cooled (non-evaporating) anode with surface temperature  $T_s = 500$  K; 2) diffusively evaporating anode (Fe is the evaporating element). In the latter, it was assumed that the anode metal surface temperature in the anode binding region of the arc varies by the exponential law  $T_s(r) = (T_{s0} - T_\infty)\exp(-a^2r^2) + T_\infty$ , where  $T_\infty = 500$  K is the surface temperature at a distance from the above region, and in the center of this region it reaches the value  $T_{s0}$  which is not higher than the boiling temperature of Fe ( $T_B = 3133$  K) at which evaporation goes into the convective mode. Here, the coefficient of concentration  $a$  was selected so that the molten zone radius on the metal surface was 2.5 mm.

Numerical modelling of the characteristics of the electric arc column plasma and the anode region for TIG welding conditions was performed with the following parameters: arc length  $L = 3$  mm; arc current  $I = 200$  A; the anode surface temperature in the center of the anode binding region of the arc  $T_{s0}$  was varied from 500 K (non-evaporating anode) up to 3065 K (evaporating anode). In the case of hybrid (TIG + CO<sub>2</sub> laser) welding, a system with the following parameters was considered: length of interelectrode gap  $L = 4$  mm; arc current  $I = 150$  A; the  $T_{s0}$  value was selected equal to 500 K (non-evaporating anode) and 3000 K (evaporating anode); the power of initial laser beam  $Q^0$  was assigned equal to 500 and 1500 W; beam radius in focusing plane ( $z = L$ )  $r_F = 0.2$  mm; the distance from cathode to the plane, where the laser beam interaction with arc plasma starts,  $z_0$ , was selected equal to 1 mm.

Let us first describe the results of the electric arc modelling for TIG welding allowing for the anode metal evaporation. Let us introduce  $\gamma = n_m / (n_g + n_m)$ , where  $n_g = n_{g0} + n_{g1}$  is the total concentration of heavy particles (atoms and ions) of shielding gas (Ar) and let us consider the distribution of the fraction of heavy metal particles (Fe)  $\gamma$  in the arc column plasma for two variants of distribution of the evaporating anode surface temperature, which correspond to  $T_{s0} = 2600$  K and  $T_{s0} = 3065$  K (Fig. 6). At the temperature of the anode molten metal of 2500...2600 K, iron atoms and ions appear above its surface, their content reaching 10 % (see Fig. 6, a). With an increase of the melt sur-

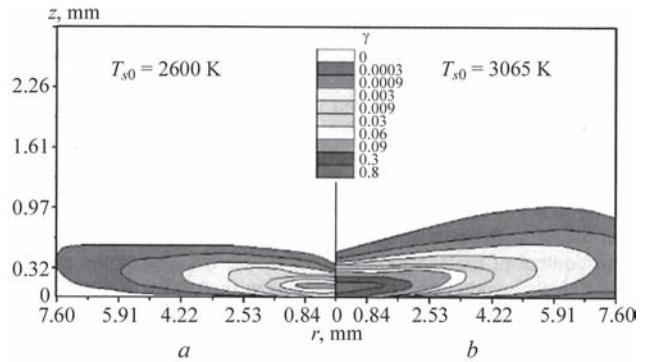


Fig. 6. Isolines of fraction of iron heavy particles in multicomponent plasma of the arc column: a —  $T_{s0} = 2600$  K; b —  $T_{s0} = 3065$  K

face temperature in the center of the arc anode binding region above 3000 K, the mass flow of vapour from the anode surface into the arc column increases, resulting in the appearance of the arc plasma region with a high (up to 80 %) metal vapour content (see Fig. 6, b).

The field of concentration of the evaporated metal particles  $n_m$  in the arc column plasma forms as a result of the interaction of the following four factors: 1) diffusion and convective transfer of metal particles from the anode surface into the arc column; 2) arc plasma flow with low content of metal vapour, approaching the anode; 3) transfer of metal particles towards the anode due to thermal diffusion; 4) drifting of charged metal particles (single- and double-charged ions) in the electric field (towards the cathode). The spatial distribution of the fraction of iron heavy particles in the multicomponent arc plasma, given in Fig. 6, is the result of the competing interaction of the above four transfer mechanisms. Here, two characteristic features of this distribution can be singled out. On the one hand, the convective flow of plasma from the near-cathode zone of the arc column, practically not containing any metal vapour, is trying to oust metal vapours from the evaporation zone in the radial direction. As a result, the width of the near-anode zone of the arc plasma, containing a substantial quantity of metal vapour ( $\gamma > 3$  %), turns out to be 1.5...2 times greater than the radius of the melt on the anode surface, and the thickness of this zone is equal to 0.3...0.5 mm. Since the thickness of the region taken up by the vapour is small compared to the arc length, the influence of the evaporated metal in the considered case is limited to just the near-anode zone of the arc column and practically does not affect the processes of energy, mass and charge transfer in the rest of the arc column plasma. On the other hand, the plasma region, the most enriched in iron vapours, turns out to be the «cut off» from the anode surface (anode layer boundary). This effect can have the following explanation. The composition of ionized metal vapour, which comes to the near-anode zone of arc

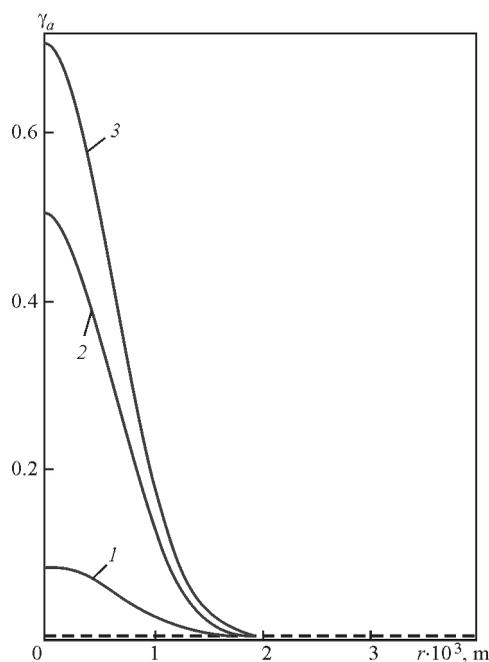


Fig. 7. Radial distributions of the fraction of Fe heavy particles in multicomponent arc plasma on the boundary of the arc column with the anode layer

column and is further transported to a zone of higher plasma temperature, undergoes changes, because of the intensive ionization of metal atoms. At the same time, owing to the low diffusion mobility of metal ions, they accumulate in the above mentioned zone that is exactly what determines the formation of a region with the maximum content of metal vapour, localized at a certain distance from the anode surface.

The evaporation of the anode metal has the greatest influence on such characteristics of the considered arc anode region such as: distributions of the fraction of iron particles  $\gamma_a(r) = \gamma(r, L)$ , plasma temperature  $T_{pa}(r)$  and its potential  $\phi^0(r)$  along the anode layer boundary with the arc column, as well as distributions

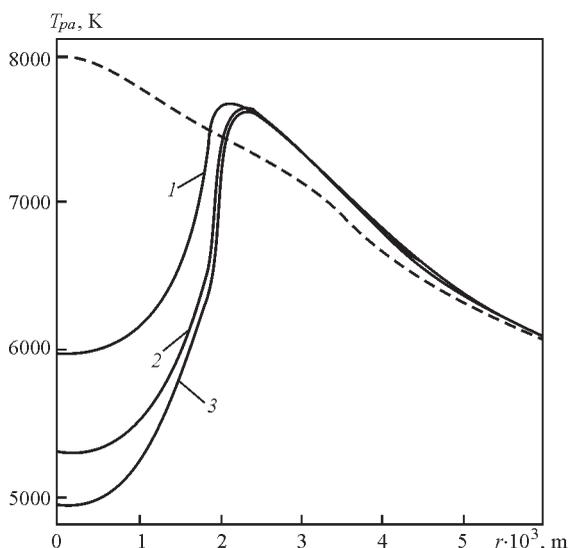


Fig. 8. Radial distributions of the arc column plasma temperature on the boundary with the anode layer

of electric current density  $j_a(r)$  and of heat flux of the arc  $q_a(r)$  on the anode surface. Let us consider the influence of the evaporating anode surface temperature on the distributions of the above characteristics in the region of the arc anode binding. Fig. 7–11 give the results of calculations of  $\gamma_a$ ,  $T_{pa}$ ,  $\phi^0$ ,  $j_a$  and  $q_a$  for different thermal states of the anode surface. Curves 1–3 in these Figures correspond to the following values of  $T_{s0}$ : 2700 K; 3000 K; 3065 K (evaporating anode), dashed curves show the respective dependencies for the arc with non-evaporating anode at  $T_s = 500$  K.

The maximum content of metal vapour is reached on the axis of the near-anode plasma layer, increasing with the anode surface temperature in the center of the region of arc anode binding (see Fig. 7). Here, the maximum value of the weight-averaged velocity of the vapour motion  $|u_z(0, L)|$  near the anode surface also rises with an increase of its temperature. So, for instance, at  $T_{s0} = 3000$  K this velocity can reach a value higher than 10 m/s. Such an intensive flow of relatively cold vapour, moving from the anode surface into the arc column, causes local freezing of the near-anode plasma. This effect is manifested in that part of the anode region, which is located over the most heated zone of the anode molten metal surface, and the stronger this effect is, the higher the surface temperature in this zone (see Fig. 8) will be.

Despite the fact that the increase of concentration of readily ionized (compared to argon) metal (Fe) vapour in the multicomponent near-anode plasma with the temperature  $T_{s0}$  (see Fig. 7) should lead to an increase of its electric conductivity,  $\sigma$  [45] and, consequently, to an increase of the electric current density, the above mentioned effect of local freezing of the near-anode plasma by vapour flow has a more essential role, causing a lowering of the electric current density in the paraxial zone of the region of the anode binding of the arc with evaporating anode, as shown in Fig. 9.

The cause for such a behaviour of the value  $j_a(r)$  in the case of the evaporating anode is the local decrease of plasma potential  $\phi^0$  in the center of the arc anode binding region, shown in Fig. 10, which is associated, in keeping with expression (6) and data given in Fig. 3, a, with the respective local lowering of the near-anode plasma temperature (see Fig. 8) under the impact of the flow of relatively cold vapour from the anode surface. Calculated dependencies  $\phi^0(r)$  shown in Fig. 10 are indicative of the fact that allowing for the anode metal evaporation on the boundary of the anode layer with arc column plasma results in the appearance of a radial component of the electric current density

$$j_r = -\sigma \frac{\partial \phi^0}{\partial r},$$

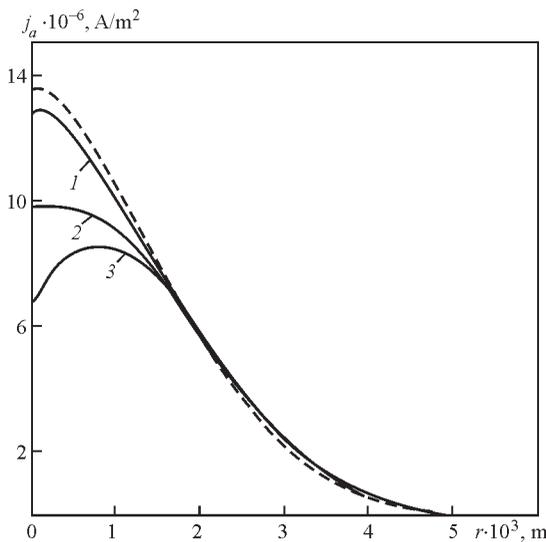


Fig. 9. Radial distributions of the electric current density on the anode surface

directed towards the arc axis and increasing with an increase of  $T_{s0}$ . This leads to an essential change of the pattern of the current flowing in the arc column near-anode zone, causing a noticeable lowering of the current density in the center of the region of anode binding of the arc with evaporating anode, compared to an arc with water-cooled (non-evaporating) anode.

The density of the heat flux applied by the arc to the evaporating anode demonstrates a similar behaviour (see Fig. 11). A considerable decrease of the value  $q_a$  at high values of the anode metal surface temperature is associated with a reduction of convective energy flux from the arc column, as a result of the respective change of gas-dynamic and electromagnetic situation in the near-anode region of arc plasma, as well as the reduction of heat flux transferred to the anode by charged particles, because of the noted decrease of  $j_a$  (see Fig. 9).

Let us now analyze the dependencies of the axial values of the considered characteristics on the anode

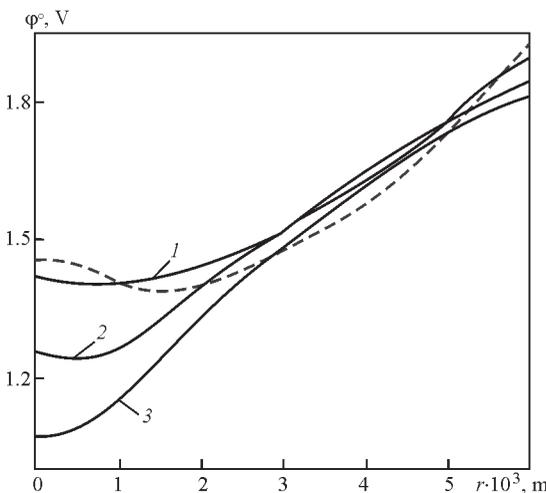


Fig. 10. Radial distributions of the arc plasma potential on the anode layer boundary

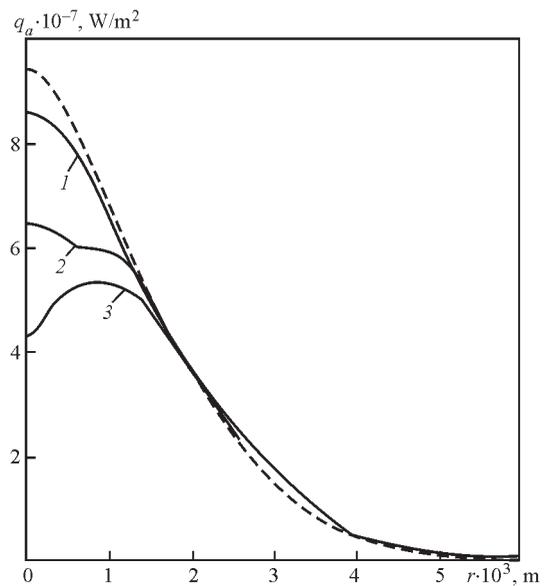


Fig. 11. Radial distributions of heat flux applied by the arc to the anode

surface temperature in the center of the anode binding region of the arc. The change of  $T_{pa0} = T_p(0, L)$ ,  $j_{a0} = j_a(0)$  and  $q_{a0} = q_a(0)$  with the increase of  $T_{s0}$  is shown in Fig. 12–14. The range of variation of maximum temperature of the anode molten metal surface studied in this work can be conditionally divided into two parts: 1)  $500 \text{ K} < T_{s0} < 2400 \text{ K}$  corresponds to the non-evaporating anode, 2)  $2400 \text{ K} < T_{s0} < 3065 \text{ K}$  corresponds to the diffusion mode of the anode metal evaporation. In the first range, all the characteristics of the arc anode region are weakly dependent on  $T_{s0}$ , whereas in the second range an essential lowering of  $T_{pa0}$  occurs. With regard to the values  $j_{a0}$  and  $q_{a0}$ , they behave non-monotonically (see Fig. 13, 14).

The initially observed lowering of the electric current density and heat flux to the anode on the axis of the arc anode binding region is replaced by a certain increase, so that at  $T_{s0} \approx 2800 \text{ K}$  these values reach their local maximums. Their further lowering occurs faster, the more intensive the anode metal evaporation. The noted feature is the most prominently manifested in behaviour of such integrated characteristic

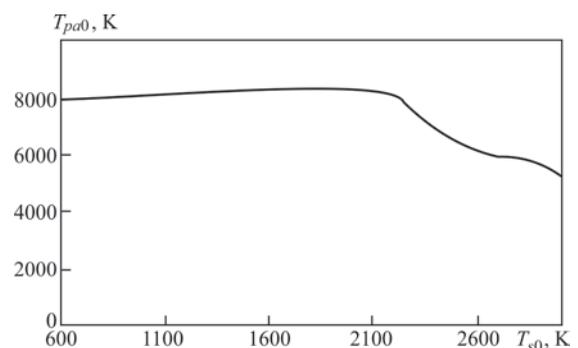


Fig. 12. Dependence of the axial value of the arc plasma temperature on the anode region boundary on the anode surface temperature in the center of the arc anode binding region

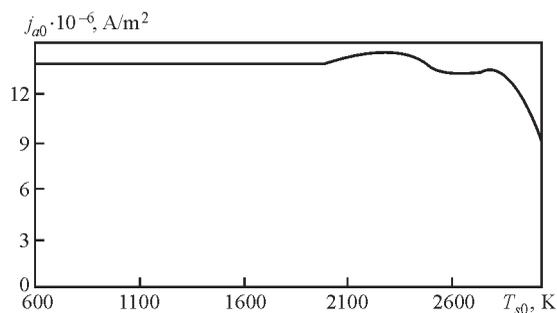


Fig. 13. Dependence of the axial value of the electric current density on the anode on its surface temperature in the center of the arc anode binding region

of thermal interaction of arc plasma with anode metal, as total thermal power  $P$ , applied by the arc (Fig. 15).

Finally, Fig. 16 shows the dependence of the density of the anode metal heat losses from evaporation in the paraxial zone of the anode binding of the arc  $q_{v0} = n_m(0, L)|u_z(0, L)|\lambda_v$  on its surface temperature in this zone. As follows from the calculation data, given in this Figure, at increase of  $T_{s0}$  up to 3000 K the above value can be equal to about 25 % of the respective value of heat flux applied by arc plasma to the diffusively evaporating anode (comp. Fig. 11, 16), and it should be taken into account for the determination of its energy balance.

Let us now consider the thermal and electric characteristics of the plasma column and the anode layer of combined laser-arc discharge, arising for the combination of laser beam and arc with refractory cathode under the conditions of hybrid (TIG + CO<sub>2</sub> laser) welding (see Fig. 5, b). Calculations show that under the impact of a focused beam of CO<sub>2</sub> laser radiation, a high-temperature region forms in the arc column, which is localized near the beam axis, (Fig. 17). In this region, the maximum plasma temperature rises with an increase of laser radiation power, the radius of the above region being equal to a value of the order of 0.5 mm. So, on the axis of the arc column (at  $z = 2.5$  mm) the plasma temperature is equal to 20700 K in the absence of laser impact, whereas under the im-

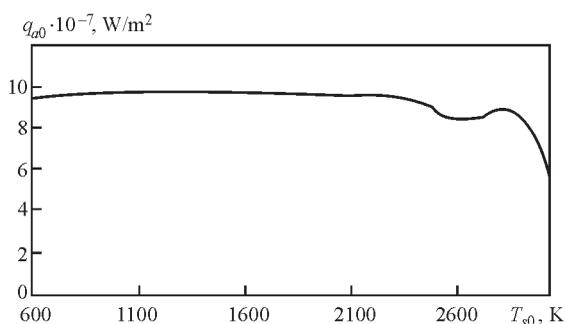


Fig. 14. Dependence of the axial value of the arc heat flux to the anode on its surface temperature in the center of the arc anode binding region

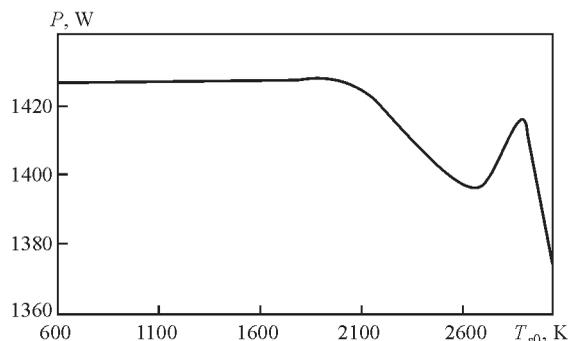


Fig. 15. Total thermal power applied by the electric arc to the anode part of a laser beam of power  $Q^0 = 500$  and 1500 W, it rises up to 25100 and 32800 K, respectively.

The effect of local laser heating of arc plasma is manifested right up to the boundary of the column with the discharge anode layer that leads to a marked increase of the axial values of the near-anode plasma temperature. The influence of the arc plasma heating by laser beam on its temperature distribution along the arc column axis (laser beam axis) is shown in Fig. 18. We will note here that the anode surface temperature (its material evaporation) practically does not influence the spatial distributions of the temperature or other characteristics of the plasma in the combined discharge column that corresponds to the results of modelling an arc with an evaporating anode described above.

The change of spatial distribution of the arc plasma temperature under the impact of focused laser radiation causes a marked redistribution of the electric current density in the discharge. Fig. 19 gives distributions of the absolute value of the axial component of the current density along the axis of an arc which is exposed to a beam of CO<sub>2</sub> laser radiation of different power (curve 1 —  $Q^0 = 500$  W; curve 2 —  $Q^0 = 1500$  W), compared to the respective distribution  $j_{z0} = |j_z(0, z)|$  for a regular arc (dashed curve).

Despite the fact that the plasma temperature in the axial zone of the arc column rises significantly under

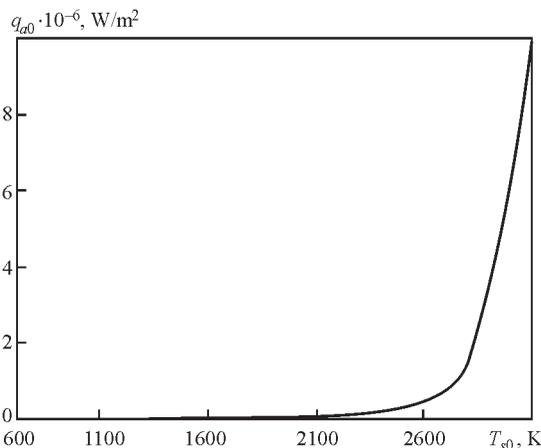


Fig. 16. Dependence of the axial value of density of energy losses from anode metal evaporation on its surface temperature in the center of the region of the arc anode binding

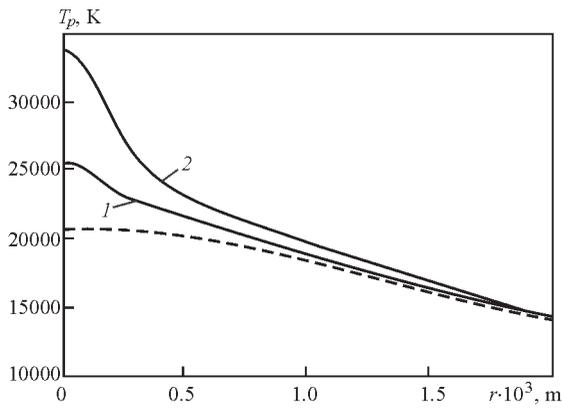


Fig. 17. Radial distributions of plasma temperature in the arc column cross-section  $z = 2.5$  mm at  $T_s = 500$  K: 1 —  $Q^0 = 500$ ; 2 — 1500 W; dashed curve —  $Q^0 = 0$

the impact of laser radiation (see Fig. 17, 18), the electric current density on the discharge axis in the initial sections of the region of the laser-arc interaction ( $z < 3$  mm) remains practically the same as for the regular arc. The influence of the laser heating of the arc plasma on the current density distribution in the arc column begins to be manifested closer to the anode. In the near-anode zone of the arc column, the value for an arc exposed to laser radiation is significantly increased, the maximum value of the current density on the arc axis rises with an increase of initial beam power (Fig. 19). As a result, for instance at 150 A arc exposure to a 1500 W laser beam, the current density in the center of arc in the anode binding region can exceed more than 3 times the respective value for a regular arc with the other conditions remaining the same (Fig. 20).

As it was already noted, the heat flux  $q_a$ , applied by the arc to the anode, essentially depends on the anode electric current density, therefore, the nature of the distribution  $q_a(r)$ , given in Fig. 21, is similar to distribution  $j_a(r)$  (see Fig. 20). In particular, at the impact of a 1500 W laser beam on a 150 A arc, the axial value of the heat flux applied by the arc to the anode,

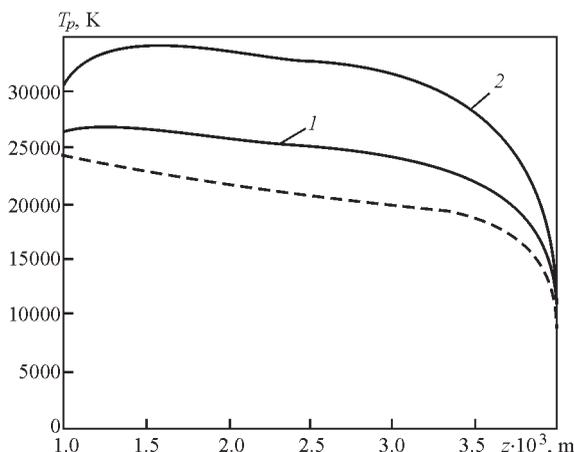


Fig. 18. Axial distributions of the plasma temperature on the arc column axis at  $T_s = 500$  K (designations are the same as in Fig. 17)

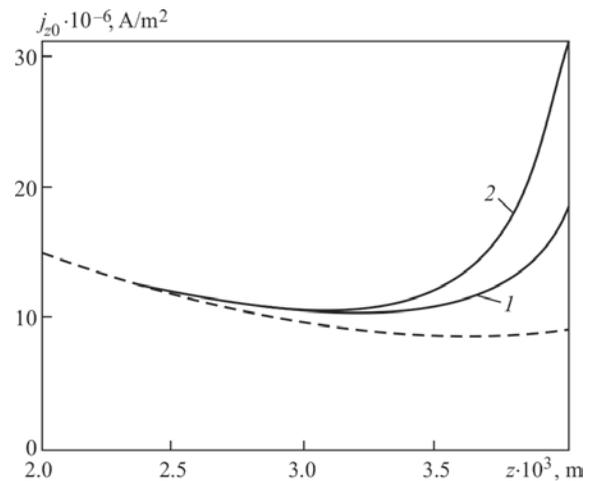


Fig. 19. Distributions of the absolute value of the axial component of the electric current density on the arc axis along its column at  $T_s = 500$  K (designations are the same as in Fig. 17)

rises by almost four times. With the increase of the anode temperature (allowing for its evaporation), the effect of contraction of the electric current density and of the heat flux on the anode, respectively, becomes somewhat weaker, remaining, however, considerable, compared to an arc not exposed to laser radiation (see Fig. 20, 21).

To analyze the effect of arc on the contraction near the anode surface under the impact of  $\text{CO}_2$  laser radiation, let us consider the radial distributions of the near-anode plasma temperature  $T_{pa}$  (Fig. 22) and of the electric field potential  $\phi^0$  on the boundary of the anode layer with discharge column (Fig. 23). They applies for a regular arc (dashed curves) and for an arc exposed to laser beam of power  $Q^0 = 1500$  W (solid curves).

As it was noted above, the anode voltage drop  $U_a = -\phi^0$  is negative, is dependent on the anode cur-

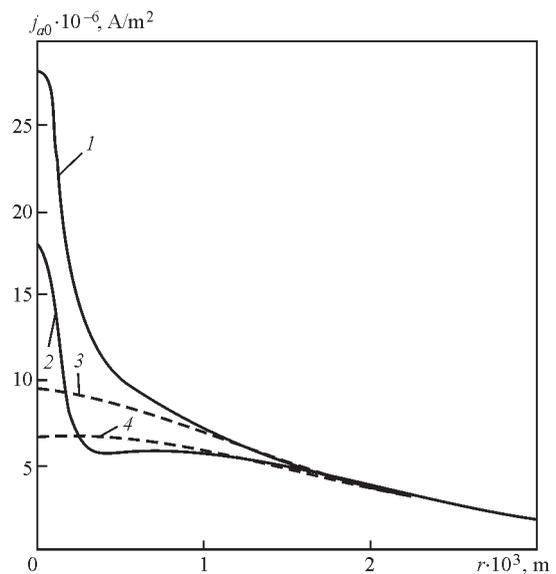


Fig. 20. Distribution of the anode electric current density: 1 —  $Q^0 = 1500$  W,  $T_s = 500$  K; 2 —  $Q^0 = 1500$  W,  $T_{s0} = 3000$  K (solid curves); 3 —  $Q^0 = 0$ ,  $T_s = 500$  K; 4 —  $Q^0 = 0$ ,  $T_{s0} = 3000$  K

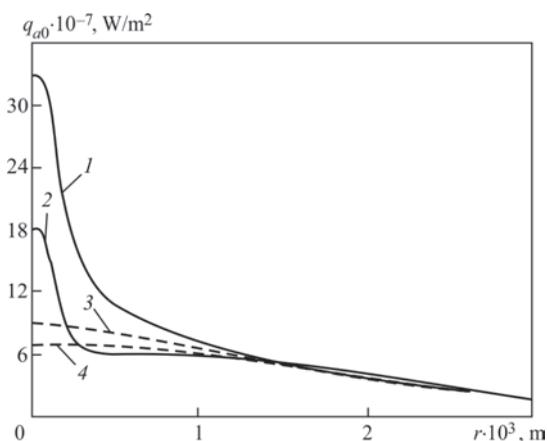


Fig. 21. Distribution of the heat flux applied by the arc to the anode, over its surface (designations are the same as in Fig. 20)

rent density, temperatures of anode and near-anode plasma, and in such a way that the value  $(\varphi^0$  rises noticeably with an increase of the plasma temperature near the anode and weakly decreases with an increase of the anode current density. At  $Q^0 = 1500$  W the axial temperature of the plasma on the anode layer boundary rises by almost 1200 K for an arc with non-evaporating anode, compared to a regular arc (see Fig. 22). This causes an increase of the axial values of the plasma potential on the above boundary and the appearance of a pronounced maximum near the arc axis in distribution  $\varphi^0(r)$  (solid curve in Fig. 23). The abrupt change of  $\varphi^0$  along the anode surface leads to the deformation of the equal potential lines in the paraxial zone of the near-anode plasma, that results in the appearance of a significant radial component of the vector of the electric field intensity and the respective radial component of the current density

$$j_r = -\sigma \frac{\partial \varphi^0}{\partial r},$$

directed away from the arc axis to the discharge periphery. Along with an increase of temperature (plasma electric conductivity), as well as of the axial component of the electric field intensity in the above zone, this leads to an essential contraction of the electric

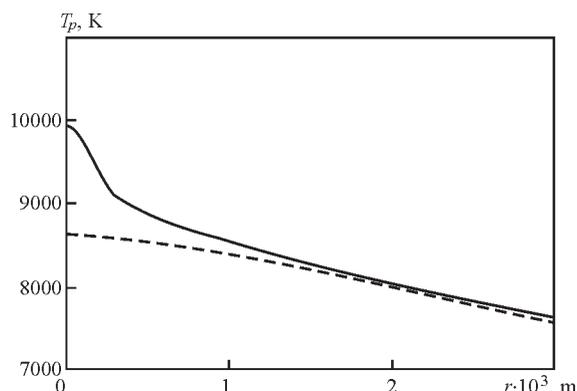


Fig. 22. Radial distributions of the plasma temperature on the anode layer boundary at  $T_s = 500$  K

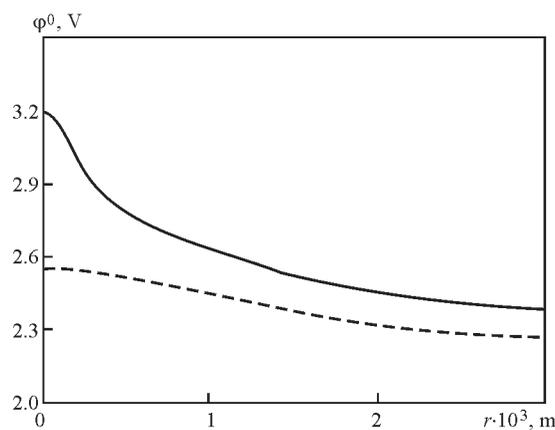


Fig. 23. Radial distributions of the plasma electric potential on the boundary of the anode layer with the arc column at  $T_s = 500$  K current in the region of the anode binding of the arc, exposed to the laser beam (see Fig. 20), compared to a regular arc.

The described features of the influence of the radial distribution of the anode potential drop on the electric current distribution in the plasma near the anode are illustrated in Fig. 24, 25, which show equipotential lines and vector fields of the current density in the near-anode plasma for a regular arc and for an arc exposed to focused laser radiation. Note that in the case of diffusively evaporating anode ( $T_{s0} = 3000$  K) the plasma temperature on the boundary with the arc anode region decreases, compared with the case of water-cooled (non-evaporating) anode, both in the presence and in the absence of laser impact. As a result, the effect of the arc contraction under laser beam impact becomes less pronounced (see Fig. 20).

Let us consider the influence of the arc column plasma on the laser beam interacting with it in hybrid (TIG + CO<sub>2</sub> laser) welding. Let  $\zeta(z) = Q(z)/Q^0$  be the coefficient of beam attenuation due to its absorption in arc plasma where  $Q(z)$  is the laser beam power in the section of an arc with axial coordinate  $z$ , calculated by formula (32). As a result of the beam absorption in the arc column, about 74 % of the laser radiation power reach the anode surface (Fig. 26), this value being weakly dependent on the initial beam power and

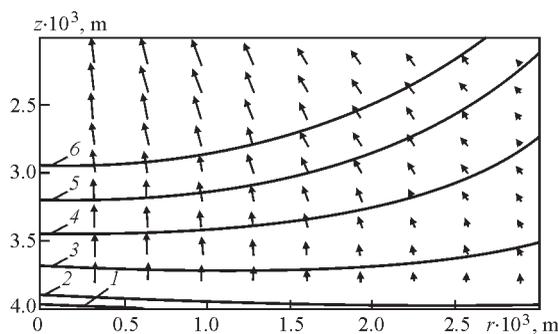


Fig. 24. Lines of equal potential and vector field of electric current densities in the near-anode region of a regular arc ( $T_s = 500$  K): 1 —  $\varphi = 2.5$ ; 2 — 2.25; 3 — 2.0; 4 — 1.75; 5 — 1.5; 6 — 1.25 V

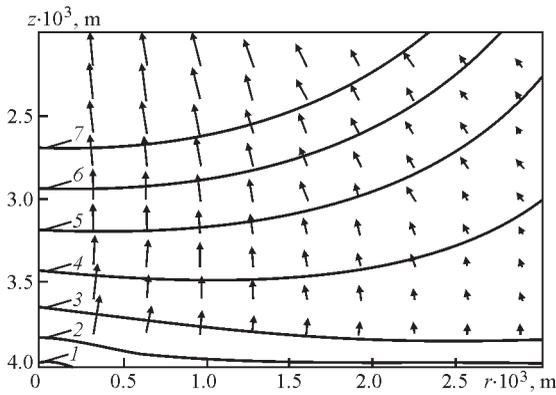


Fig. 25. Lines of equal potential and vector field of electric current densities in the near-anode region of an arc ( $T_s = 500 \text{ K}$ ), exposed to a laser beam of 1.5 kW power: 1 —  $\varphi = 3.0$ ; 2 — 2.5; 3 — 2.25; 4 — 2.0; 5 — 1.75; 6 — 1.5; 7 — 1.25 V

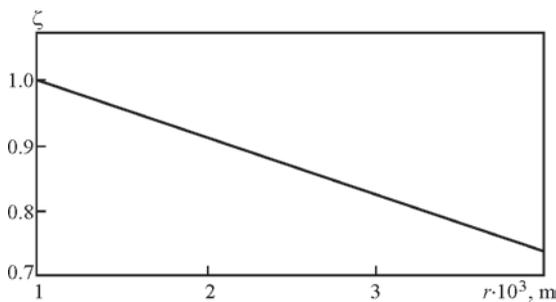


Fig. 26. Change of the laser beam attenuation coefficient in arc plasma along the arc length

the anode surface temperature for the selected parameters of the laser beam and arc.

The distribution of radiation intensity along the axis of the focused laser beam, interacting with the arc plasma, compared to the respective distribution for the initial beam, is shown in Fig. 27. Unlike a laser beam propagating in air (in absence of the arc), for propagation in arc plasma the intensity of the laser radiation on the beam axis  $S_0 = S(0, z)$  decreases as it approaches the anode surface.

As follows from the calculated dependencies given in Fig. 26, 27, the interaction of focused laser radiation with the arc plasma under the considered conditions is reduced, mainly thanks to the beam energy absorption by the plasma, with the role of its refraction in non-uniform arc plasma being insignificant. This is further shown in Fig. 28 by the dependence of the effective beam radius  $r_b(z)$ , determined at the distance from its axis at which the radiation intensity is equal to 1 % of the respective  $S(0, z)$  value. The effective radius of the laser beam, interacting with the plasma, practically does not differ from the initial beam radius in the respective section and does not depend on its power for the conditions considered in this work.

**Conclusions.** The results of the mathematical modelling of physical processes running in the plasma of the column and anode region of the argon

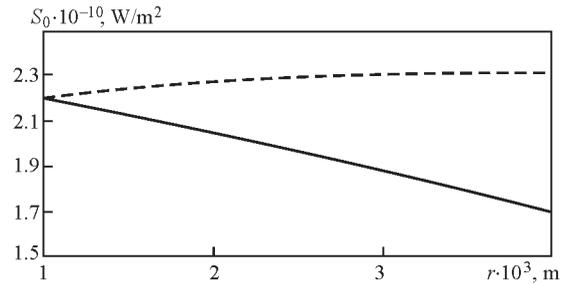


Fig. 27. Distribution of radiation intensity on the axis of a focused laser beam of 1500 W power, propagating in arc plasma (solid curve), and for the initial beam (dashed curve)

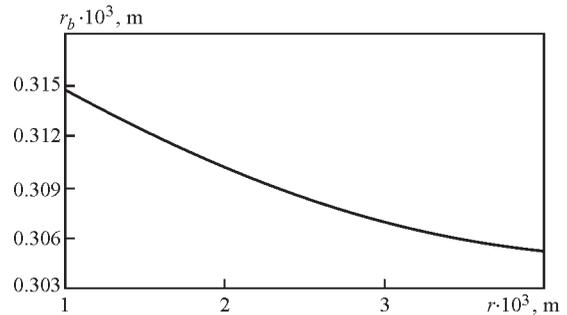


Fig. 28. Distribution of the effective radius of the laser beam along its length

arc with refractory cathode conducted in this study, demonstrated that when allowing for the anode material evaporation in the case of TIG welding, as well as for the impact of a focused laser beam on the arc in the case of hybrid (TIG +  $\text{CO}_2$  laser) welding, essential changes of the pattern of the electric current flowing in the near-anode arc plasma take place, compared to a regular arc with water-cooled (non-evaporating) anode. The cause for such an effect, leading to the variation of distributions of the current density (see Fig. 9, 20), and, therefore of the density of the arc heat flux on the anode surface (see Fig. 11, 21), is the dependence of anode potential drop  $U_a = -\varphi^0$  on the coordinate along the anode surface (see Fig. 10, 23), associated with an essential non-uniformity of the arc column plasma temperature along its boundary with the anode layer. Since the metal anode surface is practically equipotential, such a dependence leads to the appearance of the component of gradient of the electric potential, and of the electric current density, respectively, along the boundary of the arc column with the anode layer. In the case of evaporating anode, the above component of the current density is directed to the arc axis which leads to the lowering of  $j_a$  and, consequently, of  $q_a$  in the center of the arc anode binding region, making it a less concentrated source of thermal and electromagnetic impact on the anode, compared to an arc with non-evaporating anode. In hybrid (TIG +  $\text{CO}_2$  laser) welding the radial component of the electric current density on the anode layer boundary, on the contrary, is directed from the dis-

charge axis to its periphery which causes an increase of  $j_a$  and  $q_a$  in the center of the anode binding region, thus increasing the concentration of thermal and electromagnetic impact of the arc exposed to the focused laser beam, on the metal being welded.

It should be noted that in terms of metal penetration in TIG welding, the most important factor is the distribution of the electric current density on the weld pool surface, as it is exactly  $j_a(r)$  that determines the pattern of the current flowing in the metal being welded, and, accordingly, the Lorentz force, promoting an increase of penetration depth. For instance, in the case of hybrid (TIG + CO<sub>2</sub> laser) welding the increase of electric current density on the surface of the metal being welded, which is the result of the laser beam impact on the arc plasma, leads to an increase of the electromagnetic force, transporting overheated metal from the surface to the bottom of the weld pool, thus increasing the effectiveness of convective heat transfer (in-depth) of the melt, and penetration depth, respectively [34].

Finally, the non-uniformity of the anode potential drop along the anode surface predicted by mathematical modelling requires the determination of the integral (effective) value of the anode drop  $\langle U_a \rangle$ , which, in sum with the appropriately determined cathode drop  $\langle U_c \rangle$  and arc column voltage  $\langle U_p \rangle$  should yield the total arc voltage  $U = \langle U_c \rangle + \langle U_p \rangle + \langle U_a \rangle$ . As the potentials of the metal anode and the cathode surface can be considered constant with sufficient accuracy (owing to the high electric conductivity of metal), the arc voltage can be determined as the difference of potentials of anode and cathode surface, respectively, i.e.  $U = \varphi_a - \varphi_c$  can be assumed, where  $\varphi_a$ ,  $\varphi_c$  are the anode and cathode potentials, respectively. However, such a generally accepted definition of voltage as integrated electric characteristic of the arc discharge is not suitable for the calculation of the cathode and anode drops, since the plasma potential on the anode layer boundary  $\varphi_{ap} = \varphi^0$ , just like the plasma potential on the cathode layer boundary  $\varphi_{cp}$ , are variable along the  $\Gamma_{ap}$  and  $\Gamma_{cp}$  boundaries, separating the anode and cathode regions from the arc column.

Let us introduce the notion of effective voltage drop as an integrated electric characteristic of a current-conducting medium with nonisopotential boundaries. The electric current density in the arc column plasma is given by expressions (23) and the following balance relationship follows from equation  $\text{div } \vec{j} = 0$

$$\int_{\Omega} \frac{|\vec{j}|^2}{\sigma} dV = - \int_{\Gamma} \varphi_j^n dS, \quad (41)$$

where  $\Omega$  is the region taken up by the arc column plasma;  $\Gamma$  is its boundary;  $j_n$  is the projection of the

current density vector on the external normal  $\vec{n}$  to the  $\Gamma$  boundary. Let us represent the  $\Gamma$  boundary in the form of:  $\Gamma = \Gamma_{ap} + \Gamma_{cp} + \Gamma_{bp}$ , where  $\Gamma_{bp}$  is the part of the  $\Gamma$  boundary, through which no current flows ( $j_n|_{\Gamma_{bp}} = 0$ ). Then, from (41) we obtain

$$\int_{\Omega} \frac{|\vec{j}|^2}{\sigma} dV = \int_{\Gamma_{ap}} \varphi_j^n d\Gamma_{ap} - \int_{\Gamma_{cp}} \varphi_j^n d\Gamma_{cp}, \quad (42)$$

where  $\vec{n}' = -\vec{n}$ . The expression in left-hand part of (42) is the thermal power, evolving in the arc column. In accordance with the integral Joule–Lenz law, we will write:

$$\int_{\Omega} \frac{|\vec{j}|^2}{\sigma} dV = I \langle U_p \rangle,$$

where  $\langle U_p \rangle$  will be taken to be the mean effective voltage drop on the arc column,

$$\langle U_p \rangle = \frac{1}{I} \int_{\Omega} \frac{|\vec{j}|^2}{\sigma} dV.$$

Since the  $\Gamma_{ap}$  and  $\Gamma_{cp}$  surfaces are nonisopotential, we will introduce for them the notions of effective values of the  $\Phi_{ap}$  and  $\Phi_{cp}$  potentials as follows:

$$\Phi_{ap} = \frac{1}{I} \int_{\Gamma_{ap}} \varphi_j^n d\Gamma_{ap}, \quad \Phi_{cp} = \frac{1}{I} \int_{\Gamma_{cp}} \varphi_j^n d\Gamma_{cp}. \quad (43)$$

Then from (42) the voltage drop across the arc column can be defined as the difference of the effective values of the  $\Phi_{ap}$  and  $\Phi_{cp}$  potentials, i.e.  $\langle U_p \rangle = \Phi_{ap} - \Phi_{cp}$  can be taken. We will use (43) to determine the effective anode  $\langle U_a \rangle$  and cathode  $\langle U_c \rangle$  drops in the form of:  $\langle U_a \rangle = \varphi_a - \Phi_{ap}$ ,  $\langle U_c \rangle = \Phi_{cp} - \varphi_c$ . Within these definitions, we can obtain a standard expression for the arc voltage as the sum of voltage drops in the individual regions of the arc discharge:

$$U = \langle U_c \rangle + \langle U_p \rangle + \langle U_a \rangle, \quad (44)$$

where it should be borne in mind that the effective anode voltage drop is negative.

Within the terms introduced for the effective values of voltage drops, the summary balance of powers of the arc discharge components can be written similar to (46):

$$P = \langle P_c \rangle + \langle P_p \rangle + \langle P_a \rangle, \quad (45)$$

where  $P = IU$ ,  $\langle P_c \rangle = I \langle U_c \rangle$ ,  $\langle P_p \rangle = I \langle U_p \rangle$ ,  $\langle P_a \rangle = I \langle U_a \rangle$ . Note that the thermal power evolving in the column and near-cathode region of the arc is higher than  $IU$  by the value  $|\langle P_a \rangle|$ , consumed for maintaining the arc anode region.

The whole numerical analysis of distributed and integrated characteristics of the near-anode plasma of the welding arc in TIG and hybrid (TIG + CO<sub>2</sub> laser) welding of steel in argon atmosphere, performed in this work, leads to the following conclusions:

1. In the case of TIG welding, the influence of evaporated anode metal on the arc column plasma characteristics is manifested only in a thin (up to 0.5 mm) layer, adjacent to the anode region. In regards to the arc plasma characteristics in the rest of the arc column, they practically do not change, compared to the arc running to water-cooled (non-evaporating) anode.

2. The evaporation of the metal being welded leads to a significant restructuring of spatial distributions of the near-anode plasma characteristics of the welding arc with refractory cathode, as well as characteristics of its thermal and electromagnetic interaction with the weld pool metal. In particular, with an increase of the molten metal surface temperature in the center of the arc anode binding region, the electric current density on its surface and the density of heat flux applied by the arc, decrease. Alongside, melt energy losses for evaporation lead to the lowering of effectiveness of the heating of the metal being welded by the arc.

3. As a result of additional local heating of the arc plasma by a focused laser beam in hybrid (TIG + CO<sub>2</sub> laser) welding, the arc column forms a high-temperature region localized near the beam axis, in which the maximum plasma temperature increases with an increase of laser radiation power.

4. The electric potential redistribution in the near-anode plasma of the arc with refractory cathode, caused by a variation of spatial distribution of its temperature under the impact of focused laser radiation, leads to an essential increase of electric current density as well as density of heat flux on the anode surface, making such a discharge a more highly-concentrated source of thermal and electromagnetic impact on the metal being welded.

5. The effect of contraction of the near-anode zone of the arc in hybrid (TIG + CO<sub>2</sub> laser) welding predicted by the computational experiment can lead to an essential increase of the Lorenz force transporting the overheated metal from the center of the arc anode binding region on the weld pool surface to its bottom that should lead to increase of the share of power of used heat sources, consumed for melting of the metal being welded.

**Acknowledgement.** This work was carried out with the financial support of the German Research Foundation DFG RE-2755/20-1 «Self-consistent model for Laser-TIG and Laser-Plasma hybrid welding in heat transfer mode». The authors wish to express their thanks for this funding.

1. K.C. Hsu, K. Etemadi, E. Pfender: «Study of the free-burning high-intensity argon arc», *J. of Appl. Phys.*, Vol. 54, No. 3, pp. 1293–1301, 1983.

2. K.C. Hsu, K. Etemadi, E. Pfender: «Two-temperature modeling of the free-burning high-intensity arc», *J. of Appl. Phys.*, Vol. 54, No. 8, pp. 4359–4366, 1983.
3. V. Engelsht, V. Gurovich, G. Desyatkov, et al.: «Low temperature plasma», Novosibirsk: Nauka, Vol. 1. Theory of the electric arc column, 1990
4. P. Zhu, J.J. Lowke, R. Morrow, et al.: «Prediction of anode temperatures of free burning arcs», *J. Phys. D: Appl Phys.*, Vol. 28, pp. 1369–1376, 1995.
5. J. Jenista, J.V.R. Heberlein, E. Pfender: «Numerical model of the anode region of high-current electric arcs», *IEEE Trans. on Plasma Science*, Vol. 25, No. 5, pp. 883–890, 1997.
6. J.J. Lowke, R. Morrow, J. Haidar: «A simplified unified theory of arcs and their electrodes», *J. Phys. D: Appl. Phys.*, Vol. 30, pp. 2033–2042, 1997.
7. J. Haidar: «Non-equilibrium modeling of transferred arcs», *J. Phys. D: Appl. Phys.*, Vol. 32, pp. 263–272, 1999.
8. L. Sansonnets, J. Haidar, J.J. Lowke: «Prediction of properties of free burning arcs including effects of ambipolar diffusion», *J. Phys. D: Appl. Phys.*, Vol. 33, pp. 148–157, 2000.
9. P. Seyffarth, I. Krivtsun: «Laser-arc processes and their applications in welding and material treatment (Welding and Allied Processes)», London: Taylor and Francis Books, Vol. 1, 2002.
10. H.G. Fan, R. Kovacevic: «A unified model of transport phenomena in gas metal arc welding including electrode, arc plasma and molten pool», *J. Phys. D: Appl. Phys.*, Vol. 37, pp. 2531–2544, 2004.
11. H. Nishiyama, T. Sawada, H. Takana, et al.: «Computational simulation of arc melting process with complex interactions», *ISIJ International*, Vol. 46, No. 5, pp. 705–711, 2006.
12. J. Hu, H.L. Tsai: «Heat and mass transfer in gas metal arc welding. Part I: The arc», *Int. J. of Heat and Mass Transfer*, Vol. 50, pp. 833–846, 2007.
13. M. Masquere, P. Freton, J.J. Gonzalez: «Theoretical study in two dimensions of the energy transfer between an electric arc and an anode material», *J. Phys. D: Appl. Phys.*, Vol. 40, pp. 432–446, 2007.
14. L. He-Ping, M.S. Benilov: «Effect of a near-cathode sheath on heat transfer in high-pressure arc plasmas», *J. Phys. D: Appl. Phys.*, Vol. 40, pp. 2010–2017, 2007.
15. M. Tanaka, K. Yamamoto, S. Tashiro, et al., *Welding in the World*, Vol. 52, No. 11/12, pp. 82–88, 2008.
16. B. Murphy Anthony: «The effects of metal vapour in arc welding», *J. Phys. D: Appl. Phys.*, Vol. 43, p. 434001, 2010.
17. M.S. Benilov: «Understanding and modelling plasma-electrode interaction in high-pressure arc discharges: a review», *J. Phys. D: Appl. Phys.*, Vol. 41, p. 144001, 2008.
18. B.Ya. Mozhzhes, V.A. Nemchinsky: «To the theory of high-pressure arc at refractory cathode», *Zhurnal tekhnicheskoi fiziki (RU) — Journal of technical physics*, Vol. 42, No. 5, pp. 1001–1009, 1972.
19. B.Ya. Mozhzhes, V.A. Nemchinsky: «To the theory of high-pressure arc at refractory cathode II'», *Zhurnal tekhnicheskoi fiziki (RU) — Journal of technical physics*, Vol. 43, No. 11, pp. 2309–2317, 1973.
20. M.F. Zhukov, N.P. Kozlov, A.V. Pustogarov, et al.: «Near-electrode processes in arc discharges», Novosibirsk: Nauka, 1982.
21. J. Wendelstorf, G. Simon, I. Decker, et al.: «Investigation of cathode spot behaviour of atmospheric argon arcs by mathematical modeling», *Proc. of the 12th Int. Conf. on Gas Discharges and their Applications, Germany, Greifswald*, Vol. 1, pp. 62–65, 1997.
22. N.A. Almeida, M.S. Benilov, G.V. Naidis: «Unified modelling of near-cathode plasma layers in high-pressure arc discharges», *J. Phys. D: Appl. Phys.*, Vol. 41, p. 245201, 2008.

23. Ch.J. Knight: «Theoretical modeling of rapid surface vaporization with back pressure», *AIAA Journal*, Vol. 17, No. 5, pp. 519–523, 1979.
24. I. Krivtsun, V. Demchenko, I. Krikent: «Model of the processes of heat, mass and charge transfer in the anode region and column of the welding arc with refractory cathode», *The Paton Welding Journal*, No. 6, pp. 2–9, 2010.
25. I. Krivtsun: «Model of evaporation of metal in arc, laser and laser-arc welding», *The Paton Welding Journal*, No. 3, pp. 2–9, 2001.
26. K.C. Hsu, K. Etemadi, E. Pfender, et al.: «A numerical modeling of an electric arc and its interaction with the anode: Part I. The two-dimensional model», *J. Phys. D: Appl. Phys.*, Vol. 37, pp. 883–897, 2004.
27. K. Yamamoto, M. Tanaka, S. Tashiro, et al.: «Metal vapour behaviour in thermal plasmas of gas tungsten arcs during welding», *Sci. Technol. Weld. Join*, Vol. 13, pp. 566–572, 2008.
28. J. Mougnot, J.J. Gonzalez, P. Freton et al.: «Plasma-weld pool interaction in tungsten inert-gas configuration», *J. Phys. D: Appl. Phys.*, Vol. 46, p. 135206, 2013.
29. I. Krikent, I. Krivtsun, V. Demchenko: «Simulation of electric arc with refractory cathode and evaporating anode», *The Paton Welding Journal*, No. 9, pp. 17–24, 2014.
30. W.M. Steen, M. Eboo: «Arc augmented laser welding», *Metal Construction*, Vol. 11, No. 7, pp. 332–335, 1979.
31. W.M. Steen: «Arc augmented laser processing of materials», *J. of Appl. Phys.*, Vol. 51, No. 11, pp. 5636–5641, 1980.
32. T.P. Dlebold, C.E. Albright: «Laser-GTA» welding of aluminum alloy 5052», *Welding J.* Vol. 63, No. 6, pp. 18–24, 1984.
33. J. Wendelstorf, I. Decker, H. Wohlfahrt: «Laser-enhanced gas tungsten arc welding (laser-TIG)», *Weld. World*, Vol. 34, pp. 395–396, 1994.
34. I. Krivtsun, I. Krikent, V. Demchenko, et al.: «Interaction of CO<sub>2</sub>-laser beam with electric arc plasma in hybrid (laser-arc) welding», *The Paton Welding Journal*, No. 3-4, pp. 6–15, 2015.
35. V.A. Nemchinsky, L.N. Perets: «Near-anode layer of high-pressure high-current arc», *Zhurnal tekhnicheskoi fiziki (RU) — Journal of technical physics*, Vol. 47, No. 9, pp. 1868–1875, 1977.
36. H.A. Dinulescu, E. Pfender: «Analysis of the anode boundary layer of high intensity arcs», *J. of Appl. Phys.*, Vol. 51, No. 6, pp. 3149–3157, 1980.
37. G. Dyuzhev, V. Nemchinsky, S. Shkolnik, et al.: «Anode processes in high-current arc discharge», *Khimiya Plazmy*, No. 10, pp. 169–209, 1983.
38. N.A. Sanders, E. Pfender: «Measurement of anode falls and anode heat transfer in atmospheric pressure high intensity arcs», *J. of Appl. Phys.*, Vol. 55, No. 3, pp. 714–722, 1984.
39. F.G. Baksht, G.A. Dyuzhev, N.K. Mitrofanov, et al.: «Probe measurements in low temperature dense plasma at high ionization degrees», *Zhurnal tekhnicheskoi fiziki (RU) — Journal of technical physics*, Vol. 43, No. 12, pp. 2574–2583, 1973.
40. F.F. Chen: «Electric Probes», *Plasma Diagnostic Techniques*, ed. R.H. Huddelstone, and S.L. Leonard, Academic Press, New York, pp. 113–200, 1965.
41. I. Krivtsun, V. Demchenko, A. Lesnoi, et al.: «Understanding and modelling plasma-electrode interaction in high-pressure arc discharges: a review», *Science and Technology of Welding and Joining*, Vol. 10, No. 6, pp. 457–462, 2010.
42. H.R. Griem: «High-density correction in plasma spectroscopy», *Phys. Rev.*, Vol. 128, pp. 997–1001, 1962.
43. I.V. Krikent, I.V. Krivtsun, V.F. Demchenko: «Modelling of processes of heat-, mass- and electric transfer in column and anode region of arc with refractory cathode», *The Paton Welding Journal*, No. 3, pp. 2–6, 2012.
44. M.I. Boulos, P. Fauchais, E. Pfender: «Thermal plasmas: Fundamentals and applications», New York and London: Plenum Press, Vol. 1, 1997.
45. P. Poritsky, I. Krivtsun, V. Demchenko, et al.: «On the application of the theory of Lorentzian plasma to calculation of transport properties of multicomponent arc plasmas», *Eur. Phys. J. D.*, Vol. 57, pp. 77–85, 2010.
46. I.I. Lyashko, V.F. Demchenko, S.A. Vakulenko: «Version of the method of splitting equations of incompressible viscous fluid dynamics on Lagrangian-Eulerian networks», *Doklady AN UkrSSR, Series A*, No. 7, pp. 43–47, 1981.
47. V.F. Demchenko, A.B. Lesnoj: «Lagrangian-Eulerian method of numerical solution of multidimensional problems of convective diffusion», *Dopovidi NANU*, No. 11, pp. 71–75, 2000.

### 1.1.25. МЕТОДИКА ВОССТАНОВЛЕНИЯ РАСПРЕДЕЛЕНИЯ ПЛОТНОСТИ ЭЛЕКТРИЧЕСКОГО ТОКА В АНОДНОМ ПЯТНЕ ДУГИ С ТУГОПЛАВКИМ КАТОДОМ ПО ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНЫМ ДАННЫМ, ПОЛУЧЕННЫМ МЕТОДОМ РАЗРЕЗНОГО АНОДА\*

В.Ф. ДЕМЧЕНКО, У. БОИ, И.В. КРИВЦУН, А.В. ЛИХОШВА, В.Н. СИДОРЦ, Д.В. КОВАЛЕНКО, И.В. КОВАЛЕНКО, А.Г. ПАВЛОВ

**Введение.** Метод разрезного (секционированного) анода является достаточно распространенным инструментом для экспериментального исследования распределения плотности электрического тока на аноде дуги с тугоплавким катодом. Идея метода состоит в измерении тока дуги в одной из секций разрезного анода как функции расстояния оси горелки до щели, электрически разделяющей секции анода. Возможны различные модификации этого метода, например, щелевой, электрически изолированный от анода, датчик тока, или соответствующий стержневой датчик малого диаметра [1]. Каждый из перечисленных вариантов метода секционированного анода имеет свои преимущества и недостатки. Стержневой датчик тока позволяет непосредственно получать сведения о распределении плотности тока в анодном пятне. Для этого достаточно разделить измеренный датчиком ток на площадь сечения стержневого датчика — полученное значение соответствует средней по указанной площади плотности электрического тока, определенной для данного расстояния от оси дуги до датчика. При таком подходе к измерению плотности тока на аноде могут возникать погрешности, связанные с несколькими причинами: 1) невозможно точно позиционировать горелку так, чтобы центр анодного пятна приходился на центр стержневого датчика тока; 2) электрические потенциалы на датчике и остальной поверхности анода могут существенно различаться, что приведет к перераспределению плотности тока на поверхности такого анода. Два других способа (щелевой датчик тока и, собственно, разрезной анод) позволяют экспериментально получать лишь косвенные данные, которые требуется соответствующим образом обработать, чтобы трансформировать результаты этих измерений в ради-

альное распределение плотности электрического тока дуги на аноде. Задача обработки получаемых таким образом экспериментальных данных сопряжена с целым рядом трудностей. Существующие подходы к обработке данных, измеренных методом разрезного анода, и возникающие при этом вычислительные проблемы обсуждаются ниже.

Целью настоящей статьи является описание методики цифровой регистрации сигналов тока по секциям разрезного анода, а также анализ нового подхода к их обработке, который применялся для восстановления распределения плотности электрического тока на аноде.

**Теория разрезного анода и методика проведения эксперимента.** Введем следующие обозначения (рис. 1):  $I_0$  — ток дуги;  $x$  — расстояние от оси дуги до щели, электрически изолирующей секции анода A1 и A2;  $R$  — радиус области анодной привязки дуги;  $\Omega$  — сегмент в круге радиуса  $R$ .

В предположении о радиальной симметрии распределения плотности электрического тока на поверхности анода выражение для тока  $I(x)$ , протекающего через сегмент  $\Omega$  в аноде A2, можно записать в виде [2]

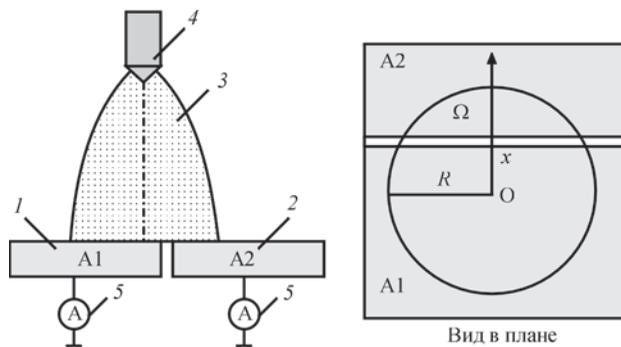


Рис. 1. Схема разрезного анода: 1, 2 — секции разрезного анода; 3 — дуга; 4 — тугоплавкий катод, 5 — измерители тока

\*Сб. тр. Восьмой Межд. конф. «Математическое моделирование и информационные технологии в сварке и родственных процессах» (19–23 сент. 2016 г., Одесса, Украина). — 2016. — С. 21–28.

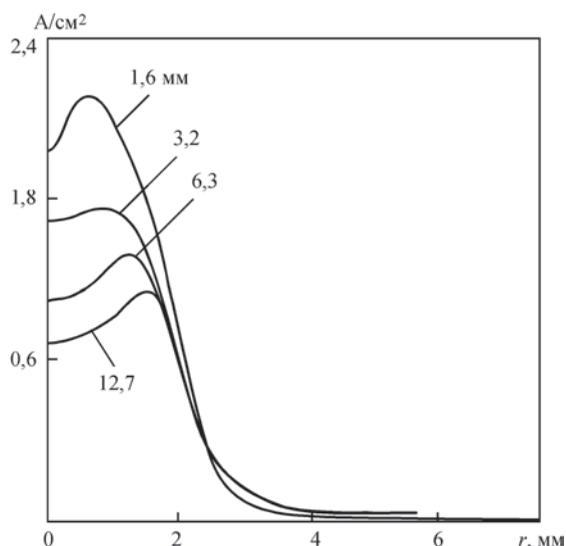


Рис. 2. Распределение плотности тока на аноде, данные О. Н. Nestor [2]: (дуга с тугоплавким катодом и водоохлаждаемым медным анодом, горящая в среде  $Ar + 8,6\% H_2$ , ток дуги 200 А, цифры возле кривых — длина дуги)

$$I(x) = 2 \int_x^R j(r) r \arccos \frac{x}{r} dr. \quad (1)$$

Уравнение (1) есть уравнение типа Абеля, в котором  $j(r)$  есть подлежащая определению плотность электрического тока. Это уравнение имеет точное решение

$$j(r) = \frac{1}{\pi} \int_r^R \frac{d^2 I(x)}{dx^2} \frac{1}{\sqrt{x^2 - r^2}} dx. \quad (2)$$

Следует отметить, что интеграл в правой части (2) при  $x = r$  имеет интегрируемую особенность. Таким образом, для определения плотности тока необходимо экспериментально определить функцию  $I(x)$ , найти ее вторую производную  $I''(x)$  и вычислить интеграл в правой части (2). Заметим, что при вычислении по формуле (2) априорных сведений о размере токового канала на аноде не требуется: величину  $R$  достаточно положить настолько большой, чтобы через круг радиуса  $R$  протекала подавляющая часть тока  $I_0$ .

Задача обработки экспериментальных данных, базирующаяся на интегральном уравнении Абеля (1) и его решении (2), является идеализированной в следующем смысле: в (2) предполагается, что функция  $I(x)$  является дважды непрерывно дифференцируемой, причем такой, что  $I''(0) = 0$  (условие, вытекающее из радиальной симметрии распределения плотности тока). При измерении тока методом разрезного анода в условиях реального эксперимента эти требования, накладываемые на функцию  $I(x)$ , не выполняются: вместо гладкой функции  $I(x)$  экспериментально находится некоторая возмущенная функция  $I_\delta(x)$ , не имеющая, вообще говоря, никакой гладкости. При измерении

тока на одной из секций анода возмущения функции  $I(x)$  обуславливаются неконтролируемыми ошибками различного происхождения, которые будут рассмотрены ниже. Это требует первичной обработки результатов измерения для подавления шумов. Независимо от способа фильтрации шумов результатом фильтрации является некоторая функция дискретного аргумента, которую требуется численно дважды дифференцировать чтобы воспользоваться решением (2). Известно, что оператор численного дифференцирования является неограниченным, что порождает проблему устойчивого восстановления второй производной от функции дискретного аргумента. Наконец, третья проблема состоит в неустойчивости самого интегрального уравнения Абеля. Это означает, что небольшие возмущения в измеренных (обработанных) данных могут приводить к существенному искажению искомого распределения плотности тока. Достоверность и качество обработки экспериментальных данных зависит от того, насколько адекватно преодолены указанные проблемы. Например, в работе [2] распределение плотности тока в приосевой зоне содержит «площадки» или экстремумы (рис. 2), что не характерно для горения дуги на водоохлаждаемом аноде. Подобное распределение плотности тока может иметь место, например, на испаряющемся аноде [3].

В [4] проведен детальный анализ различных подходов к восстановлению плотности тока в анодном пятне путем обработки результатов измерений тока в секциях разрезного анода. Эти подходы, которые в том или ином виде базируются на интегральном уравнении Абеля, (1) сводятся к следующему:

- 1) обработка (сглаживание) исходных экспериментальных данных и восстановление функции  $j(r)$  по методике, описанной в работе [5];
- 2) непосредственное численное дифференцирование обработанных данных для вычисления второй производной с последующим численным вычислением интеграла в правой части (2);
- 3) аналитическое вычисление второй производной, исходя из полиномиальной аппроксимации обработанных данных;
- 4) численное решение уравнения Абеля (1) путем аппроксимации интеграла в (1) конечными суммами и нахождением распределения плотности тока в точках сетки из решения системы линейных алгебраических уравнений.

В работе [4] отмечается, что использование этих подходов приводит к немонотонным (с различной степенью осцилляции решения) распределениям плотности тока, которые плохо соответствуют фи-

зической реальности. Авторами [4] предложена методика, позволяющая избежать указанных недостатков. Эта методика сводит задачу численного решения интегрального уравнения к задаче минимизации некоторого функционала при наличии дополнительных ограничений, накладываемых на решение. В качестве таких ограничений используется балансное соотношение  $I(0) = 0,5I_0$ , а также постулируется, что  $j(r)$  есть монотонно убывающая функция, удовлетворяющая условию  $j'(0) = 0$ . Эти требования исключают в расчетной зависимости  $j(r)$  появление локальных максимумов, однако не гарантирует их отсутствие в производной  $j'(r)$ , что и наблюдается в расчетах, проведенных в [4].

Еще один подход к обработке данных измерений с помощью разрезного анода базируется на априорном задании закона распределения в виде некоторой функции с неопределенными параметрами, которые находятся с использованием измеренных экспериментальных данных. В большинстве случаев [6–8] распределение плотности тока постулируется в виде нормального распределения, а подлежащими определению параметрами в этом случае выступают плотность тока на оси области анодной привязки дуги и коэффициент сосредоточенности. Наиболее полно этот подход освещен в работе [9], где рассмотрены различные варианты функции распределения плотности тока, в том числе при отсутствии осевой симметрии. При всей простоте метода обработки данных эксперимента путем априорного задания закона распределения плотности тока он имеет тот существенный недостаток, что исходит из гипотетических предположений, которые для реального объекта могут не иметь места.

Теоретически наиболее обоснованным является метод, базирующийся на решении уравнения Абея, однако, как показано в [4], такой подход требует достаточно сложной математической обработки экспериментальных данных. Настоящая статья посвящена изложению методики обработки, которая позволяет преодолевать некоторые из указанных выше проблем. Ранее подобная методика использовалась в [10] для восстановления плотности тока в анодном пятне на цилиндрическом аноде при воздействии на него электронного луча, генерируемого кольцевым катодом.

Для проведения измерения и регистрации экспериментальных данных, получаемых методом разрезного анода, был разработан компьютеризированный стенд (рис. 3), который содержал три датчика тока ( $Дик$ ,  $Диа1$ ,  $Диа2$ ), измеряющие соответственно катодный ток и токи, проходящие через секции  $A1$ ,  $A2$  разрезного анода; датчик,

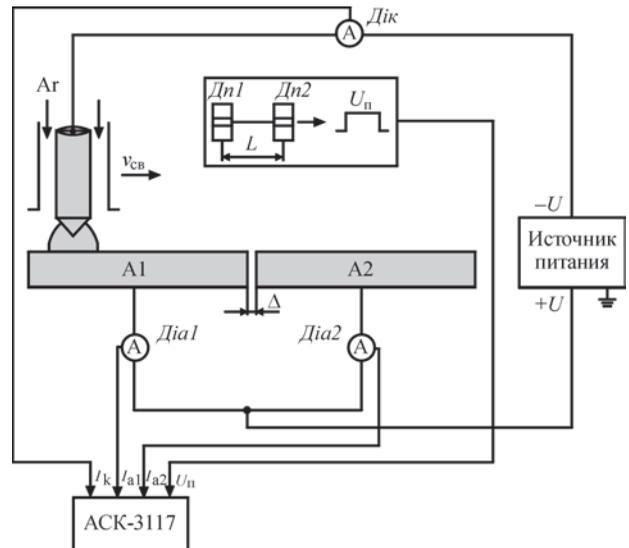


Рис. 3. Схема компьютеризированного измерительного стенда регистрирующий время прохождения сварочной горелкой некоторого заданного расстояния  $L$  между метками  $Дн1$  и  $Дн2$  (служит для прецизионного определения скорости сварки). Аналоговый сигнал от каждого из датчиков подавался на аналого-цифровой преобразователь АСК-3117, результаты измерений в цифровом виде (130000 записей по каждому датчику) накапливались в памяти ПК. Скорость сварки определялась путем деления расстояния между метками на время его прохождения горелкой. Для определения «нулей» тока записи показаний датчиков начинались до включения источника питания и продолжались некоторое время после его выключения. Характерная осциллограмма измеренных записей четырех датчиков представлена на рис. 4.

**Первичная обработка зашумленных данных.** Рассмотрим результаты измерения тока на аноде  $A1$  в актуальном диапазоне спадающего тока. Как следует из рис. 5, измеренные данные являются сильно зашумленными. Возникновение шумов обусловлено несколькими причинами.

При проведении данного эксперимента наибольший вклад в создание шумов вносил нестабилизированный источник питания, который генерировал переменный ток в виде «обрезанной» синусоиды с частотой модуляции 300 Гц и амплитудой около 20 А при средней величине тока 100 А. При прохождении горелки через щель ток, протекающий через анод  $A1$  снижается, что приводит к уменьшению амплитуды модуляции. Отметим, что при частоте модуляции тока 300 Гц и выше в силу инерционности тепловых и газо(гидро)динамических процессов в дуговой плазме и в свариваемом металле их протекание определяется лишь средним за один период модуляции распределением плотности тока на аноде (плотности те-

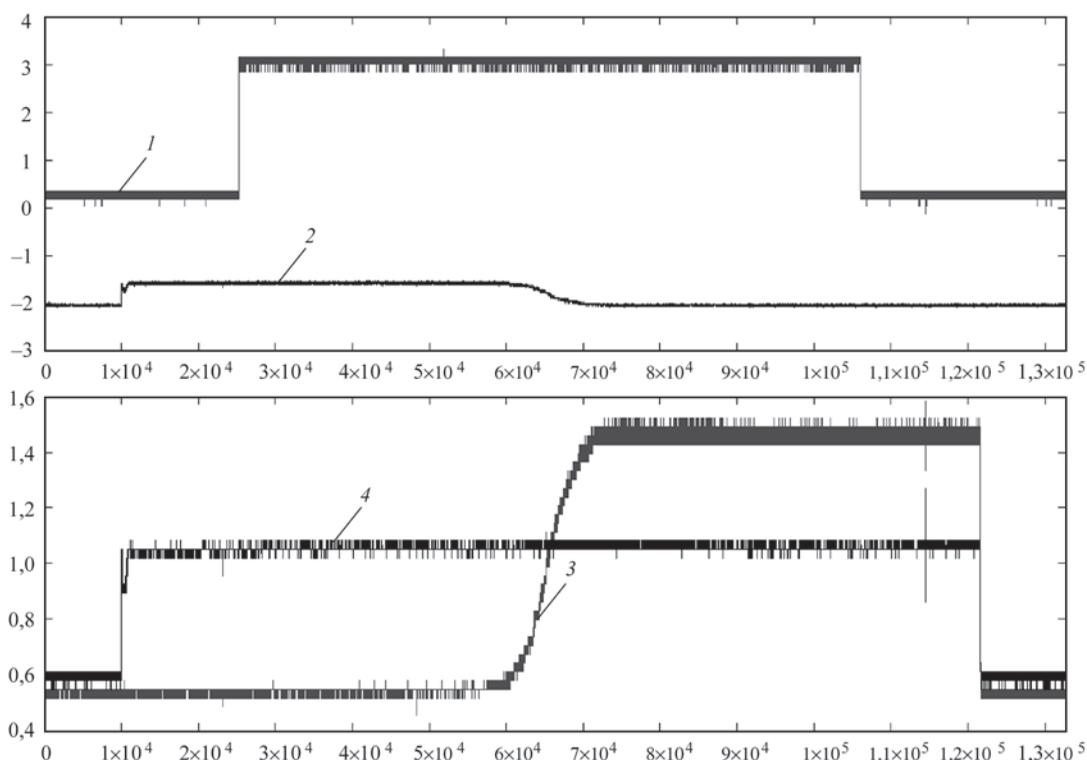


Рис. 4. Осциллограммы сигналов датчиков: 1 — датчик положения горелки; 2, 3 — датчики тока в секциях анода А1, А2; 4 — датчик тока в цепи катода

плового потока в анод). В связи с этим при сварке с высокочастотной импульсной модуляцией тока достаточно определять эффективное распределение плотности тока на аноде, исходя из средней величины тока на аноде А1 (или А2), изменяющегося во времени при перемещении горелки через щель. Таким образом, возникает проблема усреднения тока, полученного методом разрезного анода.

Нестабилизированный источник питания вносит в измеренный ток шум, который можно отнести к разряду детерминированных. Другие источники шума создают шум стохастической природы. Одним из источников такого шума является аналого-цифровой преобразователь, который генерирует случайные возмущения измеряемого тока, по величине сопоставимых с амплитудой тока не-

стабилизованного источника питания. На рис. 5 они проявляются в виде отдельных пиков, хаотически разбросанных по шкале времени. Погрешности, которые вносит собственно сам датчик тока и которые по его паспортным характеристикам не превышают 1 % измеряемого тока, являются наименее значимыми в формировании зашумленных данных. Отделить в массиве измеренных данных детерминированный шум от стохастического не представляется возможным. Поэтому при обработке зашумленных данных (см. рис. 5) будем исходить из суммарного шума, создаваемого различными источниками.

При обработке измеренного тока  $I(x)$  рассматривались различные методы фильтрации шумов: метод скользящего среднего (линейная фильтрация); скользящая кусочно-линейная интерполяция методом наименьших квадратов; алгоритм ближайших соседей. Метод скользящей среднеквадратичной интерполяции является некоторым усовершенствованием метода скользящего среднего. Он состоит в следующем. Пусть  $Y = \{t_i, I_{\delta}(t_i), i = \overline{1, M}\}$  — массив данных, содержащий измеренный ток  $I_{\delta}(t_i)$  в моменты времени  $t_i$ , соответствующие положениям горелки в точках  $x_i$ . Выберем из этого массива  $2N$  последовательных записей  $Y_s = \{t_i, I_{\delta}(t_i), i = s - N, s + N\}$  и на интервале времени  $t \in [t_{s-N}, t_{s+N}]$  методом наименьших квадратов аппроксимируем измеренные данные ли-

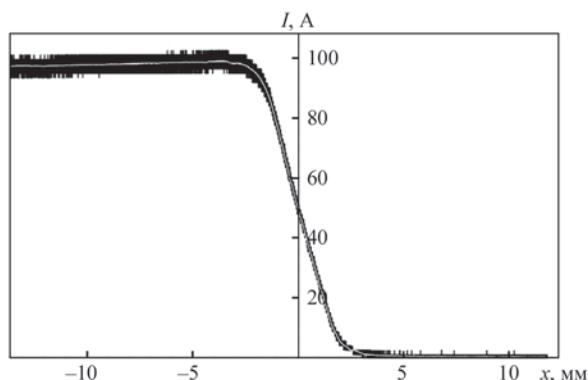


Рис. 5. Осциллограмма тока, измеренного на секции А1 разрезного анода

нейной функцией  $\tilde{I}_s(t) = a_s t + b_s$ . В качестве отфильтрованного значения измеренных данных будем на этом интервале принимать  $\tilde{I}_s = a_s t_s + b_s$ , т.е. значение линейной функции в средней точке выбранного интервала. Если таким образом последовательно обработать данные массива  $Y$  для  $s = \overline{1, K}$  интервалов интерполяции ( $K = \frac{M}{2N}$ ), то получим массив отфильтрованных данных  $\tilde{Y} = \{t_s, \tilde{I}(t_s), s = \overline{1, K}\}$ , который будем использовать при восстановлении плотности тока, исходя из решения интегрального уравнения Абеля. При проведении расчетов длина скользящего массива данных  $Y_s$  и количество точек смещения варьировалась. Фильтрация шумов указанным методом дала сходные результаты — осцилляции тока, присущие исходной записи, были устранены. График отфильтрованных данных представляется (см. кривую белого цвета на рис. 5) в виде «гладкой» линии (на самом деле — отфильтрованные данные есть функция дискретного аргумента). Длина скользящего массива в выбранном диапазоне не оказала существенного влияния на количественные характеристики отфильтрованных данных.

**Восстановление плотности тока.** Фактически в выражении (1) используется лишь половина данных по измеренному на секциях анода А1 или А2 тока, а именно, — т.е., для которых  $I_\delta(x) \leq 0,5I_0$ . Для вычисления второй производной в подынтегральном выражении формулы (2) вместо исходного массива записей зашумленных токов  $I_\delta(x_s)$  будем использовать массив  $\tilde{I}(x_s)$  отфильтрованных токов, т.е. положим  $I_\delta(x_s) = \tilde{I}(x_s)$ .

Обратимся к проблеме вычисления второй производной от этой функции. В [11] описан алгоритм устойчивого восстановления производной от дискретной функции, заданной с погрешностью  $\delta$ . В принципиальном плане этот алгоритм исходит из метода регуляризации некорректно поставленных задач, предложенного А. Н. Тихоновым [12]. В [13] методика работы [11] была обобщена для более широкого класса функций. Сущность этой методики состоит в следующем. Пусть  $I(x)$  — достаточно гладкая функция, определенная на некотором отрезке  $-L \leq x \leq L$ ,  $I_\delta(x) = I(x) + \Delta(x)$  — возмущенная функция, в которой возмущения  $\Delta x$  не имеют никаких свойств гладкости и  $\|\Delta(x)\|_{L_2} \leq \delta$ . Следовательно,  $\|I_\delta(x) - I(x)\|_{L_2} < \delta$ . Функции  $I_\delta(x)$  поставим в соответствие усредненную на отрезке  $[x - \alpha, x + \alpha]$  функцию

$$I_{\delta, \alpha}(x) = \int_{x-\alpha}^{x+\alpha} I_\delta(\tau) \omega_\alpha(x, \tau) d\tau.$$

Ядро усреднения  $\omega_\alpha(x, \tau)$

зададим в виде [11]  $\omega_\alpha(x, \tau) = \frac{C_0}{\alpha} \exp\left(\frac{(x-\tau)^2}{(x-\tau)^2 - \alpha^2}\right)$ .

Функция  $\omega_\alpha(x, \tau)$  на интервале  $(x - \alpha, x + \alpha)$  является бесконечно дифференцируемой и финитной вместе со всеми своими производными, т.е.

$\lim_{\tau \rightarrow x \pm \alpha} \omega_\alpha(x, \tau) = 0$ . Константа  $C_0$  выбрана так, что усреднение постоянной функции совпадает с ее значением. Приближенная производная 2-го порядка от функции  $I_\delta(x)$  отождествляется с производной от функции  $I_{\delta, \alpha}(x)$  и вычисляется по формуле

$$\frac{d^2 I_{\delta, \alpha}}{dx^2} = \int_{x-\alpha}^{x+\alpha} \rho(x, \tau) I_\delta(\tau) d\tau, \quad (3)$$

где

$$\rho(x, \tau) = \frac{d^2 \omega_\alpha}{dx^2} = -\frac{2\alpha C_0 \exp\left(\frac{(x-\tau)^2}{(x-\tau)^2 - \alpha^2}\right) [\alpha^4 - 3(\tau-x)^4]}{[\alpha^2 - (x-\tau)^2]^4}.$$

При таком способе вычисления приближенных производных используется переброска производной от недифференцируемой функции  $I_\delta(x)$  на финитное ядро усреднения  $\omega_\alpha(x, \tau)$ , так что при вычислении по формуле (3) достаточно знать лишь измеренную функцию  $I_\delta(x)$ .

Проиллюстрируем вычисление второй производной от функции дискретного аргумента на следующем тестовом примере. Зададим функцию  $I(x)$  в виде  $I(x) = 0,5[1 - \text{erf}(x)]$ ;  $-4 \text{ мм} < x < 4 \text{ мм}$ , где  $\text{erf}(x)$  — интеграл вероятности. Характер изменения функции  $I(x)$ , заданной в таком виде, сходен с отфильтрованной зависимостью тока на аноде А1 (см. рис. 5), нормированной на максимальное значение тока, а интервал изменения  $x$  близок к экспериментальному. На рис. 6 приведены графики второй производной:  $I''(x)$  — точная производная,  $I''_\alpha(x)$  — приближенная производная, вычисленная по формуле (3) при  $\alpha = 0,54 \text{ мм}$ . Как видно из рисунка, точная и приближенная производная при данном значении параметра  $\alpha$  достаточно хорошо согласуются, а при  $\alpha = 0,04 \text{ мм}$  зависимости  $I''(x)$  и  $I''_\alpha(x)$  графически неразличимы.

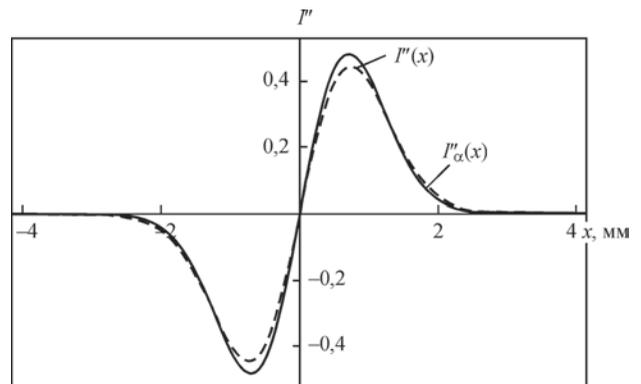


Рис. 6. Точная и приближенная вторые производные в тестовом примере

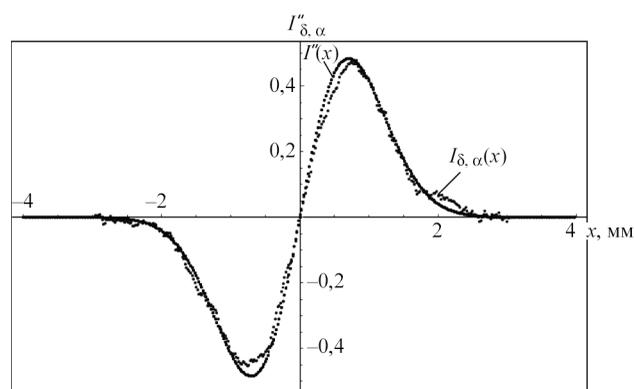


Рис. 7. Приближенная вторая производная для зашумленных данных

Влияние возмущений на приближенную вторую производную оценивалось для функции  $I_\delta(x)$ , заданной в виде:  $I_\delta(x) = 0,5[1 - \text{erf}(x)] + \Delta_\delta(x)$ , где  $\Delta_\delta(x) = \delta \text{rand}(x)$ ,  $\text{rand}(x) \in [-1, 1]$  — случайное число,  $\delta$  — максимальная величина случайного отклонения. Вычисление по формуле (3) второй производной  $I''_\delta(x)$  (пунктирная линия на рис. 7) осуществлялась с учетом возмущений. Сопоставление точной и приближенной производной показывает достаточно приемлемое согласие между этими зависимостями (см. рис. 7) и, вместе с тем, свидетельствует о необходимости предварительной фильтрации шумов для повышения качества вычисления производной.

Параметр  $\alpha$ , определяющий длину интервала осреднения, выступает в выражении (3) в качестве параметра регуляризации. При малых  $\alpha$  функция  $I_{\delta,\alpha}(x)$  близка к исходной недифференцируемой функции  $I_\delta(x)$ , поэтому вычисление второй производной по формуле (3) приводит к потере гладкости и хаотическому разбросу значений производной в различных точках интервала изменения аргумента  $x$ . С другой стороны, при большом интервале усреднения  $[x - \alpha, x + \alpha]$  теряются локальные свойства  $I''_{\delta,\alpha}(x)$ , что приводит к повышению погрешности вычислений. В связи с этим при данном способе приближенного вычисления второй производной важной

задачей является правильный выбор величины параметра регуляризации. Существующая теоретическая оценка [13] оптимальной величины параметра  $\alpha$  требует априорной информации о функции  $I(x)$  и поэтому является неконструктивной. Рассмотрим приближенный способ определения величины  $\alpha$ , использующий метод итераций. Пусть  $j_{\delta,\alpha}(x)$  — плотность тока, восстановленная по формуле (2), в которой точная производная  $d^2I/dx^2$  заменена на приближенную производную  $I''_{\delta,\alpha}(x)$ , вычисленную при некотором значении параметра  $\alpha$ . Подставляя в (1)  $j_{\delta,\alpha}(x)$  вместо  $j(x)$ , определим функцию  $\hat{I}_{\delta,\alpha}(x)$  как расчетный аналог  $j_{\delta,\alpha}(x)$ . Введем в рассмотрение функционал  $\Phi(I_{\delta,\alpha}, \alpha)$  как норму разности  $\|\hat{I}_{\delta,\alpha}(x) - I_{\delta,\alpha}(x)\|$ . В качестве нормы можно использовать, например, среднеквадратичную норму пространства  $l_2$  или норму пространства  $l_1$ . В последнем случае имеем  $\Phi(I_{\delta,\alpha}, \alpha) = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N |\hat{I}_{\delta,\alpha}(x_i) - I_{\delta,\alpha}(x_i)|$ . Будем говорить, что параметр  $\alpha$  является оптимальным, если его величина доставляет минимум функционалу  $\Phi(I_{\delta,\alpha}, \alpha)$ .

Результаты регуляризации токов, измеренных на секциях анода A1 и A2 при ширине зазора 0,8 мм и скорости движения горелки 100 мм/мин, приведены на рис. 8, а — соответственно кривые  $I_1(x)$  и  $I_2(x)$ . Отобразим симметрично относительно оси ординат кривую  $I_2(x)$  (более светлая кривая на рис. 8, б). Как следует из данного рисунка имеется некоторое рассогласование в значениях токов, измеренных на различных частях разрезного анода. Причина этого состоит в том, что при переходе с анода A1 на A2 дуга несколько задерживается на секции A1. Поэтому измерения токов на разрезном аноде желательно проводить при возможно меньшей ширине зазора.

В соответствии с формулой (2) для восстановления плотности тока достаточно использовать лишь ту часть осциллограммы, в которой ток снижается от  $0,5I_0$  до нуля, следовательно, измерение тока на анодах A1 и A2 (см. рис. 8, а) позволяет рассчи-

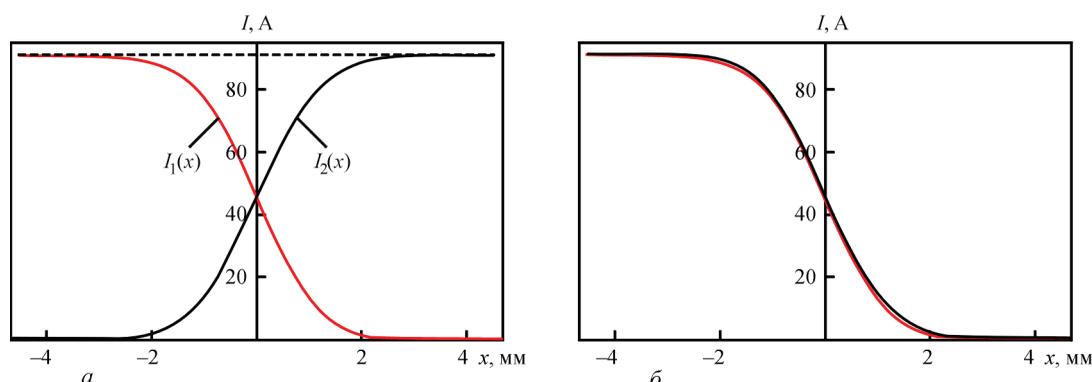


Рис. 8. Отфильтрованные и регуляризованные токи, снятые с анодов A1 и A2

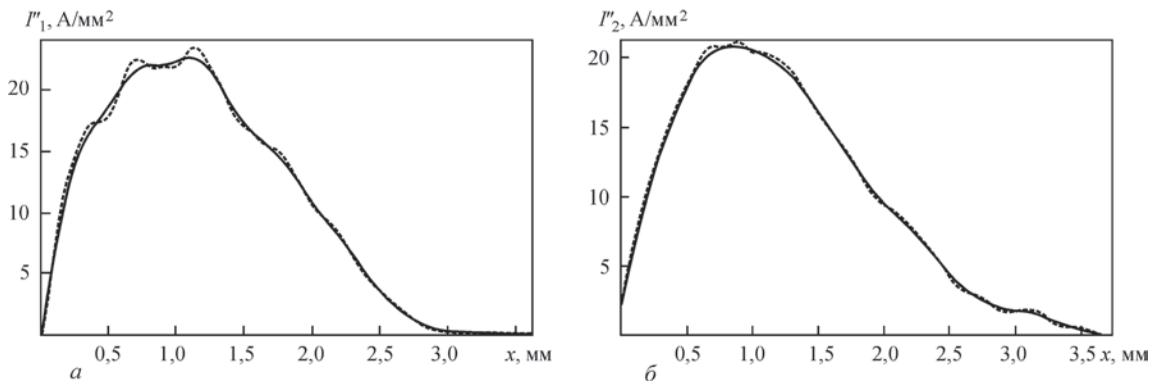


Рис. 9. Вторые производные для токов  $I_1(x)$  и  $I_2(x)$

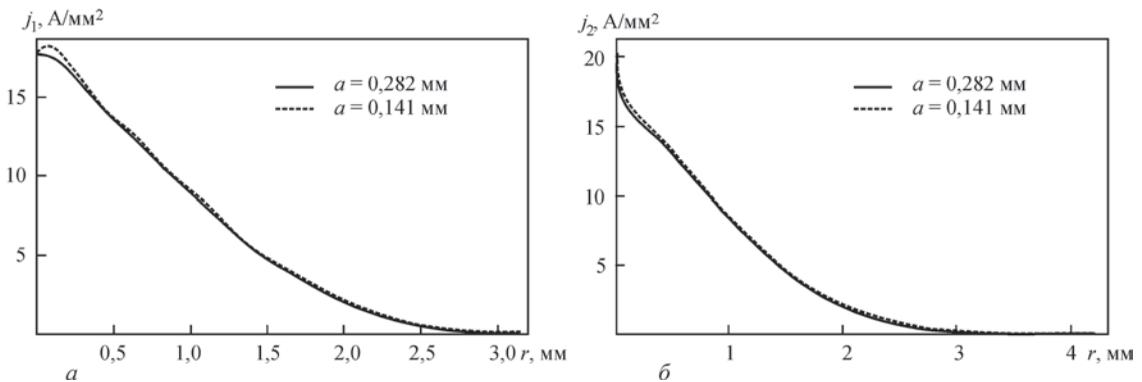


Рис. 10. Распределения плотности тока, восстановленные по измерениям тока на сечениях А1 (а) и А2 (б)

тять два варианта распределения плотности тока на аноде — для нижних ветвей зависимостей  $I_1(x)$  и  $I_2(x)$ . Изменение вторых производных на интервале  $0 \leq x < 4$  мм, вычисленных по изложенной выше методике, показано на рис. 9 для двух значений параметра регуляризации  $\alpha$ : сплошная линия —  $\alpha = 0,282$  мм; пунктирная —  $\alpha = 0,141$  мм. Распределения плотности тока на аноде, вычисленные по формуле (2) с использованием вторых производных, приведенных на рис. 9, показаны на рис. 10.

Наблюдается некоторое рассогласование в распределениях плотности тока, вычисленных по измеренным значениям тока на сечениях анода А1 и А2. Что касается величины параметра регуляризации  $\alpha$ , то она оказывает определенное влияние на распределение плотности тока, особенно в приосевых участках анодного пятна. Наконец, о качестве восстановления плотности тока в зависимости от параметра  $\alpha$  можно судить по величине функционала  $\Phi$ .

Представляет интерес оценить, насколько удовлетворительно экспоненциальная зависимость плотности тока от радиуса соответствует зависимости  $j_1(r)$ , рассчитанной по изложенной выше методике (при  $\alpha = 0,252$  мм). Зададим распределение плотности тока в виде  $j(r) = j_0 \exp(-a^2 r^2)$ , где параметры  $j_0$  и  $a$  определим из двух условий:

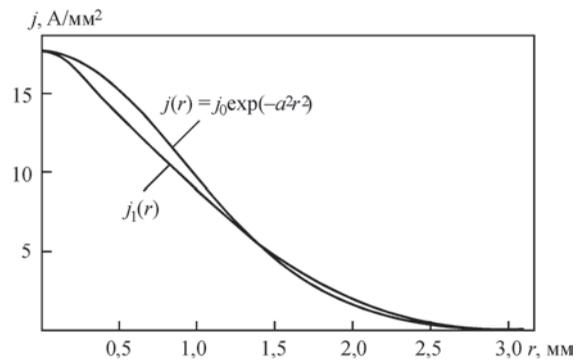


Рис. 11. Сопоставление рассчитанной плотности тока с экспоненциальной зависимостью

$$2\pi \int_0^{\infty} j(r)rdr = I_0; \quad j_0 = j_1(0).$$

Из рис. 11 следует, что эти два распределения имеют различное наполнение. Как показано в работе [14], силовое воздействие тока дуги на металл сварочной ванны зависит от распределения в анодном пятне квадрата тока  $I(r) = 2\pi \int_0^r j(r)rdr$ , протекающего в круге радиуса  $r$ . Если сопоставить зависимости  $I^2(r)$ , вычисленные для плотностей тока  $j(r)$  и  $j_1(r)$  (см. рис. 11), то они отличаются в существенно большей мере, чем распределение плотностей тока на рис. 11.

**Обсуждение и выводы.** Задача восстановления плотности тока по результатам измерений методом разрезного анода относится к разряду некорректно поставленных. Поэтому как экспериментальные исследования, так и математическая обработка их результатов должны выполняться с особой тщательностью. Сформулируем несколько рекомендаций, проистекающих из опыта, полученного авторами при выполнении данной работы.

1. Измерение и регистрация данных:

- при измерении малых токов следует использовать датчики высокой чувствительности, иначе размер анодного пятна будет определен со значительной погрешностью [5];

- для снижения уровня помех, создаваемых аналого-цифровым преобразователем (АЦП), желательно использовать 16-битный АЦП;

- для повышения качества обработки количество сигналов, измеренных в ходе одного эксперимента, должно быть достаточно велико ( $\approx 10^5$  записей).

2. Обработка измеренных данных:

- фильтрация шумов должна обеспечить возможно меньшую амплитуду осцилляции обработанных данных или устранить ее вовсе;

- выбор параметра регуляризации  $\alpha$  требует проведения масштабного вычислительного эксперимента, направленного на минимизацию функционала  $\Phi(I_{\delta, \alpha}, \alpha)$ ;

- численное вычисление интегралов в (2) и (3) следует проводить с использованием квадратурных формул высокого порядка точности;

- решение о достоверности полученных расчетно-экспериментальных данных выносится, исходя из величины критерия  $\Phi(I_{\delta, \alpha}, \alpha)$ , гладкости полученного решения и априорных физических соображений.

1. *Zhao J., Sun D., Hu S.* Anode behavior of high frequency pulse TIG welding arc // *Trans. China Weld. Inst.* — 1992. — № 1(13). — P. 59–66.

2. *Nestor O. H.* Heat intensity and current density distributions at the anode of high current, inert gas arcs // *J. Appl. Phys.* — 1962. — № 5(33). — P. 1638–1648.

3. *Крикент И. В., Кривцун И. В., Демченко В. Ф.* Моделирование электрической дуги с тугоплавким катодом и испаряющимся анодом // *Автоматическая сварка.* — 2014. — № 9. — С. 19–26.

4. *Lu M., Kou S.* Power and current distributions in Gas Tungsten Arcs // *Welding Research Suppl.* — 1988. — February. — P. 29–34-s.

5. *Гвоздецкий В. С.* О функции распределения плотности тока в анодном пятне дуги // *Автоматическая сварка.* — 1973. — № 12. — С. 20–24.

6. *Селянинов В. Н.* Измерение плотности тока в сварочной дуге // *Сварочное производство.* — 1975. — № 2. — С. 1–3.

7. *Okata A., Nakamura H.* Current distribution on molten pool in stationary GTA Welding of Ti alloy // *Trans. of the Welding Society.* — 1993. — № 2(24). — P. 23–28.

8. *Saedi H. R., Unkel W.* Arc and weld pool behavior for pulsed current GTAW // *Welding Research Suppl.* — 1988. — February. — P. 247–255-s.

9. *Гвоздецкий В. С., Кривцун И. В., Шевелев М. В.* Методика определения параметров функции распределения плотности тока в анодном пятне сварочной дуги // *Автоматическая сварка.* — 1984. — № 4. — С. 6–10.

10. *Исследование* распределенных характеристик электронного пучка, формируемого кольцевым катодом при электроннолучевой бестигельной зонной плавке / В. Ф. Демченко, Е. А. Аснис, А. Б. Лесной и др. // *Современная электротехнология.* — 2007. — № 3(88). — С. 20–23.

11. *Васин В. В.* Об устойчивом вычислении производной в пространстве  $C(-\infty, \infty)$  // *Ж. выч. мат. и мат. физ.* — 1973. — Том 13, № 6. — С. 1383–1389.

12. *Тихонов А. Н., Арсенин В. Я.* Методы решения некорректных задач. — М.: Наука, 1979. — 285 с.

13. *Математическое обеспечение сложного эксперимента.* Т. 1. Обработка измерений при исследовании сложных систем / Ю. А. Белов, В. П. Диденко, И. И. Ляшко и др. — Киев: Наук. думка, 1982. — 304 с.

14. *Силовое взаимодействие тока дуги с собственным магнитным полем* / В. Ф. Демченко, И. В. Кривцун, И. В. Крикент и др. // *Сб. трудов VIII Международной конференции «Математическое моделирование и информационные технологии в сварке и родственных процессах», 19–23 сентября 2016, г. Одесса, Украина, ИЭС им. Е. О. Патона НАНУ, 2016.* — С. 29–38.

## 1.1.26. ДЕЙСТВУЮЩИЕ ЗНАЧЕНИЯ ЭЛЕКТРОДИНАМИЧЕСКИХ ХАРАКТЕРИСТИК ПРОЦЕССА СВАРКИ НЕПЛАВЯЩИМСЯ ЭЛЕКТРОДОМ С ИМПУЛЬСНОЙ МОДУЛЯЦИЕЙ ТОКА ДУГИ

В. Ф. ДЕМЧЕНКО, У. БОИ, И. В. КРИВЦУН, И. В. ШУБА

Импульсная модуляция тока дуги при сварке неплавящимся электродом (ТИГ) является одним из эффективных способов управления характеристиками теплового и динамического воздействия дуги на свариваемый металл. Варьируя параметры модуляции сварочного тока, такие как частота, скважность, амплитуда и форма импульсов, можно в достаточно широких пределах изменять глубину и форму проплавления металла, термический цикл сварки, а следовательно, влиять на структуру и свойства металла шва и околошовной зоны, снижать остаточные напряжения и деформации сварного изделия. Для определения оптимальных значений параметров импульсной модуляции сварочного тока необходимо иметь достоверные данные относительно влияния каждого из них на характер протекания тепловых, электромагнитных, газо- и гидродинамических процессов в дуговой плазме и в свариваемом металле.

Вопросам экспериментального изучения и математического моделирования процессов, протекающих в дуговой плазме, на поверхности и в объеме свариваемого металла при ТИГ сварке с импульсной модуляцией тока дуги посвящено большое количество работ [1–12]. При этом рассматриваются режимы с низкочастотной (частота модуляции  $F < 10$  Гц) [1, 2, 6, 7, 9, 10], среднечастотной ( $F \leq 5$  кГц) [2, 4, 5] и высокочастотной ( $F > 10$  кГц) [2, 3, 8, 11, 12] модуляцией сварочного тока. Однако в большинстве перечисленных публикаций (за исключением работ [2, 4]) практически не уделяется внимания исследованию влияния формы импульсов тока на характер протекания нестационарных процессов тепло-, массо- и электропереноса в рассматриваемой системе, а также на действующие (эффективные) значения характеристик указанных процессов. Кроме того, в работах, посвященных детальному численному моделированию процесса ТИГ сварки модулированным током [6, 7, 9, 10], рассматривается только низкочастотная модуляция тока дуги. Поэтому целью насто-

ящей работы является теоретическое исследование и численный анализ влияния формы импульсов сварочного тока в широком диапазоне частот модуляции на действующие значения электромагнитных характеристик, определяющих тепловое и, особенно, динамическое (силовое) воздействие дуги с тугоплавким катодом на свариваемый металл.

**Основные положения.** Пусть  $I(t)$  — периодически изменяющийся во времени  $t$  ток дуги, предполагаемый однополярным;  $\tau = 1/F$  — период модуляции тока;  $I_A = \langle I \rangle$ ,  $I_E = \sqrt{\langle I^2 \rangle}$  — его среднее и действующее (эффективное) значения соответственно. Здесь и далее  $\langle \phi \rangle$  означает среднеинтегральное значение функции  $\phi(t)$  на интервале  $[0, \tau]$ :

$$\langle \phi \rangle = \frac{1}{\tau} \int_0^{\tau} \phi(t) dt.$$

Под действующим значением переменного тока обычно понимается такая величина постоянного тока, который создает тепловой эффект, совпадающий с тепловым эффектом переменного тока. При постоянном омическом сопротивлении  $R$  проводящей среды тепловая мощность  $W$ , генерируемая постоянным током  $I$ , выражается через квадрат тока по закону Джоуля–Ленца:  $W = I^2 R$ . Тогда в соответствии с приведенной трактовкой величины действующего значения переменного тока имеет место равенство  $W = W_E$ , где  $W_E = I_E^2 R$  — эффективная тепловая мощность переменного тока.

В случае сварки неплавящимся электродом с импульсной модуляцией тока дуги данная трактовка действующего значения тока является справедливой лишь при рассмотрении процессов токопереноса и тепловложения в свариваемом металле, удельное электрическое сопротивление которого слабо зависит от величины протекающего тока. В то же время из-за высокой электропроводности металлов тепловой эффект тока, текущего в свариваемом металле, оказывается незначительным, поэтому действующее (эффективное) значение тока

\* Автоматическая сварка. — 2017. — № 8. — С. 3–14.

как определяющая характеристика тепловых процессов в свариваемом изделии, не является значимой. В отличие от этого джоулев нагрев дуговой плазмы оказывает решающее влияние на ее тепловое состояние. Однако в соответствии с вольт-амперной характеристикой дуги напряжение на дуге  $U$  (сопротивление  $R$  дугового промежутка) существенно зависит от величины протекающего тока [3, 13]. Поэтому тепловую мощность  $W_E$  дуги при импульсной модуляции тока следует определять путем усреднения произведения тока дуги на напряжение

$$W_E = \langle IU \rangle = \frac{1}{\tau} \int_0^{\tau} I(t)U(t)dt$$

[3], т. е. в виде, который напрямую не выражается через квадрат действующего значения тока.

Воздействие сварочного тока на дуговую плазму и свариваемый металл не исчерпывается генерацией тепловой энергии. Другой важной характеристикой такого воздействия является электромагнитная сила, возникающая в результате взаимодействия тока дуги с собственным магнитным полем. Действие этой силы проявляется двояким образом. С одной стороны, результирующий газодинамический напор потока дуговой плазмы деформирует свободную поверхность сварочной ванны, в результате чего источник нагрева смещается вглубь свариваемого металла, способствуя тем самым увеличению глубины проплавления. С другой стороны, электромагнитная сила, действующая на расплавленный металл в сварочной ванне, интенсифицирует конвективный перенос энергии с наиболее нагретой центральной части поверхности ванны к ее донной части, что также способствует увеличению глубины проплавления [14].

Обратимся теперь к рассмотрению теплового и динамического воздействия на свариваемый металл модулированного тока. Для этой цели выполним оценку времен релаксации теплового и гидродинамического состояния металлического расплава при его возмущении за счет внешнего воздействия, которое в контексте обсуждаемой проблемы будем связывать с импульсным изменением сварочного тока. Пусть  $Fo^{(T)} = a\bar{t}/\bar{l}^2$  и  $Fo^{(V)} = \bar{v}/\bar{l}^2$  — соответственно тепловой и гидродинамический критерии Фурье. Здесь  $a$  — коэффициент температуропроводности свариваемого металла;  $v$  — коэффициент кинематической вязкости расплава;  $\bar{l}$  — характерный геометрический размер сварочной ванны,  $\bar{t}$  — характерное время. Как обычно принято, будем полагать, что за времена  $\bar{t}^{(T)}$ ,  $\bar{t}^{(V)}$ , при которых значения критериев  $Fo^{(T)}$  и  $Fo^{(V)}$  достигают единицы, происходит релакса-

ция возмущения теплового и гидродинамического состояния металла, обусловленного действием возмущающего внешнего фактора. Выбирая характерный размер сварочной ванны  $\bar{l} \approx 0,5$  см и принимая во внимание, что для нержавеющей стали, например,  $a = 0,07$  см<sup>2</sup>/с,  $v = 0,07$  см<sup>2</sup>/с [6], получим:  $\bar{t}^{(T)}$ ,  $\bar{t}^{(V)} \approx 3,6$  с. Эти, весьма приближенные расчеты, позволяют оценить длительность переходных процессов тепло-, массопереноса в сварочной ванне величиной порядка нескольких секунд. С уверенностью можно утверждать, что при частотах модуляции  $F > 100$  Гц (период модуляции  $\tau < < 10^{-2}$  с) тепловые и гидродинамические процессы в сварочной ванне являются чувствительными не к текущим, изменяющимся во времени, характеристикам электромагнитного поля, а к их значениям, усредненным за период модуляции тока.

В работе [14] показано, что при точечной ТИГ сварке на постоянном токе объемная плотность электромагнитной силы в сварочной ванне, возбуждаемой протекающим через нее электрическим током, пропорциональна  $I^2(r, z)$ , где  $\{r, z\}$  — цилиндрическая система координат, ось  $OZ$  которой направлена перпендикулярно поверхности свариваемого металла;  $I(r, z) = 2\pi \int_0^r j_z(r', z)r'dr'$  — ток, текущий в круге радиуса  $r$ , выбранном в произвольном аксиальном сечении  $z$  ванны;  $j_z(r, z)$  — аксиальная компонента плотности тока. Согласно проведенной выше оценке характерных времен  $\bar{t}^{(T)}$ ,  $\bar{t}^{(V)}$ , при сварке модулированным током с частотой  $F > 100$  Гц, силовое воздействие тока дуги на металл сварочной ванны выражается через величину  $\langle I^2(r, z) \rangle$ , т. е. зависит от действующего (эффективного) значения квадрата тока, протекающего через круг выбранного радиуса. Заметим, что, в отличие от определения действующего значения тока по его тепловому эффекту, эта характеристика никоим образом не связана с омическим сопротивлением металла. Поэтому понятию действующего значения тока при ТИГ сварке модулированным током можно придать другое, более общее содержание, базирующееся не на тепловом, а на силовом воздействии тока на свариваемый металл.

Очевидно, что, чем больше квадрат действующего значения сварочного тока  $I_E^2$ , тем больше его распределенная характеристика  $\langle I^2(r, z) \rangle$  и, соответственно, тем больше эффективное силовое воздействие тока дуги на свариваемый металл. При заданной средней величине модулированного тока  $I_A$  максимальную величину его действующего значения  $I_E$  можно обеспечить, выбрав надлежащим образом форму и временные параметры импульсов. Эта проблема рассматривается в

первом разделе настоящей статьи для общего случая модуляции сварочного тока импульсами трапецеидальной формы, частными случаями которого являются треугольные и прямоугольные импульсы. Во втором разделе представлены результаты численного анализа действующих (усредненных по периоду модуляции) электродинамических характеристик, распределенных в объеме свариваемого металла, при ТИГ сварке с импульсной модуляцией тока. Основное внимание при анализе этих результатов уделяется силовому воздействию тока дуги на металл сварочной ванны, а также его влиянию на интенсивность возбуждаемых в ней гидродинамических потоков.

**Действующее значение модулированного тока.** Рассмотрим модулированный ток  $I(t)$  в виде однополярных импульсов трапецеидальной формы с паузами между ними (рис. 1, а). Среднее значение такого тока может быть представлено в виде

$$I_A = (1 - \alpha)I_1 + \alpha I_2, \text{ где } \alpha = \frac{\tau_3 + \tau_2 - \tau_1}{2\tau} \quad (0 \leq \alpha \leq 1);$$

$\tau_1, \tau_3 - \tau_2$  — длительности переднего и заднего фронтов;  $\tau_2 - \tau_1$  — длительность «полочки» импульса, где ток поддерживается постоянным, равным  $I_2$ ;  $\tau - \tau_3$  — длительность паузы (см. рис. 1, а). Таким образом, среднее значение модулированного тока выражается через значения тока в паузе  $I_1$  и максимального тока в импульсе  $I_2$ , а также через безразмерный временной параметр  $\alpha$ . Введем в рассмотрение еще два безразмерных параметра  $\xi = \tau_3 / 2\tau$  ( $0 < \xi \leq \frac{1}{2}$ ) и

$\gamma = (\tau_2 - \tau_1) / \tau_3$  ( $0 \leq \gamma \leq 1$ ). Первый из них характеризует относительную длительность импульса (жесткость режима) и связан со скважностью импульсов  $s = \tau / \tau_3$  соотношением  $\xi = 1 / 2s$ , а второй представляет собой относительную длительность «полочки» импульса и характеризует его форму (при  $\gamma = 0$  трапецеидальный импульс становится треугольным, а при  $\gamma = 1$  — прямоугольным). В итоге безразмерный параметр  $\alpha$  может быть выражен через  $\xi$  и  $\gamma$  следующим образом:  $\alpha = \xi(1 + \gamma)$ .

Для любого периодически изменяющегося тока  $I(t)$  имеет место следующее представление:

$$I(t) = I_A = A\eta(t), \quad (1)$$

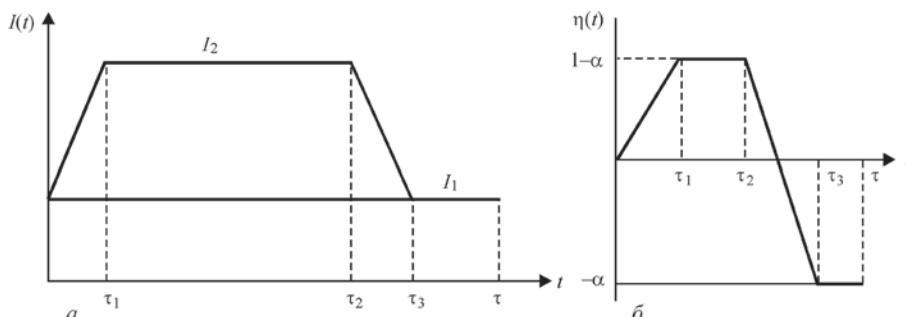


Рис. 1. Схематическое представление импульса тока дуги: а — трапецеидальный импульс с паузой; б — соответствующий нормированный импульс (функция  $\eta(t)$ )

где  $A = I_2 - I_1$  — амплитуда изменения тока;  $\eta(t)$  — некоторая нормированная функция, содержащая информацию о форме и временных характеристиках импульсов тока. Согласно определению среднего значения тока, функция  $\eta(t)$  должна удовлетворять условию

$$\int_0^{\tau} \eta(t) dt = 0. \quad (2)$$

В частности, для трапецеидального импульса, приведенного на рис. 1, а, функция  $\eta(t)$  имеет вид (см. рис. 1, б):

$$\eta(t) = \begin{cases} \frac{t}{\tau_1} - \alpha, & 0 < t < \tau_1; \\ 1 - \alpha, & \tau_1 < t < \tau_2; \\ -\frac{t - \tau_2}{\tau_3 - \tau_2} + 1 - \alpha, & \tau_2 < t < \tau_3; \\ -\alpha, & \tau_3 < t < \tau. \end{cases} \quad (3)$$

Используя представление (1) и условие (2), можно получить следующее выражение для квадрата действующего значения тока

$$I_E^2 = I_A^2 + A^2 f(\xi, \gamma), \quad (4)$$

где  $f(\xi, \gamma) = \langle \eta^2 \rangle$ .

Опуская громоздкие выкладки, приведем окончательное выражение для функции  $f(\xi, \gamma)$ :

$$f(\xi, \gamma) = \xi \left[ \frac{2}{3}(1 + 2\gamma) - \xi(1 + \gamma)^2 \right],$$

поведение которой показано на рис. 2. Из явного вида этой функции следует, что действующее значение импульсного тока зависит от скважности и формы импульсов и не зависит от частоты их следования. Отметим также, что  $f(\xi, \gamma) \geq 0$ , т. е. квадрат действующего (эффективного) значения тока превосходит квадрат среднего тока.

Как следует из выражения (4), при заданном значении  $I_A$  существуют две возможности повышения действующего значения модулированного тока: первая — за счет увеличения амплитуды  $A$ ; вторая — путем выбора таких значений временных параметров импульса, при которых функция

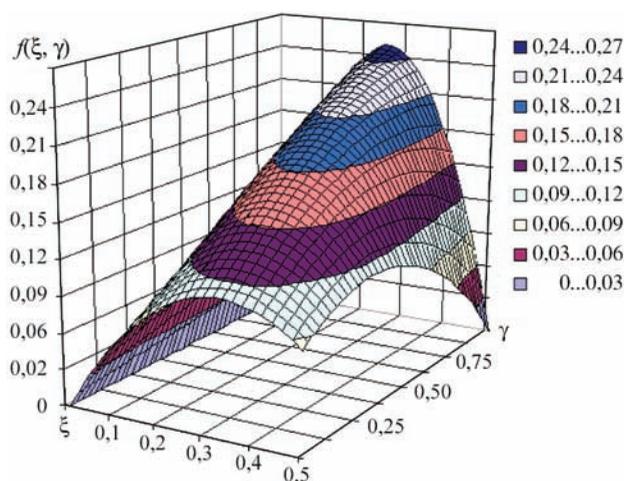


Рис. 2. Вид функции  $f(\xi, \gamma)$

$f(\xi, \gamma)$  приобретает наибольшее значение. В первом случае за счет увеличения величины тока  $I_2$ , в принципе, можно достичь сколь угодно большого значения  $I_E$ , уменьшая соответствующим образом длительность импульса с тем, чтобы обеспечить выполнение условия  $I_A = \text{const}$ . Учитывая квадратичную зависимость  $I_E^2$  от амплитуды тока, этот способ является весьма эффективным, однако его использование ограничивается возможностями источника питания дуги (в известных авторах образцах оборудования  $I_2 \leq 500$  А [8]). Поэтому представляет интерес рассмотреть второй способ увеличения  $I_E$ .

Будем в дальнейшем полагать, что величины  $I_1, I_2$  (или  $A$ ), а также среднее значение тока  $I_A$  являются заданными и выберем параметры  $\xi, \gamma$  таким образом, чтобы функция  $f(\xi, \gamma)$ , входящая в выражение (4), принимала наибольшее значение. Заметим, что при заданных значениях  $I_1, A, I_A$  параметр  $\alpha = \xi(1 + \gamma)$  определяется однозначно:  $\alpha = (I_A - I_1) / A$ . Поэтому при анализе численных значений функции  $f(\xi, \gamma)$  следует рассматривать не весь диапазон изменения  $\xi, \gamma$ , а лишь те их значения, которые удовлетворяют уравнению  $\xi(1 + \gamma) = \alpha$ . Выражая из этого уравнения  $\gamma$  через  $\xi, \alpha$  и подставляя его в выражение для  $f(\xi, \gamma)$ , по-

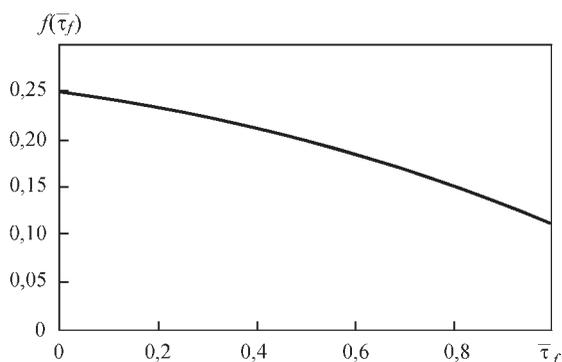


Рис. 3. Влияние относительной длительности фронтов импульса на  $f(\bar{\tau}_f)$

лучим  $f(\xi, \alpha) = \frac{4}{3}\alpha - \alpha^2 - \frac{2}{3}\xi$ . Эта функция монотонно убывает с увеличением  $\xi$  и имеет наибольшее значение при минимальном значении  $\xi_{\min}$ . В случае треугольных импульсов ( $\gamma = 0$ ) из выражения  $\xi = \alpha / (1 + \gamma)$  находим  $\xi = \alpha$ , а в случае прямоугольных импульсов ( $\gamma = 1$ ) имеем  $\xi = \alpha / 2$ . Таким образом минимальное значение  $\xi_{\min} = \alpha / 2$ , обеспечивающее при заданном  $\alpha$  наибольшее значение функции  $f(\xi_{\min}, \alpha) = \alpha - \alpha^2$ , достигается в случае  $\gamma = 1$ . Функция  $\alpha - \alpha^2$  имеет максимум при  $\alpha = 0,5$ , что дает  $\xi = 0,25$ , т. е. данный набор безразмерных параметров соответствует прямоугольным импульсам в виде меандра.

Таким образом, при заданных  $I_1, A, I_A$  из всех возможных вариаций рассматриваемых форм импульса наибольшая величина действующего значения тока  $I_E = \sqrt{I_1^2 + I_1 A + 0,5 A^2}$  достигается при подаче прямоугольных импульсов в виде меандра, при этом среднее значение тока составляет величину  $I_A = I_1 + 0,5 A$ .

Поскольку на практике достичь идеальной формы прямоугольных импульсов тока невозможно, представляет интерес исследовать поведение функции  $f(\xi, \gamma)$  для общего случая трапецидального импульса тока. Обозначим через  $\tau_f = \tau_1 + \tau_3 - \tau_2$  суммарную длительность переднего и заднего фронтов импульса (см. рис. 1, а), определяемую параметрами источника питания и электрической цепи, содержащей сварочную дугу. В рассматриваемом случае минимальное значение  $\xi$  определяется следующим образом:  $\xi_{\min} = \alpha / (2 - \bar{\tau}_f)$ , где  $\bar{\tau}_f = \tau_f / \tau_3$ , что дает

$$f(\xi_{\min}, \alpha) = \frac{2}{3} \left( 2 - \frac{1}{2 - \bar{\tau}_f} \right) \alpha - \alpha^2.$$

Эта функция имеет максимум, равный

$$f(\bar{\tau}_f) = \frac{1}{9} \left( 2 - \frac{1}{2 - \bar{\tau}_f} \right)^2,$$

при

$$\alpha = \frac{1}{3} \left( 2 - \frac{1}{2 - \bar{\tau}_f} \right).$$

Как следует из рис. 3, значение функции  $f(\bar{\tau}_f)$  достаточно слабо зависит от суммарной длительности фронтов. Так, например, если  $\tau_f$  составляет 50 % длительности импульса, величина  $f(\bar{\tau}_f)$  уменьшается лишь на 20 % по сравнению с наилучшим значением, достигаемым при модуляции тока прямоугольными импульсами в виде меандра ( $\bar{\tau}_f = 0$ ).

**Распределение действующих (эффективных) значений характеристик электромагнитного**

**поля тока дуги в свариваемом металле.** Как было отмечено выше, при ТИГ сварке с модуляцией тока на частоте более 100 Гц воздействие электромагнитной силы на дуговую плазму и металл сварочной ванны определяются не текущим значением электромагнитной силы, а ее значением, усредненным по времени за период модуляции тока, т.е. действующей (эффективной) величиной силы. Выражение для вихревой составляющей этой силы в цилиндрической системе координат выписывается в точном соответствии с приведенным в [14] для постоянного тока дуги с тем лишь отличием, что  $\vec{P}(r, z)$  заменяется на  $\langle I^2(r, z) \rangle$ , а именно

$$\vec{F}_{rot}(r, z) = -\mu_0 \mu \frac{\langle I^2(r, z) \rangle}{4\pi^2 r^3} \vec{e}_r, \quad (5)$$

где  $\mu$  — магнитная проницаемость металла;  $\mu_0$  — универсальная магнитная постоянная;  $\vec{e}_r$  — единичный радиус-вектор.

Исходя из уравнения магнитостатики [15] можно показать, что под воздействием силы  $\vec{F}_{rot}(r, z)$  в сварочной ванне возникает поле магнитного давления, средняя (за период модуляции тока) величина которого  $\langle P_{mag}(r, z) \rangle$  определяется по формуле

$$\langle P_{mag}(r, z) \rangle = \frac{\mu_0 \mu}{4\pi^2} \int_r^\infty |\vec{F}_{rot}(r', z)| dr'. \quad (6)$$

В приближении магнитостатики радиальная компонента градиента магнитного давления  $\langle P_{mag}(r, z) \rangle$  уравнивается силой  $\vec{F}_{rot}(r, z)$ , а его аксиальная составляющая уравнивается в полной системе уравнений гидродинамики силами немагнитного происхождения, в первую очередь силами инерции и вязкости [14].

Используем выражения (5), (6) для оценки действующих значений электромагнитной силы и магнитного давления в свариваемом металле при точечной ТИГ сварке модулированным током. Для проведения подобных расчетов требуется информация о распределении в объеме металла токовой характеристики  $I(r, z, t)$  в течение одного периода модуляции тока. С этой целью были разработаны две математические модели: первая — модель дуги, горящей в нестационарном режиме; вторая — модель электромагнитных процессов в свариваемом металле при сварке модулированным током. Осесимметричная (2D) модель дуги постоянного тока [16] была модифицирована [17] с учетом нестационарности тепловой и газодинамической обстановки в дуговой плазме, обуслов-

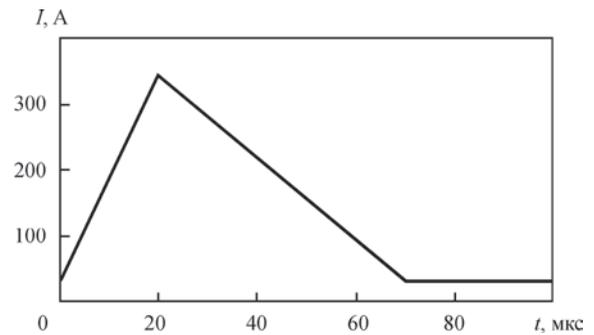


Рис. 4. Треугольный импульс тока с паузой

ленной изменением во времени электрического тока (в соответствии с заданной формой импульса и частотой модуляции). Такая модель позволяет моделировать динамику горения нестационарного дугового разряда и получать расчетную информацию об изменяющихся во времени распределенных и интегральных характеристиках столба и анодной области дуги, в т. ч. распределения плотности электрического тока на поверхности свариваемого металла. Компьютерная реализация предложенной модели предусматривает подачу пачки импульсов в количестве, достаточном для установления повторяющегося от импульса к импульсу состояния дуговой плазмы.

При проведении вычислительных экспериментов, исследовалось горение аргоновой дуги длиной 3 мм с вольфрамовым катодом, анод предполагался неиспаряющимся, импульсная модуляция тока осуществлялась в виде подачи импульсов треугольной формы с паузами между ними (рис. 4) при следующих значениях токовых и временных параметров импульса:  $I_1 = 30$  А,  $I_2 = 345$  А ( $A = 315$  А);  $\tau_1 = \tau_2 = 20$  мкс,  $\tau_3 = 70$  мкс,  $\tau = 100$  мкс ( $\xi = 0,35$ ,  $\gamma = 0$ ), что соответствует  $I_A = 140$  А,  $I_E \approx 175$  А,  $F = 10$  кГц. Временные параметры данного треугольного импульса тока являются практически оптимальными в том смысле, что они обеспечивают максимальную величину действующего значения тока при заданном его среднем значении (см. раздел 1).

При обсуждении результатов расчетов характеристик дуги модулированного тока, отдадим предпочтение анализу процессов, протекающих в анодной области дуги, оставляя без внимания ряд интересных особенностей нестационарных тепловых, газодинамических и электромагнитных процессов в ее столбе. Пусть  $j_a(r, t)$  — распределение аксиальной компоненты плотности тока на аноде, рассчитанное с использованием модели дуги [17]. Рассмотрим сначала изменение во времени за один период модуляции осевого значения плотности тока  $j_a(0, t)$ . На рис. 5 изменение во времени указанной характеристики (кривая 1) дано в сопо-

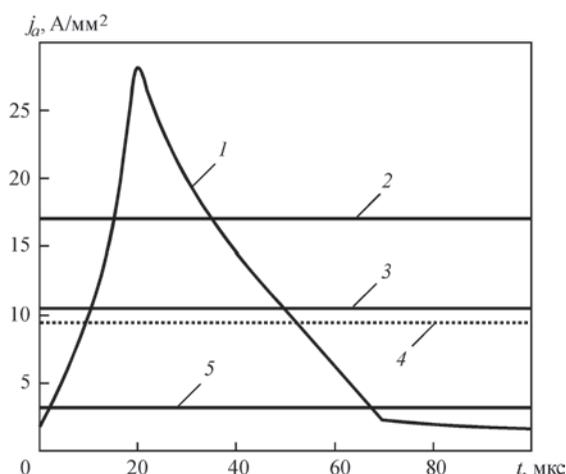


Рис. 5. Изменение во времени осевой плотности тока в области анодной привязки дуги

ставлении со значениями осевой плотности тока для стационарных дуг при токах  $I = I_2, I_A, I_1$  (кривые 2, 3, 5 соответственно). На этом же рисунке приведено осевое значение усредненной за период модуляции плотности тока (пунктирная кривая 4). На рис. 6 приведены распределения плотности тока на аноде в различные моменты времени для переднего (рис. 6, а) и заднего (рис. 6, б) фронтов импульса. Штриховыми линиями на рис. 6, а показаны соответствующие распределения для дуги постоянного тока при  $I = 30, 140$  и  $345$  А.

Прежде, чем переходить к анализу нестационарного характера изменения плотности электрического тока на аноде, представленного на рис. 5, 6, дадим общую характеристику режима горения дуги с высокочастотной модуляцией тока. Согласно принятой терминологии при модуляции тока электрические процессы протекают в квазистационарном режиме, если их характеристики изменяются периодически с частотой модуляции тока и это изменение осуществляется в режиме последовательной смены стационарных состояний, соответствующих постоянному току, по величине совпадающему с текущим зна-

чением модулированного тока. В рассматриваемом здесь случае выполнение первого из этих условий достигается уже после подачи первых 5...6 импульсов, однако второе условие при частотах модуляции 10 кГц не выполняется. Это наглядно демонстрируют данные, представленные на рис. 5, 6. Эффект выраженного нестационарного характера изменения плотности электрического тока на аноде проявляется в том, что максимальная величина  $j_a(0, t)$  (см. рис. 5, кривая 1) примерно в полтора раза превышает осевую плотность тока на аноде для стационарной дуги при токе  $I = I_2 = 345$  А. Этот же эффект проявляется и в распределении электрического тока на аноде (см. рис. 6, а, кривая 3) и соответствующая ей штриховая кривая). Следовательно, можно сделать вывод о том, что в рассматриваемом случае дуга горит в нестационарном режиме, сопровождающемся существенным повышением плотности тока на аноде.

Наиболее простое объяснение данного эффекта может состоять в том, что быстро изменяющийся ток на переднем фронте импульса (см. рис. 4) пропускается через токовый канал столба дуги, размер которого в силу инерции газодинамических процессов в дуговой плазме не успевает отслеживать изменение  $I(t)$  и продолжает сохранять размеры, близкие к тем, которые он имел в начале периода модуляции (при малой величине тока). Однако, как показывает анализ других динамически изменяющихся характеристик дугового разряда, такой механизм повышения плотности электрического тока на аноде не является единственным, т. е. существуют и иные причины, обуславливающие экстремальный характер изменения  $j_a(0, t)$ , и эти причины связаны не со столбом дуги, а с прианодной областью плазмы.

Рассмотрим изменение во времени радиального распределения температуры прианодной плазмы  $T_a(r, t)$  (рис. 7, а) в течение первых 40 мкс с момента начала импульса, из которых 20 мкс приходится

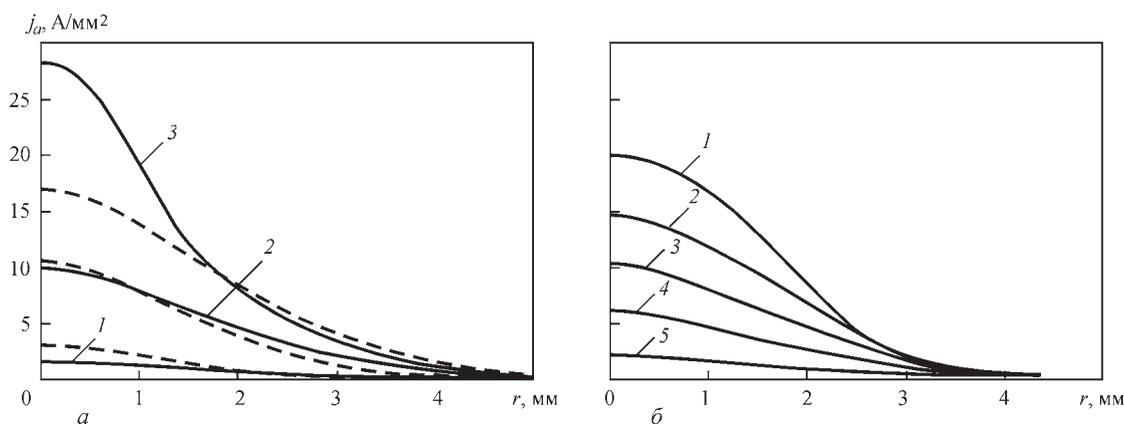


Рис. 6. Распределение плотности тока на аноде в различные моменты времени: а — передний фронт ( $I - t = 0, I = 30$  А; 2 —  $t = 10$  мкс,  $I = 187$  А; 3 —  $t = 20$  мкс,  $I = 345$  А); б — задний фронт ( $I - t = 30$  мкс,  $I = 282$  А; 2 —  $t = 40$  мкс,  $I = 219$  А; 3 —  $t = 50$  мкс,  $I = 156$  А; 4 —  $t = 60$  мкс,  $I = 93$  А; 5 —  $t = 70$  мкс,  $I = 30$  А)

на его передний фронт. При токе  $I = 30$  А ( $t = 0$ ) осевое значение температуры прианодной плазмы составляет 7736 К (см. рис. 7, а, кривая 1). При увеличении тока до 345 А ( $t = 20$  мкс) температура возрастает до 8960 К и продолжает увеличиваться на протяжении последующих 10 мкс (распределения температуры в эти моменты времени отображаются на рис. 7, а кривыми 2, 3). Примечательно, что повышение  $T_a(r, t)$  ограничивается кругом, радиус которого не превышает 3 мм; при больших значениях  $r$  температура прианодной плазмы не претерпевает изменения по сравнению с той, которую она приобрела во время паузы (следствие инерционности тепловых и газодинамических процессов в столбе дуги).

Локальное повышение температуры плазмы (во времени и в пространстве) приводит к изменению радиального распределения анодного падения потенциала  $U_a(r, t) = -\Delta\phi(r, t)$ , которое зависит от распределения плотности электрического тока на аноде и температуры прианодной плазмы [16]. Эту зависимость иллюстрируют представленные на рис. 7, б результаты расчета динамики распределения величины  $\Delta\phi$ , которая фактически представляет собой потенциал прианодной плазмы на границе со столбом дуги при условии, что потенциал поверхности анода принят постоянным и равным нулю.

При малом токе  $I = 30$  А ( $t = 0$ ) граница прианодной плазмы со столбом дуги является практически изопотенциальной ( $\Delta\phi \approx 2,5$  В — рис. 7, б, кривая 1), так что в ней вектор плотности тока направлен по нормали к поверхности анода. С увеличением осевого значения температуры прианодной плазмы более, чем на 1000 К (см. рис. 7, а, кривые 2–4) эта граница становится существенно неизопотенциальной, причем таким образом, что величина потенциала уменьшается вдоль поверхности анода, достигая перепада около 1 В на расстоянии 3 мм от центра области анодной привязки. Из-за неравномерного распределения анодного падения потенциала в прианодной плазме появляется радиальная компонента вектора плотности тока, направленная от центра к периферии анодной области, которая создает возможность радиальной разгрузки тока, вытекающего из анода. Именно за счет более свободного растекания тока из анода в дуговую плазму и достигается эффект локального повышения плотности тока на аноде. Впервые эффект контрагирования тока дуги на аноде, обусловленный дополнительным локальным нагревом дуговой плазмы, был обнаружен в работе [18] в условиях гибридной (ТИГ + CO<sub>2</sub>-лазер) сварки.

В завершение этого анализа укажем на еще одну возможную причину повышения плотности тока

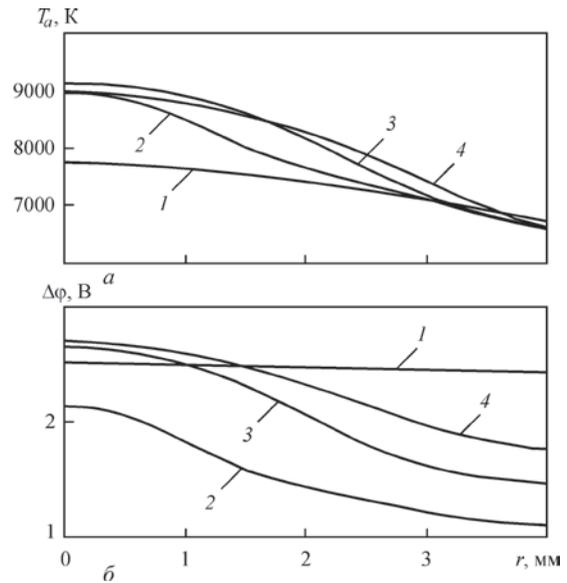


Рис. 7. Распределение температуры (а) и потенциала (б) прианодной плазмы вдоль ее границы со столбом дуги: 1 —  $t = 0$ ,  $I = 30$  А; 2 —  $t = 20$  мкс,  $I = 345$  А; 3 —  $t = 30$  мкс,  $I = 282$  А; 4 —  $t = 40$  мкс,  $I = 219$  А

при высокочастотной модуляции тока (см. рис. 5, б). В области низких температур аргоновой плазмы (порядка 7...12 кК) ее удельная электропроводность заметно возрастает с ростом температуры, в то время как при температурах выше 20 кК электропроводность плазмы слабо зависит от температуры. Таким образом, повышение температуры дуговой плазмы при увеличении тока мало изменяет электрофизические свойства столба дуги и в то же время создает область повышенной электропроводности в приосевых областях прианодной плазмы. Такая особенность также может способствовать увеличению плотности тока в центральной части области анодной привязки дуги.

Вернемся теперь к проблеме силового воздействия модулированного тока на свариваемый металл. Расчет распределения тока в свариваемой пластине толщиной 10 мм выполнялся с использованием осесимметричной (2D) модели электрических процессов, описанной в работе [14]. Для каждого момента времени  $t_k$  в течение одного периода модуляции тока ( $t_k \in [0, \tau]$ ,  $k = 1 \dots 100$ ) на поверхности анода ( $z = 0$ ) задавалось распределение аксиальной плотности тока  $j_a(r, t_k)$ , которое определялось на основе компьютерной модели нестационарной дуги для импульса тока, представленного на рис. 4. На нижней поверхности пластины ( $z = 10$  мм) скалярный потенциал электрического поля полагался постоянным (равным нулю); на оси симметрии и на достаточно большом расстоянии от оси ( $R = 50$  мм) радиальная компонента вектора плотности тока задавалась равной нулю. В каждый момент времени  $t_k$  рассчитывалось векторное поле плотностей токов  $j_k(r, z, t_k)$ , с использованием которого находилось

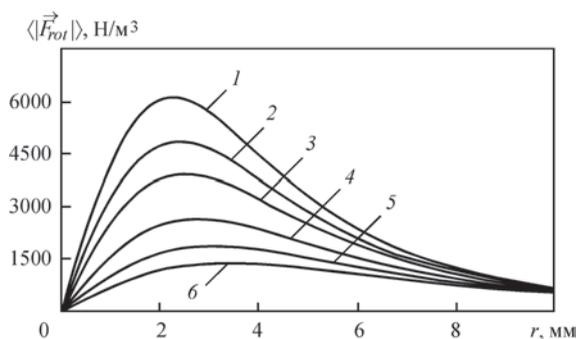


Рис. 8. Распределение действующего значения вихревой составляющей электромагнитной силы в различных аксиальных сечениях свариваемой пластины: 1 —  $z = 0$ ; 2 — 0,25; 3 — 0,5; 4 — 1,0; 5 — 1,5; 6 — 2,0 мм

распределение  $I^2(r, z, t_k)$ . Среднее значение соответствующей характеристики  $\langle I^2(r, z) \rangle$  вычислялось методом численного интегрирования по квадратурной формуле прямоугольников. Действующая величина вихревой составляющей электромагнитной силы определялась по формуле (5), а создаваемое этой силой магнитное давление — по формуле (6). Результаты расчетов указанных характеристик представлены на рис. 8, 9.

Поскольку объемная плотность вихревой составляющей электромагнитной силы  $\vec{F}_{rot}(r, z)$  квадратично зависит от напряженности магнитного поля  $H_0(r, z)$  (см. [14]), то характер распределения по радиусу  $\langle |\vec{F}_{rot}(r, z)| \rangle$  (см. рис. 8) является аналогичным распределению  $H_0(r, z)$ , включая положение радиуса, на котором достигается максимум вихревой составляющей силы. Максимальная величина  $\langle |\vec{F}_{rot}(r, z)| \rangle$  быстро убывает по мере удаления от поверхности анода вглубь сварочной ванны, уменьшаясь более чем в четыре раза при  $z = 2$  мм. Еще более концентрированным вблизи поверхности свариваемого металла оказывается поле магнитного давления (см. рис. 9), наибольший перепад которого достигается в слое расплава

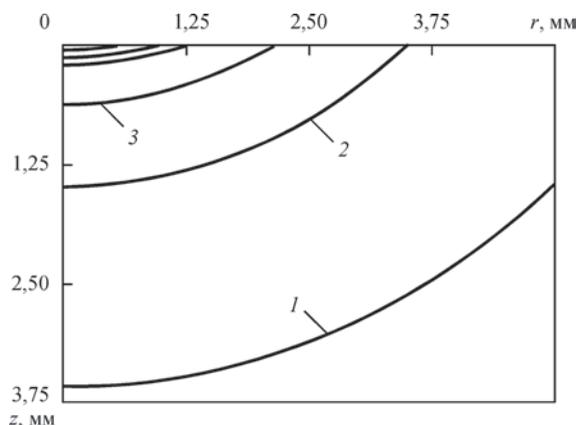


Рис. 9. Изобары усредненного магнитного давления в сварочной ванне: 1 —  $\langle P_{mag}(r, z) \rangle = 5$ ; 2 — 15; 3 — 30 Па (кривые в верхней части рисунка соответствуют 45, 50, 55 Па)

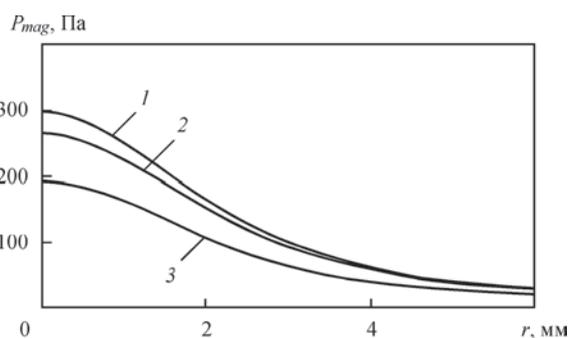


Рис. 10. Распределение магнитного давления на поверхности сварочной ванны:  $\langle P_{mag} \rangle$  для дуги модулированного тока (кривая 1);  $P_{mag}$  для стационарных дуг при  $I = I_E = 175$  А (кривая 2) и  $I = I_A = 140$  А (кривая 3)

толщиной 1 мм, расположенном непосредственно под поверхностью ванны.

Представляет интерес сопоставить магнитное давление и его аксиальный градиент при сварке модулированным током с соответствующими характеристиками для постоянного тока  $I = \text{const}$ . На рис. 10, 11 результаты соответствующих расчетов при  $I = I_A = 140$  А и  $I = I_E = 175$  А представлены в сравнении с характеристиками для случая модулированного тока. Как и следовало ожидать, магнитное давление при сварке на модулированном токе, существенно превышает магнитное давление постоянного тока, по величине совпадающего со средним значением модулированного тока. Однако превышение  $\langle P_{mag} \rangle$  над  $P_{mag}$  при  $I = I_E = 175$  А требует объяснений. Причиной такого превышения служат динамические процессы в дуге, протекающие при сварке модулированным током высокой частоты, в частности — экстремальное поведение плотности тока на переднем фронте импульса (см. рис. 5, 6).

Отметим, что в рассматриваемом случае максимальная величина магнитного давления составляет менее 0,1 % атмосферного, однако из-за его высокой концентрации вблизи поверхности сварочной ванны, радиальная и, особенно, аксиальная компоненты

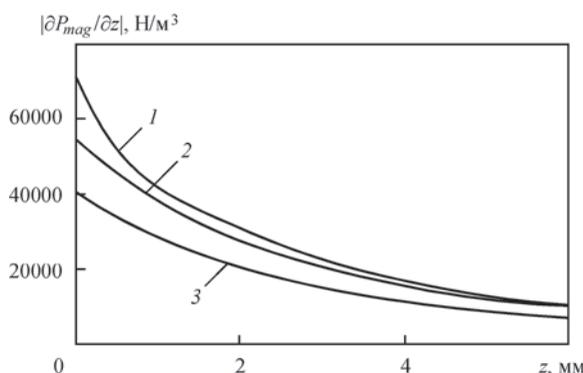


Рис. 11. Распределение осевого значения аксиальной компоненты градиента магнитного давления: 1 —  $I = I(t)$  (модулированный ток); 2 —  $I = I_A = 140$  А; 3 —  $I = I_E = 175$  А

градиента магнитного давления оказываются весьма значительными (см. рис. 9, 11).

Проиллюстрируем последнее утверждение. Для этого используем уравнение движения вязкой несжимаемой жидкости в цилиндрической системе координат  $\{r, z\}$ , которое является проекцией баланса объемных сил на ось  $z$ . Будем полагать движение расплава стационарным, а давление в жидкой фазе — усредненным магнитным давлением  $\langle P_{mag} \rangle$ . Обозначим через  $\vec{V}(r, z)$  вектор скорости движения жидкого металла;  $\rho$  — его плотность. В результате получим

$$\rho \left( V_r \frac{\partial V_z}{\partial r} + V_z \frac{\partial V_z}{\partial z} \right) = - \frac{\partial \langle P_{mag} \rangle}{\partial z} + \nu \Delta V_z. \quad (7)$$

Учтем, что при  $r = 0$ , в силу условий осевой симметрии рассматриваемого течения, радиальная компонента вектора скорости равна нулю, тогда, пренебрегая силами вязкого трения, из (7) получим

$$\frac{\rho}{2} \frac{\partial \vec{V}_z^2}{\partial z} = - \frac{\partial \langle \tilde{P}_{mag} \rangle}{\partial z},$$

откуда следует уравнение Бернулли для идеальной жидкости:

$$\frac{\rho}{2} [V_z^2(0, z) - V_z^2(0, 0)] = \langle P_{mag}(0, 0) \rangle - \langle P_{mag}(0, z) \rangle.$$

Поскольку аксиальную компоненту скорости движения металла на поверхности ванны ( $z = 0$ ) можно считать равной нулю, из уравнения Бернулли следует простая формула для приближенной оценки аксиальной скорости течения расплава на оси симметрии ванны ( $r = 0$ ):

$$V_z(0, z) = \sqrt{\frac{2(\langle P_{mag}(0, 0) \rangle - \langle P_{mag}(0, z) \rangle)}{\rho}}. \quad (8)$$

Приведенные на рис. 12 результаты расчетов по этой формуле для стали свидетельствуют о том, что под воздействием градиента магнитного давления в сварочной ванне возникает достаточно интенсивное нисходящее (в сторону дна ванны) течение расплава, которое способно транспортировать перегретый металл из наиболее горячей приповерхностной области вглубь расплава и за счет этого увеличивать глубину проплавления, причем наиболее заметно этот эффект проявляется при импульсной модуляции сварочного тока.

**Обсуждение результатов.** Действующее (эффективное) значение модулированного тока напрямую не определяет количество зарядов, переносимых в единицу времени через сечение проводника, а является косвенным параметром, который характеризует тепловое и силовое воздействие тока на

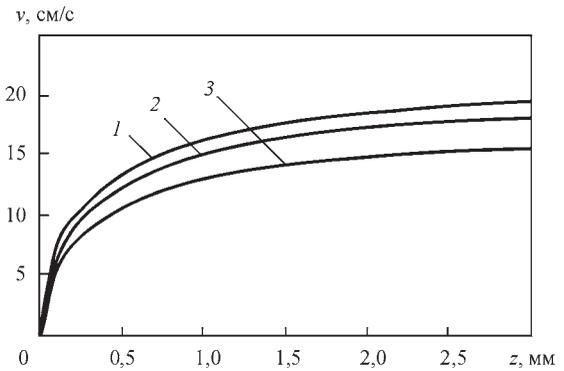


Рис. 12. Осевое изменение аксиальной компоненты вектора скорости движения металла сварочной ванны ( $\rho = 7040 \text{ кг/м}^3$ , обозначения кривых те же, что и на рис. 11)

проводящую среду в сопоставлении с воздействием постоянного тока соответствующей величины. Однако именно эти два вида воздействия являются наиболее значимыми для технологических результатов дуговой сварки, прежде всего, с точки зрения их влияния на глубину и форму проплавления металла. Поэтому теоретический анализ процессов, протекающих в дуговой плазме и в свариваемом металле, представляется весьма важным для выявления скрытых возможностей ТИГ сварки с высокочастотной импульсной модуляцией тока.

Проведенный в первом разделе анализ зависимости действующего значения модулированного тока от параметров режима модуляции свидетельствует о том, что данная характеристика не зависит от частоты модуляции и определяется лишь формой и скважностью импульсов тока. Этот почти очевидный результат распространяется также и на другие формы импульса, отличные от рассмотренной здесь трапецеидальной. При выбранной величине среднего тока за счет подходящего выбора временных параметров импульсной модуляции можно обеспечить наибольшую величину действующего значения тока, а следовательно, повышенное силовое и тепловое воздействие модулированного тока как на дуговую плазму, так и на металл сварочной ванны. Здесь следует отметить, что действующее значение модулированного тока, как его интегральная характеристика, однозначно не определяет тепловую мощность дугового разряда, поскольку напряжение на дуге также зависит от силы тока, изменяющейся в процессе прохождения импульса тока. В работе [19] показано, что динамическая вольт-амперная характеристика нестационарной дуги, образует петлю гистерезиса (см. также [13]), охватывающую (рис. 13) вольт-амперную характеристику дуги постоянного тока. Чем меньше длительность переднего фронта импульса, тем больше размах петли гистерезиса, а следовательно, тем больше раз-

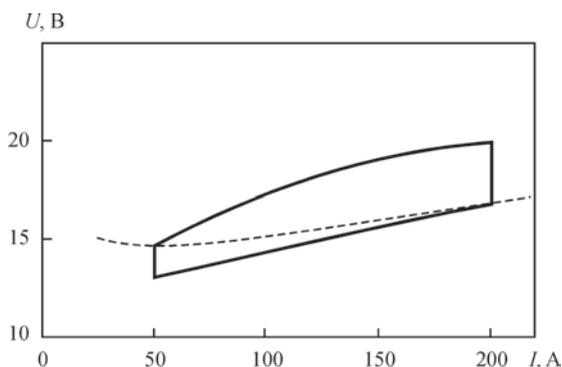


Рис. 13. Динамическая вольт-амперная характеристика нестационарной аргоновой дуги длиной 3 мм с длительностью переднего фронта импульса 20 мкс

личие между мощностью нестационарной дуги и мощностью дуги постоянного тока, по величине совпадающего с эффективным значением модулированного тока. Поэтому при высокочастотной дуговой сварке действующее значение мощности дуги следует определять путем усреднения произведения текущих значений тока и напряжения. При цифровом измерении тока и напряжения с компьютерной регистрацией сигналов определение средней электрической мощности модулированного тока не представляет трудностей, однако теоретический анализ этой характеристики требует привлечения модели дугового разряда с описанием как столба дуги, так и ее приэлектродных областей. Исследования в этом направлении еще предстоит выполнить, в том числе и экспериментальным путем.

Вывод о том, что величина действующего значения тока не зависит от частоты модуляции, отнюдь не означает, что величина  $F$  не влияет на тепловые и гидродинамические процессы, протекающие в свариваемом металле. Во втором разделе установлено, что силовое взаимодействие модулированного тока с собственным магнитным полем определяется не квадратом действующего значения тока, а его распределенным в объеме металла аналогом, в качестве которого выступает величина  $\langle I^2(r, z) \rangle$  — квадрат действующего значения тока, протекающего в круге радиуса  $r$ . Эта характеристика в существенной мере зависит от частоты модуляции  $F$ , поскольку при высокочастотной модуляции тока импульсами с крутым передним фронтом на распределение  $\langle I^2(r, z) \rangle$  оказывают влияние описанные выше динамические процессы в столбе и анодной области дуги, проявляющиеся в экстремальном распределении плотности тока на аноде (см. рис. 5, 6). В конечном итоге это определяет различие между силовым воздействием на свариваемый металл дуги с импульсной модуляцией тока и дуги постоянного тока, по величине совпадающего с действующим значением модулированного тока (см. рис. 11, 12).

Необходимо отметить, что приведенные в настоящей работе результаты расчетов характеристик электромагнитных процессов в свариваемом металле получены в предположении, что свариваемый образец плотно прижат к медной подкладке (электрический потенциал нижней поверхности образца принят постоянным). При проведении вычислительных экспериментов рассматривались и другие варианты заземления образца. При этом картина распределения тока в свариваемом металле кардинальным образом отличалась в зависимости от расположения локального заземления по отношению к оси дуги. Несмотря на это, количественные характеристики силового воздействия модулированного тока на свариваемый металл, приведенные во втором разделе, остаются справедливыми для различных схем подключения. Этот результат обуславливается высокой концентрацией поля магнитного давления в приповерхностном слое металла сварочной ванны толщиной порядка 1 мм (см. рис. 9). В этом слое распределение плотности тока и конфигурация токовых линий определяются только распределением плотности электрического тока на поверхности ванны и слабо зависят от картины растекания тока во всем свариваемом образце.

В работе [14] показано, что технологические средства, обеспечивающие уменьшение размера области анодной привязки дуги (повышение плотности электрического тока на поверхности сварочной ванны) при ТИГ сварке, способствуют увеличению аксиальной компоненты магнитного давления в приосевых участках ванны и соответственно приводят к интенсификации нисходящего течения расплава, способствуя тем самым увеличению глубины проплавления свариваемого металла. Проведенный в настоящей работе анализ действующих значений электромагнитных характеристик нестационарной дуги при ТИГ сварке дает основание утверждать, что использование высокочастотной импульсной модуляции сварочного тока является одним из таких технологических средств.

Наконец, отметим еще одну важную особенность воздействия вихревой составляющей силы Лоренца на формирование поля магнитного давления в сварочной ванне. Действие центробежной силы  $\vec{F}_{rot}(r, z)$ , равно как и распределение напряженности магнитного поля  $H_0(r, z)$ , распространяется на неограниченное пространство. После достижения максимального значения (см. рис. 8) обе эти характеристики электромагнитного поля стремятся к нулю как  $1/r$ . Вместе с тем, магнитное давление в сварочной ванне формируется под воздействием лишь той части силы  $F_{rot}(r, z)$ ,

которая приходится на расплавленный металл; остальная же часть силы уравнивается упругой реакцией твердой фазы. Поэтому, чем меньше поперечное сечение ванны, тем меньше протекающая через него доля сварочного тока, и, соответственно, меньше его силовое воздействие. Этот, в целом правильный, вывод, не является очевидным в том случае, когда уменьшение поперечного сечения ванны обусловлено контракцией электрического тока на поверхности анода под воздействием дополнительных технологических факторов, таких, как использование активирующих флюсов, специальных смесей защитных газов или сфокусированного лазерного излучения (гибридная ТИГ + CO<sub>2</sub>-лазерная сварка), поскольку при сжатии токового канала на поверхности анода увеличивается доля тока, протекающего через сварочную ванну. Выяснение физических особенностей силового воздействия тока дуги в условиях данной альтернативы является предметом дальнейших исследований. Представляет также интерес исследовать возможность повышения силового воздействия тока дуги на металл сварочной ванны за счет динамических эффектов, возникающих в распределении плотности электрического тока на поверхности анода при прохождении переднего фронта импульса высокой крутизны. Поэтому еще одним объектом дальнейших исследований являются динамические процессы в дуговом разряде и свариваемом металле при модуляции тока прямоугольными импульсами, которые, как показано в первом разделе, имеют преимущество перед треугольными импульсами по величине действующего (эффективного) значения тока.

1. Leitner R. E., McElhinney G. H., Pruitt E. L. (1973) An investigation of pulsed GTA welding variables. *Welding J., Res. Suppl.*, **9**, 405–410.
2. Omar A. A., Lundin C. D. (1979) Pulsed plasma - pulsed GTA arcs: A study of the process variables. *Ibid.*, **4**, 97–105.
3. Cook G. E., Eassa H. E.-D. E.H. (1985) The effect of high-frequency pulsing of a welding arc. *IEEE Trans. Ind. Appl.*, **1A-21**, **5**, 1294–1299.
4. Kolasa A., Matsunawa A., Arata Y. (1986) Dynamic characteristics of variable frequency pulsed TIG arc. *Transaction of JWRI*, **15**, **2**, 173–177.

5. Saedi H. R., Unkel W. (1988) Arc and weld pool behavior for pulsed current GTAW. *Welding J., Res. Suppl.*, **11**, 247–255.
6. Kim W. H., Na S. J. (1998) Heat and fluid flow in pulsed current GTA weld pool. *Int. J. of Heat and Mass Transfer*, **41**, **21**, 3213–3227.
7. Wu C. S., Zheng W., Wu L. (1999) Modelling the transient behaviour of pulsed current tungsten-inert-gas weld pools. *Modelling Simul. Mater. Sci. Eng.*, **7**, **1**, 15–23.
8. Onuki J., Anazawa Y., Nihei M. et al. (2002) Development of a new high-frequency, high-peak current power source for high constricted arc formation. *Jpn. J. Appl. Phys.*, **41**, 5821–5826.
9. Traidia A., Roger F., Guyot E. (2010) Optimal parameters for pulsed gas tungsten arc welding in partially and fully penetrated weld pools. *Int. J. of Thermal Sciences*, **49**, 1197–1208.
10. Traidia A., Roger F. (2011) Numerical and experimental study of arc and weld pool behaviour for pulsed current GTA welding. *Int. J. of Heat and Mass Transfer*, **54**, 2163–2179.
11. Qi B. J., Yang M. X., Cong B. Q. et al. (2013) The effect of arc behavior on weld geometry by high-frequency pulse GTAW process with 0Cr18Ni9Ti stainless steel. *Int. J. Adv. Manuf. Technol.*, **66**, 1545–1553.
12. Yang M., Yang Z., Cong B. et al. (2014) A study on the surface depression of the molten pool with pulsed welding. *Welding J., Res. Suppl.*, **93**, **8**, 312–319.
13. Сидорец В. Н., Кривцун И. В., Демченко В. Ф. и др. (2016) Расчетное и экспериментальное исследование статических и динамических вольт-амперных характеристик аргоновой дуги с тугоплавким катодом. *Автоматическая сварка*, **2**, 7–13.
14. Демченко В. Ф., Кривцун И. В., Крикент И. В. и др. (2017) Силовое взаимодействие тока дуги с собственным магнитным полем. *Там же*, **3**, 20–29.
15. Ландау Л. Д., Лифшиц Е. М. (1982) Электродинамика сплошных сред. Т. VIII. *Теоретическая физика*. Москва, Наука.
16. Кривцун И. В., Демченко В. Ф., Крикент И. В. (2010) Модель процессов тепло-, массо- и электропереноса в анодной области и столбе сварочной дуги с тугоплавким катодом. *Автоматическая сварка*, **6**, 3–11.
17. Кривцун И. В., Крикент И. В., Демченко В. Ф. (2013) Моделирование динамических характеристик импульсной дуги с тугоплавким катодом. *Там же*, **7**, 14–25.
18. Кривцун И. В., Крикент И. В., Демченко В. Ф. и др. (2015) Взаимодействие пучка излучения CO<sub>2</sub>-лазера с плазмой электрической дуги при гибридной (лазер+ТИГ) сварке. *Там же*, **3-4**, 7–16.
19. Соколов О. И., Гладков Э. А. (1977) Динамические характеристики свободной и сжатой сварочных дуг постоянного тока с неплавящимся электродом. *Сварочное производство*, **4**, 3–5.

## 1.2. ПРОЦЕССЫ ТЕПЛО-, МАССО- И ЭЛЕКТРОПЕРЕНОСА В СВАРИВАЕМОМ МЕТАЛЛЕ И МЕТАЛЛИЧЕСКОМ РАСПЛАВЕ

В представленных ниже статьях и докладах рассмотрены тепловые, гидродинамические и электромагнитные процессы, протекающие в свариваемом металле при точечной сварке неплавящимся электродом, в том числе с использованием активирующего флюса (ТИГ и А-ТИГ сварка), а также в металлическом расплаве при внепечной обработке стали с подогревом электрической дугой.

Работы [1.2.1, 1.2.2] посвящены исследованию процессов тепло-, массо- и электропереноса в свариваемом металле при ТИГ и А-ТИГ сварке нержавеющей стали 08X18H10T неподвижной дугой, горячей в атмосфере аргона. В работе [1.2.1] предложена комплексная математическая модель и вычислительные алгоритмы для численного моделирования нестационарных тепловых, электромагнитных и гидродинамических процессов в свариваемом образце. Уравнения модели записаны в предположении осевой симметрии системы, тепловое и электрическое воздействие дуги на поверхность сварочной ванны определено путем задания соответствующих распределений плотности теплового потока и плотности электрического тока в области анодной привязки дуги. С помощью разработанной модели проведено компьютерное моделирование указанных процессов и выявлено влияние отдельных силовых факторов (сила Лоренца, сила Марангони и сила Архимеда), а также их совокупности на кинетику и форму проплавления металла при точечной А-ТИГ сварке. На основе результатов экспериментального исследования проплавления металла при ТИГ и А-ТИГ сварке неподвижной дугой в [1.2.1, 1.2.2] определены зависимости глубины проплавления и радиуса сварной точки на поверхности образца от времени воздействия источника тепла. Сопоставление результатов моделирования с полученными экспериментальными данными показало вполне удовлетворительное их соответствие.

В работе [1.2.3] выполнено численное исследование гидродинамики расплава в установке ковш–печь постоянного тока. Формирование сложного движения в системе «газ–жидкий металл» происходит в результате взаимодействия всплывающих пузырей инертного газа с расплавленным металлом при барботаже ванны, а также вследствие электромагнитной силы, возникающей в ее объеме при протекании тока. Для моделирования гидродинамических процессов в такой системе использована трехмерная математическая модель, учитывающая асимметричное расположение продувочной фурмы. Электромагнитные процессы в металлической ванне описаны в осесимметричном приближении с учетом распределения плотности электрического тока на свободной поверхности расплава, вычисляемой в рамках самосогласованной модели сильноточного дугового разряда [1.1.20]. На основе предложенной гидродинамической модели проведен численный анализ влияния различных силовых факторов и их комбинации на движение расплавленного металла в ковше. Установлено, что действие электромагнитной силы способствует уменьшению застойных зон в расплаве, а при заданной производительности продувки ванны инертным газом из двух параметров дугового разряда (сила тока и длина дуги) более эффективным средством интенсификации перемешивания жидкого металла является повышение тока дуги.

В работе [1.2.4] проведен теоретический анализ силового взаимодействия сварочного тока с собственным магнитным полем при дуговой сварке неплавящимся электродом. Электромагнитная сила (сила Лоренца) представлена в виде суммы вихревой и потенциальной составляющих, из которых лишь первая способна возбуждать движение дуговой плазмы или расплавленного металла. Под воздействием

центростремительной вихревой составляющей силы в дуговой плазме и в металле сварочной ванны возникает магнитное давление, градиент которого создает магнитную силу, преимущественно направленную вдоль оси системы. Значение этой силы тем больше, чем выше плотность тока в прианодной области сварочной дуги (на поверхности сварочной ванны). Изложенные теоретические положения проиллюстрированы численными расчетами распределения магнитного давления и магнитной силы в плазме столба дуги и в металле сварочной ванны. Установлено, что контракция тока дуги на аноде интенсифицирует гидродинамические потоки расплавленного металла, а следовательно, и конвективный перенос энергии от центральной, наиболее нагретой, зоны поверхности сварочной ванны к ее донной части, способствуя тем самым повышению проплавляющей способности дуги с тугоплавким катодом.

### 1.2.1. МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ТЕПЛОВЫХ, ЭЛЕКТРОМАГНИТНЫХ И ГИДРОДИНАМИЧЕСКИХ ПРОЦЕССОВ ПРИ ТИГ И А-ТИГ СВАРКЕ НЕПОДВИЖНОЙ ДУГОЙ\*

И.В. КРИВЦУН, В.Ф. ДЕМЧЕНКО, К.А. ЮЩЕНКО, А.Б. ЛЕСНОЙ,  
Д.В. КОВАЛЕНКО, И.В. КОВАЛЕНКО

**Факторы повышенной проплавляющей способности А-ТИГ сварки.** А-ТИГ сварка, являющаяся разновидностью сварки вольфрамовым электродом в среде инертных газов (ТИГ), отличается тем, что осуществляется по слою активирующего флюса, нанесенному на поверхность свариваемого изделия. При одних и тех же режимах А-ТИГ сварка обеспечивает существенное увеличение (в 2–3 раза) глубины проплавления (рис. 1) по сравнению с обычной ТИГ сваркой.

Аналізу возможных механизмов повышенной проплавляющей способности при А-ТИГ сварке посвящены работы [1–6]. В настоящее время большинство исследователей связывают феномен повышенной проплавляющей способности А-ТИГ сварки сталей с изменением характера и интенсивности гидродинамических потоков в сварочной ванне. Вместе с тем, существуют различные предположения относительно того, в результате воздействия каких факторов создается специфическая гидродинамическая обстановка в сварочной ванне при сварке по слою активирующего флюса. В качестве возможного механизма изменения направления гидродинамических потоков в сварочной ванне при А-ТИГ сварке авторы [7] высказывают гипотезу о том, что под влиянием активирующего флюса изменяется знак величины  $d\sigma/dT$  ( $\sigma$  — коэффициент поверхностного натяжения,  $T$  — температура поверхности сварочной ванны) на противоположный ( $d\sigma/dT > 0$ ). В резуль-

тате такого изменения возникает обратное течение Марангони, направленное от периферии к центру сварочной ванны с последующим разворотом потока ко дну ванны. В [6] отмечена также возможность возникновения концентрационно-капиллярной конвекции, обусловленной неравномерным составом активирующего флюса в поверхностном слое ванны.

Другой важной особенностью А-ТИГ сварки, которую можно считать вполне установленной, является эффект контрагирования дуги под воздействием активирующего флюса, выражающийся, в частности, в уменьшении (по сравнению с ТИГ сваркой) размера анодного пятна. Высказываются различные мнения относительно того, что является причиной контрагирования дуги. Авторы работ [2, 3] полагают, что контрагирование дуги происходит за счет наличия электроотрицательных элементов активирующего флюса в анодном слое и прианодной плазме. В [8] высказана гипотеза о том, что уменьшение размера анодного пятна при А-ТИГ процессе обусловлено электроизоляционными свойствами пленки флюса на поверхности сварочной ванны. В качестве контраргумента такой точки зрения могут выступать экспериментальные результаты работы [9], в которой при ТИГ сварке с дополнительным вводом кислорода в дуговое пространство получена глубина проплавления, сопоставимая с А-ТИГ сваркой.

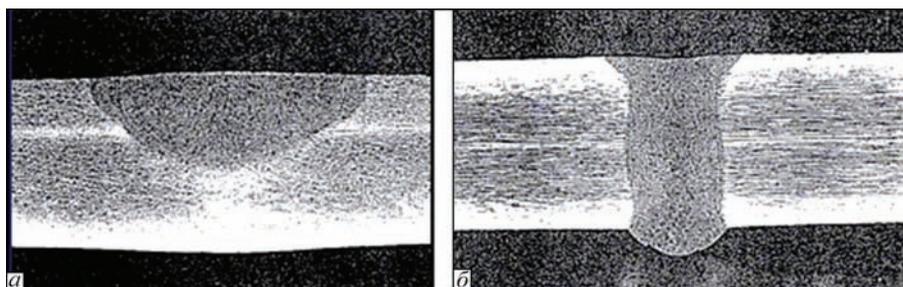


Рис. 1. Форма шва при ТИГ (а) и А-ТИГ (б) сварке пластины из нержавеющей стали 08Х18Н10Т толщиной 6 мм при  $I = 200$  А,  $U = 10$  В,  $V = 120$  мм/мин)

\*Сб. тр. IV Межд. конф. «Математическое моделирование и информационные технологии в сварке и родственных процессах» (27–30 мая, Кацивели, Крым, Украина). — 2008. — С. 64–71.

Гидродинамика сварочной ванны при дуговых способах сварки обуславливается воздействием нескольких силовых факторов:

- силы плавучести (подъемная сила Архимеда);
- электромагнитной силы, возникающей в результате взаимодействия сварочного тока с собственным магнитным полем (сила Лоренца);
- поверхностной силы Марангони.

Дополнительно к этому в [10] было показано, что при определенных условиях существенное значение может иметь поверхностная сила вязкого трения потока плазмы с поверхностью сварочной ванны. В условиях А-ТИГ сварки, когда размеры анодного и катодного пятен становятся соизмеримыми, течение плазмы в столбе сварочной дуги (в отличие от классического набегания потока плазмы на ванну) может организовываться в виде двух вихревых течений [6], при этом касательная сила вязкого трения становится направленной к центру поверхности сварочной ванны. При такой структуре потоков плазмы влияние давления плазменного потока на деформацию свободной поверхности становится несущественным и основное воздействие оказывает [11] давление отдачи паров металла в процессе его испарения с перегретого выше температуры кипения участка поверхности сварочной ванны. Деформация сварочной ванны и связанное с этим смещение источника нагрева вглубь ванны может служить [3, 12] дополнительным фактором повышения проплавляющей способности сварочной дуги.

Представляет интерес определить степень влияния различных силовых факторов на гидродинамические процессы в сварочной ванне. В настоящей работе сделана попытка провести этот анализ методом математического моделирования применительно к А-ТИГ сварке неподвижной дугой (точечная сварка). В этом случае можно ограничиться моделью в осесимметричном приближении. С целью верификации модели были проведены экспериментальные исследования динамики проплавления при точечной ТИГ и А-ТИГ сварке. Результаты вычислительных и натурных экспериментов изложены в этой работе.

**Математическая модель магнитной гидродинамики и теплообмена при дуговой сварке неплавящимся электродом.** Основные положения. Наиболее полное описание процесса дуговой сварки должно базироваться на модели, учитывающей взаимодействие столба дуги с поверхностью свариваемого изделия. В настоящей работе предлагается модель тепловых, электромагнитных и гидродинамических процессов, протекаю-

щих в сварном изделии. Эта модель приближенно учитывает взаимодействие дуги с основным металлом, исходя из следующих двух положений: 1) сварочный ток втекает в изделие через анодное пятно радиуса  $R_a$ ; 2) тепловой поток поступает в изделие через «тепловое» пятно радиуса  $R_T$  на поверхности сварочной ванны. Предполагается, что плотность тока и удельный тепловой поток источника сварочного нагрева в соответствующих пятнах распределены по нормальному закону. При проведении вычислительных экспериментов значения  $R_a$  и  $R_T$  выбирались из экспериментальных данных [13–15]. Деформация свободной поверхности сварочной ванны не принимается во внимание. Модели тепловых, электромагнитных и гидродинамических процессов формулируются в осесимметричном приближении.

*Модель тепловых процессов.* При разработке модели нестационарного сварочного нагрева пластины (в т.ч. двухслойной) (рис. 2) использовались следующие физические предпосылки: 1) процесс переноса энергии в свариваемом изделии происходит по кондуктивно-конвективному механизму; 2) теплообмен изделия с окружающей средой осуществляется конвекцией и излучением одновременно; 3) при перегреве свободной поверхности сварочной ванны выше температуры кипения учитываются потери тепла на испарение. Для расчета удельного теплового потока, идущего на парообразование, использовались расчетные данные работы [16] о зависимости удельного массового потока пара от температуры поверхности расплава. При этих предположениях математическая модель тепловых процессов имеет вид:

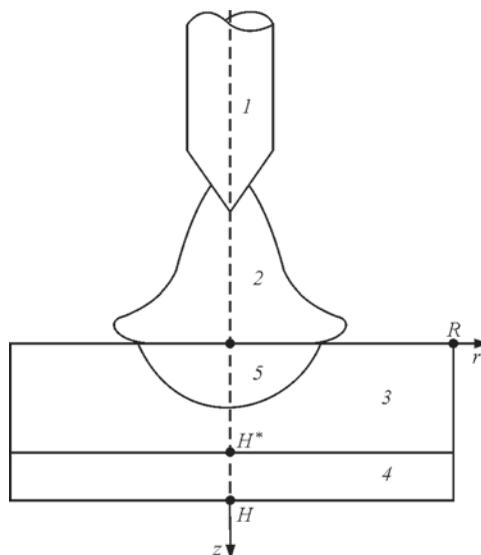


Рис. 2. Схема к математическому описанию нагрева: 1 — катод; 2 — дуга; 3, 4 — свариваемые листы; 5 — сварочная ванна

$$\frac{\partial W}{\partial t} + V_r \frac{\partial W}{\partial r} + V_z \frac{\partial W}{\partial z} = \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left( r \lambda(T, z) \frac{\partial T}{\partial r} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left( \lambda(T, z) \frac{\partial T}{\partial z} \right) + \psi(r, z), \quad 0 < r < R, \quad 0 < z < H, \quad (1)$$

$$\left. \frac{\partial T}{\partial r} \right|_{z=0} = 0, \quad \lambda \left. \frac{\partial T}{\partial z} \right|_{z=L} = \alpha_L (T - T_c), \quad (2)$$

$$-\lambda \left. \frac{\partial T}{\partial z} \right|_{z=0} = -q_h + q_e + q_n + q_v,$$

где

$$W(T) = \int_{T_0}^T c \rho dT + \kappa \eta(T) \quad (3)$$

— энтальпия;  $c = c(T)$ ;  $\rho = \rho(T)$  — удельная теплоемкость и плотность металла;  $\eta(T)$  доля твердой фазы;  $\kappa$  — теплота плавления;  $q_h$  — удельный поток тепла, вводимого в изделие;  $q_e = \epsilon \sigma_0 (T^4 - T_c^4)$  — потери тепла на излучение;  $q_v = g_v \chi_v$  — потери тепла на парообразование;  $g_v = g_v(T)$  — удельный массовый поток пара;  $\chi_v$  — теплота парообразования;  $\alpha_0$ ,  $\alpha_L$  — коэффициенты теплоотдачи;  $\psi(r, z)$  — производительность джоулевых источников тепла.

*Модель электромагнитных процессов.* Для определения поля плотности тока в свариваемом изделии использовалась следующая модель электрических процессов, сформулированная относительно скалярного потенциала  $\phi$  электромагнитного поля

$$\text{div}(k \text{grad } \phi) = 0, \quad 0 < r < R, \quad 0 < z < H, \quad (4)$$

$$k \left. \frac{\partial \phi}{\partial z} \right|_{z=0} = J_z^*(r), \quad \left. \frac{\partial \phi}{\partial r} \right|_{r=0} = 0, \quad (5)$$

$$\left. \frac{\partial \phi}{\partial r} \right|_{r=R} = 0, \quad \phi(r, H) = 0, \quad 0 < r < R,$$

где  $\sigma$  — удельная электрическая проводимость. Распределение плотности тока  $J_z^*(r)$  в анодном пятне задавалось по нормальному закону таким образом, что

$$\int_0^{R_a} J_z^*(r) r dr = 0, 9I,$$

где  $I$  — сварочный ток. Зная распределение потенциала, можно вычислить плотность тока  $\vec{j} = -k \text{grad } \phi$ , распределение объемной плотности джоулевых источников тепла  $\psi = \sigma |\text{grad } \phi|^2$  и, исходя из уравнения  $\text{rot } \vec{H} = \vec{j}$ , определить напряженность магнитного поля  $\vec{H} = \{0, H_\theta(r, z), 0\}$ . В осесимметричном электромагнитном поле объемная плотность ponderomotorной силы выражается через напряженность поля  $H_\theta$  следующим образом:

$$\vec{F} = -\mu_0 \mu \left( \frac{1}{2} \text{grad } H_\theta^2 - \frac{H_\theta^2}{r} \vec{e}_r \right), \quad (6)$$

где  $\mu$  — относительная магнитная проницаемость. Известно, что потенциальная составляющая объемной силы не приводит к движению жидкости (хотя

и не препятствует движению под действием другой силы). Поэтому производящей движение расплава силой является центростремительная сила

$$\vec{F}_{\text{rot}} = -\mu_0 \mu \frac{H_\theta^2}{r} \vec{e}_r,$$

где  $\vec{e}_r$  — единичный вектор. На поверхности сварочной ванны эта сила непосредственно выражается через сварочный ток

$$\vec{F}_{\text{rot}}(r, 0) = -\mu_0 \nu \frac{I^2}{4\pi R_a^3} \frac{r}{R_a} \vec{e}_r, \quad 0 < r < R_a. \quad (7)$$

В контексте дальнейшего изложения отметим, что величина центростремительной силы обратно пропорциональна кубу радиуса анодного пятна.

*Модель гидродинамических процессов.* Для описания гидродинамики сварочной ванны привлекалась полная система уравнений движения вязкой несжимаемой жидкости. Уравнения интегрировались в области сложной формы, ограниченной свободной поверхностью  $z = 0$  сварочной ванны и подлежащим определению фронтом плавления  $\Gamma$ . Принимались во внимание воздействие на расплав следующих силовых факторов: центростремительной составляющей силы Лоренца  $\vec{F}_{\text{rot}}$ , подъемной силы Архимеда  $\vec{F}_A$  и поверхностной силы Марангони. Модель описывается следующими уравнениями и граничными условиями:

$$\frac{\partial V_r}{\partial t} + V_r \frac{\partial V_r}{\partial r} + V_z \frac{\partial V_r}{\partial z} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial r} + \nu \left( \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left( r \frac{\partial V_r}{\partial r} \right) + \frac{\partial^2 V_r}{\partial z^2} - \frac{V_r}{r^2} \right) + \frac{(\vec{F}_{\text{rot}}, \vec{e}_r)}{\rho},$$

$$\frac{\partial V_z}{\partial t} + V_r \frac{\partial V_z}{\partial r} + V_z \frac{\partial V_z}{\partial z} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial z} + \nu \left( \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left( r \frac{\partial V_z}{\partial r} \right) + \frac{\partial^2 V_z}{\partial z^2} \right) + F_A + g \beta_T T,$$

$$V_r(0, z, t) = 0, \quad \left. \frac{\partial V_z}{\partial r} \right|_{r=R} = 0,$$

$$V_n|_\Gamma = V_\tau|_\Gamma = 0, \quad V_z(r, 0, t) = 0,$$

$$\nu \left. \frac{\partial V_r}{\partial z} \right|_{z=R} = -\frac{1}{\rho} \beta_\sigma \left. \frac{\partial T}{\partial z} \right|_{z=0},$$

где  $V_r, V_z$  — компоненты вектора скорости;  $\nu$  — кинематическая вязкость;

$$\beta_\sigma = \frac{1}{\sigma^0} \frac{\partial \sigma}{\partial T}; \quad \beta_T = \frac{d\rho}{dT}.$$

*Численная реализация модели.* Задачи тепло-, массо- и электропереноса, сформулированные выше, решались методом сеток. Для аппроксимации указанных задач вводилась регулярная эйлерова сетка  $\omega_h = \{r_n = nh_r, n = \overline{0, N}, Nh_r = R; z_m = mh_z, m = \overline{0, M}, Mh_z = H\}$  и сетка по времени  $\omega_\tau = \{t_k = k\tau, k = 0, 1, 2, \dots\}$ . Для аппроксимации

субстанциональной производных в уравнениях энергии и движения использовалась локальная лагранжевая сетка, построенная [17, 18] таким образом, чтобы в искомый момент времени  $t = t_k$  узлы эйлеровой и локальной лагранжевой сеток совпадали. При этом шаг по времени ограничивался, исходя из требования, чтобы максимальное число Куранта не превосходило единицу, т.е.  $\max |Ku| < 1$ . Уравнения гидродинамики интегрировались в области  $\Omega = \{0 < r < R, 0 < z < H\}$  с использованием метода фиктивных областей. С этой целью в той части области  $\Omega$ , которая относится к твердой фазе, плотность и вязкость выбирались достаточно большими числами. При расчетах использовалась следующая сетка  $\omega_h$ :  $N = 140, M = 140$ .

**Экспериментальные исследования.** Кинетика проплавления металла изучалась при точечной ТИГ и А-ТИГ сварке листов нержавеющей стали 08Х18Н10Т толщиной 5 мм. При А-ТИГ сварке неподвижной дугой использовался аэрозольный активирующий флюс ПАТИГ С-А. Выполнялись серии сварных точек при различном времени горения дуги:  $t = 1, 2, \dots, 10$  с. В процессе сварки фиксировалось изменение напряжения на дуге при токе  $I = 100$  А. Использовался вольфрамовый электрод с 2 %  $\text{ThO}_2$  диаметром 3,2 мм и углом заточки  $35^\circ$ . Установленная длина дуги во время сварки составляла 1,5 мм. В качестве защитного газа применялся аргон (расход 12 л/мин).

В квазистационарном режиме формирования шва при сварке подвижной дугой количество металла, расплавляемого и кристаллизующегося в единицу времени, совпадают. Поэтому скачок плотности при фазовом переходе не влияет на форму свободной поверхности сварочной ванны. Напротив, при выполнении точечной сварки процесс плавления основного металла и процесс кристаллизации металла шва разделены во времени таким образом, что в течении времени горения дуги происходит только плавление основного металла, а по-

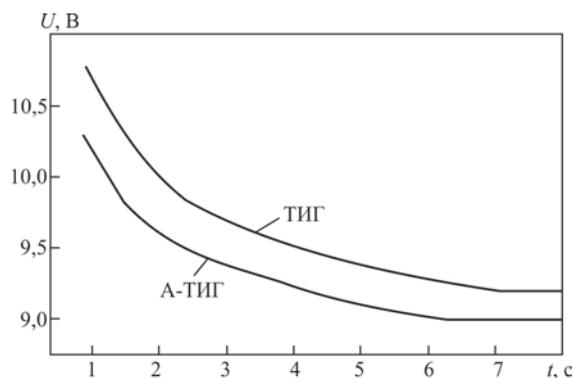


Рис. 3. Изменение напряжения на дуге в процессе точечной ТИГ и А-ТИГ сварки

сле отключения дуги — кристаллизация расплавленного металла ванны. Для никелевых сплавов скачок плотности при фазовом переходе составляет 10–12 %, соответственно этому объем сварочной ванны на эту же величину превосходит объем твердой фазы, подвергнувшейся расплавлению. Таким образом, при сварке неподвижной дугой в процессе плавления основного металла неизбежна деформация свободной поверхности с образованием выпуклого мениска, уменьшающего длину дуги. В связи с этим по мере увеличения объема сварочной ванны напряжение на дуге падает (рис. 3).

Следует отметить, что при точечной А-ТИГ сварке активация поверхности сварочной ванны происходит за счет первоначально нанесенного флюса, который в процессе сварки никаким образом не восполняется, в отличие от сварки подвижной дугой, при которой флюс непрерывно вовлекается в процесс активации за счет перемещения дуги. Поэтому можно полагать, что сварка в режиме А-ТИГ осуществлялась лишь в течение ограниченного времени (возможно, 2–3 с), после чего действие флюса исчерпывалось. Этим объясняется менее существенное увеличение глубины проплавления при А-ТИГ сварке неподвижной дугой (рис. 4, а), чем это имеет место в случае перемеща-

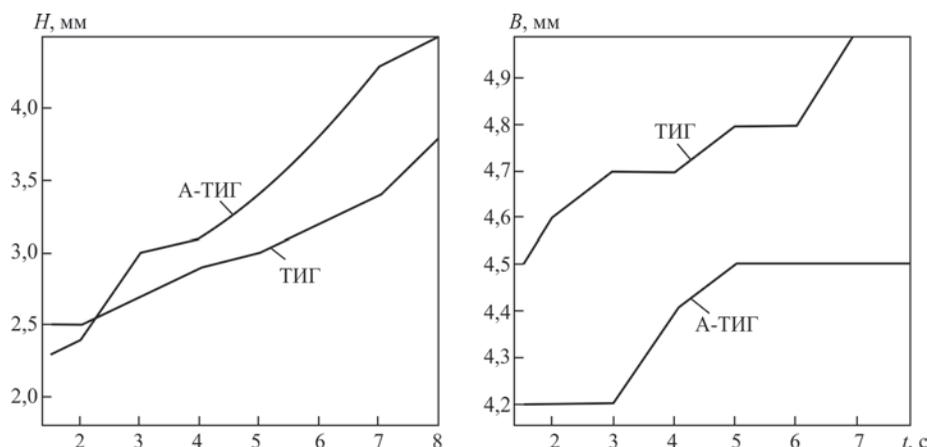


Рис. 4. Изменение глубины (а) и ширины (б) ванны при ТИГ и А-ТИГ сварке

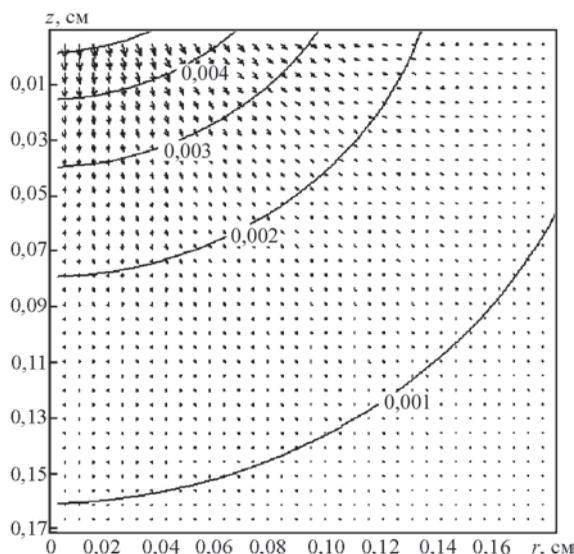


Рис. 5. Распределение потенциала (сплошные линии) и плотности тока в сварочной ванне ( $\max|\vec{j}| = 5370 \text{ A/cm}^2$ )

ющейся дуги, хотя характерные отличия по ширине и глубине проплавления сохраняются (рис. 4).

**Результаты вычислительных экспериментов.** *Характеристики электромагнитного поля.* На рис. 5–7 представлены рассчитанные поля плотности тока  $\vec{j}$ , напряженности магнитного поля  $H_0$  и объемной плотности вихревой составляющей силы Лоренца при токе дуги  $I = 100 \text{ A}$  и радиусе анодного пятна  $R_a = 1,25 \text{ мм}$ . Наибольшие значения центростремительной силы достигаются в объемах сварочной ванны вблизи анодного пятна. Влияние размера анодного пятна на величину центростремительной силы иллюстрирует рис. 8, на котором показано распределение  $|\vec{F}_{\text{rot}}(R_a, z)|$  для различных радиусов анодного пятна. Как видно из этого рисунка, чем меньше радиус анодного пятна, тем больше величина центростремительной силы (см. формулу (7)). Отметим, что для создания потока расплава, направленного ко дну ванны, существенное значение имеет не только величина

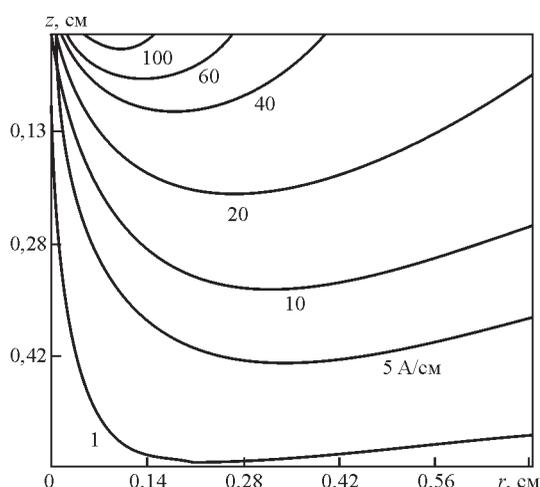


Рис. 6. Изолинии напряженности магнитного поля

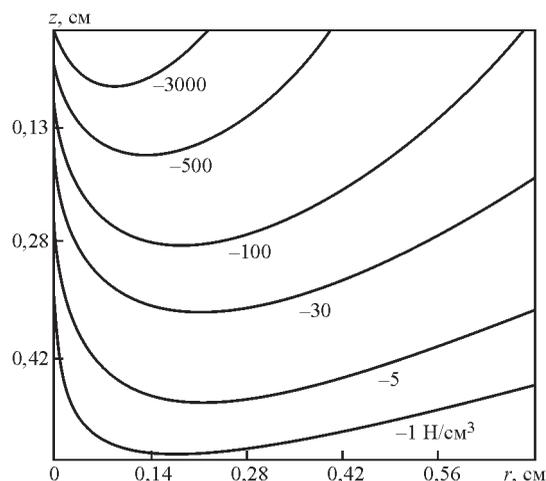


Рис. 7. Распределение  $|\vec{F}_{\text{rot}}|$  в сварочной ванне

силы, но и ее градиент в аксиальном направлении. Представленные результаты расчета можно интерпретировать таким образом, что в объемах сварочной ванны, примыкающих к анодному пятну, действует своеобразный магнитодинамический насос, прокачивающий расплав ко дну сварочной ванны. Производительность такого насоса в существенной мере зависит от диаметра анодного пятна. При  $R_a > 2 \text{ мм}$  сжимающее воздействие вихревой составляющей силы Лоренца становится слабым и соответственно ее роль в формировании потоков расплава уменьшается.

*Тепловые и гидродинамические процессы.* Вычислительные эксперименты тепловой и гидродинамической обстановки при точечной сварке неплавящимся электродом, проведенные в настоящей работе, были направлены на изучение влияния различных силовых факторов на проплавляющую способность дуги при А-ТИГ сварке. С целью сравнительного анализа рассматривались следующие модельные ситуации:

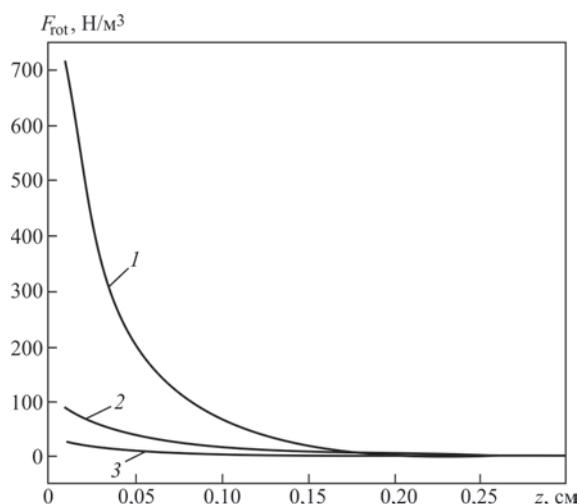


Рис. 8. Распределение  $|\vec{F}_{\text{rot}}(R_a, z)|$  в зависимости от радиуса анодного пятна: 1 —  $R_a = 1$ ; 2 —  $R_a = 2$ ; 3 —  $R_a = 3 \text{ мм}$

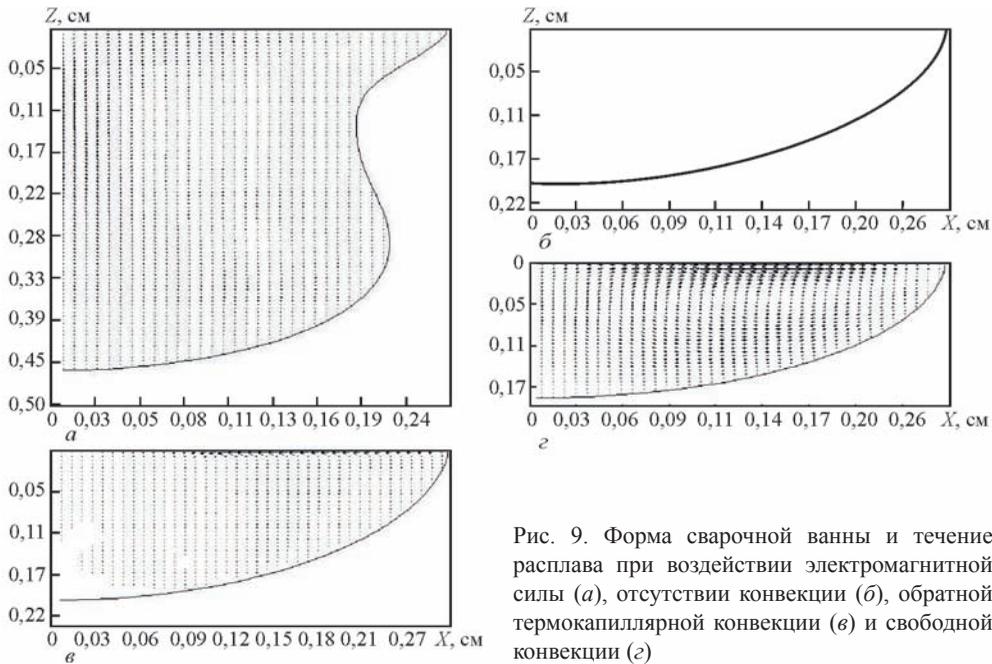


Рис. 9. Форма сварочной ванны и течение расплава при воздействии электромагнитной силы (а), отсутствии конвекции (б), обратной термокапиллярной конвекции (в) и свободной конвекции (г)

- конвекция расплава отсутствует;
- конвекция развивается в результате действия термокапиллярной силы (обратная конвекция Марангони —  $\beta_\sigma > 0$ );
- конвекция обусловлена силой плавучести;
- конвекция вызвана силой Лоренца.

Расчеты велись для нержавеющей стали при следующих численных значениях параметров, входящих в математическое описание:  $H = 5$  мм,  $I = 100$  А,  $\beta_T = 2 \cdot 10^{-4}$  1/К,  $\beta_\sigma = 5 \cdot 10^{-4}$  Н/мК,  $R_a = 1,25$  мм,  $R_T = 1,5$  мм,  $\eta = 0,82$ . Выбранные значения  $R_a$  и  $R_T$ , которые по мнению авторов в наибольшей степени соответствуют А-ТИГ сварке, сохранялись неизменными в течение всего времени (10 с) горения дуги (в отличие от реальных условий сварки, при которых, как было указано выше, активирующее действие флюса ограничено во времени). Результаты вычислительных экспериментов формы сварочной ванны и развивающихся в ней потоков расплава для различных ситуаций силового воздействия приведены на рис. 9–12 (время горения дуги  $t = 8$  с). Расчетные данные свидетельствуют о том, что при  $R_a = 1,25$  мм доминирующим силовым фактором, определяющим гидродинамику сварочной ванны, является сила Лоренца (рис. 9, а).

Под воздействием центростремительной составляющей этой силы в сварочной ванне организуется вихревое течение расплава, которое вблизи свободной поверхности направлено от периферии к центру сварочной ванны. Движущиеся навстречу друг другу потоки жидкого металла в осевой части ванны разворачиваются в аксиальном направлении, транспортируя перегретый до температуры кипения и выше (рис. 10) металл из

центра теплового пятна ко дну ванны. Поскольку скорости движения жидкого металла поддерживаются достаточно высокими ( $\max|\vec{V}_a| \approx 50$  см/с), то перемещающийся металл в значительной степени сохраняет тепло перегрева, в результате чего в сварочной ванне вблизи фронта плавления образуется температурное уплотнение с высоким градиентом температуры. Вследствие этого создаются условия для увеличения глубины проплавления.

При заданном радиусе анодного пятна ( $R_a = 1,25$  мм) влияние размера пятна нагрева  $R_T$  на глубину проплавления имеет экстремальный характер: глубина проплавления достигает максимума при  $R_T = 1,75$  мм; дальнейшее уменьшение  $R_T$  и, соответственно, повышение плотности теплового потока, приводит к дополнительному перегреву поверхности сварочной ванны выше температуры кипения  $T_k$ . В результате этого возрастают потери тепла на испарение и степень усвоения сварным изделием источника тепла снижается. Профиль температуры при перегреве поверхности ванны выше температуры кипения ( $R_T = 1,5$  мм) имеет (см. рис. 10) характерную «площадку» при  $T > T_k$ .

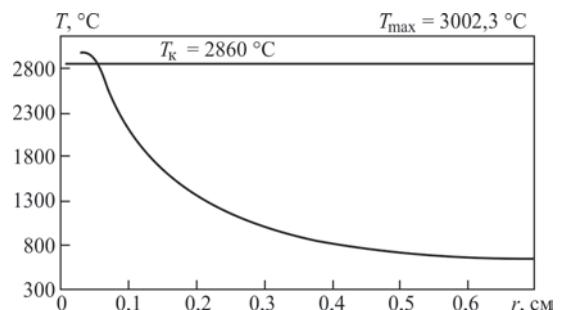


Рис. 10. Распределение температуры на поверхности сварочной ванны при  $R_a = 1,25$  мм,  $R_T = 1,5$  мм

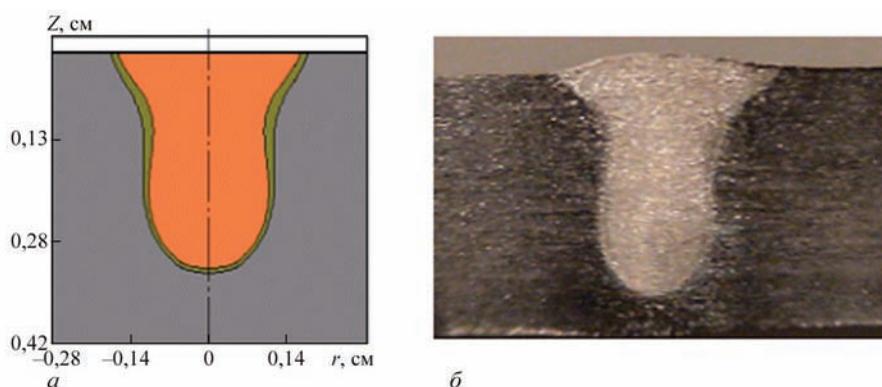


Рис. 11. Расчетная (а) и экспериментальная (б) формы поперечного сечения сварного шва при А-ТИГ сварке

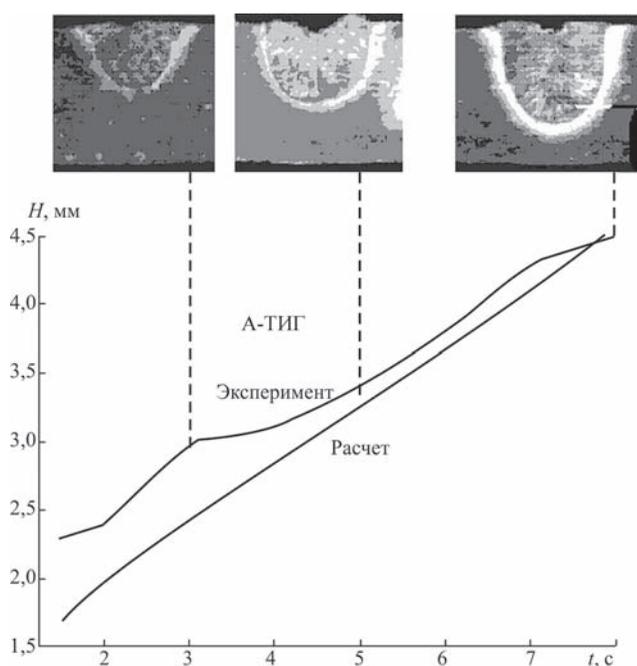


Рис. 12. Сопоставление расчетных и экспериментальных данных по глубине проплавления при А-ТИГ сварке

Отметим еще одну особенность формирования шва при А-ТИГ сварке. Потоки расплава, разворачивающиеся у дна ванны в сторону ее боковой поверхности, способствуют дополнительному подплавлению металла, за счет чего возникает характерная «тюльпанообразная» форма шва. Подобная форма шва наблюдается при А-ТИГ сварке без сквозного проплавления. На рис. 11 показаны экспериментальная (А-ТИГ сварка при небольшой скорости сварки) и расчетные формы поперечного сечения сварного шва.

Результаты расчета кинетики проплавления при А-ТИГ сварке удовлетворительно согласуются с результатами экспериментальных исследований. На рис. 12 представлены экспериментальные очертания сварочной ванны, расчетная и экспериментально измеренная глубина проплавления в зависимости от длительности горения дуги. Эти данные

**Параметры проплавления и скорости течения расплава при различных силовых воздействиях ( $R_a = 1,25$  мм,  $R_T = 1,5$  мм)**

Силовое воздействие	$H$ , мм		$\max  V_a $
	расч.	эксп.	
Без конвекции	1,5	3,5	0
Сила Марангони	0,9		0,8
Сила Архимеда	1,4		2,7
Сила Лоренца	3,1		49,0

свидетельствуют о том, что предложенная в настоящей работе математическая модель в достаточной мере полно отражает характерные особенности формирования сварного шва при А-ТИГ сварке.

Конвекция Марангони (в отсутствии воздействия других сил) имеет структуру течения металла (см. рис. 9, в), аналогичную электромагнитному воздействию, однако интенсивность течения, особенно в аксиальном направлении, существенно ниже ( $\max |\vec{V}_a| \approx 1$  см/с). Действие силы плавучести (см. рис. 9, з) приводит к вихревому течению противоположного направления — от центра ванны к фронту плавления. В результате такой конвекции увеличивается ширина ванны, однако глубина проплавления оказывается заметно ниже по сравнению с действием пондеромоторной силы.

Проведенный сравнительный анализ влияния различных силовых факторов показывает, что при А-ТИГ сварке доминирующее влияние на гидродинамику сварочной ванны и, в конечном итоге, на глубину проплавления и форму сварной точки оказывает электромагнитная сила. При отсутствии контрагирования дуги (ТИГ сварка) заметное влияние на процесс конвективного теплопереноса в жидком металле может оказывать свободная конвекция расплава и, возможно, поверхностная сила вязкого трения потока плазмы с поверхностью сварочной ванны.

Результаты расчета характерных параметров при  $t = 5$  с сведены в таблице.

**Выводы**

1. Предложена математическая модель гидродинамики и теплообмена при точечной сварке неплавящимся электродом, позволяющая прогнозировать кинетику проплавления основного металла в зависимости от параметров режима сварки.

2. Параметрами, определяющими тепловое состояние и гидродинамику сварочной ванны при дуговых способах сварки, являются: размер анодного пятна (диаметр токового канала на аноде); размер пятна теплового нагрева. Принципиальное различие в проплавляющей способности ТИГ и А-ТИГ сварки обусловлено различным соотношением между размерами токового и теплового пятен.

3. Проведен сравнительный анализ влияния различных силовых факторов (сила Лоренца, эффект Марангони, сила Архимеда) на гидродинамику и тепловое состояние сварного изделия. Показано, что при диаметрах анодного пятна, меньших 4 мм, доминирующим фактором, определяющим глубину проплавления и форму сварной точки, является центробежная составляющая силы Лоренца.

4. Результаты расчетов глубины и ширины шва при А-ТИГ сварке удовлетворительно согласуются с экспериментальными данными. Формирование характерной «тюльпанообразной» формы сварного шва при А-ТИГ сварке обусловлено тепловым воздействием потока перегретого металла, разворачивающегося вблизи дна ванны в сторону ее боковой стенки.

1. *Yushchenko K.A., Savitskiy M.M., Kovalenko D.V. et al.* A-TIG welding of carbon-manganese and stainless steel // Proc. of conf. «Welding technology of Paton Institute» (Abington, Oct., 1993). Abington Publishers, 1993. — P. 254–262.
2. *Lucas W., Howse D., Savitskiy M.M., Kovalenko, I.V. et al.* A-TIG — increasing the performance and productivity of the TIG process: IIW Doc. XII-1448–96.
3. *Савицкий М.М., Кушниренко Б.Н., Олейник О.И.* Особенности сварки вольфрамовым электродом с активирующим флюсом (АТИГ-процесс) // Автомат. сварка. — 1999. — № 12. — С. 20–29.
4. *Lowke J., Tanaka M., Ushio M.* Mechanisms giving increased weld-depth to a flux // J. Phys. D: Appl. Phys. — (2005). — № 38. — P. 3438–3445.
5. *Yushchenko, K.A., Kovalenko, D.V., Kovalenko, I.V.* Comparative analysis of TIG and A-TIG welding of stainless steel: IIW Doc. 212-1088–05.
6. *Paton B.E., Yushchenko K.A., Kovalenko D.V. et al.* Factors of increasing penetrating capacity of A-TIG welding of stainless steel: IIW Doc. XII-1911–06.
7. *David S.A., DebRoy T., Vitek J.M.* Phenomenological modelling of fusion welding processes // MRS Bull. — 14, № 1. — P. 29.
8. *Lowke J., Tanaka M., Ushio M.* Insulation effects of flux layer in producing greater weld depth: IIW Doc. 212-1053–04.
9. *Sato T., Ochiai T., Fujii H. et al.* Effect of shielding gas on penetration shape in double shielded GTA welding: IIW Doc. XII-1892–06.
10. *Tanaka M., Lowke J.* Predictions of weld pool profiles using plasma physics // J. Phys. D: Appl. Phys. — 2007. — № 40. — P. 1–23.
11. *Paton B.E., Yushchenko K.A., Kovalenko D.V. et al.* Role of quasi-keyhole and Marangoni convection in formation of deep penetration in A-TIG welding of stainless steel (Phenomenological model of A-TIG welding of stainless steel // Proc. of Joint 16<sup>th</sup> Int. Conf. on Computer Technology in Welding and Manufacturing and 3<sup>rd</sup> Int. Conf. on Mathematical Modelling and Information Technologies in Welding and Related Processes (Kiev, Ukraine, June, 2006). — Kiev: PWI, 2006. — P. 258–263.
12. *Paton B.E., Yushchenko K.A., Kovalenko D.V. et al.* Formation of quasi keyhole is a cause of deep penetration in A-TIG welding of stainless steel: IIW Doc. 212-1085–05.
13. *Yushchenko K.A., Kovalenko D.V., Kovalenko I.V.* Investigation of peculiarities of A-TIG welding of stainless steels: Doc. IIW 212-1047–03.
14. *Шоук П.А.* Исследование баланса энергии на аноде сильноточных дуг, горящих в атмосфере аргона // Современные проблемы теплообмена. — М.; Л.: Энергия, 1966. — С. 110–139.
15. *Schnick M., Munoz J. E. F., Zschetzche J. et al.* Experimentelle Möglichkeiten der WSG-Lichtbogenanalyse // Schweissen und Schweißen. — 2007. — 59, № 7–8. — P. 396–403.
16. *Krivtsun I.V., Demchenko V.F., Lesnoy A.B.* Model of evaporation-condensation processes in welding and material treatment // Proc. of Joint 16<sup>th</sup> Int. Conf. on Computer Technology in Welding and Manufacturing and 3<sup>rd</sup> Int. Conf. On Mathematical Modelling and Information Technologies in Welding and Related Processes (Kiev, Ukraine, June, 2006). — Kiev: PWI, 2006. — P. 184–187.
17. *Ляшко И.И., Демченко В.Ф., Вакуленко С.А.* Вариант метода расщепления уравнений динамики вязкой несжимаемой жидкости на лагранжево-эйлеровых сетка // Доклады АН УССР. — Серия А. — 1981. — С. 43–47.
18. *Демченко В.Ф., Лесной А.Б.* Лагранжево-эйлеровый метод численного решения многомерных задач конвективной диффузии // Там же. — 2000. № 11. — С. 71–75.

## 1.2.2. EXPERIMENTAL STUDIES AND MATHEMATICAL MODELLING OF PENETRATION IN TIG AND A-TIG STATIONARY ARC WELDING OF STAINLESS STEEL\*

K.A. YUSHCHENKO, D.V. KOVALENKO, I.V. KRIVTSUN,  
V.F. DEMCHENKO, I.V. KOVALENKO, A.B. LESNOY

**1. Introduction. Factors of increased penetration power of A-TIG welding.** Being a modification of tungsten inert gas (TIG) arc welding, A-TIG welding is characterized by the occurrence of the TIG welding process over the layer of an activating flux applied to the workpiece surface. Having the same process parameters, A-TIG welding of stainless steel provides substantial increase (2–3 times) in the penetration depth (Figure 1), compared with conventional TIG welding.

Studies [1–6] have been dedicated to the analysis of the possible mechanism of the increased penetration power of the A-TIG welding process of steels. At present, most investigators relate the phenomenon of the increased penetration power of A-TIG welding of steels to changes in the character and intensity of hydrodynamic flows in the weld pool. At the same time, different assumptions are made concerning the factors contributing to the formation of a specific hydrodynamic situation in the weld pool, in welding over the layer of the activating flux. As a probable mechanism of changes in directions of the hydrodynamic flows in the weld pool during A-TIG welding, the authors of [7] put forward a hypothesis that the temperature gradient of surface tension  $\partial\gamma/\partial T$  (where  $\gamma$  is the surface tension coefficient, and  $T$  is the temperature on the weld pool surface) is changed to the opposite  $\partial\gamma/\partial T > 0$  under the impact of the activating flux. This change results in the formation of an opposite Marangoni flow, directed from the periphery to the centre of the weld pool, which is followed by a turn of the flow towards the bottom of the pool. Study [6] also notes the possibility of the appearance of the

concentration-capillary convection, which is caused by a non-uniform composition of the activating flux in the surface layer of the pool.

Another important peculiarity of A-TIG welding, which can be considered completely proven, is the effect of contraction of the arc under the impact of the activating flux, which shows up in particular in a decreased size of the anode spot, as compared with conventional TIG welding. Different opinions have been advanced with respect to the cause of the arc contraction. The authors of [2, 3] suppose that contraction of the arc is caused by the effect of electronegative components of the activating flux in the anode layer and near-anode plasma. The authors of [8] are of the opinion that the decrease in size of the anode spot in A-TIG welding is caused by insulating properties of the flux film on the weld pool surface. Experimental results of study [9], where TIG welding performed with some addition of oxygen into the arc gap provided a penetration depth comparable with that observed in A-TIG welding, can be used as counter-evidence for this point of view.

Hydrodynamic behaviour of the weld pool in arc welding shows up under the impact of several force factors:

- buoyancy (Archimedean force);
- electromagnetic force formed as a result of interaction of the welding current and proper magnetic field (Lorentz force);
- surface Marangoni force.

Furthermore, as shown in [10], the surface force of viscous friction of the plasma flow and the welding pool surface may also be of considerable significance under certain conditions. In A-TIG welding, where sizes of the anode and cathode spots become comparable, the flow of plasma in the welding arc column (unlike the classic running of the plasma flow over the pool) may have the form [6] of two vortex flows, the tangential force of the viscous friction being directed towards the centre of the welding pool surface. With this structure of the plasma flows, the effect of pressure of the plasma flow on the deformation of the

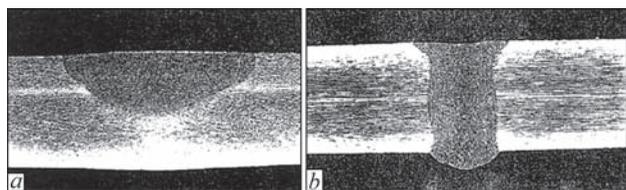


Fig. 1. Weld shape in TIG and A-TIG welding of 6 mm-thick 304L stainless steel plate (using moving arc);  $I = 200$  A,  $U = 10$  V,  $V = 120$  mm/min; *a* — TIG welding; *b* — A-TIG welding

\*Welding in the World. — 2009. — Vol. 53, № 9/10. — P. 253–263.

free surface becomes insignificant, the main impact being exerted [11] by the back pressure of vapours of the metal evaporating from the region of the weld pool surface, overheated to a temperature above boiling point. Deformation of the weld pool and associated displacement of the heat source deep into the pool can serve as an additional factor contributing to the increase in the penetration power of the welding process [3, 12]. Therefore, it is of interest to determine the extent of the effect of different force factors on the hydrodynamic processes occurring in the weld pool. In this study, we made an attempt to conduct this analysis by the method of mathematical modelling as applied to stationary arc (spot) A-TIG welding. In this case, it is possible to confine the study to the model in axisymmetric approximation. Experimental investigations of the dynamics of penetration in spot TIG and A-TIG welding were carried out to verify the model. We will therefore present results of the calculation and experimental investigations.

**2. Experimental results.** Experiments were conducted by using the robotic welding system equipped with power unit TETRIX 350 AC/ DC (EWM Company). The unit was fitted with computerized systems for programmed control (PCM 300), monitoring and documentation (Q-DOC 9000) of the welding process parameters. Optical system UVKD with a digital video camera was used for visual examination of behaviour of the arc and formation of the weld spot.

Investigations of the kinetics of penetration of metal in TIG and A-TIG welding were carried out by welding 5 mm thick plates of stainless steel 304L. A series of bead-on-plate weld spots was made without or with the PATIG S-A aerosol activating flux at different arcing times:  $t_a = 1.0\text{--}8.0$  s. Variations in arc voltage at welding current  $I = 100$  A were fixed during welding with electrode negative polarity (DCEN). The W-2 % ThO<sub>2</sub> electrode (diameter 3.2 mm and tip angle 35°) was used with a 1.5 mm arc length. Argon was used as a shielding gas at a flow rate of 12 l/min.

Under the quasi-stationary conditions of the weld formation, which is the case of stationary arc welding, the amounts of metal melted and solidified per unit time coincide. Therefore, the jump of density in phase transition has no effect on shape of the free surface of the weld pool. The case of making the spot welds is different. Here, the processes of melting of the base metal and that of solidification of the weld metal are separated in time, so that it is only the melting of the base metal that takes place during the arcing time, and solidification of the pool metal occurs after the arc extinguishes. For example, for nickel alloys the jump of density in phase transition is 10–12 %. The volume of the weld pool exceeds accordingly the volume of the

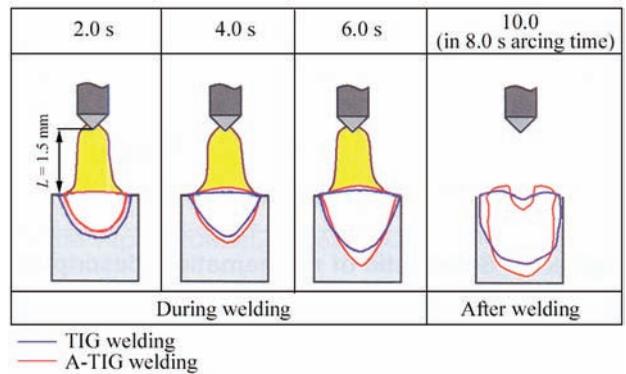


Fig. 2. Weld formation in TIG and A-TIG stationary arc (spot) welding processes

solid phase subjected to melting. Therefore, deformation of the free surface to form a convex meniscus that shortens the arc length is unavoidable during melting of the base metal in spot welding (Figure 2). Hence, the arc voltage decreases with increase in volume of the weld pool (Figure 3).

It should be noted that activation of the weld pool surface in spot A-TIG welding occurs due to the preliminarily applied flux, which is not filled up during the welding process, in contrast to welding with the moving arc, where the flux is continuously involved in the activation process due to movement of the arc. Therefore, it can be assumed that spot welding under the A-TIG conditions takes place only for a limited time (probably 2–3 s), after which the flux effect becomes exhausted. This explains a less pronounced increase of the penetration depth in stationary arc A-TIG welding (Figure 4, *a*), compared with the moving arc, the most typical differences in the penetration width and depth persisting between the two methods (Figure 4).

A characteristic crater with a depression (recess) is formed at the centre of the weld spot during its solidification, after the switching off of the welding current and extinguishment of the arc. This is typical both for TIG and A-TIG welding, the only difference being that the recess in A-TIG welding is a bit deeper than

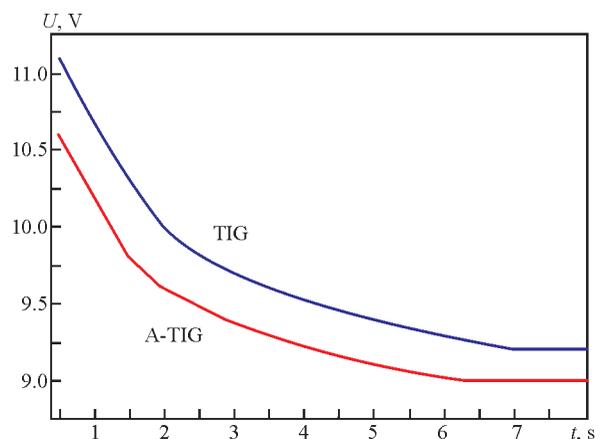


Fig. 3. Variations in arc voltage during TIG and A-TIG spot welding processes

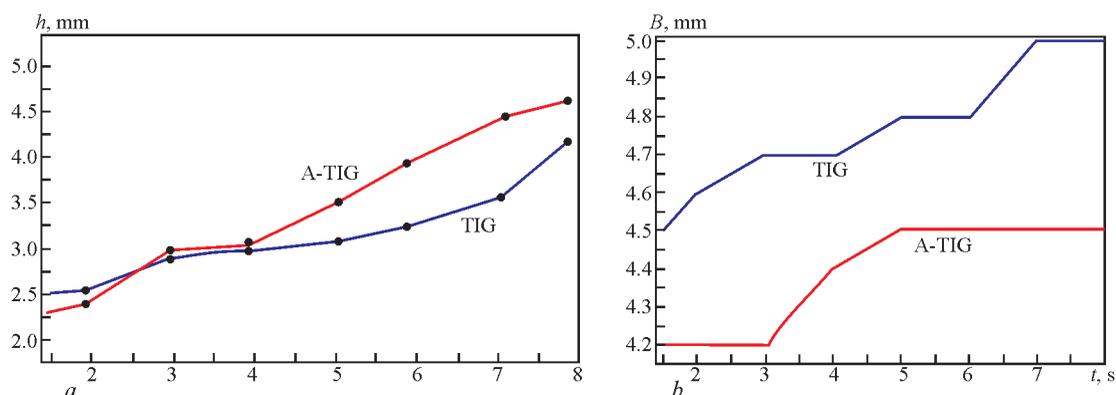


Fig. 4. Variations of the weld pool in TIG and A-TIG spot welding processes:  $a$  — variations in depth;  $b$  — variations in width

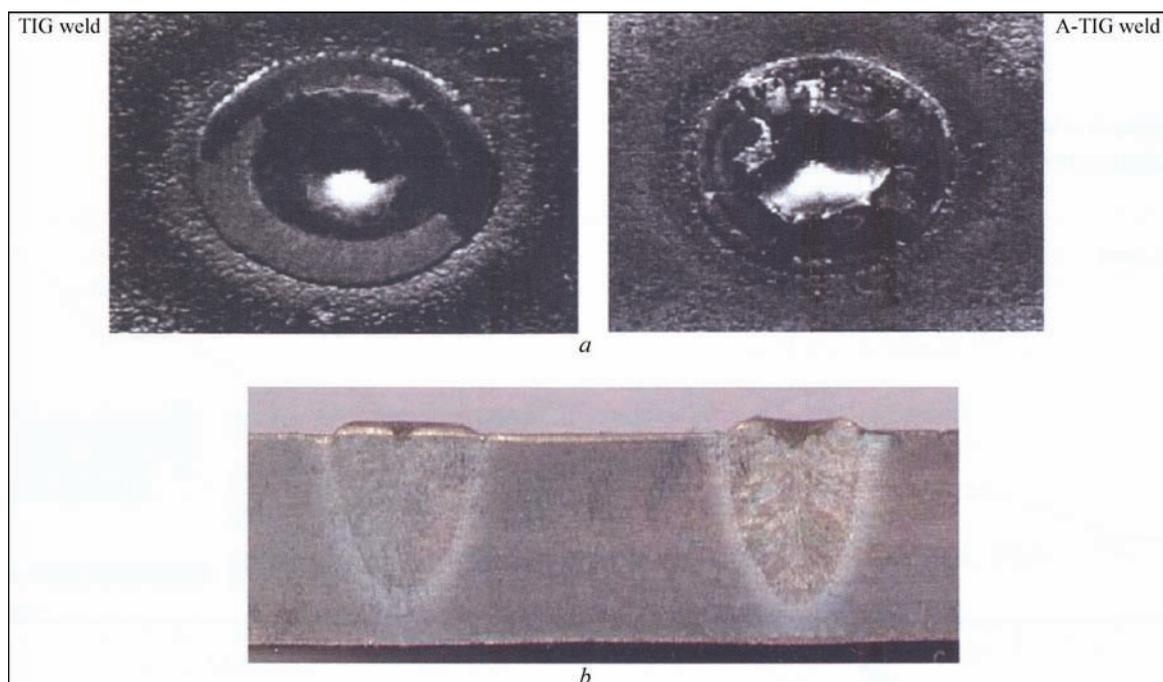


Fig. 5. Surface appearance and cross-sections of solidified weld spots made by TIG and A-TIG stationary arc (spot) welding:  $a$  — surface appearance;  $b$  — cross-sections

in TIG welding [6]. Surface appearances of the weld spots are shown in Figure 5.

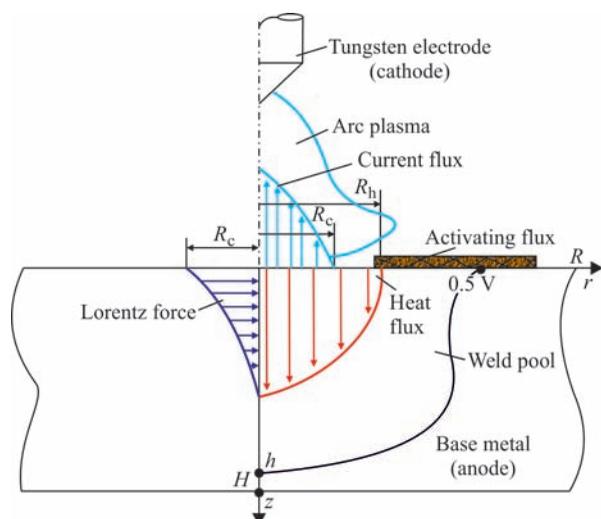


Fig. 6. Schematic of mathematical description

### 3. Mathematical model of magnetic hydrodynamics and heat exchange in TIG arc welding.

**3.1. Main assumptions.** The most comprehensive description of the arc welding process is that based on a model allowing for interaction of the arc column with a workpiece. Here we consider the model of thermal, electromagnetic and hydrodynamic processes occurring in the workpiece, with an approximate allowance for the impact of the arc on the base metal. This approximation is based on the following two assumptions: (1) welding current flows into the workpiece through the anode spot with radius  $R_c$  and (2) heat flow goes into the workpiece through the «heat» spot with radius  $R_h$  on the weld pool surface (Figure 6). It is assumed that the current density and specific heat flow of the welding heat source are distributed in the corresponding spots following the normal law. For the calculation investigations, the ranges of variations in values of  $R_c$  and  $R_h$  were chosen from the experimen-

tal data (see [13–15]). Deformation of the free surface of the weld pool was ignored. Models of the thermal, electromagnetic and hydrodynamic processes were formulated in axisymmetric approximation.

**3.2. Model of thermal processes.** The following physical assumptions were made for development of the model of non-stationary welding heating of the base metal plate:

- the process of energy transfer in a workpiece occurs by the conductive-convective mechanism;
- heat exchange between the workpiece and the environment occurs simultaneously due to convection and radiation;
- heat losses for evaporation are taken into account in the overheating of the free surface of the weld pool to a temperature above boiling point.

The calculation data of study [16] on dependence of the specific mass flow of the vapour upon the overheating temperature of the melt were used to calculate the specific heat flow going for vapour formation.

With these assumptions, the mathematical model of the thermal processes has the following form:

$$\frac{\partial W}{\partial t} + V_r \frac{\partial W}{\partial r} + V_z \frac{\partial W}{\partial z} = \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left( r \lambda \frac{\partial T}{\partial r} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left( \lambda \frac{\partial T}{\partial z} \right) + \psi(r, z), \quad 0 < r < R, \quad 0 < z < H, \quad (1)$$

$$\left. \frac{\partial T}{\partial r} \right|_{r=0} = 0, \quad \left. \lambda \frac{\partial T}{\partial z} \right|_{z=L} = \alpha_L (T - T_c), \quad (2)$$

$$\left. \lambda \frac{\partial T}{\partial z} \right|_{z=0} = -q_h + q_e + q_v,$$

where

$$W(T) = \int_{T_0}^T c \rho dT + \kappa \rho \eta(T)$$

is the enthalpy;  $c = c(T)$ ,  $\rho = \rho(T)$  are the specific heat and density of metal, respectively;  $\lambda = \lambda(T)$  is the thermal conductivity;  $\eta(T)$  is the proportion of the solid phase;  $\kappa$  is the melting heat;  $q_h(r)$ , ( $0 < r < R_h$ ) is the specific heat flow of the welding heat source;  $q_e = \varepsilon \sigma_0 (T^4 - T_c^4) + \alpha_0 (T - T_c)$  is the heat loss for evaporation;  $q_v = g_v \chi_v$  is the heat loss for vapour formation;  $g_v = g_v(T)$  is the specific mass flow of the vapour;  $\chi_v$  is the vapour formation heat; and  $\alpha_0$  and  $\alpha_L$  are the heat transfer coefficients.

**3.3. Model of electromagnetic processes.** The following model of the electric processes formulated for scalar potential  $\phi$  of the electromagnetic field was used to determine the field of current densities in a workpiece:

$$\operatorname{div}(\sigma \operatorname{grad} \phi) = 0, \quad 0 < r < R, \quad 0 < z < H; \quad (3)$$

$$\left. \sigma \frac{\partial \phi}{\partial z} \right|_{z=0} = j^*(r), \quad 0 < r < R_c; \quad \left. \frac{\partial \phi}{\partial r} \right|_{r=0} = 0, \quad (4)$$

$$\left. \frac{\partial \phi}{\partial r} \right|_{r=R} = 0, \quad \phi(r, H) = 0, \quad 0 < r < R,$$

where  $\sigma$  is the specific electrical conductivity.

Current density distribution  $j^*(r)$  in the anode spot was set by the normal law, so that

$$\int_0^{R_c} j^*(r) r dr = 0.9I,$$

where  $I$  is the welding current.

The potential distribution being known, it is possible to calculate current density  $\vec{j} = -\sigma \operatorname{grad} \phi$  and distribution of volume density of the Joule heat sources  $\psi = \sigma |\operatorname{grad} \phi|^2$ , and then, proceeding from equation  $\operatorname{rot} \vec{H} = \vec{j}$ , to determine magnetic field intensity  $\vec{H} = \{0, H_0(r, z), 0\}$ . In the axisymmetric electromagnetic field, the volume density of the ponderomotive force can be expressed in terms of field intensity  $H_0$  in the following form:

$$\vec{F} = -\mu_0 \mu \left( \frac{1}{2} \operatorname{grad} H_0^2 + \frac{H_0^2}{r} \vec{e}_r \right), \quad (5)$$

where  $\mu_0$  is the magnetic permeability.

It is a known fact that the potential component of the volume force does not lead to a liquid flow (although it does not hamper it under the effect of other forces). Therefore, it is the centripetal force that drives the motion of the melt:

$$\vec{F}_{\operatorname{rot}} = -\mu_0 \mu \frac{H_0^2}{r} \vec{e}_r,$$

where  $\vec{e}_r$  is the unit vector.

For the weld pool surface, this force can be directly expressed in terms of the welding current:

$$\vec{F}_{\operatorname{rot}}(r, 0) = -\mu_0 \mu \frac{I^2}{4\pi R_c^2} \frac{r}{R_c} \vec{e}_r, \quad 0 < r < R_c. \quad (6)$$

It should be noted in the context of further description that the value of the centripetal force is inversely proportional to the cube of radius of the anode spot.

**3.4. Model of hydrodynamic processes.** The hydrodynamics of the weld pool was described by using the complete system of equations of motion of a viscous incompressible liquid in the Oberbek–Boissinesq approximation. The equations were integrated in a complex configuration region, limited by the free surface of the weld pool and melting front  $\Gamma$  to be determined. The impact on the melt by the following force factors was taken into account: centripetal component of Lorentz force  $\vec{F}_{\operatorname{rot}}$ , Archimedean force  $\vec{F}_{\operatorname{Arch}} = \rho g \beta_A T$  and Marangoni surface force. The model is described by the following equations and boundary conditions:

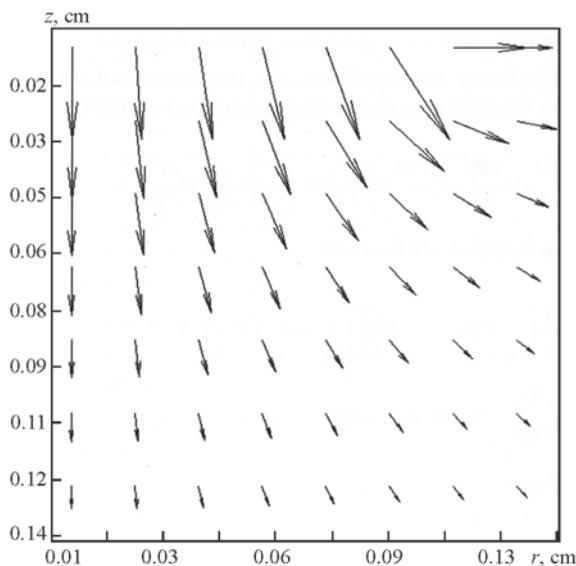


Fig. 7. Distribution of current density in the weld pool ( $\max |\vec{j}| = 3944 \text{ A/cm}^2$ )

$$\begin{aligned} & \frac{\partial V_r}{\partial t} + V_r \frac{\partial V_r}{\partial r} + V_z \frac{\partial V_r}{\partial z} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial P}{\partial r} + \\ & + v \left( \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left( r \frac{\partial V_r}{\partial r} \right) + \frac{\partial^2 V_r}{\partial z^2} - \frac{V_r}{r^2} \right) + \frac{(\vec{F}_{\text{rot}}, \vec{e}_r)}{\rho}; \\ & \frac{\partial V_z}{\partial t} + V_r \frac{\partial V_z}{\partial r} + V_z \frac{\partial V_z}{\partial z} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial P}{\partial z} + \\ & + v \left( \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left( r \frac{\partial V_z}{\partial r} \right) + \frac{\partial^2 V_z}{\partial z^2} \right) + \frac{\vec{F}_{\text{Arch}}}{\rho}; \\ & \frac{\partial V_z}{\partial z} + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (r V_r) = 0, \quad V_r(0, z, t) = 0, \\ & \left. \frac{\partial V_z}{\partial r} \right|_{r=0} = 0, \quad V_n|_{\Gamma} = V_r|_{\Gamma} = 0, \\ & V_z(r, 0, t) = 0, \quad v \left. \frac{\partial V_r}{\partial z} \right|_{z=0} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial \gamma(r, 0)}{\partial r}, \end{aligned}$$

where  $V_r$  and  $V_z$  are the components of the velocity vector;  $v$  is the kinematic viscosity; and

$$\beta = \frac{\partial p}{\partial z}$$

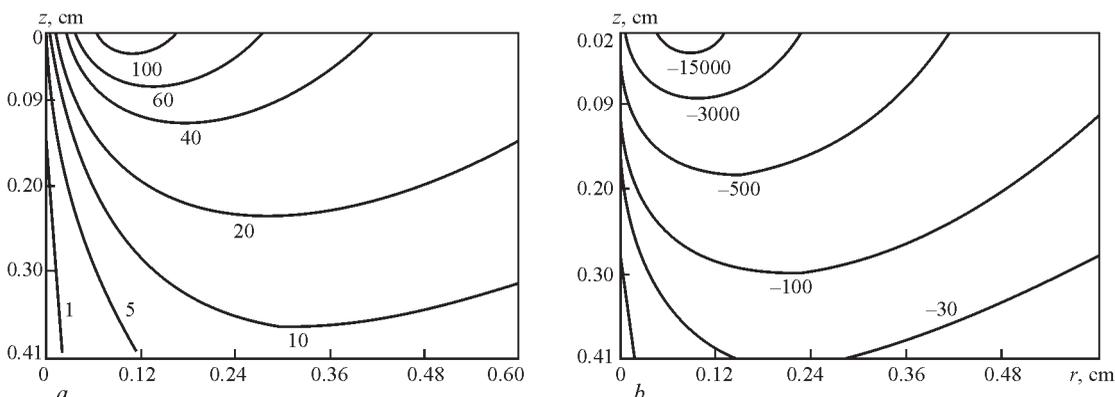


Fig. 8. Isolines of magnetic field intensity and electromagnetic force in weld pool at  $I = 100 \text{ A}$ ,  $R_c = 1 \text{ mm}$ :  $a$  — isolines  $H_0$ ;  $b$  — isolines  $F_{\text{rot}}$

$\gamma$  is the surface tension coefficient that depends upon temperature  $T$  and concentration  $C$  of a surface-active element.

**3.5. Numerical implementation of the model.** The problems of heat, mass and electrical transfer formulated in 3.2–3.5 were solved by the grid method. Regular Euler grid  $\omega_h = \{r_n = nh_r, n = \overline{0, N}, Nh_r = R; z_m = mh_z, m = \overline{0, M}, Mh_z = H\}$  and time grid  $\omega_t = \{t_k = k\tau, k = \overline{0, 1, 2, \dots}\}$  were used for approximation of the above problems. Also, the local Lagrange grid was used for approximation of substantial derivatives in the energy and motion equations. The latter was plotted [17, 18] so that points of the Euler and local Lagrange grids coincided at the required moment in time  $t = t_k$ . In addition, a step in time was limited on the basis of the requirement that the maximal Kurant number not be in excess of one, i.e.  $\max |\text{Ku}| < 1$ . The

equations of hydrodynamics were integrated in region

$\Omega = \{0 < r < R, 0 < z < H\}$  by the method of fictitious regions. For this, density and viscosity for the part of region  $\Omega$  relating to the solid phase were selected to be very high. Grid  $\omega_h$  used for the calculations was as follows:  $N = 140, M = 140$ .

#### 4. Results of calculation investigations.

**4.1. Characteristics of electromagnetic field.** Figures 7 and 8 show the calculated fields of current densities, isolines of magnetic field intensity  $H_0$  (A/cm) and volume density of the vortex component of the Lorentz force (N/m<sup>3</sup>) at current  $I = 100 \text{ A}$  and anode spot radius  $R_c = 1 \text{ mm}$ . The highest values of the centripetal force are achieved in volumes of the weld pool adjoining the anode spot.

The effect of size of the anode spot on value of the centripetal force is illustrated in Figure 9, which shows distribution of a vortex component of the electromagnetic force for different radii of the anode spot. As seen in Figure 9, the smaller the radius of the anode spot, the higher the value of the centripetal force (see Equation 6). It should be noted that not only the

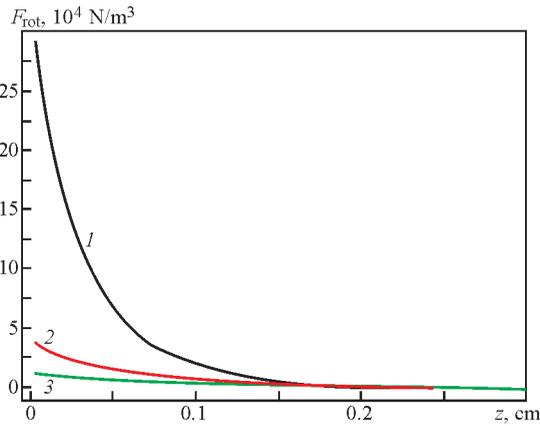


Fig. 9. Distribution of  $|F_{rot}(R_c, z)|$  against radius of anode spot at  $I = 100$  A: 1 —  $R_c = 1$  mm; 2 —  $R_c = 2$  mm; 3 —  $R_c = 3$  mm)

value of the force, but also its gradient in the axial direction, are significant for generation of the melt flow directed towards the pool bottom. The calculation results presented can be interpreted in such a way that the volumes of the weld pool adjoining the anode spot comprise a sort of magnetodynamic pump, which causes flushing of the melt to the weld pool bottom. Capacity of such a pump greatly depends upon the anode spot diameter. At  $R_c > 2$  mm, the compressive effect of the vortex component of the Lorentz force becomes weak, and the contribution of magnetic hydrodynamics to formation of the melt flows becomes accordingly mitigated.

4.2. *Thermal and hydrodynamic processes.* Calculation experiments on the thermal and hydrodynamic situation in spot TIG arc welding conducted in this study were aimed at investigation of the effect of different force factors on the penetrating power of A-TIG welding. The following model situations were considered for the comparative analysis: no convection of the melt present; convection driven by the buoyancy force; and convection driven by the Lorentz force.

The calculations were made for stainless steel at the following numerical values of the parameters included in the mathematical description:  $H = 5$  mm,  $I = 100$  A,  $\beta_A = 2 \cdot 10^{-4}$  1/K,  $\eta = 0.82$ ; radii of the anode,

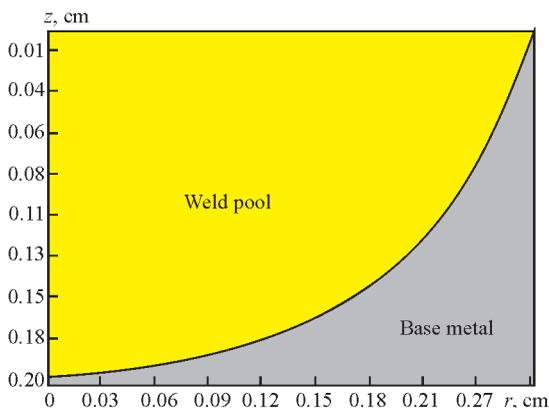


Fig. 10. Shape of the weld pool at no convection

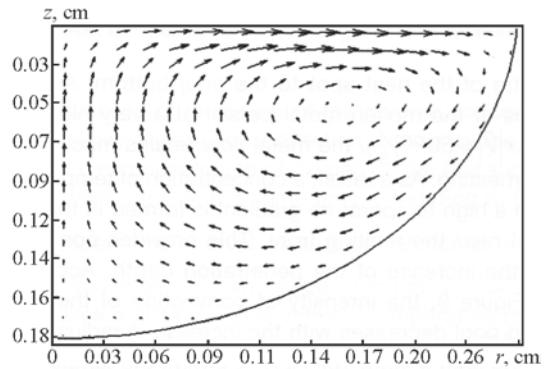


Fig. 11. Shape of the weld pool and melt flow at free convection (max  $|V_r| = 1$  cm/s, max  $|V_z| = 0.55$  cm/s)

$R_c$ , and heat,  $R_h$ , spots varied from 1.0 to 2.0 mm. The chosen values of  $R_c$  and  $R_h$ , which, in the opinion of the authors, correspond in the maximum possible degree to A-TIG welding, remained unchanged for the entire arcing time (in contrast to real welding conditions, where, as shown above, the activating effect of the flux is limited in time). Results of the calculation investigations of the shape of the weld pool and melt flows developing in it for different situations of the force effect are presented in Figures 10–12 (arcing time  $t = 8$  s).

The calculation data are indicative of the fact that at the anode spot with size  $R_c = 1.25$  mm and  $R_h = 2$  mm, it is the Lorentz force that is the dominating force factor determining hydrodynamics of the weld pool (Figure 12). The centripetal component of this force generates a vortex flow of the melt in the

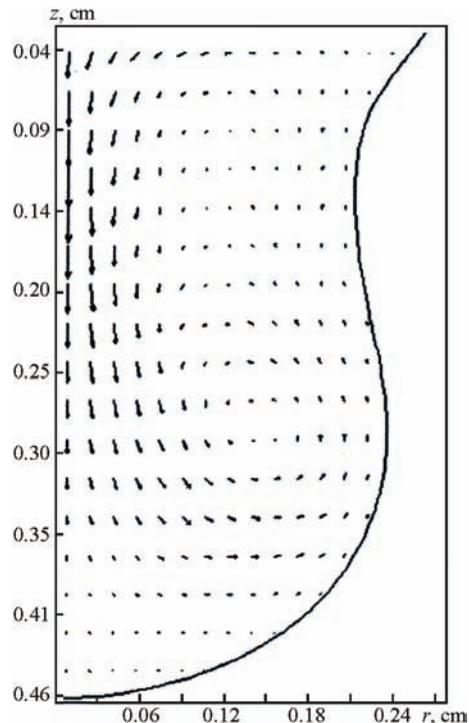


Fig. 12. Shape of the weld pool and melt flow under the effect of electromagnetic force (max  $|V_r| = 11.7$  cm/s, max  $|V_z| = 52.7$  cm/s)

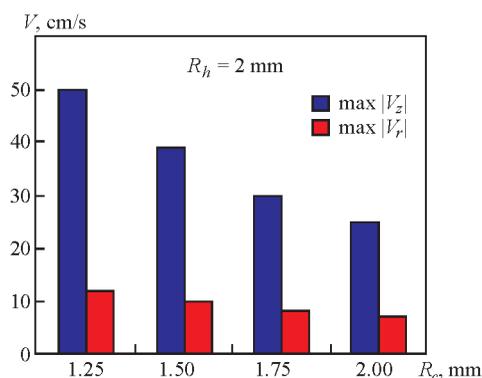


Fig. 13. Effect of current flux radius on maximum axial and radial velocities

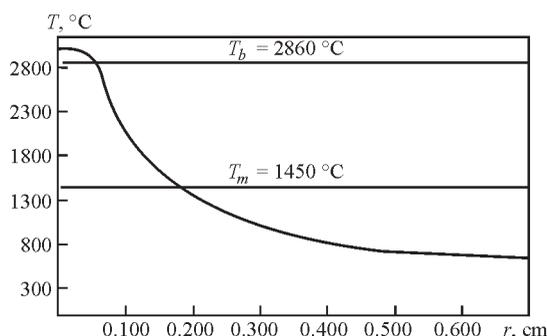


Fig. 14. Distribution of temperature on the weld pool surface at  $R_c = 1.25$  mm,  $R_h = 1.5$  mm

weld pool, which near the free surface of the weld pool is directed from the periphery towards the centre of the pool. The opposite flows of molten metal in the pool turn to the axial direction, thus transporting the metal overheated to a temperature above the boiling point from the centre of the heat spot to the pool bottom. As velocities of the molten metal persist at a very high level ( $\max |\vec{v}| \approx 50$  cm/s), the metal flow retains much of the overheating. As a result, a concentration of temperature with a high temperature gradient is formed in the weld pool near the melting front. This provides conditions for the increase of the penetration depth. According to Figure 9, the intensity of convection of the metal weld pool decreases with the increase in radius of the anode spot (Figure 13). At

$R_h < 2$  mm, the temperature of the central part of the weld pool exceeds boiling point. In this case, the temperature distribution profile on the weld pool surface has a characteristic «plateau» (Figure 14) caused by the heat loss for evaporation.

Note another peculiarity of the weld formation in A-TIG welding. The melt flows turning near the pool bottom towards the side surface of the pool lead to extra metal melting, thus causing formation of a characteristic «tulip-shaped» weld. This shape of the weld is observed in A-TIG welding without through penetration. Figure 15 shows the experimental (A-TIG welding at a low welding speed) and calculated shapes of cross section of the weld.

Results of the calculation of the kinetics of penetration in spot A-TIG welding are in satisfactory agreement with experimental data. Figure 16 shows experimental profiles of the weld pool, as well as calculated and experimentally-measured penetration depths depending upon the arcing time.

These data are indicative of the fact that the mathematical model suggested in this study provides a sufficiently comprehensive description of characteristic peculiarities of the weld formation in spot A-TIG welding.

The effect of the buoyancy force leads to an opposite vortex flow from the pool centre to the melting front. This convection results in an increase of the pool width. However, the penetration depth turns out to be markedly lower, compared with the effect of the ponderomotive force. Results of calculation of the characteristic parameters are given in Table. As follows from the Table, in spot A-TIG welding, the dominating effect on the hydrodynamics of penetration and shape of the weld spot is exerted by the electromagnetic force.

Consider the effect of the Marangoni convection on the penetrating power of the arc in A-TIG welding. It is a known fact that surface-active elements affect the value of the surface tension coefficient  $\gamma$  of metal. In A-TIG welding, it is oxygen, sulphur, fluorine, etc. that can be the surface-active elements supplied from the flux to the melt. For example, as reported in [19], surface tension coefficient  $\gamma$  as a function of the con-

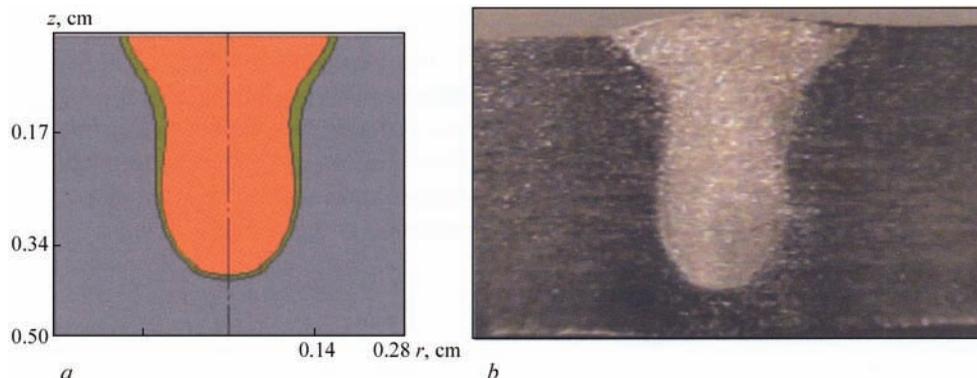


Fig. 15. Calculated and experimental shapes of cross-section of the weld in moving arc A-TIG welding: *a* — calculated shape; *b* — experimental shape

Depth of penetration and flow rate of the melt under different force effects ( $t_a = 8$  s)

#	Allowance for different force factors	Maximal axial velocity, cm/s	$h_{pen}$ , mm		Diameter of anode spot of arc, mm	Diameter of heat spot of arc, mm
			Calculation	Experiment		
1	No allowance	0	1.95	4.5	2.5	3.0
2	Archimedean force	2.7	1.80			
3	Lorentz force	49.0	4.60			

tent of oxygen, C, in steel grows with decrease in the concentration of oxygen

$$\left(\beta_c = \frac{\partial \gamma}{\partial C} < 0\right).$$

As the concentration of oxygen on the weld pool surface decreases, with an increase in temperature, then

$$\frac{\partial C}{\partial r} > 0$$

and, therefore,

$$\beta_c \frac{\partial C}{\partial r} < 0.$$

This is indicative of the probability of formation of the reverse concentration-capillary Marangoni convection caused by the gradient of the concentration of oxygen on the free surface of the weld pool. At the same time, according to [20], the temperature interval of surface tension

$$\beta_T = \frac{\partial \gamma}{\partial T}$$

of the iron melt with an oxygen content of 150–350 ppm takes a positive value within a temperature range of 1873–2123 K. As a result, we have

$$\beta_T = \frac{\partial T \gamma}{\partial r} < 0$$

which proves the probability of the reverse thermal-capillary convection. With the combined concentration-capillary and thermal-capillary convections, the condition of balance of tangential stresses on the free surface of the melt can be written down as follows:

$$v \left. \frac{\partial V_r}{\partial z} \right|_{z=0} = -\frac{1}{\rho} \left[ \beta_T \frac{\partial T}{\partial r} + \beta_c \frac{\partial C}{\partial r} \right].$$

Therefore, in A-TIG welding the probability exists for the formation of the reverse (from the periphery of the pool to its centre) Marangoni flow caused by both the thermal-capillary and concentration-capillary mechanisms. In experimental evaluation of  $\beta_T$  and  $\beta_C$ , it is extremely important to provide the conditions required for determination of particular derivatives

$$\frac{\partial \gamma}{\partial C} \text{ and } \frac{\partial \gamma}{\partial T},$$

otherwise the experimental data may be invalid.

Note another important circumstance related to high-temperature heating of metal to boiling point  $T = T_b$ . From physical considerations,  $\gamma(T, C) \rightarrow 0$  at  $T \rightarrow T_b$ , independently of the content of oxygen. It means that

$$\frac{\partial \gamma}{\partial r} = \beta_T \frac{\partial T}{\partial r} + \beta_c \frac{\partial C}{\partial r} > 0$$

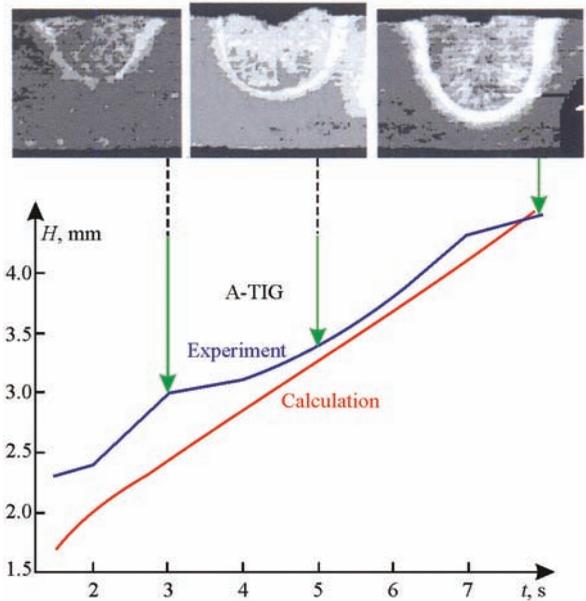


Figure 16. Comparison of calculation and experimental data on penetration depth in spot A-TIG welding

in a certain temperature range ( $T_{ext} < T < T_b$ ) below boiling point, i.e. the surface tension coefficient at temperature  $T = T_{ext}$  has a maximum and the direction of the surface force within this temperature range corresponds to a straight (from the centre of the pool to its periphery) capillary convection. Therefore, the straight (from the centre of the pool to its periphery, at  $T \in [T_{ext}, T_b]$ ) and reverse (from the periphery of the weld pool to its centre, at  $T < T_{ext}$ ) capillary convections may simultaneously take place in A-TIG welding. In this case, two vortexes may form in the weld pool, the interaction between which will result in the melt flow being directed deep into the weld pool.

In conclusion, we have to note that the available experimental data on dependencies  $\beta_C = \beta_C(T, C)$  and  $\beta_T = \beta_T(T, C)$  within a wide temperature range are not enough to make with certainty any theoretical evaluations of the effect of the Marangoni convection on the penetration power of the arc in A-TIG welding. Taking this into account, we refrain so far from analysis of the results of our preliminary calculations made in this direction.

### 5. Conclusions

1. The mathematical model is offered to describe hydrodynamics and heat exchange in stationary-arc (spot) TIG welding, allowing prediction of the kinetics of penetration of base metal depending upon the welding process parameters.

2. It was established on the basis of the mathematical model describing hydrodynamics and heat exchange in spot tungsten-electrode arc welding that the thermal state and hydrodynamics of the weld pool are determined by the following parameters:

- size of the anode spot (diameter of the current channel at the anode);
- size of the heat spot (diameter of the spot, through which the thermal power of the arc is introduced into a workpiece).

3. Comparative analysis was conducted to study the impact of different force factors (Lorentz force, Archimedean force) on hydrodynamics and thermal state of a weldment. It is shown that at certain diameters of the anode spot it is the centripetal component of the Lorentz force that is the dominating factor, determining the depth and shape of the weld spot.

4. Results of calculation of the depth and width of the weld in A-TIG welding are in good agreement with experimental data. Formation of the characteristic «tulip»-shaped weld in A-TIG welding results from the thermal effect of the flow of the overheated metal, which turns near the bottom of the pool towards its side wall.

5. To study the Marangoni convection effect on the penetration power of the arc in A-TIG welding, it is necessary to conduct additional experimental studies of the dependence of surface tension coefficient upon the temperature and concentration of an activating element in the melt, particularly for conditions of interaction of the flux layer with the weld pool surface.

6. For a more detailed quantitative evaluation of the penetration power of the A-TIG welding process (like all other arc welding processes), it is expedient to develop the self-consistent mathematical model describing relationship between the welding arc column and activated surface of the weld pool, i.e. the closed one with regard to sizes of the current and heat spots.

7. The feasibility is shown of controlling the penetration depth through changing the radius of the current flow. Specific ways of realizing this feasibility can be developed as a result of theoretical and experimental studies and mathematical modelling of the processes occurring in the anode region.

1. *Yushchenko K.A., Savitskiy M.M., Kovalenko D.V., Lupan A.F.* A-TIG welding of carbon-manganese and stainless steel, In Proceedings of Conference «Welding technology Paton Institute» (Abington, Oct., 1993), Abington Publishers, 1993, pp. 254–262.
2. *Lucas W., Howse D.S., Savitskiy M.M., Kovalenko I.V.* A-TIG flux for increasing the performance and productivity of welding processes, IIW Doc. XII-1448–96, 1996.
3. *Savitskiy M.M., Kushnirenko V.N., Olejnik O.I.* Features A-TIG welding of steels, The Paton Welding Journal, 1999, Pilot issue, pp. 20–26.
4. *Lowke J., Tanaka M., Ushio M.* Mechanisms giving increased weld-depth to a flux, Journal of Physics D: Applied Physics, 2005, vol. 38, pp. 3438–3445.
5. *Yushchenko, K.A., Kovalenko, D.V., Kovalenko, I.V.* Comparative analysis of A-TIG and TIG welding of stainless steel, IIW Doc. SG-212-1088–05, 2005.
6. *Paton B.E., Yushchenko K.A., Kovalenko D.V., Krivtsun I.V., Demchenko V.F., Kovalenko I.V., Lesnoi A.B.* Factors of increasing penetrating capacity of A-TIG welding of stainless steel, IIW Doc. XII-1911–06, 2006.
7. *David S.A., DebRoy T., Vitek J.M.* Phenomenological modelling of fusion welding processes, MRS Bulletin, 1994, vol. 14, no. 1, p. 29.
8. *Lowke J., Tanaka M., Ushio M.* Insulation effects of flux layer in producing greater weld depth, IIW Doc. SG-212-1053-04/XII-1800–04, 2004.
9. *Sato T., Ochiai T., Fujii H., Lu S., Nogi K.* Effect of shielding gas on penetration shape in double shielded GTA welding, IIW Doc. XII-1892–06, 2006.
10. *Tanaka M., Lowke J.* Predictions of weld pool profiles using plasma physics, Journal of Physics D: Applied Physics, 2007, vol. 40, R1-R23.
11. *Paton B.E., Yushchenko K.A., Kovalenko D.V., Krivtsun I.V., Demchenko V.F., Kovalenko I.V., Lesnoj A.B.* Role of quasi-keyhole and Marangoni convection in formation of deep penetration in A-TIG welding of stainless steel (Phenomenological model of A-TIG welding of stainless steel. In: Proceedings of Joint 16th Int. Conf. on Computer Technology in Welding and Manufacturing and 3rd Int. Conf. on Mathematical Modelling and Information Technologies in Welding and Related Processes (Kiev, Ukraine, June, 2006), Kiev: PWI, pp. 258–263.
12. *Paton B.E., Yushchenko K.A., Kovalenko D.V., Krivtsun I.V., Demchenko V.F., Kovalenko I.V.* Formation of quasi keyhole is a cause of deep penetration in A-TIG welding of stainless steel, IIW Doc. SG-212-1085–05, 2005.
13. *Yushchenko K.A., Kovalenko D.V., Kovalenko I.V.* Investigation of peculiarities of A-TIG welding of stainless steels, Doc. IIW SG-212-1047–03, 2003.
14. *Shoek P.A.* Investigation of energy balance at the anode of high-current arcs burning in argon atmosphere, Current Problems of Heat Transfer, M.-L.: Energiya, 1966, pp. 110–139.
15. *Fussel U., Schnick M., Munoz J.E.F., Zschetzsche J., Siewert E.* Experimentelle Möglichkeiten der WSG-Lichtbogenanalyse (Experimental possibilities of TSG arc investigations), Schweissen und Schneiden, 2007, vol. 59, no. 7–8, pp. 396–403 (in German).
16. *Krivtsun I.V., Demchenko V.F., Lesnoj A.B.* Model of evaporation-condensation processes in welding and material treatment. In: Proc. of Joint 16th Int. Conf. on Computer Technology in Welding and Manufacturing and 3rd Int. Conf. On Mathematical Modelling and Information Technologies in Welding and Related Processes (Kiev, Ukraine, June, 2006), Kiev: PWI, 2006, pp. 184–187.
17. *Lyashko I.I., Demchenko V.F., Vakulenko S.A.* Modification of the method for splitting the equations of dynamics of viscous incompressible liquid on the Langrangian–Euler nets, Doklady AN USSR, series A, 1981, pp. 43–47.
18. *Demchenko V.F., Lesnoi A.B.* Langrangian–Euler method for numerical solution of multi-dimensional problems of convective diffusion. Doklady AN USSR, 2000, 11, pp. 71–75.
19. *Lancaster J.F., Mills K.C.* Recommendations for the avoidance of variable penetration in gas tungsten arc welding, Doc. IIW-1194–92 (ex-doc. SG-212-796–91), Abington publ., 1994.
20. *Fujii H, Suglyama H., Lu S.P., Yamashina K., Tanaka M., Nogi K.* Effect of Minor Elements on Penetration Depth in GTA Welding, Journal of JWRI, 2001, vol. 61, no. 4, pp. 97–102.

### 1.2.3. ЧИСЛЕННОЕ ИССЛЕДОВАНИЕ ГИДРОДИНАМИКИ РАСПЛАВА В УСТАНОВКЕ КОВШ–ПЕЧЬ ПОСТОЯННОГО ТОКА\*

И.В. КРИКЕНТ, С.Е. САМОХВАЛОВ, Д.Ю. КАБАКОВ,  
И.В. КРИВЦУН, В.Ф. ДЕМЧЕНКО, В.П. ПИПТЮК, С.В. ГРЕКОВ

Одним из эффективных способов внепечной обработки стали является процесс рафинирования в сталеразливочном ковше с использованием подогрева электрической дугой (установка ковш–печь — УКП). В этом процессе существенное влияние на интенсификацию газовой выделенности из металлического расплава и его взаимодействие с вводимыми в ковшевую ванну раскислителями и легирующими присадками оказывает перемешивание расплава. В УКП циркуляция жидкой стали происходит под воздействием следующих силовых факторов: взаимодействия всплывающих пузырей инертного газа с расплавом при барботаже ванны газом, нагнетаемым через продувочную фурму; электромагнитных сил; вязкого трения дуговой плазмы с поверхностью жидкометаллической ванны. Как показано в работах [1–4], эти факторы оказывают существенное влияние на формирование сложного движения в системе газ–металлический расплав. В настоящей работе с помощью метода математического моделирования изучается влияние первых двух факторов на перемешивание стали в УКП.

При моделировании процессов переноса импульса и заряда ковшевую ванну будем представлять в виде цилиндра заданного радиуса и высоты; центр симметрии анодного пятна на поверхности ванны положим совпадающим с осью ванны. Деформацией свободной поверхности ванны под воздействием набегающего потоком дуговой плазмы будем пренебрегать, как и напряжением вязкого трения потока плазмы со свободной поверхностью. Поскольку расположение продувочной фурмы в установке ковш–печь не совпадает с осью симметрии ванны, то для описания гидродинамических процессов в расплаве будем использовать трехмерную модель. Для выбранной формы ванны ее удобно формулировать в цилиндрической системе координат  $\{r, \theta, z\}$  ( $\theta$  — угловая координата), начало которой совпадает с центром анодного пятна дугового разряда. Модель гидродинамических процессов в металлической ванне, подвергающейся продувке газом [5], построена в рамках концепции многоскоростного континуума [6], в соответствии с которой многофазная среда (расплав–газ) представляется в виде набора

ра континуумов (фаз). Каждая фаза характеризуется макроскопическими параметрами: плотностью, скоростью и удельной энергией. В модели приняты следующие допущения: вакуумное приближение; постоянная плотность металла; кинетические энергии, а также работа поверхностных и объемных сил пренебрежимо малы по сравнению с внутренними энергиями. Для численной реализации модели использовали методику, описанную в работе [7].

Распределение характеристик электромагнитного поля (плотность тока, напряженность магнитного поля, объемная плотность электромагнитной силы) в ванне УКП постоянного тока существенно зависит от диаметра подового электрода и распределения плотности тока в анодном пятне на поверхности металлической ванны. В работах [8–10] электромагнитные силы, действующие на металл, и их влияние на перемешивание расплава оценивали исходя из предположения, что размер анодного пятна равен диаметру подового электрода. В реальных условиях обработки металла сильноточной дугой размер анодного пятна и распределение плотности тока в нем определяются условиями горения дуги, которые зависят от значения тока и длины дуги. В работе [11] предложена математическая модель дугового разряда сильноточной дуги, базирующаяся на полной системе уравнений магнитной газовой динамики и уравнении энергии. В модели, учитывающей перенос тепла заряженными частицами, теплопроводностью и конвекцией, характеристики электромагнитного поля в столбе дуги рассчитывают с учетом скачка потенциала электрического поля на анодном слое. Это позволяет определить размеры анодного пятна и распределение в нем плотности электрического тока в зависимости от длины дуги, тока и свойств плазмообразующего газа. На рис. 1 представлено распределение плотности тока на свободной поверхности ванны для различных значений длины дуги  $L$  при токе 26,2 кА.

Распределение плотности тока в пределах анодного пятна носит весьма неравномерный характер. В таких условиях в объеме расплава под анодным пятном дуги возникают значительные электромаг-

\*Современная электрометаллургия. — 2014. — № 3. — С. 45–49.

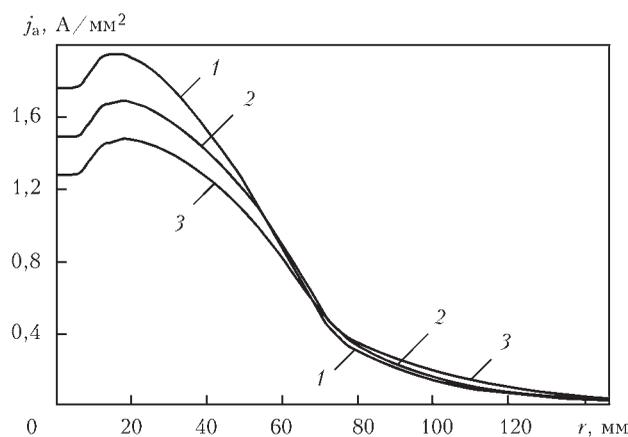


Рис. 1. Распределение плотности тока на поверхности анода  $j_a$  для различных значений длины дуги  $L$ , мм: 1 — 150; 2 — 180; 3 — 210

нитные силы, способные внести заметный вклад в циркуляцию расплава металлической ванны.

Полагая электромагнитное поле в ванне УКП осесимметричным, запишем уравнение для скалярного потенциала  $\varphi = \varphi(r, z)$  в виде

$$\text{div}(\sigma \text{grad } \varphi) = 0,$$

где  $\sigma$  — удельная электрическая проводимость жидкой стали. Для однозначного решения данного уравнения дополним его условиями на границах рассматриваемой области. В зоне анодной привязки дуги  $z = 0$  в соответствии с рис. 1 зададим распределение плотности тока  $j_a(r)$ , поступающего из дуговой плазмы в металл

$$-\sigma \frac{\partial \varphi}{\partial z} \Big|_{z=0} = j_a(r).$$

Полагая контакт металлического расплава с донным электродом идеальным, можно положить потенциал донного электрода равным нулю. Граница  $\Gamma$  металлического расплава в ковше с футеровкой, шлаковой и газовой фазами является изолированной от источника питания. Следовательно, на границе  $\Gamma$  выполняется условие

$$\frac{\partial \varphi}{\partial z} \Big|_{\Gamma} = 0.$$

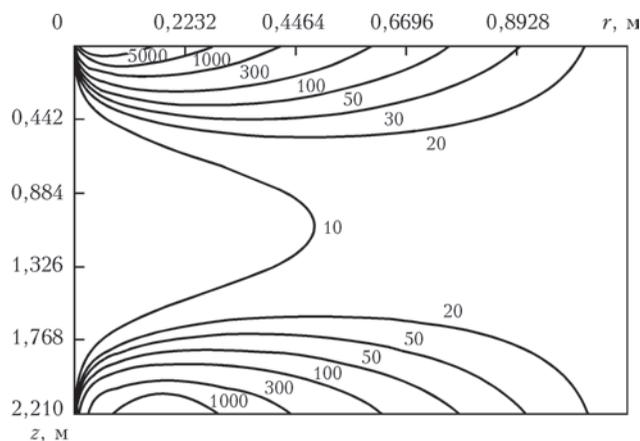


Рис. 2. Абсолютные значения плотности вихревой составляющей электромагнитной силы ( $\text{H}/\text{m}^3$ ) в ванне УКП при  $I = 26,2$  кА,  $L = 21$  см

Вектор объемной плотности электромагнитной силы  $\vec{j}$  можно представить в виде суммы градиентной  $\vec{j}_{\text{grad}}$  и вихревой  $\vec{j}_{\text{rot}}$  составляющих. На движение расплава оказывает влияние только вихревая составляющая силового поля [12], которая в осесимметричном электромагнитном поле определяется по формуле  $\vec{j}_{\text{rot}} = -\mu_0 \frac{H_0^2}{r} \vec{e}_r$ , где  $\mu$  — относительная магнитная проницаемость среды;  $\mu_0$  — универсальная магнитная постоянная;  $H_0$  — азимутальная компонента вектора напряженности магнитного поля;  $\vec{e}_r$  — единичный вектор, направленный вдоль радиальной оси  $r$ . Составляющая  $H_0$  может быть определена из интегрирования уравнения  $\text{rot } \vec{H} = \vec{j}$ .

Вычислительный эксперимент проводили для ковша с массой жидкого металла 60 т. Диаметр металлической ванны полагали равным 2,232 м, а ее глубину — 2,21 м. Распределение плотности тока под анодным пятном дуговых разрядов различной длины для токов 26,2 и 32,8 кА задавали в соответствии с результатами моделирования электрических дуг постоянного тока [11].

Ток, поступающий из анодного пятна дуги, растекается по металлической ванне и вновь концентрируется вблизи подового электрода. Вследствие этого вихревая составляющая электромагнитной силы неравномерно распределяется по объему ванны, достигая наибольших значений вблизи свободной поверхности ванны и в придонной ее части (рис. 2).

Под анодным пятном дуги формируется зона с весьма существенной (более  $5000 \text{ H}/\text{m}^3$ ) плотностью электромагнитной силы. В донной части ванны столь значительного силового воздействия электромагнитного поля на металл не обнаружено. Повышение значения тока от 26,2 до 32,8 кА при неизменной длине дуги приводит к увеличению абсолютных значений вихревой составляющей электромагнитной силы. При этом характер ее распределения по объему ванны сохраняется таким же, как показано на рис. 2. Уменьшение длины дуги от 21 до 15 см при постоянном уровне тока 32,8 кА способствует лишь незначительному увеличению силового воздействия электромагнитного поля на жидкий металл в весьма ограниченной области, находящейся непосредственно под анодным пятном дугового разряда.

Рассмотрим результаты расчета движения металла, возникающего в жидком металле в результате силового воздействия продуваемого газа (аргона). Интенсивность продувки полагали равной 25 л/мин, донная фурма отстояла на 0,6 м от оси ванны. На рис. 3 показано поле скоростей движения жидкого металла в вертикальном сечении ковшевой ванны, проходящем через ось продувочной фурмы.

Как следует из рис. 3, интенсивность перемешивания металла над зоной подачи газа значитель-

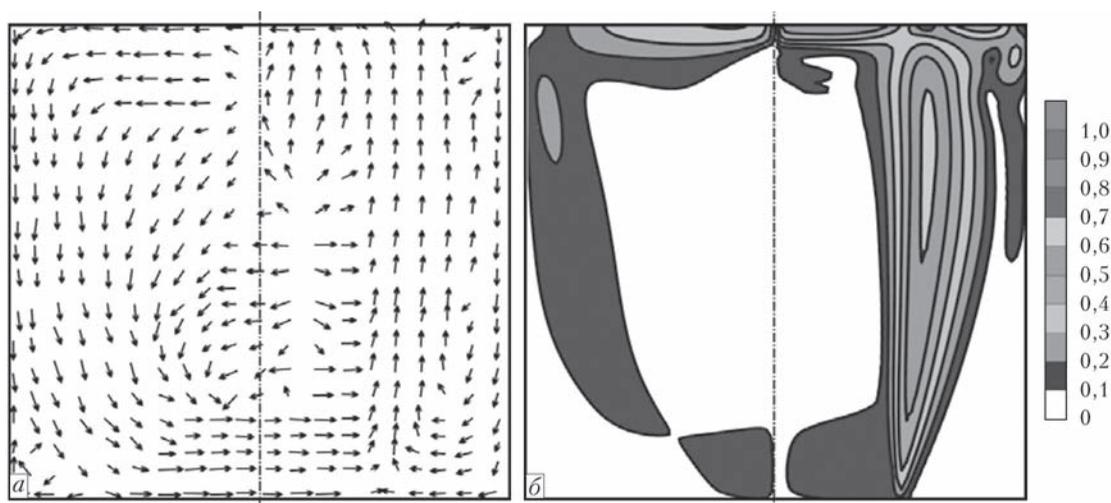


Рис. 3. Скорость движения металла в УКП (м/с) при продувке газа; *a* — направление движения; *b* — абсолютные значения вектора скорости

но выше, чем в диаметрально противоположной области ванны. Максимальное значение модуля скорости движения металла составило 0,623, среднее — 0,079 м/с. Степень перемешивания расплава оценивали исходя из объема застойных зон, выраженного через относительный объем металла, в котором полная скорость движения расплава меньше 0,05 м/с. В случае, приведенном на рис. 3, этот показатель равняется 47,1 %. Картина течения расплава, обусловленного электромагнитным перемешиванием металла при длине дуги 15 см и значении тока 32,8 кА (без продувки), показана на рис. 4. Максимальная скорость движения металла под действием электромагнитных сил составила 0,685 м/с, средняя скорость движения расплава равна 0,076 м/с, объем застойных зон — 43,1 %.

Таким образом, барботаж ванны продуваемым газом и перемешивание за счет электромагнитных сил обеспечивают примерно одинаковые размеры застойных зон в расплаве. При увеличении длины дугового разряда до 21 см максимальная и сред-

няя скорости движения металла составляют соответственно 0,594 и 0,083 м/с, а объем застойных зон — 38,0 %.

При длине дуги 21 см уменьшение значение тока до 26,2 кА приводит к ощутимому уменьшению эффективности перемешивания расплава. Максимальная скорость движения расплава снижается до 0,484 м/с, а средняя составляет всего 0,06 м/с. Объем застойных зон равняется 48,2 %.

Гидродинамическая обстановка, создаваемая в ванне УКП при совместном воздействии продувки и электромагнитного фактора, характеризуется высокими скоростями движения расплава вблизи свободной поверхности ванны (рис. 5). Электромагнитные силы заметно интенсифицируют движение металла в зоне, удаленной от продувочной фурмы. Вследствие этого объем застойных зон уменьшается до 13,0 %.

Влияние токового режима на перемешивание ковшевой ванны представлено в таблице следующими параметрами:  $|v_{\max}|$  и  $|v_{\text{cp}}|$  — соответственно

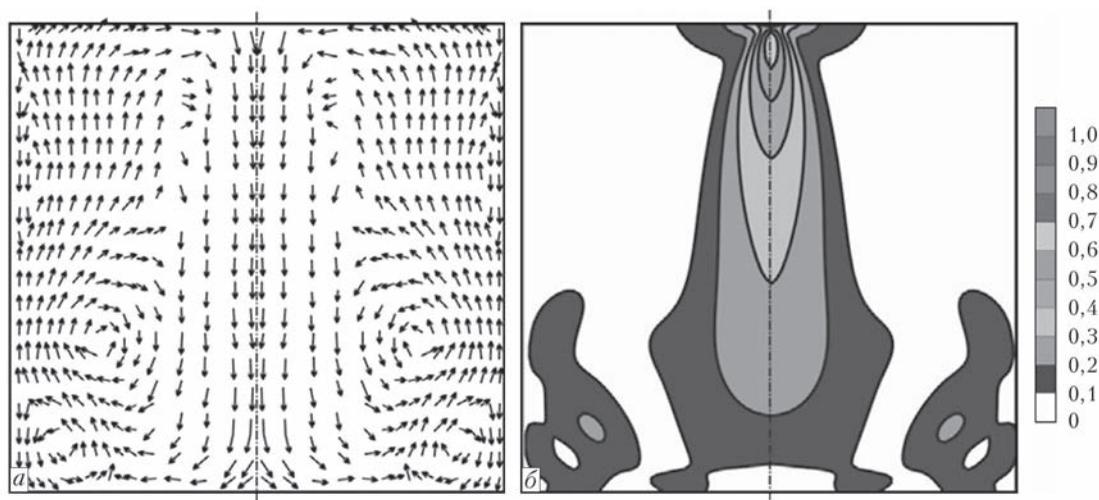


Рис. 4. Скорость движения металла (м/с) в УКП под воздействием электромагнитных сил ( $I = 32,8$  кА,  $L = 15$  см); обозначения *a* и *b* см. на рис. 3

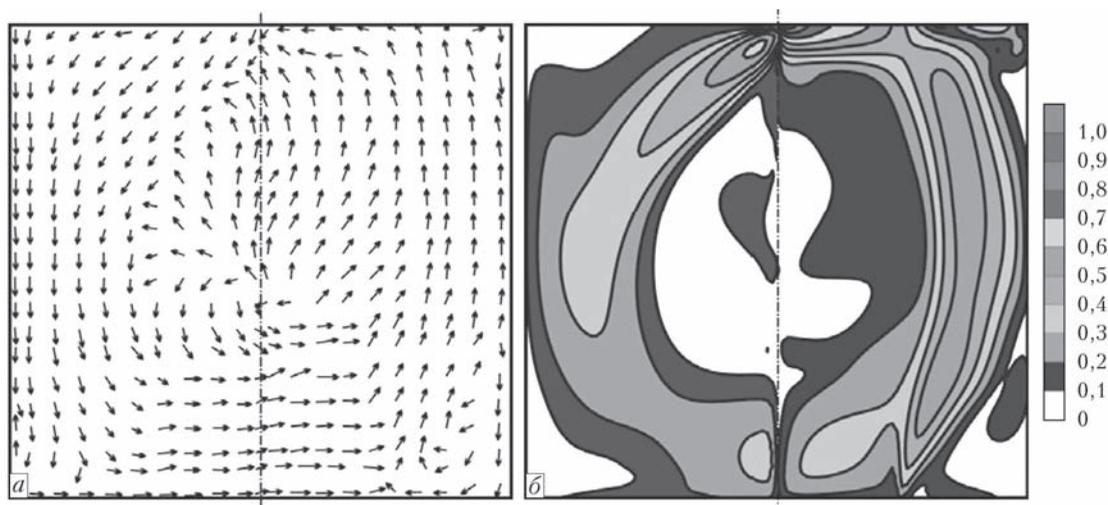


Рис. 5. Скорость движения металла (м/с) в УКП при совместном действии продуваемого газа и электромагнитных сил ( $I = 32,8$  кА,  $L = 15$  см); обозначения *a* и *б* см. на рис. 3

**Влияние параметров дугового разряда на показатели перемешивания ковшевой ванны**

$I$ , кА	$L$ , см	$ v_{\max} $ , м/с	$ v_{\text{ср}} $ , м/с	$\eta$ , %
32,8	15	1,246	0,162	13,0
32,8	21	1,035	0,152	15,3
26,2	21	0,778	0,126	19,4

максимальная и средняя скорости движения расплава;  $\eta$  — относительный объем застойных зон в ванне, рассчитанных при учете обоих силовых факторов, воздействующих на расплав.

Из этих данных следует, что при неизменной производительности продувки ванны газом ток дуги является наиболее эффективным средством управления потоками расплава.

**Выводы**

1. Электромагнитные силы, действующие на жидкий металл в ковше УКП постоянного тока, интенсифицируют перемешивание расплава и способствуют уменьшению объема застойных зон в расплаве. Наибольшее влияние электромагнитной силы на перемешивание металлической ванны УКП постоянного тока обнаружено в приэлектродных областях расплава.

2. Установлено, что из двух параметров дугового разряда (ток и длина дуги) более эффективным средством интенсификации перемешивания жидкого металла в ковше является ток дуги (при заданной производительности продувки ванны инертным газом).

1. Математическое моделирование гидродинамики шлако-металлической ковшевой ванны на установке ковш-печь переменного тока / В. А. Вихлевщук, В. П. Пиптюк, В. Ю. Болотов и др. // Математичне моделювання. — 2005. — № 1 (13). — С. 53–58.
2. Самохвалов С. Э. Теплофізичні процеси в багатозонних середовищах: теоретичні основи комп'ютерного моделювання. — Дніпродзержинськ: ДДТУ, 1994. — 174 с.

3. Самохвалов С. Е. Метод расщепления по физическим факторам для несолоноидального движения газожидкостных сред // Инженерно-физический журнал. — 1998. — № 3. — С. 454–459.
4. О перемешивании расплава под действием электромагнитных сил при обработке на установке ковш-печь постоянного тока / В. П. Пиптюк, И. В. Крикент, С. Е. Самохвалов и др. // Тр. IX Междунар. конгресса сталеплавателей (г. Старый Оскол, 27–28 окт. 2006 г.). — М.: ОАО «Черметинформация», 2007. — С. 416–421.
5. Моделирование гидродинамики и теплопереноса расплава стали при дуговом нагреве на установке ковш-печь / Д. Ю. Кабаков, С. Е. Самохвалов, В. П. Пиптюк, О. А. Филатова // Вестник Магнитогорского государственного технического университета им. Г. И. Носова. — 2013. — № 3. — С. 33–37.
6. Нигматулин Р. И. Динамика многофазных сред. — Ч. 1. — М.: Наука. Гл. ред. физ.-мат. лит., 1987. — 464 с.
7. Огурцов А. П., Самохвалов С. Е., Надригайло Т. Ж. Методи розщеплення в задачах гідродинаміки і тепломасопереносу. — Дніпропетровськ: Системні технології, 2003. — 260 с.
8. Влияние постоянного тока на характер массопереноса в металлическом расплаве установки ковш-печь. Ч. 1. Действие электромагнитных сил / В. П. Пиптюк, И. В. Крикент, С. Е. Самохвалов и др. // Теория и практика металлургии. — 2007. — № 2, 3. — С. 60–64.
9. Влияние постоянного тока на характер массопереноса в металлическом расплаве установки ковш-печь. Ч. 2. Модель массопереноса / В. П. Пиптюк, С. Е. Самохвалов, И. А. Павлюченков и др. // Там же. — 2007. — № 4, 5. — С. 14–17.
10. Влияние постоянного тока на характер массопереноса в металлическом расплаве установки ковш-печь. Ч. 3. Гидродинамика ванны / В. П. Пиптюк, С. Е. Самохвалов, И. А. Павлюченков и др. // Там же. — 2007. — № 6. — С. 3–7.
11. Численное моделирование сильноточного дугового разряда в установке ковш-печь постоянного тока / И. В. Крикент, И. В. Кривцун, В. Ф. Демченко, В. П. Пиптюк // Современ. электрометаллургия. — 2013. — № 3. — С. 45–50.
12. Демченко В. Ф., Крикент И. В. Компьютерное моделирование электромагнитных явлений при электрошлаковом переплаве // Математичне моделювання. — 2002. — № 1. — С. 16–20.

### 1.2.4. СИЛОВОЕ ВЗАИМОДЕЙСТВИЕ ТОКА ДУГИ С СОБСТВЕННЫМ МАГНИТНЫМ ПОЛЕМ\*

В.Ф. ДЕМЧЕНКО, И.В. КРИВЦУН, И.В. КРИКЕНТ, И.В. ШУБА

При дуговой сварке электромагнитная сила, возникающая в результате взаимодействия тока дуги с собственным магнитным полем, оказывает существенное влияние на процессы переноса массы, импульса и энергии как в столбе сварочной дуги, так и в сварочной ванне. В дуговой плазме сила Лоренца является доминирующим силовым фактором, определяющим структуру и интенсивность потоков плазмы. В принципиальном плане характер газодинамического течения плазмы в столбе дуги может изменяться в зависимости от ее длины и поперечных размеров областей катодной и анодной привязки дуги, которые определяют величину пондеромоторной силы в приэлектродных зонах столба дуги и, соответственно, структуру газодинамических потоков дуговой плазмы в целом. В сварочной ванне, наряду с электромагнитной силой, на расплав воздействуют еще три силы — термокапиллярная сила Марангони, обусловленная температурной зависимостью коэффициента поверхностного натяжения, и сила вязкого трения потока дуговой плазмы о поверхность расплавленного металла, действующие вдоль свободной поверхности сварочной ванны, а также сила плавучести (сила Архимеда), возникающая за счет неоднородности температурного поля расплава. Последняя является наименее значимым фактором в формировании потоков расплавленного металла по сравнению с силой Лоренца, силой Марангони и силой трения. Доминирующая роль одного из этих трех силовых факторов зависит от режима сварки, свойств свариваемого металла, размеров сварочной ванны, размера области привязки дуги на ее поверхности и других характеристик сварочного процесса.

Как известно, объемная плотность электромагнитной силы  $\vec{F}$  определяется по формуле  $\vec{F} = \vec{j} \times \vec{B}$ , где  $\vec{j}$  — вектор плотности электрического тока;  $\vec{B}$  — вектор магнитной индукции. В такой форме электромагнитная сила учитывается в многочисленных работах (см., например, [1–8]), посвященных моделированию процессов переноса массы, импульса и энергии в дуговом разряде и в металле сварочной ванны. Приведенная формула для расчета

электромагнитной силы позволяет вполне адекватно определять влияние сварочного тока на движение плазмы в столбе дуги и гидродинамику сварочной ванны. Вместе с тем, векторное поле электромагнитных сил, определенное по этой формуле, не дает возможности на качественном уровне априори оценивать возможную структуру газо(гидро)динамических потоков. Последняя может быть раскрыта лишь апостериори после проведения соответствующих расчетов характеристик потоков плазмы и расплавленного металла, инициированных электромагнитной силой. Этот недостаток стандартного выражения для объемной плотности электромагнитной силы обусловлен тем, что данная сила, как и объемная сила любой другой физической природы, представляется в виде суммы потенциальной и вихревой составляющих, из которых лишь вихревая составляющая силы способна возбуждать движение среды. Поэтому представляет интерес вычленив из полной электромагнитной силы  $\vec{F}$  ее вихревую составляющую и на этой основе раскрыть механизм и особенности воздействия этой актуальной составляющей силы на плазму столба дуги и расплавленный металл сварочной ванны. Именно с этих позиций в настоящей статье проводится детальный теоретический анализ силового взаимодействия сварочного тока с собственным магнитным полем. Этот анализ подкрепляется конкретными расчетами пространственных распределений характеристик электромагнитного поля (плотности электрического тока, напряженности магнитного поля, объемной плотности вихревой составляющей силы Лоренца, магнитоэлектрического давления) в плазме столба дуги и в металле сварочной ванны, выполненными для характерных условий сварки неплавящимся электродом.

**Основные теоретические положения.** В дуговой плазме и в расплавленном металле вектор магнитной индукции  $\vec{B}$  связан с вектором напряженности магнитного поля  $\vec{H}$  соотношением  $\vec{B} = \mu_0 \mu \vec{H}$ , где  $\mu_0$  — универсальная магнитная постоянная;  $\mu$  — магнитная проницаемость проводящей среды. Тогда формулу для объемной плотности электромагнитной силы можно переписать в виде

$$\vec{F} = \mu_0 \mu (\vec{j} \times \vec{H}). \quad (1)$$

\*Автоматическая сварка. — 2017. — № 3. — С. 20–30.

В стационарном случае имеет место следующее соотношение, связывающее напряженность собственного магнитного поля  $\vec{H}$  с плотностью электрического тока  $\vec{j}$

$$\text{rot } \vec{H} = \vec{j}. \quad (2)$$

При относительно невысоких скоростях перемещения дуги, характерных для сварки неплавящимся электродом, электромагнитное поле в дуговой плазме с хорошим приближением можно полагать осесимметричным. Подобный характер распределения характеристик поля продолжает сохраняться также и в объеме свариваемого металла вблизи области анодной привязки дуги. В цилиндрической системе координат  $\{r, \theta, z\}$  для осесимметричного электромагнитного поля имеем  $\vec{j} = \{j_r, 0, j_z\}$ ,  $\vec{H} = \{0, H_\theta, 0\}$ .

Из уравнения (2) следует

$$-\frac{\partial H_\theta}{\partial z} = j_r; \quad \frac{1}{r} \frac{\partial(rH_\theta)}{\partial r} = j_z,$$

тогда

$$\vec{F} = -\mu_0 \mu \left[ H_\theta \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (rH_\theta) \vec{e}_r + H_\theta \frac{\partial H_\theta}{\partial z} \vec{e}_z \right],$$

где  $\{\vec{e}_r, \vec{e}_z\}$  — единичные векторы в направлении соответствующих координатных осей. Преобразуем полученное выражение к виду

$$\vec{F} = -\mu_0 \mu \left( \frac{1}{2} \text{grad } H_\theta^2 + \frac{H_\theta^2}{r} \vec{e}_r \right). \quad (3)$$

По теореме Гельмгольца любое векторное поле может быть представлено в виде суммы двух векторных полей  $\vec{F}_{rot}$  и  $\vec{F}_{pot}$ , первое из которых является потенциальным, а второе — вихревым. В соответствии с (3) потенциальная и вихревая составляющие силы Лоренца следующим образом выражаются через квадрат азимутальной компоненты напряженности магнитного поля:

$$\vec{F}_{pot} = -\mu_0 \mu \frac{1}{2} \text{grad } H_\theta^2, \quad \vec{F}_{rot} = -\mu_0 \mu \frac{H_\theta^2}{r} \vec{e}_r. \quad (4)$$

Рассмотрим уравнение движения вязкой несжимаемой жидкости в поле электромагнитной силы  $\vec{F}$

$$\rho \frac{D\vec{V}}{Dt} = -\text{grad } P + \eta \Delta \vec{V} + \vec{F}, \quad (5)$$

где  $\rho$  — плотность;  $\vec{V}$  — вектор скорости движения среды;  $D\vec{V}/Dt$  — субстанциональная производная;  $P$  — гидродинамическое давление;  $\eta$  — коэффициент динамической вязкости. Учитывая (4), в случае осесимметричного электромагнитного поля уравнение (5) можно записать в виде

$$\rho \frac{D\vec{V}}{Dt} = -\text{grad } P' + \eta \Delta \vec{V} + \vec{F}_{rot}. \quad (6)$$

Здесь  $P' = P + P_{ms}$ , где  $P_{ms} = 0,5\mu_0\mu H_\theta^2$  — магнитостатическое давление. Аналогичное представление для давления имеет место также и для уравнений магнитной газовой динамики дуговой плазмы. Из (6) следует, что в осесимметричном электромагнитном поле движение жидкости (плазмы) происходит исключительно в результате действия центростремительной вихревой составляющей силы  $\vec{F}_{rot} = -\frac{H_\theta^2}{r} \vec{e}_r$ . Действие же потенциальной силы  $\vec{F}_{pot}$  ограничивается созданием в объеме движущейся субстанции магнитостатического давления  $P_{ms}$ , компенсирующего потенциальную составляющую силы и не препятствующего движению среды под действием массовой силы другой физической природы, например, силы плавучести. Здесь следует отметить, что магнитостатическое давление сложным образом распределено по объему электропроводящей среды.

В силу теоремы о полном токе напряженность магнитного поля  $H_\theta(r, z)$  можно представить в виде:

$H_\theta(r, z) = \frac{I(r, z)}{2\pi r}$ , где  $I(r, z) = 2\pi \int_0^r j_z(r', z) r' dr'$  — электрический ток, протекающий в пределах круга радиуса  $r$ , в произвольном аксиальном сечении  $z$ . Таким образом, вихревую составляющую силы Лоренца  $\vec{F}_{rot}(r, z)$  и магнитостатическое давление  $P_{ms}$  можно выразить через ток  $I(r, z)$  в виде

$$\vec{F}_{rot}(r, z) = -\mu_0 \mu \frac{I^2(r, z)}{4\pi^2 r^3} \vec{e}_r; \quad (7)$$

$$P_{ms}(r, z) = \frac{\mu_0 \mu}{8\pi^2} \frac{I^2(r, z)}{r^2}.$$

Вблизи оси симметрии  $I(r, z) = 0(r^2)$ , поэтому  $\vec{F}_{rot}(r, z) \rightarrow 0$ ,  $P_{ms}(r, z) \rightarrow 0$  при  $r \rightarrow 0$ . Формулы (7) подобны тем, которые используются при описании пинч-эффекта. При относительно небольших сварочных токах (порядка 100...200 А) сжатие дугового разряда (пинч-эффект) проявляется слабо, а действие центростремительной силы  $\vec{F}_{rot}$  реализуется путем возбуждения аксиального течения дуговой плазмы или металла сварочной ванны. Для качественного анализа механизма воздействия силы  $\vec{F}_{rot}(r, z)$  на газо(гидро)динамические потоки обратимся к уравнениям магнитной гидростатики. Пренебрегая в (5) силами инерции и вязкости, получим

$$-\text{grad } P' + \vec{F} = 0. \quad (8)$$

В терминах давления  $P'(r, z)$  система уравнений (8) с учетом (3) записывается в виде

$$\begin{cases} \frac{\partial P'}{\partial r} = -\mu_0 \mu \frac{H_\theta^2}{r}; \\ \frac{\partial P'}{\partial z} = 0. \end{cases} \quad (9)$$

В контексте уравнений магнитостатики (9) давление  $P'(r, z)$ , создаваемое вихревой составляющей силы Лоренца, можно интерпретировать как магнитное давление, поэтому в дальнейшем будем обозначать  $P_{mag}(r, z) = P'(r, z)$ . Проинтегрируем первое из уравнений (9) на интервале  $[r, \infty)$ , полагая, что  $P'(r, z)$  при  $r \rightarrow \infty$  обращается в нуль (в силу того, что  $\lim_{r \rightarrow \infty} H(r, z) = 0$ ). Имеем следующее выражение для  $P_{mag}(r, z)$

$$P_{mag}(r, z) = P_{mag}^{(0)} - \mu_0 \mu \int_0^r \frac{H_\theta^2(r', z)}{r'} dr', \quad (10)$$

где  $P_{mag}^{(0)}(0, z) = \mu_0 \mu \int_0^\infty \frac{H_\theta^2(r', z)}{r'} dr'$  — магнитное давление на оси системы. Градиент магнитного давления создает силу  $\vec{F}_{mag} = \text{grad} P_{mag}(r, z)$ , которая сложным образом распределена в объеме электропроводящей среды. Отметим, что второе из уравнений магнитостатики (9) удовлетворяется лишь тогда, когда в токовом канале  $j_r \equiv 0$ . В общем случае осесимметричной силы Лоренца, определяемой соотношением (3), воздействие силы  $\vec{F}_{mag}$  уравнивается в уравнениях магнитной гидростатики (8) (или уравнениях магнитной газо(гидро)динамики) силами немагнитного происхождения, в которых доминирующую роль может иметь давление, образующееся в результате динамического скоростного напора.

**Силовое воздействие магнитного поля сварочного тока на дуговую плазму.** Интенсивность и направление газодинамических потоков в ду-

говой плазме, возбуждаемых вихревой составляющей силы Лоренца, зависят от соотношения между размерами токопроводящих каналов в приэлектродных областях дуги. Проанализируем три характерных сценария движения потоков плазмы (рис. 1), отличающихся характером растекания электрического тока в столбе дуги.

**Сценарий 1.** Рассмотрим сварку неплавящимся электродом на прямой полярности. Пусть  $R_a$  — радиус анодной привязки дуги,  $R_c$  — радиус катодной привязки. При  $R_a > R_c$  электрический ток в столбе дуги растекается по схеме «прямого» конуса, так что вихревая составляющая силы Лоренца  $\vec{F}_{rot}$  и магнитное давление  $P_{mag}$  достигают наибольших значений вблизи катода (см. рис. 1, а), где плотность тока максимальна, и убывают по направлению к аноду. Вследствие этого в плазме столба дуги возникает аксиальный градиент магнитного давления, который вызывает течение плазмы в аксиальном направлении (от катода к аноду) с последующим образованием колоколообразной формы столба дуги.

**Сценарий 2.** При сварке по слою активизирующего флюса (процесс А-ТИГ) вследствие контрагирования дуги на аноде можно ожидать, что поперечные размеры токопроводящих каналов вблизи катода и анода будут соизмеримыми. Тогда распределение вихревой составляющей силы Лоренца по высоте столба приобретает два максимума, расположенных вблизи катода и анода. Аналогичным образом распределено также и магнитное давление, градиент которого вызывает формирование в столбе дуги двух встречных вихревых потоков плазмы (см. рис. 1, б), направленных от катода и анода к средней (по высоте) части столба дуги. В результате их взаимодействия формируется бочкообразная форма столба. Из этого следует, что газодинамическое давление плазмы столба дуги, как фактор деформации свободной поверхности сварочной ванны, имеет место лишь при условиях сценария 1.

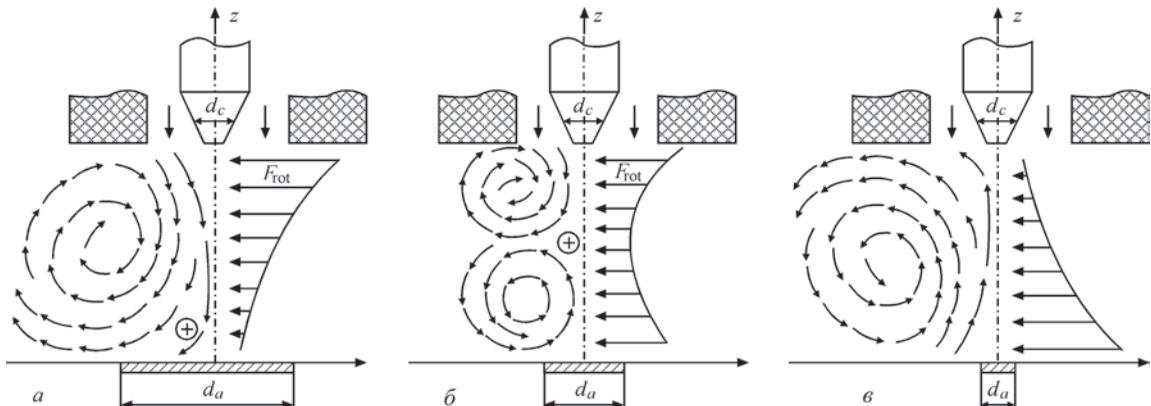


Рис 1. Распределение вихревой составляющей силы Лоренца и картина течения плазмы в столбе сварочной дуги: а — сценарий 1; б — сценарий 2; в — сценарий 3

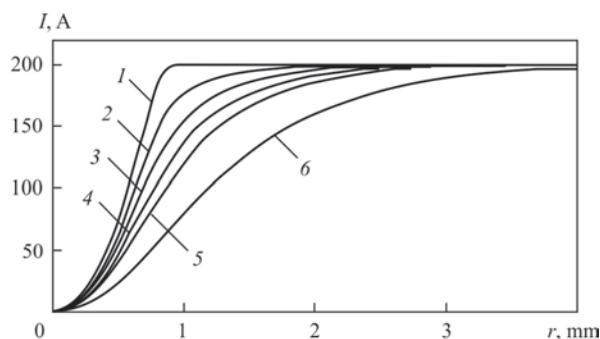


Рис. 2. Изменение тока  $I(r)$  в прикатодной области столба дуги

**Сценарий 3.** Если  $R_c > R_a$ , то растекание тока происходит по схеме «обратного конуса». При сварке ТИГ такой сценарий является маловероятным, однако он может иметь место при гибридной лазерно-дуговой сварке когда потоки плазмы могут быть направлены в сторону катода (см. рис. 1, в).

Проиллюстрируем особенности распределения вихревой составляющей электромагнитной силы и магнитного давления для свободного-горящей аргоновой дуги длиной 3 мм при токе  $I = 200$  А (сварка ТИГ). Для этой цели воспользуемся результатами численного моделирования [9] распределенных характеристик плазмы дугового разряда, выполненных в соответствии с моделью дуги, предложенной в [10]. При анализе результатов расчетов отдадим предпочтение прикатодной области столба дуги, где размер токового канала наименьший и, соответственно, достигается наибольшая плотность электрического тока (рис. 2). Для иллюстрации характеристик электромагнитного поля в этой области выделим шесть поперечных сечений столба дуги: 1 — непосредственно на границе столба с катодной областью; 2–6 — на расстояниях 0,1; 0,2; 0,3; 0,4; 0,8 мм от этой границы, соответственно (на рис. 3–5 цифры на кривых указывают на номер сечения). Характер изменения тока  $I(r, z)$ , протекающего в пределах круга радиуса  $r$  (см. рис. 2), свидетельствует о том, что в рассматриваемом случае растекание электрического тока в столбе дуги происходит по схеме

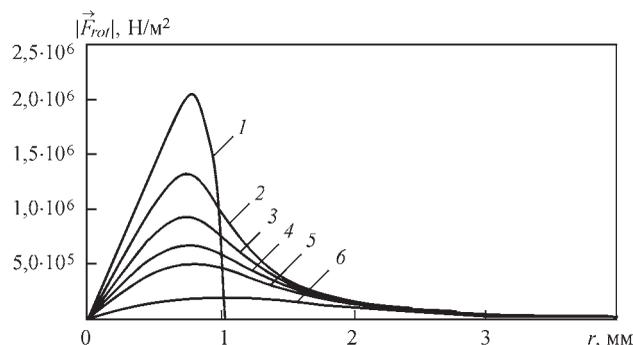


Рис. 3. Распределение  $|\vec{F}_{rot}|$  в поперечных сечениях прикатодной области столба дуги

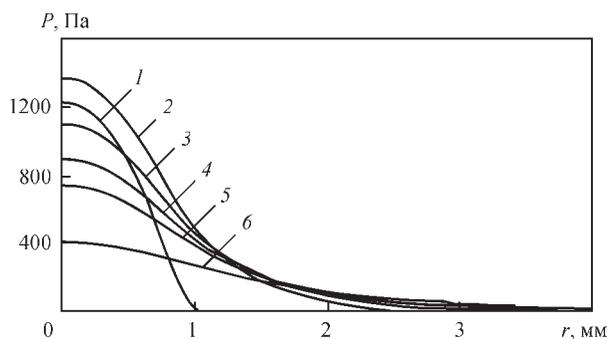


Рис. 4. Распределение магнитного давления вблизи катода

«прямого конуса», следовательно, газодинамические процессы в дуговом разряде развиваются в соответствии со сценарием 1.

Модуль вихревой составляющей силы Лоренца  $\vec{F}_{rot}$ , рассчитанный в зависимости от  $I^2(r, z)$  по формуле (7), имеет максимум (рис. 3), достигаемый в выбранных сечениях столба дуги при  $r \approx 1$  мм, причем величина этого максимума быстро убывает при удалении от катода. Под воздействием сжимающей силы  $\vec{F}_{rot}$  в прикатодной зоне столба возникает магнитное давление  $P_{mag}$ , максимальная величина которого достигается на оси дуги. Магнитное давление быстро убывает при удалении от катода (рис. 4), вследствие чего в прикатодной плазме образуется высокий градиент магнитного давления  $\text{grad}P_{mag} = \vec{F}_{mag}$ , который создает вблизи катода силу  $\vec{F}_{mag}$ , преимущественно направленную в сторону анода. В условиях данного расчета электромагнитного поля в дуговом разряде аксиальная компонента  $\vec{F}_{mag}$  оказывается довольно значительной и составляет более  $2 \cdot 10^6$   $\text{H/m}^3$ .

Сила  $\vec{F}_{mag}$  возбуждает в столбе дуги течение плазмы (рис. 5), преимущественно направленное к аноду. Это течение имеет участок разгона на расстоянии около 1 мм от катода, что соответствует области наиболее высоких значений модуля градиента магнитного давления. Скорость течения плазмы в центральной части осевой области дуги составляет при этом сотни метров в секунду.

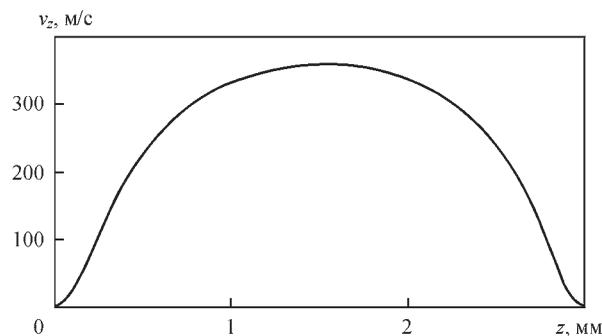


Рис. 5. Распределение скорости движения плазмы вдоль оси дуги (координата  $z$  отсчитывается от границы катодной области)

**Воздействие силы Лоренца на металл сварочной ванны.** Для анализа силового воздействия собственного магнитного поля тока дуги на металл сварочной ванны рассмотрим модель электропереноса в свариваемом образце (анод дуги) толщиной  $L$  в предположении, что электромагнитное поле в металле сохраняет осевую симметрию, присущую дуговой плазме. Пусть  $\varphi(r, z)$  — скалярный потенциал электрического поля,  $\vec{j}(r, z) = -\sigma \text{grad} \varphi$  — плотность электрического тока в металле, где  $\sigma$  — его удельная электрическая проводимость. Тогда из закона сохранения электрического заряда  $\text{div} \vec{j} = 0$  имеем следующее уравнение

$$\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left( r \sigma \frac{\partial \varphi}{\partial r} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left( \sigma \frac{\partial \varphi}{\partial z} \right) = 0. \quad (11)$$

Уравнение (11) будем интегрировать в области  $\Omega = \{0 < r < R, 0 < z < L\}$ , где для свободного растекания тока радиус расчетной области  $R$  выбирается достаточно большим.

Сформулируем граничные условия. На поверхности образца  $z = 0$  зададим распределение аксиальной компоненты плотности электрического тока по гауссовскому закону, т. е. положим

$$j_z(r, 0) = j_0 \exp(-a^2 r^2), \quad (12)$$

где  $j_0$  — осевое значение плотности тока. Параметры  $j_0$  и  $a$  определяются из следующих условий:

$I = 2\pi \int_0^\infty j_z(r, 0) r dr$ ,  $j_z(R_e, 0) = j_0 e^{-2}$ , где  $I$  — заданная величина сварочного тока;  $R_e = \frac{\sqrt{2}}{a}$  — эффективный радиус токопроводящего канала на поверхности образца (анода).

При  $r = 0$  и  $r = R$  зададим естественные граничные условия

$$\left. \frac{\partial \varphi}{\partial r} \right|_{r=0} = \left. \frac{\partial \varphi}{\partial r} \right|_{r=R} = 0. \quad (13)$$

На нижней поверхности пластины, полагая, что свариваемый образец плотно прижат к медной подкладке, положим потенциал постоянным и равным нулю

$$\varphi(r, L) = 0. \quad (14)$$

Для анализа влияния размера токопроводящего канала в анодной области дуги на силовое взаимодействие тока с собственным магнитным полем рассматривались три эффективных радиуса токопроводящего канала:  $R_e = 1; 2; 3$  мм. При токе  $I = 100$  А соответствующие распределения плотности тока на поверхности анода представлены на рис. 6.

Поскольку удельная электропроводность металла намного превосходит электропроводность плазмы, то ток, поступающий в металл из анодной

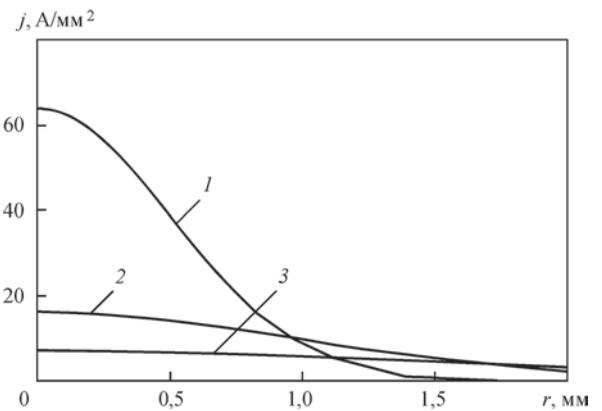


Рис. 6. Распределение плотности тока на поверхности анода: 1 —  $R_e = 1$ ; 2 — 2; 3 — 3 мм

области дуги, быстро растекается по объему металла. Картину растекания тока можно проследить по распределению токовых линий в свариваемом образце (рис. 7). Здесь под токовой линией понимается линия, очерчивающая объем металла, через который протекает ток заданной величины (на рис. 7 показаны токовые линии  $I = 10; 30; 50; 70$  и  $90$  А). Аналогичные картины растекания тока в свариваемом металле по схеме «прямого» конуса имеют место также и при других радиусах токового канала на поверхности анода.

Проанализируем влияние размера токового канала анода на распределение характеристик электромагнитного поля в свариваемом металле. На рис. 8 для  $R_e = 1; 2; 3$  мм приведены радиальные распределения азимутальной компоненты напряженности магнитного поля  $H_\theta$  в различных сечениях по толщине образца. В соответствии с теоремой о полном токе напряженность магнитного поля как функция радиуса сначала монотонно возрастает, достигает максимума и затем при  $r \rightarrow \infty$  убывает к нулю как  $1/r$ . При изменении  $R_e$  в интервале  $1 \dots 3$  мм максимум  $H_\theta$  на поверхности образца и в нижележащих сечениях быстро уменьшается, а его положение смещается в сторону больших радиусов.

Поскольку вихревая составляющая электромагнитной силы квадратично зависит от напряженности магнитного поля, то указанная выше тенденция распространяется также и на распределение  $|\vec{F}_{rot}(r, z)|$

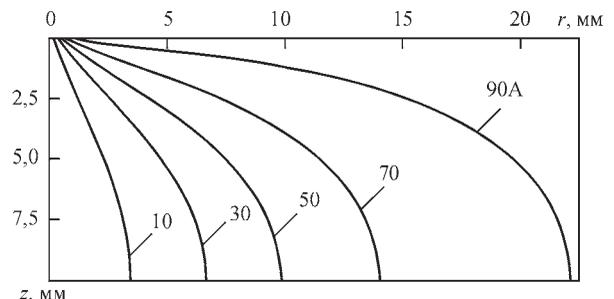


Рис. 7. Растекание тока в свариваемом образце (анод) при  $R_e = 1$  мм

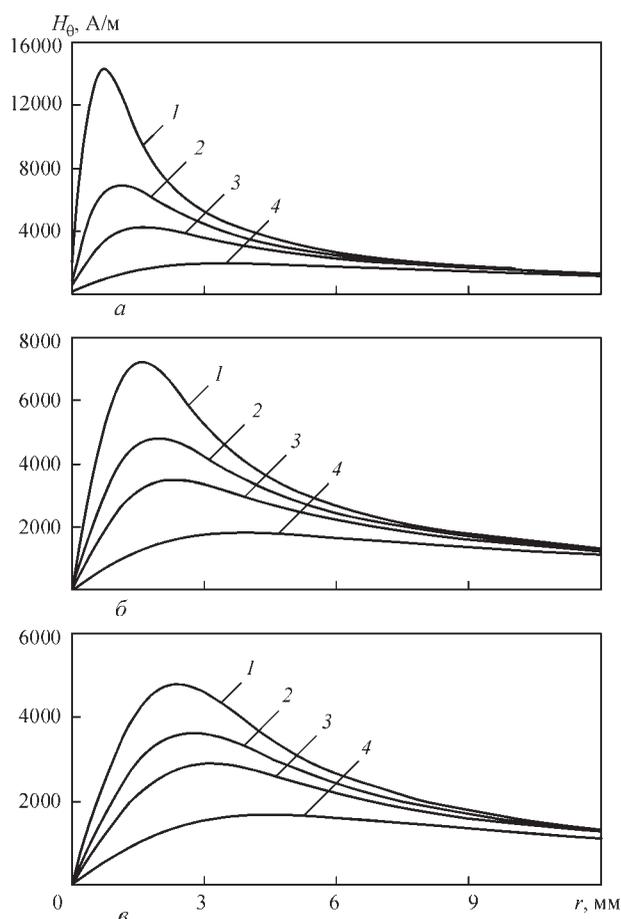


Рис. 8. Напряженность магнитного поля в свариваемом образце: а —  $R_e = 1$ ; б — 2; в — 3 мм ( $l - z = 0$ ; 2 — 0,5; 3 — 1; 4 — 2,5 мм)

в объеме образца (рис. 9) с тем лишь отличием, что  $\max |\vec{F}_{rot}|$  уменьшается на порядки при увеличении размера эффективного радиуса токопроводящего канала на поверхности анода с 1 до 3 мм.

Прежде, чем перейти к анализу распределения магнитного давления в металле, обусловленного действием силы  $\vec{F}_{rot}$ , укажем на два принципиальных отличия силового воздействия сварочного тока на дуговую плазму и на свариваемый металл. Первое из них состоит в том, что протекание тока в дуговой плазме ограничено областью, в которой электропроводность плазмы отлична от нуля (ориентировочно этот токопроводящий канал в случае Ag соответствует области, где температура плазмы превышает 5000 К), в то время как в свариваемом металле ток растекается свободно, и токопроводящий канал никоим образом не ограничен. Второе отличие связано с формированием в дуговой плазме магнитного давления. В столбе дуги магнитное давление на оси (см. (10)) и в дуговой плазме в целом определяется воздействием вихревой компоненты электромагнитной силы на интервале  $0 \leq r < \infty$ , в то время как в твердом металле действие  $\vec{F}_{rot}$  уравновешивается силами упругости и никаким образом

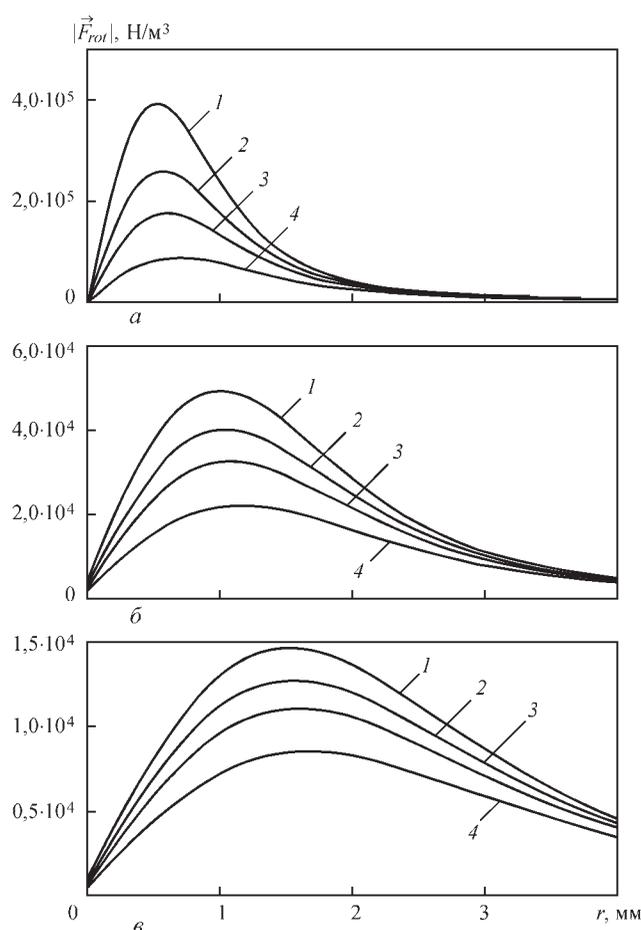


Рис. 9. Распределение  $F_{rot}$  в объеме образца: а —  $R_e = 1$ ; б — 2; в — 3 мм ( $l - z = 0$ ; 2 — 0,5; 3 — 1; 4 — 2,5 мм)

не влияет на магнитное давление в сварочной ванне. Таким образом, магнитное давление в сварочной ванне формируется за счет силового воздействия лишь той доли сварочного тока, которая протекает через сварочную ванну, а следовательно, зависит от формы и размеров ванны. С учетом этой особенности трансформируем выражение (10) для магнитного давления в сварочной ванне. Пусть  $R^* = R^*(z)$  — уравнение, описывающее форму ванны в некоторый момент времени. Интегрируя первое из уравнений (9) на интервале  $[0, R^*(z)]$ , получим следующее выражение для распределения магнитного давления в сварочной ванне

$$P_{mag}(r, z) = \mu_0 \mu \int_r^{R^*} \frac{H_\theta^2(r', z)}{r'} dr'. \quad (15)$$

Рассмотрим это распределение в зависимости от размеров ванны и эффективного радиуса токового канала на поверхности анода. Для качественного анализа будем исходить из допущения, что ванна имеет форму полусферы радиусом  $R_v$ . На рис. 10 представлены расчетные данные о распределении магнитного давления в приповерхностной области ванны в зависимости от эффективно-

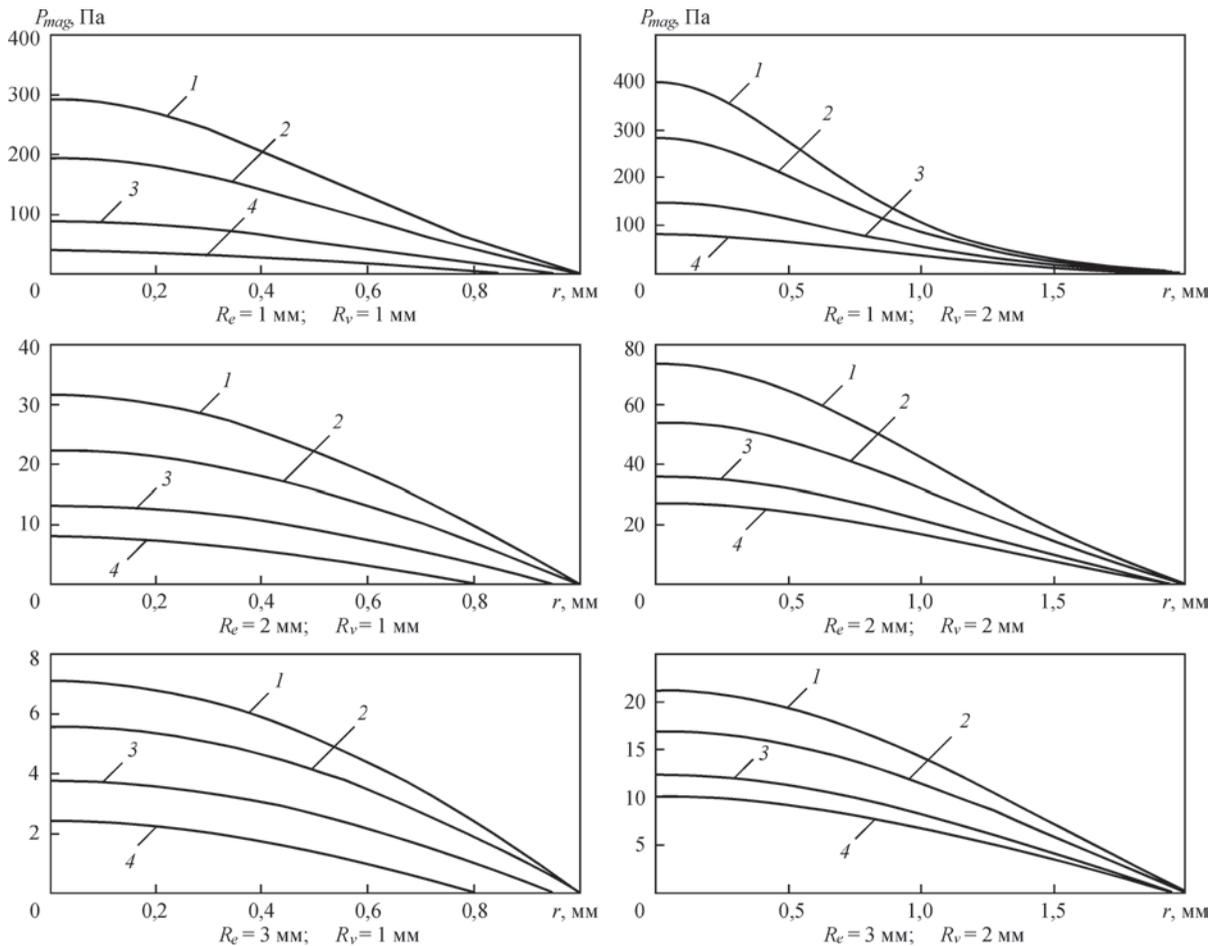


Рис. 10. Распределение магнитного давления в сварочной ванне: 1 —  $z = 0$ ; 2 — 0,15; 3 — 0,35; 4 — 0,5 мм

го радиуса  $R_e$  токопроводящего канала при  $R_v = 1$ ; 2 мм.

Поскольку с увеличением размера сварочной ванны возрастает доля сварочного тока, протекающего через нее, то магнитное давление на поверхности и в объеме ванны существенно повышается с увеличением  $R_v$  для всех радиусов токопроводящего канала на аноде (ср. правые и левые картинки на рис. 10). Второй вывод, который следует из расчетных данных, приведенных на рис. 10, состоит в том, что величина магнитного давления в расплаве в существенной мере зависит от размера токопроводящего канала на аноде: с увеличением  $R_e$  магнитное давление на поверхности ванны и в ее объеме уменьшается на порядок. Отметим, что максимальное магнитное давление, достигаемое на поверхности ванны при  $R_e = 1$  мм;  $R_v = 2$  мм, равно 400 Па. Эта величина составляет лишь 0,4 % атмосферного давления и, на первый взгляд кажется, что магнитным давлением можно пренебречь. Однако это не так, о чем свидетельствуют приведенные ниже количественные оценки, полученные из теоремы Бернулли для несжимаемой жидкости. В соответствии с последней  $P_{mag} + \frac{\rho V^2}{2} = \text{const}$ , т. е. в данном случае

магнитное давление уравнивается скоростным напором  $\rho V^2/2$ , где  $\rho$  — плотность металла,  $V$  — скорость движения расплава (под последней понимается аксиальная компонента вектора скорости). Для численной оценки выберем на оси ванны два сечения  $z = 0$ ,  $z = h$ , первое из которых соответствует поверхности расплава, а второе расположено в глубине расплава, где магнитное давление мало ( $P(h) \approx 0$  при  $h \approx 1$  мм). Положим  $V(0) = 0$ , тогда  $V(h) \approx \sqrt{2P_{mag}^{(0)} / \rho}$ , где  $P_{mag}^{(0)}$  — магнитное давление в центре анодного пятна на поверхности ванны. Результаты расчетов по этой формуле приведены в таблице.

Из данных, приведенных в таблице, следует, что скорость движения расплава в направлении донной части сварочной ванны в существенной мере зависит от плотности тока на аноде и размеров сварочной ванны: скорости потока возрастают с уменьшением радиуса токопроводящего канала на аноде и тем значительнее, чем больше объем ванны.

Приведенные выше расчетные оценки являются весьма приближительными, т. к. они базируются на одномерном рассмотрении движения жидкого металла (уравнение Бернулли, гидравлическое приближение). Для более точных расчетов следует

**Скорости потоков расплава, при которых скоростной напор уравновешивает магнитное давление в сварочной ванне**

$R_e, \text{мм}$	$R_p, \text{мм}$	$P_{mag}^{(0)}, \text{Па}$	$V, \text{см/с}$	$F_{mag,z}^{(0)}, \text{Н/м}^3$
1	1	292	27	$1,09 \cdot 10^6$
1	1,5	369	31	$1,26 \cdot 10^6$
1	2	400	32	$1,31 \cdot 10^6$
2	1	32	9	$7,0 \cdot 10^4$
2	1,5	55	12	$1,15 \cdot 10^5$
2	2	74	14	$1,45 \cdot 10^5$
3	1	7	4	$1,11 \cdot 10^4$
3	1,5	14	6	$2,11 \cdot 10^4$
3	2	21	7	$3,09 \cdot 10^4$

принимать во внимание, что градиент магнитного давления создает в расплаве сложным образом распределенную объемную силу  $\vec{F}_{mag} = \{F_{mag,r}, F_{mag,z}\}$ . В соответствии с первым из уравнений (9) компонента  $F_{mag,r}$  равна  $-\frac{H_0^2}{r}$ , а компонента  $F_{mag,z}$  пред-

$$\text{ставляется в виде: } F_{mag,z} = \frac{\partial P}{\partial z}.$$

Рассмотрим влияние размеров сварочной ванны и токового канала на величину аксиальной составляющей силы  $F_{mag,z}$  (рис. 11). Как и магнитное давление (см. рис. 10), аксиальная составляющая магнитной силы  $\vec{F}_{mag}$  максимальна в центре анодного пятна и возрастает с увеличением плотности тока на поверхности анода, а также с ростом объема расплавленного металла (см. последний столбец таблицы). Величина этой составляющей силы является довольно значительной: при  $R_e = 3$  мм она сопоставима с объемной плотностью гравитационной силы ( $F_{grav} = 7,64 \text{ Н/м}^3$ ), действующей на металл, а при  $R_e = 1$  мм превосходит ее больше, чем на порядок. Компонента  $F_{mag,z}$  быстро убывает как функция радиуса, так что ее величина при  $r > 1$  мм пренебрежимо мала по сравнению с осевыми значениями. Напротив, радиальная компонента  $\vec{F}_{mag,r}$ , монотонно возрастает при увеличении радиуса и достигает своей максимальной величины (по порядку сопоставимой с  $F_{mag,z}$ ) при  $r \approx 1$  мм. Таким образом, магнитная сила  $\vec{F}_{mag}$ , будучи преимущественно аксиальной по направлению, имеет центростремительную составляющую, которая, в отличие от рассмотрения гидродинамического процесса в приближении Бернулли, способна увеличивать скорость потока расплавленного металла по направлению к донной части сварочной ванны.

В заключение можно сказать, что взаимодействие дуговой плазмы со свариваемым металлом при сварке неплавящимся электродом осуществляется посредством анодной области дуги, которая

определяет (см., например, [9, 10]) такие, важные с точки зрения формирования сварного шва, характеристики, как плотность теплового потока в анод и плотность электрического тока на аноде. Распределение плотности теплового потока на аноде является ответственным за теплопроводный механизм переноса энергии в свариваемом металле. Именно с таких позиций Н. Н. Рыкалинным была построена [11] теория тепловых процессов при сварке, не принимающая во внимание конвективный механизм переноса тепла в сварочной ванне. Напротив, закон распределения плотности тока на аноде, который определяет силовое воздействие тока дуги на расплавленный металл, является ответственным за величину и направление гидродинамических потоков в расплаве, а следовательно, и за конвективный перенос тепла в сварочной ванне. Для повышения проплавливающей способности дуги с тугоплавким катодом важно организовать достаточно интенсивные потоки расплава, направленные от перегретой прианодной зоны поверхности сварочной ванны к ее донной части. Как показано выше, такой характер течения жидкого металла обеспечивается за счет сжимающего действия вихревой составляющей силы Лоренца. Существенное влияние на величину магнитной силы и скорость нисходящего течения расплава оказывает размер токопроводящего канала на поверхности анода: чем выше контракция электрического тока на аноде, тем больше величина аксиальной компоненты магнитной силы, и тем выше скорость движения расплава (см. табл.). Отсюда вытекает важный с точки зрения практических приложений вывод: для повышения проплавливающей способности дуги при сварке неплавящимся электродом следует изыскивать технологические средства для уменьшения размера токопроводящего канала и, соответственно, повышения плотности тока на аноде.

В принципиальном плане размер анодного пятна и распределение в нем плотности тока определяется совокупностью факторов, связанных с условиями горения сварочной дуги и тепловым состоянием поверхности расплава: сварочным током, длиной дуги, составом плазмообразующего газа, температурами прианодной плазмы и свободной поверхности расплава, распределением вдоль поверхности сварочной ванны анодного падения потенциала. В настоящее время сварочная наука имеет в своем арсенале ряд технологических приемов, которые позволяют регулировать (в сторону уменьшения) размер токопроводящего канала дуги на аноде. Одним из таких способов является процесс А-ТИГ сварки, базирующийся на при-

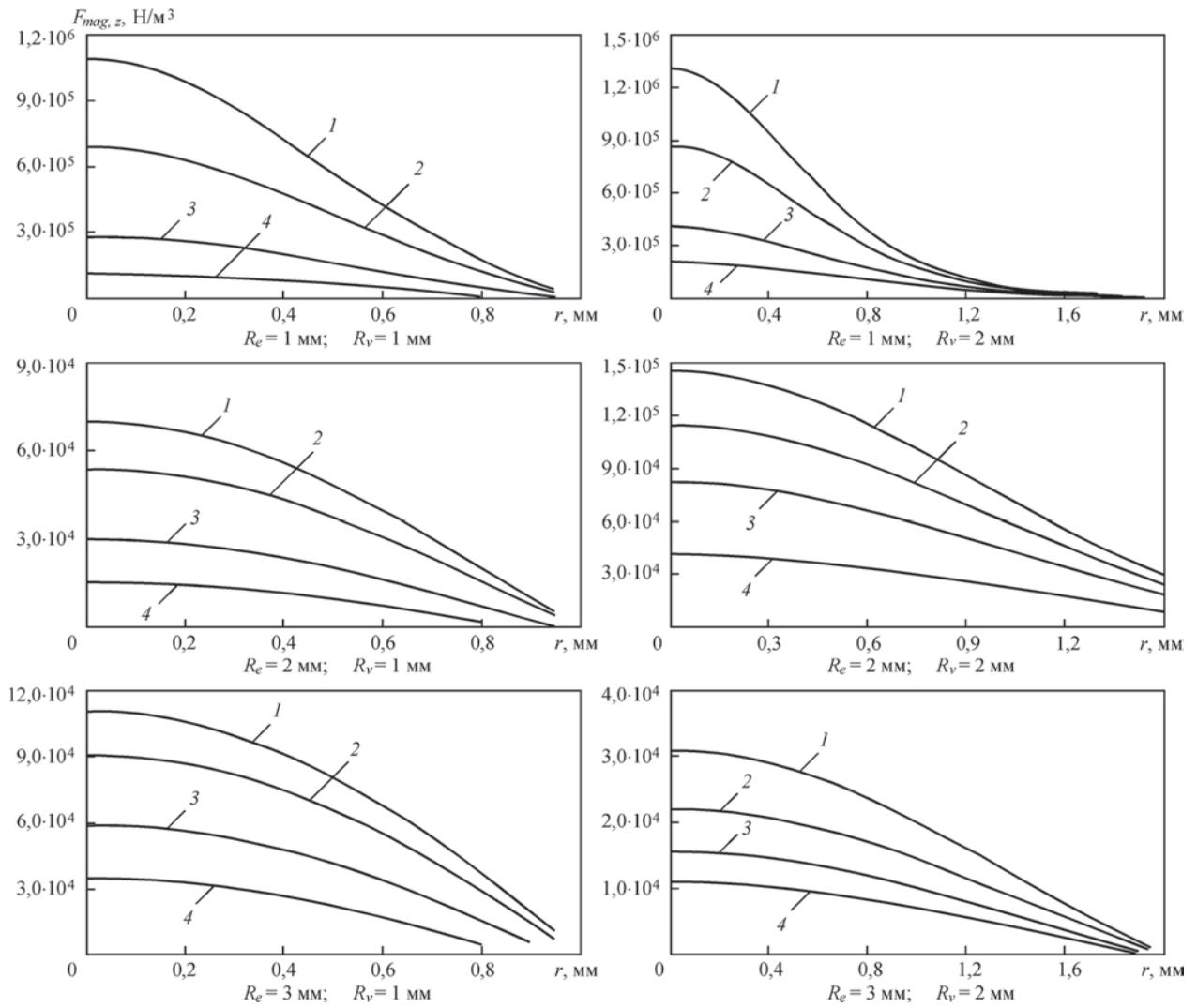


Рис. 11. Распределение  $F_{mag,z}$  в сварочной ванне: 1 —  $z = 0$ ; 2 — 0,1; 3 — 0,3; 4 — 0,5 мм

менении активирующих флюсов (см., например, [12]). Приведем для сравнения макрошлифы сварных швов (рис. 12, представлены Д. В. Коваленко) при ТИГ и А-ТИГ сварке в аргоне пластины из нержавеющей стали толщиной 6 мм.

Как следует из этого рисунка, при одних и тех же значениях мощности, длины дуги и скорости сварки глубина проплавления при процессе А-ТИГ вдвое больше, чем при сварке ТИГ. Этот технологический результат обусловлен существенно меньшими размерами анодного пятна при А-ТИГ сварке по сравнению с процессом ТИГ (радиус токопроводящего канала ориентировочно составляет 2,5 и 6 мм, соответственно).

Укажем на другие возможности повышения плотности электрического тока в области анодной привязки дуги с тугоплавким катодом. При гибридной сварке (ТИГ +  $CO_2$  лазер), как показано в работе [13], за счет дополнительного нагрева прианодной плазмы лазерным излучением изменяется характер распределения анодного падения

потенциала вдоль поверхности сварочной ванны. Это приводит к появлению радиальной компоненты плотности тока в прианодной плазме и, соответственно, к повышению плотности тока в приосевых участках анодной области дуги.

Использование вместо Ar других защитных газов или их смесей ( $He$ ;  $Ar + H_2$ ) также приводит к уменьшению размера токового канала в столбе дуги и, соответственно, к уменьшению поперечного размера области анодной привязки дуги. Есть основания полагать [14], что и при сварке

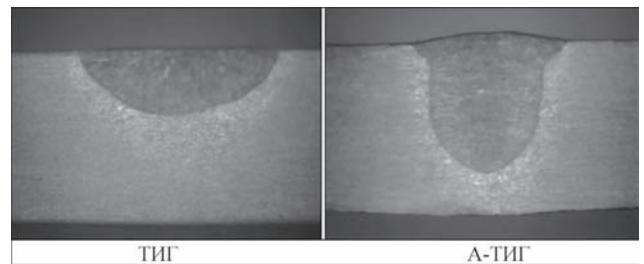


Рис. 12. Формы сварных швов при одинаковой мощности дуги  $P = 1400$  Вт, длине дуги  $l = 1,5$  мм и скорости сварки  $V = 100$  мм/мин

модулированным током высокой частоты размер токового канала на аноде уменьшается по сравнению со сваркой на постоянном токе. При использовании перечисленных выше технологических средств глубина проплавления увеличивается. Физические механизмы, которые обуславливают эффект контракции электрического тока на аноде во всех рассмотренных случаях являются разными, однако результат — повышение проплавляющей способности дуги нисходящими потоками расплава — одинаковый.

Здесь следует отметить, что силовое воздействие сварочного тока на металл сварочной ванны не является единственной причиной возбуждения протекающих в ней гидродинамических процессов. Обратим внимание, что полуширина шва при ТИГ сварке (рис. 12) заметно превосходит глубину проплавления. Возможными причинами такой формы шва может служить прямая термокапиллярная конвекция Марангони и вязкое трение потока дуговой плазмы о поверхность расплавленного металла, которые формируют направленное вдоль свободной поверхности ванны течение расплава, транспортирующее перегретый металл из центра к боковой поверхности ванны. Возникающий приповерхностный вихрь в своем возвратном течении переносит «холодный» металл от фронта плавления к центру ванны, что уменьшает кондуктивную составляющую теплового потока к донной части ванны.

Проведенный в настоящей статье анализ влияния силовых факторов на гидродинамику сварочной ванны и выполненные численные оценки позволяют сделать вывод о том, что достоверное расчетное прогнозирование формы сварочной ванны и термических циклов в зоне термического влияния сварного соединения может быть достигнуто только при надлежащем учете конвективного переноса энергии в сварочной ванне. Напротив, модели, базирующиеся

на теплопроводностном механизме переноса энергии, могут приводить к весьма искаженным представлениям об указанных параметрах.

1. Hsu K. C., Etemadi K., Pfender E. Study of the free-burning high-intensity argon arc // J. of Appl. Phys. — 1983. — № 3(54). — P. 1293–1301.
2. Hsu K. C., Pfender E. Two-temperature modeling of the free-burning high-intensity arc // Ibid. — 1983. — № 8(54). — P. 4359–4366.
3. Fan H. G., Kovacevic R. A unified model of transport phenomena in gas metal arc welding including electrode, arc plasma and molten pool // J. Phys. D: Appl. Phys. — 2004. — 37. — P. 2531–2544.
4. Computational simulation of arc melting process with complex interactions / H. Nishiyama et al. // ISIJ International. — 2006. — № 5(46). — P. 705–711.
5. Hu J., Tsai H. L. Heat and mass transfer in gas metal arc welding. Part I: The arc // Int. J. of Heat and Mass Transfer. — 2007. — 50. — P. 833–846.
6. Hu J., Tsai H. L. Heat and mass transfer in gas metal arc welding. Part II: The metal // Ibid. — 2007. — 50. — P. 808–820.
7. Murphy Anthony B. A self-consistent three-dimensional model of the arc, electrode and weld pool in gas-metal arc welding // J. Phys. D: Appl. Phys. — 2011. — 44. — 194009 (11 pp).
8. Plasma-weld pool interaction in tungsten inert-gas configuration / J. Mougnot et al. // Ibid. — 2013. — 46. — 135206 (14 pp).
9. Крикент И. В., Кривцун И. В., Демченко В. Ф. Моделирование процессов тепло-, массо- и электропереноса в столбе и анодной области дуги с тугоплавким катодом // Автоматическая сварка. — 2012. — № 3. — С. 7–11.
10. Кривцун И. В., Демченко В. Ф., Крикент И. В. Модель процессов тепло-, массо- и электропереноса в анодной области и столбе сварочной дуги с тугоплавким катодом // Там же. — 2010. — № 6. — С. 3–11.
11. Рыкалин Н. Н. Расчеты тепловых процессов при сварке. — М.: Машгиз, 1951. — 296 с.
12. Юценко К. А., Коваленко Д. В., Коваленко И. В. Применение активаторов при дуговой сварке вольфрамовым электродом в инертных газах (А-ТИГ) сталей и сплавов // Автоматическая сварка. — 2001. — № 7. — С. 37–43.
13. Взаимодействие пучка излучения CO<sub>2</sub>-лазера с плазмой электрической дуги при гибридной (лазер + ТИГ) сварке / И. В. Кривцун и др. // Там же. — 2015. — № 3–4. — С. 7–16.
14. Zhao J., Sun D., Hu S. Anode behavior of high frequency pulse TIG welding arc // Trans. China Weld. Inst. — 1992. — № 1(13). — P. 59–66.

### 1.3. ПЛАВЛЕНИЕ И ПЕРЕНОС ЭЛЕКТРОДНОГО МЕТАЛЛА ПРИ СВАРКЕ ПЛАВЯЩИМСЯ ЭЛЕКТРОДОМ

Приведенные ниже статьи и доклады посвящены разработке математических моделей (включая вычислительные алгоритмы и специализированное программное обеспечение), а также компьютерному моделированию процессов нагрева и плавления электродной проволоки, формирования, отрыва и переноса капель электродного металла при дуговой сварке плавящимся электродом (МИГ/МАГ).

В работах [1.3.1, 1.3.3] проведен сравнительный анализ различных подходов и моделей для математического описания процессов формирования и переноса капель электродного металла при сварке плавящимся электродом. Показано, что гидростатическая модель свободной поверхности капли не может адекватно описывать формирование и отрыв капель при сварке. Модель для описания гидродинамических процессов в капле расплавленного металла, базирующаяся на полной системе уравнений Навье–Стокса, для своей реализации требует значительных вычислительных ресурсов, что существенно ограничивает возможности ее применения при проведении массового вычислительного эксперимента. В качестве альтернативы предложено использовать приближенную гидродинамическую модель тонкой струи, адаптированную для описания формирования капель при сварке плавящимся электродом. Показано, что такая модель с достаточно высокой точностью позволяет прогнозировать форму и размер капли электродного металла вплоть до момента ее отрыва. Исследовано влияние магнитного давления, создаваемого протекающим через каплю электрическим током, на размер формирующихся капель и частоту их переноса.

В работе [1.3.2], посвященной развитию подхода [1.1.8, 1.1.12, 1.1.13], представлены результаты моделирования электромагнитных процессов, протекающих в системе «электродная проволока–капля–сварочная дуга» при МИГ сварке. Детально описана математическая модель для расчета пространственных распределений скалярного электрического потенциала, плотности электрического тока, напряженности магнитного поля и магнитного давления в рассматриваемой системе. Данная модель позволяет учитывать изменение во времени формы капли, а также наличие анодного падения потенциала, сосредоточенного в тонком анодном слое вблизи ее поверхности и локально зависящего от температуры поверхности капли, плотности электрического тока и температуры электронов в прианодной плазме [1.1.9, 1.1.11]. Разработаны вычислительные алгоритмы и специальное программное обеспечение для компьютерной реализации предложенной модели с учетом изменяющейся во времени формы капли. Проведен подробный численный анализ пространственных распределений характеристик электромагнитных процессов в рассматриваемой системе при МИГ сварке стали (защитный газ аргон, ток дуги 200 А, диаметр проволоки 1,2 мм, скорость подачи 4 м/мин) на различных этапах формирования капли.

В работе [1.3.4] для самосогласованного описания электромагнитных процессов в системе «электродная проволока–капля–сварочная дуга» и динамики изменения ее формы предложено использовать комплексную математическую модель, объединяющую модель электромагнитных процессов [1.3.2] и приближенную динамическую модель формирования капли (модель тонкой струи) [1.3.1, 1.3.3]. Такая модель позволяет согласованным образом учитывать влияние силы тяжести, силы поверхностного натяжения и электромагнитной силы на формирование капель электродного металла при МИГ сварке. На основе предложенной комплексной модели проведен численный анализ влияния размеров области привязки дуги к поверхности капли на размер формирующихся капель и частоту их отрыва при МИГ сварке (параметры режима выбраны такими же, как и в работе [1.3.2]).

Работа [1.3.5] посвящена теоретическому исследованию и компьютерному моделированию эффекта взрыва капель электродного металла, наблюдаемого при импульсной МИГ сварке Al–Mg сплавов. Проведенные ранее исследования [1.1.16, 1.1.17] показывают, что при испарении рассматриваемых сплавов в конвективном режиме основным испаряемым элементом является магний. Причем поскольку температура кипения сплава зависит от состава его приповерхностного слоя, то обеднение этого слоя магнием приводит к повышению температуры вплоть до температуры кипения алюминия. Для моделирования пространственно-временных распределений температуры и содержания магния в капле Al–Mg сплава заданного исходного состава с учетом потерь магния на испарение с ее поверхности использо-

вана упрощенная одномерная модель, включающая нестационарные уравнения теплопроводности и диффузии магния в расплаве. Установлено, что в некоторый момент времени от начала конвективного испарения указанные распределения становятся такими, что на определенном расстоянии от поверхности капли образуется область, где температура расплава на 100...200 К выше локального значения температуры кипения сплава, зависящей, как указано ранее, от содержания магния в данной области. Это приводит к формированию пузырьков пара, рост которых и вызывает взрыв капли, наблюдающийся экспериментально.

Работа [1.3.6] представляет собой обзор известных методов теоретического исследования и математических моделей процессов формирования и переноса капель электродного металла при МИГ/МАГ сварке. Основное внимание уделено комплексной модели, построенной на основе полной системы уравнений Навье–Стокса, поскольку она наиболее полно учитывает всю совокупность физических процессов, определяющих такие характеристики переноса электродного металла, как объем и форма капель, их тепловое и гидродинамическое состояние, частота отрыва и др. Проведен анализ методов численной реализации указанной модели, в частности методов Volume of Fluid (VOF) и Front Tracking Methods (FTM). Показано, что метод FTM позволяет более детально исследовать физические процессы, происходящие на свободной поверхности капли. На основе этого метода разработано специализированное программное обеспечение и выполнено компьютерное моделирование процессов нагрева и плавления сварочной проволоки, а также формирования и отрыва капель электродного металла при МИГ сварке низкоуглеродистой стали на постоянном токе.

В работах [1.3.1–1.3.6] предполагалось, что характеристики дуговой плазмы в анодной области (вблизи поверхности капли) и в столбе дуги при МИГ сварке известны (наперед заданы) и основное внимание уделялось процессам, протекающим в электродной проволоке и капле электродного металла. Для компьютерного моделирования указанных процессов разработаны различные математические модели, вычислительные алгоритмы и соответствующее программное обеспечение. В докладе [1.3.7] предложен подход для комплексного самосогласованного моделирования процессов в плавящемся электроде и дуговой плазме с учетом их взаимосвязи. Данный подход заключается в совместном использовании специализированного программного обеспечения для компьютерного моделирования процессов плавления электродной проволоки, формирования и переноса капель электродного металла и пакета прикладных программ ANSYS CFX для моделирования процессов, протекающих в плазме дуги при сварке плавящимся электродом. Рассмотрены особенности формирования капель и проанализированы их характеристики (размер, начальная скорость, температура, частота отрыва) в момент отрыва при крупно- и мелкокапельном режимах переноса.

### 1.3.1. МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ПРОЦЕССА ФОРМИРОВАНИЯ КАПЛИ ЭЛЕКТРОДНОГО МЕТАЛЛА\*

А. СЕМЕНОВ, В. ДЕМЧЕНКО, И. КРИВЦУН, О. МОКРОВ, А. ЗАБИРОВ, У. РАЙСГЕН

Процессы формирования и переноса капель электродного металла при дуговой сварке плавящимся электродом определяются сложным взаимодействием различных физических явлений: тепловых, электромагнитных, магнитогидродинамических, испарительных, массообменных и др. Нагрев и плавление электродной проволоки осуществляется за счет энергии, вводимой в расплавленный металл капли из анодного слоя дуги, и ее переноса к вылету электрода за счет теплопроводности и конвекции. В зависимости от условий сварки частота переноса капель может составлять от единиц до сотен герц, соответственно этому изменяется масса капель и характер их переноса в сварочную ванну (происходит крупнокапельный, мелкокапельный, струйный перенос и перенос с образованием коротких замыканий). Так, при сварке «голой» проволокой на небольших токах формируются крупные капли, в процессе отрыва которых могут возникать кратковременные короткие замыкания. При сварке в защитных газах тонкой проволокой на повышенных токах реализуется мелкокапельный и струйный перенос электродного металла, благодаря чему уменьшается разбрызгивание и улучшается формирование шва. Следует особо отметить, что процессы переноса тепла и импульса в расплавленном металле капли развиваются динамически, с волнообразным характером изменения ее формы, интенсивности и направления гидродинамических потоков в расплавленном металле. Наиболее ярко такие явления проявляются при сварке модулированным током или при импульсной подаче сварочной проволоки. При этом важную роль играет не только среднее значение сварочного тока, но и форма его импульса.

Столь разнообразный характер переноса капель, проявляющийся при различных условиях сварки, требует глубоких и всесторонних исследований физических процессов, ответственных за плавление сварочной проволоки, формирование и перенос капель электродного металла в сварочную ванну.

Настоящая работа посвящена теоретическому анализу только одной части проблемы переноса капель электродного металла, связанной с

изучением динамики изменения формы капли на различных стадиях ее роста. В этой работе мы не касаемся тепловых процессов в капле и в связи с этим вынуждены вводить некоторые допущения. В частности, будем предполагать плоским оплавленный торец сварочной проволоки, а также задавать скорость плавления электродного металла, полагая ее постоянной и равной скорости подачи проволоки. Кроме того, вдоль свободной поверхности капли нам приходится задавать постоянным коэффициентом поверхностного натяжения (КПН). Некоторым оправданием последнему может служить лишь то, что истинные значения КПН остаются неизвестными в условиях, когда окружающей каплю средой является дуговая плазма, контактирующая с расплавом через анодный слой, а химический состав расплава и его температура неоднородны вдоль поверхности капли.

Процессы, связанные с формообразованием капли, послужили предметом многочисленных теоретических и экспериментальных исследований [1–14], в том числе при изучении формирования капель электродного металла при дуговой сварке плавящимся электродом [7–14]. Ниже мы остановимся более подробно на некоторых из них, имеющих непосредственное отношение к данной работе.

**Модель формы капли в гидростатическом приближении.** Теоретическому анализу равновесной формы капли (лежащей на плоской поверхности, висящей на «потолке» или на конце пипетки) посвящено множество публикаций [3–6]. Интерес к этой проблеме связан с теоретическим обоснованием экспериментов по определению КПН и краевого угла смачивания для различных жидкостей, медицинскими потребностями и различными техническими приложениями. Имеется также ряд работ, посвященных использованию гидростатического приближения для описания формы капли на конце плавящегося электрода при сварке (см., например, [14]).

Равновесная модель формы капли базируется на формуле Лапласа

$$2\sigma K + P_{ext} = P_d, \quad (1)$$

\*Сб. тр. V Межд. конф. «Математическое моделирование и информационные технологии в сварке и родственных процессах» (25–28 мая, Кацивели, Крым, Украина). — 2010. — С. 183–192.

отражающей баланс нормальных напряжений на свободной поверхности, в соответствии с которым капиллярная сила  $\sigma K$  ( $\sigma$  — КПН;  $K = 0,5(K_1 + K_2)$  — средняя,  $K_1, K_2$  — главные кривизны поверхности) вместе с давлением внешней среды  $P_{ext}$  уравнивается давлением в жидкости  $P_d$ . Введем цилиндрическую систему координат  $\{r, z\}$ , как показано на рис. 1. Давление в капле  $P_d$  определяется в виде суммы двух составляющих  $P_d = P_0 - \rho g z$ , где  $\rho$  — плотность жидкого металла;  $g$  — ускорение силы тяжести;  $P_0 = \sigma K|_{z=0}$  — капиллярное давление у основания капли ( $z = 0$ ). Уравнение свободной поверхности капли зададим в виде  $h = h(z)$ , где  $h$  — текущий радиус капли.

Тогда  $K_1 = \frac{h_{zz}}{(1+h_z^2)^{3/2}}$ ,  $K_2 = \frac{h_{zz}}{h(1+h_z^2)^{1/2}}$  и уравнение для определения свободной поверхности капли можно записать в виде

$$-\frac{h_{zz}}{(1+h_z^2)^{3/2}} + \frac{1}{h(1+h_z^2)^{1/2}} + \frac{z}{\alpha^2} = \frac{P_0 - P_{ext}}{\sigma}, \quad (2)$$

где  $\alpha = \sqrt{\sigma/\rho g}$  — капиллярная постоянная;  $h_z$  — производная по  $z$ . Граничными условиями для уравнения (2) являются

$$h(-L_d) = 0, \quad h(0) = a, \quad h_z(-L_d) \rightarrow \infty. \quad (3)$$

Второе из этих условий означает, что при сварке плавящимся электродом капля «привязывается» к плоскому торцу электрода с радиусом  $a$ . Такая модель «привязки» капли, запрещающая жидкому металлу растекаться за пределы фронта плавления (кристаллизации) и никаким образом не контролирующая краевой угол смачивания, отражает свойство лиофобности, которым обладают большинство металлов по отношению к собственному расплаву [15]. Третье граничное условие, которое выписывается в такой некорректной форме, является условием осевой симметрии капли. Заметим,

что при задании формы капли уравнением  $z = z(h)$  это условие имеет обычную форму ( $z|_{h=0} = 0$ ), однако использовать такую форму записи уравнения свободной поверхности не представляется возможным из-за неоднозначности решения. Для замыкания задачи (2), (3) относительно подлежащего определению давления  $P_0$  выпишем интегральное условие, исходя из того, что объем капли  $V_d$  является заданным:

$$\pi \int_0^{L_d} h^2 dz = V_d. \quad (4)$$

Граничных условий (3) вместе с нелокальным граничным условием (4) достаточно, чтобы найти решение уравнения (2) и два неизвестных параметра — давление  $P_0$  и высоту  $L_d$  капли. Вследствие того, что  $h_z \rightarrow \infty$  при  $h \rightarrow 0$ , при численном решении задачи (2)–(4) возникают определенные трудности, с которыми столкнулись авторы работы [1]. В связи с этим перейдем к параметрической форме записи уравнения свободной поверхности капли. В качестве параметров удобно выбрать [3] длину дуги капли  $s$ , отсчитываемую от точки  $z = -L_d$ , и угол  $\theta$ , который образует касательная к поверхности капли с осью  $Or$  (см. рис. 1). В переменных  $s, \theta, h$  выражения для  $K_1, K_2$  записываются следующим образом:  $K_1 = d\theta/ds, K_2 = h^{-1} \sin \theta$ . Тогда задачу о равновесной форме капли можно переписать следующим образом:

$$\frac{d\theta}{ds} = -\frac{z}{\alpha^2} - \frac{\sin \theta}{h} + \frac{P_0 - P_{ext}}{\sigma}, \quad (5)$$

$$\frac{dz}{ds} = \sin \theta, \quad \frac{dh}{ds} = \cos \theta, \quad (6)$$

$$\theta(0) = 0, \quad h(0) = 0, \quad z(S_d) = 0, \quad h(S_d) = a. \quad (7)$$

При заданном объеме капли  $V_d$  из решения задачи (4)–(7) требуется определить три искомые функции  $\theta(s), h(s), z(s)$ , а также два параметра — длину дуги  $S_d$  и давление  $P_0$ .

**Гидродинамические модели формирования капли.** Для описания гидродинамических процессов в капле, которую будем предполагать осесимметричной, рассмотрим полную систему уравнений Навье–Стокса в приближении Обербека–Буссинеска:

$$\begin{cases} \frac{\partial v}{\partial t} + v \frac{\partial v}{\partial r} + u \frac{\partial v}{\partial z} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial P}{\partial r} + \\ + v \left( \frac{\partial^2 v}{\partial r^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial z^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial v}{\partial r} - v \frac{1}{r^2} \right) + F_r, \\ \frac{\partial u}{\partial t} + v \frac{\partial u}{\partial r} + u \frac{\partial u}{\partial z} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial P}{\partial z} + \\ + v \left( \frac{\partial^2 u}{\partial r^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial z^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial u}{\partial r} \right) - g + F_z, \\ \frac{\partial v}{\partial r} + \frac{\partial u}{\partial z} + \frac{v}{r} = 0. \end{cases} \quad (8)$$

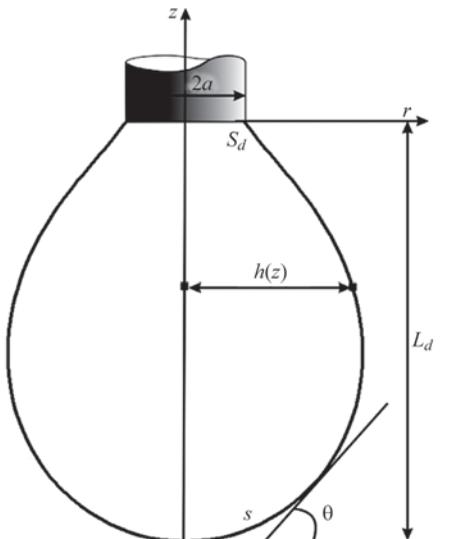


Рис. 1. Схема к математическому описанию

Уравнение, определяющее динамику изменения свободной поверхности, имеет вид [1]

$$\frac{\partial g}{\partial t} + u \frac{\partial h}{\partial z} = v|_{r=h}. \quad (9)$$

Здесь  $v$ ,  $u$  — радиальная и аксиальная компоненты вектора скорости;  $\nu$  — кинематическая вязкость;  $\vec{F} = \{F_r, F_z\}$  — объемная плотность силы. В настоящей статье в качестве объемной силы рассматривается сила Лоренца, возникающая при взаимодействии сварочного тока с собственным магнитным полем. На свободной поверхности капли граничные условия для (8) выпишем, исходя из баланса нормальных и касательных напряжений. Нормальные напряжения, создаваемые силой вязкого трения и гидродинамическим давлением  $P$  на свободной поверхности расплава, претерпевают скачок, величина которого равна поверхностному напряжению, создаваемому силой поверхностного натяжения:

$$\begin{aligned} \frac{P}{\rho} - \frac{2\nu}{1+h_z^2} \left[ \frac{\partial v}{\partial r} + h_z^2 \frac{\partial v}{\partial z} - \left( \frac{\partial u}{\partial r} + \frac{\partial v}{\partial z} \right) \frac{\partial h}{\partial z} \right] = \\ = \frac{\sigma}{\rho} (K_1 + K_2)|_{r=h}. \end{aligned} \quad (10)$$

Отметим, что в балансе нормальных напряжений (10) отсутствует магнитное давление. Это связано с тем, что на нетокопроводящей части свободной поверхности капли магнитное давление равно нулю, а в пределах анодной области отсутствует скачок магнитных давлений в плазме и металле. Пренебрегая касательным напряжением, возникающим вследствие эффекта Марангони, баланс касательных напряжений на свободной поверхности капли можно записать в виде

$$\frac{\nu}{1+h_z^2} \left[ 2h \left( \frac{\partial v}{\partial r} - \frac{\partial u}{\partial z} \right) + (1-h_z^2) \left( \frac{\partial u}{\partial r} - \frac{\partial v}{\partial z} \right) \right] = 0. \quad (11)$$

В [1], исходя из уравнений (8)–(11) при  $\vec{F} = 0$ , асимптотическим методом получена приближенная гидродинамическая модель, описывающая поведение тонких струй, диаметр которых существенно меньше длины струи. Авторы работ [1, 2] обнаружили, что при определенных условиях асимптотическая модель с достаточно высокой точностью описывает также формирование капли, у которой в отличие от струи диаметр соизмерим с высотой. Это создает предпосылки к использованию асимптотического метода работы [1] для описания динамики формирования капли электродного металла, если, в отличие от [1], дополнительно учесть в (8) электромагнитную силу.

Подход, развитый в [1], базируется на разложении функций  $u$ ,  $v$ ,  $P$  в ряд Тейлора в окрестности  $r = 0$ :

$$\begin{aligned} u(r, z) &= V + u_2 r^2 + \dots, \\ v(r, z) &= -\frac{r}{2} \frac{\partial V}{\partial z} z - \frac{r^3}{4} \frac{\partial u_2}{\partial z} + \dots, \\ P(r, z) &= P(0) + \frac{1}{2} r^2 \frac{\partial^2 P}{\partial r^2} \Big|_{r=0} + \dots, \end{aligned} \quad (12)$$

где  $V(z, t) = u(0, z, t)$ ,  $u_2 = 0,5 \frac{\partial^2 u}{\partial r^2} \Big|_{r=0}$ . Полагая в балансе нормальных напряжений  $h_z$  величиной порядка  $O(r)$ , можно получить [1] выражение для гидродинамического давления  $P$  на свободной поверхности капли

$$P|_{r=h} = 2\sigma K - \nu \frac{\partial V}{\partial z}. \quad (13)$$

Подставим разложения (12) в первое уравнение системы (8) и пренебрежем членами порядка малости  $O(h)$ . В результате получим следующее уравнение для давления:

$$-\frac{\partial P}{\partial r} + F_r = 0, \quad 0 < r < h.$$

Интегрируя это уравнение на отрезке  $[0, h]$  при граничном условии (13), определим давление на оси капли:

$$P(0, z, t) = 2\sigma K - \nu \frac{\partial V}{\partial z} + P_{mag},$$

где  $P_{mag} = -\int_0^h F_r dr$  — магнитное давление на оси капли. Из (8)–(11) по аналогии с [1] можно получить следующую одномерную модель гидродинамики, учитывающую, в отличие от [1], силовое воздействие на каплю электромагнитной силы:

$$\begin{cases} \frac{\partial V}{\partial t} + V \frac{\partial V}{\partial z} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial z} + 3\nu \frac{1}{h^2} \frac{\partial}{\partial z} \left( h^2 \frac{\partial V}{\partial z} \right) - g, \\ -L_d < z < 0, \\ \frac{\partial F}{\partial t} + \frac{\partial (Vf)}{\partial z} = 0, \end{cases} \quad (14)$$

где  $p = 2\sigma K + P_{mag}$ ;  $F(z) = \pi h^2(z)$  — площадь поперечного сечения капли.

Второе из уравнений (14), которое непосредственно следует из (9), является интегральным аналогом уравнения неразрывности. Оно заменяет в (13) динамической модели (14) интегральное условие (4), используемое в гидростатической модели. Как и уравнение в модели (5)–(7), при вычислении кривизны свободной поверхности целесообразно использовать параметрическую форму уравнения свободной поверхности. Поэтому наряду с независимой пространственной переменной  $z$  будем также использовать длину дуги  $s$ , а в качестве искомой функции — угол  $\theta$ . К модели (14) присоединим (6) и граничные условия (7), которые дополним условиями в основании и на кончике капли, а также начальными условиями

$$\begin{aligned} V(-L_d, t) &= -\frac{dL_d}{dt}, \quad V(0, t) = -v_e, \\ h(-L_d, t) &= 0, \quad h(0, t) = a; \end{aligned} \quad (15)$$

$$h(z, 0) = h_0(z), \quad V(z, 0) = 0, \quad z \in (-L_d^{(0)}, 0), \quad (16)$$

где  $L_d^{(0)}$  — высота «затравочной» капли, объем которой выбирается достаточно малым, а форма  $h_0 = h_0(z)$  рассчитывается по равновесной модели. Первое из условий (15) следует из того, что проекция вектора скорости движения расплава на направление нормали к свободной поверхности совпадает со скоростью перемещения указанной поверхности в этом же направлении. Второе условие получено из предположения, что оплавленный конец электрода является плоским и задана массовая скорость  $G$  плавления электрода. Тогда  $v_e = G/\pi a^2 \rho$ . Пользуясь (12), приближенно положим  $u(r, z) = V + u_2 r^2$ ,  $v(r, z) = -\frac{r}{2} \frac{\partial V}{\partial z} - \frac{r^3}{4} \frac{\partial u_2}{\partial z}$ . Эти выражения для компонент вектора скорости удовлетворяют уравнению неразрывности, что дает возможность рассчитывать поле скоростей в объеме капли и, соответственно, процессы конвективно-кондуктивного переноса энергии в капле.

Сделаем некоторые предположения относительно протекания электрического тока в капле. Будем считать, что вектор плотности тока  $\vec{j}$  имеет одну отличную от нуля аксиальную компоненту  $j_z$ , величина которой не зависит от  $r$ . Будем также полагать, что сварочная дуга «привязывается» к капле через анодное пятно радиуса  $R_p$  (рис. 2). Для определения размера анодного пятна на капле требуется привлечь самосогласованную модель, описывающую тепловые, электромагнитные и магнитогазо(гидро)-динамические процессы в капле и столбе дуги с учетом процессов, протека-

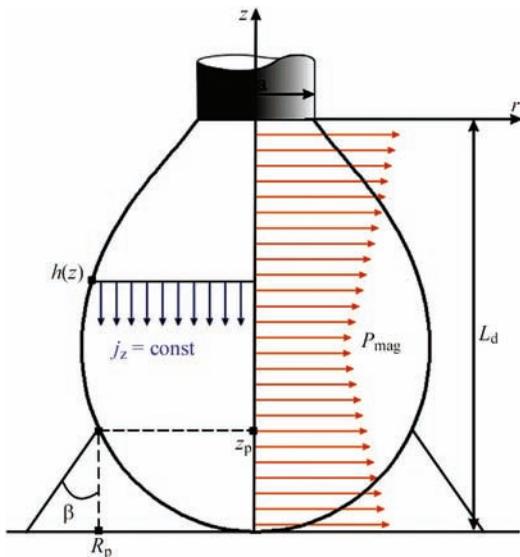


Рис. 2. Схема распределения плотности тока и магнитного давления в капле

ющих в анодной области [16]. Для упрощения модели величину  $R_p$  будем считать заданной. В плазме столба дуги, примыкающей к анодному пятну, положим, что сварочный ток растекается в конусе с заданным углом раскрытия  $\beta$  (см. рис. 2).

Приближенно положим, что плотность тока в капле за пределами анодного пятна обратно пропорциональна площади сечения капли. В силу этих допущений распределение аксиальной компоненты  $j_z$  плотности тока запишем в виде

$$j_z(z) = \begin{cases} \frac{I}{\pi h^2}, & 0 > z > z_p, \quad 0 < r < h, \\ \frac{I}{\pi R_a^2}, & z_p > z \gg -L_d, \quad 0 < r < R_a, \end{cases}$$

где  $R_a(z) = R_p + (z_p - z) \operatorname{tg} \beta$  — текущий радиус конуса раскрытия токового канала. Определим силу Лоренца  $\vec{F} = \vec{j} \vec{B}$ . При условии, что  $j_r = 0$ , имеем  $F_r = -\mu_0 \mu (r/2) j_z^2$ ,  $F_z = -\mu_0 \mu (r^2/8) (\partial j_z^2 / \partial z)$ , где  $\mu$  — магнитная проницаемость металла;  $\mu_0$  — универсальная магнитная постоянная. Заметим, что  $F_z$  есть величина порядка  $O(r^2)$ , поэтому аксиальную компоненту силы Лоренца в уравнении движения (14) можно не принимать во внимание. Выпишем выражение для магнитного давления на оси капли

$$P_{\text{magn}} = \begin{cases} \frac{\mu_0 \mu}{4} \frac{I^2}{\pi^2 h^2}, & 0 > z > z_p, \\ \frac{\mu_0 \mu}{4} \frac{I^2}{\pi^2 R_a^2}, & z_p > z > -L_d. \end{cases}$$

**Методика численного расчета.** Для построения алгоритмов численного решения задач (4)–(7) (гидростатическая модель формы капли) и (6), (7), (14)–(16) (динамическая модель) целесообразно перейти к безразмерным переменным. Введем безразмерные переменные  $\bar{z} = z/a$ ,  $\bar{h} = h/a$ ,  $\bar{s} = s/S_d$ . В переменных  $\bar{h}$ ,  $\bar{z}$ ,  $\bar{s}$  задача (4)–(7) записывается в виде

$$\frac{\partial}{\partial \bar{s}} (\bar{h} \sin \theta) = (-\gamma \bar{z} + 2\bar{K}_0) \bar{h} \frac{\partial \bar{h}}{\partial \bar{s}}, \quad 0 < \bar{s} < 1; \quad (17)$$

$$\frac{d\bar{h}}{d\bar{s}} = \bar{S}_d \cos \theta, \quad \frac{d\bar{z}}{d\bar{s}} = \bar{S}_d \sin \theta, \quad 0 < \bar{s} < 1; \quad (18)$$

$$\theta(0) = 0, \quad \bar{h}(0) = 0, \quad \bar{z}(1) = 0, \quad \bar{h}(1) = 1; \quad (19)$$

$$\pi \bar{S}_d \int_0^1 \bar{h}^2 \sin \theta d\bar{s} = \frac{V_d}{a^3}, \quad (20)$$

где  $\gamma = (a/\alpha)^2$ ,  $\bar{S}_d = S_d/a$ ,  $\bar{K}_0 = a(P_0 - P_{\text{ext}})/2\sigma$ .

В динамической модели (14)–(16) введем дополнительные безразмерные переменные  $\bar{F} = F/a^2$ ,  $\bar{L}_d = L_d/a$ ,  $\bar{K} = ak$ ,  $\bar{t} = t\sqrt{g/a}$ ,  $\bar{V} = V\sqrt{ga}$ ,  $\chi = 3\nu\rho\sqrt{ga}/\sigma$ . Уравнения динамической модели (14)–(16), записанные относительно безразмерных переменных, имеют вид

$$\gamma \left( 1 + \frac{D\bar{V}}{D\bar{t}} \right) = - \frac{\partial}{\partial \bar{z}} (2\bar{K} + \bar{P}^{magn}) +$$

$$+ \chi \frac{1}{\bar{h}^2} \frac{\partial}{\partial \bar{z}} \left( \bar{h}^2 \frac{\partial \bar{V}}{\partial \bar{z}} \right), \quad -\bar{L}_d < \bar{z} < 0; \quad (21)$$

$$\frac{\partial \bar{F}}{\partial \bar{t}} + \frac{\partial (\bar{F}\bar{V})}{\partial \bar{z}} = 0, \quad -\bar{L}_d < \bar{z} < 0; \quad (22)$$

$$\frac{\partial \bar{z}}{\partial \bar{s}} = \bar{S}_d \sin \theta, \quad \frac{\partial \bar{h}}{\partial \bar{s}} = \bar{S}_d \cos \theta, \quad 0 < \bar{s} < 1; \quad (23)$$

$$\theta(\bar{s}, \bar{t})|_{\bar{s}=0} = 0, \quad \bar{h}(\bar{s}, \bar{t})|_{\bar{s}=0} = 0,$$

$$\bar{z}(\bar{s}, \bar{t})|_{\bar{s}=1} = 0, \quad \bar{h}(\bar{s}, \bar{t})|_{\bar{s}=1} = 1, \quad (24)$$

$$\bar{V}(\bar{s}, \bar{t})|_{\bar{s}=0} = \frac{d\bar{L}_d}{d\bar{t}}, \quad \bar{V}(\bar{s}, \bar{t})|_{\bar{s}=1} = - \frac{v_e}{\sqrt{ga}},$$

где  $\frac{D\bar{V}}{D\bar{t}} = \frac{\partial}{\partial \bar{t}} + \bar{V} \frac{\partial}{\partial \bar{z}}$  — субстанциональная производная;

$\bar{P}^{magn}(z) = \frac{P^{magn} a}{\sigma}$  — безразмерное магнитное давление. В модели (20)–(23) независимыми переменными являются безразмерное время  $\bar{t}$  и безразмерная длина дуги  $\bar{s}$ , а в качестве искоемых характеристик выступают функции  $\bar{V}$ ,  $\theta$ ,  $\bar{z}$ ,  $\bar{h}$ ,  $\bar{S}_d$ , а также параметр  $\bar{S}_d$ .

Решение задачи (17)–(20) будем искать методом конечных разностей. На отрезке  $0 \leq \bar{s} \leq 1$  с шагом  $\Delta \bar{s}$  введем равномерную сетку  $\omega_s = \{\bar{s}_i = i\Delta \bar{s}, i = 0, N, N\Delta \bar{s} = 1\}$ . На сетке  $\omega_s$  задаче (17)–(20) поставим в соответствие ее разностный аналог

$$\frac{\bar{h}_{i+1} \sin \theta_{i+1} - \bar{h}_i \sin \theta_i}{\Delta \bar{s}} =$$

$$= \frac{1}{2} \left( 2\bar{K}_0 - \gamma \frac{\bar{z}_i + \bar{z}_{i+1}}{2} \right) \frac{\bar{h}_{i+1}^2 - \bar{h}_i^2}{\Delta \bar{s}}, \quad i = \overline{0, N-1}; \quad (25)$$

$$\frac{\bar{h}_{i+1} - \bar{h}_i}{\Delta \bar{s}} = \bar{S}_d \frac{\cos \theta_{i+1} + \cos \theta_i}{2},$$

$$\frac{\bar{z}_{i+1} - \bar{z}_i}{\Delta \bar{s}} = \bar{S}_d \frac{\sin \theta_{i+1} + \sin \theta_i}{2}, \quad i = \overline{0, N-1}; \quad (26)$$

$$\pi \sum_{i=0}^{N-1} \frac{\bar{h}_i^2 + \bar{h}_{i+1}^2}{2} (\bar{z}_{i+1} - \bar{z}_i) = \frac{V_d}{a^3}; \quad (27)$$

$$\theta_0 = 0, \quad \bar{h}_0 = 0, \quad \bar{z}_N = 0, \quad \bar{h}_N = 1. \quad (28)$$

Уравнения (21)–(22) динамической модели (21)–(24) будем аппроксимировать на сетке  $\omega_z = \{\bar{z}_i, i = 0, N\}$ , узлы  $\bar{z}_i$  которой определяются путем проекции узлов сетки  $\omega_s$  на ось  $\bar{z}$ . Субстанциональную производную в (21) будем аппроксимировать на локальной лагранжевой сетке [17]. Разностный аналог уравнений (21)–(24) запишем в виде

$$\gamma \left( 1 + \frac{\bar{V}_i - \bar{V}_i}{\bar{\tau}} \right) =$$

$$= - \frac{2\bar{K}_{i+1/2} + \bar{P}_{i+1/2}^{magn} - 2\bar{K}_{i-1/2} - \bar{P}_{i-1/2}^{magn}}{\bar{z}_{i+1/2} - \bar{z}_{i-1/2}} +$$

$$+ \frac{\chi}{\bar{F}_i(\bar{z}_{i+1/2}) - \bar{z}_{i-1/2}} \times \quad (29)$$

$$\times \left( \bar{F}_{i+1/2} \frac{\bar{V}_{i+1} - \bar{V}_i}{\bar{z}_{i+1} - \bar{z}_i} - \bar{F}_{i+1/2} \frac{\bar{V}_i - \bar{V}_{i-1}}{\bar{z}_i - \bar{z}_{i-1}} \right), \quad i = \overline{1, N-1},$$

$$\gamma \left( 1 + \frac{\bar{V}_i - \bar{V}_i}{\bar{\tau}} \right) = - \frac{2\bar{K}_{i+1/2} - 2\bar{K}_i}{\bar{z}_{i+1/2} - \bar{z}_i}, \quad i = 0; \quad (30)$$

$$\frac{1}{\bar{\tau}} \left[ \frac{\bar{F}_{i+1} + \bar{F}_i}{2} (\bar{z}_{i+1} - \bar{z}_i) - \frac{\bar{F}_{i+1} + \bar{F}_i}{2} (\bar{z}_{i+1} - \bar{z}_i) \right] +$$

$$+ \bar{F}_{i+1} \left( \bar{V}_{i+1} - \frac{\bar{z}_{i+1} - \bar{z}_{i+1}}{\bar{\tau}} \right) + \bar{F}_i \left( \frac{\bar{z}_i - \bar{z}_i}{\bar{\tau}} - \bar{V}_i \right) = 0,$$

$$i = \overline{0, N-1}; \quad (31)$$

$$\theta_0 = 0, \quad \bar{F}_0 = 0, \quad \bar{z}_N = 0, \quad \bar{F}_N = 1,$$

$$\bar{V}_0 = \frac{\bar{z}_0 - \bar{z}_0}{\bar{\tau}}, \quad \bar{V}_N = - \frac{v_e}{\sqrt{ga}}; \quad (32)$$

$$K_i = \begin{cases} \frac{1}{2} \left( \frac{\sin \theta_i}{\bar{h}_i} + \frac{\theta_{i+1} - \theta_i}{\bar{S}_d \Delta \bar{s}} \right), & 0 < i < N, \\ \bar{K}_0, & i = N, \\ \frac{\theta_{i+1} - \theta_i}{\bar{S}_d \Delta \bar{s}}, & i = 0. \end{cases} \quad (33)$$

В (29)–(33) введены следующие обозначения для сеточных функций:  $g_i = g(\bar{s}_i, \bar{t}_i)$ ,  $g = \bar{V}, \bar{F}$ ;  $\bar{g}_i = g(\bar{s}_i, \bar{t}_{k-1})$ ,  $g = \bar{V}, \bar{F}, \bar{z}$ ;  $\bar{g}_i = g(\bar{s}_i, \bar{t}_{k-1})$ ,  $g = \theta, \bar{K}, \bar{z}$ ;  $\bar{z}_{i\pm 1/2} = 0,5(\bar{z}_i + \bar{z}_{i\pm 1})$ ,  $\bar{K}_{i\pm 1/2} = 0,5(\bar{K}_i + \bar{K}_{i\pm 1})$ ,  $\bar{P}_{i\pm 1/2}^{magn} = 0,5(\bar{P}_i^{magn} + \bar{P}_{i\pm 1})$ ,  $\bar{V}_i = V(\bar{z}_i, \bar{t}_{k-1})$ ,  $\bar{z}_i$  — узел локальной лагранжевой сетки в момент времени  $\bar{t} = \bar{t}_{k-1}$ . Решение систем нелинейных сеточных уравнений (25)–(28) и (29)–(33) находили методом Ньютона.

**Результаты расчета их обсуждение.** Характерной особенностью задачи о форме капли в гидростатическом приближении является неустойчивость решения, которая проявляется при определенных соотношениях между объемом (массой) капли и ее радиусом у основания. Анализ устойчивости равновесной капли посвящено множество работ. В частности, в [3] установлено, что необходимым условием устойчивости капли является наличие не более трех точек на свободной поверхности, в которых касательная параллельна оси капли.

На рис. 3 приведена диаграмма устойчивости капли в безразмерных переменных — относительного радиуса основания капли  $\bar{a} = \sqrt{\gamma}$  и относительного объема капли  $\bar{V}_d = V_d / \alpha^3$ . В соответствии с этой диаграммой существует максимальный от-

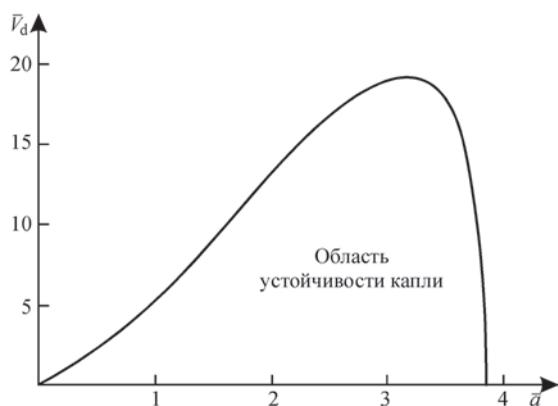


Рис. 3. Диаграмма устойчивости равновесной капли

носительный радиус основания  $\bar{a}_{\max} \approx 3,83$ , при превышении которого капля не может устойчиво существовать ни при каких значениях объема  $\bar{V}_d$ . В интервале  $0 < \bar{a} < 3,83$  каждому радиусу основания капли  $\bar{a}$  соответствует предельный относительный объем  $\bar{V}_d^{\max}$ , при превышении которого капля теряет устойчивость. Линия  $\bar{V}_d^{\max} = \bar{V}_d^{\max}(\bar{a})$  разграничивает области устойчивого и неустойчивого состояния капли (см. рис. 3).

Зависимость  $\bar{V}_d^{\max}(\bar{a})$  является немонотонной с максимумом при  $\bar{a} \approx 3,2$ . Модель формы капли, записанная в параметрической форме (16)–(19), позволяет рассчитывать свободную поверхность капли сложной формы. Рассмотрим случай неравномерного распределения внешнего давления  $P_{ext}$  вдоль свободной поверхности, которое, например, может возникать за счет давления отдачи паров металла при конвективном режиме разлета пара. На рис. 4 показана форма капли, рассчитанная при давлении отдачи паров, превышающем атмосферное на 10 % вблизи кончика капли и линейно снижающемся до атмосферного на участке свободной поверхности капли с длиной дуги  $\bar{s}$  (на рис. 4 этот участок показан жирной линией).

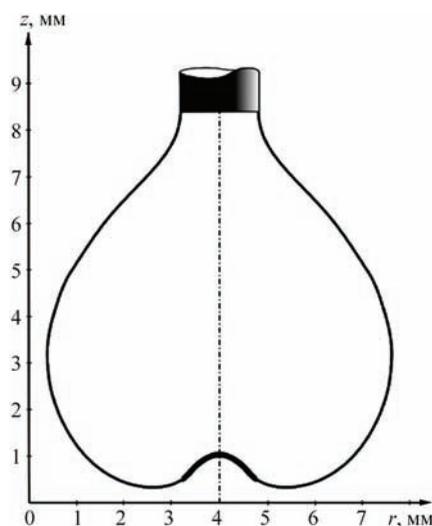


Рис. 4. Конфигурация капли при учете давления отдачи паров металла

Оценим возможность использования гидростатической модели для прогнозирования формы капли в условиях сварки. На рис. 5 представлены результаты расчетов предельно устойчивых форм капель для электродов диаметром 1,2; 1,6 и 1,8 мм. Рассчитанные размеры равновесных капель существенно превышают обычно наблюдаемые в реальных условиях сварки. Другой недостаток гидростатической модели заключается в том, что в равновесной капле формирования перешейка, предшествующего отрыву капли, не происходит даже при достижении предельно устойчивого объема. Таким образом, описание процесса формирования капли на конце плавящегося электрода должно базироваться на моделях, учитывающих гидродинамические процессы, протекающие в капле.

Рассмотрим результаты расчета формирования капель на основе динамических моделей. В [6] приведены экспериментальные результаты формирования водяной капли при медленном ис-

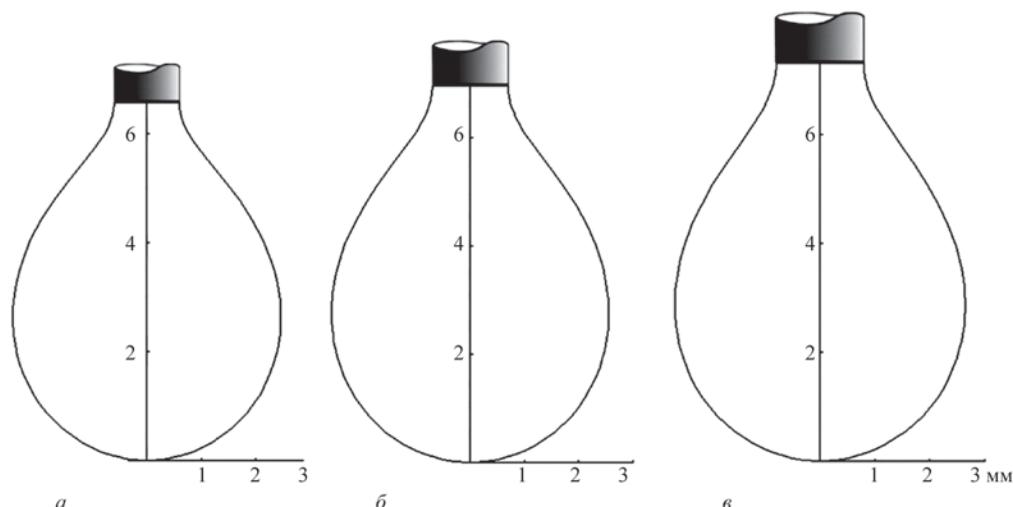


Рис. 5. Форма предельной равновесной капли для различных радиусов электрода: а —  $a = 0,6$  мм,  $L_d = 6,6$  мм,  $m = 0,57$  г; б —  $a = 0,7$  мм,  $L_d = 7,0$  мм,  $m = 0,66$  г; в —  $a = 0,8$  мм,  $L_d = 7,3$  мм,  $m = 0,74$  г

течении воды из трубки диаметром 5,2 мм. Воспользуемся этими данными для верификации приближенной гидродинамической модели (21)–(24). На рис. 6 представлены расчетные и экспериментальные очертания капли на стадии формирования непосредственно перед ее отрывом. Как видно из рисунка, результаты расчетов с высокой точностью совпадают с экспериментальными данными. Аналогичный результат получен ранее в работе [1]. Отметим, что время расчета с использованием приближенной гидродинамической модели (21)–(24) по крайней мере в 50 раз меньше, чем того требует расчет динамики формообразования капли, исходя из полной системы уравнений гидродинамики (8)–(11) при ее реализации с помощью пакета ANSYS CFX.

Результаты расчета динамики формирования капли электродного металла для  $a = 0,8$  мм показаны на рис. 7. Расчеты выполняли при следующих численных значениях параметров модели:  $\sigma = 1,8$  Н/м,  $\rho = 7800$  кг/м<sup>3</sup>; скорость подачи проволоки, диаметр электрода и сварочный ток варьировали.

Если не принимать во внимание влияние магнитного давления, то размер капли электродного металла так же, как и в случае равновесной модели, получается неправдоподобно большим (см. рис. 7, а). Для учета магнитного давления (см. рис. 7, б) положим, что радиус анодной «привязки» дуги равен текущему максимальному радиусу капли. Рассчитанный при этих условиях диаметр

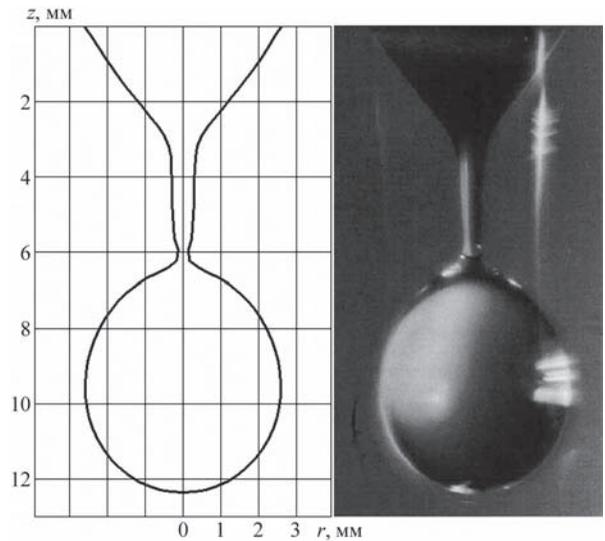


Рис. 6. Сопоставление расчетной и экспериментальной форм водяной капли

капли в момент ее отрыва составляет около 2 мм, что в большей степени соответствует экспериментальным данным.

Проследим влияние импульса тока на поведение капли на торце электрода. Модулированный ток задавали прямоугольными импульсами с частотой следования 50 Гц и длительностью импульса  $t = 0,004$  с (рис. 8). При расчетах полагалось, что радиус анодной «привязки» дуги к капле равен радиусу электрода.

Отметим, что магнитное давление достигает минимума в тех сечениях  $z = \text{const}$  капли, где

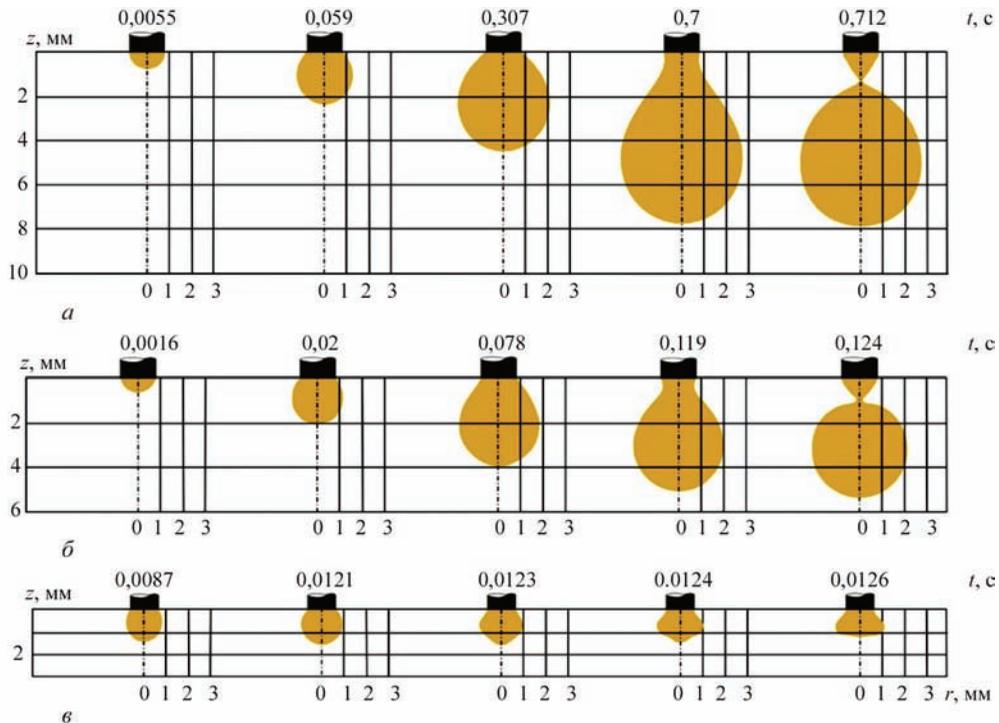


Рис. 7. Динамика формирования капли на конце плавящегося стального электрода: а — без учета магнитного давления;  $a = 0,8$  мм,  $v_e = 4,3$  м/мин; б — с учетом магнитного давления при сварке на постоянном токе;  $a = 0,8$  мм,  $v_e = 10,5$  м/мин,  $I = 180$  А; в — с учетом магнитного давления при импульсно-дуговой сварке;  $a = 0,6$  мм,  $v_e = 8,4$  м/мин

Результаты вычислительных экспериментов с использованием различных моделей формирования капли

Тип модели	$a$ , мм	$v_e$ , м/мин	$V_d$ , мм <sup>3</sup>	$L_d$ , мм	$\tau_d$ , с
Гидростатическая модель	0,6	–	73,08	6,58	–
	0,7	–	84,62	6,96	–
	0,8	–	94,87	7,31	–
Приближенная гидродинамическая модель	0,6	4,3	77,64	7,08	0,96
		10,5	79,56	7,11	0,40
	0,7	4,3	90,16	7,62	0,82
		9,4	92,80	7,66	0,38
	0,8	4,3	102,88	8,14	0,71
		8,4	106,10	8,20	0,38
10,5	107,03	8,20	0,30		
Приближенная гидродинамическая модель с учетом магнитного давления	0,8	10,5	43,20	4,37	0,12

*Примечание.*  $\tau_d$  — время формирования капли.

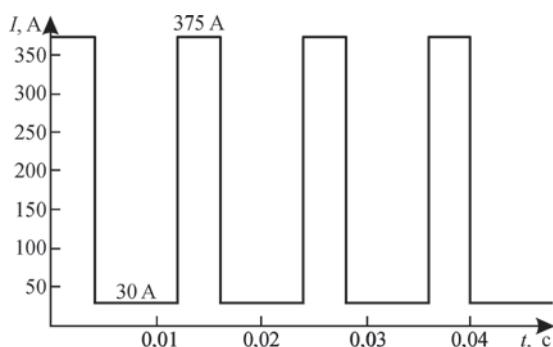


Рис. 8. Временная диаграмма сварочного тока

плотность тока минимальна. В связи с этим на различных стадиях формирования капли объемная аксиальная сила, создаваемая градиентом магнитного давления, может изменять как значение, так и направление действия. В том случае, когда дуга охватывает каплю целиком, указанная сила направлена к кончику капли. Напротив, если радиус привязки дуги меньше максимального радиуса капли, объемная аксиальная сила изменяет направление — у кончика капли она совпадает с направлением силы тяжести, а в нижней части капли действует в противоположном направлении. Именно такая ситуация реализуется, если положить, что радиус при вязки дуги равен радиусу электрода (см. рис. 7, в). Под действием этой силы в момент подачи импульса тока ( $t = 0,012$  с) капля, изначально по форме близкая к сферической, деформируется, подтягиваясь ближе к основанию, при этом свободная поверхность у кончика капли уплощается. Подобный эффект наблюдается при видеосъемке формирования капли в условиях импульсно-дуговой сварки. Отметим, что не всегда одного импульса тока бывает достаточно для отрыва капли, как, например, в данном вычислительном эксперименте (см. рис. 7, в).

В таблице сведены результаты расчетов формирования капель электродного металла, получен-

ные с использованием различных моделей капли: гидростатической, приближенной гидродинамической с учетом магнитного давления и без него. Из приведенных данных следует, что наиболее адекватный теоретический прогноз размера капли и частоты капельного переноса дает гидродинамическая модель, учитывающая магнитное давление.

**Выводы**

Проведенный сравнительный анализ различных подходов к математическому описанию процесса формирования капли электродного металла показывает, что необходимыми условиями для адекватного прогнозирования характеристик процессов формирования и переноса капель при дуговой сварке плавящимся электродом является учет в модели капли гидродинамических процессов и воздействия на жидкий металл электромагнитной силы. В качестве альтернативы полной гидродинамической модели капли может выступать приближенная асимптотическая модель, позволяющая с достаточной точностью прогнозировать перенос капель электродного металла, затрачивая на это в сотни раз меньшие вычислительные ресурсы, чем это требуется для реализации модели на основе полной системы уравнений гидродинамики. Важным фактором, определяющим размер капель и частоту их переноса, является силовое воздействие электромагнитного поля, особенно сильно проявляющееся при сварке модулированным током. Модель силового воздействия сварочного тока на процессы формирования и отрыва капли, рассмотренная в настоящей работе, является первым и весьма грубым приближением реальной картины протекания тока в металле капли. Дальнейшее уточнение этой модели должно быть связано с отказом от гипотезы об отсутствии радиальной компоненты вектора плотности тока в капле и более адекватным описанием электрического поля

в системе «капля–анодная область–столб дуги», которое должно базироваться на полной самосогласованной модели процессов переноса тепла, импульса и заряда в такой системе. В частности, размер области анодной «привязки» — параметр, во многом ответственный за характеристики капельного переноса, — может быть оценен только из самосогласованного описания тепловых, электромагнитных и гидро(газо)динамических процессов во всей системе «капля–анодная область–столб дуги». Авторы предполагают продолжить исследования в этом направлении, используя для этой цели развитые в настоящей работе подходы.

1. *Eggers J., Dupont T.F.* Drop formation in a one-dimensional approximation of the Navier–Stokes equation // *J. Fluid Mech.* — 1994. — **262**. — P. 205–221.
2. *Ambravaneswaran B., Wilkes E.D., Basaran O.A.* Drop formation from a capillary tube: comparison of one-dimensional and two-dimensional analyses and occurrence of satellite drops // *Phys. Fluids.* — 2002. — **14**, № 8. — P. 2606–2621.
3. *Wente H.* The stability of the axially symmetric pendent drop // *Pacific J. Math.* — 1980. — **88**, № 2. — P. 421–470.
4. *Финн Р.* Равновесные капиллярные поверхности: математическая теория. — М.: Мир, 1989. — 310 с.
5. *Hartland S., Hartley R.* Axisymmetric fluid interfaces. Amsterdam: Elsevier, 1976.
6. *Peregrine D.H., Shoker C., Symon A.* The bifurcation of liquid bridges // *J. Fluid Mech.* — 1990. — 212. — P. 25–39.
7. *Hu J., Tsai H.L.* Heat and mass transfer in gas metal arc welding. Pt II: The metal // *Int. J. Heat and Mass Transfer.* — 2007. — **50**. — P. 808–820.
8. *Fan H.G., Kovacevic R.* A unified model of transport phenomena in gas metal arc welding including electrode, arc plasma and molten pool // *J. Phys. D: Appl. Physics.* — 2004. — **37**. — P. 2531–2544.
9. *Haidar J., Lowke J.J.* Predictions of metal droplet formation in arc welding // *Ibid.* — 1996. — **29**. — P. 2951–2960.
10. *Nemchinsky V.* Size and shape of the liquid droplet at the molten tip of an arc electrode // *Ibid.* — 1994. — 27. — P. 1433–1442.
11. *Quinn T.P., Szanto M., Cilad I. et al.* Coupled arc and droplet model of GMAW // *Sci. and Technol. of Welding and Joining.* — 2005. — **10**, № 1. — P. 113–119.
12. *Wang F., Hou W.K., Hu S.J. et al.* Modelling and analysis of metal transfer in gas metal arc welding // *J. Phys. D: Appl. Physics.* — 2003. — **36**. — P. 1143–1152.
13. *Choi S.K., Yoo C.D., Kim Y.S.* The dynamic analysis of metal transfer in pulsed current gas metal arc welding // *Ibid.* — 1998. — **31** — P. 207–215.
14. *Березовский Б.М.* Математические модели дуговой сварки. — Т. 1. Математическое моделирование и информационные технологии, модели сварочной ванны и формирования шва. — Челябинск: ЮУрГУ, 2002. — 586 с.
15. *Найдич Ю.В., Перевертайло В.М., Григоренко Н.Ф.* Капиллярные явления в процессах роста и плавления кристаллов. — Киев: Наук. думка, 1983. — 98 с.
16. *Кривцун И.В., Демченко В.Ф., Лесной А.Б. и др.* Математическое моделирование электромагнитных процессов в системе «сварочная дуга–испаряющийся анод» с учетом анодного падения потенциала // Сб. тр. IV Междунар. конф. «Математическое моделирование и информационные технологии в сварке и родственных процессах» (Кацивели, Крым, Украина, 2008). — С. 55–63.
17. *Ляшко И.И., Демченко В.Ф., Вакуленко С.А.* Вариант метода расщепления уравнений вязкой несжимаемой жидкости на лагранжево-эйлеровых сетках // Доклады АН УССР. — 1981. — Сер. А. — С. 43–47.

### 1.3.2. CALCULATION OF DISTRIBUTED CHARACTERISTICS OF ELECTRIC AND MAGNETIC FIELDS IN «ELECTRODE WIRE–WELDING ARC» SYSTEM\*

A. SEMENOV, I. KRIVTSUN, V. DEMCHENKO

Electromagnetic processes in the system «electrode wire–droplet–anode layer–arc column» play a crucial role in heating, melting and transfer of electrode metal during GMA welding. The droplet size and the detachment frequency are defined by the electromagnetic force caused by interaction of the welding current with own magnetic field [1, 2]. The total Lorentz force acting upon the droplet depends on the droplet form and current density distribution along droplet surface [3, 4]. It was Amson who first stated that total Lorentz force changes as square of welding current [3]:

$$F_L = \frac{\mu_0}{4\pi} I^2 P,$$

where  $I$  — welding current;  $\mu_0$  — vacuum permeability;  $P$  — coefficient depending on the droplet shape. This phenomenon makes it possible to control a metal transfer by choosing the appropriate current pulse form during pulsed GMAW. On the other hand electromagnetic processes determine the Joule heating of the arc plasma and heat transfer in this region. Thereby the mathematical model of electromagnetic processes is an important constituent part of the complex self consistent model of the processes of heat, charge and mass transfer during GMAW. The mathematical statement of the problem has peculiarity dealing with the presence of inverse voltage drop in the anode layer [5, 6]. The magnitude of the potential drop nonlinearly depends on current density on the anode surface, anode temperature and temperature of nearby plasma. From the mathematical point of view the solution of the problem (potential field) undergoes a discontinuity. This peculiarity brings about a difficulties while solving the problem considered. In early studies [7] the generalised formulations and the method on the basis of generalized functions theory was proposed for the solution of the familiar problems. However this method is difficult to be implemented when anode surface has a complex geometry. In the current paper the variational analogue of the mathematical problem in question is presented. The FEM is used for the solution of the variational problem. In order to

simplify mathematical model, the following assumptions have been made:

- the droplet has axisymmetric form;
- the arc plasma temperature is assumed to be given.

**Problem statement.** The following equations describe the electric potential distribution in the system «electrode wire–welding arc»:

$$\begin{aligned} \operatorname{div}(\sigma_{Me} \operatorname{grad}(\varphi_{Me})) &= 0, \\ \operatorname{div}(\sigma_{Pl} \operatorname{grad}(\varphi_{Pl})) &= 0, \end{aligned} \quad (1)$$

where  $\varphi_{Me} = \varphi_{Me}(r, z)$  and  $\varphi_{Pl} = \varphi_{Pl}(r, z)$  are the electric potential in metal and in arc plasma accordingly;  $\sigma_{Me} = \text{const}$  and  $\sigma_{Pl} = \sigma_{Pl}(T_e)$  are the electrical conductivities of metal and plasma. Equations (1) are solved in regions  $\Omega_{Me}$  and  $\Omega_{Pl}$ , occupied by metal and plasma accordingly (Figure 1). The boundary conditions for the equations (1) are:

$$\begin{aligned} \varphi_{Pl}(r, L_z) &= 0, \\ \frac{\partial \varphi_{Me}}{\partial r} \Big|_{r=0, 0 \leq z \leq L_w + L_d} &= \frac{\partial \varphi_{Pl}}{\partial r} \Big|_{r=0, L_w + L_d \leq z \leq L_z} = \\ &= \frac{\partial \varphi_{Pl}}{\partial r} \Big|_{r=L_r} = 0, \quad -\sigma_{Me} \frac{\partial \varphi_{Me}}{\partial z} \Big|_{S_i} = j_w, \\ \frac{\partial \varphi_{Pl}}{\partial z} \Big|_{z=0, R_w \leq r \leq L_r} &= 0, \end{aligned} \quad (2)$$

where  $j_w = I / \pi R_w^2$  is the current density in wire cross section  $S_i = \{z = 0, 0 \leq r \leq R_w\}$ .

The conjunction conditions on the boundary  $\Gamma$  can be written as follows [3]:

$$\begin{aligned} (\varphi_{Pl} - \varphi_{Me})|_{\Gamma} &= \Delta\varphi(j_n, T_e, T_s), \\ \sigma_{Me} \frac{\partial \varphi_{Me}}{\partial n} \Big|_{\Gamma} &= \sigma_{Pl} \frac{\partial \varphi_{Pl}}{\partial n} \Big|_{\Gamma}. \end{aligned} \quad (3)$$

Here  $j_n$  is the normal component of the current density on the anode surface;  $T_e$  is the plasma temperature near the anode and  $T_s$  is the anode surface temperature. The problem (1)–(3) has the variational analogue when the next linear relationship between  $j_n$  and  $\Delta\varphi$  exists:

$$(\varphi_{Pl} - \varphi_{Me})|_{\Gamma} = -j_n \alpha(T_e, T_s) + \beta(T_e, T_s), \quad (4)$$

\*Proc. of Sixth Int. Conf. on Mathematical Modelling and Information Technologies in Welding and Related Processes (Katsiveli, Crimea, Ukraine). — 2012. — P. 128–133.

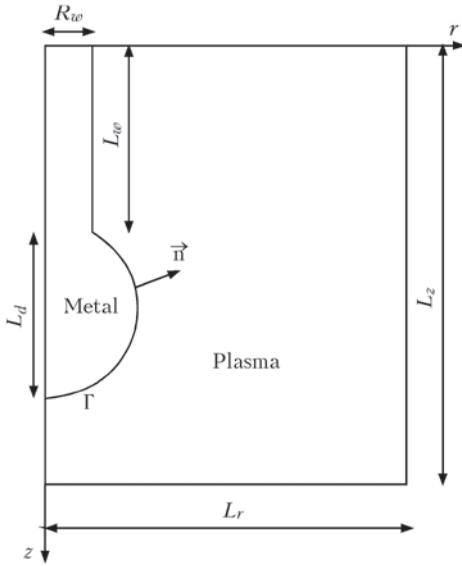


Fig. 1. Scheme of the calculation region

where  $\alpha = \alpha(T_e, T_s)$ ,  $\beta = \beta(T_e, T_s)$  are continuous functions on the surface  $\Gamma$ . The variational principle is formulated by the next way:

• Among all the continuously differentiable functions  $w_1$  and  $w_2$  defined in regions  $\Omega_{Me}$  and  $\Omega_{Pl}$  accordingly such that  $w_2(r, L_z) = 0$  it is the solution of the problem (1)–(3)  $\varphi_{Me}, \varphi_{Pl}$  that minimizes functional

$$J(w_1, w_2) = \int_{\Omega_{Me}} \sigma(\text{grad}(w_1))^2 dv + \int_{\Omega_{Pl}} \sigma(\text{grad}(w_2))^2 dv + \int_{\Gamma} \frac{(w_2 + w_1)^2}{\alpha} ds - 2 \int_{\Gamma} (w_2 + w_1) \frac{\beta}{\alpha} ds - 2 \int_{S_i} j_w w_1 ds. \quad (5)$$

The solution is determined iteratively. At every iteration dependence  $\Delta\varphi = \Delta\varphi(j_n, T_e, T_s)$  is linearized and the minimization problem is solved. Iterative pro-

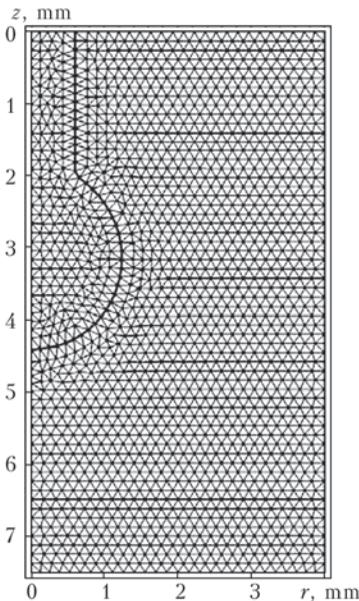


Fig. 2. Finite element mesh

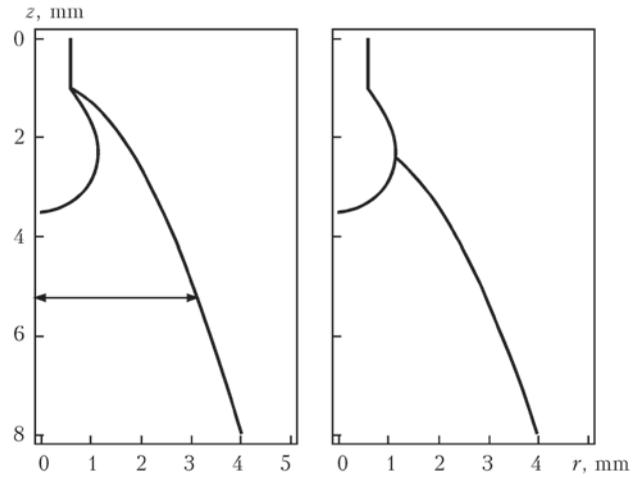


Fig. 3. Two types of arc column form

cess finishes when the required accuracy of the solution is achieved. Whereupon another important characteristics of the electromagnetic field are calculated.

• Current density field:

$$\begin{aligned} \vec{j}_{Me} &= -\sigma_{Me} \text{grad}(\varphi_{Me}), \\ \vec{j}_{Pl} &= -\sigma_{Pl} \text{grad}(\varphi_{Pl}). \end{aligned} \quad (6)$$

• Magnetic strength field:

$$H(r, z) = \frac{1}{r} \int_0^r j_z(\bar{r}, z) \bar{r} d\bar{r}. \quad (7)$$

• Electromagnetic forces:

$$\vec{F} = \mu\mu_0 [\vec{j}, \vec{H}]. \quad (8)$$

While realizing FEM for the problem concerned the linear triangular elements [8] were used. Triangulation of the computational region has been made by means of algorithm proposed by Persoon [9, 10].

This algorithm especially is useful when remeshing is required due to changes in geometry. The determination of electric field characteristics is carried out simultaneously with droplet formation calculation by means of approximate model [2] allowing for influence of Lorentz force on the droplet. Such approach makes it possible to analyze electromagnetic characteristics at every stage of the droplet formation.

**Results and discussion.** We consider two types of arc column (current carrying region) forms  $R_a = R_a(z)$  (Figure 3) which are supposed to be parabolic.

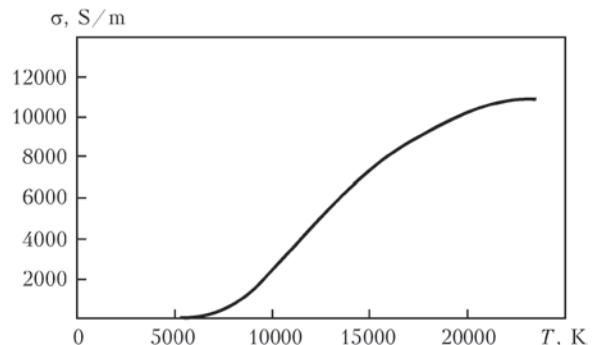


Fig. 4. The temperature dependence of Ar plasma electrical conductivity

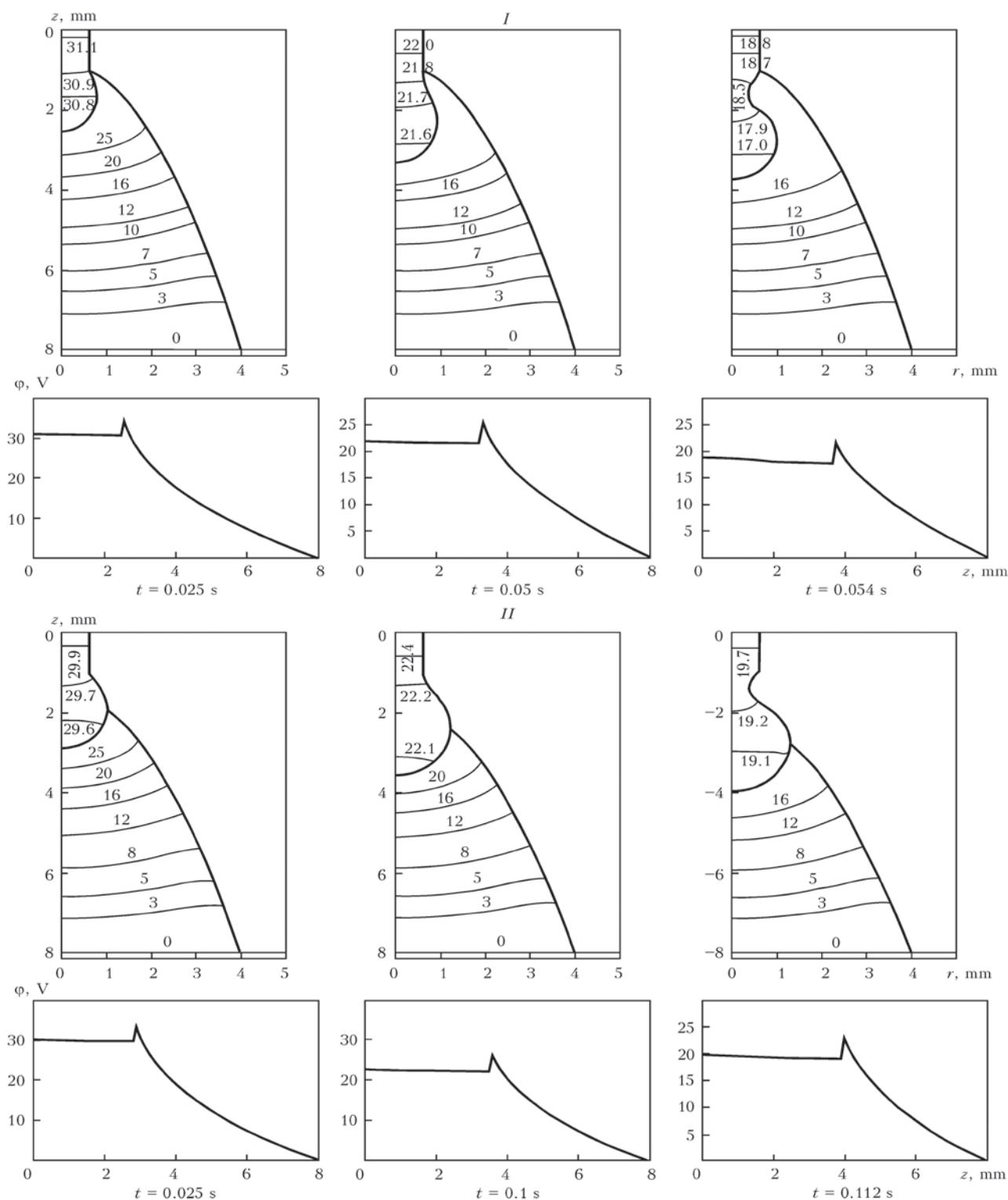


Fig. 5. Fields of electrical potential and its distribution along electrode axis

Such shape of pre-anode arc region during GMAW is observed in experiments [11] and is in agreement with simulation results [12]. In both cases the arc radius is fixed at the bottom of the calculation region during droplet formation and equals to 4 mm. In first case the arc is attached at the solid-liquid boundary. In another case the arc attachment coincide with the point on the droplet surface where droplet radius is maximal. While carrying out of numerical simulation

it was assumed that plasma temperature in arc column changes as follows

$$T(r) = (T_0 - T_{ext}) \exp(-a^4 r^4) + T_{ext}, \quad (9)$$

where  $T_{ext} = 500$  K,  $T_0 = 12000$  K and coefficient  $a$  was obtained from the assumption that  $T(R_a) = 5500$  K. In our investigation we considered GMA welding of mild steel. Input welding parameters and material properties [13] which were used in calculation are presented below:

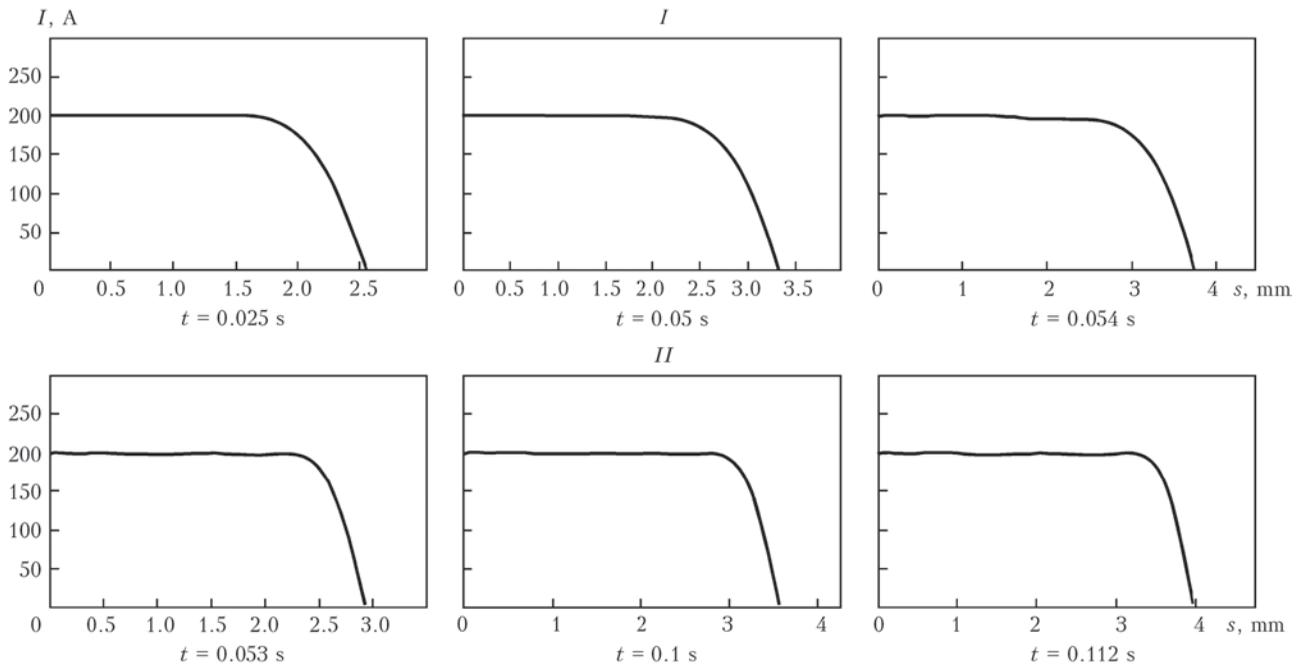


Fig. 6. Total current in droplet (wire) cross section

Welding current $I$ , A	200
Wire feed speed $v_w$ , m·min <sup>-1</sup>	4
Wire diameter $2R_w$ , mm	1.2
Shielding gas	Ar
Density $\rho$ , kg·m <sup>-3</sup>	7200
Surface tension $\gamma$ , N·m <sup>-1</sup>	1.2
Conductivity $\sigma_{Mo}$ , S·m <sup>-1</sup>	$7.7 \cdot 10^5$
Kinematic viscosity $\nu$ , m <sup>2</sup> ·s <sup>-1</sup>	$8.33 \cdot 10^{-7}$

The argon plasma electrical conductivity was taken from published data [14]. Figures 5–8 show characteristics of electromagnetic field for welding processes considered at different stages of droplet formation for two types of arc attachment at anode (I and II accordingly). It can be seen from the Figure 5

and Table that arc attachment is greatly influences on detached droplet size and period of droplet formation.

At breakup magnetic pressure

$$P_{mag}(z) = - \int_0^{L_r} F_r(r, z) dr$$

does not behave monotonically (Figure 8) near the droplet neck that give rise to change of direction of local Lorentz force in this part of droplet. This leads to the rapid breakup of the neck.

**Conclusion and future research.** The mathematical model to describe the electrical processes in «electrode wire–welding arc» with taking into account of

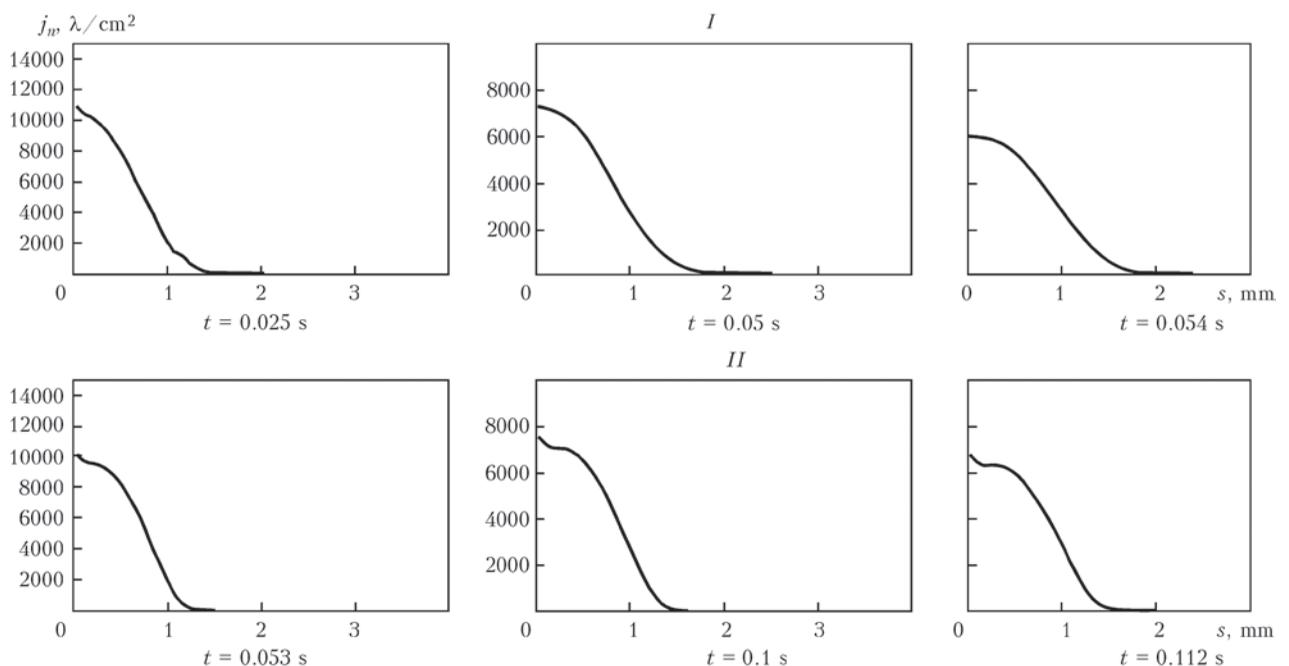


Fig. 7. Current density distribution along the droplet surface

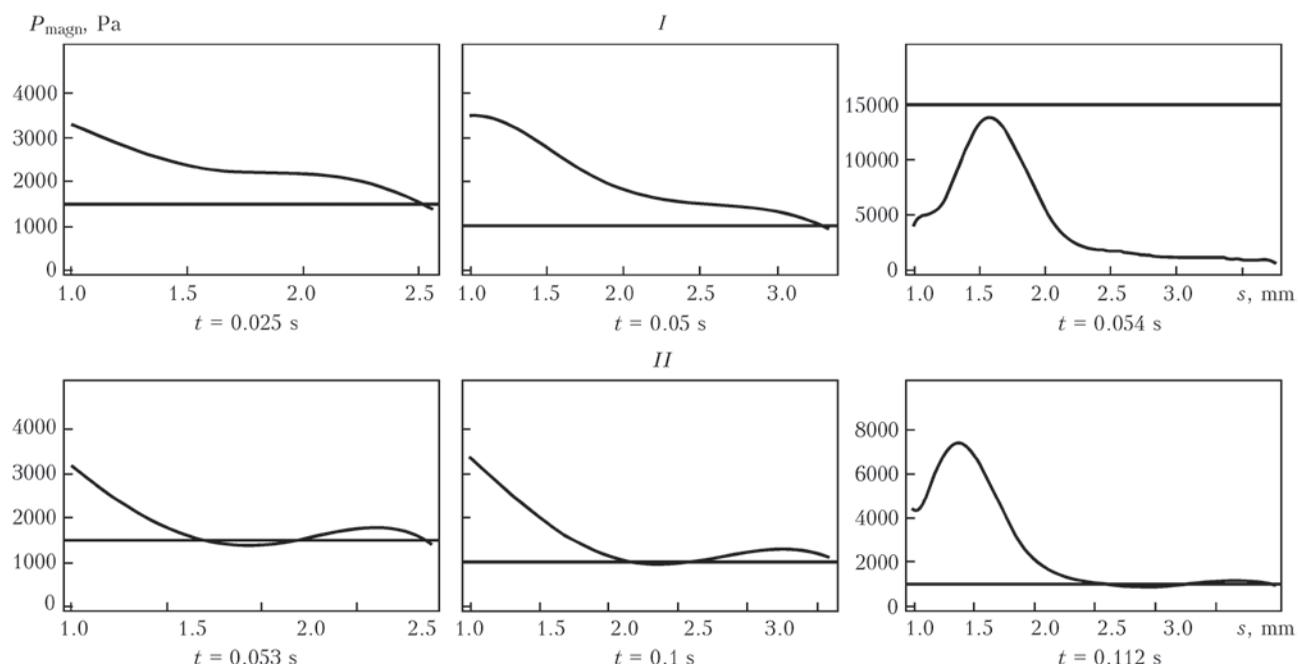


Fig. 8. Magnetic pressure distribution along electrode axis

**Characteristics of detached droplet**

Type of arc attachment	Droplet radius, mm	Droplet formation period, s	Droplet volume, mm <sup>3</sup>
I	1.01	0.054	4.37
II	1.26	0.112	8.42

anode potential drop during GMA welding was presented. Numerical technique for the solution of governing equations on the basis of variational principle is developed. Simulations of electromagnetic characteristics coupled with droplet formation were carried out for different types of arc column shape. Calculation of droplet form has been made by means of approximate model of droplet formation. Such approach allows to fulfil calculation in several orders of magnitude faster than the corresponding volume of fluid computation fluid dynamic simulations. It has been shown that arc column shape (arc attachment at the droplet) considerably influences upon the detached droplet size and total time of droplet formation. This fact reflects the importance of the heat and mass transfer processes in the arc plasma which governs its electrical conductivity distribution. The proposed mathematical model is expected to be the part of complex self consistent model of droplet formation during GMA welding.

**Acknowledgements.** This research was completed under the collaborative research project «Development of self-consistent physical-mathematical models of energy, mass and electric charge transfer processes in the «Droplet-anode layer-arc column» system in GMA welding». (DFG – Project no. DI 434/83-1).

- Nemchinsky, V. (1994) Size and shape of the liquid droplet at the molten tip of an arc electrode. *J. Phys. D: Appl. Phys.*, **27**, 1433–1442.
- Semenov, O., Demchenko, V., Krivtsun, I. et al. (2012) Dynamic model of the droplet formation in GMA welding. *Model. Simul. Mater. Sci. Eng.*, **20**, № 4, 045003.
- Amson, J.C. (1965) Lorentz force in the molten tip of the arc electrode. *Brit. J. Appl. Phys.*, **16**, 1169–1179.
- Jones, L.A., Eagar, T.W., Lang, J.H. (1998) Magnetic forces acting on molten drops in gas metal arc welding. *J. Phys. D: Appl. Phys.*, **31**, 93–106.
- Krivtsun, I., Demchenko, V., Lisnyi, O. et al. (2010) Modelling of electromagnetic processes in system «welding arc–evaporating anode». Pt 1: Model of anode region. *Sci. and Technology of Welding and Joining*, **15**, № 6, 457–462.
- Nemchinsky, V. (1994) Plasma parameters near a small anode in high-pressure arc (gas metal arc welding). *J. Phys. D: Appl. Phys.*, **27**, 2515–2521.
- Demchenko, V.F., Krivtsun, I.V., Pavlyk, V.O. et al. (2011) Problems of heat, mass and charge transfer with discontinuous solutions. *European J. of Applied Mathematics*, **22**, № 4, 365–380.
- Zienkiewicz, O.C., Taylor, R.L. (2000) *The Finite Element Method*. Vol. 1: The Basis. Oxford.: Butterworth-Heinemann, 689 pp.
- Perssoon, P., Strang, G. (2004) A simple mesh generator in MATLAB. *SIAM Review*, **42**, № 2, 329–345.
- <http://persson.berkeley.edu/distmesh/>
- Rojas, J.E. (2011) *Influence of welding parameters on droplet behavior in MIG welding of AlMg-alloys*. MSc. Thesis. RWTH. Aachen.
- Hu, J., Tsai, H.L. (2007) Heat and mass transfer in gas metal arc welding. Pt I: The arc. *Int. J. Heat and Mass Transfer*, **50**, 833–846.
- Fan, H.G., Kovacevic, R. (2004) A unified model of transport phenomena in gas metal arc welding including electrode, arc plasma and molten pool. *J. Phys. D: Appl. Phys.*, **37**, 2531–2544.
- Devoto, R.S. (1973) Transport coefficients of ionized argon. *Phys. Fluids*, **16**, № 5, 616–623.

### 1.3.3. A DYNAMIC MODEL OF DROPLET FORMATION IN GMA WELDING\*

O. SEMENOV, V. DEMCHENKO, I. KRIVTSUN, U. REISGEN, O. MOKROV, A. ZABIROV

**Introduction.** The processes of droplet formation and transfer of the metal electrode in gas metal arc (GMA) welding are defined by the complex interaction of different physical phenomena: heat transfer, electromagnetic phenomena, magnetohydrodynamic phenomena, evaporation, mass transfer, etc. Heating and melting of the electrode wire occur because of the energy transfer, with heat transfer and convection, input in the droplet from the anode sheath. Depending on the welding conditions, the droplet transfer frequency can vary from one to hundreds of Hz. These conditions change the mass of the droplet and its transfer mode into the welding pool (globular, spray, short-circuit). Thus, in GMA welding at low currents, large droplets and metal transfer in short-circuit mode can occur. In GMA welding with small diameter wires, small droplets and spray metal transfers are realized, which reduce the spatter in order to improve the weld formation. It should be noted that in pulse GMA welding, the processes of heat transfer and momentum transfer into the molten metal from the droplet are developed dynamically. At the same time, not only the mean electric current value is important, but also the form of the current pulse should be taken into account. Such a varying mode of droplet transfer requires deep and wide investigation of the physical phenomena responsible for the melting of the welding wire and for the formation and transfer of the droplets into the weld pool.

This paper is devoted to the theoretical analysis of only one part of the droplet transfer problem: the problem related to the investigation of the dynamics of the changing shape of the droplet's surface at various stages of its growth. In this work, we do not consider the heat processes in the droplet and, because of that, some assumptions need to be made. We assume the wire tip is fiat, the wire feed rate is equal to the wire melting rate. In addition to that, along the droplet's free surface, the surface tension coefficient is constant. The last assumption can be justified by the fact that the real value of the surface tension coefficient is unknown when the environment surrounding the droplet is an arc plasma, which contacts the melt via the anode sheath. Furthermore, the chemical com-

position of the melt and its temperature are inhomogeneous along the droplet's surface.

Processes of droplet formation are subjects of numerous theoretical and experimental investigations [1–14], including the study of droplet formation in a metal electrode during GMA welding [7–14]. Below, we consider some of them more precisely, which have direct relationship to this work.

**Model of droplet formation in a hydrostatic approximation.** Many publications are dedicated to the theoretical analysis of the equilibrium of a droplet (a droplet lies on a fiat surface, hangs on a «ceiling» or hangs on a pipette) [3–6]. The interest in this problem is tied with the theoretical explanation of experiments for the determination of the surface tension coefficient and the angle of contact for different fluids and its different technical applications. There is also work done using a hydrostatic approximation for the description of the droplet's geometry at the tip of the molten electrode in GMA welding [14]. The equilibrium model is based on the Laplace equation:

$$2\sigma K + P_{\text{ext}} = P_d, \quad (1)$$

which describes the balance of normal stresses on the free surface, where the sum of the capillary force  $2\sigma K$  ( $\sigma$  is the surface tension coefficient,  $K = 0.5(K_1 + K_2)$  is the average surface curvature, where  $K_1, K_2$  are the main surface curvatures) and the environmental pressure  $P_{\text{ext}}$  is equal to the fluid pressure  $P_d$ . Let us consider a cylindrical coordinate system  $\{r, z\}$ , as shown in figure 1. The pressure  $P_d$  in the droplet is determined as the sum of two components  $P_d = P_0 - \rho g z$ , where  $\rho$  is the density of the metal fluid,  $g$  is gravitation,  $2\sigma K|_{z=0} = P_0 - P_{\text{ext}}$  is the capillary pressure at  $z = 0$ . We set the free surface equation as  $h = h(z)$ , where  $h$  is the current droplet radius. Then  $K_1 = -(h_{zz}/(1 + h_z^2)^{3/2})$ ,  $K_2 = 1/h(1 + h_z^2)^{1/2}$ , and the equation for the free surface of the droplet can be defined as

$$-\frac{h_{zz}}{(1 + h_z^2)^{3/2}} + \frac{1}{h(1 + h_z^2)^{1/2}} + \frac{z}{\alpha^2} = \frac{P_0 - P_{\text{ext}}}{\sigma}, \quad (2)$$

where  $\alpha = \sqrt{\sigma/\rho g}$  is the capillary constant and  $h_z$  is the  $z$ -directional derivative. The boundary conditions for (2) are

$$h(-L_d) = 0, \quad h(0) = a, \quad h_z(-L_d) \rightarrow \infty. \quad (3)$$

\*Modelling and Simulation in Materials Science and Engineering. — 2012. — Vol. 20, 045003. — 14 pp.

The second of these conditions means that in GMA welding, the droplet «attaches» itself to a fiat surface of the electrode with radius  $a$ . Such an «attachment» of the droplet disables the spread of the molten metal out from the melting (crystallization) border and does not control the interfacial angle; it shows lyophobic behavior which most of the metals have in relationship to their liquid state [16]. The third boundary condition, in such an incorrect form, is an axisymmetric condition for the droplet. It should be noted that the description of the droplet geometry in the form  $z = z(h)$  is correct when the symmetry condition  $z_{,h}|_{h=0} = 0$ , but we cannot use such a free surface equation because of the ambiguity of solutions. To close the tasks (2) and (3) concerning the pressure  $P_0$ , we have the integral condition based on the assumption of a specified droplet volume  $V_d$ :

$$\pi \int_{-L_d}^0 h^2 dz = V_d. \quad (4)$$

The boundary conditions (3) together with the non-local boundary condition (4) are enough to solve equation (2) and the two unknown parameters — pressure  $P_0$  and height  $L_d$  of the droplet. Because of  $h_z \rightarrow \infty$  when  $h \rightarrow 0$ , in the numerical solution of tasks (2)–(4), some problems, which were also mentioned in [1], appear. Therefore we use a parametric form of the free surface equation. As parameters, it is convenient to choose [3] the droplet line length  $s$ , from point  $z = -L_d$  and the angle  $\theta$  between the tangent of the droplet’s surface with the axis  $Or$  (figure 1). Using the variables  $s$ ,  $\theta$  and  $h$ , the expressions for  $K_1$  and  $K_2$  are written as  $K_1 = d\theta/ds$  and  $K_2 = h^{-1} \sin \theta$ . Then, the task for the equilibrium form of the droplet can be presented as

$$\frac{d\theta}{ds} = -\frac{z}{\alpha^2} - \frac{\sin \theta}{h} + \frac{P_0 - P_{ext}}{\sigma}, \quad (5)$$

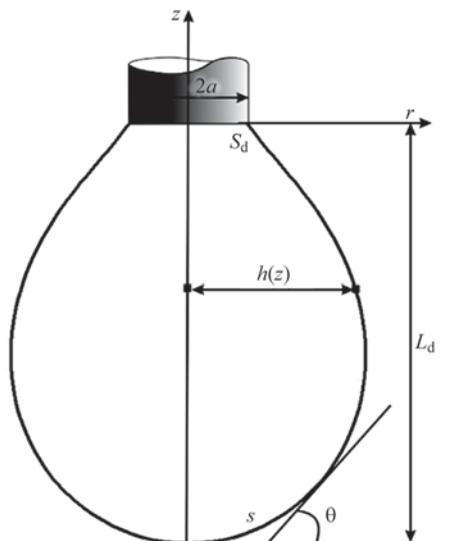


Fig. 1. Scheme of the mathematical description

$$\frac{dz}{ds} = \sin \theta, \quad \frac{dh}{ds} = \cos \theta, \quad (6)$$

$$\theta(0) = 0, \quad h(0) = 0, \quad z(S_d) = 0, \quad h(S_d) = a. \quad (7)$$

By specifying the droplet volume  $V_d$  from solutions of (4)–(7),  $\theta(s)$ ,  $h(s)$ ,  $z(s)$  and also two parameters, line length  $S_d$  and pressure  $P_0$ , have to be found.

**Hydrodynamic models of droplet formation.**

Let us consider the complete system of Navier–Stokes equations in Boussinesq approximation to describe the hydrodynamic processes in the droplet, which are assumed to be axisymmetric:

$$\begin{cases} \frac{\partial v}{\partial t} + v \frac{\partial v}{\partial r} + u \frac{\partial v}{\partial z} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial P}{\partial r} + \\ + v \left( \frac{\partial^2 v}{\partial r^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial z^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial v}{\partial r} - v \frac{1}{r^2} \right) + F_r, \\ \frac{\partial u}{\partial t} + v \frac{\partial u}{\partial r} + u \frac{\partial u}{\partial z} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial P}{\partial z} + \\ + v \left( \frac{\partial^2 u}{\partial r^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial z^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial u}{\partial r} \right) - g + F_z, \\ \frac{\partial v}{\partial r} + \frac{\partial u}{\partial z} + \frac{v}{r} = 0. \end{cases} \quad (8)$$

The equation to define a dynamic free surface [1] gives

$$\frac{\partial h}{\partial t} + u \frac{\partial h}{\partial z} = v|_{r=h}. \quad (9)$$

Here  $v$ ,  $u$  are the radial and axial components of the velocity vector,  $\nu$  is the kinematic viscosity and  $\vec{F} = \{F_r, F_z\}$  is the volumetric force density. In this paper, the Lorentz force, which occurs during the interaction between the welding current and the self-magnetic field, are assumed as a volume force. On the free surface, the boundary conditions for (8) are written concerning the balance of the normal stress and the tangential stress. Normal stresses caused by the viscous friction force and the hydrodynamic pressure  $P$  on a free surface of the melt suffer a leap, whose value is equal to the surface stress caused by the surface tension force:

$$\begin{aligned} \frac{P}{\rho} - \frac{2\nu}{1+h_z^2} \left[ \frac{\partial v}{\partial r} + h_z^2 \frac{\partial v}{\partial z} - \left( \frac{\partial u}{\partial r} + \frac{\partial v}{\partial z} \right) \frac{\partial h}{\partial z} \right] = \\ = \frac{\sigma}{\rho} (K_1 + K_2)|_{r=h}. \end{aligned} \quad (10)$$

It should be noted that for the normal stress balance (10), the magnetic pressure is absent. This is caused by the zone on the droplet’s surface free of electrical current where the magnetic pressure is equal to zero, and in the anode area, the magnetic pressure leap is absent in the plasma and in the metal as well. Neglecting the Marangoni effect the tangential stress balance on the free surface of the droplet can be written as

$$\frac{\nu}{1+h_z^2} \left[ 2h_z \left( \frac{\partial v}{\partial r} + \frac{\partial u}{\partial z} \right) + (1-h_z^2) \left( \frac{\partial u}{\partial r} + \frac{\partial v}{\partial z} \right) \right] = 0. \quad (11)$$

Based on equations (8)–(11), an asymptotic hydrodynamic model was obtained by Eggers and Dupont [1]. This model describes the slender jet behavior, where its diameter is significantly smaller than its length. Authors [1, 2] found that under some conditions, the asymptotic model with high accuracy also describes the formation of a droplet, where, unlike in the slender jet behavior, the diameter is comparable to its height. This fact creates the prerequisites for using the asymptotic method from [1] to describe the dynamics of the droplet formation. In contrast to [1], the electromagnetic force will be considered in equation (8).

The approach described in [1] is based on the expansion of  $u$ ,  $v$ ,  $P$  in a Taylor series near  $r = 0$ :

$$\begin{aligned} u(r, z) &= V + u_2 r^2 + \dots, & v(r, z) &= -\frac{r}{2} \frac{\partial V}{\partial z} - \frac{r^3}{4} \frac{\partial u_2}{\partial z} + \dots, \\ P(r, z) &= P(0) + \frac{1}{2} r^2 \left. \frac{\partial^2 P}{\partial r^2} \right|_{r=0} + \dots, \end{aligned} \quad (12)$$

where  $V(z, t) = u(0, z, t)$ ,  $u_2 = 0.5(\partial^2 u / \partial r^2)|_{r=0}$ . In a balance of normal tensions,  $h_z$  was assumed to be a value of  $O(r)$  order. Then we can obtain an expression [1] for the hydrodynamic pressure  $P$  on the free surface of the droplet:

$$P|_{r=h} = 2\sigma K - \nu \rho \frac{\partial V}{\partial z}. \quad (13)$$

Let us substitute formula (12) into the first equation of system (8) and neglect the terms of  $O(h)$  order. Consequently, the next equation for pressure will be obtained:

$$-\frac{\partial P}{\partial r} + F_r = 0, \quad 0 < r < h.$$

After integrating this equation over the segment  $[0, h]$  and taking into account the boundary condition (13), the pressure on the drop axis is obtained:

$$P(0, z, t) = 2\sigma K - \nu \frac{\partial V}{\partial z} + P^{\text{magn}},$$

where

$$P_{\text{mag}} = -\int_0^h F_r dr$$

is the magnetic pressure on the drop axis. From equations (8)–(11) the following one-dimensional hydrodynamic model can be obtained by the same way as in [1]:

$$\begin{cases} \frac{\partial V}{\partial t} + V \frac{\partial V}{\partial z} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial z} + \frac{3\nu}{f} \frac{\partial}{\partial z} \left( f \frac{\partial V}{\partial z} \right) - g, \\ -L_d < z < 0, \\ \frac{\partial f}{\partial t} + \frac{\partial(Vf)}{\partial z} = 0, \end{cases} \quad (14)$$

where  $p = 2\sigma K + P^{\text{magn}}$ ,  $f(z) = \pi h^2(z)$  is the cross section area of the drop. Unlike the approach used in [1] this model takes into account the influence of the electromagnetic force on the drop.

The second equation of system (14) is a direct consequence of (9) and is the integral analog of the continuity equation. In the dynamic model (14), this equation substitutes the integral condition (4), which was used in the hydrostatic model. In the model (5)–(7), the calculation of the free surface curvatures is useful to have a parametric form of the free surface equation. Therefore, along with the independent spatial variable  $z$ , we use a curve length  $s$  and an angle  $\theta$  as required functions. For the model (14) we have equation (6) and boundary conditions (7), which have to be extended by the boundary conditions at the droplet tip, as well as the initial conditions:

$$\begin{aligned} V(-L_d, t) &= -\frac{dL_d}{dt}, & V(0, t) &= -v_e, \\ h(-L_d, t) &= 0, & h(0, t) &= a, \end{aligned} \quad (15)$$

$$h(z, 0) = h_0(z), \quad V(z, 0) = 0, \quad z \in (-L_d^{(0)}, 0), \quad (16)$$

where  $^{(0)}$  is the initial length of a droplet with a small volume. The initial droplet form  $h_0 = h_0(z)$  is calculated by the equilibrium model. The first condition (15) comes from the assumption that the projection of the velocity vector of the fluid normal to the free surface is coincident with the free surface velocity in the same direction. The second condition (15) comes from the assumption that the molten tip of the electrode is flat and the melting velocity of the electrode  $G$  is predefined. Then  $v_e = G/\pi a^2 \rho$ . Using (12) we assume  $u(r, z) = V + u_2 r^2$  and

$$v(r, z) = -\frac{r}{2} \frac{\partial V}{\partial z} - \frac{r^3}{4} \frac{\partial u_2}{\partial z}.$$

These equations for the velocity vector components satisfy the continuity equation, which allow us to calculate the velocity field in the droplet volume and energy transfer in the droplet as well.

It was assumed that the axial component of current density  $j_z$  does not depend on  $r$ . We also assumed that the welding arc is «connected» to the drop via the anode spot with radius  $R_p$  (figure 2). To define the size of the anode spot on the droplet, the self-consistent model which describes the heat, electromagnetic and magnetohydrodynamic processes in the droplet and arc column should be used [17]. To simplify the model we use the variable  $R_p$  as predefined. In the arc column plasma, adjacent to the anode spot, we assume that the welding current flows in a cone with a given angle  $\beta$  (figure 2).

We also suppose that there is no current through the droplet surface outside the anode spot. The axial component of current density is supposed to be the function of  $z$ . According to these assumptions, the axial component distribution  $j_z$  of current density is

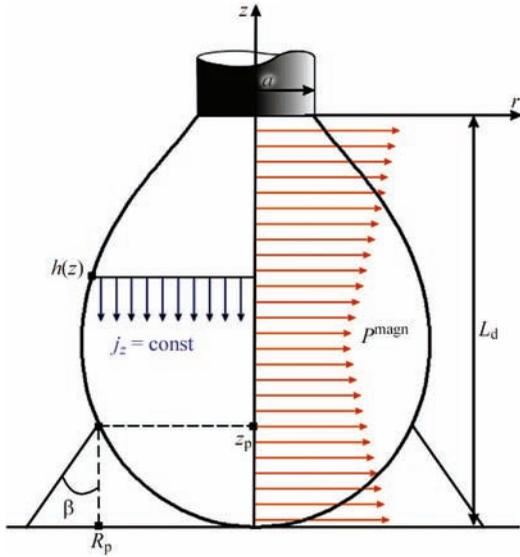


Fig. 2. Current density distribution and magnetic pressure in the droplet

$$j_z(z) = \begin{cases} \frac{I}{\pi h^2}, & 0 > z > z_p, \quad 0 < r < h, \\ \frac{I}{\pi R_a^2}, & z_p > z > -L_d, \quad 0 < r < R_a, \end{cases}$$

where  $R_a(z) = R_p + (z_p - z)\text{tg } \beta$  is the current radius of the cone. The Lorentz force is  $\vec{F} = \vec{j} \times \vec{B}$ . By the condition  $j_r = 0$ , we have  $F_r = -\mu_0 \mu (r/2) j_z^2$ ,  $F_z = -\mu_0 \mu (r^2/8) (\partial j_z^2 / \partial z)$ , where  $\mu$  is the permeability of metal and  $\mu_0$  is the permeability of vacuum. It should be mentioned, that  $F_z$  has a value of order  $O(r^2)$ , therefore the axial component of the Lorentz force in equation of motion (14) can be neglected. The magnetic pressure on the droplet axis:

$$P_{\text{magn}} = \begin{cases} \frac{\mu_0 \mu I^2}{4 \pi^2 h^2}, & 0 > z > z_p, \\ \frac{\mu_0 \mu I^2}{4 \pi^2 R_a^2}, & z_p > z > -L_d. \end{cases}$$

**Method of numerical calculation.** For numerical algorithms of (4)–(7) (hydrostatic model of droplet) and (6), (7), (14)–(16) (dynamic model of droplet) we will use the dimensionless quantities  $\bar{z} = z/a$ ,  $\bar{h} = h/a$ ,  $\bar{s} = s/S_d$ . Using variables  $\bar{h}$ ,  $\bar{z}$ ,  $\bar{s}$  the tasks (4)–(7) can be written as

$$\frac{\partial}{\partial \bar{s}} (\bar{h} \sin \theta) = (-\gamma \bar{z} + 2\bar{K}_0) \bar{h} \frac{\partial \bar{h}}{\partial \bar{s}}, \quad 0 < \bar{s} < 1, \quad (17)$$

$$\frac{d\bar{h}}{d\bar{s}} = \bar{S}_d \cos \theta, \quad \frac{d\bar{z}}{d\bar{s}} = \bar{S}_d \sin \theta, \quad 0 < \bar{s} < 1, \quad (18)$$

$$\theta(0) = 0, \quad \bar{h}(0) = 0, \quad \bar{z}(1) = 0, \quad \bar{h}(1) = 1, \quad (19)$$

$$\pi \bar{S}_d \int_0^1 \bar{h}^2 \sin \theta d\bar{s} = \frac{V_d}{a^3}, \quad (20)$$

where  $\gamma = (a/\alpha)^2$ ,  $\bar{S}_d = S_d/a$ ,  $\bar{K}_0 = a(P_0 - P_{\text{ext}})/2\sigma$ .

In the dynamic model of droplet (14)–(16) we introduce complementary dimensionless variables:  $\bar{f} =$

$f/\pi a^2$ ,  $\bar{L}_d = L_d/a$ ,  $\bar{K} = aK$ ,  $\bar{t} = t\sqrt{g/a}$ ,  $\bar{V} = V\sqrt{ga}$ ,  $\chi = 3\nu\rho\sqrt{ga}/\sigma$ ,  $\bar{R} = R/a$ . The equations in the dynamic model of the droplet (14)–(16) can be written with dimensionless variables as

$$\gamma \left( 1 + \frac{D\bar{V}}{D\bar{t}} \right) = -\frac{\partial}{\partial \bar{z}} (2\bar{K} + \bar{P}^{\text{magn}}) + \chi \frac{1}{\bar{h}^2} \frac{\partial}{\partial \bar{z}} \left( \bar{h}^2 \frac{\partial}{\partial \bar{z}} \bar{V} \right), \quad -\bar{L}_d < \bar{z} < 0, \quad (21)$$

$$\frac{\partial \bar{f}}{\partial \bar{t}} + \frac{\partial (\bar{f}\bar{V})}{\partial \bar{z}} = 0, \quad -\bar{L}_d < \bar{z} < 0, \quad (22)$$

$$\frac{\partial \bar{z}}{\partial \bar{s}} = \bar{S}_d \sin \theta, \quad \frac{\partial \bar{h}}{\partial \bar{s}} = \bar{S}_d \cos \theta, \quad 0 < \bar{s} < 1, \quad (23)$$

$$\begin{aligned} \theta(\bar{s}, \bar{t})|_{\bar{s}=0} &= 0, & \bar{h}(\bar{s}, \bar{t})|_{\bar{s}=0} &= 0, \\ \bar{z}(\bar{s}, \bar{t})|_{\bar{s}=1} &= 0, & \bar{h}(\bar{s}, \bar{t})|_{\bar{s}=1} &= 1, \end{aligned} \quad (24)$$

$$\bar{V}(\bar{s}, \bar{t})|_{\bar{s}=0} = -\frac{d\bar{L}_d}{d\bar{t}}, \quad \bar{V}(\bar{s}, \bar{t})|_{\bar{s}=1} = -\frac{v_e}{\sqrt{ga}},$$

where

$$\frac{D}{D\bar{t}} = \frac{\partial}{\partial \bar{t}} + \frac{1}{\bar{L}_d} \left( \bar{V} - \bar{z} \frac{d\bar{L}_d}{d\bar{t}} \right) \frac{\partial}{\partial \bar{z}}$$

is the substantial derivative, and  $\bar{P}^{\text{magn}}(z) = P^{\text{magn}} a / \sigma$  is the dimensionless magnetic pressure. In the model (21)–(24), the independent variables are dimensionless time  $\bar{t}$  and the dimensionless curve length  $\bar{s}$ , and the desired quantities are the functions  $\bar{V}$ ,  $\theta$ ,  $\bar{z}$ ,  $\bar{h}$ , and parameter  $\bar{S}_d$ .

The tasks (17)–(20) will be solved using the finite difference method. A uniformly spaced mesh with step  $\Delta \bar{s}$  is introduced into the segment  $0 \leq \bar{s} \leq 1$ :  $\omega_s = \{\bar{s}_i = i\Delta \bar{s}, i = 0, N, N\Delta \bar{s} = 1\}$ . On the mesh  $\omega_s$  of the tasks (17)–(20) we have its difference quotient:

$$\begin{aligned} \frac{\bar{h}_{i+1} \sin \theta_{i+1} - \bar{h}_i \sin \theta_i}{\Delta \bar{s}} &= \\ = \frac{1}{2} \left( 2\bar{K}_0 - \gamma \frac{\bar{z}_i + \bar{z}_{i+1}}{s} \right) \frac{\bar{h}_{i+1}^2 - \bar{h}_i^2}{\Delta \bar{s}}, \quad i = \overline{0, N-1}; \end{aligned} \quad (25)$$

$$\begin{aligned} \frac{\bar{h}_{i+1} - \bar{h}_i}{\Delta \bar{s}} &= \bar{S}_d \frac{\cos \theta_{i+1} + \cos \theta_i}{2}, \\ \frac{\bar{z}_{i+1} - \bar{z}_i}{\Delta \bar{s}} &= \bar{S}_d \frac{\sin \theta_{i+1} + \sin \theta_i}{2}, \quad i = \overline{0, N-1}; \end{aligned} \quad (26)$$

$$\pi \sum_{i=0}^{N-1} \frac{\bar{h}_i^2 + \bar{h}_{i+1}^2}{2} (\bar{z}_{i+1} - \bar{z}_i) = \frac{V_d}{a^3}, \quad (27)$$

$$\theta_0 = 0, \quad \bar{h}_0 = 0, \quad \bar{z}_N = 0, \quad \bar{h}_N = 1. \quad (28)$$

Equations (21), (22) of the dynamic model (21)–(24) will be approximated on the mesh  $\omega_z = \{\bar{z}_i, i = \overline{0, N}\}$ , whose nodes  $\bar{z}_i$  can be defined as a projection of the mesh nodes  $\omega_s$  on the axis  $z$ . We approximate the substantial derivative in (21) on a local Lagrangian mesh

[15]. Difference analog of equations (21)–(24) can be written as

$$\begin{aligned} & \gamma \left( 1 + \frac{\bar{V}_i - \tilde{V}_i}{\bar{\tau}} \right) = \\ & = -\frac{2\bar{K}_{i+1/2} + \bar{P}_{i+1/2}^{\text{magn}} - 2\bar{K}_{i-1/2} + \bar{P}_{i-1/2}^{\text{magn}}}{\bar{z}_{i+1/2} - \bar{z}_{i-1/2}} + \\ & \quad + \frac{\chi}{\bar{f}_i(\bar{z}_{i+1/2} - \bar{z}_{i-1/2})} \times \\ & \times \left( \bar{f}_{i+1/2} \frac{\bar{V}_{i+1} - \bar{V}_i}{\bar{z}_{i+1/2} - \bar{z}_i} - \bar{f}_{i-1/2} \frac{\bar{V}_i - \bar{V}_{i-1}}{\bar{z}_i - \bar{z}_{i-1}} \right), \quad i = \overline{1, N-1}, \end{aligned} \quad (29)$$

$$\gamma \left( 1 + \frac{\bar{V}_i - \tilde{V}_i}{\bar{\tau}} \right) = -\frac{2\bar{K}_{i+1/2} - 2\bar{K}_i}{\bar{z}_{i+1/2} - \bar{z}_i}, \quad i = 1, \quad (30)$$

$$\begin{aligned} & \frac{1}{\bar{\tau}} \left[ \frac{\bar{f}_{i+1} + \bar{f}_i}{2} (\bar{z}_{i+1} - \bar{z}_i) - \frac{\bar{f}_{i+1} + \bar{f}_i}{2} (\bar{z}_{i+1} - \bar{z}_i) \right] + \\ & + \bar{f}_{i+1} \left( \bar{V}_{i+1} - \frac{\bar{z}_{i+1} - \bar{z}_{i+1}}{\bar{\tau}} \right) + \bar{f}_i \left( \frac{\bar{z}_i - \bar{z}_i}{\bar{\tau}} - \bar{V}_i \right) = 0, \quad i = \overline{0, N-1}, \end{aligned} \quad (31)$$

$$\begin{aligned} & \theta_0 = 0, \quad \bar{f}_0 = 0, \quad \bar{z}_N = 0, \quad \bar{f}_N = 1, \\ & \bar{V}_0 = \frac{\bar{z}_0 - \bar{z}_0}{\bar{\tau}}, \quad \bar{V}_N = -\frac{v_e}{\sqrt{ga}}, \end{aligned} \quad (32)$$

$$\bar{K}_i = \begin{cases} \frac{1}{2} \left( \frac{\sin \theta_i}{h_i} + \frac{\theta_{i+1} - \theta_i}{S_d \Delta \bar{s}} \right), & 0 < i < N, \\ \bar{K}_0, & i = N, \\ \frac{\theta_{i+1} - \theta_i}{S_d \Delta \bar{s}}, & i = 0. \end{cases} \quad (33)$$

In (29)–(33), the following designations are introduced for the grid functions:  $g_i = g(\bar{s}_i, \bar{t}_k)$ ,  $g = \bar{V}, \bar{f}, \bar{z}, \theta, \bar{P}^{\text{magn}}, \bar{K}$ ,  $\bar{g}_i = g(\bar{s}_i, \bar{t}_{k-1})$ ,  $g = \bar{f}$ ,  $\bar{z}, \bar{z}_{i\pm 1/2} = 0.5(\bar{z}_i + \bar{z}_{i\pm 1})$ ,  $\bar{K}_{i\pm 1/2} = 0.5(\bar{K}_i + \bar{K}_{i\pm 1})$ ,  $\bar{P}_{i\pm 1/2}^{\text{magn}} = 0.5(\bar{P}_i^{\text{magn}} + \bar{P}_{i\pm 1}^{\text{magn}})$ ,  $\tilde{V}_i = \bar{V}(\bar{z}_i, \bar{t}_{k-1})$ ,  $\bar{z}_i$  is apoint of the Lagrangian grid at the time  $\bar{t} = \bar{t}_{k-1}$ . The solution of the nonlinear equation systems (25)–(28) and (29)–(33) was done using the Newton method.

**Results and discussion.** The characteristic property of the droplet task in a hydrostatical approximation is an unstable solution. This appears when the ratio between the volume (mass) of the droplet and its radius at the top reaches some special value. There are many works about equilibrium droplet stability. Thus, in [3] it is shown that a necessary criterion for droplet stability is to have not more than three points on a droplet surface where the tangent to the curve is parallel to the droplet axis.

In figure 3, the equilibrium droplet stability region is shown in dimensionless variables– relative to the droplet radius at the top  $\bar{a} = \sqrt{\gamma}$  and relative to the droplet volume  $\bar{V}_d = V_d/a^3$ . In compliance with this region, there exists a maximal relative droplet radius

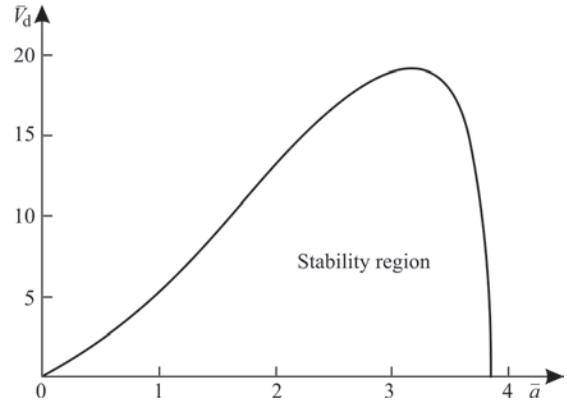


Fig. 3. Stability region of the equilibrium droplet

at the top  $\bar{a}_{\text{max}} = 3.83$ . When this value is reached, the droplet is no longer stable at any volume  $\bar{V}_d$ . In the range  $0 < \bar{a} < 3.83$  for any  $\bar{a}$  there exists a limit volume  $\bar{V}_d^{\text{max}}$  and the droplet collapses when  $\bar{V}_d > \bar{V}_d^{\text{max}}$ . The line  $\bar{V}_d^{\text{max}} = \bar{V}_d^{\text{max}}(\bar{a})$  delimits the areas of stable and non-stable droplet states (figure 3).

The dependence of  $\bar{V}_d^{\text{max}}(\bar{a})$  is non-monotonic and has a maximum value at  $\bar{a} \approx 3.2$ . The droplet model in the parametric form (16)–(19) allows the calculation of the free surface of the droplet with a complicated geometry. Let us consider a non-uniform distribution of pressure  $P_{\text{ext}}$  along the free surface; this can occur due to the metal vapor pressure in convective mode. In figure 4, the droplet geometry at an excessive pressure of metal vapor recoil is shown. The pressure of the metal vapor exceeds the atmospheric pressure by 10 % near the droplet tip and decreases linearly in the free surface area with a curve length  $\bar{s}$  (bold line in figure 4).

In figure 5 the maximum stable droplets for wire radii 0.6, 0.7 and 0.8 mm are shown. The calculated mass  $m$  of these droplets appreciably exceeds the one observed in real experiments. In this study of the hydrostatic model, the neck formation prior to detachment does not take place. Thus, descriptions of

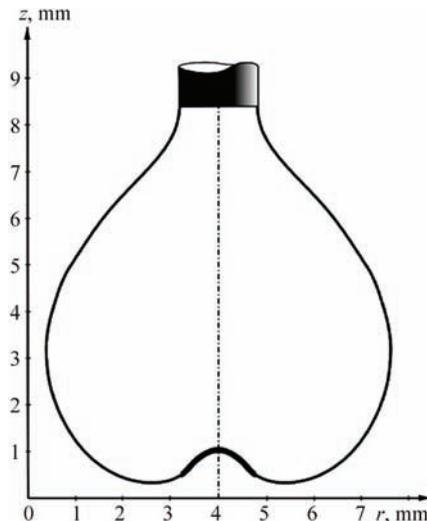


Fig. 4. Droplet geometry at excess pressure of metal vapor recoil

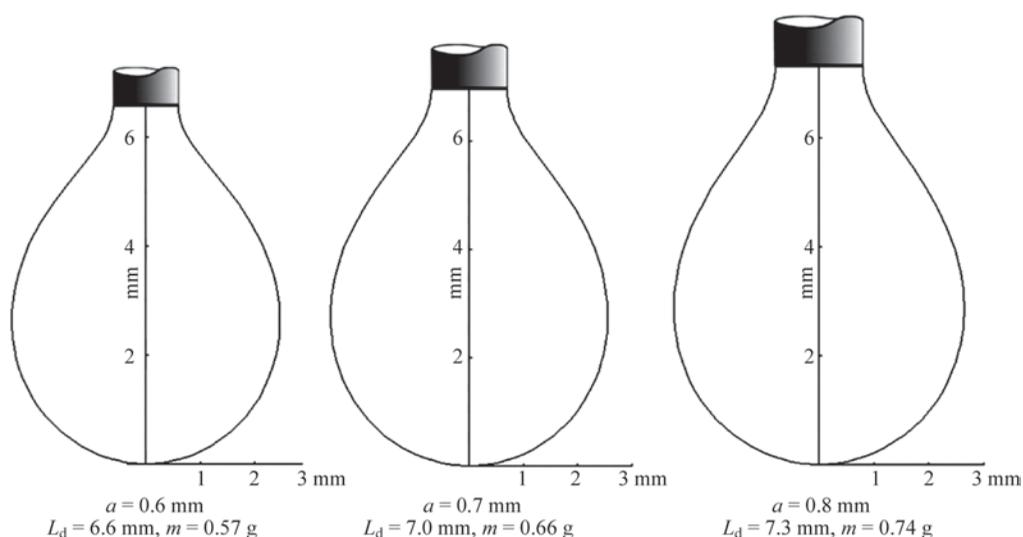


Fig. 5. Limit of equilibrium droplet for different wire radii

the droplet formation process have to be based on the models that take into account the hydrodynamic processes in the droplet.

Let us consider the calculated results of the droplet formation based on dynamic models. In [6] the experimental results of a water droplet formation are shown. Water comes out of a 5.2 mm diameter tube with a very low velocity. We use these data to verify the approximated hydrodynamic model (21)–(24). In figure 6, a comparison between simulation and experiment of a water droplet is shown. As can be seen from figure 6, the calculated results are in good agreement with experiments. Similar results are obtained in [1]. It is significant that the calculation time of the approximate hydrodynamic model (21)–(24) is at least 50 times less than the calculations with the complete system of hydrodynamic equations (8)–(11), e.g. using the software ANSYS CFX.

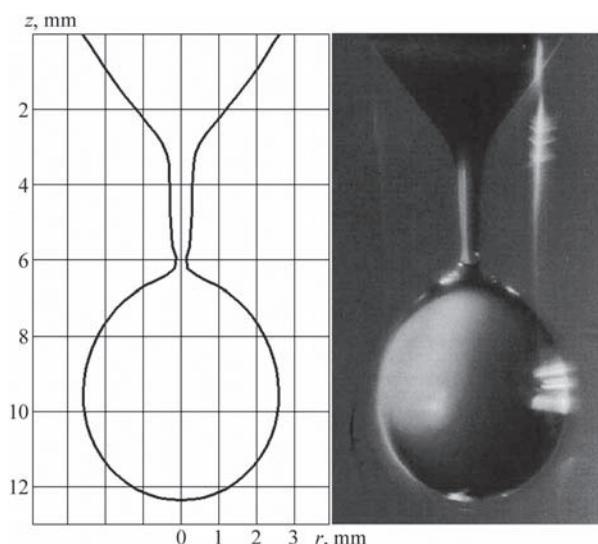


Fig. 6. Comparison between simulation using an approximate model and experiment of a water droplet

The calculation of the metal droplet dynamics was performed using the following values:  $\sigma = 1.8 \text{ N}\cdot\text{m}^{-1}$ ,  $\rho = 7800 \text{ kg}\cdot\text{m}^{-3}$ . The wire feed rate, wire diameter and welding current change for every experiment. For a comparative analysis of the electromagnetic force’s influence on the droplet formation, we show the results of the dynamics of the droplet formation (figure 7). The calculated velocity field, obtained by means of the model, is presented in figure 8. If we do not take into account the influence of the magnetic pressure, then the droplet size, also in the case of the equilibrium model, has an incredibly large value.

To take into account the magnetic pressure (figure 7, b), let us assume that the radius of the anode spot is equal to the maximum radius of the droplet. In dc GMA welding, the calculated droplet diameter at the detachment moment is equal to 2 mm, which shows a better correlation with experiments. At this stage of droplet formation the neck closure velocity is  $1 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$  and near the neck, the flow of the molten metal in opposite directions occurs (figure 8). Neglecting the viscosity in the model (14)–(16) will lead to a decrease in the volume of the detached droplet by 7–10 %.

Let us consider the influence of current pulses on droplet behavior. The welding current is defined as a square-wave with a frequency of 50 Hz and pulse time of  $t = 0.004 \text{ s}$  (figure 9). In the calculations, we suppose that the anode radius equals the electrode radius. The magnetic pressure reaches its minimum in the cross-sections  $z = \text{const}$  of the droplet, where the current density is minimal. In this connection, at a different droplet formation stage, the axial body force, produced by the magnetic pressure gradient, can change its value as well as its direction. In the case when the welding arc covers the whole droplet, the axial body force is directed to the droplet tip. Otherwise, in the case when the welding arc does

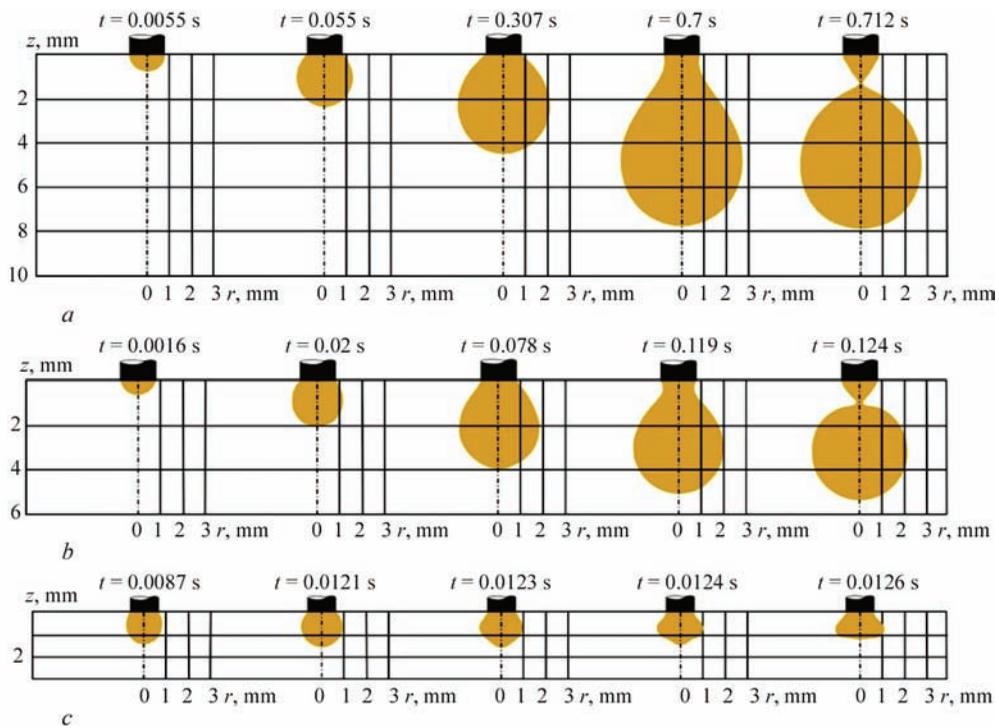


Fig. 7. (a) Dynamics of droplet formation on the electrode tip without magnetic pressure ( $a = 0.8$  mm,  $v_e = 4.3$  m·min<sup>-1</sup>). (b) Dynamics of droplet formation on the electrode tip with magnetic pressure in dc welding ( $a = 0.8$  mm,  $v_e = 10.5$  m·min<sup>-1</sup>,  $I = 180$  A). (c) Dynamics of droplet formation on the electrode tip with magnetic pressure in pulse dc welding ( $a = 0.6$  mm,  $v_e = 8.4$  m·min<sup>-1</sup>)

not cover the whole droplet (the anode spot radius is smaller than the droplet radius), the axial body force changes its direction namely at the top of the droplet and it has the same direction as gravity, and at the bottom of the droplet, it has a reverse direction. This is in fact the case when the anode radius is equal to the wire radius (figure 7, c). Under the influence of an axial body force at the moment of pulse initiation ( $t = 0.012$  s, figure 7, c), a nearly spherical droplet becomes deformed. A similar effect can be observed in a high-speed video of droplet formation in pulsed GMA welding. It should be noted that one pulse is not

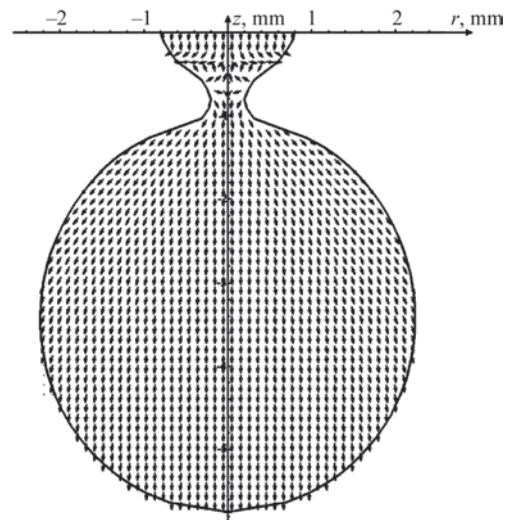


Fig. 8. Molten metal flow in the droplet 'just before' detachment (without velocity scale). Input parameters are  $a = 0.8$  mm,  $v_e = 10.5$  m·min<sup>-1</sup>,  $I = 180$  A

**Calculation results for different models of droplet formation ( $\tau_d$  is the time of droplet formation)**

Model type	$a$ , mm	$v_e$ , m·min <sup>-1</sup>	$V_d$ , mm <sup>3</sup>	$L_d$ , mm	$\tau_d$ , s
Hydrostatic model	0.6		73.08	6.58	
	0.7		84.62	6.96	
	0.8		94.87	7.31	
Approximate hydrodynamic	0.6	4.3	77.64	7.08	0.96
	0.6	10.5	79.56	7.11	0.4
	0.7	4.3	90.16	7.62	0.82
	0.7	9.4	92.8	7.66	0.38
	0.8	4.3	102.88	8.14	0.71
	0.8	8.4	106.1	8.2	0.38
	0.8	10.5	107.03	8.2	0.3
Approximate hydrodynamic with magnetic pressure	0.8	10.5	43.2	4.37	0.12

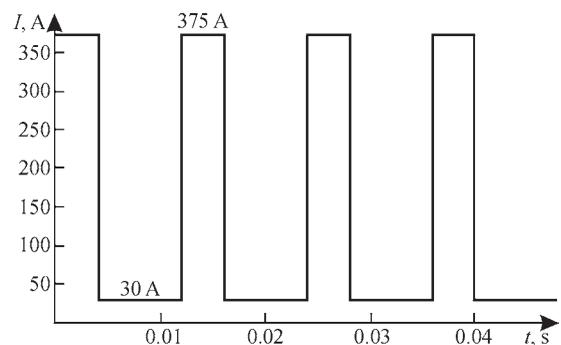


Fig. 9. Welding current pulses

always enough to detach a droplet (as in the calculation result of figure 7, c).

In table, the calculation results for different models of droplet formation are shown. The following different models were used: hydrostatic, approximate hydrodynamic with magnetic pressure and approximate hydrodynamic without magnetic pressure. As can be seen from these data, the most adequate theoretical prediction of droplet size and droplet transfer frequency can be obtained from the hydrodynamic with magnetic pressure model.

### Conclusions

A comparative analysis of different mathematical approaches to the problem of metal drop formation was carried out. It was shown that the hydrodynamic processes and the influence of the electromagnetic forces on the liquid metal are to be taken into account for the adequate prediction of drop transition parameters during a welding process with a consumable electrode. Instead of the complete hydrodynamic model, an approximate asymptotical approach of drop formation can be used to describe the electrode metal transfer with sufficient accuracy. Moreover, the complete model is very time-consuming in comparison with the approximate model. The drop size and the frequency of its detachment are mainly defined by the action of the electromagnetic force. This tendency especially takes place during welding with a modulated current. The model of electrical processes used in this work is a rough approximation of the real process in a metal drop. A more accurate technique based on the complete and self-consistent model of heat, momentum and charge transfer should be used to describe the electrical field in the drop-anode region-arc column system. In particular, the dimension of the anode region, which is responsible for the parameters of electrode metal transfer, may be estimated only with the help of a self-consistent description of the heat, electromagnetic and hydro(gas)dynamic processes in the whole system «drop-anode region-arc column» [17]. The authors propose to continue the investigation along this line.

**Acknowledgments.** This work was carried out with the financial support of the German Research Foun-

*ation DFG RE-2755/3-3 «Development of self-consistent physicomathematical model of energy, mass and charge transfer in system «drop-anode sheath-arc column» during gas metal arc welding». The authors wish to express their thanks for this funding.*

1. Eggers J. and Dupont T. F. 1994 Drop formation in a one-dimensional approximation of the Navier–Stokes equation *J. Fluid Mech.* **262**, 205-21.
2. Ambravaneswaran B., Wilkes E. D. and Basaran O. A. 2002 Drop formation from a capillary tube: comparison of one-dimensional and two-dimensional analyses and occurrence of satellite drops *Phys. Fluids* **14**, 2606-21.
3. Wente H. 1980 The stability of the axially symmetric pendent drop *Pacific J. Math.* **88**, 421-70.
4. Finn R. 1989 *Equilibrium Capillary Surfaces: Mathematical Theory* (Moscow: Mir) 310 pp (in Russian).
5. Hartland S. and Hartley R. 1976 *Axisymmetric Fluid Interfaces* (Amsterdam: Elsevier).
6. Peregrine D. H., Shoker G. and Symon A. 1990 The bifurcation of liquid bridges *J. Fluid Mech.* **212**, 25-39.
7. Hu J. and Tsai H. L. 2007 Heat and mass transfer in gas metal arc welding: II. The metal *Int. J. Heat Mass Transfer* **50**, 808-20.
8. Fan H. G. and Kovacevic R. 2004 A unified model of transport phenomena in gas metal arc welding including electrode, arc plasma and molten pool *J. Phys. D: Appl. Phys.* **37**, 2531-44.
9. Haidar J. and Lowke J. J. 1996 Predictions of metal droplet formation in arc welding *J. Phys. D: Appl. Phys.* **29**, 2951-60.
10. Nemchinsky V. 1994 Size and shape of the liquid droplet at the molten tip of an arc electrode *J. Phys. D: Appl. Phys.* **27**, 1433-42.
11. Quinn T. Petal P. et al. 2005 Coupled arc and droplet model of GMAW *Sci. Technol. Weld. Join.* **10**, 113-9.
12. Wang F. et al. 2003 Modelling and analysis of metal transfer in gas metal arc welding *J. Phys. D: Appl. Phys.* **36**, 1143-52.
13. Choi S. K., Yoo C. D. and Kim Y. S. 1998 The dynamic analysis of metal transfer in pulsed current gas metal arc welding *J. Phys. D: Appl. Phys.* **31**, 207-15.
14. Berezovsky B. M. 2002 *Mathematical Models of Arc Welding: I. Mathematical Modeling and Information Technologies, Models of Weld Pool and Seam Formation* (Chelyabinsk: JuUrGu) (in Russian).
15. Lyashko I. I., Demchenko V. F. and Vakulenko S. A. 1981 The variant of cleavage method for equations of viscous incompressible fluid on Lagrangian-Euler meshes *Proc. Acad. Sci. Ukraine A* 43-7.
16. Naidich U. V., Perevertailo V. M. and Grigorenko N. F. 1983 *Capillary Phenomena in Processes of Crystals Growth and its Melting* (Kiev: Naukova Dumka) 98 pp.
17. Krivtsun I. V., Demchenko V. F. and Lesnoj A. B. 2008 Mathematical modeling of electromagnetic processes in system «welding arc–evaporating anode» with taking into account of anode potential drop *Proc. 4th Int. Conf. on Mathematical Modeling and Informational Technologies in Welding and Related Processes (Katsiveli, Crimea, Ukraine)*.

### 1.3.4. MODELLING OF THE DROPLET FORMATION PROCESS IN GMA WELDING\*

O. SEMENOV, V. DEMCHENKO, I. KRIVTSUN, U. REISGEN, O. MOKROV, A. ZABIROV

**Introduction.** The dimensions of the electrode metal droplets and the frequency of its detachment are important characteristics of GMA welding. The attention to the investigation of metal transfer during GMAW goes back to the middle of the XX century. Thereafter a great many mathematical models for the description of physical phenomena accompanying this technological process have been developed. Among the earlier models used for the metal transfer investigation two of them should be noted first of all: SFBT (static force balance theory) [1] and PIT (pinch instability theory) [2, 3]. The SFBT model is based on the total balance of the forces acting on the pendent droplet, except for the inertial force. The results obtained by means of this approach are in good agreement with experimental data for low welding current ( $I < 180$  A). In PIT the model of breakup of carrying the current cylindrical jet is used for the determination of the droplet size. PIT gives reliable results for welding currents over 240 A. However, both of these two models provide information only about the droplet size but cannot predict its form. A quasi-static model of droplet formation considering the influence of surface tension, electromagnetic force and gravity was developed by Nemchinsky [4]. This model can (track) trace the shape of the droplet before instability develops. But it does not allow calculating the size of the detached droplet because it is not known *a priori* what part of the extremely stable pendent droplet detaches. Besides, in paper [4] the total current flowing through the droplet cross section is supposed to change linearly along the droplet axis from zero (on the droplet tip) to the total welding current (on the droplet origin).

This assumption causes inaccuracy when calculating the total Lorentz force acting upon the droplet since its value largely depends on the dimensions of the region of the arc attachment at the droplet [5]. In papers [6–8] 2D models of GMAW metal transfer considering heat transfer, hydrodynamic, gas dynamics and electrical processes in droplet and in arc plasma were developed. Most models don't take into account the presence of the anode voltage drop, which reaches several volts under certain conditions [9, 10].

In the present paper the model of electrode metal droplet formation is proposed. The model concerned

involves a 1D model of hydrodynamic processes based on slender jet equations [11, 12] and a 2D model of electromagnetic processes. A comparative analysis of 1D and 2D-axisymmetric models of droplet formation [13] showed that the 1D model gives reliable results when capillary forces prevail over the viscous and inertial forces. By analyzing the typical Weber number ( $We$ ) for welding conditions we have found that the 1D model can be used for an adequate simulation of droplet formation during GMAW. In addition, such approach allows performing the calculation in several orders of magnitude faster than the corresponding volume of fluid method in fluid dynamic simulations.

**Problem statement.** While developing the model we have made the following assumptions:

- the droplet has an axisymmetric form;
- the wire feed speed is constant and is equal to the rate of electrode melting;
- the temperature distribution in plasma and its electrical conductivity, respectively, are supposed to be given;
- the droplet is an arc anode;
- the welding arc is pure argon plasma;

*Model of electromagnetic processes.* Electric potential undergoes rapid change inside the anode layer [10]. Since the anode layer dimension is small enough versus the linear dimensions of problem (wire dimensions for example) the concept «anode voltage drop» is usually used. It has a nonlinear dependence on the current density at the anode surface, the anode temperature and the temperature of the plasma nearby. This peculiarity causes difficulties when calculating the electromagnetic field characteristics (electric potential field, current density). In early studies [14] the generalised formulations and the method on the basis of generalized functions theory was proposed for the problems with discontinuous solutions. However this method is difficult to be implemented when the anode surface has a complex geometry. In the current paper the FEM is used for the calculation of the electric potential field, which allows taking into account both the anode potential drop and the difference in electrical conductivities of the plasma and the electrode metal.

Let us write the governing equations for the electric potential:

\*Mathematical Modelling of Weld Phenomena 10, Graz University of Technology, 2013. — 12 pp.

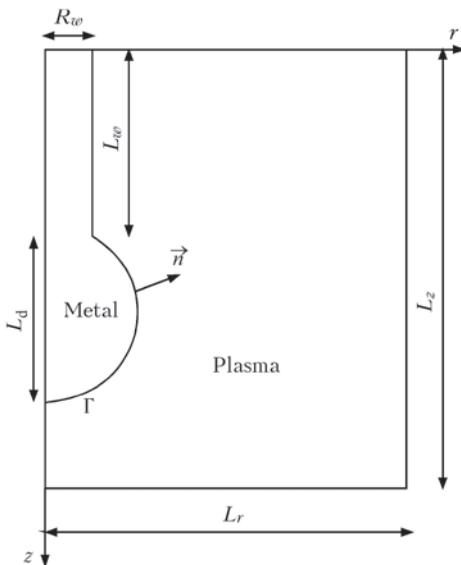


Fig. 1. Scheme of the calculation region

$$\begin{aligned} \operatorname{div}(\sigma_{Me} \operatorname{grad}(\varphi_{Me})) &= 0, \\ \operatorname{div}(\sigma_{Pl} \operatorname{grad}(\varphi_{Pl})) &= 0, \end{aligned} \quad (1)$$

where  $\varphi_{Me} = \varphi_{Me}(r, z)$  and  $\varphi_{Pl} = \varphi_{Pl}(r, z)$  are the electric potential in metal and in arc plasma accordingly,  $\sigma_{Me} = \text{const}$  and  $\sigma_{Pl} = \sigma_{Pl}(T_e)$  are the electrical conductivities of metal and plasma. Equations (1) are solved in regions  $\Omega_{Me}$  and  $\Omega_{Pl}$ , occupied by metal and plasma respectively (fig. 1).

The boundary conditions for the equations (1) are:

$$\begin{aligned} \varphi_{Pl}(r, L_z) &= 0, \\ \left. \frac{\partial \varphi_{Me}}{\partial r} \right|_{r=0, 0 \leq z \leq L_w + L_d} &= \left. \frac{\partial \varphi_{Pl}}{\partial r} \right|_{r=0, L_w + L_d \leq z \leq L_z} = \\ &= \left. \frac{\partial \varphi_{Pl}}{\partial r} \right|_{r=L_r} = 0, \quad -\sigma_{Me} \left. \frac{\partial \varphi_{Me}}{\partial z} \right|_{S_i} = j_w, \\ \left. \frac{\partial \varphi_{Pl}}{\partial z} \right|_{z=0, R_w \leq r \leq L_r} &= 0, \end{aligned} \quad (2)$$

where  $j_w = I / \pi R_w^2$  is the current density in the wire cross section  $S_i = \{z = 0, 0 \leq r \leq R_w\}$ . The conditions on the boundary  $\Gamma$  can be written as follows [10]:

$$(\varphi_{Pl} - \varphi_{Me})|_{\Gamma} = \Delta\varphi(j_n, T_e, T_s), \quad (3)$$

$$\sigma_{Me} \left. \frac{\partial \varphi_{Me}}{\partial n} \right|_{\Gamma} = \sigma_{Pl} \left. \frac{\partial \varphi_{Pl}}{\partial n} \right|_{\Gamma}. \quad (4)$$

Here  $j_n$  is the normal component of the current density on the anode surface,  $T_e$  is the plasma temperature near the anode and  $T_s$  is the anode surface temperature. The problem (1)–(4) has a variational analogue when the equation (3) is the linear relationship between  $j_n$  and  $\Delta\varphi$ :

$$(\varphi_{Pl} - \varphi_{Me})|_{\Gamma} = -j_n \alpha(T_e, T_s) + \beta(T_e, T_s), \quad (5)$$

where  $\alpha = \alpha(T_e, T_s)$ ,  $\beta = \beta(T_e, T_s)$  are the continuous functions on the surface  $\Gamma$ . The variational principle is formulated by the next way:

• Among all the continuously differentiable functions  $w_1$  and  $w_2$  defined in regions  $\Omega_{Me}$  and  $\Omega_{Pl}$  accordingly such that  $w_2(r, L_z) = 0$  it is the solution of the problem (1)–(4)  $\varphi_{Me}, \varphi_{Pl}$  that minimizes functional

$$\begin{aligned} J(w_1, w_2) &= \int_{\Omega_{Me}} \sigma_{Me} (\operatorname{grad}(w_1))^2 dv + \\ &+ \int_{\Omega_{Pl}} \sigma_{Pl} (\operatorname{grad}(w_2))^2 dv + \int_{\Gamma} \frac{(w_2 - w_1)^2}{\alpha} ds - \\ &- 2 \int_{\Lambda} (w_2 - w_1) \frac{\beta}{\alpha} ds - 2 \int_{S_i} j_w w_1 ds. \end{aligned} \quad (6)$$

The solution is determined iteratively. At every iteration the dependence (3) is reduced to (5) by linearization and the minimization problem is solved. The iterative process finishes when the required accuracy of the solution is achieved. Whereupon another important characteristics of the electromagnetic field are calculated.

• Current density field:

$$\begin{aligned} \vec{j}_{Me} &= -\sigma_{Me} \operatorname{grad}(\varphi_{Me}), \\ \vec{j}_{Pl} &= -\sigma_{Pl} \operatorname{grad}(\varphi_{Pl}). \end{aligned} \quad (7)$$

• Magnetic field strength:

$$H(r, z) = \frac{1}{r} \int_r^R j_z(\vec{r}, z) \vec{r} d\vec{r}. \quad (8)$$

• Electromagnetic forces:

$$\vec{F} = \mu \mu_0 [\vec{j}, \vec{H}], \quad (9)$$

where  $\mu_0$  and  $\mu$  are the permeability of vacuum and the medium accordingly. While using FEM for the problem concerned the linear triangular elements [15] are used. Triangulation of the computational region is made with help of the algorithm proposed by Persoon [16]. This algorithm is useful especially when remeshing is required due to changes in the geometry.

*Model of droplet formation.* Let us formulate the basic concepts of the droplet formation model used [12]. The function  $r = h(z, t)$ ,  $L_w \leq z \leq L_w + L_d$ ,  $t \geq 0$  describes the droplet form over time. The governing equations of the model are:

$$\begin{cases} \frac{\partial V}{\partial t} + V \frac{\partial V}{\partial z} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial z} + \frac{3\nu}{h^2} \frac{\partial}{\partial z} \left( h^2 \frac{\partial V}{\partial z} \right) + g, \\ \frac{\partial h^2}{\partial t} + \frac{\partial (Vh^2)}{\partial z} = 0, \\ p = 2\gamma K - \int_0^\infty F_r dr. \end{cases} \quad (10)$$

Here  $V$  is the axial velocity on the droplet axis,  $\gamma$ ,  $\nu$  and  $g$  are the surface tension, kinematic viscosity and gravitational acceleration respectively,  $K$  is the mean curvature of the molten metal surface. The integral in the 3-rd equation in (10) is the magnetic pressure  $P_{magn}$  which is responsible for the influence of electromag-

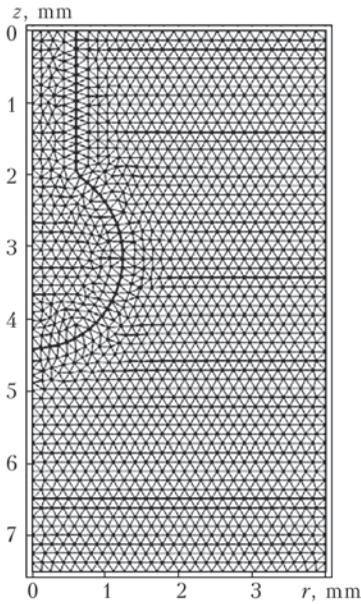


Fig. 2. FE mesh

netic forces on the droplet. Equations (10) are solved subject to the next initial and boundary conditions:

$$h(z,0) = h_0(z), \quad V(z,0) = 0, \quad z \in (L_w, L_w + L_d^{(0)}), \quad (11)$$

$$\begin{aligned} V(L_w + L_d, t) &= \frac{dL_d}{dt}, \quad V(L_w, t) = V_w, \\ h(L_w + L_d, t) &= 0, \quad h(L_w, t) = R_w, \end{aligned} \quad (12)$$

where  $L_d^{(0)}$  and  $h_0(z)$  are the initial droplet length and its form function,  $V_w$  is the wire feed rate. We solve the slender jet equations (10)–(12) using the FDM.

**Results and discussion.** We consider two types of arc attachment at the anode as shown in fig. 3. Besides the arc column (current carrying region) the form  $R_a = R_a(z)$  is supposed to be parabolic.

In both cases the arc radius is fixed at the bottom of the calculation region during the droplet formation and equals to 4 mm. In the first case the arc is attached at the solid-liquid boundary. In another case the arc attachment coincides with the point on the droplet surface where the droplet radius  $h$  is maximal. While carrying out the numerical simulation it was assumed

**Table 1. Welding parameters**

Welding current, $I$	200 A
Wire feed speed, $v_w$	4 m·min <sup>-1</sup>
Wire radius, $R_w$	0.6 mm
Shielding gas	Ar

**Table 2. Physical properties of the metal**

Density, $\rho$	7200 kg·m <sup>-3</sup>
Surface tension, $\gamma$	1.2 N·m <sup>-1</sup>
Conductivity, $\sigma_{Me}$	7.7·10 <sup>5</sup> S·m <sup>-1</sup>
Kinematic viscosity, $\nu$	8.33·10 <sup>-7</sup> m <sup>2</sup> ·s <sup>-1</sup>

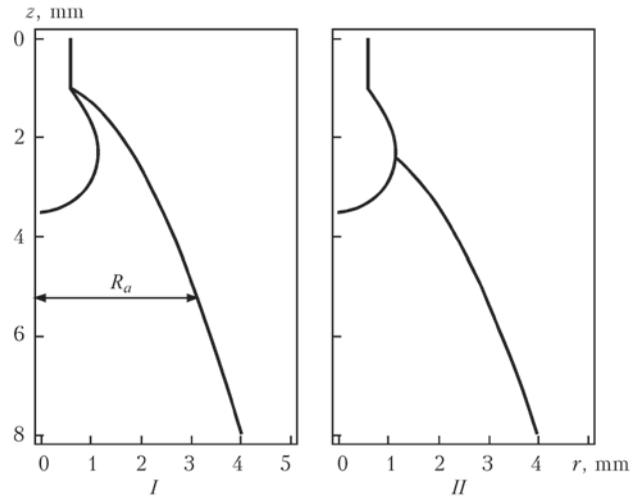


Fig. 3. Two types of arc attachment at the anode

that the plasma temperature in the arc column changes as follows

$$T(r) = (T_0 - T_{ext}) \exp(-a^4 r^4) + T_{ext}, \quad (13)$$

where  $T_{ext} = 500$  K,  $T_0 = 12000$  K, and the coefficient  $a$  was obtained from the assumption that  $T(R_a) = 5500$  K. In our investigation, we considered GMA welding of mild steel. The Input welding parameters used in the calculation are presented in table 1. The argon plasma electrical conductivity and material properties were taken from published data [17, 8] and are presented in table 2 and in fig. 4 respectively. Let us calculate the typical Weber number for the welding process considered:  $We = V_w^2 \rho R_w / \gamma = 0.016$ . According to the paper [13] the discrepancy between simulation results obtained by means of 1D and 2D accordingly under the given  $We$  does not exceed 2 %.

Figures 5–8 show characteristics of the electromagnetic field and the droplet shape for the welding processes considered at different stages of the droplet formation for two types of arc attachment (I and II accordingly). As can be seen in fig. 5 and table 3, arc attachment greatly influences the detached droplet size and the period of droplet formation. At the moment prior to droplet detachment the magnetic pressure does not behave monotonically (fig. 8) near the

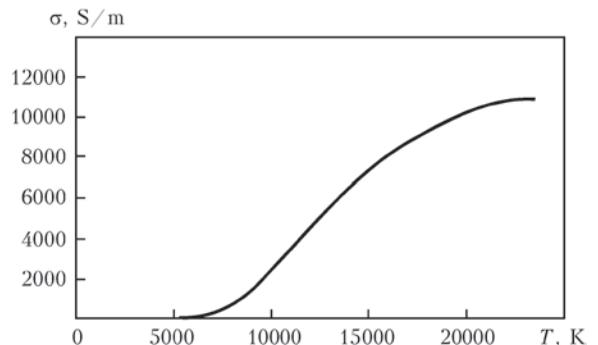


Fig. 4. Temperature dependence of Ar plasma electrical conductivity

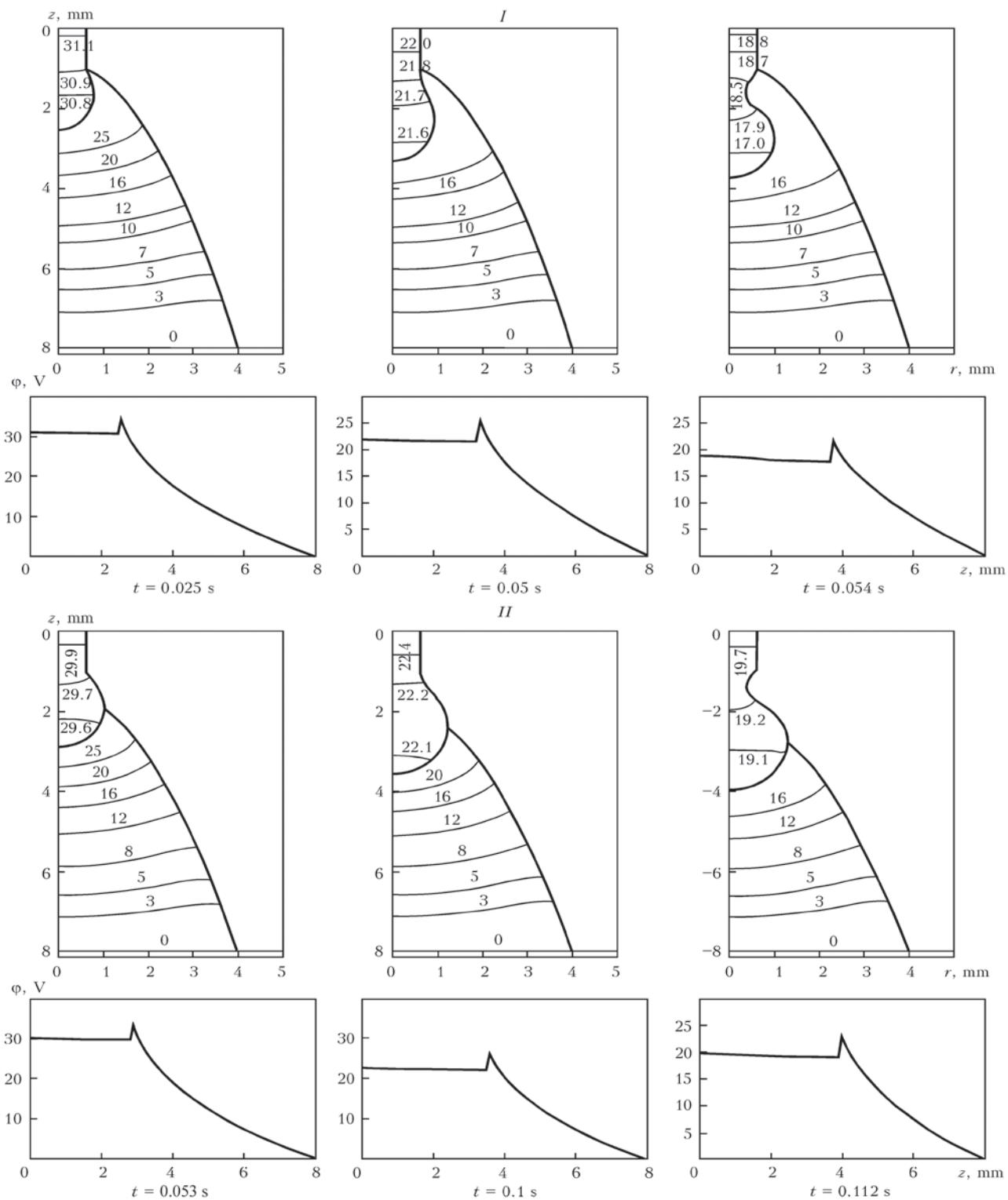


Fig. 5. Electrical potential fields and its distribution along the electrode axis

Table 3. Characteristics of the detached droplet

Type of arc attachment	Droplet radius, mm	Droplet formation period, s	Droplet volume, mm <sup>3</sup>
I	1.01	0.054	4.37
II	1.26	0.112	8.42

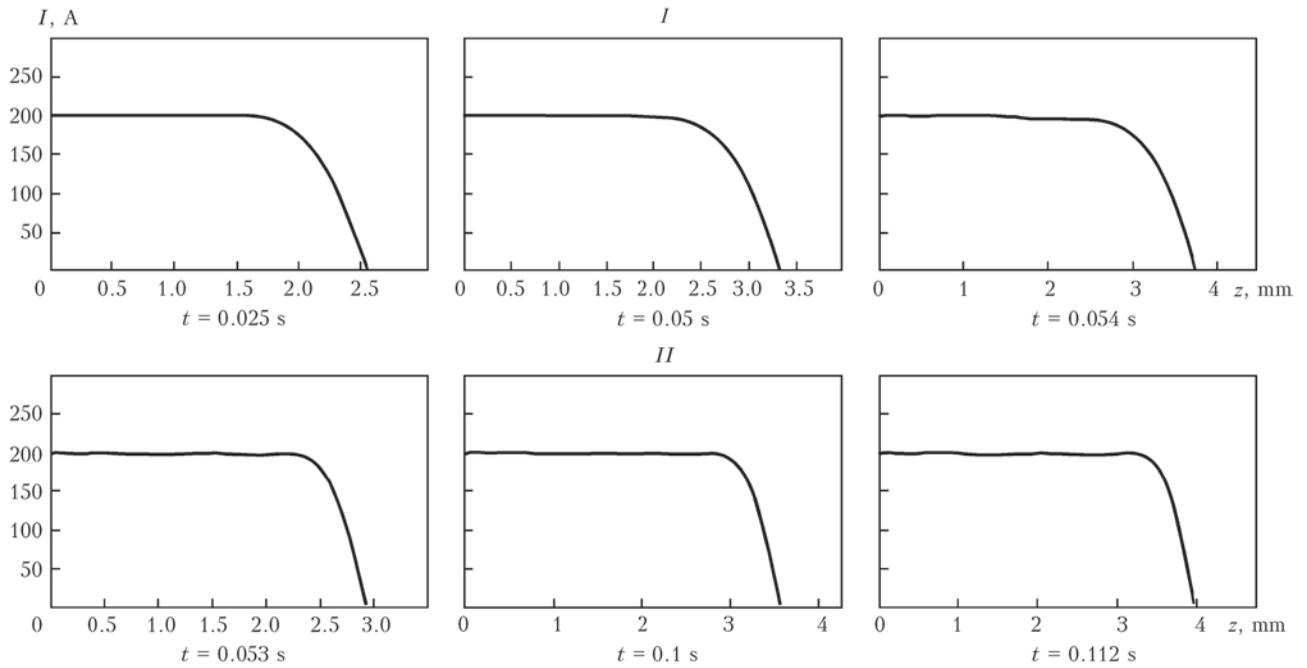


Fig. 6. Total current in the droplet (wire) cross section

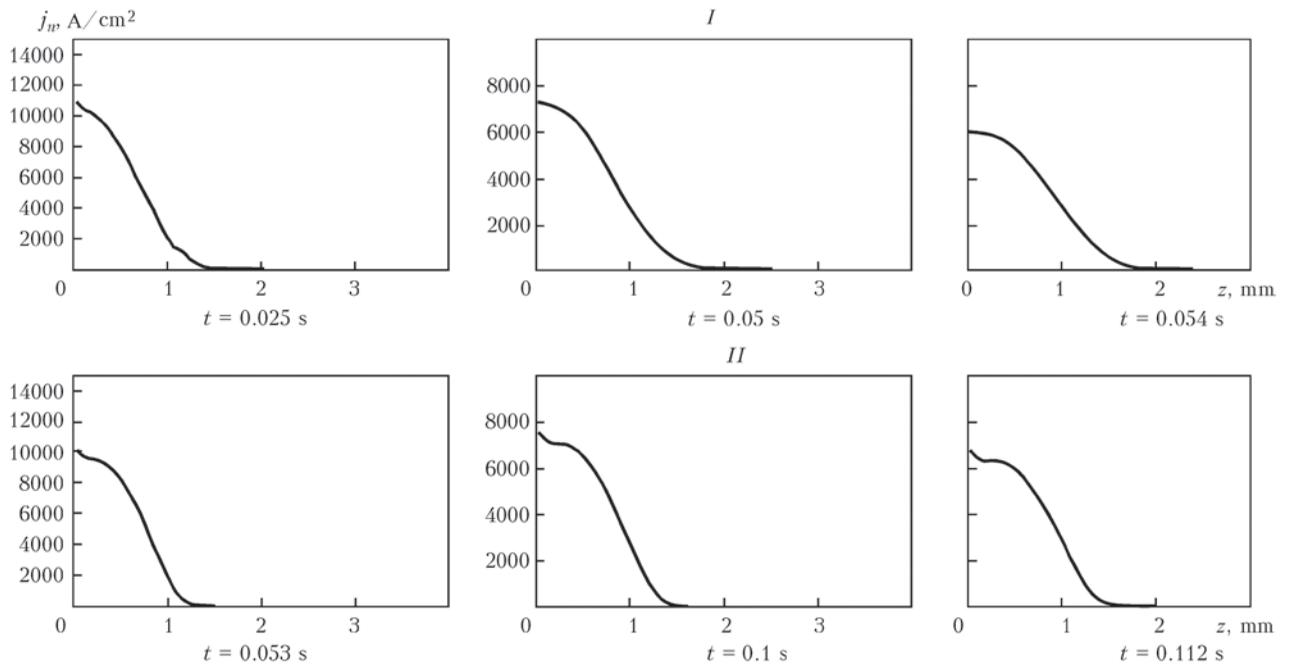


Fig. 7. Current density distribution along the droplet surface

droplet neck. This leads to change of direction of local Lorentz force in this part of the droplet. This leads to the rapid breakup of the neck. The characteristic value of potential drop in the anode layer for the welding parameters considered here is about 4 V. This is several times greater than in the metal region.

**Conclusions and future research.** The mathematical model to describe the droplet formation along with electrical processes in the «electrode wire–welding arc» system which takes into account the anode

potential drop during GMAW was presented. The calculation of the droplet form has been made by means of a slender jet approximation of Navier–Stokes equations. Such approach means less calculation time in comparison with the 2D volume of fluid simulations. Detailed simulations were carried out for different types of arc attachment. It has been shown that arc attachment at the droplet considerably influences the detached droplet size and the total time of droplet formation. This fact reflects the importance of the heat

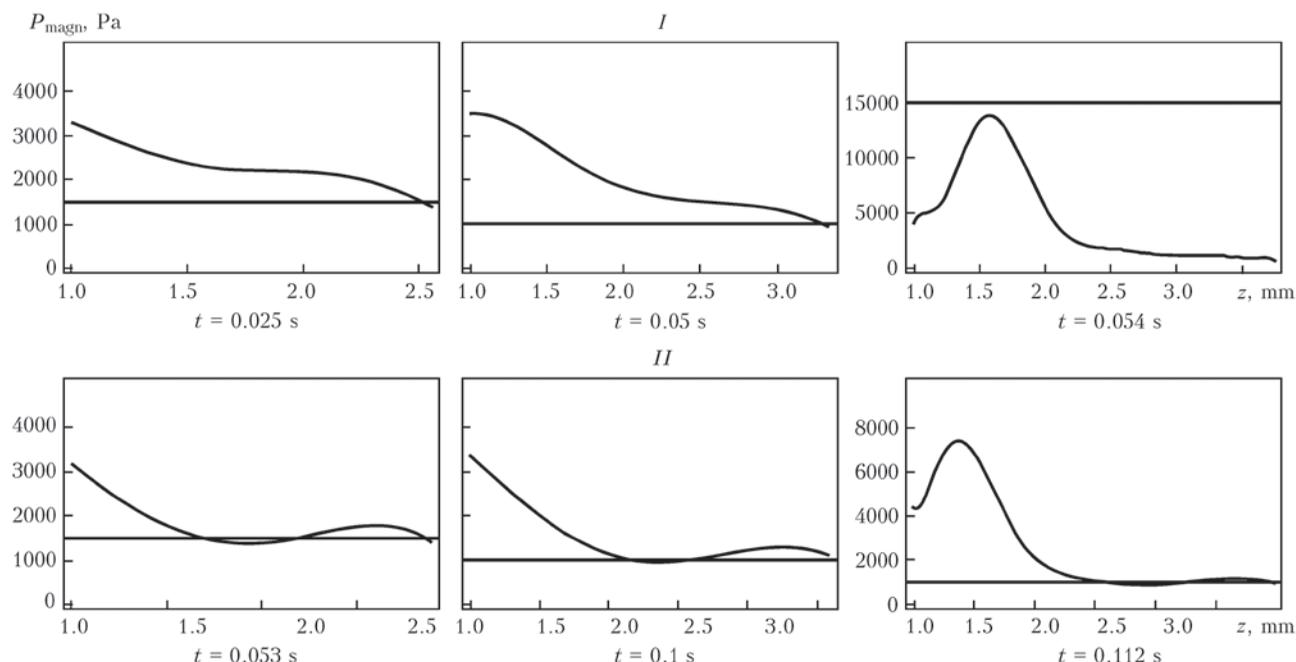


Fig. 8. Magnetic pressure distribution along the electrode axis

and mass transfer processes in the arc plasma, which influences its electrical conductivity distribution. The proposed mathematical model is expected to be the part of a complex self-consistent model of droplet formation during GMAW.

**Acknowledgements.** This work was carried out with the financial support of the German Research Foundation DFG RE-2755/3-3 «Development of a self-consistent physic-mathematical model of energy, mass and charge transfer in system «drop–anode sheath–arc column» during gas metal arc welding». The authors wish to express their thanks for this funding.

1. W. J. Green: An analysis of transfer in gas-shielded welding arcs, *AIEE Trans. II: Appl. Industry*, Vol. 79, pp. 194–203, 1960.
2. C. J. Allum: Metal transfer in arc welding as a varicose instability: I. Varicose instabilities in a current-carrying liquid cylinder with surface charge, *J. Phys. D: Appl. Phys.*, Vol. 18, pp. 1431–1446, 1985.
3. C. J. Allum: Metal transfer in arc welding as a varicose instability: II. Development of model for arc welding, *J. Phys. D: Appl. Phys.*, Vol. 18, pp. 1447–1468, 1985.
4. V. Nemchisky: Size and shape of the liquid droplet at the molten tip of an arc electrode, *J. Phys. D: Appl. Phys.*, Vol. 27, pp. 1433–1442, 1994.
5. J. C. Amson: Lorentz force in the molten tip of the arc electrode, *Brit. J. Appl. Phys.*, Vol. 16, pp. 1169–1179, 1965.
6. J. Hu, H. L. Tsai: Heat and mass transfer in gas metal arc welding. Part I: The arc, *Int. J. Heat Mass Transfer*, Vol. 50, pp. 833–846, 2007.

7. J. Hu, H. L. Tsai: Heat and mass transfer in gas metal arc welding. Part II: The metal, *Int. J. Heat Mass Transfer*, Vol. 50, pp. 808–820, 2007.
8. H. G. Fan, R. Kovacevich: A unified model of transport phenomena in gas metal arc welding including electrode, arc plasma and molten pool, *J. Phys. D: Appl. Phys.*, Vol. 37, pp. 2531–2544, 2004.
9. V. Nemchisky: Plasma parameters near a small anode in high-pressure arc (gas metal arc welding), *J. Phys. D: Appl. Phys.*, Vol. 27, pp. 2515–2521, 1994.
10. I. Krivtsun, V. Demchenko, O. Lisnyi, et al. Modelling of electromagnetic processes in system «welding arc–evaporating anode». Part 1 — Model of anode region, *Sci. Tech. Welding Joining*, Vol. 15, No. 6, pp. 457–462, 2010.
11. J. Eggers, T. F. Dupont: Drop formation in a one-dimensional approximation of the Navier–Stokes equation, *J. Fluid Mech.*, Vol. 262, pp. 205–221, 1994.
12. O. Semenov, V. Demchenko, I. Krivtsun, et al. Dynamic model of droplet formation in GMA welding, *Model. Simul. Mater. Sci. Eng.*, Vol. 20, No 4, p. 045003, 2012.
13. B. Ambravaneswaran, E. D. Wilkes, O. A. Basaran: Drop formation from a capillary tube: Comparison of one-dimensional and two-dimensional analyses and occurrence of satellite drops, *Phys. Fluids*, Vol. 14, No 8, pp. 2606–2621, 2002.
14. V. F. Demchenko, V. O. Pavlyk, U. Diltthey, et al. Problems of heat, mass and charge transfer with discontinuous solutions, *Europ. J. Appl. Math*, Vol. 22, No. 4, pp. 365–380, 2011.
15. O. C. Zienkiewicz, R. L. Taylor: *The Finite Element Method*. Vol. 1: The Basis, Oxford. Butterworth-Heinemann, 2000.
16. P. Perssoon, G. Strang: A simple mesh generator in MATLAB, *SIAM Review*, Vol. 42, No. 2, pp. 329–345, 2004.
17. R. S. Devoto: Transport coefficients of ionized argon, *Phys. Fluids*, Vol. 16, No. 5, pp. 616–623, 1973.

### 1.3.5. TASK OF VOLUMETRICAL EVAPORATION AND BEHAVIOUR OF DROPLETS IN PULSED MIG WELDING OF AlMg ALLOYS\*

U. REISGEN, O. MOKROV, A. ZABIROV, I. KRIVTSUN, V. DEMCHENKO, O. LISNYI, I. SEMENOV

#### Nomenclature:

- $\lambda$  — thermal conductivity (W/(m·K));  
 $\rho$  — density (kg/m<sup>3</sup>);  
 $c_p$  — specific heat capacity (J/(kg·K));  
 $a$  — thermal diffusivity (m<sup>2</sup>/s);  
 $T$  — temperature (K);  
 $T_0$  — initial temperature (K);  
 $T_e$  — temperature of electrons near the anode surface (K);  
 $T_s$  — surface temperature (K);  
 $T_b$  — boiling point (K);  
 $L$  — wire length (m);  
 $q_h$  — heat flux in anode from arc plasma (W/m<sup>2</sup>);  
 $q_v$  — heat flux due to evaporation (W/m<sup>2</sup>);  
 $q$  — total heat flux to the anode (W/m<sup>2</sup>);  
 $q_{Mg}$  — specific mass flux of evaporation (kg/(m<sup>2</sup>·s));  
 $t$  — time (s);  
 $C$  — concentration of Mg in the AlMg<sub>3</sub> alloy;  
 $C_s$  — concentration of Mg at the evaporation surface;  
 $D$  — diffusion coefficient of Mg in Al (m<sup>2</sup>/s).

**Introduction.** Nowadays, gas metal arc welding (GMAW) is a joining process used in many industry sectors. After many years of its invention, research and development continue to provide improvements increasing the quality and efficiency of the process.

Aluminium is a widely used material and has found many new applications as an engineering material. Growth is taking place mainly in the transport sector, i.e. cars, buses, trains and marine vessels. Pure aluminium has poor mechanical properties and is therefore not used in load-bearing constructions. The metal is therefore alloyed and heat treated or hardened to obtain the required properties. Among others, magnesium is one of the most widely used alloy materials.

In recent years, problems related to evaporation of molten anode metal into arc plasma during GMAW have been of interest for the welding research community [1–8]. The presence of metal vapour may strongly change the physical properties of arc plasma and, consequently, can influence the mass, energy and charge transfer processes in the arc [9]. For this reason, mathematical modelling of the evaporation

process is of great interest for future development of GMAW technologies.

**Problem statement.** During experiments of pulsed MIG welding of AlMg<sub>3</sub> alloy, the droplets explosion phenomenon was observed for different parameters of the welding process (Fig. 1). The experiments and results are presented in [10]. In the Appendix, the installed and measured process parameters for these experiments are represented for chosen examples. It was shown that given pulse ranges do not provide satisfying results and lead to explosion for different welding parameters. Droplet explosion leads to increased spatter and, as a consequence, higher costs.

As seen in Table, when the temperature reaches 2792 K, aluminium just begins to evaporate and magnesium is overheated by 1400 K above its boiling point. The authors suppose the droplet explosion occurs because of volumetrical overheating of the alloy above its boiling point.

An estimation of such scenario requires studying the evaporation process of the AlMg alloy. To study the problem of volumetrical evaporation of droplets in pulsed MIG welding of AlMg alloys, a simplified one dimensional (1D) model for heat transfer and dif-

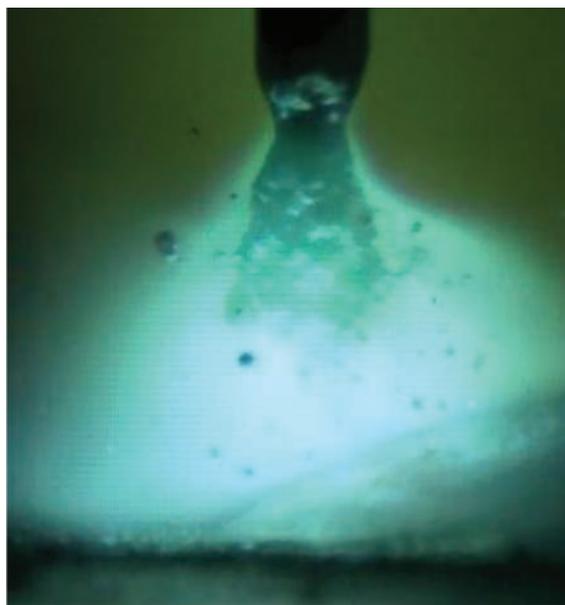


Fig. 1. Droplet explosion

\*Welding in the World. — 2013. — Vol. 53, № 3.

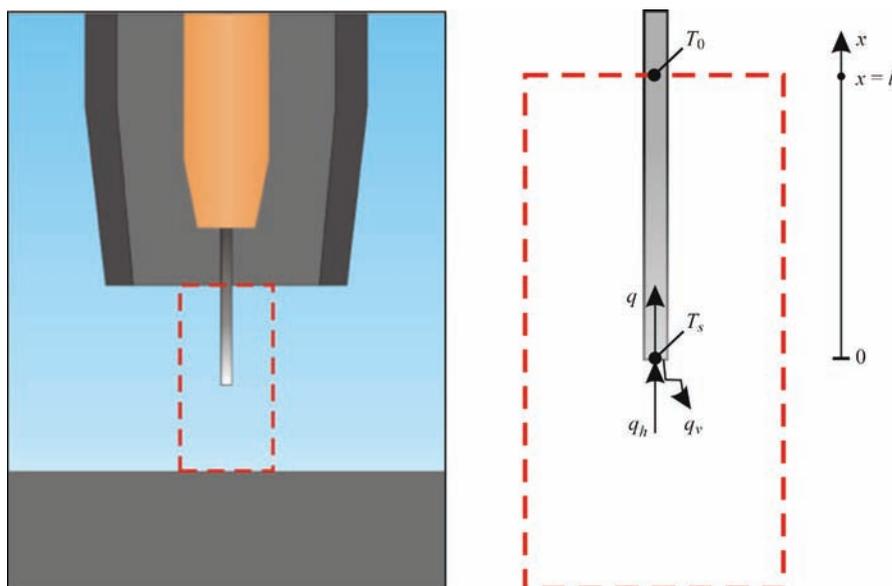


Fig. 2. Schematic of the task

fusion in the wire was developed. A scheme of the problem in 1D formulation is shown in Fig. 2.

The change of the droplet geometry was neglected. Heat and mass fluxes due to evaporation losses are used as boundary conditions in this problem. They were calculated using the model described in the next section.

**Model for heat losses due to evaporation.** A model of the binary alloy anode evaporation in gas metal arc welding is proposed in [9]. The model allows one to calculate basic physical properties of multicomponent arc plasma near the anode surface as functions of the anode surface temperature ( $T_s$ ), anode chemical composition ( $C_s$ ), electron temperature ( $T_e$ ), and electric current density ( $j_a$ ) at the anode surface. Several physical parameters are calculated for a wide range of  $T_s$  and different values of the magnesium mass fraction  $C_s$ .

For our calculation, the values were defined as  $T_e = 7000$  K and  $j_a = 7000$  A/cm<sup>2</sup>, which corresponds to

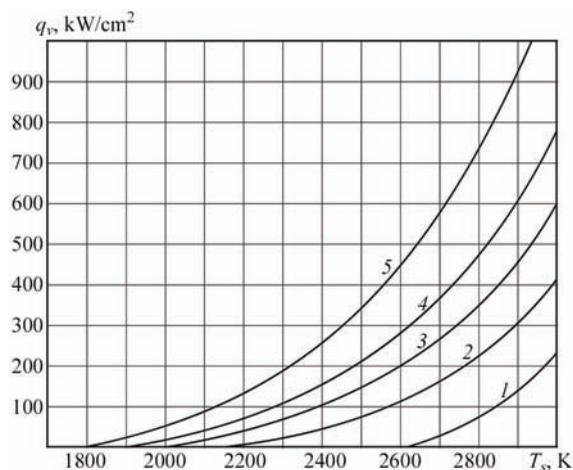


Fig. 3. Dependence of heat loss due to evaporation on the surface temperature for different values of magnesium mass fraction: Al (1), AlMg<sub>1</sub> (2), AlMg<sub>2</sub> (3), AlMg<sub>3</sub> (4), AlMg<sub>5</sub> (5) [9]

the values used in [9]. The current density to the anode is equal to a 60 A welding current for a wire diameter of 1.0 mm. In addition, results from [9] are presented in Figs. 3–7 and were used in the calculations.

The dependence of heat loss due to evaporation ( $q_v$ ) on the surface temperature for different values of magnesium mass fraction is presented in Fig. 3 [9]. In Fig. 4, we expose the influence of heat loss due to evaporation on the total heat flux coming from the arc plasma to the anode. Here, the solid line indicates the heat flux in anode from arc plasma ( $q_h$ ), and the dashed line indicates the total heat flux  $q = q_h - q_v$  at surface temperature. As is seen in Fig. 4, the total heat flux  $q$  decreases sharply when the surface temperature exceeds the boiling temperature of the alloy ( $T_b$  of AlMg<sub>3</sub> is 1933 K). It results from the fact that  $q_v$  (see Fig. 3) can be comparable with  $q_h$ .

In Fig. 5, the dependence of temperature and concentration on the heat flux to the anode from arc plasma is represented. The dependence of the total losses of AlMg due to evaporation and mass flux density during magnesium evaporation on  $T_s$  and content of magnesium  $C_s$  are represented in Figs. 6 and 7, respectively.

The detailed description of this model is presented in [9]. This model was used as a part of the mathematical model described in the next section.

#### Selected properties of Al and Mg

Property	Al	Mg
Thermal conductivity, W/(m·K)	237	156
Specific heat capacity, J/(kg·K)	897	1023
Density, kg/m <sup>3</sup>	2700	1738
Melting point, K	933	923
Boiling point, K	2792	1363

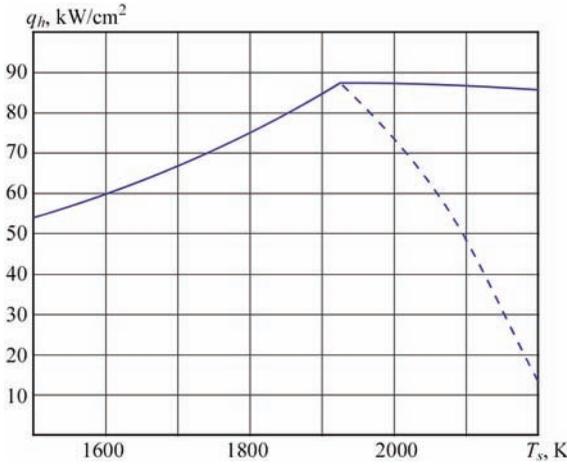


Fig. 4. Influence of heat loss due to evaporation on the total heat flux coming from the arc plasma to the anode:  $T_e = 7000$  K,  $j_a = 7000$  A/cm<sup>2</sup>,  $C = 3$  %

**Mathematical model of heat transfer and diffusion.** 1D heating process is described by the following equation

$$\frac{\partial T}{\partial t} = a \frac{\partial^2 T}{\partial x^2}, \quad 0 < x < l, \quad (1)$$

where  $a = \lambda/c\rho$  is a thermal diffusivity;  $l = 2$  mm is the length of the calculation area.

For the segment  $[0, l]$ , the following boundary conditions were used

$$\lambda \frac{\partial T}{\partial x} \Big|_{x=0} = q_h(T_s, C_s) - q_v(T_s, C_s); \quad (2)$$

$$T|_{x=l} = T_0, \quad (3)$$

where  $\lambda$  is the thermal conductivity,  $q_h$  is the heat flux in anode from arc plasma, and  $q_v$  is heat flux due to evaporation.

At the beginning ( $t = 0$ ), the initial temperature is  $T_0 = 993$  K, which is the melting point of the AlMg<sub>3</sub> alloy. The distribution of magnesium concentration is considered by the diffusion equation

$$\frac{\partial C}{\partial t} = D \frac{\partial^2 C}{\partial x^2}, \quad 0 < x < l, \quad (4)$$

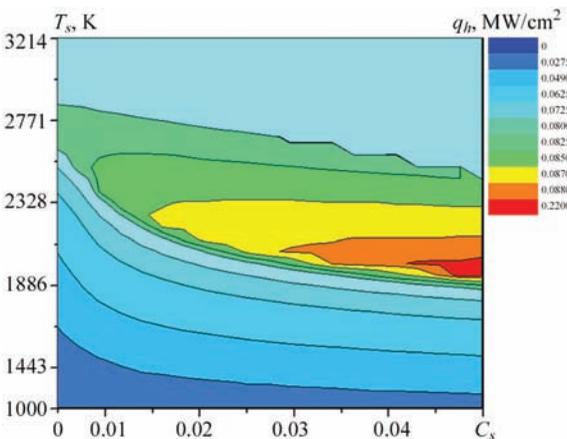


Fig. 5. Influence of  $T_s$  and  $C_s$  on heat flux in anode from arc plasma along the alloy wire

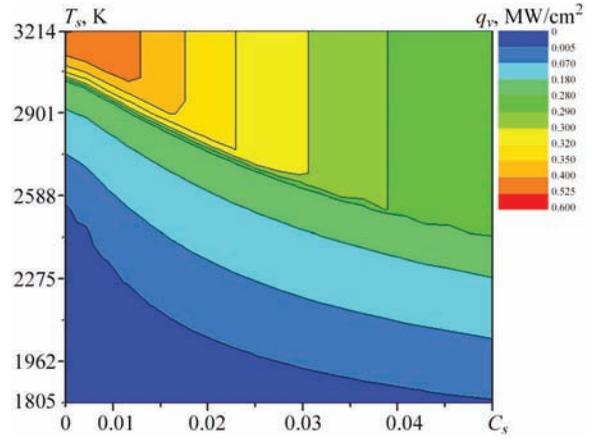


Fig. 6. Influence of  $T_s$  and  $C_s$  on heat loss due to evaporation along the alloy wire

where  $C$  and  $D$  are concentration and diffusion coefficients of magnesium in aluminium.

For the segment  $[0, l]$ , the following boundary conditions were used

$$D \frac{\partial C}{\partial x} \Big|_{x=0} = q_{Mg}(T_s, C_s); \quad (5)$$

$$C|_{x=l} = C_0, \quad (6)$$

where  $q_{Mg}$  is the specific mass flux of evaporation.

At the beginning ( $t = 0$ ), the initial concentration of the AlMg<sub>3</sub> alloy is  $C_0 = 0.03$ .

To take into account the phenomena of heat and mass convective transport in a liquid droplet, the following compensation approach was used. The thermal conductivity of the AlMg alloy is 93 W/(m·K) near the melting point of the alloy. For our calculation, this coefficient was increased in three times. The diffusion coefficients  $D$  of magnesium in aluminium is  $6 \cdot 10^{-8}$  cm<sup>2</sup>/s near the melting point of the alloy [11]. For our calculation, this coefficient was increased to up to  $D = 10^{-5}$  cm<sup>2</sup>/s.

Solutions to problems (1) to (6) are temperature ( $T$ ) and concentration ( $C$ ) as function of the spatial variable  $x$  and time  $t$ . The fluxes  $q_h$ ,  $q_v$ , and  $q_{Mg}$  are determined by the external programme, described

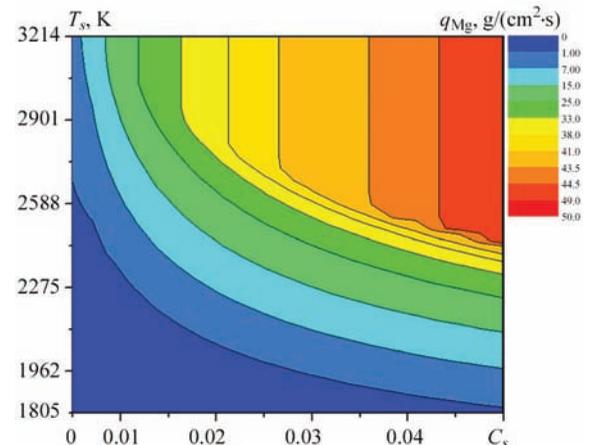


Fig. 7. Influence of  $T_s$  and  $C_s$  on Mg mass flux along the alloy wire

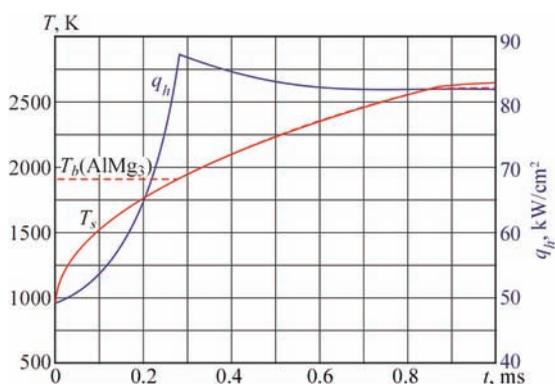


Fig. 8. Time dependent characteristics: total heat flux in anode from arc plasma  $q_h$ , boiling point of alloy  $T_b$

in Section 3 and in [9]. These values of these fluxes are shown as functions of  $T_s$  and  $C_s$  in Figs. 5–7, respectively. The fluxes have a nonlinear dependence on temperature and concentration at the surface. This fact has made it necessary to develop a special iteration process to combine the heat and mass transfer in conjugate calculation.

**Results.** Figure 8 represents the time profile for the following characteristics on the anode surface at  $x = 0$ :

- heat flux in the anode from arc plasma  $q_h$ , which appears to be a nonmonotonic function;
- boiling point  $T_b = f(C_s)$  of the alloy, which is constant until the magnesium starts to evaporate;
- $T_s$  of the alloy, which stays sufficiently close above the  $T_b$  of current chemical composition of the alloy.

Let us consider these characteristics for the initial period of time. The  $q_h$  raises the  $T_s$  of the alloy. After the  $T_s$  reach the  $T_b$  of the alloy, the evaporation process begins. This causes the  $q_v$  and the total heat flux to the anode decreases.

The magnesium evaporation rate on the surface is much higher than the diffusion rate of magnesium through the wire including the «new» alloy metal coming from the wire feed. Thus, the concentration of magnesium on the surface tends to zero. Since the amount of magnesium on the surface rapidly decreases, the metal vapour consists mainly of aluminium.

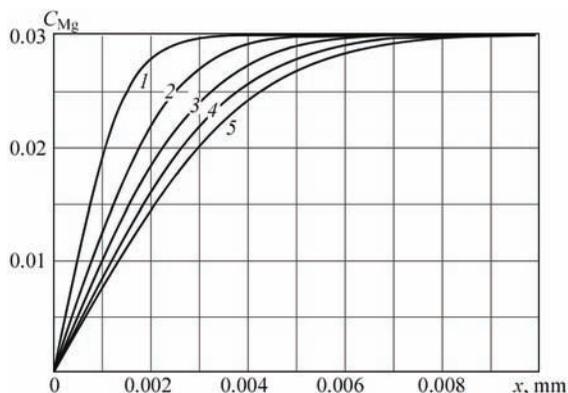


Fig. 9. Distribution of Mg along the wire for different time steps. Numbers 1 to 5 indicates time in milliseconds

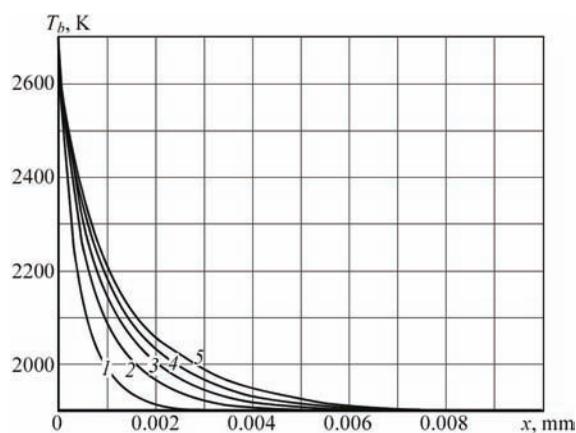


Fig. 10. Boiling point distribution along the wire for different time steps. Numbers 1 to 5 indicates time in milliseconds

The boiling point of the alloy rises almost up to the boiling point of pure aluminium, which leads to an increase of the  $T_s$  of the alloy.

Increasing the surface temperature increases the evaporation rate. At that time (about 1 ms) the energy costs for evaporation, heating, and melting of the alloy wire becomes commensurable to the  $q_h$ . This slows down the increase of  $T_s$ ,  $T_b$ , and  $q_h$  becomes constant. The next three figures correspond to the time curve from 1 to 5 ms after the heating.

In Fig. 9, the distribution of magnesium along the wire is shown for the AlMg<sub>3</sub> alloy. As we can see, the area of magnesium de-inreachment is quite small, at 5 ms it is less than 0.01 mm. This small de-inreached area is located almost on the heat surface and favoured the increase of  $T_s$  almost to the boiling point of pure Al.

Figure 10 shows the  $T_b$  along the wire. This boiling temperature is defined by the current concentration of magnesium in the wire.

As we can see in Fig. 11, there are two characteristic areas along the wire:

1. In the first area, at the surface (0–0.01 mm), the alloy is magnesium de-inreached, because of which the volumetrical evaporation cannot occur.

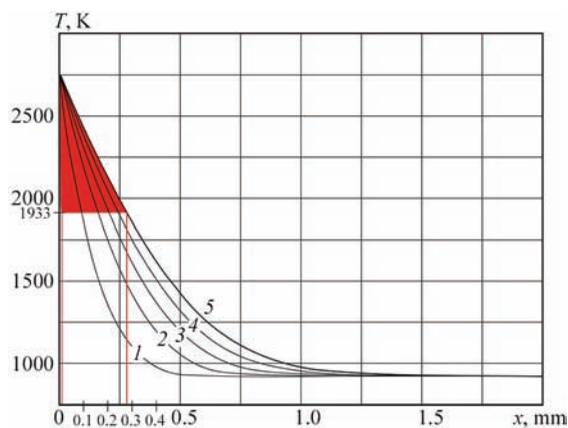
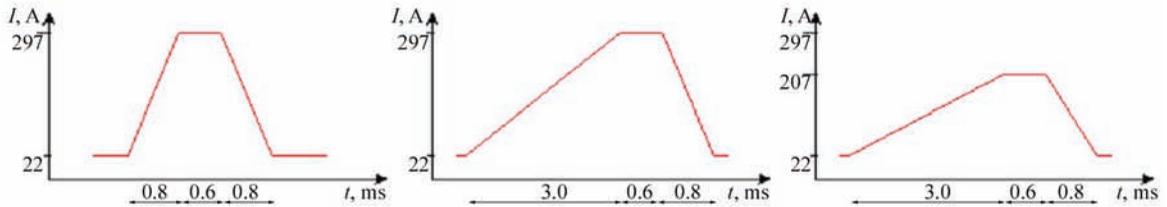


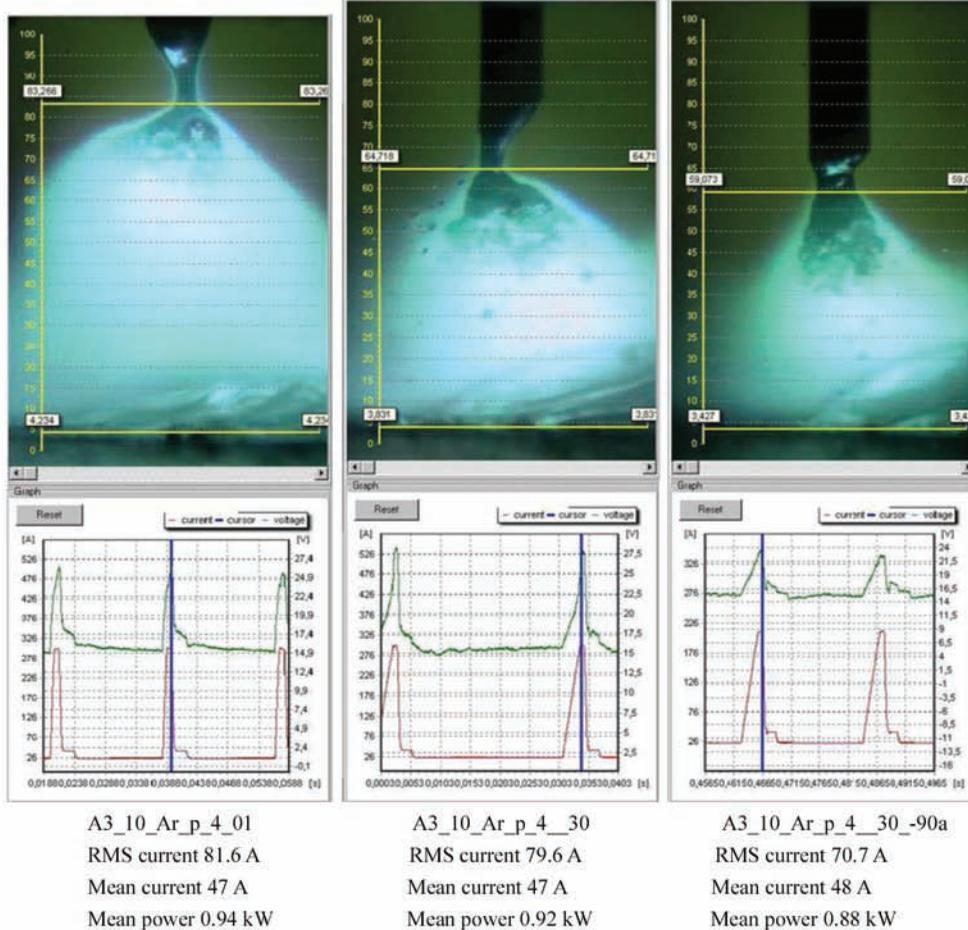
Fig. 11. Temperature distribution along the wire for different time steps. Numbers 1 to 5 indicates time in milliseconds. Grey line border of the overheated area inside the AlMg<sub>3</sub> alloy

Appendix

Welding process parameters: MIG pulse; wire AlMg<sub>3</sub>, Ø 1 mm, 4 m/min; gas argon, 15 l/min, pulsed welding current



Measured welding parameters:



2. The next area is the area overheated above  $T_b$  (0.01–0.25 mm), where the local distribution of  $T$  is higher than  $T_b$ . In this overheated region, there are favourable conditions for the volumetrical evaporation of dissolved magnesium.

Such arrangement of the areas leads to the volumetrical evaporation caused by the heating source at the surface.

Conclusions

A simplified 1D model for studying the phenomena of droplet behaviour in pulsed MIG welding of AlMg alloys is proposed. The used boundary conditions are

nonlinear and solved in external modules using mathematical models of binary alloy evaporation.

The calculations were made for AlMg<sub>3</sub> alloy at a mean welding current  $I = 60$  A and  $j = 7000$  A/cm<sup>2</sup>. During the impulse phase of pulsed MIG welding, the surface of filler metal heats up to the boiling point of the AlMg<sub>3</sub> alloy, in approximately 0.3 ms. Due to the deenrichment of magnesium at the surface of the molten filler metal, the boiling point of the alloy rises up to the boiling point of pure aluminium (about 1 ms), which leads to an increase of the surface temperature of the alloy.

The selective evaporation and deenrichment of magnesium takes place at the surface of the molten

filler metal (0.01 mm deep). Behind the deenriched area the overheated area is located (0.01–0.25 mm deep,  $T$  is overheated to about 400 K above  $T_b$ ). This leads to volumetrical overheating of the alloy and the free surface becomes very unstable and explodes, which is demonstrated in experiments.

**Acknowledgments.** *This work was carried out with the financial support of the German Research Foundation DFG RE-2755/3-3 «Development of self-consistent physicomathematical model of energy, mass and charge transfer in system «drop–anode sheath–arc column» during gas metal arc welding». The authors wish to express their thanks for this funding.*

1. Tanaka M., Yamamoto K., Tashiro S., Nakata K., Ushio M., Yamazaki K., Yamamoto E., Suzuki K., Murphy A.B., Lowke J.J. (2008) Metal vapour behaviour in gas tungsten arc thermal plasma during welding. *Weld. World* 52(11–12): 82–88. doi:10.1007/BF03266686.
2. Murphy A.B., Tanaka M., Yamamoto K., Tashiro S., Sato T., Lowke J.J. (2009) Modelling of thermal plasmas for arc welding: the role of the shielding gas properties and of metal vapour. *J. Phys. App. Phys.* doi:10.1088/0022-3727/42/19/194006.
3. Krivtsun I., Demchenko V., Lesnoi A., Krikent I., Poritsky P., Mokrov O., Reisgen U., Zabiroy A., Pavlyk V. (2010) Modelling of electro-magnetic processes in system «welding arc–evaporating anode». Part 1 — Model of anode region. *Sci. Technol. Weld. Join.* 15(6): 457–462.
4. Krivtsun I., Demchenko V., Lesnoi A., Krikent I., Poritsky P., Mokrov O., Reisgen U., Zabiroy A., Pavlyk V. (2010) Modelling of electromagnetic processes in system «welding arc–evaporating anode». Part 2 — Model of arc column and anode metal. *Sci. Technol. Weld. Join.* 15(6): 463–467.
5. Murphy A.B. (2010) The effects of metal vapour in arc welding. *J. Phys. D Appl. Phys.* doi:10.1088/0022-3727/43/43/434001.
6. Schnick M., Fuessel U., Hertel M., Haessler M., Spille-Kohoff A., Murphy A.B. (2010) Modelling of gas–metal arc welding taking into account metal vapour. *J. Phys. D Appl. Phys.* doi:10.1088/0022-3727/43/43/434008.
7. Wang J.-B., Nishimura H., Katayma S., Mizutani M. (2011) Evaporation phenomena of magnesium from droplet at welding wire tip in pulsed MIG arc welding of aluminium alloys. *Sci. Technol. Weld. Join.* 16(5):418–425(8).
8. Reisgen U., Schleser M., Mokrov O., Zabiroy A. (2011) Simulation des Tropfenübergangs beim MSG-Impulslichtbogen-schweißen, DVS Congress/DVS Expo: Große Schweißtechnische Tagung, DVS-Berichte. Band 275:554–559.
9. Semenov I., Krivtsun I., Demchenko V., Semenov A., Reisgen U., Mokrov O., Zabiroy A. (2012) Modelling of binary (Al–Mg) alloy anode evaporation in arc welding. *Modelling Simulation Mater. Sci. Eng.* doi:10.1088/0965-0393/20/5/055009.
10. Reisgen U., Zabiroy A., Rojas E. (2012) Tropfenuntersuchung beim MIG-Schweißen mit AlMg-Werkstoffen, 32. Assistentenseminar Füge- und Schweißtechnik, DVS-Berichte. Band 284:118–122.
11. Rothman S.J., Peterson N.L., Nowicki L.J., Robinson L.C. (1974) Tracer diffusion of magnesium in aluminum single crystals. *Phys. Stat. Solid.* 63(1): K29–K33.

### 1.3.6. МЕТОДЫ МАТЕМАТИЧЕСКОГО МОДЕЛИРОВАНИЯ ПРОЦЕССОВ ФОРМИРОВАНИЯ И ПЕРЕНОСА КАПЕЛЬ ЭЛЕКТРОДНОГО МЕТАЛЛА ПРИ СВАРКЕ ПЛАВЯЩИМСЯ ЭЛЕКТРОДОМ (ОБЗОР)\*

А.П. СЕМЕНОВ

Интерес к проблеме переноса металла при сварке плавящимся электродом обусловлен рядом причин. Известно, что формирование капли электродного металла может сопровождаться перегревом капли, приводящим к значительным потерям легирующих элементов, которые содержатся в сварочной проволоке, объемным вскипанием и разбрызгиванием металла капли, замыканием дугового промежутка и др. Кроме того, характер переноса металла в значительной степени оказывает влияние на процессы, протекающие в сварочной ванне, что в свою очередь определяет формирование сварного шва. Обеспечение направленного переноса металла при сварке в различных пространственных положениях также имеет важное значение. Поэтому в настоящей работе изложены известные теоретические подходы и описаны существующие математические модели, позволяющие прогнозировать основные характеристики переноса металла при различных технологических параметрах процесса сварки плавящимся электродом.

Методы математического моделирования формирования капель и переноса электродного металла при сварке плавящимся электродом можно условно разделить на две основные группы (рис. 1). К первой относятся подходы, которые дают возможность прогнозировать лишь отдельные характеристики процесса переноса металла такие, как размер и частота отрыва капель. Основной недостаток этих моделей заключается в том, что они не позволяют определять форму капли, а также описывать явления переноса заряда и энергии в расплавленном электродном металле, сопровождающие рассматриваемый технологический процесс. Первая группа включает методики Static Force Balance Theory (SFBT) [1–3], Pinch Instability Theory (PIT) [4–6], а также Dynamic Force Balance Theory (DFBT) [7, 8]. Ко второй группе относится модель формирования капли в рамках гидростатического приближения [9–11], а также модели, в основе которых лежат уравнения движения вязкой несжимаемой жидкости. В свою очередь в под-

группе динамических моделей можно выделить приближение тонкой струи [12–14], а также модели, основанные на полной системе уравнений Навье–Стокса [15–20]. Рассмотрим наиболее распространенные из перечисленных выше методов.

**SFBT.** В основе этого метода лежит анализ величины равнодействующей всех сил, приложенных к капле расплавленного металла. Размеры капель и частота их обрыва вычисляются исходя из критерия обрыва. Предполагаем, что капля имеет осесимметричную форму и ее обрыв происходит в момент, когда сила, направленная на отрыв капли, сравнима по абсолютной величине со значением удерживающей силы. Формирование и отрыв капли определяется совместным действием сил поверхностного натяжения, тяжести, электромагнитной, а также аэродинамической силы, обусловленной механическим взаимодействием капли металла с потоком защитного газа. Сила поверхностного натяжения вычисляется с помощью формулы

$$F_s = 2\pi R_w \gamma, \quad (1)$$

где  $R_w$  — радиус электрода;  $\gamma$  — коэффициент поверхностного натяжения жидкого металла. Отметим, что в процессе роста капли аксиальная компонента удерживающей силы изменяется по значению и формула (1) определяет лишь ее максимально возможное значение (оценка сверху). Сила тяжести вычисляется из предположения, что капля имеет форму сферы радиусом  $R_d$

$$F_g = \frac{4}{3}\pi R_d^3 \rho g, \quad (2)$$

где  $\rho$  — плотность металла капли;  $g$  — ускорение свободного падения. Для определения интегральной электромагнитной силы обычно используется подход, предложенный в работе [21]. Запишем окончательное выражение для вычисления силы Лоренца, действующей на каплю:

$$F_{em} = \frac{\mu_0 I^2}{4\pi} \left( \frac{1}{4} + \frac{1}{1 - \cos \phi} - \frac{2}{(1 - \cos \phi)^2} \times \right. \\ \left. \times \ln \left( \frac{2}{1 + \cos \phi} \right) - \ln \left( \frac{R_d \sin \phi}{R_w} \right) \right), \quad (3)$$

\*Автоматическая сварка. — 2014. — № 10. — С. 3–12.



Рис. 1. Классификация методов теоретического исследования процессов формирования и переноса капель электродного металла

где угол  $\phi$  определяет токопроводящую область на поверхности капли (область анодной привязки дуги) (рис. 2).

Аэродинамическое сопротивление приближенно вычисляется как сила, действующая на сферу в потоке газа:

$$F_a = \pi R_d^2 C_D \frac{\rho_g v_g^2}{2}, \quad (4)$$

где  $C_D$  — коэффициент аэродинамического сопротивления;  $\rho_g, v_g$  — плотность и скорость потока защитного газа соответственно. Размеры оторвавшейся капли находятся путем решения нелинейного уравнения относительно неизвестной величины  $R_d$

$$F_s = F_a(R_d) + F_{em}(R_d) + F_g(R_d). \quad (5)$$

Частота обрыва капель легко вычисляется при известных значениях скорости подачи проволоки и радиуса капли.

Как видно, анализ силовых факторов, оказывающих влияние на характеристики переноса метал-

ла, скорее носит оценочный характер, поскольку поверхность капли полагается сферической. Возможно, именно поэтому наилучшее соответствие между экспериментальными результатами и расчетными данными, полученными с помощью метода SFBT, наблюдается в случае крупнокапельного режима переноса металла (рис. 3). Кроме того, при выводе выражения (3) делалось допущение, что плотность тока имеет равномерное распределение в области анодной привязки дуги. Следует также отметить, что в рамках SFBT нельзя обосновать влияние различных видов защитного газа, а также длины вылета электрода на процесс формирования и отрыва капель.

**DFBT.** Эта модель во многом имеет сходство с моделью SFBT. В связи с этим в настоящей работе не уделяется внимание ее детальному описанию. Основное отличие модели DFBT от SFBT заключается в том, что в ней дополнительно учитываются инерционные силы.

**PIT.** Формирование капель электродного металла в рамках модели PIT рассматривается как распад цилиндрической струи жидкости. Эта модель представляет собой обобщение теории неустойчивости Рэлея-Плато на случай токонесущей струи. Следуя работам [4, 5] изложим основные положения данной модели. Рассмотрим бесконечно длинную струю жидкости радиусом  $R_0$ , по которой протекает электрический ток  $I$  (рис. 4).

Полагаем, что поверхность жидкости претерпевает гармоническое возмущение малой амплитуды  $\alpha$

$$R_s = R_0 + \alpha e^{i\omega t + ikz}, \quad \alpha \ll R_0, \quad (6)$$

где  $\omega$  — параметр, характеризующий скорость нарастания возмущения;  $k$  — волновое число рассматриваемой моды. Путем решения линеаризованной задачи магнитной гидродинамики для

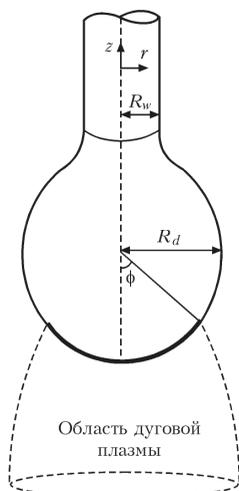


Рис. 2. Схема к анализу метода SFBT

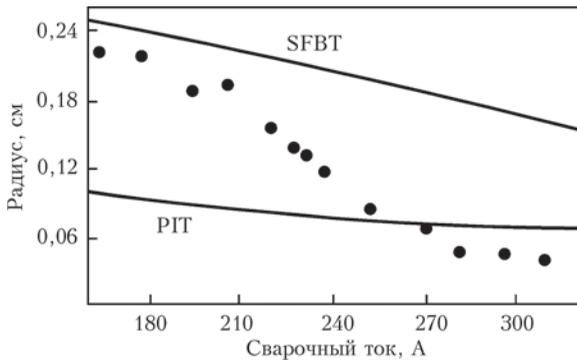


Рис. 3. Зависимость размеров оторвавшихся капель от величины силы тока при сварке стальной проволокой диаметром 1,2 мм в смеси Ag + 2 % O<sub>2</sub>. Сравнение экспериментальных (точки) данных с расчетными (сплошные линии), полученными с помощью методов SFBT и PIT [22]

струи жидкости выводится дисперсионное уравнение

$$\omega^2 = x(1-x^2) \frac{I_1(x)}{I_0(x)} \theta_\gamma + \left( 1 + \frac{x}{2} \left( \frac{I_1(x)}{I_0(x)} - \frac{I_0(x)}{I_1(x)} \right) \right) \theta_J, \quad x = R_0 k, \quad (7)$$

где  $\theta_\gamma = \gamma / \rho R_0^3$ ,  $\theta_J = \mu_0 I^2 / \rho \pi^2 R_0^4$ ;  $I_n(x)$ ,  $n = 0, 1$  — модифицированная функция Бесселя. Из рис. 5 видно, что возмущения, длина волны которых меньше  $\lambda_c = x_c / 2\pi R_0$ , являются затухающими. Поскольку зависимость  $\omega^2(x)$  является немонотонной, существуют моды возмущений  $\lambda_m$ , которым соответствует максимальная скорость распространения (рис. 5).

Анализ уравнения (7) позволяет определить

$$\begin{cases} \lambda_c = \frac{2\pi R_0}{0,923 \cdot \theta^{0,274}}, \\ \lambda_m = \frac{2\pi R_0}{0,625 \cdot \theta^{0,278}}, \\ \omega_m^2 = 0,0616 \cdot \theta_\gamma^{0,278}, \end{cases} \quad (8)$$

где  $\theta = \mu_0 I^2 / \pi^2 \gamma R_0$ . Дальнейшее построение модели PIT основано на зависимостях (8). Полагаем,

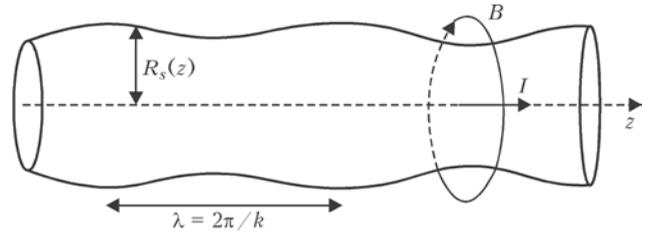
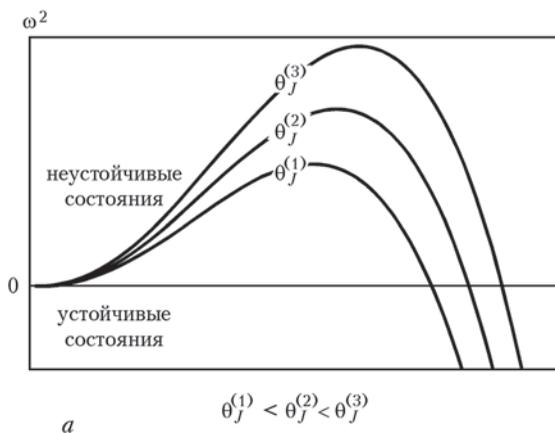


Рис. 4. Неустойчивость токонесущей струи жидкости

что длина участка струи, из которого в дальнейшем формируется капля, равна  $3\lambda/4$  (рис. 6). При переходе от капельного режима переноса металла к струйному оплавленный конец электрода приобретает карандашеподобную форму (taper formation), вследствие этого радиус основания капли оказывается значительно меньше, чем радиус проволоки. В модели этот фактор учитывается через геометрический параметр  $\delta$ , определяющий взаимосвязь  $R_0 = \delta R_w$ . Выбор величины  $\delta$  зависит от рассматриваемого характера переноса. Для описания формирования больших капель используют значения  $\delta > 1$ , тогда как для струйного режима  $\delta < 1$ .

Запишем окончательно выражения, которые дает модель PIT для объема капель  $V_d$  и частоты их обрыва  $f_d$ :

$$V_d = \frac{\pi R_w^2}{2} \delta^2 \lambda_m, \quad (9)$$

$$f_d = \frac{2V_w}{\delta^2 \lambda_m}, \quad (10)$$

где  $V_w$  — скорость подачи проволоки.

Наилучшее соответствие между экспериментальными данными и результатами, полученными с помощью метода PIT (см. рис. 3), наблюдается в случае больших значений сварочного тока ( $I > 240$  А), для которых характерен струйный перенос металла. Модель PIT не требует значительных вычислительных затрат и специализированного программного обеспечения для определения основных характеристик переноса металла. Однако,

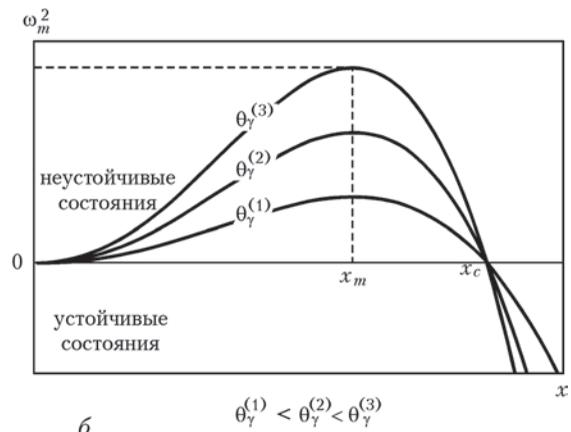


Рис. 5. Влияние силы тока (а) и поверхностного натяжения (б) на скорость распространения неустойчивости

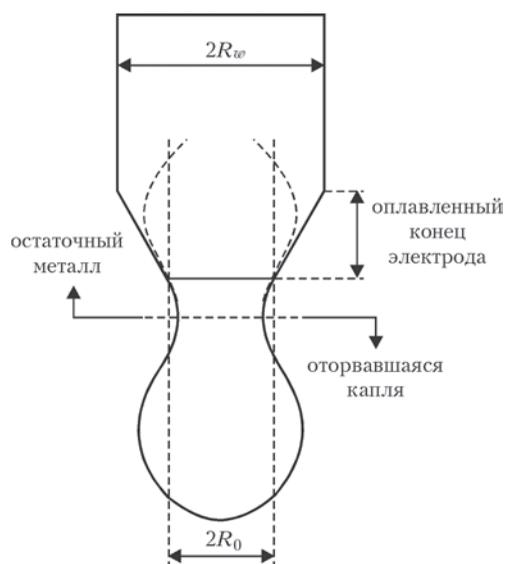


Рис. 6. Схема формирования капли в рамках модели РИТ [5] как и предыдущая модель, РИТ не может пояснить влияние вида защитного газа и размеров вылета электрода на процесс переноса металла. Кроме того, при разработке метода РИТ в работах [4, 5] делалось серьезное допущение о том, что полный ток сосредоточен в объеме струи жидкости, что явно не согласуется с экспериментальными наблюдениями. За рамками модели остается также взаимосвязь величины  $\delta$  с другими технологическими параметрами сварочного процесса. В работе [6] предпринята попытка исправить некоторые из указанных выше недостатков модели: учитывается протекание тока через поверхность струи; эффективный радиус струи  $R_0$  определяется в зависимости от значения тока.

**Модель формирования капли в рамках гидростатического приближения.** Проблеме нахождения равновесной формы свободной поверхности жидкости в поле силы тяжести и анализу ее устойчивости посвящены многочисленные работы, результаты которых подробно изложены в монографиях [23, 24]. Лишь в редких случаях при решении данного класса задач удается применить аналитические методы. Как правило, для этой цели (для нахождения решения) привлекается аппарат численных методов. Теорию капиллярных поверхностей легко обобщить на случай более сложных процессов, где присутствуют, а порой оказывают доминирующее влияние электромагнитные силы, а также силы, обусловленные давлением пара, который испаряется со свободной поверхности. Математическая модель формирования капли электродного металла, учитывающая влияние электромагнитных сил, впервые была предложена в работе [10]. Остановимся на основных положениях этой модели. Суть проблемы со-

стоит в определении формы и объема предельно устойчивой капли, висящей на конце электрода с заданным радиусом. Полагаем, что форма капли обладает свойством осевой симметрии и может быть описана в цилиндрической системе координат как функция  $R = R(z)$ ,  $0 \leq z \leq L_d$ , где  $L_d$  — высота капли. Рассматриваемая модель базируется на уравнениях гидростатики

$$\begin{cases} \frac{\partial P}{\partial r} + j_z B = 0, \\ -\frac{\partial P}{\partial z} + j_r B - \rho g = 0 \end{cases} \quad (11)$$

и законе Лапласа

$$\gamma \left( \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \right) = P(R, z), \quad (12)$$

где  $P$  — давление в жидкости;  $R_1, R_2$  — главные радиусы кривизны поверхности;  $j_r, j_z$  — компоненты вектора плотности тока;  $B$  — индукция магнитного поля. Основные уравнения модели имеют вид

$$\begin{cases} \frac{dP_0}{dz} = -\rho g + \frac{\mu_0 R^2}{16} \frac{d}{dz} \left( \frac{I^2}{\pi^2 R^4} \right), \\ P_0 = \frac{\mu_0 I^2}{4\pi^2 R^2} + \gamma \left( -\frac{R''}{(1+R'^2)^{3/2}} + \frac{1}{R(1+R'^2)^{1/2}} \right), \end{cases} \quad (13)$$

$0 \leq z \leq L_d,$

где  $P_0(z) = P_0(0, z)$  — давление на оси капли;  $\mu_0$  — магнитная постоянная;  $I = I(z)$  — полный ток, протекающий в сечении капли  $z = \text{const}$ . Уравнения (13) дополняются граничными условиями

$$R|_{z=0} = 0, \quad R|_{z=L_d} = R_w, \quad (14)$$

а также интегральным условием

$$V_d = \pi \int_0^{L_d} R^2 dz. \quad (15)$$

При решении задачи также необходимо знать, как ток, протекающий через поперечное сечение капли, изменяется в зависимости от высоты. В работе [10] для этого используется линейная аппроксимация  $I(z) = I_0 z / L_d$ . Размер области интегрирования  $L_d$  является неизвестной величиной и подлежит определению. Для нахождения численного решения задачи (13)–(15) используется метод Рунге–Кутты. Важно также отметить, что для заданного радиуса проволоки и объема капли такое решение не единственно. Среди множества решений необходимо выбрать лишь то, которое удовлетворяет критерию устойчивости [23]. В работе [10] также проведено сравнение экспериментальных данных [22, 25] для радиуса оторвавшейся капли с расчетными значениями аналогичной величины, полученными с помощью рассматриваемой модели (рис. 7). Численные расчеты проведены

для сварки малоуглеродистой стали при диаметре электрода 1,2 мм. Как показывают вычислительные эксперименты, для фиксированного радиуса электрода существует пороговое значение силы тока  $I_{th}$ , при котором задача (13)–(15) устойчивого решения не имеет. Как полагает автор [10], данное значение силы тока соответствует переходу от капельного режима переноса металла к струйному. Для вычисления этого параметра предлагается аппроксимационная зависимость

$$I_{th} = \sqrt{3,85 \cdot 4\pi^2 R_w \gamma / \mu_0}. \quad (16)$$

Важным преимуществом гидростатических моделей является их относительная простота. Проведение расчетов на базе этих моделей не требует значительных вычислительных ресурсов. Однако такой подход позволяет проследить формирование капли лишь до наступления потери устойчивости. За рамками рассмотренной модели также остаются процессы переноса тепла в объеме металла. Таким образом, более полное описание процесса формирования капли на конце плавящегося электрода должно базироваться на моделях, учитывающих гидродинамические процессы, которые протекают в капле.

**Приближение тонкой струи.** Модель, использующая для описания гидродинамических процессов в капле полную систему уравнений Навье–Стокса, требует при численной реализации значительных вычислительных ресурсов, что ограничивает ее применение при массовом численном эксперименте. В качестве альтернативы этой модели рассматривается приближение тонкой струи [26], адаптированное к условиям сварки плавящимся электродом [14]. При разработке модели использованы следующие гипотезы: 1) фронт плавления имеет плоскую форму; 2) скорость подачи проволоки соответствует скорости ее плавления; 3) отсутствует вихревое движение металла внутри капли; 4) форма столба дуги считается заданной. Модель базируется на следующей системе уравнений:

$$\begin{cases} \frac{\partial V_0}{\partial t} + V \frac{\partial V_0}{\partial z} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial P_0}{\partial z} + \frac{3\nu}{h^2} \frac{\partial}{\partial z} \left( h^2 \frac{\partial V_0}{\partial z} \right) + g, \\ \frac{\partial h^2}{\partial t} + \frac{\partial (V_0 h^2)}{\partial z} = 0, \\ p_0 = 2\gamma K + \int_0^\infty j_z B dr, \end{cases} \quad (17)$$

где  $V_0 = V_0(z, t)$  — аксиальная компонента скорости на оси капли;  $h = h(z, t)$  — функция, описывающая форму свободной поверхности;  $p_0 = p_0(z, t)$  — давление на оси капли;  $K$  — средняя кривизна по-

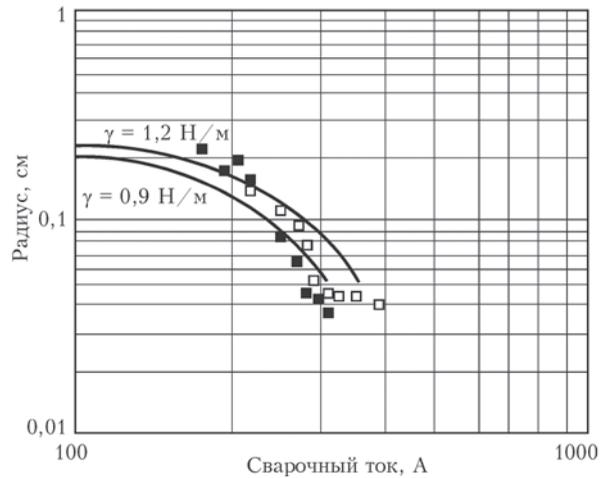


Рис. 7. Зависимость радиуса оторвавшейся капли от сварочного тока: ■, □ — экспериментальные данные соответственно работ [22, 25]; сплошные кривые — численное моделирование [10]

верхности. Начальные и граничные условия для уравнений (17) имеют вид

$$h(z, 0) = h_0(z), V_0(z, 0) = 0, z \in (L_w, L_w + L_d^{(0)}), \quad (18)$$

$$\begin{cases} V_0(L_w + L_d, t) = \frac{dL_d}{dt}, V_0(L_w, t) = V_w, \\ h(L_w + L_d, t) = 0, h(L_w, t) = R_w, \end{cases} \quad (19)$$

где  $L_d^{(0)}$ ,  $h_0(z)$  — соответственно длина капли и форма ее поверхности в начальном состоянии. Решение задачи (17)–(19) находится в области  $L_w + L_d \geq z \geq L_w$  (рис. 8).

Длина капли, как и в случае гидростатической модели, подлежит определению. Результаты расчета, полученные с помощью описанной модели для двух вариантов привязки дуги к поверхности капли, приведены на рис. 9.

Модель формирования капли, базирующаяся на уравнениях тонкой струи, является достаточно

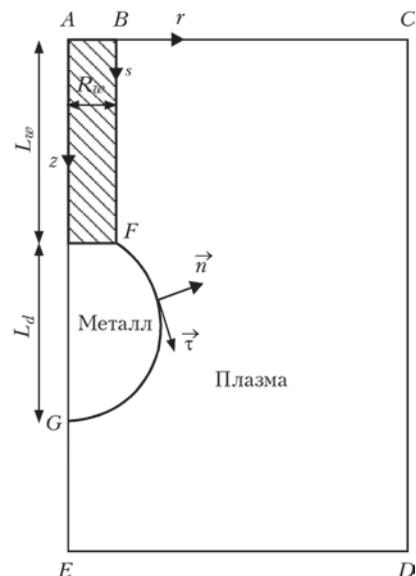


Рис. 8. Схема расчетной области

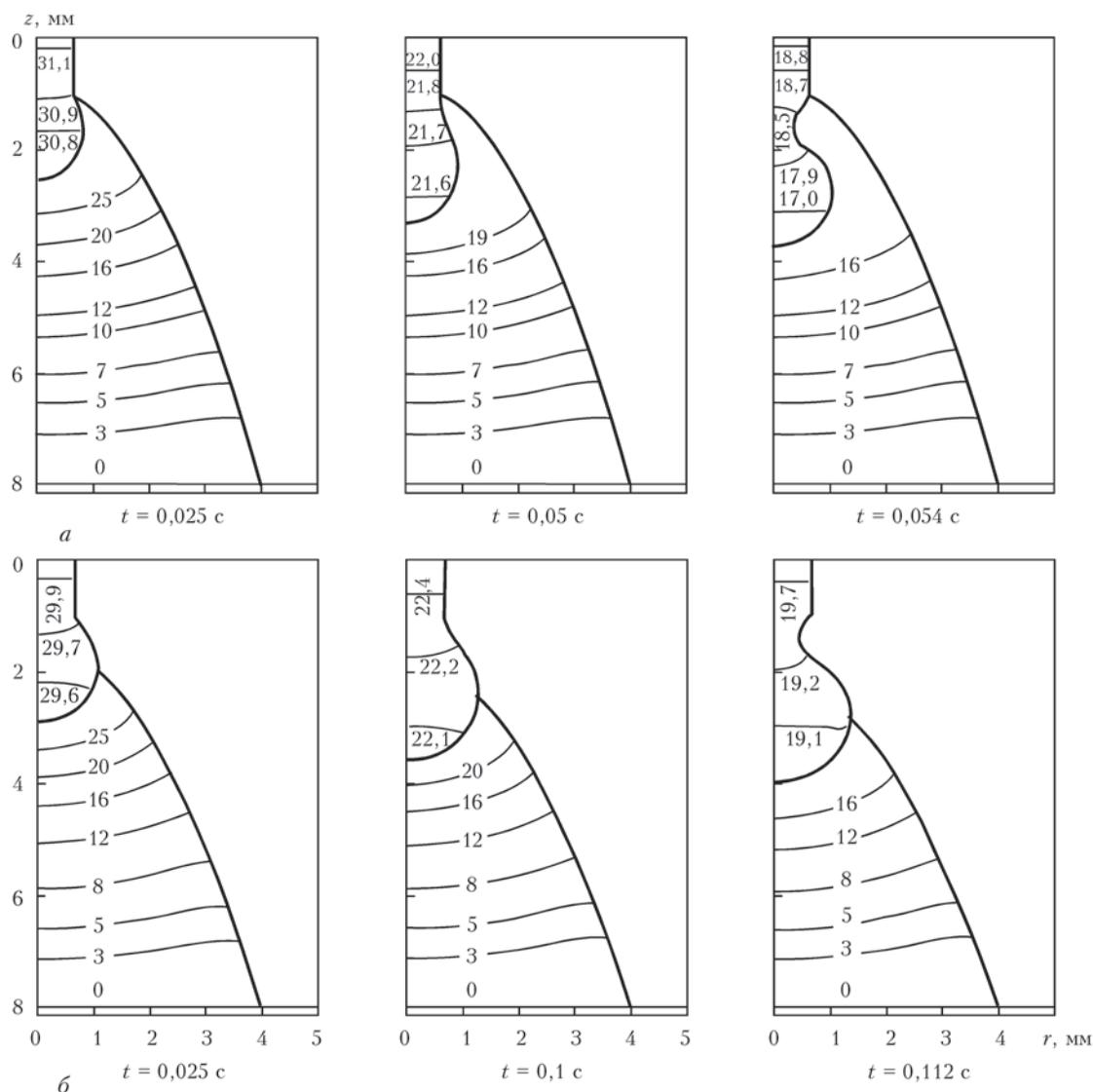


Рис. 9. Динамика формирования капли [14] (материал — малоуглеродистая сталь, защитный газ — Ar,  $I = 200$  А,  $R_w = 0,6$  мм,  $V_w = 4$  м/мин): а — область привязки дуги, соответствующая границе плавления; б — область привязки дуги, соответствующая максимальному радиусу капли

эффективным инструментом для получения информации о характеристиках переноса металла, однако все же она не позволяет описать ряд явлений, оказывающих доминирующее влияние на процесс теплопереноса. Как показывают численные оценки [27], металл внутри капли вовлекается в вихревое движение, причиной этому служит эффект Марангони и влияние электромагнитных сил. Интенсивное перемешивание металла капли также подтверждается экспериментальными исследованиями [28]. Вследствие этого конвективный механизм переноса тепла в металле капли преобладает над процессом теплопроводности. Поскольку модель тонкой струи не позволяет описать эффекты, связанные с вихревым движением жидкого металла, построить на ее основе адекватную самосогласованную модель формирования капли не представляется возможным.

**Модель формирования капли на базе полной системы уравнений Навье–Стокса.** Среди множества моделей формирования капли данную модель по праву можно назвать самой сложной, поскольку она охватывает основные физические факторы, влияющие на протекание процесса. К тому же разработка вычислительного алгоритма для решения соответствующих уравнений сопряжена со множеством трудностей. Запишем математическую формулировку проблемы в цилиндрической системе координат

$$\begin{cases} \rho \left( \frac{\partial u}{\partial t} + u \frac{\partial u}{\partial r} + v \frac{\partial u}{\partial z} \right) = -\frac{\partial P}{\partial r} + \mu \left( \Delta u - \frac{u}{r^2} \right) - j_z B, \\ \rho \left( \frac{\partial v}{\partial t} + u \frac{\partial v}{\partial r} + v \frac{\partial v}{\partial z} \right) = -\frac{\partial P}{\partial z} + \mu \Delta v + g\rho + j_r B, \\ \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (ru) + \frac{\partial v}{\partial z} = 0. \end{cases} \quad (20)$$

Здесь  $u, v$  — радиальная и аксиальная компоненты вектора скорости  $\vec{V}$  соответственно;  $\mu$  — динамическая вязкость металла капли. Область интегрирования  $ABFG$  для уравнений (20) охватывает зону жидкого металла и твердую часть электрода (см. рис. 8). Полагаем, что в начальный момент времени  $t = t_0$  движение металла отсутствует:  $\vec{V}|_{t=t_0} = 0$ .

Граничные условия для уравнений (20) имеют вид

$$u|_{AG} = 0, \quad v|_{AB} = V_w, \quad (21)$$

$$\left( P - 2\mu \frac{\partial V_n}{\partial n} \right) \Big|_{BFG} = 2\sigma K + P_{ev}, \quad (22)$$

$$\mu \left( \frac{\partial V_n}{\partial s} + \frac{\partial V_\tau}{\partial n} \right) \Big|_{BFG} = \frac{\partial \gamma}{\partial s},$$

$$\left( \vec{V} \Big|_{BFG} - \vec{V}_s, \vec{n} \right) = 0, \quad (23)$$

где  $\vec{V}_s$  — скорость движения поверхности;  $V_n, V_\tau$  — проекции вектора скорости на нормаль и касательную к поверхности соответственно;  $P_{ev}$  — реактивное давление паров металла при конвективном испарении. Следует отметить, что условия (22) выражают баланс нормальных и касательных напряжений на свободной поверхности металла капли. Кинематическое условие (23) непосредственно следует из баланса массы на поверхности. При численном решении задачи гидродинамики вязкость в твердой фазе задается достаточно большой (в  $10^6$  раз больше вязкости жидкого металла). Это позволяет подавить движение металла в твердой фазе, а также исключает необходимость адаптировать конечно-элементную сетку под форму фронта плавления и задавать дополнительные граничные условия на его поверхности. Такой подход впервые был предложен в работе [29] и встречается в литературе под названием «метод эффективной вязкости». Для решения задачи (20)–(23) важно знать характеристики электромагнитного поля  $j_r, j_z, B$ , для вычисления которых в свою очередь используется модель электромагнитных процессов:

$$(\nabla, \vec{j}) = 0, \quad (24)$$

$$\vec{j} = -\sigma \nabla \varphi, \quad (25)$$

$$[\nabla, \vec{B}] = \mu_0 \vec{j}, \quad (26)$$

где  $\varphi$  — скалярный потенциал электрического поля;  $\sigma$  — электропроводность среды. Решение задачи электродинамики (24)–(26) находится в области  $ACDE$  (см. рис. 8) при наложении граничных условий

$$j_z|_{AB} = I / \pi R_w^2, \quad j_z|_{BC} = j_r|_{CD} = 0, \quad \varphi_{ED} = 0. \quad (27)$$

Объем расплава, форма фронта плавления и тепловое состояние системы «капля жидкого металла–твердый участок проволоки» определяются из решения уравнения теплопереноса

$$\frac{\partial H}{\partial t} + u \frac{\partial H}{\partial r} + v \frac{\partial H}{\partial z} = \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left( r \lambda \frac{\partial T}{\partial r} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left( \lambda \frac{\partial T}{\partial z} \right) + \frac{j^2}{\sigma}, \quad (28)$$

где  $H$  — удельная энтальпия;  $\lambda$  — коэффициент теплопроводности. Решение (28) находится в области  $ABFG$  при следующих граничных и начальных условиях:

$$T|_{AB} = T_0, \quad \lambda \frac{\partial T}{\partial n} \Big|_{BFG} = q_s - q_r - q_c - q_{ev}, \quad (29)$$

$$T|_{t=t_0} = T_0, \quad (30)$$

где  $T_0$  — начальная температура проволоки;  $q_s$  — удельный тепловой поток, обусловленный тепловым воздействием дуги;  $q_r, q_{ev}, q_c$  — тепловые потери за счет излучения, испарения металла и конвективного теплообмена с защитным газом соответственно.

Наиболее распространенным подходом для решения задачи о формировании капли (20)–(23) является метод Volume of Fluid (VOF) [30]. В методе VOF свободная поверхность «размазывается» в объеме некоторого слоя, толщина которого соответствует нескольким длинам ячейки вычислительной сетки, а сила поверхностного натяжения рассматривается как объемная сила, действующая в пределах этого слоя [31]. Алгоритм VOF реализован в ряде пакетов прикладных программ для решения задач гидродинамики таких, как ANSYS CFX, Fluent, Open Foam и др. Кроме того, исходный программный код VOF [32] находится в свободном доступе, что позволяет исследователям адаптировать его для решения проблем, связанных с переносом металла при сварке. Существует также ряд других методов, в которых свободная поверхность рассматривается, как выделенная граница между двумя средами. Эти методы образуют группу, которая в литературе встречается под названием Front Traking Methods (FTM) [33, 34]. Методики с выделением границы позволяют более детально исследовать физические процессы, происходящие на свободной поверхности металла капли. В качестве примера продемонстрируем применение метода FTM для исследования формирования и отрыва капли при сварке малоуглеродистой стали в режиме постоянного тока. Используемые в расчетах физические свойства материала проволоки и технологические параметры приведены в таблице. При проведении численного эксперимен-

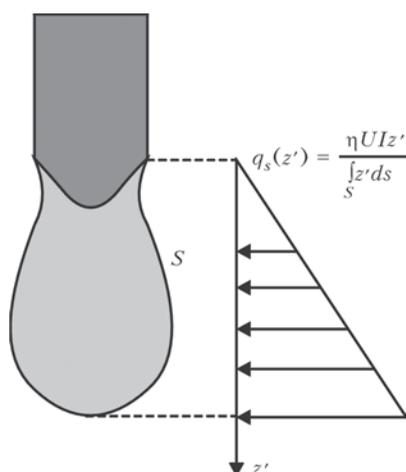


Рис. 10. Распределение теплового потока на поверхности капли та полагается, что тепловой поток  $q_s$  распределен по линейному закону (рис. 10). Расчетная форма капли, поле скоростей и форма фронта плавления представлены на рис. 11.

Как уже было отмечено, формирование капли электродного металла определяется взаимодействием целого ряда физических явлений, протекающих в электродном металле, включая каплю на его поверхности, а также в дуговой плазме. Методы математического моделирования дают возможность исследовать отдельно влияние каждого физического фактора на процессы формирования и отрыва капли. Рассмотренные в настоящей рабо-

**Физические свойства материала и технологические параметры**

Величина	Обозначение и размерность	Значение
Плотность	$\rho$ , кг·м <sup>-3</sup>	7200
Вязкость	$\mu$ , Па·с	0,006
Температура плавления	$T_m$ , К	1812
Коэффициент поверхностного натяжения	$\gamma$ , Н·м <sup>-1</sup>	1,2
Электропроводность	$\sigma$ , См·м <sup>-1</sup>	$8,54 \cdot 10^5$
Температура кипения	$T_b$ , К	3133
Удельная теплота плавления	$L$ , Дж·кг <sup>-1</sup>	$2,5 \cdot 10^5$
Удельная теплоемкость твердой фазы	$c_s$ , Дж (кг·К) <sup>-1</sup>	700
Удельная теплоемкость жидкой фазы	$c_p$ , Дж (кг·К) <sup>-1</sup>	780
Сила тока	$I$ , А	350
Напряжение	$U$ , В	30,5
Скорость подачи проволоки	$V_w$ , м·мин <sup>-1</sup>	5,54
Диаметр проволоки	$d_w$ , мм	1,6
КПД тепловложения	$\eta$	0,21

те математические модели позволяют определять основные характеристики переноса электродного металла (объем капли, частоту отрыва), описывать динамику изменения формы капли, а также процессы тепло- и массопереноса в расплаве. Наиболее адекватное описание рассматриваемых процессов дает модель, основанная на полной си-

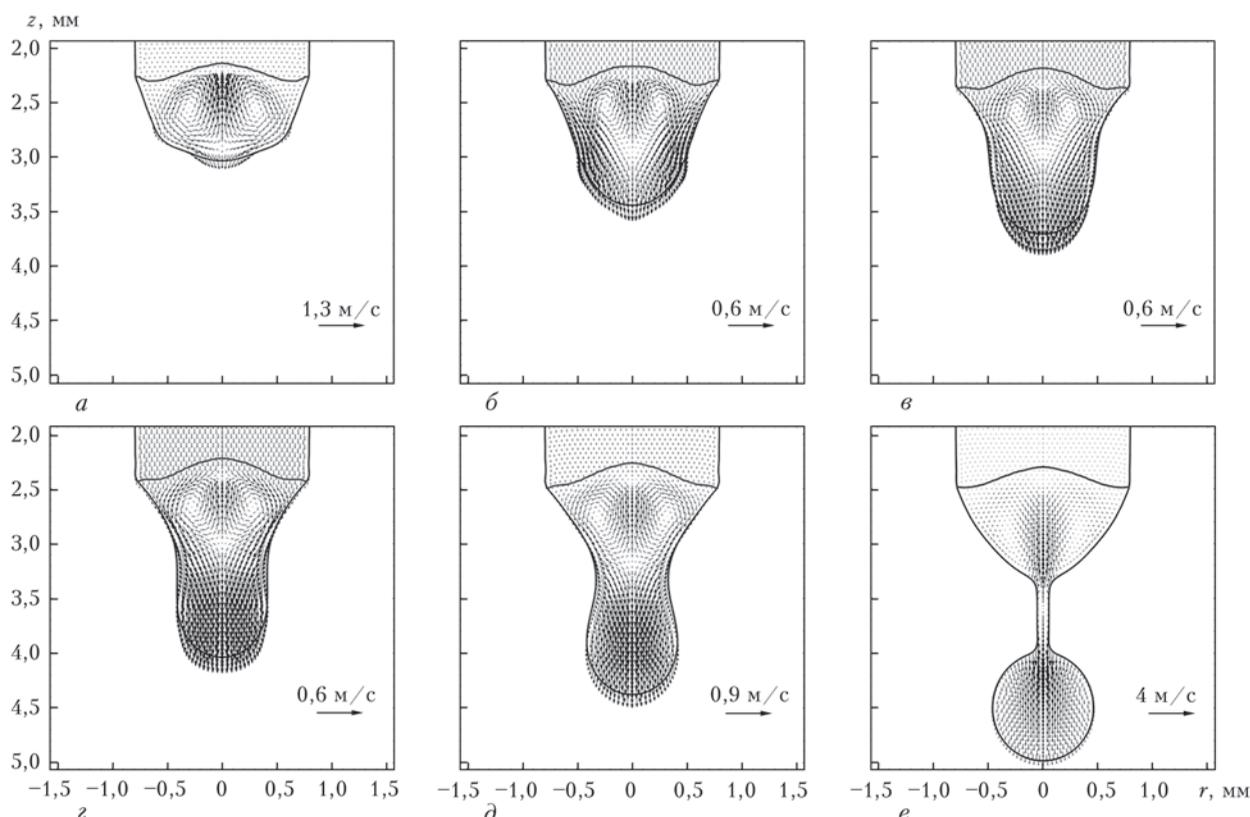


Рис. 11. Форма капли и поле скоростей в расплаве в различные моменты времени:  $a - t = 20,5$ ;  $b - 21,88$ ;  $c - 22,2$ ;  $d - 23,1$ ;  $e - 24$ ;  $f - 24,93$  мс

стеме уравнений Навье–Стокса. Как показывают вычислительные эксперименты, форма капли и ее размеры во многом определяются действием электромагнитной силы, значение которой в свою очередь зависит от картины протекания электрического тока в системе «капля электродного металла–столб дуги».

В заключение укажем основные направления развития моделей процессов переноса металла, а также отметим недостаточно изученные аспекты физических явлений, сопровождающих процесс сварки плавящимся электродом. Представляет значительный интерес исследовать динамику утонения и разрыва перешейка при отрыве капли, в том числе образование капель-сателлитов, а также физические процессы, протекающие в уже оторвавшейся капле [35]. Кроме того, гидродинамические процессы в металле капли приводят к возникновению конвективной диффузии легирующих элементов [28]. Транспорт легирующих элементов, обладающих низкой температурой кипения, от границы плавления к свободной поверхности капли увеличивает интенсивность их испарения. Этой проблеме уделено недостаточно внимания в литературе. Следует отметить, что испарение металла с поверхности капли может не только влиять на динамику ее свободной поверхности, но и оказывать значительное влияние на процессы, протекающие в дуговой плазме. Как показывают экспериментальные исследования [36], этот фактор является причиной образования локального минимума температуры плазмы в центральной части столба дуги. Указанный эффект подтверждается также теоретическими исследованиями [37]. Наконец, в большинстве работ, посвященных моделированию формирования капли электродного металла при сварке плавящимся электродом, используется постоянное значение коэффициента поверхностного натяжения, тогда как его значение сильно изменяется с температурой, а также зависит от химического состава материала и защитного газа. Современные методы исследования позволяют определять коэффициент поверхностного натяжения жидких металлов в широком интервале температур. При моделировании переноса металла это дает возможность исследовать влияние конвекции Марангони на процессы тепло-, массопереноса в капле.

1. *Amson J. C., Salter G. R.* An analysis of the gas-shielded consumable metal arc welding system // *Brit. Welding J.* — 1962. — **41**, № 4. — P. 232–249.
2. *Greene W. J.* An analysis of transfer in gas-shielded welding arcs. Pt 2 // *AIEE.* — 1960. — **79**, № 3. — P. 194–203.
3. *Waszink J. H., Graat L. H.* Experimental investigation of the forces acting on a drop of weld metal // *Welding J.* — 1983. — **62**, № 4. — P. 109–116.

4. *Allum C. J.* Metal transfer in arc welding as a varicose instability. I. Varicose instabilities in a current-carrying liquid cylinder with surface charge // *J. Phys. D: Appl. Phys.* — 1985. — **18**, № 7. — P. 1431.
5. *Allum C. J.* Metal transfer in arc welding as a varicose instability. II. Development of model for arc welding // *Ibid.* — 1985. — **18**, № 7. — P. 1447.
6. *Park A. Y., Kim S. R., Hammad M. A.* Modification of pinch instability theory for analysis of spray mode in GMAW // *Ibid.* — 2009. — **42**, № 22. — С. 225503.
7. *Choi J. H., Lee J., Yoo C. D.* Dynamic force balance model for metal transfer analysis in arc welding // *Ibid.* — 2001. — **34**, № 17. — P. 2658–2664.
8. *Jones L. A., Eagar T. W., Lang J. H.* A dynamic model of drops detaching from a gas metal arc welding electrode // *Ibid.* — 1998. — **31**, № 1. — P. 107–123.
9. *Воропай Н. М., Колесниченко А. Ф.* Моделирование формы капель электродного металла при сварке в защитных газах // *Автомат. сварка.* — 1979. — № 9. — С. 27–32.
10. *Nemchinsky V. A.* Size and shape of the liquid droplet at the molten tip of an arc electrode // *J. Phys. D: Appl. Phys.* — 1994. — **27**, № 7. — P. 1433–1442.
11. *Моделирование* процесса формирования капли электродного металла / А. Семенов, В. Демченко, И. Кривцун и др. // *Сб. трудов V Междунар. конф. «Математическое моделирование и информационные технологии в сварке и родственных процессах», 25–28 мая 2010, Кацивели, Крым, Украина / Под ред. В. И. Махненко.* — Киев: ИЭС им. Е. О. Патона НАН Украины, 2010. — С. 183–192.
12. *A dynamic model of droplet formation in GMA welding / O. Semenov, V. Demchenko, I. Krivtsun et al.* // *Modelling and simulation in materials science and engineering.* — 2012. — **20**, № 4. — P. 045003.
13. *Кривцун И. В., Семенов О. П., Демченко В. Ф.* До теорії формування крапель електродного металу при дуговому зварюванні плавким електродом // *Доп. НАНУ.* — 2011. — № 6. — С. 90–96.
14. *Modelling of the droplet formation process in GMA welding / O. Semenov, V. Demchenko, I. Krivtsun et al.* // *Proc. of the 10th Intern. seminar «Numerical analysis of weldability», Austria, Seggau, 2012.* — P. 83–94.
15. *Haidar J., Lowke J. J.* Predictions of metal droplet formation in arc welding // *J. Phys. D: Appl. Phys.* — 1996. — **29**, № 12. — P. 2951–2960.
16. *Choi S. K., Yoo C. D., Kim Y. S.* Dynamic simulation of metal transfer in GMAW. Pt 1: Globular and spray transfer modes // *Welding J.* — 1998. — **77**, № 1. — P. 38–44.
17. *Choi S. K., Yoo C. D., Kim Y. S.* Dynamic simulation of metal transfer in GMAW. Pt 2: Short-circuit transfer mode // *Ibid.* — 1998. — **77**, № 1. — P. 45–51.
18. *Fan H. G., Kovacevic R.* A unified model of transport phenomena in gas metal arc welding including electrode, arc plasma and molten pool // *J. Phys. D: Appl. Phys.* — 2004. — **37**. — P. 2531–2544.
19. *Wang F., Hou W. K., Hu S. J.* Modelling and analysis of metal transfer in gas metal arc welding // *Ibid.* — 2003. — **36**. — P. 1143–1152.
20. *Hu J., Tsai H. L.* Heat and mass transfer in gas metal arc welding. Pt I: The metal // *Intern. J. Heat and Mass Transfer.* — 2007. — **50**. — P. 808–820.
21. *Amson J. C.* Lorentz force in the molten tip of an arc electrode // *Brit. J. Appl. Phys.* — 1965. — **16**, № 8. — P. 1169–1179.
22. *Kim Y. S., Eagar T. W.* Analysis of metal transfer in gas metal arc welding // *Welding J.* — 1993. — **72**. — P. 269–278.
23. *Финн П.* Равновесные капиллярные поверхности: математическая теория. — М.: Мир, 1989. — 310 с.

24. *Hartland S., Hartley R. W.* Axisymmetric fluid-liquid interfaces: tables giving the shape of sessile and pendant drops and external menisci, with examples of their use. — Elsevier Sci. publ. Co., 1976. — 782 p.
25. *Rhee S., Kannatey-Asibu E.* Observation of metal transfer during gas metal arc welding // *Welding J.* — 1992. — **71**. — P. 381–386.
26. *Eggers J., Dupont T. F.* Drop formation in a one-dimensional approximation of the Navier–Stokes equation // *J. Fluid Mech.* — 1994. — **262**. — P. 205–221.
27. *Nemchinsky V. A.* Heat transfer in a liquid droplet hanging at the tip of an electrode during arc welding // *J. Phys. D: Appl. Phys.* — 1997. — **30**, № 7. — P. 1120–1124.
28. *Evaporation phenomena of magnesium from droplet at welding wire tip in pulsed MIG arc welding of aluminium alloys / J. B. Wang, H. Nishimura, S. Katayama, M. Mizutani // Sci. and Technol. of Welding and Joining.* — 2011. — **16**, № 5. — P. 418–425.
29. *Kou S., Sun D. K.* Fluid flow and weld penetration in stationary arc welds // *Metall. Trans A.* — 1985. — **16**. — P. 203–213.
30. *Hirt C. W., Nichols B. D.* Volume of fluid (VOF) method for the dynamics of free boundaries // *J. Comp. Phys.* — 1981. — **39**, № 1. — P. 201–225.
31. *Brackbill J. U., Kothe D. B., Zemach C.* A continuum method for modeling surface tension // *Ibid.* — 1992. — **100**, № 2. — P. 335–354.
32. *Nichols B. D., Hirt C. W., Hotchkiss R. S.* SOLA-VOF. A solution algorithm for transient fluid flow with multiple free boundaries // *NASA STI/Recon Technical Report.* — 1980. — № 81. — 14281.
33. *Wilkes E. D., Philips S. D., Basaran O. A.* Computational and experimental analysis of dynamics of drop formation // *Phys. of Fluids.* — 1999. — **11**, № 12. — P. 3577–3598.
34. *Degroote J., Bruggeman P., Vierendeels J.* A coupling algorithm for partitioned solvers applied to bubble and droplet dynamics // *Computers & Fluids.* — 2009. — **38**, № 3. — P. 613–624.
35. *Nemchinsky V.* A droplet in the inter-electrode gap during gas metal arc welding // *J. Phys. D: Appl. Phys.* — 2011. — **44**, № 44. — 445203.
36. *Spatial structure of the arc in a pulsed GMAW process / R. Kozakov, G. Gott, H. Schopp et al. // Ibid.* — 2013. — **46**, № 22. — P. 224001.
37. *Energy balance in MIG arcs / M. Schnick, M. Hertel, U. Fuessel, D. Uhrlandt // Ibid.* — 2013. — **46**, № 22. — P. 224002.

### 1.3.7. STUDY OF THE ELECTRODE METAL TRANSFER IN GMAW BY COMBINING OF TWO MODELING APPROACHES

U. REISGEN, O. MOKROV, I. KRIVTSUN, O. SEMENOV

**Introduction.** The productivity and quality of GMAW process to great extent depend on electrode melting rate and metal transfer mode. Considerable attention has been devoted separately to theoretical and experimental investigation of heat processes in electrode metal [1–3] and metal transfer [4–6].

The main purpose of the investigation of heat transfer processes in electrode is to define the influence of technological parameters of the welding process upon the electrode melting rate. It was found that electrode melting rate is defined by welding current, electrode diameter, shielding gas and dimensions of electrode extension [2]. It turned out that the wire melts due to Joule heating taking place in electrode and heat input from arc plasma. The relative importance of these two heat sources in electrode heating depends on electrode extension and diameter, as well as welding current [3]. The simplified model of heat transfer in droplet was reported in paper [7]. In this study the main reason of the convective motion in melt is supposed to be thermocapillary Marangoni effect. Indeed, this phenomenon can be ascribed in part to Lorentz force which arose due to interaction of welding current with its own magnetic field.

The most simple models for metal transfer description are the Static Force Balance Theory (SFBT) [4], and Pinch Instability Theory (PIT) [5]. SFBT describes droplet formation well in globular mode whereas PIT can be used for description of spray mode. In paper [6] the dynamic model of droplet formation based on slender jet approximation was developed. By including non-stationary terms this model can quite successfully describe droplet formation up to pinch off but heat transfer processes are beyond the scope of this model. A unified models of heat, mass and charge transfer in GMAW have been presented in [8], [9]. Such a models use Volume of Fluid (VOF) method for free surface tracking and allows to reveal physical phenomena taking place in molten metal and in nearby plasma but heat transfer in electrode extension is not considered in these studies. For a detailed review of existing models of metal transfer the reader is referred to paper [10].

In current paper we present the self-consistent mathematical model of GMAW electrode melting and metal transfer which allows heat, mass and charge transfer processes taking place in the system «electrode extension–droplet». The present paper contains a detailed numerical analysis of the processes in question for the case of globular and spray modes. Such important characteristics of the GMAW process as droplet radius, its velocity and temperature, electrode melting rate can be numerically analyzed by means of the model developed.

**Mathematical formulation and numerical procedure.** In the developed model further assumptions have been made:

- (a) The physical processes taking place in the system considered are supposed to be axisymmetric.
- (b) The liquid metal is a Newtonian fluid.
- (c) Distribution of the heat flux along the metal surface is prescribed as described later.
- (d) The droplet is surrounded by arc plasma with homogeneous properties.

The unified mathematical model includes models of heat and mass transfer in electrode metal and model of electromagnetic processes in system «electrode metal–arc plasma».

The electrode extension length is significantly greater than droplet diameter, therefore the temperature field inside the wire is far from melting front and can be described as a simplified 1D approach. In current study the heat transfer processes in metal described by the 2D model (inside the droplet and in small region above liquid front) along with 1D model (inside solid phase far from liquid front). Such approach results in great computational savings. Heat absorption due to melting is taken into account by means of effective heat capacity method [11].

In such approach equations with corresponding boundary conditions were used to cover the following processes: heat transfer, hydrodynamic and electromagnetic. On the boundary between 1D and 2D domains conjunctions conditions which specify temperature and heat flux continuity were imposed. The

\*Proc. of 10th Int. Conf. on Trends in Welding Research & 9th Int. Welding Symposium of Japan Welding Society (Oct. 11–14, 2016, Hitotsubashi Hall, National Center of Sciences Building, Tokyo, Japan). — 2016. — P. 575–578.

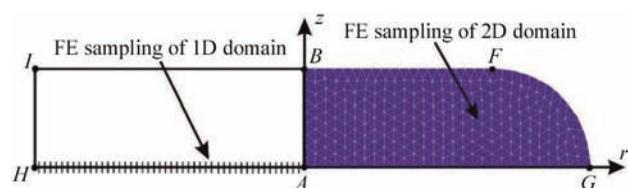


Fig. 1. Finite element mesh in metal

model of hydrodynamic processes is based on incompressible Navier–Stokes equations. Viscosity in solid phase was specified as  $10^6$  times greater than viscosity in liquid phase. Such approach allows suppressing metal motion inside the region occupied by solid metal and is referred to as effective viscosity method [12]. Electromagnetic processes are described by current continuity equation, Ohm’s law and Maxwell’s equation. Unlike the approach used in [9] in present paper the current density distribution along droplet surface is unspecified but is calculated automatically. Following [3] we suppose that heat flux from plasma to the droplet is equal to welding current multiplied by voltage equivalent of heat. Furthermore the voltage equivalent of heat does not changes with current. In addition we use linear dependence to specify distribution of heat flux on anode surface [9]. Governing equations of the model are solved by means of Galerkin’s finite element method. Triangular elements are used for solution of 2D problems whereas heat transfer equation for the area AH is approximated on uniform mesh (Fig. 1). The calculation stops when electrode extension is no longer changes that corresponds to achievement of thermal equilibrium in electrode.

**Results and discussion.** Our calculations were performed for mild steel as base metal and argon as shielding gas. Two different modes of metal transfer have been considered: globular and spray. Input parameters for modelling are listed in Table 1 [1]. Physical properties of the material in use taken from [13] and [14]. The voltage equivalent of heat was taken as 6 V [3]. Electrical conductivity of plasma was set as

Table 1. Input parameters for modeling

Metal transfer mode	Wire radius, mm	Electrode extension, mm	Welding current, A	Wire feed rate, mm/s
Spray	0.8	18	352	85
Globular	0.8	50	138	30

$8745 (\Omega \cdot m)^{-1}$  that corresponds to the temperature of 18000 K [15]. Ambient temperature was set to 300 K.

Calculations show that in spray transfer mode the fluid flow inside the melt is unidirectional whereas in globular transfer the flow pattern has a vortex structure. Such a convective melt motion inside the droplet is ascribed to influence of electromagnetic forces. Typical value of the metal velocity is about several dozens centimeters per second. In globular mode the secondary vortex appears in the upper part of the neck prior to detachment (Fig. 2). This leads to the flattening of the melting front.

Temperature distribution inside the solid phase of the electrode is close to linear (Fig. 3). Heat flux undergoes discontinuity on the melting front due to latent heat absorption. In the vicinity of droplet neck the local temperature maximum is observed owing to substantial joule heating in this region. It should be mentioned that calculated metal temperature on the droplet tip is greater than boiling temperature. Therefore, it is important to take into account metal vaporization from droplet surface.

When droplet neck reaches certain dimensions the region on the droplet surface through which the current flows in the metal from plasma appears (Fig. 4, b). This is because of increase of the droplet neck resistance which in its turn depends on neck radius.

**Characteristics of the detached droplet.** The model developed allows calculating such characteristics of the detached droplet as its radius, mean temperature, centre of gravity velocity and frequency of droplet detachment. All aforementioned parameters for considered metal transfer modes are presented in

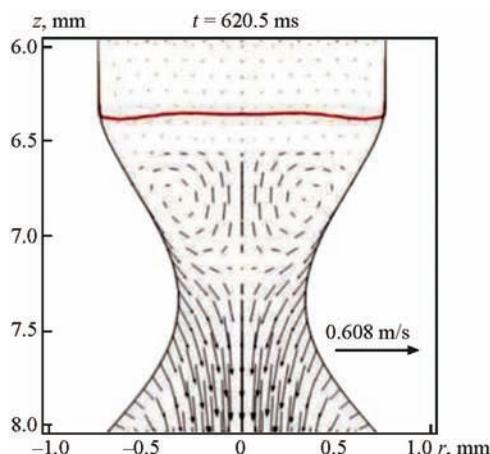


Fig. 2. Velocity field inside the neck prior to droplet detachment ( $I_{arc} = 138$  A)

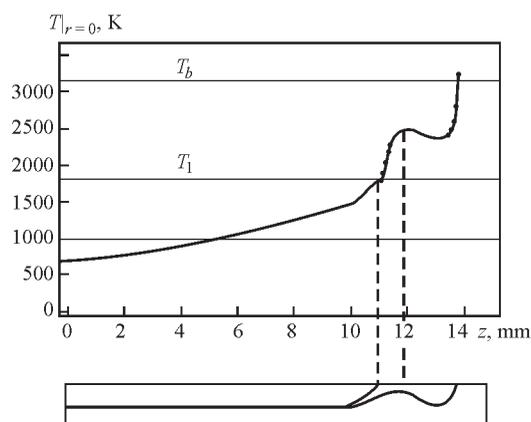


Fig. 3. Temperature distribution along electrode axis prior to droplet detachment in 2D domain ( $I_{arc} = 352$  A)

Table 2. Calculated characteristics of the droplet

Metal transfer mode	$R_d$ , mm	$V_d$ , m/s	$T_d$ , K	$\tau_d$ , ms
Spray	0.73	0.854	2911	13
Globular	1.91	0.128	3058	600

Table 2. It should be mentioned that the largest droplet temperature corresponds to the case of globular transfer mode.

The minimum discrepancy between calculated and experimental values of electrode extension is observed when voltage drop in contact area ( $V_c$ ) is supposed to be equal to 0.49 V. At a given  $V_c$  calculated values of electrode extension for globular and spray transfer modes are 49.4 mm and 20.8 mm respectively, that rather well corresponds to experimental data (Table 1).

### Conclusions

A mathematical model of wire melting and electrode metal transfer in GMAW have been developed. The model takes into account following phenomena: heat transfer, hydrodynamic and electromagnetic. These processes taking place in the system «electrode extension–droplet» by self-consistent way. The model predict metal transfer characteristics and analyze heating and melting of electrode. On the basis of the model a software has been developed by using self-written code, allowing for simulation of the aforementioned processes. Numerical analysis of the heat and mass transfer processes for the case of globular and spray transfer modes have been completed. In current paper the Marangoni effect and vapour recoil pressure are not analyzed. For more accurate simulation of heat processes in electrode the value of contact voltage should be specified.

**Acknowledgments.** This work was carried out with the financial support of the German Research Foundation DFG RE-2755/36-1 «Development of a physical-mathematical model of the gas metal arc welding process for pulsed mode by using multicomponent filler materials and molecular gases». The authors wish to express their thanks for this funding.

1. Waszink J.H. Heat generation and heat flow in the filler metal in GMA welding, *Welding Journal*, Vol. 61, No. 8 (1982), pp. 269–282.
2. Kim Y.S., McEligot D.M., Eagar T.W. Analysis of electrode heat transfer in gas metal arc welding, *Welding Journal*, Vol. 70, No. 1 (1991), pp. 20–31.

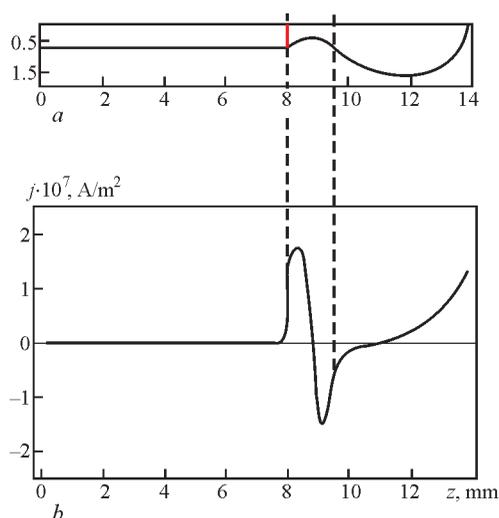


Fig. 4. Droplet shape before detachment (a), current density distribution along droplet surface (b) ( $I_{arc} = 138$  A)

3. Nemchinsky V.A. Heat transfer in an electrode during arc welding with a consumable electrode, *Journal of Physics D: Applied Physics*, Vol. 31, No. 6 (1998), pp. 730–736.
4. Amson J.C. Lorentz force in the molten tip of an arc electrode, *British Journal of Applied Physics*, Vol. 16 (1965), pp. 169–179.
5. Allum C.J. Metal transfer in arc welding as a varicose instability. II. Development of model for arc welding, *Journal of Physics D: Applied Physics*, Vol. 18, No. 7 (1985), pp. 1447–1468.
6. Semenov O., Demchenko V., Krivtsov I. et al. A dynamic model of droplet formation in GMA welding, *Modelling and Simulation in Materials Science and Engineering*, Vol. 20, No. 4 (2012), p. 045003.
7. Nemchinsky V.A. Heat transfer in a liquid droplet hanging at the tip of an electrode during arc welding, *Journal of Physics D: Applied Physics*, Vol. 30, No. 7 (1997), pp. 1120–1124.
8. Haidar J., Lowke J.J. Predictions of metal droplet formation in arc welding, *Journal of Physics D: Applied Physics*, Vol. 29, No. 12 (1996), pp. 2951–2960.
9. Wang F., Hou W.K., Hu S.J. et al. Modelling and analysis of metal transfer in gas metal arc welding, *Journal of Physics D: Applied Physics*, Vol. 36, No. 9 (2003), pp. 1143–1152.
10. Semyonov A.P. Methods of mathematical modelling of the processes of electrode metal drop formation and transfer in consumable electrode welding (Review), *The Paton Welding Journal*, No. 10 (2014), pp. 2–10.
11. Samarskii A.A., Vabishchevich P.N., Iliev O.P., Churbanov A.G. Numerical simulation of convection/diffusion phase change problems — a review, *International Journal of Heat and Mass Transfer*, Vol. 36, No. 17 (1993), pp. 4095–4106.
12. Kou S., Sun D.K. Fluid flow and weld penetration in stationary arc welds, *Metallurgical Transactions A*, Vol. 16, No. 2 (1985), pp. 203–213.
13. Hu2007.
14. Waszink J.H., Van den Heuvel G. Measurements and calculations of the resistance of the wire extension in arc welding, *Proc. Int. Conf. Arc Physics and Weld Pool Behaviour*, London, (1979).
15. Devoto R.S. Transport coefficients of ionized argon, *Phys. Fluids*, Vol. 16 (1973), pp. 616–623.



## **Раздел 2**

---

### **ЛАЗЕРНАЯ СВАРКА И ОБРАБОТКА МАТЕРИАЛОВ**

В данном разделе собраны статьи и доклады, в которых представлены результаты исследований отдельных физических явлений при сварке и обработке материалов с использованием электромагнитного прежде всего лазерного излучения. Большая часть работ касается различных аспектов взаимодействия сфокусированного лазерного излучения с обрабатываемым материалом в условиях, характерных для лазерной сварки, обработки поверхности и напыления покрытий. Кроме того, в этот раздел вошли работы, посвященные рассмотрению тепловых и гидродинамических процессов в обрабатываемом металле при точечной сварке и обработке импульсным лазерным излучением.

#### **2.1. ФИЗИЧЕСКИЕ ПРОЦЕССЫ ПРИ ВЗАИМОДЕЙСТВИИ ЭЛЕКТРОМАГНИТНОГО ИЗЛУЧЕНИЯ С МАТЕРИАЛАМИ В УСЛОВИЯХ ЛАЗЕРНОЙ СВАРКИ И ОБРАБОТКИ**

Ниже представлены работы по теоретическому исследованию и математическому моделированию отдельных физических процессов, протекающих при взаимодействии сфокусированного лазерного излучения с различными компактными и дисперсными материалами (металлы, полупроводники, диэлектрики). Значительная часть работ посвящена вопросам поглощения и отражения электромагнитных волн и пучков излучения обрабатываемым материалом. В ряде работ рассмотрена проблема конвективного испарения свариваемого металла под воздействием высококонцентрированного источника энергии, каким является сфокусированный лазерный пучок. Часть работ посвящена моделированию лазерной плазмы, формирующейся при лазерной сварке с глубоким проплавлением, исследованию процессов конденсации металлического пара и зарядки частиц конденсированной фазы в парогазовом факеле.

В работе [2.1.1] предложена методика расчета энергетических коэффициентов поглощения и отражения монохроматического электромагнитного излучения полуограниченным металлом при наличии на его поверхности слоя диэлектрика (поглощающее покрытие) или неоднородной газовой плазмы (плазменный факел при лазерной сварке). Данная методика основана на аналитическом решении задачи дифракции плоской электромагнитной волны  $p$ - и  $s$ -поляризации при произвольном угле падения на рассматриваемую систему. Для описания электромагнитных свойств системы использован метод слой-аппроксимации в предположении, что диэлектрические проницаемости плазмы и металла определяются в рамках модели «холодной плазмы». Проведен численный анализ коэффициентов поглощения и отражения электромагнитного излучения с характерной для  $\text{CO}_2$ -лазеров длиной волны при нормальном падении на поверхность алюминия, граничащую со слоем аргоновой плазмы (оптический разряд вблизи металлической поверхности), параметры которой выбирали из экспериментальных данных. Показано, что возникновение лазерной плазмы над поверхностью свариваемого изделия приводит к существенному снижению доли энергии, поглощаемой металлом.

Работа [2.1.2] посвящена обобщению методики расчета коэффициентов поглощения и отражения плоской электромагнитной волны системой «полуограниченный металл–слой неоднородной плазмы» при нормальном падении на рассматриваемую систему гауссова пучка лазерного излучения. Показано,

что при характерных для лазерной сварки значениях радиуса лазерного пучка на поверхности металла, определяемых условиями фокусировки пучка, значения коэффициентов его поглощения и отражения практически не отличаются от соответствующих значений для случая падения на систему плоской электромагнитной волны.

В работе [2.1.3] получено решение задачи о проникновении электромагнитного излучения в полуограниченную плазмopodobную среду с пространственной дисперсией электромагнитных свойств (газоразрядная плазма, электронно-дырочная плазма в полупроводниках, вырожденный электронный газ в металлах), граничащую со слоем диэлектрика, диэлектрическая проницаемость которого зависит от частоты падающего излучения. Проведено детальное численное исследование влияния такого диэлектрического слоя на поглощение электромагнитных волн полуограниченным металлом в области аномального скин-эффекта. Полученные результаты могут быть использованы при определении поглощательных свойств различных металлов и полупроводников с окисными пленками или диэлектрическими покрытиями на поверхности в условиях обработки указанных материалов лазерным излучением различных длин волн.

В работе [2.1.4] исследованы особенности поглощения энергии в слое диэлектрика, находящегося на металлической поверхности, при его нагреве электромагнитным излучением. С использованием полученного в [2.1.3] решения задачи дифракции плоской электромагнитной волны на данной системе определены интегральные и распределенные характеристики поглощения электромагнитной энергии в указанном слое. С помощью полученных соотношений рассчитаны распределения поглощаемой энергии по толщине слоя диэлектрика, нагреваемого электромагнитным излучением с длиной волны 3,6 мм, при термической обработке защитных покрытий, наносимых на поверхность металла с использованием излучения гиротрона непрерывного действия. Определены параметры слоя (толщина, диэлектрическая проницаемость) и условия облучения (поляризация излучения, угол падения), обеспечивающие для рассматриваемого технологического процесса достаточную равномерность выделения тепловой энергии в обрабатываемом слое.

В работе [2.1.5] исследованы особенности поглощения излучения  $\text{CO}_2$ -лазера мелкодисперсными сферическими частицами  $\text{Al}_2\text{O}_3$ ,  $\text{SiO}_2$  и  $\text{TiO}_2$ . Путем решения задачи дифракции плоской электромагнитной волны на радиально-неоднородном шаре с помощью метода слой-аппроксимации получены аналитические выражения для расчета распределения поглощаемой мощности в сферической частице с учетом радиальной неоднородности свойств ее материала, которая может возникать при лазерном нагреве частицы. Приведены также выражения для нахождения полных сечений поглощения и рассеяния лазерного излучения радиально-неоднородной частицей. С использованием полученных выражений рассчитаны радиальные распределения поглощаемой частицей мощности, а также сечения поглощения и рассеяния падающего излучения в зависимости от радиуса частицы в диапазоне 10...50 мкм. Отмечена существенная неоднородность распределения поглощаемой мощности по радиусу частиц, причем для частиц  $\text{Al}_2\text{O}_3$  и  $\text{TiO}_2$  эта мощность в основном сосредоточена в приповерхностной области, тогда как для  $\text{SiO}_2$  ее максимум находится вблизи центра частицы. На основе нестационарного уравнения теплопроводности в частице с распределенным по объему источником тепла (рассчитанным, как указано выше) проведен численный анализ динамики температурных полей частиц при их нагреве излучением  $\text{CO}_2$ -лазера. Рассмотрен также случай оптической неоднородности свойств материала частиц, возникающей в процессе их лазерного нагрева. Установлено, что при нагреве излучением  $\text{CO}_2$ -лазера частиц  $\text{Al}_2\text{O}_3$  и  $\text{TiO}_2$  температура поверхности возрастает быстрее, чем температура в центре частицы, тогда как при нагреве частиц  $\text{SiO}_2$  наблюдается обратная картина.

Разработанный в работе [2.1.5] подход использован в [2.1.6] для численного анализа особенностей поглощения и рассеяния электромагнитного излучения различных длин волн, характерных для  $\text{CO}_2$ -лазеров (длина волны излучения 10,6 мкм) и Nd:YAG-лазеров (длина волны 1,06 мкм), частицами мелкодисперсных керамических ( $\text{Al}_2\text{O}_3$ ,  $\text{SiO}_2$ ) и металлических (Al) материалов при различных радиусах частиц (0,1...30 мкм).

В работе [2.1.7] разработана математическая модель для расчета пространственного распределения мощности лазерного излучения, поглощаемого поверхностью парогазового канала, при лазерной сварке с глубоким проплавлением. Данная модель позволяет численно исследовать влияние условий фокусировки исходного пучка, длины волны и поляризации лазерного излучения на его поглощение в парогазовом канале произвольной формы при учете многократных отражений падающего излучения

от поверхности канала. Для компьютерной реализации разработанной модели было создано специализированное программное обеспечение, с помощью которого проведен детальный численный анализ распределенных и интегральных характеристик поглощения гауссова пучка излучения  $\text{CO}_2$ -лазера в каналах различной формы применительно к условиям лазерной сварки алюминия. При этом глубина канала варьировалась в диапазоне 2...10 мм, а температура его поверхности была постоянной, равной температуре кипения алюминия. Результаты расчетов показали, что направление вектора поляризации излучения в исходном пучке существенно влияет на его поглощение металлом в процессе лазерной сварки с глубоким проплавлением. Пространственное распределение теплового потока, вводимого в свариваемый металл через поверхность парогазового канала, в значительной степени зависит от поляризации используемого излучения и может существенно отличаться от распределения интенсивности излучения в исходном лазерном пучке.

Работа [2.1.8] посвящена математическому моделированию процессов движения и нагрева частиц мелкодисперсных керамических материалов при лазерном напылении покрытий. При определении локальных значений интенсивности излучения вдоль траектории движения отдельной частицы учитывали рассеяние и поглощение лазерного пучка всей совокупностью частиц. Расчет пространственного распределения результирующей интенсивности лазерного излучения проведен на основе параболического уравнения, описывающего распространение пучка в запыленной среде с известным (предварительно вычисленным) распределением напыляемых частиц в пространстве. С помощью разработанных моделей рассчитаны траектории, скорости движения, пространственные распределения и температурные поля мелкодисперсных частиц  $\text{SiO}_2$  при лазерном напылении с использованием излучения  $\text{CO}_2$ -лазера. Показано существенное влияние расхода напыляемого материала на распределенные и интегральные характеристики взаимодействующего с ним лазерного пучка, а также на тепловое состояние напыляемых частиц.

В работе [2.1.9] предложена самосогласованная математическая модель процессов испарения металла, поверхностной конденсации (возможностью объемной конденсации пренебрегалось) и газодинамики металлического пара внутри парогазового канала, формирующегося в сварочной ванне при лазерной сварке с глубоким проплавлением. Для описания процессов поверхностного испарения и конденсации пара на стенке канала использован подход, предложенный ранее Найтом. Проведен численный анализ тепловых и газодинамических характеристик потока пара в парогазовом канале при лазерной сварке низкоуглеродистой стали. Исследовано влияние газодинамических процессов на состояние пара, заполняющего канал, его давление на стенку канала и теплообмен в ванне расплава вследствие процессов испарения и конденсации на ее свободной поверхности. Разработана математическая модель процессов тепло- и массопереноса в потоке металлического пара, истекающего из парогазового канала во внешнюю газовую среду. Выполнено численное моделирование указанных процессов при истечении струи металлического пара (Fe) в покоящийся газ (Ar, He) атмосферного давления. Определены пространственные распределения температуры, скорости и концентрации металлического пара в парогазовом факеле, возникающем над поверхностью металла при лазерной сварке с глубоким проплавлением. Показано, что металлический пар в парогазовом факеле является существенно пересыщенным, что свидетельствует о возможности как его объемной конденсации, так и образования частиц конденсированной фазы, рассеивающих лазерное излучение.

Работы [2.1.10, 2.1.11] посвящены теоретическому исследованию и математическому моделированию конвективного испарения металла при лазерной обработке. Наиболее детально исследовать процесс поверхностного испарения можно на основе кинетического уравнения Больцмана, описывающего пространственно-временную эволюцию функции распределения атомов паровой фазы вблизи испаряющейся поверхности. Поскольку решение такого интегро-дифференциального уравнения представляет собой достаточно сложную математическую задачу, в указанных работах предложено использовать модельное кинетическое уравнение Бхатнагара–Гросса–Крука (БГК), которое значительно проще уравнения Больцмана и вместе с тем сохраняет основные преимущества кинетического подхода. Путем численного решения уравнения БГК, которое находили методом конечных разностей с использованием консервативной разностной схемы, выполнен детальный численный анализ характеристик металлического пара (Fe) как внутри, так и вне кнудсеновского слоя в широком диапазоне значений температуры поверхности металла (3492...4932 К), охватывающем до- и сверхзвуковой режимы течения пара. Сравнение полученных результатов с данными исследований, выполненных ранее на основе приближенных

моделей Найта и Анисимова, показало, что характеристики потока пара, рассчитанные с использованием модельного кинетического уравнения, могут существенно (до 16 %) отличаться от соответствующих характеристик, вычисляемых в рамках указанных приближенных моделей. Кроме того, решение кинетического уравнения позволяет детализировать структуру ударной волны и контактного разрыва, которые не могут быть разрешены в рамках идеализированной модели течения пара, используемой Найтом.

Работы [2.1.12, 2.1.13] посвящены теоретическому исследованию и математическому моделированию физических процессов, протекающих в парогазовом канале при лазерной ( $\text{CO}_2$ -лазер) сварке алюминия с глубоким проплавлением. Предложена одномерная математическая модель для самосогласованного описания процессов поверхностного испарения металла, ионизации металлического пара и формирования под воздействием лазерного излучения низкотемпературной плазмы оптического разряда. Основу модели составляет система уравнений радиационной газовой динамики для металлической плазмы, которая предполагается ионизационно равновесной (с возможностью многократной ионизации) и квазинейтральной. Для определения радиационных потерь такой плазмы использовано уравнение переноса излучения, записанное в диффузионном многогрупповом приближении, а распространение и поглощение в ней лазерного излучения описаны законом Бугера. Характеристики пара вблизи дна парогазового канала рассчитаны на основе модели Найта. С помощью предложенной модели выполнен численный анализ пространственно-временных распределений характеристик лазерной плазмы в парогазовом канале при сварке алюминия излучением  $\text{CO}_2$ -лазера. Рассчитано минимальное значение интенсивности лазерного излучения ( $2 \cdot 10^8 \text{ Вт/м}^2$ ), при котором возможно возникновение и развитие оптического разряда в такой системе. Начиная с указанного значения наблюдается эффект «запирания» собственного излучения в плазме, что приводит к повышению ее температуры в зоне энерговыделения до 20000 К. Численно исследованы режимы распространения разряда в виде «волны медленного горения», соответствующие интенсивности падающего излучения в диапазоне  $(2 \dots 8) \cdot 10^8 \text{ Вт/м}^2$ , и «дозвуковой радиационной волны» при интенсивности лазерного излучения в диапазоне  $(0,8 \dots 2,0) \cdot 10^9 \text{ Вт/м}^2$ .

В работе [2.1.14] предложена математическая модель динамики роста, нагрева и движения в парогазовом факеле частиц конденсированного металлического пара, возможность образования которых при лазерной сварке с глубоким проплавлением была предсказана в [2.1.9]. Изменения во времени радиуса и температуры частицы конденсированной фазы определены с использованием выражений для потоков массы и энергии между ее поверхностью и окружающей средой, записанных в бесстолкновительном приближении (размеры формирующихся частиц конденсата намного меньше длины свободного пробега атомов окружающей смеси). Скорость частицы вычислена из уравнения движения частицы в парогазовом факеле под действием силы аэродинамического сопротивления. На основе разработанной модели проведено численное исследование динамики роста температуры и радиуса частиц конденсированного металлического пара как при постоянных параметрах окружающей парогазовой смеси ( $\text{Fe} + \text{Ar}$ ), так и с учетом движения таких частиц в неоднородном парогазовом факеле, пространственные распределения характеристик которого взяты из работы [2.1.9]. Исследовано также влияние поглощения лазерного излучения частицами конденсата на изменение их радиуса и температуры. Определены результирующие размеры и температура частиц конденсированного пара в зависимости от места образования и размера зародыша.

Еще одному аспекту поведения частиц конденсированной фазы в парогазовом факеле при лазерной сварке с глубоким проплавлением посвящена работа [2.1.15]. В ней рассмотрены процессы зарядки и экранировки частиц конденсированного металлического пара в слабоионизированной парогазовой смеси. Для численного исследования характеристик указанных процессов использована самосогласованная система модельных кинетических уравнений Власова–Бхатнагара–Гросса–Крука (Власова–БГК). Путем численного решения указанной системы уравнений показано, что для характерных значений температуры, плотности и степени ионизации металлического пара в парогазовом факеле частицы конденсированного пара радиусом от 10 до 100 нм могут приобретать нескомпенсированный отрицательный заряд, значение которого находится в диапазоне  $10^2 \dots 10^4$  элементарных зарядов. Наличие такого большого остаточного заряда у частиц конденсата дает возможность управлять их движением (удалять из парогазового факела) путем наложения внешних электрических или магнитных полей.

### 2.1.1. РАСЧЕТ ЭНЕРГЕТИЧЕСКИХ КОЭФФИЦИЕНТОВ ПОГЛОЩЕНИЯ И ОТРАЖЕНИЯ ЭЛЕКТРОМАГНИТНОГО ИЗЛУЧЕНИЯ ПРИ ЛАЗЕРНОЙ СВАРКЕ\*

В.С. ГВОЗДЕЦКИЙ, Г.М. КОРЧИНСКИЙ, И.В. КРИВЦУН, А.Г. ЗАГОРОДНИЙ, И.П. ЯКИМЕНКО

Теоретическое исследование взаимодействия лазерного излучения с веществом имеет большое значение для выбора оптимальных условий лазерной сварки, при которых доля энергии, поглощаемая свариваемым изделием, будет максимальной. Важное место в таких исследованиях занимает определение энергетических коэффициентов поглощения и отражения электромагнитных волн металлом. Знание зависимости указанных коэффициентов от угла падения, поляризации и пространственного распределения интенсивности падающего излучения позволит определить условия максимального поглощения лазерного излучения, а следовательно, и КПД процесса лазерной сварки.

Изучению способности металлов поглощать энергию посвящена обширная литература (см., например, работу [1] и библиографию, приведенную в ней). Однако исследование поглощения энергии излучения при лазерной сварке требует учета ряда специфических особенностей, связанных с большой плотностью энергии лазерного излучения. Одной из таких особенностей является возникновение над поверхностью свариваемого металла плазменного факела [2, 3], который поглощает значительную часть энергии лазерного излучения, уменьшая долю энергии, поглощаемую металлом. Кроме того, на поверхность свариваемого изделия может наноситься слой флюса с определенной диэлектрической проницаемостью, присутствие которого в сварочной ванне необходимо с металлургической точки зрения. Наличие на поверхности металла диэлектрического слоя также приводит к изменению энергетического коэффициента поглощения электромагнитных волн металлом [4]. Таким образом, расчет этого коэффициента при лазерной сварке следует проводить с учетом наличия над поверхностью металла факела неоднородной плазмы или слоя диэлектрика (флюса) на самой поверхности.

Настоящая работа посвящена теоретическому определению энергетических коэффициентов поглощения и отражения электромагнитных волн полуграниченным металлом при наличии слоя неоднородной плазмы. Такая модель объекта ис-

следования достаточно хорошо отражает реальные условия, возникающие при лазерной сварке, и позволяет оценить влияние параметров плазменного факела на поглощение энергии лазерного излучения свариваемым изделием.

Рассмотрим однородный металл, занимающий полупространство  $z > 0$  и граничащий со слоем  $-L < z < 0$  неоднородной плазмы. Пусть на рассматриваемую систему из внешней среды с диэлектрической проницаемостью  $\tilde{\epsilon} = \text{const}$  падает под углом  $\vartheta$  к оси  $OZ$  плоская электромагнитная волна произвольной поляризации. Поля падающей и рассеянной волн описываются выражениями:

$$\begin{aligned} \vec{E}^{inc}(\vec{r}, t) &= \vec{E}_{\vec{p}, \omega}^{inc} e^{i\vec{k}_z(z+L)} e^{i(\vec{p}\vec{r}_\perp - \omega t)} + \text{к.с.}; \\ \vec{E}^{sc}(\vec{r}, t) &= \vec{E}_{\vec{p}, \omega}^{sc} e^{-i\vec{k}_z(z+L)} e^{i(\vec{p}\vec{r}_\perp - \omega t)} + \text{к.с.}, \end{aligned} \quad (1)$$

где

$$\begin{aligned} \vec{p} &= (p_x, p_y); \quad \vec{r}_\perp = (x, y); \quad p_x = \frac{\omega}{c} \sqrt{\tilde{\epsilon}} \sin \vartheta \cos \varphi; \\ p_y &= \frac{\omega}{c} \sqrt{\tilde{\epsilon}} \sin \vartheta \sin \varphi; \quad \tilde{k}_z = \sqrt{\frac{\omega^2}{c^2} \tilde{\epsilon} - p^2}; \end{aligned} \quad (2)$$

$\varphi$  — угол между плоскостью падения и осью  $OX$ . В рамках гидродинамической модели, используя метод аппроксимации неоднородной плазмы слоистой структурой с конечным, но произвольным числом  $N$  однородных слоев [5], поля в области  $-L < z < 0$  можно представить в виде

$$\vec{E}^{(s)}(\vec{r}, t) = \vec{E}_{\vec{p}, \omega}^{(s)}(z) e^{i(\vec{p}\vec{r}_\perp - \omega t)} + \text{к.с.}, \quad (3)$$

где

$$\left. \begin{aligned} \vec{E}_{\vec{p}, \omega}^{(s)}(z) &= \left[ A_{\vec{p}}^{(s)} \vec{M}_{\vec{p}}^{(s)}(z) + B_{\vec{p}}^{(s)} \vec{N}_{\vec{p}}^{(s)}(z) + \right. \\ &\quad \left. + \tilde{A}_{\vec{p}}^{(s)} \vec{M}_{\vec{p}}^{(s)}(z) + \tilde{B}_{\vec{p}}^{(s)} \vec{N}_{\vec{p}}^{(s)}(z) \right]; \\ \vec{M}_{\vec{p}}^{(s)}(z) &= i \left( p_y \vec{i}_x - p_x \vec{i}_y \right) e^{iq_s z}; \\ \vec{N}_{\vec{p}}^{(s)}(z) &= -\frac{q_s}{k_s} \left( p_x \vec{i}_x + p_y \vec{i}_y - \frac{p^2}{q_s} \vec{i}_z \right) e^{iq_s z}; \\ \vec{M}_{\vec{p}}^{(s)}(z); \vec{N}_{\vec{p}}^{(s)}(z) &= \vec{M}_{\vec{p}}^{(s)}(z); \vec{N}_{\vec{p}}^{(s)}(z) [q_s \rightarrow -q_s]; \\ q_s^2 &= k_s^2 - p^2; \quad k_s^2 = \frac{\omega^2}{c^2} \epsilon_s(\omega); \quad s \leq N. \end{aligned} \right\} \quad (4)$$

\*Автоматическая сварка. — 1986. — № 5. — С. 33–37.

Здесь  $A, B, \tilde{A}, \tilde{B}$  — коэффициенты разложения, подлежащие определению;  $\varepsilon_s(\omega)$  — диэлектрическая проницаемость  $s$ -го слоя ( $z_{s-1} > z > z_s, z_0 = 0, z_N = -L$ ) плазмы,

$$\varepsilon_s(\omega) = 1 - \sum_{\sigma} \frac{\omega_{p\sigma}^{(s)2}}{\omega(\omega + i\nu_{\sigma}^{(s)})}, \quad \sigma = (e, i), \quad (5)$$

где  $\omega_{p\sigma}^{(s)2} = \left( \frac{4\pi e^2 n_{\sigma}^{(s)}}{m_{\sigma}} \right)^{1/2}$  — плазменная частота частиц сорта  $\sigma$ ;  $\nu_{\sigma}^{(s)}$  — эффективная частота столкновений этих частиц;  $n_{\sigma}^{(s)}$  — концентрация частиц в  $s$ -м слое. Наконец, поля в металле ( $z > 0$ ) записываются в виде

$$\vec{E}(\vec{r}, t) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} dk_z \vec{E}_{\vec{k}, \omega} e^{i(\vec{k}\vec{r} - \omega t)} + \text{к.с.}, \quad (6)$$

где

$$\vec{k} = (k_x, k_y, k_z). \quad (7)$$

В случае зеркального отражения электронов от границы металла Фурье-компоненты поля в металле удовлетворяют следующей системе уравнений [6]:

$$\Lambda_{ij}(\vec{k}, \omega) E_{j\vec{k}, \omega} = -\frac{4\pi i}{\omega} I_{i\vec{k}, \omega}, \quad (8)$$

где

$$\Lambda_{ij}(\vec{k}, \omega) = \varepsilon_{ij}(\vec{k}, \omega) - \frac{c^2 k^2}{\omega^2} \left( \delta_{ij} - \frac{k_i k_j}{k^2} \right); \quad (9)$$

$$I_{i\vec{k}, \omega} = -\frac{c}{2\pi} e_{ij} B_{j\vec{k}, \omega} (+0);$$

$\varepsilon_{ij}(\vec{k}, \omega)$  — тензор диэлектрической проницаемости металла;  $e_{ij}$  — совершенно антисимметричный единичный тензор третьего ранга.

Используя граничные условия макроскопической электродинамики, заключающиеся в непрерывности тангенциальных компонент электрического и магнитного полей на границах раздела ( $z = 0; z = z_s, s = 1, 2, \dots, N$ ), можно выразить амплитуды полей  $\vec{E}_{\vec{p}, \omega}^{sc}$  и  $\vec{E}_{\vec{p}, \omega}^{(s)}$  через амплитуду поля падающей волны  $\vec{E}_{\vec{p}, \omega}^{inc}$ . Этим полностью исчерпывается решение дифракции плоской электромагнитной волны для системы слоев плазмы — металл.

На основе такого решения можно рассчитать коэффициент  $R$  отражения электромагнитных волн от рассматриваемой системы и коэффициент  $\Gamma$  их поглощения металлом [7]:

$$R = \frac{|P_z^{sc}|}{|P_z^{inc}|}; \quad \Gamma = \frac{|P_z^{pen}|}{|P_z^{inc}|}, \quad (10)$$

где  $\bar{P}^{inc}, \bar{P}^{sc}$  и  $\bar{P}^{pen}$  — средние по времени значения векторов Пойнтинга падающей, рассеянной и пришедшей в металл волн соответственно. Коэффициент  $D$  поглощения в слое можно определить из условия

$$R + D + \Gamma + 1. \quad (11)$$

Если плазма и металл изотропны, удобно ввести коэффициенты поглощения и отражения отдельно для каждой из двух независимых поляризаций падающей волны. В случае  $s$ -поляризованной падающей волны ( $E_z^{inc} = 0; B_z^{inc} \neq 0$ ) имеем

$$\left. \begin{aligned} \Gamma_s &= \frac{2q_1}{k_z} |g_{11}^{-1}|^2 (1 - \Pi_{11})(1 + \Pi_{11}^*) + \text{к.с.}; \\ R_s &= \left| \frac{2q_N}{k_z} (S_{11}^{(N)} e^{-iq_N L} - \tilde{S}_{11}^{(N)} e^{iq_N L}) - 1 \right|^2, \end{aligned} \right\} \quad (12)$$

а в случае  $p$ -поляризованной волны ( $E_z^{inc} \neq 0; B_z^{inc} = 0$ ) получим

$$\left. \begin{aligned} \Gamma_p &= \frac{2q_1}{k_z} \sqrt{\frac{\varepsilon_1^*}{\varepsilon_1}} |g_{22}^{-1}|^2 (1 - \Pi_{22})(1 + \Pi_{22}^*) + \text{к.с.}; \\ R_p &= \left| 2\sqrt{\frac{\varepsilon_N}{\varepsilon}} (S_{22}^{(N)} e^{-iq_N L} + \tilde{S}_{22}^{(N)} e^{iq_N L}) - 1 \right|^2. \end{aligned} \right\} \quad (13)$$

Здесь

$$S_{\alpha\beta}^{(s)} = P_{\alpha\gamma}^{(s)} g_{\gamma\beta}^{-1}; \quad \tilde{S}_{\alpha\beta}^{(s)} = \tilde{P}_{\alpha\gamma}^{(s)} g_{\gamma\beta}^{-1}; \quad \alpha, \beta, \gamma = 1, 2; \quad s \leq N, \quad (14)$$

а диагональные матрицы второго порядка  $P_{\alpha\beta}^{(s)}$  и  $\tilde{P}_{\alpha\beta}^{(s)}$  определяются рекуррентными соотношениями:

$$\left. \begin{aligned} P_{\alpha\beta}^{(s+1)} &= \sigma_{\alpha\gamma}^{(s+1)} P_{\gamma\beta}^{(s)} + \rho_{\alpha\gamma}^{(s+1)} \tilde{P}_{\gamma\beta}^{(s)}; \\ \tilde{P}_{\alpha\beta}^{(s+1)} &= \tilde{\sigma}_{\alpha\gamma}^{(s+1)} P_{\gamma\beta}^{(s)} + \tilde{\rho}_{\alpha\gamma}^{(s+1)} \tilde{P}_{\gamma\beta}^{(s)}; \\ P_{\alpha\beta}^{(1)} &= \delta_{\alpha\beta}; \quad \tilde{P}_{\alpha\beta}^{(1)} = \Pi_{\alpha\beta}, \end{aligned} \right\} \quad (15)$$

где

$$\left. \begin{aligned} \sigma_{11}^{(s+1)} &= \frac{1}{2} \left( 1 + \frac{q_s}{q_{s+1}} \right) e^{i(q_s - q_{s+1})z_s}; \\ \sigma_{22}^{(s+1)} &= \frac{1}{2} \left( \sqrt{\frac{\varepsilon_s}{\varepsilon_{s+1}}} + \sqrt{\frac{\varepsilon_{s+1}}{\varepsilon_s}} \frac{q_s}{q_{s+1}} \right) e^{i(q_s - q_{s+1})z_s}; \\ \tilde{\sigma}_{\alpha\beta}^{(s+1)} &= \sigma_{\alpha\beta}^{(s+1)} (q_{s+1} \rightarrow -q_{s+1}); \\ \rho_{\alpha\beta}^{(s+1)} &= \sigma_{\alpha\beta}^{(s+1)}; \quad (q_s \rightarrow -q_s); \\ \tilde{\rho}_{\alpha\beta}^{(s+1)} &= \sigma_{\alpha\beta}^{(s+1)} (q_s, q_{s+1} \rightarrow -q_s, -q_{s+1}); \\ \Pi_{11} &= \frac{c}{\omega} q_1 S_T(\vec{p}, \omega) - 1; \quad \Pi_{22} = \frac{\frac{q_1}{k_1} - \sqrt{\varepsilon_1} S_L(\vec{p}, \omega)}{\frac{c}{\omega} q_1 S_T(\vec{p}, \omega) + 1}; \quad \Pi_{22} = \frac{\frac{q_1}{k_1} + \sqrt{\varepsilon_1} S_L(\vec{p}, \omega)}{\frac{c}{\omega} q_1 S_T(\vec{p}, \omega) + 1}, \end{aligned} \right\} \quad (16)$$

$S_T(\vec{p}, \omega)$  и  $S_L(\vec{p}, \omega)$  — поверхностные импедансы металла для  $s$ - и  $p$ -поляризации падающей волны соответственно:

$$\left. \begin{aligned} S_T(\vec{p}, \omega) &= \frac{2ic}{\omega} \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{dk_z}{2\pi} \frac{k_z^2}{\varepsilon_T(\vec{k}, \omega) - \frac{k^2 c^2}{\omega^2}}; \\ S_L(\vec{p}, \omega) &= \frac{2ic}{\omega} \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{dk_z}{2\pi} \frac{1}{k^2} \times \\ &\times \left[ \frac{p^2}{\varepsilon_L(\vec{k}, \omega)} + \frac{k_z^2}{\varepsilon_T(\vec{k}, \omega) - \frac{k^2 c^2}{\omega^2}} \right], \end{aligned} \right\} \quad (17)$$

$\varepsilon_L(\vec{k}, \omega)$  и  $\varepsilon_T(\vec{k}, \omega)$  — продольная и поперечная диэлектрические проницаемости металла, явный вид которых для различных моделей приведен в работе [1]. Фигурирующая в выражениях (12)–(14) матрица второго порядка  $g_{\alpha\beta}$  диагональная и имеет вид

$$g_{\alpha\beta} = \pi_{\alpha\gamma} P_{\gamma\beta}^{(N)} + \tilde{\pi}_{\alpha\gamma} \tilde{P}_{\gamma\beta}^{(N)}, \quad (18)$$

где

$$\left. \begin{aligned} \pi_{11} &= \left( 1 + \frac{q_N}{k_z} \right) e^{-iq_N L}; \\ \pi_{22} &= \left( \sqrt{\frac{\varepsilon_N}{\tilde{\varepsilon}}} + \sqrt{\frac{\tilde{\varepsilon}}{\varepsilon_N}} \frac{q_N}{k_z} \right) e^{-iq_N L}; \\ \tilde{\pi}_{\alpha\beta} &= \pi_{\alpha\beta} (q_N \rightarrow -q_N). \end{aligned} \right\} \quad (19)$$

Полученные формулы остаются справедливыми и для системы слоисто-неоднородный диэлектрик–металл, если под  $\varepsilon_s(\omega)$  понимать диэлектрическую проницаемость  $s$ -го слоя диэлектрика.

В качестве примера для численного исследования было выбрано полупространство алюминия с приповерхностным слоем аргоновой плазмы при нормальном падении ( $\vartheta = 0$ ) плоской монохроматической волны с длиной  $\lambda = 10,6$  мкм (что соответствует  $\omega = 0,178 \cdot 10^{15}$  с<sup>-1</sup>), характерной для CO<sub>2</sub>-лазера. Подобная система реализуется на начальной стадии процесса лазерной сварки алюминия в атмосфере аргона (с момента возникновения факела неоднородной плазмы и до момента появления расплава), что позволяет считать границу металла плоской и пренебрегать влиянием паров алюминия на свойства приповерхностного слоя плазмы. На основании экспериментальных данных о параметрах оптического пробоя в аргоне вблизи металлической поверхности [8] толщина слоя аргоновой плазмы варьировалась в диапазоне  $0 \leq L \leq 10$  мм при температуре электронов  $(1 \dots 1,5) \cdot 10^4$  К. Концентрации частиц плазмы с заданной температурой электронов определялись по уравнению Саха при атмосферном давлении. Полученные данные

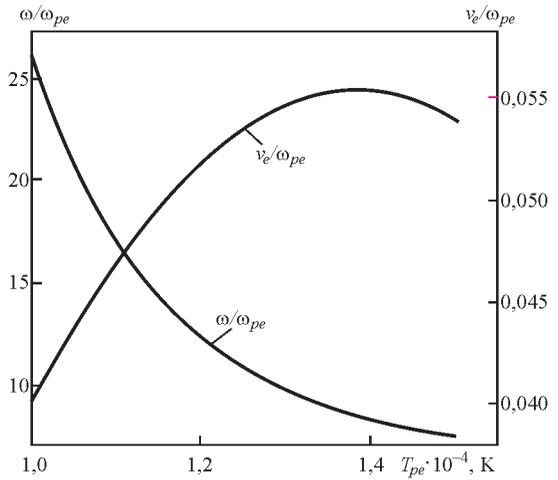


Рис. 1. Температурная зависимость параметров  $\omega/\omega_{pe}$  и  $v_e/\omega_{pe}$  для аргоновой плазмы при атмосферном давлении ( $\omega = 0,178 \cdot 10^{15}$  с<sup>-1</sup>)

использовались для расчета величин  $\omega_{pe}$  и  $v_e = v_{ei}$ , необходимых для определения диэлектрической проницаемости слоя плазмы, — по формуле (5). Величины  $\omega/\omega_{pe}$  и  $v_e/\omega_{pe}$  для аргоновой плазмы в диапазоне температур  $T_{pe} = (1 \dots 1,5) \cdot 10^4$  К приведены на рис. 1. Параметры вырожденного электронного газа в алюминии определялись на основе данных, приведенных в работах [9, 10]. При температуре плавления алюминия ( $T_{me} = 933,5$  К) отношения  $(\omega/\omega_{me}) = 0,938 \cdot 10^{-2}$ ;  $(v_{me}/\omega_{me}) = 0,388$ ;  $(v_F/c) = 0,673 \cdot 10^{-2}$ , где  $v_{me}$  — эффективная частота соударений электронов;  $\omega_{me}$  — плазменная частота;  $v_F$  — скорость Ферми для электронов металла.

На рис. 2 представлены зависимости коэффициентов поглощения  $\Gamma$  и отражения  $R$ , при наличии над поверхностью алюминия однородного слоя аргоновой плазмы, от толщины слоя для температур плазмы  $T_{pe} = (1 \dots 1,5) \cdot 10^4$  К. На рис. 3 приведены аналогичные зависимости (кривые 3) при наличии слоя неоднородной аргоновой плазмы, температура которой изменяется по закону

$$T_{pe}(z) = 1,5 \cdot 10^4 \left[ 1 - \frac{2}{3} \left( \frac{z}{L} \right)^2 \right] \text{ К.}$$

Число разбиений неоднородной плазмы на слои в случае рассматриваемой неоднородности выбиралось равным 20, что обеспечивало определение  $\Gamma$  и  $R$  с точностью до  $1 \cdot 10^{-5}$ .

Как видно из рис. 2 и 3, указанные зависимости представляют собой набор равномерно чередующихся максимумов и минимумов на фоне монотонного убывания с увеличением толщины слоя и температуры плазмы. На основании соотношения (11) можно сделать вывод, что коэффициент поглощения  $D$  в слое плазмы при таких условиях возрастает. При  $L = 0$ , т. е. при отсутствии приповерхностной плазмы, расчет дает значения  $\Gamma =$

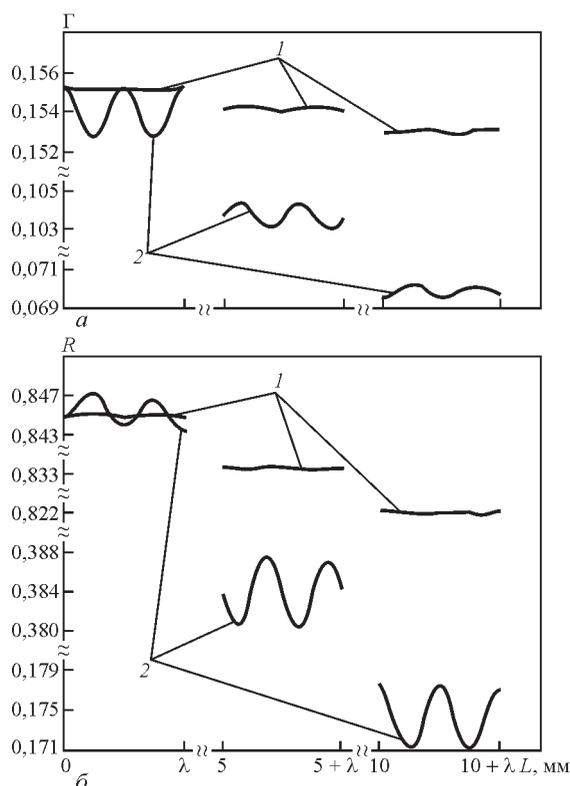


Рис. 2. Зависимости коэффициентов поглощения (а) и отражения (б) электромагнитных волн алюминием с однородным приповерхностным слоем аргоновой плазмы от толщины слоя и температуры плазмы: 1 —  $T_{pe} = 1 \cdot 10^4$  К; 2 —  $T_{pe} = 1,5 \cdot 10^4$  К;  $\lambda = 10,6$  мкм;  $\theta = 0$ ;  $\epsilon = 1$ ;  $T_{me} = 933,5$  К

$= 0,155$ ,  $R = 0,845$ , что в точности соответствует результатам, полученным в работе [9]. Учет неоднородности плазмы (рис. 3) не приводит к качественному изменению зависимостей  $\Gamma$  и  $R$  от  $L$ , однако существенно влияет на величины этих коэффициентов.

Наличие чередующихся максимумов и минимумов в зависимостях коэффициентов  $\Gamma$  и  $R$  от толщины слоя связано с интерференцией электромагнитных волн в этом слое. Заметное падение  $\Gamma$  и  $R$  (одновременный рост  $D$ ) с увеличением толщины слоя и температуры плазмы связано с повышением поглощения энергии волны свободными электронами плазмы при увеличении соответственно длины оптического пути и концентрации электронов в плазме.

Знание энергетических коэффициентов поглощения и отражения рассматриваемой системой позволяет рассчитать коэффициент ослабления  $\kappa$  (коэффициент объемного поглощения) электромагнитных волн в приповерхностном слое плазмы. Этот коэффициент можно определить при помощи соотношения

$$L\kappa = -\ln \frac{|P_z^{pen}|}{|P_z^{inc}| - |P_z^{sc}|},$$

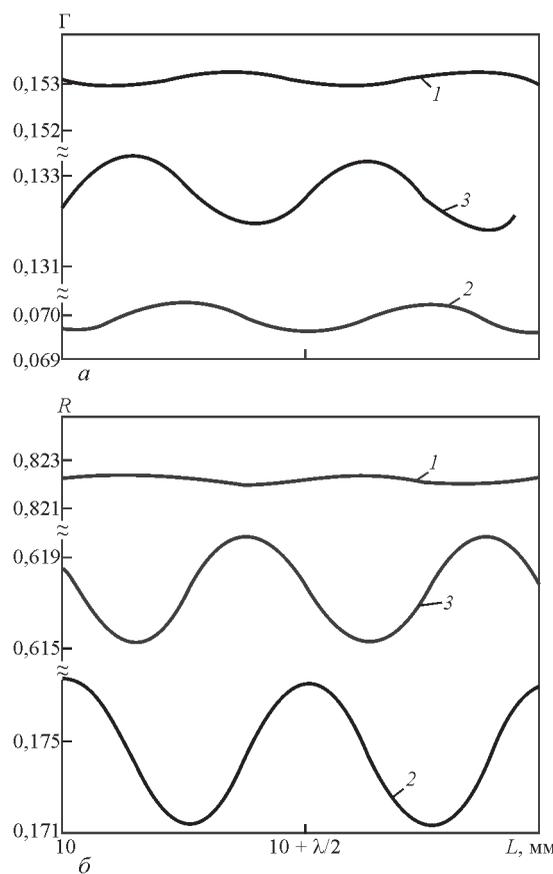


Рис. 3. Влияние неоднородности приповерхностного слоя аргоновой плазмы на коэффициенты поглощения (а) и отражения (б) электромагнитных волн алюминием: 3 —  $T_{pe}(z) = 1,5 \cdot 10^4 \left[ 1 - \frac{2}{3} \left( \frac{z}{L} \right)^2 \right]$  К (остальные обозначения и параметры такие же, как на рис. 2)

или, учитывая выражения (10), можно записать

$$\kappa = \frac{1}{L} \ln \frac{1-R}{\Gamma}$$

На рис. 4 приведена зависимость  $\kappa$  для слоя аргоновой плазмы при  $T_{pe} = 1,2 \cdot 10^4$  К,  $T_{me} = 933,5$  К от толщины слоя. Штриховой линией представлено значение коэффициента объемного поглощения для соответствующей неограниченной плазмы, которое можно определить следующим образом:

$$\kappa_{\infty} = \frac{2\omega}{c} \text{Im} \sqrt{\epsilon(\omega)}.$$

Зависимость  $\kappa$  от  $L$  также представляет собой чередование интерференционных минимумов и максимумов убывающей амплитуды на фоне монотонного убывания с ростом  $L$  и стремится к значению  $\kappa_{\infty}$  при  $L \rightarrow \infty$ . Тот факт, что коэффициент объемного поглощения в слое плазмы всегда больше  $\kappa_{\infty}$ , связан с наличием отраженных от поверхности металла волн, а, следовательно, и с дополнительным поглощением. Полученные значения  $\kappa$  находятся в хорошем качественном соответствии с экспериментальными данными работы [11].

Таким образом, расчет энергетических коэффициентов поглощения и отражения для рассматриваемой системы подтверждает, что возникновение факела неоднородной плазмы над поверхностью свариваемого изделия приводит к значительному уменьшению доли энергии, поглощаемой металлом. С другой стороны, с ростом размеров и температуры факела увеличивается поглощаемая им доля энергии. Для факела в аргоне, например, при  $T_{me} = 933,5$  К,  $T_{pe} = 1,5 \cdot 10^4$  К,  $L = 10$  мм металл поглощает 7,0 %, а факел — 75,3 % энергии падающего излучения, а при  $L = 20$  мм — соответственно 3,2 и 93,4 %. Из этого следует, что факел неоднородной плазмы является более эффективным поглотителем энергии лазерного излучения, чем металл (напомним, что при отсутствии факела ( $L = 0$ ) алюминий при температуре плавления поглощает лишь 15,5 % энергии падающего излучения). Поэтому вместо того чтобы бороться с образованием факела неоднородной плазмы, более целесообразным представляется использовать запасенную в нем энергию.

*Работа выполнена в рамках программы совместных теоретических исследований по проблеме «Взаимодействие электромагнитного излучения с веществом», проводимых ИЭС им. Е. О. Патона АН УССР и ИТФ АН УССР с целью изучения фундаментальных процессов лазерной сварки.*

1. Ford G. W., Weber W. H. Electromagnetic interaction of molecules with metal surface // Phys. Rep. — 1984. — **113**, N 4. — P. 197–287.
2. Locke E., Haag E., Melta R. Deep penetration welding with high power CO<sub>2</sub>-lasers // Weld. J. — 1972. — **51**, N 5. — P. 245–249.
3. Мощные газоразрядные CO<sub>2</sub>-лазеры и их применение в технологии / Г. А. Абилюсов, Е. П. Велихов, В. С. Голубеев и др. — М.: Наука, 1984. — 106 с.

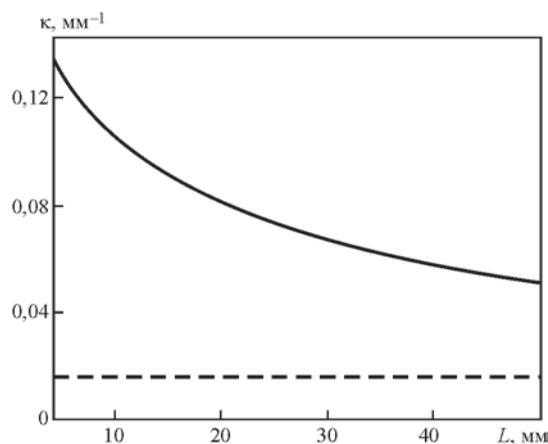


Рис. 4. Зависимость коэффициента объемного поглощения в слое аргоновой плазмы, находящейся над поверхностью алюминия, от толщины слоя ( $T_{pe} = 1,2 \cdot 10^4$  К; остальные параметры такие же, как на рис. 2)

4. Поглощение электромагнитных волн полуограниченной плазмоподобной средой с диэлектрическим покрытием // А. Г. Загородний, И. П. Якименко, В. С. Гвоздецкий, И. В. Кривцун. — Киев, 1985. — 25 с. — (Препринт / АН УССР. Ин-т теорет. физики; № 85-63Р).
5. Излучение неоднородного плазменного цилиндра / В. С. Гвоздецкий, А. Г. Загородний, И. В. Кривцун, И. П. Якименко. — Киев, 1981. — 26 с. — (Препринт/АН УССР. Ин-т теорет. физики; 81-92Р).
6. Yakimenko I. P., Zagorodny A. G. Spontaneous emission of electromagnetic waves by a semi-bounded non-equilibrium plasma // Phys. Scripta. — 1976. — **14**, N 5. — P. 242–252.
7. Ландау Л. Д., Лифшиц Е. М. Электродинамика сплошных сред. — М.: Наука, 1982. — 624 с.
8. Пробой атомарных газов излучением CO<sub>2</sub>-лазера вблизи металлической поверхности / Е. В. Даньщиков, В. А. Дымшаков, Ф. В. Лебедев и др. // Квант. электроника. — 1982. — **9**, № 1. — С. 99–105.
9. Ujihara K. Reflectivity of metals at high temperatures // Appl. Phys. — 1972. — **43**, N 5. — P. 2376–2383.
10. Киттель Ч. Квантовая теория твердых тел. — М.: Наука, 1978. — 791 с.
11. Интерферометрическое исследование оптического пробоа воздуха у поверхности металлической мишени / А. В. Бондаренко, В. П. Воронина, И. И. Гордничева и др. // Квант. электроника. — 1980. — **7**, № 2. — С. 420–424.

## 2.1.2. К РАСЧЕТУ КОЭФФИЦИЕНТОВ ПОГЛОЩЕНИЯ И ОТРАЖЕНИЯ ОПТИЧЕСКОГО ПУЧКА ПРИ ЛАЗЕРНОЙ ОБРАБОТКЕ МЕТАЛЛОВ\*

В.С. ГВОЗДЕЦКИЙ, Г.М. КОРЧИНСКИЙ, И.В. КРИВЦУН, А.Г. ЗАГОРОДНИЙ, И.П. ЯКИМЕНКО

В работе [1] рассчитаны энергетические коэффициенты поглощения и отражения плоских электромагнитных волн системой слоисто-неоднородная плазма–металл, которая может быть реализована при лазерной обработке материалов. В отличие от плоских волн реальные лазерные пучки характеризуются сложным распределением поля в пространстве. Примерам такого распределения является гауссово распределение интенсивности в поперечном сечении пучка, что соответствует излучению основной моды конфокального резонатора [2]. Представляет интерес обобщение результатов, полученных в работе [1], и изучение влияния параметров оптического пучка на поглощение его энергии рассматриваемой системой.

Рассмотрим нормальное падение гауссового пучка на полубесконечный металл ( $z > 0$ ) с приповерхностным слоем неоднородной плазмы ( $-L < z < 0$ ). В скалярном приближении электрическое поле пучка можно считать почти поперечным, однородно поляризованным (например, линейно или по кругу) и представить в виде [2]

$$\vec{E}^{inc}(\vec{r}, t) = \vec{E}_{0\omega}^{inc} \frac{w_0}{w(z)} e^{-\frac{(x^2+y^2)}{w^2(z)} - i\frac{\tilde{k}}{2R(z)}} \times e^{i\tilde{k}(z-F) - i\omega t} + \text{к.с.}, \quad (1)$$

где

$$\left. \begin{aligned} w^2(z) &= w_0^2 \left\{ 1 + \frac{2(z-F)}{\tilde{k}w_0^2} \right\}; \\ R(z) &= (z-F) \left( 1 + \left[ \frac{\tilde{k}w_0^2}{2(z-F)} \right]^2 \right); \\ \eta(z) &= \arctg \frac{2(z-F)}{\tilde{k}w_0^2}; \\ \tilde{k} &= \frac{\omega}{c} \sqrt{\tilde{\epsilon}}; \end{aligned} \right\} \quad (2)$$

$w_0$  — эффективный радиус пучка в фокальной плоскости ( $z = F$ );  $\tilde{\epsilon}$  — диэлектрическая проницаемость внешней среды ( $z < -L$ ). Представляя поле (1) в виде суперпозиции плоских волн, падающих на границу системы, нетрудно получить следующие

выражения для расчета энергетических коэффициентов  $\Gamma(w_0)$  поглощения волн металлом и коэффициентов  $R(w_0)$  отражения гауссового пучка при нормальном падении:

$$\Gamma(w_0) = \frac{\int_0^{\tilde{k}^2} dp^2 \left[ \Gamma_p(p^2) \frac{\tilde{k}}{\tilde{k}_z(p^2)} + \Gamma_s(p^2) \frac{\tilde{k}_z(p^2)}{\tilde{k}} \right] e^{-\frac{p^2 w_0^2}{2}}}{\int_0^{\tilde{k}^2} dp^2 \left[ \frac{\tilde{k}}{\tilde{k}_z(p^2)} + \frac{\tilde{k}_z(p^2)}{\tilde{k}} \right] e^{-\frac{p^2 w_0^2}{2}}}; \quad (3)$$

$$R(w_0) = \frac{\int_0^{\tilde{k}^2} dp^2 \left[ R_p(p^2) \frac{\tilde{k}}{\tilde{k}_z(p^2)} + R_s(p^2) \frac{\tilde{k}_z(p^2)}{\tilde{k}} \right] e^{-\frac{p^2 w_0^2}{2}}}{\int_0^{\tilde{k}^2} dp^2 \left[ \frac{\tilde{k}}{\tilde{k}_z(p^2)} + \frac{\tilde{k}_z(p^2)}{\tilde{k}} \right] e^{-\frac{p^2 w_0^2}{2}}},$$

где

$$\tilde{k}_z(p^2) = \sqrt{\frac{\omega^2}{c^2} \tilde{\epsilon} - p^2}; \quad (4)$$

$\Gamma_v, R_v$  ( $v = p, s$ ) — коэффициенты поглощения и отражения  $p$ - и  $s$ -поляризованных плоских волн для системы слоисто-неоднородная плазма–металл. Эти коэффициенты в явном виде приведены в работе [1]. Энергетический коэффициент  $D(w_0)$  поглощения пучка в слое плазмы можно определить из условия

$$R(w_0) + D(w_0) + \Gamma(w_0) = 1. \quad (5)$$

Формулы (3) допускают предельный переход к случаю нормального падения на рассматриваемую систему плоской электромагнитной волны. Полагая, что в выражении (3) эффективный радиус пучка  $w_0 \rightarrow \infty$ , получим

$$\Gamma = \frac{1}{2} (\Gamma_p + \Gamma_s) \Big|_{p^2=0}; \quad (6)$$

$$R = \frac{1}{2} (R_p + R_s) \Big|_{p^2=0},$$

что согласуется с данными, приведенными в работе [1].

\*Автоматическая сварка. — 1987. — № 1. — С. 70–71.

Численный анализ формул (3) показал, что с увеличением  $w_0$  значения  $\Gamma(w_0)$  и  $R(w_0)$  для гауссового пучка стремятся к соответствующим значениям для плоской электромагнитной волны. Более того, даже для минимально возможных значений  $w_0$  ( $k w_0 \approx 1$ ) величины  $\Gamma(w_0)$  и  $R(w_0)$  отличаются от  $\Gamma$  и  $R$  не более чем на 0,001 %.

Таким образом, при решении различных задач (например, в случае определения температурных

полей при лазерной обработке изделий) расчет энергии, поглощаемой металлом, можно проводить так же, как и для плоской волны [1], учитывая, однако, поперечные размеры пучка.

1. *Расчет* энергетических коэффициентов поглощения и отражения электромагнитного излучения при лазерной сварке / В. С. Гвоздецкий, Г. М. Корчинский, И. В. Кривцун и др. // Автомат. сварка. — 1986. — № 5. — С. 33–37.
2. *Ярив А.* Введение в оптическую электронику. — М.: Высш. шк., 1983. — 398 с.

### 2.1.3. О ВЛИЯНИИ СЛОИСТЫХ ДИЭЛЕКТРИЧЕСКИХ ПОКРЫТИЙ НА ПОГЛОЩАТЕЛЬНЫЕ СВОЙСТВА ОГРАНИЧЕННЫХ ПЛАЗМОПОДОБНЫХ СРЕД\*

В. С. ГВОЗДЕЦКИЙ, А. Г. ЗАГОРОДНИЙ, И. В. КРИВЦУН, И. П. ЯКИМЕНКО

**Введение.** Известно, что наличие слоистых покрытий приводит к существенному уменьшению коэффициентов отражения электромагнитных волн от границы раздела двух диэлектрических сред [1]. Можно предположить, что аналогичный эффект наблюдается и в тех случаях, когда одна из сред является плазмopodobной, т. е. содержит подсистему свободных носителей электрического заряда (газоразрядная и электронно-дырочная плазма, вырожденный электронный газ в металлах и т. п.). Представляет интерес обобщить теорию, изложенную в [1], на такие случаи и исследовать влияние слоистых диэлектриков на поглощательные свойства полуограниченной плазмopodobной среды.

Характерной особенностью электромагнитных процессов в плазмopodobных средах является пространственная дисперсия. В общем случае описание таких сред необходимо проводить на основе соответствующих классических либо квантовых кинетических уравнений [2, 3]. Специфика граничных задач при этом заключается в учете граничных условий (как правило, модельных) для функций распределения заряженных частиц. Поскольку на частотах, превышающих плазменную частоту для электронов, полуограниченные плазмopodobные среды во многих случаях можно описывать в рамках модели «холодной» плазмы (а следовательно, при расчете коэффициентов поглощения, в том числе и при наличии слоистых покрытий, можно пользоваться классическими формулами [1]), то наибольший интерес представляет исследование влияния слоистых структур на коэффициенты поглощения электромагнитных волн плазмopodobной средой в области аномального скин-эффекта, что и является целью данной работы.

Расчет коэффициентов поглощения электромагнитных волн полуограниченной плазмой посвящено большое число работ. В частности, исследование поглощательных свойств металла при нормальном падении электромагнитных волн выполнено в классической работе [4]. Детальные расчеты коэффициентов поглощения электромагнитных волн полуограниченным металлом при произвольном угле падения и поляризации падающей волны приведены в работе [5]. Вывод и детальный анализ коэффициентов поглощения

полуограниченной высокотемпературной плазмы приведен, например, в [3, 6] (см. также цитируемую там библиографию). В данной работе, следуя [3–5], обобщим результаты, представленные в этих работах, на случай соответствующих систем со слоистым диэлектрическим покрытием.

Заметим, что результаты, представленные в [4, 5], получены на основе кинетических уравнений в квазиклассическом приближении ( $k/k_F \ll 1$ ,  $k_F = m_e v_F / \hbar$ ,  $v_F$  — фермиевская скорость электронов,  $k$  — величина, обратная характерному пространственному масштабу поля в плазме) при использовании граничных условий для квантовых функций распределения, постулированных по аналогии с условиями для функций распределения классических частиц. Возможность обобщения результатов, полученных в [4, 5], на случай произвольных значений  $k/k_F$  при корректном расчете функций отклика с учетом столкновительной релаксации, обсуждается в [7]. Там же приведены результаты исследований поверхностных импедансов на основе последовательного квантово-механического описания полуограниченного вырожденного электронного газа с учетом пространственной неоднородности равновесной плотности электронов вблизи бесконечного потенциального барьера и соответствующих граничных условий для матрицы плотности. Установленное качественное согласие результатов, основанных на полуклассическом и квантовом описании [7], позволяет использовать квазиклассические соотношения для функций отклика при решении поставленной задачи.

**Решение задачи дифракции для системы диэлектрический слой–плазменная среда.** Рассмотрим однородную плазменную среду, занимающую полупространство ( $z > 0$ ) и граничащую со слоем ( $-L < z < 0$ ) диэлектрика с диэлектрической проницаемостью  $\epsilon_d \equiv \epsilon_d(\omega)$ . Пусть на рассматриваемую систему из внешней среды с диэлектрической проницаемостью  $\tilde{\epsilon}$  падает под углом  $\vartheta$  к оси  $Oz$  плоская электромагнитная волна произвольной поляризации

\*Радиотехника и электроника. — 1987. — 32, № 11. — С. 2372–2381.

$$\mathbf{E}^{nc}(\mathbf{r}, t) = \mathbf{E}_{\mathbf{p}, \omega}^{inc} e^{i\tilde{k}_z(z+L)} e^{i(\mathbf{p}\mathbf{r}_\perp - \omega t)} + \text{к.с.}, \quad (1)$$

где

$$\mathbf{p} = (p_x, p_y); \quad p_x = \frac{\omega}{c} \sqrt{\tilde{\epsilon}} \sin \vartheta \cos \varphi; \quad (2)$$

$$p_y = \frac{\omega}{c} \sqrt{\tilde{\epsilon}} \sin \vartheta \sin \varphi;$$

$\varphi$  — угол между плоскостью падения и осью  $0x$ ;

$$\tilde{k}_z = \sqrt{\frac{\omega^2}{c^2} \tilde{\epsilon} - p^2}; \quad \mathbf{r}_\perp = (x, y).$$

Поле рассеянной волны можно представить в виде

$$\mathbf{E}^{sc}(\mathbf{r}, t) = \mathbf{E}_{\mathbf{p}, \omega}^{sc} e^{-i\tilde{k}_z(z+L)} e^{i(\mathbf{p}\mathbf{r}_\perp - \omega t)} + \text{к.с.} \quad (3)$$

В области, занятой диэлектриком ( $-L < z < 0$ ), соответственно имеем

$$\mathbf{E}^d(\mathbf{r}, t) = (\mathbf{E}_{\mathbf{p}, \omega}^{d(1)} e^{i\tilde{k}_z z} + \mathbf{E}_{\mathbf{p}, \omega}^{d(2)} e^{i\tilde{k}_z z}) e^{i(\mathbf{p}\mathbf{r}_\perp - \omega t)} + \text{к.с.}, \quad (4)$$

где

$$k_{zd} = \sqrt{\frac{\omega^2}{c^2} \epsilon_d - p^2}. \quad (5)$$

Поле в плазменной среде ( $z > 0$ ) запишем в виде

$$\mathbf{E}(\mathbf{r}, t) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} dk_z \mathbf{E}_{\mathbf{k}, \omega} e^{i(\mathbf{k}\mathbf{r} - \omega t)} + \text{к.с.}, \quad (6)$$

где

$$\mathbf{k} = (p_x, p_y, k_z). \quad (7)$$

В случае зеркального отражения частиц от границы плазменной среды фурье-компоненты поля в такой среде определяются соотношением [8]

$$E_{\mathbf{k}, \omega} = -\frac{4\pi i}{\omega} \Lambda_{ij}^{-1}(\mathbf{k}, \omega) I_{\mathbf{j}, \omega}, \quad (8)$$

где

$$\Lambda_{ij}(\mathbf{k}, \omega) = \epsilon_{ij}(\mathbf{k}, \omega) - \frac{c^2 k^2}{\omega^2} \left( \delta_{ij} - \frac{k_i k_j}{k^2} \right), \quad (9)$$

$$I_{\mathbf{i}, \omega} = -\frac{c}{2\pi} e_{zj} B_{\mathbf{i}, \omega} (+0),$$

$\epsilon_{ij}(\mathbf{k}, \omega)$  — тензор диэлектрической проницаемости соответствующей неограниченной плазменной среды,  $e_{ijl}$  — совершенно антисимметричный единичный тензор третьего ранга. Применяя граничные условия на поверхностях  $z = 0$  и  $z = -L$ , можно показать, что

$$E_{\mathbf{i}, \omega}^{sc} = \lambda_{ij}^{sc}(\mathbf{p}, \omega) E_{\mathbf{i}, \omega}^{inc}, \quad (10)$$

$$E_{\mathbf{i}, \omega}^{d(1,2)} = 2\lambda_{ij}^{(1,2)}(\mathbf{p}, \omega) E_{\mathbf{i}, \omega}^{inc},$$

где

$$\lambda_{ij}^{sc}(\mathbf{p}, \omega) = \lambda_{ij}^{(-)}(\mathbf{p}, \omega) \lambda_{ij}^{(+)-1}(\mathbf{p}, \omega), \quad (11)$$

$$\lambda_{ij}^{(1)}(\mathbf{p}, \omega) = \lambda_{ij}^{(+)-1}(\mathbf{p}, \omega),$$

$$\lambda_{ij}^{(2)}(\mathbf{p}, \omega) = \lambda_{ij}(\mathbf{p}, \omega) \lambda_{ij}^{(+)-1}(\mathbf{p}, \omega).$$

Матрицы второго порядка  $\lambda_{ij}(\mathbf{p}, \omega)$ ,  $\lambda_{ij}^{(+)}(\mathbf{p}, \omega)$ ,  $\lambda_{ij}^{(-)}(\mathbf{p}, \omega)$  определяются при помощи соотношений

$$\lambda_{ij}(\mathbf{p}, \omega) = \delta_{ij} - 2L_{ij}^{-1}(\mathbf{p}, \omega), \quad (12)$$

$$\lambda_{ij}^{(\pm)}(\mathbf{p}, \omega) = \mu_{ij}^{(+)}(\mathbf{p}, \omega) \pm \mu_{ij}^{-1}(\mathbf{p}, \omega) \mu_{ij}^{(-)}(\mathbf{p}, \omega),$$

где

$$\mu_{ij}^{(\pm)}(\mathbf{p}, \omega) = \delta_{ij} e^{-ik_{zd}L} \pm \lambda_{ij}(\mathbf{p}, \omega) e^{ik_{zd}L}, \quad (13)$$

$L_{ij}^{-1}(\mathbf{p}, \omega)$  и  $\mu_{ij}^{-1}(\mathbf{p}, \omega)$  — матрицы второго порядка, обратные матрицам

$$L_{ij}(\mathbf{p}, \omega) = \delta_{ij} + \frac{ck_{zd}}{\omega} S_{ij}(\mathbf{p}, \omega) + \frac{cp_i p_j}{k_{zd} \omega} S_{il}(\mathbf{p}, \omega), \quad (14)$$

$$\mu_{ij}(\mathbf{p}, \omega) = \left( \delta_{ij} - \frac{p_i p_j}{p^2} \right) \frac{\tilde{k}_z}{k_{zd}} + \frac{p_i p_j}{p^2} \frac{k_{zd} \tilde{\epsilon}}{k_z \epsilon_d};$$

$$S_{ij}(\mathbf{p}, \omega) = \frac{2ic}{\omega} \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{dk_z}{2\pi} \Lambda_{ij}^{-1}(\mathbf{k}, \omega). \quad (15)$$

Формулы (8)–(15) полностью описывают решение задачи дифракции плоской электромагнитной волны для системы диэлектрический слой — плазменная среда, находящаяся в стационарном неравновесном состоянии. В случае, когда плазменная среда изотропная, матрицы  $\lambda_{ij}^{sc}(\mathbf{p}, \omega)$  и  $\lambda_{ij}^{(1,2)}(\mathbf{p}, \omega)$  в (10) упрощаются и принимают вид

$$\lambda_{ij}^{sc}(\mathbf{p}, \omega) = \sum_{v=p,s} e_{ij}^{(v)} \times$$

$$\times \frac{(1+r_v^{2,1})(1-r_v^{2,3})e^{-ik_{zd}L} - (1-r_v^{2,1})(1+r_v^{2,3})e^{ik_{zd}L}}{(1-r_v^{2,1})(1-r_v^{2,3})e^{-ik_{zd}L} - (1+r_v^{2,1})(1+r_v^{2,3})e^{ik_{zd}L}},$$

$$\lambda_{ij}^{(1,2)}(\mathbf{p}, \omega) = \pm \sum_{v=p,s} e_{ij}^{(v)} \times$$

$$\times \frac{(1 \mp r_v^{2,3})}{(1-r_v^{2,1})(1-r_v^{2,3})e^{-ik_{zd}L} - (1+r_v^{2,1})(1+r_v^{2,3})e^{ik_{zd}L}}, \quad (16)$$

где

$$e_{ij}^{(p)} = \frac{p_i p_j}{p^2}, \quad e_{ij}^{(s)} = \delta_{ij} - \frac{p_i p_j}{p^2},$$

$$r_p^{2,1} = \frac{\epsilon_d \tilde{k}_z}{\tilde{\epsilon} k_{zd}}, \quad r_p^{2,3} = -\frac{\omega \epsilon_d}{ck_{zd}} S_L(\mathbf{p}, \omega), \quad (17)$$

$$r_s^{2,1} = -\frac{k_{zd}}{k_z}, \quad r_s^{2,3} = -\frac{ck_{zd}}{\omega} S_T(\mathbf{p}, \omega),$$

$S_L(\mathbf{p}, \omega)$  и  $S_T(\mathbf{p}, \omega)$  — поверхностные импедансы плазменной среды для  $p$ - и  $s$ -поляризации падающей волны соответственно:

$$S_L(\mathbf{p}, \omega) = \frac{2ic}{\omega} \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{dk_z}{2\pi} \frac{1}{k^2} \times$$

$$\times \left[ \frac{p^2}{\epsilon_L(\mathbf{k}, \omega)} + \frac{k_z^2}{\epsilon_T(\mathbf{k}, \omega) - \frac{k^2 c^2}{\omega^2}} \right], \quad (18)$$

$$S_T(\mathbf{p}, \omega) = \frac{2ic}{\omega} \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{dk_z}{2\pi} \frac{1}{\epsilon_T(\mathbf{k}, \omega) - \frac{k^2 c^2}{\omega^2}},$$

$\epsilon_L(\mathbf{k}, \omega)$  и  $\epsilon_T(\mathbf{k}, \omega)$  — продольная и поперечная диэлектрические проницаемости неограниченной изотропной плазменной среды. Явный вид этих ве-

личин зависит от выбранной модели плазмподобной среды. В случае высокотемпературной газовой плазмы явный вид этих величин приведен в [3, 9].

В случае вырожденного электронного газа для расчета  $\varepsilon_L(\mathbf{k}, \omega)$  и  $\varepsilon_T(\mathbf{k}, \omega)$  можно пользоваться квантовыми кинетическими уравнениями [2, 3]. При модельном описании релаксации в рамках модели, сохраняющей число частиц [5, 10], квазиклассические ( $k \ll k_F$ ) выражения для  $\varepsilon_L(\mathbf{k}, \omega)$  и  $\varepsilon_T(\mathbf{k}, \omega)$  можно найти в [5, 7, 10].

Выражения для  $\varepsilon_L(\mathbf{k}, \omega)$  и  $\varepsilon_T(\mathbf{k}, \omega)$  при конечных значениях  $z_F = k/2k_F$  найденные в рамках модели релаксации, сохраняющей число частиц, записываются в виде [7, 11]

$$\begin{aligned} \varepsilon_L(\mathbf{k}, \omega) &= 1 + \frac{3\omega p_e^2}{\omega + i\gamma} \frac{u^2 F_L(z_F, u)}{\omega + i\gamma \frac{F_L(z_F, u)}{F_L(z_F, 0)}}, \\ \varepsilon_T(\mathbf{k}, \omega) &= 1 - \frac{\omega p_e^2}{\omega^2(\omega + i\gamma)} \times \\ &\times \{ \omega [F_T(z_F, u) - 3z_F^2 F_L(z_F, u)] + \\ &+ i\gamma [F_T(z_F, 0) - 3z_F^2 F_L(z_F, 0)] \}, \end{aligned} \quad (19)$$

где

$$\begin{aligned} F_L(z_F, u) &= \frac{1}{2} + \frac{1 - (z_F, u)^2}{8z_F} \ln \frac{z_F - u + 1}{z_F - u - 1} + \\ &+ \frac{1 - (z_F + u)^2}{8z_F} \ln \frac{z_F + u + 1}{z_F + u - 1}; \\ F_T(z_F, u) &= \frac{3}{8}(z_F^2 + 3u^2 + 1) - \\ &- \frac{3[1 - (z_F - u)^2]^2}{32z_F} \ln \frac{z_F - u + 1}{z_F - u - 1} - \\ &- \frac{3[1 - (z_F + u)^2]^2}{32z_F} \ln \frac{z_F + u + 1}{z_F + u - 1}; \\ F_L(z_F, 0) &= \frac{1}{2} \frac{1 - z_F^2}{4z_F} \ln \left| \frac{1 + z_F}{1 - z_F} \right|, \quad u = \frac{\omega + i\gamma}{kv_F}, \\ F_T(z_F, 0) &= \frac{3}{8}(z_F^2 + 1) - \frac{3(1 - z_F^2)^2}{16z_F} \times \\ &\times \ln \left| \frac{1 + z_F}{1 - z_F} \right|, \quad \gamma = 1/\tau; \end{aligned} \quad (20)$$

$\tau$  — время релаксации возмущений вырожденного электронного газа.

**Энергетические коэффициенты для дифракционных полей.** Рассмотрим энергетические коэффициенты отражения и поглощения плоских электромагнитных волн, падающих на систему диэлектрический слой — плазменная среда. Используя (1)–(3), энергетический коэффициент отражения от рассматриваемой системы можно представить в виде

$$R = \frac{\tilde{\varepsilon} |E_{zp, \omega}^{sc}|^2 + |B_{zp, \omega}^{sc}|^2}{\tilde{\varepsilon} |E_{zp, \omega}^{inc}|^2 + |B_{zp, \omega}^{inc}|^2}. \quad (22)$$

На основе (4), (5) для энергетического коэффициента поглощения плазменной средой имеем

$$\begin{aligned} \Gamma &= \text{Re} \{ k_{zd} [\varepsilon_d^* (E_{zp, \omega}^{d(1)} - E_{zp, \omega}^{d(2)}) (E_{zp, \omega}^{d(1)} + E_{zp, \omega}^{d(2)})^* + \\ &+ (B_{zp, \omega}^{d(1)} - B_{zp, \omega}^{d(2)}) (B_{zp, \omega}^{d(1)} + B_{zp, \omega}^{d(2)})^*] \} \times \\ &\times [\tilde{k}_z (\tilde{\varepsilon} |E_{zp, \omega}^{inc}|^2 + |B_{zp, \omega}^{inc}|^2)]^{-1}, \end{aligned} \quad (23)$$

\* — знак комплексного сопряжения.

Энергетический коэффициент поглощения в слое диэлектрика  $D$  можно определить из условия

$$R + \Gamma + D = 1. \quad (24)$$

В случае изотропной плазменной среды удобно ввести энергетические коэффициенты отражения и поглощения отдельно для каждой из двух независимых поляризаций падающей волны. Подставляя (10) в (22)–(24) и учитывая (16), находим

$$\begin{aligned} R_v &= \frac{|(1 + r_v^{2,1})(1 - r_v^{2,3})e^{-ik_{zd}L} - (1 - r_v^{2,1})(1 + r_v^{2,3})e^{ik_{zd}L}|^2}{|(1 + r_v^{2,1})(1 - r_v^{2,3})e^{-ik_{zd}L} - (1 + r_v^{2,1})(1 + r_v^{2,3})e^{ik_{zd}L}|^2}, \\ \Gamma_v &= \frac{-16|r_v^{2,1}|^2 \text{Re}(r_v^{1,3})}{|(1 + r_v^{2,1})(1 - r_v^{2,3})e^{-ik_{zd}L} - (1 + r_v^{2,1})(1 + r_v^{2,3})e^{ik_{zd}L}|^2}, \\ D_v &= 1 - R_v - \Gamma_v, \quad v = p, s, \end{aligned} \quad (25)$$

где

$$r_p^{1,3} = -\frac{\omega \tilde{\varepsilon}}{ck_z} S_L(\mathbf{p}, \omega), \quad r_s^{1,3} = -\frac{ck_z}{\omega} S_T(\mathbf{p}, \omega). \quad (26)$$

Величины с индексом  $v = p$  относятся к случаю  $p$ -поляризованной волны ( $E_z^{inc} \neq 0, B_z^{inc} = 0$ ), а величины с индексом  $v = s$  — к случаю  $s$ -поляризованной волны ( $E_z^{inc} = 0, B_z^{inc} \neq 0$ ).

Формулы (25) допускают предельный переход к случаю полуограниченной плазменной среды без диэлектрического слоя. Полагая в (25)  $L = 0$ , получим известный результат для полуограниченной плазмы [2, 5, 6, 8]:

$$R_v = \frac{|1 + r_v|^2}{|1 - r_v|^2}, \quad \Gamma_v = \frac{-\text{Re}(r_v)}{|1 - r_v|^2}, \quad D_v = 0, \quad v = p, s, \quad (27)$$

где

$$r_p = -\frac{\omega \tilde{\varepsilon}}{ck_z} S_L(\mathbf{p}, \omega), \quad r_s = -\frac{ck_z}{\omega} S_T(\mathbf{p}, \omega). \quad (28)$$

Предполагая, что вместо плазменной среды полупространство ( $z > 0$ ) заполнено прозрачным диэлектриком  $\varepsilon$ , диэлектрической проницаемостью  $\varepsilon_3$ , получим

$$\begin{aligned} r_p^{1,3} &= -\frac{k_z \tilde{\varepsilon}}{k_z \varepsilon_3}, \quad r_s^{1,3} = -\frac{\tilde{k}_z}{k_{z3}}, \quad r_p^{2,3} = -\frac{k_z \varepsilon_d}{k_{zd} \varepsilon_3}, \\ r_s^{2,3} &= -\frac{k_{zd}}{k_{z3}}, \quad k_{z3} = \sqrt{\frac{\omega^2}{c^2} \varepsilon_3 - p^2}. \end{aligned} \quad (29)$$

Подстановка (29) в (25) приводит к хорошо известным соотношениям для трехслойного диэлектрика [1].

**Поглощение электромагнитных волн полуограниченным металлом при наличии диэлектрических покрытий (численный анализ).**

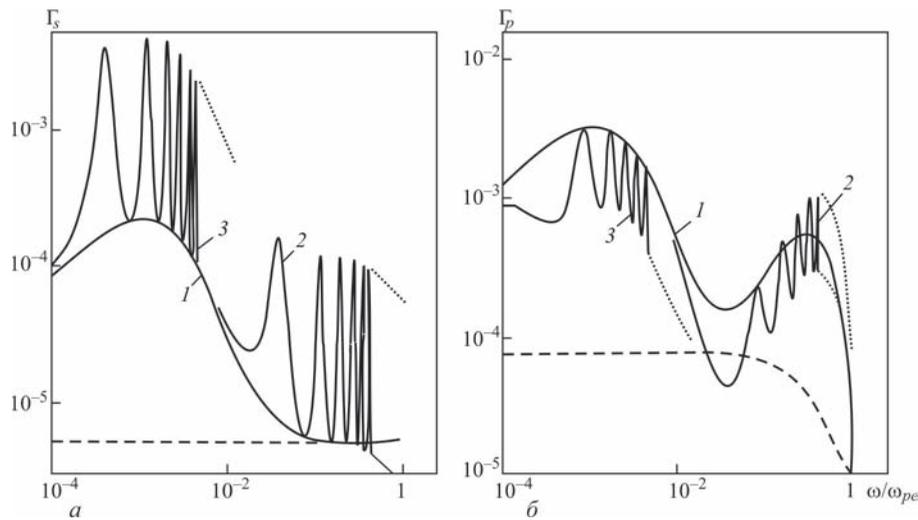


Рис. 1. Частотные зависимости коэффициентов поглощения электромагнитных волн металлом при наличии диэлектрического покрытия,  $\epsilon_d = 2,5$ ;  $\vartheta = 5\pi/12$ ;  $\gamma/\omega_{pe} = 10^{-3}$ ; кривые 1–3 соответствуют  $\omega_{pe} L/c = 0$ ;  $10\pi$ ;  $10^3\pi$ ; точками показан ход огибающих

Ниже приводятся характерные примеры частотных зависимостей коэффициентов поглощения электромагнитных волн металлом и диэлектрическим покрытием при различных значениях параметров  $\gamma/\omega_{pe}$ ,  $\omega_{pe} L/c$  и угла падения. Расчеты выполнены по общим формулам (25), (26) при  $\tilde{\epsilon} = 1$ , причем величины  $S_L(\mathbf{p}, \omega)$  и  $S_T(\mathbf{p}, \omega)$  рассчитывались на основе интегральных представлений (18) с использованием функций отклика (19)–(21). Приведенные кривые получены для калия, что соответствует параметру  $v_F/c = 2,83 \cdot 10^{-3}$ .

На рис. 1, а, б приведены частотные зависимости коэффициентов поглощения соответственно  $p$ - и  $s$ -поляризованных плоских волн в случае прозрачного диэлектрического покрытия без дисперсии. Штриховыми линиями показаны аналогичные зависимости для систем без покрытия, полученные в рамках модели «холодной» плазмы. Как видно из рисунка, диэлектрические покрытия приводят к появлению хорошо выраженных локальных максимумов коэффициентов поглощения, причем в точках максимумов коэффициент поглощения  $s$ -поляризованных волн может превышать соответствующий коэффициент в системе без покрытия более чем на порядок (рис. 1, а). Для  $p$ -поляризованных волн влияние слоистого диэлектрика существенно зависит от частотного диапазона. Если  $\omega \ll \omega_{pe}$ , то диэлектрик приводит к уменьшению поглощения, однако при  $\omega \approx \omega_{pe}$  коэффициент поглощения возрастает и также может превышать соответствующие значения в системе без покрытия (рис. 1, б).

Формулы (25), (26) позволяют также детально проанализировать зависимость коэффициентов поглощения для заданной частоты от толщины слоя.

Проведенные расчеты показали, что при значительных количественных различиях качественный ход кривых для волн  $s$ -поляризации остается таким же, как и в случае диэлектрических сред

[1]. На зависимость коэффициента поглощения  $p$ -поляризованных волн от толщины покрытия радикально влияет угол падения: если для углов  $\vartheta < \vartheta_0$  ( $\vartheta_0 = \arctg \sqrt{\epsilon_d}$ ) при толщинах покрытия  $L = \pi c / 2\omega \sqrt{\epsilon_d}$  наблюдается максимум поглощения (такое поведение характерно и для  $s$ -поляризованных волн), то при  $\vartheta > \vartheta_0$ ,  $L = \pi c / 2\omega \sqrt{\epsilon_d}$  имеет место минимум коэффициента поглощения. Такое anomalous поведение  $\Gamma_p$  приводит к появлению дополнительных максимумов в зависимости коэффициента поглощения неполяризованных волн от толщины покрытия с эквидистантным интервалом  $\Delta L \approx \pi c / 2\omega \sqrt{\epsilon_d}$  (рис. 2) (в отличие от  $\Delta L = \pi c / \omega \sqrt{\epsilon_d}$  для случая диэлектрических сред). Штриховой линией показана аналогичная зависимость, рассчитанная без учета пространственной дисперсии при  $\vartheta = \pi/4$ .

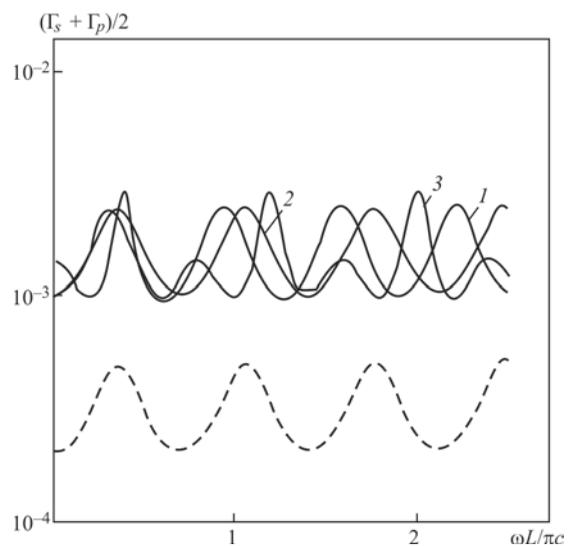


Рис. 2. Зависимость коэффициента поглощения неполяризованных электромагнитных волн металлом от толщины диэлектрического покрытия;  $\omega/\omega_{pe} = 10^{-3}$ ;  $\epsilon_d = 2,5$ ;  $\gamma/\omega_{pe} = 10^{-4}$ ; кривые 1–3 соответствуют  $\vartheta = 0$ ;  $\pi/4$ ;  $5\pi/12$

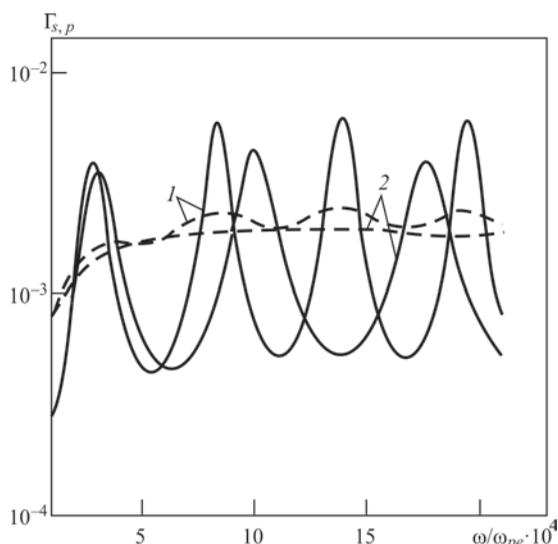


Рис. 3. Влияние дисперсии диэлектрической проницаемости покрытия на коэффициенты поглощения электромагнитных волн металлом;  $\omega_{pe}L/c = 10^3 \cdot \pi$ ,  $\gamma/\omega_{pe} = 10^{-4}$ ,  $\vartheta = \pi/3$ ; 1 —  $\epsilon_d = 4$ , 2 —  $\epsilon_d(\omega) = \lg(\omega_{pe}/\omega)$ ; штриховые кривые —  $p$ -поляризация, сплошные —  $s$ -поляризация

Если диэлектрик поглощающий ( $\text{Im } \epsilon_d \neq 0$ ), то коэффициент поглощения волн металлом уменьшается, однако он по-прежнему может превышать соответствующий коэффициент для системы без покрытия. Естественно, что в таких случаях увеличение толщины слоистого диэлектрика приводит к быстрому перераспределению коэффициентов поглощения волн в покрытии и металле.

Качественное влияние частотной дисперсии диэлектрического непоглощающего покрытия на коэффициенты поглощения плоских волн иллюстрирует рисунок 3. Кривые 2 соответствуют керамическому покрытию [12] с дисперсией диэлектрической проницаемости, которую в рассматриваемом частотном диапазоне можно аппроксимировать выражением  $\epsilon_d(\omega) = \lg(\omega_{pe}/\omega)$ . Как и следовало ожидать, уменьшение диэлектрической проницаемости покрытия с ростом частоты приводит к изменению амплитуд и нарушению эквидистантности между соседними максимумами в частотных зависимостях коэффициентов поглощения.

Отметим, что в рассматриваемом случае металлического калия учет конечных значений  $k/k_F$  несуществен. В частности, на рис. 4 представлены результаты расчета коэффициента поглощения  $p$ -поляризованных волн на основе квазиклассических, квантовых, а также полученных в рамках модели «холодной» плазмы функций (кривые 1–3 соответственно). Как видно из рисунка, уточнение функций отклика практически не влияет на поглощение волн металлом (в случае  $s$ -поляризованных волн в рассматриваемом диапазоне частот относительное изменение коэффициента поглощения менее  $10^{-3}$ ), что полностью соответствует предположениям, высказанным по этому поводу в [7].

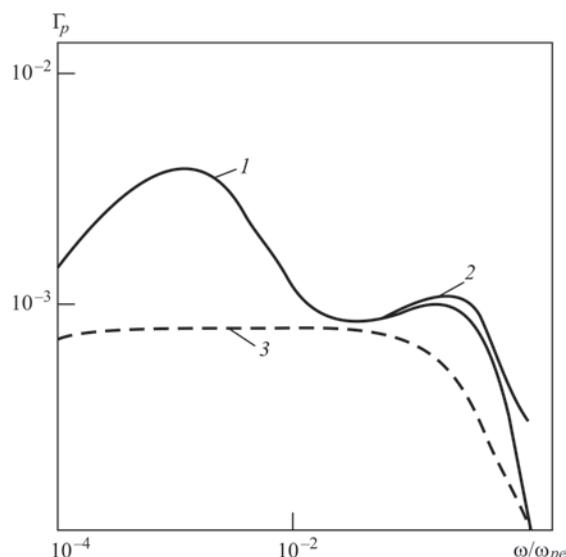


Рис. 4. Зависимость коэффициента поглощения  $p$ -поляризованных волн в области аномального скин-эффекта от способа описания вырожденного электронного газа;  $\omega_{pe}L/c = 0$ ,  $\gamma/\omega_{pe} = 10^{-4}$ ,  $\vartheta = 5\pi/12$

В заключение отметим, что полученные результаты могут оказаться полезными при изучении оптических свойств металлов с окисными и диэлектрическими пленками на их поверхности [13], исследовании взаимодействия электромагнитного (в том числе лазерного) излучения с металлами и высокотемпературной плазмой при наличии диэлектрических покрытий и оболочек, в частности при лазерной обработке металлов [14], а также при изучении электродинамических свойств слоистых полупроводниковых и диэлектрических структур.

1. Борн М., Вольф Э. Основы оптики. М.: Наука, 1973.
2. Гинзбург В. Л., Мотулевич Г. П. // Успехи физ. наук. 1955. Т. 55. № 4. С. 469.
3. Силин В. П., Рухадзе А. А. Электромагнитные свойства плазмы и плазмоподобных сред. М.: Госатомиздат. 1961.
4. Reuter G. E. H., Sondheimer E. H. // Proc. Roy. Soc. 1948. V. A195. № 1042. P. 336.
5. Kliever K. L., Fuchs R. // Phys. Rev. 1968. V. 172. № 3. P. 607.
6. Кондратенко А. Н. Проникновение поля в плазму. М.: Атомиздат, 1979.
7. Ford G. W., Weber W. H. // Phys. Reports. 1984. V. 113. № 4. P. 197.
8. Yakimenko I. P., Zagorodny A. G. // Phys. Scripta. 1976. V. 14. № 5. P. 242.
9. Гинзбург В. Л., Рухадзе А. А. Волны в магнитоактивной плазме. М.: Наука, 1975.
10. Куттель У. Квантовая теория твердых тел. М.: Наука, 1967.
11. Mermin N. D. // Phys. Rev., B. 1970. V. 1. № 5. P. 2362.
12. Богородицкий Н. П., Кальман Н. В., Нейман М. И. и др. Радиокерамика / Под ред. Богородицкого Н. П. и Пасынкова В. В. М.: Госэнергоиздат, 1963.
13. Носков М. М. Оптические и магнетооптические свойства металлов. Свердловск: УНЦ АН СССР, 1983.
14. Гвоздецкий В. С., Кривцун И. В., Корчинский Г. М. и др. // Автоматическая сварка. 1986. № 5. С. 33.

### 2.1.4. ОСОБЕННОСТИ ПОГЛОЩЕНИЯ ЭНЕРГИИ В СЛОЕ ДИЭЛЕКТРИКА, НАХОДЯЩЕГОСЯ НА МЕТАЛЛИЧЕСКОЙ ПОВЕРХНОСТИ, ПРИ ЕГО ТЕРМИЧЕСКОЙ ОБРАБОТКЕ ЭЛЕКТРОМАГНИТНЫМ ИЗЛУЧЕНИЕМ\*

В.С. ГВОЗДЕЦКИЙ, Г.М. КОРЧИНСКИЙ, И.В. КРИВЦУН, А.Г. ЗАГОРОДНИЙ, И.П. ЯКИМЕНКО

Экспериментальные и теоретические исследования взаимодействия мощного электромагнитного излучения с веществом имеют большое значение для совершенствования различных процессов лазерной обработки металлов [1], а также для разработки основ теории термической обработки материалов концентрированным электромагнитным излучением миллиметрового диапазона [2]. Подобные исследования необходимы, в частности, для определения полной энергии, поглощаемой изделием, ее пространственно-временного распределения и, наконец, для расчета температурных полей в обрабатываемом образце в зависимости от его геометрических размеров, электромагнитных свойств и условий облучения. Одна из перечисленных задач решена в работе [3], в которой выполнен расчет энергетических коэффициентов поглощения и отражения электромагнитного излучения металлом при лазерной сварке.

Настоящая работа посвящена изучению некоторых особенностей поглощения монохроматического электромагнитного излучения миллиметрового диапазона слоем однородного диэлектрика, находящегося на поверхности металла. Такая система выбрана ввиду того, что в рассматриваемом частотном диапазоне большинство диэлектрических материалов являются прозрачными [4] и, следовательно, наличие отражающей (металлической) подложки позволяет повысить эффективность нагрева обрабатываемого материала благодаря использованию энергии отраженных от металлической поверхности электромагнитных волн [2]. С другой стороны, указанная система имеет место при нанесении на поверхность металла различных защитных диэлектрических покрытий путем их нагрева мощным электромагнитным излучением [2].

Рассмотрим систему диэлектрический слой — металл, на которую из внешней среды падает под углом  $\theta$  плоская электромагнитная волна произвольной поляризации (рис. 1). Решение задачи дифракции для подобной системы получено в работе [5]. Там же приведены общие соотноше-

ния для расчета энергетических коэффициентов поглощения и отражения электромагнитных волн, падающих на полуограниченный металл при наличии на его поверхности однородного диэлектрика. Представляет интерес найти пространственное распределение энергии, поглощаемой при этом в объеме диэлектрика.

Поглощаемая в единицу времени в единице объема диэлектрической среды энергия электромагнитных волн может быть определена с помощью соотношения [6]

$$Q = -\text{div} \bar{P}^d, \quad (1)$$

где  $\bar{P}^d$  — среднее (по времени) значение вектора Пойнтинга электромагнитного поля в области, занятой диэлектриком. Предполагая металл и диэлектрик однородными и изотропными, для каждой из двух независимых поляризаций падающего излучения получим

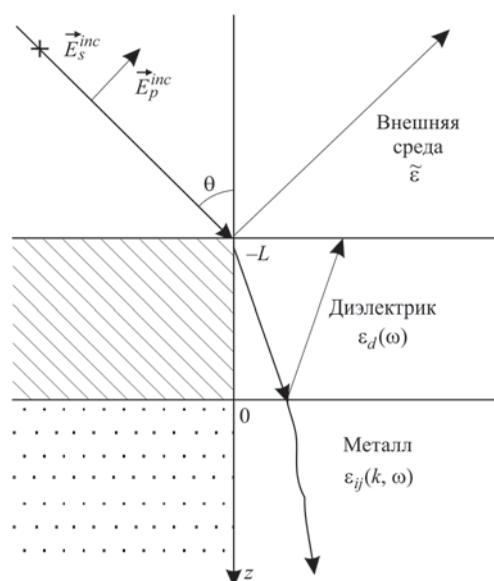


Рис. 1. Наклонное падение на систему диэлектрический слой–металл плоской электромагнитной волны:  $\vec{E}_s^{inc}$ ,  $\vec{E}_p^{inc}$  — векторы электрического поля падающей волны в случае  $s$ - и  $p$ -поляризации соответственно

\*Автоматическая сварка. — 1988. — № 11. — С. 15–19.

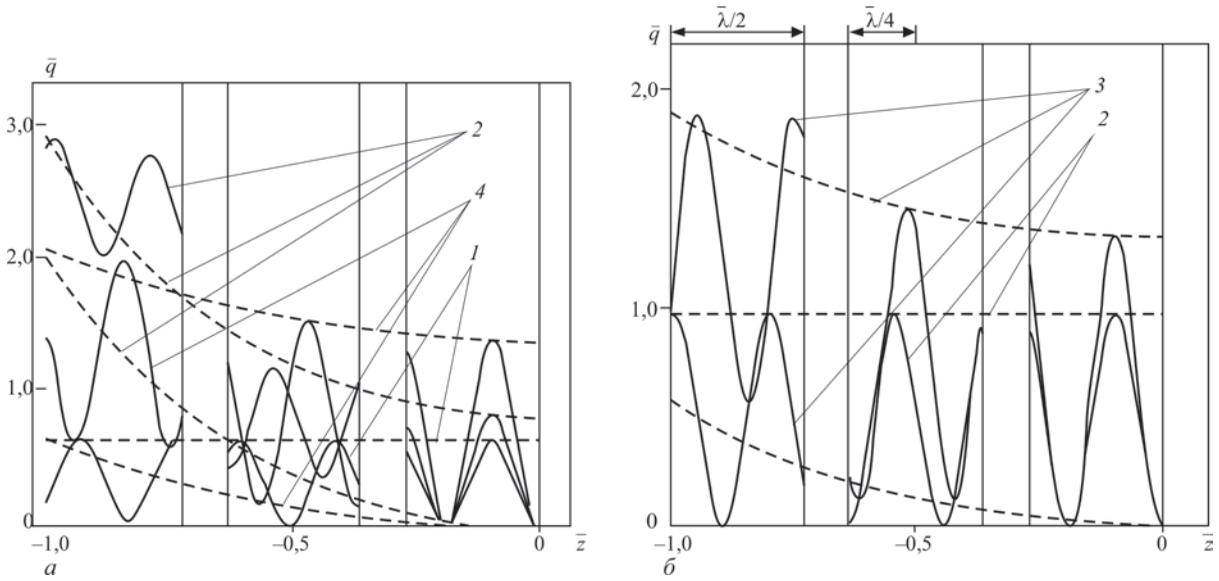


Рис. 2. Зависимость распределения поглощаемой диэлектриком мощности электромагнитных волн от его толщины  $L$  и тангенса угла потерь  $\delta$  ( $\epsilon'_d = 2, \theta = 0$ ):  $a$  —  $\delta = 1 \cdot 10^{-2}$ ;  $b$  —  $\delta = 1 \cdot 10^{-3}$ ; 1 —  $L = 10$  мм; 2 —  $L = 100$  мм; 3 —  $L = 500$  мм; 4 —  $L = 50$  мм

$$Q_v(z) = - \left[ \frac{dP_v^d(z)}{dz} \right]_v, \quad v = s, p. \quad (2)$$

Индекс  $v = s$  соответствует случаю падения на систему  $s$ -поляризованной волны ( $E_z^{inc} = 0, B_z^{inc} \neq 0$ ), индекс  $v = p$  — случаю  $p$ -поляризованной волны ( $E_z^{inc} \neq 0, B_z^{inc} = 0$ ).

Разделим обе части уравнения (2) на среднее значение  $z$ -компоненты вектора Пойнтинга падающей волны  $P_z^{inc}$ , что даст

$$q_v(z) = - \frac{dp_v(z)}{dz}, \quad (3)$$

где  $p_v(z) = [P_z^d(z) / P_z^{inc}]_v$  — относительная плотность потока электромагнитной энергии в диэлектрике, а величина  $q_v(z)$  представляет собой мощность, поглощаемую в единице объема диэлектрика и отнесенную к плотности потока энергии падающего излучения для соответствующей поляризации. Используя решение задачи дифракции [5], находим

$$p_v(z) = - \frac{\text{Re}\{[\rho_{v2}^-(z) - \rho_{v2}^+(-z)] + [\rho_{v2}^-(z) + \rho_{v2}^+(-z)]^* / r_{v1}\}}{|\rho_{v1}^-(0)\rho_{v2}^-(-L) - \rho_{v1}^+(0)\rho_{v2}^+(L)| / 2r_{v1}^2}. \quad (4)$$

Здесь

$$\left. \begin{aligned} \rho_{va}^\pm(z) &= (1 \pm r_{va}) e^{ik_z z}, \quad \alpha = 1, 2; \\ r_{s1} &= -\frac{k_{zd}}{k_z}; \quad r_{s2} = -\frac{ck_{zd}}{\omega} S_T(\vec{p}, \omega); \\ r_{p1} &= -\frac{\epsilon_d(\omega) \tilde{k}_z}{\tilde{\epsilon} k_{zd}}; \quad r_{p2} = -\frac{\omega \epsilon_d(\omega)}{ck_{zd}} S_L(\vec{p}, \omega); \\ \tilde{k}_z &= \sqrt{\frac{\omega^2}{c^2} \tilde{\epsilon} - p^2}; \quad k_{zd} = \sqrt{\frac{\omega^2}{c^2} \epsilon_d(\omega) - p^2}; \\ p^2 &= \frac{\omega^2}{c^2} \tilde{\epsilon} \sin^2 \theta; \end{aligned} \right\} \quad (5)$$

$S_T(\vec{p}, \omega)$  и  $S_L(\vec{p}, \omega)$  — поверхностные импедансы металла для  $s$ - и  $p$ -поляризации падающей волны, явный вид которых в рамках модели зеркального отражения электронов от границы металла приведен в работах [3, 5].

Для определения явного вида  $q_v(z)$  подставим выражение (4) в формулу (3), тогда, учитывая (5), получим

$$q_v(z) = \frac{\text{Re}\{i[k_{zd} |\rho_{v2}^-(z) + \rho_{v2}^+(-z)|^2 - k_{zd}^* |\rho_{v2}^-(z) - \rho_{v2}^+(-z)|^2] / r_{v1}\}}{|\rho_{v1}^-(0)\rho_{v2}^-(-L) - \rho_{v1}^+(0)\rho_{v2}^+(L)| / 2r_{v1}^2}. \quad (6)$$

Этим исчерпывается решение задачи об установлении распределения электромагнитной энергии, поглощаемой в диэлектрическом слое, находящемся на металлической поверхности, по его толщине. Долю энергии падающего излучения, поглощаемой слоем диэлектрика, можно найти, зная его энергетический коэффициент поглощения  $D_v$  [5].

Из определения величины  $p_v(z)$ , в частности, следует, что

$$D_v = p_v(-L) - p_v(0). \quad (7)$$

Если диэлектрик является идеальным ( $\text{Im} \epsilon_d = 0$ ), то, используя формулы (4)–(7), нетрудно показать, что в этом случае  $q_v = 0, D_v = 0$ , т. е. энергия не поглощается.

Следует отметить, что приведенные выше соотношения получены для случая падения на систему плоской электромагнитной волны и не учитывают пространственное распределение интенсивности падающего излучения. Тем не менее, как показано в работе [7], учет указанной особенности при малых углах расхождения пучка не приводит к существенному изменению полного коэффициента поглощения. Что касается распределения поглощаемой

мой энергии, нетрудно убедиться, что используемое приближение применимо в случае, когда падающее излучение достаточно расфокусировано, т. е.  $R_f \gg \gg \lambda$ , где  $R_f$  — эффективный радиус пятна в фокальной плоскости;  $\lambda$  — длина волны излучения.

На основе полученных общих соотношений был проведен численный анализ зависимости значений  $q_v(z)$  от электрических параметров (см. рис. 1) и геометрических размеров системы при различных углах падения  $s$ - или  $p$ -поляризованной плоской электромагнитной волны с длиной  $\lambda = 3,6$  мм, характерной для излучения гиротрона непрерывного действия [8]. Расчеты выполнялись по формулам (5), (6) при  $\tilde{\epsilon} = 1$ . Толщину слоя диэлектрика варьировали в диапазоне  $10 \text{ мм} \leq L \leq 500 \text{ мм}$ , а его комплексную диэлектрическую проницаемость задавали в виде  $\epsilon'_d(\omega) = \epsilon'_d(1 + i\delta)$ , где  $\epsilon'_d$  — действительная часть диэлектрической проницаемости;  $\delta$  — тангенс угла потерь. Были выбраны такие значения  $\epsilon'_d$  и  $\delta$ , которые характерны для большинства керамических материалов в рассматриваемом частотном диапазоне [9]. Величины  $S_T(\vec{p}, \omega)$  и  $S_L(\vec{p}, \omega)$  определялись подобно тому, как это было сделано в работе [3]. В качестве материала подложки была выбрана медь, параметры вырожденного электронного газа для которой при комнатной температуре имеют следующие значения:  $\omega_{pe} = 1,32 \cdot 10^{16} \text{ с}^{-1}$ ,  $\gamma = 5,3 \cdot 10^{13} \text{ с}^{-1}$ ,  $v_F = 1,57 \cdot 10^6 \text{ м/с}$  [10, 11], где  $\omega_{pe}$  — плазменная частота;  $\gamma$  — эффективная частота соударений;  $v_F$  — скорость Ферми для свободных электронов металла.

На рис. 2–4 приведены зависимости безразмерной величины  $\bar{q}_v = q_v L$  от безразмерной координаты  $\bar{z} = (z/L)$  вблизи внешней границы диэлектрического слоя  $[-1 \leq \bar{z} \leq -(1 - l)]$ , в его середине  $[-0,5 - (l/2) \leq \bar{z} \leq -0,5 + (l/2)]$  и вблизи поверхности металла  $(-1 \leq \bar{z} \leq 0)$ , причем для рис. 2, 3 значение  $l = (\bar{\lambda}/2)$ , а для рис. 4  $l = \bar{\lambda}$ , где  $\bar{\lambda} = (\lambda/L)$ . Как видно из рисунков, распределение мощности, поглощаемой в диэлектрике, характеризуется набором эквидистантно чередующихся максимумов и минимумов (сплошные линии) при монотонном убывании огибающих (штриховые линии) с увеличением расстояния от наружной поверхности слоя. Наличие чередующихся максимумов и минимумов в зависимостях значений  $q_v$  от  $\bar{z}$  обусловлено интерференцией электромагнитных волн в слое диэлектрика. Заметное убывание с ростом толщины слоя и мнимой части его диэлектрической проницаемости связано с увеличением поглощения энергии электромагнитных волн, распространяющихся в системе металл — диэлектрик.

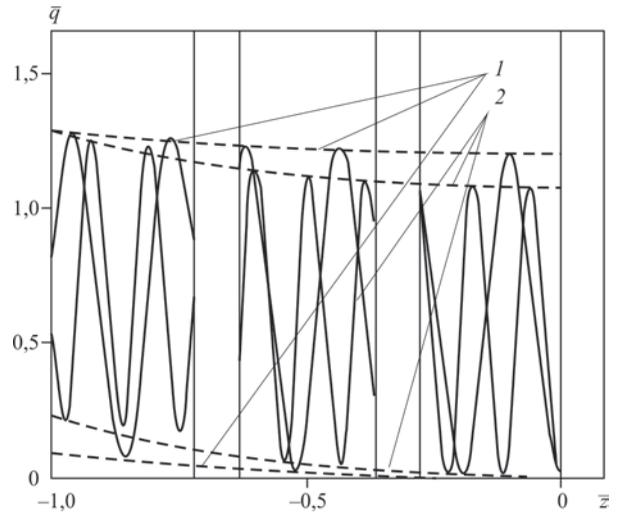


Рис. 3. Распределение поглощаемой мощности по толщине слоя в зависимости от его диэлектрической проницаемости ( $\delta = 1 \cdot 10^{-2}$ ,  $L = 20 \text{ мм}$ ,  $\theta = 0$ ): 1 —  $\epsilon'_d = 2$ ; 2 —  $\epsilon'_d = 6$ )

Положение указанных максимумов для волн как  $s$ -, так и  $p$ -поляризации определяется соотношениями

$$z_n = -\frac{\lambda'_d}{4}(2n+1), \quad n=0, 1, 2, \dots, \quad (8)$$

где  $\lambda'_d = \lambda / \sqrt{\epsilon'_d - \sin^2 \theta}$ , однако амплитуда максимумов при наклонном падении  $p$ -поляризованной волны меньше, чем в случае  $s$ -поляризованной, причем с ростом угла падения отмеченное различие усиливается (рис. 4). Для оценки убывания (в среднем) поглощаемой энергии с увеличением расстояния от наружной поверхности слоя  $L > \lambda'_d$  удобно ввести характеристику

$$\langle q_v(z) \rangle = \frac{2}{\lambda'_d} \int_z^{z+\lambda'_d/2} q_v(\xi) d\xi, \quad (9)$$

описывающую распределение усредненной по периоду пространственного изменения мощности, поглощаемой в единице объема диэлектрика. Путем численного эксперимента (см. также рис. 2, 3) было установлено, что условие постоянства  $\langle q_v(z) \rangle$  по толщине слоя следующее:

$$L \leq 5 \cdot 10^{-2} \frac{\lambda'_d}{\delta} \left( 1 - \frac{\sin^2 \theta}{\epsilon'_d} \right). \quad (10)$$

Полученное условие справедливо, вообще говоря, только в случае медной подложки. Однако ввиду того, что большинство металлов в рассматриваемом частотном диапазоне имеет близкие отражательные способности, этим соотношением с достаточной степенью точности можно пользоваться и в других случаях.

Для успешной реализации некоторых технологических процессов термической обработки материалов мощным электромагнитным излучением необходимо создание условий, когда нагрев обра-

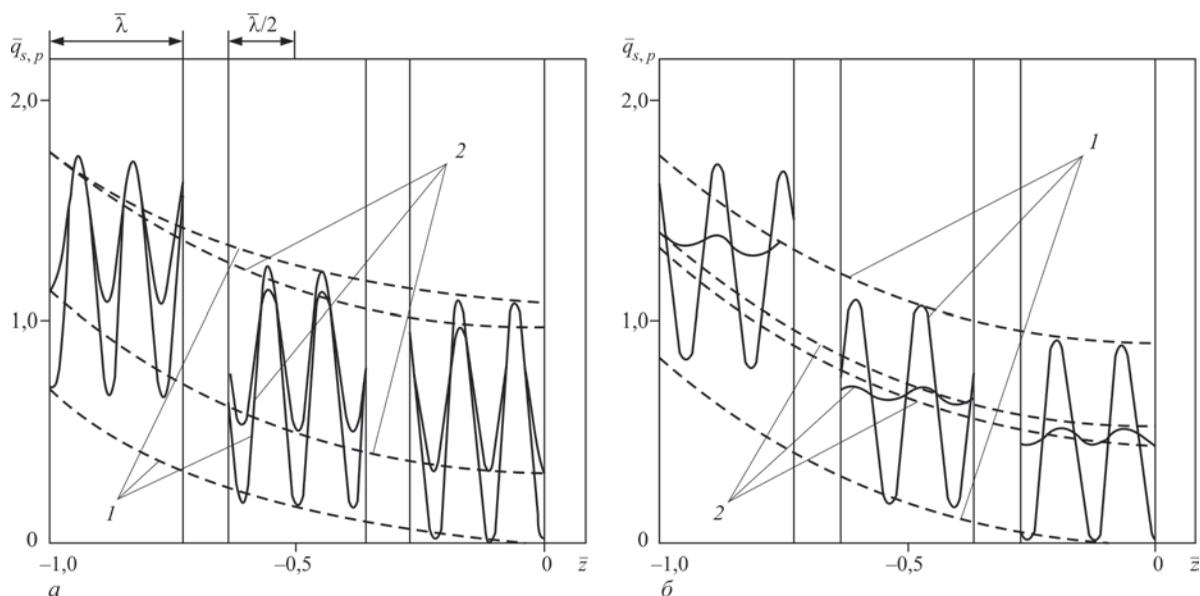


Рис. 4. Влияние угла падения и поляризации падающей волны на распределение поглощаемой мощности ( $\epsilon'_d = 2$ ,  $\delta = 5 \cdot 10^{-3}$ ,  $L = 100$  мм): а —  $\theta = \pi/4$ ; б —  $\theta = 5\pi/12$ ; 1 —  $s$ -поляризация; 2 —  $p$ -поляризация

батываемого изделия осуществляется равномерно по его толщине [2]. Выполненные в настоящей работе исследования позволяют в принципе определить оптимальные для таких процессов параметры образца и условия его облучения. Так, например, для того чтобы поглощение энергии в диэлектрике с заданными параметрами  $\epsilon'_d$  и  $\delta$ , находящемся на поверхности металла, было в среднем однородно по его толщине, она должна удовлетворять неравенству (10) при выбранном угле падения. Здесь следует отметить, что справедливость условия (10) может нарушаться в процессе нагрева, поэтому выбор параметров обрабатываемого изделия нужно производить с учетом зависимостей  $\epsilon'_d$  и особенно  $\delta$  от температуры [4]. С целью уменьшения неоднородности нагрева изделия, связанной с интерференционной структурой поглощаемой мощности, следует использовать либо  $p$ -поляризованное излучение при большом угле падения ( $\theta > 75^\circ$ ) (см., например, рис. 4), либо  $s$ -поляризованное излучение при изменении угла падения в процессе обработки (см. формулу (8)), причем в обоих случаях необходимо выполнение неравенства (10). Дальнейшая конкретизация условий однородного поглощения электромагнитного излучения обрабатываемым материалом возможна только на основе анализа температурного поля в образце с заданными теплофизическими свойствами.

1. Веденов А. А., Гладуш Г. Г. Физические процессы при лазерной обработке материалов. — М.: Энергоатомиздат, 1985. — 206 с.
2. Патон Б. Е., Скляревич В. Е., Шевелев М. В. Особенности применения электромагнитного излучения миллиметрового диапазона для нагрева материалов при сварке и других видах обработки // Автомат. сварка. — 1987. — № 5. — С. 1–3.
3. Расчет энергетических коэффициентов поглощения и отражения электромагнитного излучения при лазерной сварке / В. С. Гвоздецкий, Г. М. Корчинский, И. В. Кривцун и др. // Там же. — 1986. — № 5. — С. 33–37.
4. Хинпель А. Р. Диэлектрики и их применение. — М.: Госэнергоиздат, 1959. — 336 с.
5. Поглощение электромагнитных волн полугораниченной плазмалодобной средой с диэлектрическим покрытием / А. Г. Загородний, И. П. Якименко, В. С. Гвоздецкий, И. В. Кривцун. — Киев, 1985. — 25 с. — (Препр. / АН УССР. Ин-т теорет. физики; С. 63–85).
6. Ландау Л. Д., Лифшиц Е. М. Электродинамика сплошных сред. — М.: Наука, 1982. — 624 с.
7. К расчету коэффициентов поглощения и отражения оптического пучка при лазерной обработке материалов / В. С. Гвоздецкий, Г. М. Корчинский, И. В. Кривцун и др. // Автомат. сварка. — 1987. — № 1. — С. 70–71.
8. Гиротрон: Сб. науч. тр. — Горький: Ин-т приклад. физики АН СССР, 1981. — 254 с.
9. Кавернистый Ю. К., Лазарева И. Ю., Раваев А. А. Материалы, поглощающие СВЧ-излучение. — М.: Наука, 1982. — 164 с.
10. Ujihara K. Reflectivity of metals at high temperatures // Appl. Phys. — 1972. — 43, № 5. — P. 2376–2383.
11. Киттель Ч. Введение в физику твердого тела. — М.: Наука, 1978. — 791 с.

## 2.1.5. ОСОБЕННОСТИ НАГРЕВА МЕЛКОДИСПЕРСНЫХ КЕРАМИЧЕСКИХ ЧАСТИЦ ЛАЗЕРНЫМ ИЗЛУЧЕНИЕМ\*

А. И. БУШМА, И. В. КРИВЦУН

**Введение.** Одной из актуальных проблем химического синтеза, нанесения защитных покрытий, сфероидизации и других технологий обработки мелкодисперсных материалов является повышение эффективности нагрева частиц, диспергированных в газовой среде. Широко распространенный способ нагрева частиц в высокотемпературном газовом (плазменном) потоке характеризуется относительно низкой (2...4 %) эффективностью [1]. Более перспективным представляется нагрев мелкодисперсных частиц мощным лазерным излучением [2].

Исследованию динамики нагрева и испарения сферических частиц в поле электромагнитного излучения посвящено значительное количество работ [2–6]. Однако используемые в них предположения о характере тепловыделения (источник стационарный, поверхностный [4] либо равномерно распределенный по объему частицы [5]) не учитывают ряда особенностей пространственно-временного распределения электромагнитной энергии, поглощаемой частицами в процессе лазерного нагрева.

Рассмотрим, например, особенности поглощения монохроматического излучения с длиной волны  $\lambda = 10,6$  мкм, характерной для  $\text{CO}_2$ -лазеров, керамическими частицами  $\text{Al}_2\text{O}_3$ ,  $\text{SiO}_2$ ,  $\text{TiO}_2$  радиусом  $a = 5...50$  мкм. В отличие от металлов, поглощающих ИК-излучение в тонком приповерхностном слое [7], большинство керамических материалов, являющихся неидеальными диэлектриками, достаточно прозрачны для излучения с выбранной длиной волны [8] и при  $a/\lambda \sim 1$  поглощают его энергию во всем объеме частицы [9]. Кроме того, неравномерность прогрева, связанная с интерференционной структурой электромагнитного поля, возбуждаемого в частице падающим излучением, может приводить к существенной неоднородности распределения оптических свойств материала частицы, зависящих от температуры [8, 10]. Следовательно, в процессе нагрева (еще до начала испарения или теплового взрыва частицы) может изменяться не только полное сечение поглощения, но и пространственное распределение поглощаемой энергии.

**Поглощение электромагнитного излучения керамическими частицами.** При определении распределенных и интегральных характеристик поглощения лазерного излучения рассматриваемыми частицами поступим следующим образом. Пусть на диэлектрическую частицу радиуса  $a$  в отрицательном направлении оси  $OZ$  сферической системы координат с началом в центре частицы падает плоская электромагнитная волна. Поглощаемая в единицу времени в единице объема диэлектрической среды электромагнитная энергия может быть определена с помощью соотношения [11]:

$$D = -\text{div} \vec{P}^d, \quad (1)$$

где  $\vec{P}^d(r, \vartheta, \varphi)$  — среднее по времени (за период колебания поля волны) значение вектора Пойнтинга электромагнитного поля, возбуждаемого в частице. Предполагая, что частица вращается вокруг собственной оси, перпендикулярной оси  $OZ$ , и считая падающее излучение неполяризованным, вместо  $D(r, \vartheta, \varphi)$  можно ввести усредненную по углам мощность, выделяющуюся в единице объема вещества частицы:

$$D(r) = -\frac{1}{4\pi} \int_0^{2\pi} d\varphi \int_0^\pi \sin \vartheta \frac{\partial}{\partial r} [r^2 P_r^d(r, \vartheta, \varphi)] d\vartheta. \quad (2)$$

Если при этом период полного оборота частицы значительно меньше характерного времени изменения пространственного распределения температуры, тепловое поле в частице можно считать сферически-симметричным, а неоднородность ее диэлектрической проницаемости — существенной только в радиальном направлении.

Для нахождения полей, возбуждаемых электромагнитной волной в радиально-неоднородной сферической частице, и определения явного вида  $D(r)$  воспользуемся методом слой-аппроксимации. Условно разобьем частицу на  $N$  сферических слоев и будем считать, что диэлектрическая проницаемость постоянна в пределах каждого слоя:

$$\varepsilon(r) = \varepsilon_s \equiv \varepsilon'_s + i\varepsilon''_s \text{ при } a_{s-1} < r \leq a_s \quad (s = 1, 2, \dots, N), \quad (3)$$

\*Физика и химия обработки материалов. — 1992. — № 2. — С. 40–48.

где  $a_s$  и  $a_{s-1}$  — внешний и внутренний радиусы  $s$ -го слоя ( $a_0 = 0$ ,  $a_N = a$ ). Очевидно, что, увеличивая число слоев, можно добиться сколь угодно точной аппроксимации оптических свойств неоднородно нагретой частицы. С другой стороны, используемый метод позволяет рассчитывать распределения поглощаемой мощности в слоистых частицах, состоящих из различных материалов.

Используя решение задачи дифракции плоской волны на слоисто-неоднородном шаре [12], находим

$$D(r) = \frac{P^{inc} \epsilon_s'}{8k} \sum_{m=1}^{\infty} (2m+1) \sum_{\gamma=1,2} \times \{ |d_{\gamma}^{(s)}|^2 F_{\gamma}^{(s)}(r) + 2 \operatorname{Re}[d_{\gamma}^{(s)} \tilde{d}_{\gamma}^{(s)*} H_{\gamma}^{(s)}(r)] + |\tilde{d}_{\gamma}^{(s)}|^2 G_{\gamma}^{(s)}(r) \} \text{ при } a_{s-1} < r \leq a_s \quad (s=1,2,\dots,N). \quad (4)$$

Здесь

$$\begin{aligned} F_1^{(s)}(r) &= k_s j_m(k_s r) k_s^* j_m^*(k_s r) \quad (s=1,2,\dots,N); \\ F_2^{(s)}(r) &= \frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial r} [r j_m(k_s r)] \frac{\partial}{\partial r} [r j_m^*(k_s r)] + \\ &\quad + \frac{m(m+1)}{r^2} j_m(k_s r) j_m^*(k_s r); \\ H_{\gamma}^{(s)}(r) &= F_{\gamma}^{(s)}(r) \text{ при замене } j_m^*, j_m^* \\ &\quad \text{на } n_m^*, n_m^* \quad (\gamma=1,2); \\ G_{\gamma}^{(s)}(r) &= F_{\gamma}^{(s)}(r) \text{ при } j_m, j_m', j_m^*, j_m^* \rightarrow \\ &\quad \rightarrow n_m, n_m', n_m^*, n_m^*; \quad k = \frac{2\pi}{\lambda}; \quad k_s = k \sqrt{\epsilon_s}; \end{aligned} \quad (5)$$

$P^{inc}$  — плотность падающего на частицу потока мощности;  $\lambda$  — длина волны излучения во внешней среде ( $\epsilon_{ext} = 1$ );

$$\begin{aligned} d_{\gamma}^{(s)} &= \frac{2i}{r \frac{\partial}{\partial r} [r h_m^{(1)}(kr)] \Big|_{r=a}} \frac{p_{\gamma}^{(s)}}{\pi_{\gamma} p_{\gamma}^{(N)} + \tilde{\pi}_{\gamma} \tilde{p}_{\gamma}^{(N)}}; \\ &\quad (s=1,2,\dots,N; \quad \gamma=1,2); \\ \tilde{d}_{\gamma}^{(s)} &= \frac{2i}{r \frac{\partial}{\partial r} [r h_m^{(1)}(kr)] \Big|_{r=a}} \frac{\tilde{p}_{\gamma}^{(s)}}{\pi_{\gamma} p_{\gamma}^{(N)} + \tilde{\pi}_{\gamma} \tilde{p}_{\gamma}^{(N)}}; \end{aligned} \quad (6)$$

где  $j_m(z)$ ,  $n_m(z)$  — сферические функции Бесселя и Неймана  $m$ -го порядка,  $h_m^{(1)}(z) = j_m(z) + i n_m(z)$  — функции Ханкеля первого рода [13]. Величины  $p_{\gamma}^{(s)}$  и  $\tilde{p}_{\gamma}^{(s)}$  определяются рекуррентными соотношениями:

$$\begin{aligned} p_{\gamma}^{(s+1)} &= \mu_{\gamma}^{(s+1)} p_{\gamma}^{(s)} + \nu_{\gamma}^{(s+1)} \tilde{p}_{\gamma}^{(s)} \quad (s=1,2,\dots,N-1); \\ \tilde{p}_{\gamma}^{(s+1)} &= \tilde{\mu}_{\gamma}^{(s+1)} p_{\gamma}^{(s)} + \tilde{\nu}_{\gamma}^{(s+1)} \tilde{p}_{\gamma}^{(s)}; \\ p_{\gamma}^{(1)} &= 1; \quad \tilde{p}_{\gamma}^{(1)} = 0 \quad (\gamma=1,2), \end{aligned} \quad (7)$$

где

$$\begin{aligned} \mu_1^{(s+1)} &= -a_s k_s \left\{ \frac{\partial}{\partial r} [r j_m(k_s r)] n_m(k_{s+1} r) - \right. \\ &\quad \left. - j_m(k_s r) \frac{\partial}{\partial r} [r n_m(k_{s+1} r)] \right\} \Big|_{r=a_s}; \\ \mu_2^{(s+1)} &= -a_s k_{s+1} \left\{ \frac{\partial}{\partial r} [r j_m(k_s r)] n_m(k_{s+1} r) - \right. \\ &\quad \left. - \frac{k^2}{k_{s+1}^2} j_m(k_s r) \frac{\partial}{\partial r} [r n_m(k_{s+1} r)] \right\} \Big|_{r=a_s}; \end{aligned} \quad (8)$$

$$\begin{aligned} \tilde{\mu}_{\gamma}^{(s+1)} &= -\tilde{\mu}_{\gamma}^{(s+1)} \text{ при } n_m, n_m' \rightarrow j_m, j_m'; \\ \nu_{\gamma}^{(s+1)} &= -\nu_{\gamma}^{(s+1)} \text{ при } j_m, j_m' \rightarrow n_m, n_m' \quad (\gamma=1,2); \\ \tilde{\nu}_{\gamma}^{(s+1)} &= -\tilde{\nu}_{\gamma}^{(s+1)} \text{ при } j_m, j_m' \rightarrow n_m, n_m'; \\ &\quad n_m, n_m' \rightarrow j_m, j_m'; \end{aligned}$$

а величины  $\pi_{\gamma}$  и  $\tilde{\pi}_{\gamma}$  в (6) имеют вид

$$\begin{aligned} \pi_1 &= k_N \left\{ j_m(k_N r) - \right. \\ &\quad \left. - \frac{\partial}{\partial r} [r j_m(k_N r)] \frac{h_m^{(1)}(kr)}{\frac{\partial}{\partial r} [r h_m^{(1)}(kr)]} \right\} \Big|_{r=a}; \\ \pi_2 &= k_N \left\{ \frac{k^2}{k_N^2} j_m(k_N r) - \right. \\ &\quad \left. - \frac{\partial}{\partial r} [r j_m(k_N r)] \frac{h_m^{(1)}(kr)}{\frac{\partial}{\partial r} [r h_m^{(1)}(kr)]} \right\} \Big|_{r=a}; \\ \tilde{\pi}_{\gamma} &= \pi_{\gamma} \text{ при } j_m, j_m' \rightarrow n_m, n_m' \quad (\gamma=1,2). \end{aligned} \quad (9)$$

Наряду с величиной  $D(r)$  решение задачи дифракции [12] позволяет найти полные сечения поглощения  $Q^d$  и рассеяния  $Q^{sc}$  электромагнитной волны радиально-неоднородной диэлектрической частицей. Указанные величины могут быть определены с помощью соотношений [7]:

$$\begin{aligned} Q^d &= -\frac{2\pi}{0} \frac{\pi}{0} \frac{\int d\varphi \int \sin \vartheta P_r^d(a, \vartheta, \varphi) d\vartheta}{P^{inc}}; \\ Q^{sc} &= -\frac{2\pi}{0} \frac{\pi}{0} \frac{\int d\varphi \int \sin \vartheta P_r^{sc}(a, \vartheta, \varphi) d\vartheta}{P^{inc}}, \end{aligned} \quad (10)$$

где  $P_r^{sc}(a, \vartheta, \varphi)$  — среднее значение радиальной компоненты вектора Пойнтинга рассеянного поля. Конечный результат расчета представим в следующем виде:

$$\begin{aligned} Q^{sc} &= \frac{\pi}{2k^2} \sum_{m=1}^{\infty} (2m+1) \sum_{\gamma=1,2} |q_{\gamma}|^2; \\ Q^e &= -\frac{\pi}{k^2} \sum_{m=1}^{\infty} (2m+1) \sum_{\gamma=1,2} \operatorname{Re}(q_{\gamma}), \end{aligned} \quad (11)$$

где  $Q^e = Q^d + Q^{sc}$  — сечение экстинкции [7]. Здесь

$$q_{\gamma} = \Pi_{\gamma} d_{\gamma}^{(N)} + \tilde{\Pi}_{\gamma} \tilde{d}_{\gamma}^{(N)} - R_{\gamma} \quad (\gamma=1,2), \quad (12)$$

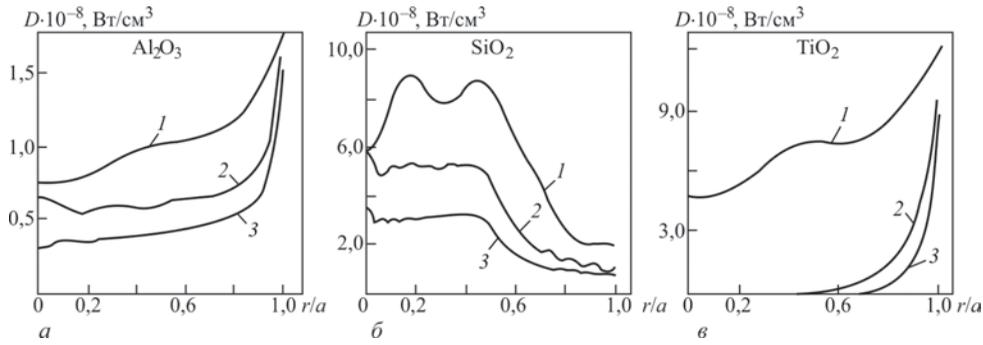


Рис. 1. Распределение поглощаемой мощности по объему частиц ( $p^{inc} = 10^6$  Вт/см<sup>2</sup>): а —  $Al_2O_3$  ( $\epsilon' = 0,49$ ;  $\epsilon'' = 0,028$ ); б —  $SiO_2$  ( $\epsilon' = 4,75$ ;  $\epsilon'' = 0,096$ ); в —  $TiO_2$  ( $\epsilon' = 6,4$ ;  $\epsilon'' = 1,63$ ); 1 —  $a = 10$  мкм; 2 — 30 мкм; 3 — 50 мкм

где

$$\begin{aligned} \Pi_1 &= \frac{k_N}{k} \frac{\partial [rj_m(k_N r)]}{\partial r} \Big|_{r=a} ; \\ \Pi_2 &= \frac{k_N^2}{k^2} \frac{j_m(k_N r)}{h_m^{(1)}(kr)} \Big|_{r=a} ; \\ \tilde{\Pi}_\gamma &= \Pi \text{ при } j_m, j'_m \rightarrow n_m, n'_m \quad (\gamma=1,2); \\ R_1 &= \frac{2}{\partial r} \frac{\partial [rj_m(kr)]}{\partial r} \Big|_{r=a} ; \quad R_2 = \frac{2j_m(kr)}{h_m^{(1)}(kr)} \Big|_{r=a} . \end{aligned} \quad (13)$$

В предельном случае однородной сферической частицы, положив в общих соотношениях (4)–(9), (11)–(13)  $N = 1$ , получим хорошо известные формулы теории Ми [7]. Следует также отметить, что приведенные выше соотношения могут быть использованы для расчета диссипативных характеристик как диэлектрических, так и металлических (плазменных) частиц, если влиянием пространственной дисперсии диэлектрической проницаемости можно пренебречь [12].

На рис. 1 представлены результаты расчета радиальных распределений поглощаемой мощности (4) в однородных керамических частицах  $Al_2O_3$ ;  $SiO_2$ ;  $TiO_2$  различного диаметра. Оптические постоянные выбранных материалов при температуре 293 К для излучения с длиной волны  $\lambda = 10,6$  мкм взяты из [8]. В случае  $Al_2O_3$  и  $TiO_2$  усредненная по углам мощность, поглощаемая в единице объема сферической частицы, убывает от ее поверхности к центру, причем с увеличением  $a$ , особенно для частиц из сильно поглощающего материала ( $TiO_2$ ), неравномерность нагрева усиливается (ср. кривые 1 и 3 на рис. 1, а, в). Для частиц  $SiO_2$  наблюдается обратная картина. Максимум величины  $D(r)$ , расположенный внутри частицы, уменьшается с ростом ее радиуса (рис. 1, б), в результате чего нагрев частиц  $SiO_2$  при увеличении  $a$  происходит более равномерно.

Зависимости полных сечений поглощения электромагнитного излучения рассматриваемыми

однородными частицами ( $T = 293$  К) от их радиуса приведены на рис. 2. Здесь же показаны соответствующие зависимости для параметра  $\eta = Q^d/Q^e$ , характеризующего отношение мощности, поглощаемой частицей к полной мощности, отбрасываемой (поглощаемой и рассеиваемой) частицей у падающей волны. Как следует из рис. 2, эффективность нагрева частиц из материалов с малым коэффициентом поглощения ( $Al_2O_3$ ,  $SiO_2$ ) повышается с увеличением  $a$  (кривые 1 и 2), тогда как для сильно поглощающих частиц — снижается (кривые 3).

**Нагрев частиц в поле электромагнитного излучения.** Учитывая отмеченную выше неоднородность пространственного распределения поглощаемой мощности (см. рис. 1), при расчете температурных полей в керамических частицах, нагреваемых лазерным излучением, будем использовать нестационарное уравнение теплопроводности с распределенным источником тепла. Принимая во внимание предположение о сферической симметрии теплового поля внутри частицы и учитывая зависимость оптических свойств

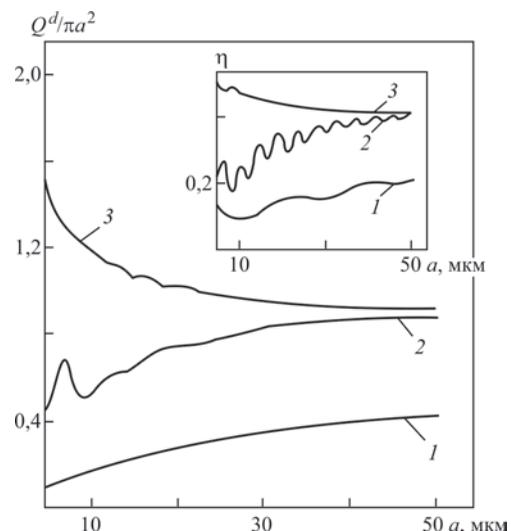


Рис. 2. Зависимости сечения поглощения и параметра  $\eta$  от радиуса частиц  $Al_2O_3$  (1),  $SiO_2$  (2) и  $TiO_2$  (3)

материала от температуры, это уравнение можно записать в виде

$$\rho C \frac{\partial T}{\partial t} = \frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial r} \left( r^2 \chi \frac{\partial T}{\partial r} \right) + D(r, t). \quad (14)$$

Здесь  $T(r, t)$  — температура;  $\rho(T)$  — плотность;  $\chi(T)$  — теплопроводность;  $C(T)$  — эффективная теплоемкость вещества частицы, определяемая с учетом удельной теплоты плавления  $W_{пл}$  и парообразования  $W_{к}$

$$C(T) = c(T) + W_{пл} \delta(T - T_{пл}) + W_{к} \delta(T - T_{к}), \quad (15)$$

где  $c(T)$  — удельная теплоемкость материала;  $T_{пл}$  и  $T_{к}$  — температуры плавления и кипения соответственно. Входящая в уравнение (14) величина  $D(r, t)$  рассчитывается по формулам (4)–(9) с учетом изменения во времени пространственного распределения  $\epsilon[T(r, t)]$ , связанного с неоднородным прогревом частицы электромагнитным излучением.

Предполагая, что нагреваемая частица находится в потоке холодного газа с температурой  $T_{ext}$  и относительной скоростью  $v$ , для описания теплоотдачи с ее поверхности воспользуемся ньютоновской моделью теплообмена и законом излучения Стефана–Больцмана. Тогда граничные условия к уравнению (14) запишем в виде:

$$\begin{aligned} -\left( \chi \frac{\partial T}{\partial r} \right) \Big|_{r=a} &= \alpha(T_{sur} - T_{ext}) + \beta \sigma (T_{sur}^4 - T_{ext}^4); \\ \frac{\partial T}{\partial r} \Big|_{r=a} &= 0, \end{aligned} \quad (16)$$

где  $T_{sur}$  — температура поверхности;  $\beta$  — интегральная степень черноты материала частицы;  $\sigma$  — постоянная Стефана–Больцмана;  $\alpha$  — коэффициент теплоотдачи, который в случае вынужденного конвективного теплообмена определяется из критериальной зависимости, приведенной, например, в [14]. Начальное условие для (14) зададим в виде:

$$T(r) \Big|_{r=0} = T^0, \quad (17)$$

где  $T^0$  — исходная температура частицы.

### Теплофизические характеристики $Al_2O_3$ и $SiO_2$

Материал	$T_{пл}$	$T_{к}$	$\rho_{тв}$	$\rho_{ж}$	$W_{пл}$	$W_{к}$	$\beta = x_1/T + x_2$		$c_{ж}, \text{ Дж/(кг}\cdot\text{К)}$
	К		г/м <sup>3</sup>		кДж/кг		$x_1$	$x_2$	
$Al_2O_3$	2320	3253	3970	2490	1109	4763	288	0,230	1355
$SiO_2$	1883	3223	2651	—	185,6	12470	345,1	0,177	1820

Материал	$c_{тв} = y_1 + y_2 T - y_3/T^2, \text{ Дж/(кг}\cdot\text{К)}$			$\chi, \text{ Вт/(м}\cdot\text{К)}$
	$y_1$	$y_2$	$y_3$	
$Al_2O_3$	1073	0,1802	$2,985 \cdot 10^7$	$6783/(T - 125) + 3,559 \cdot 10^{-33} T^{10}$
$SiO_2$	1022	0,7468	$2,458 \cdot 10^7$	$9,755 \cdot 10^{-6} T^2 - 1,096 \cdot 10^{-2} T + 4,281$

Уравнение (14) решалось численно, методом конечных разностей. Использовалась полностью неявная схема [15] с дроблением шага по времени для полного учета теплоты плавления и парообразования. Предполагалось, что испаренный материал мгновенно удаляется с поверхности частицы, не ослабляя падающий на нее поток излучения и не влияя на условия теплообмена частицы с окружающей средой. Если температура кипения достигалась во внутренней точке  $r_{к}$  расчетной области, то радиус частицы скачкообразно уменьшался, и решение краевой задачи (14), (16) продолжалось в области  $0 < r < r_{к}$ . При  $r_{к} = 0$  считалось, что происходит тепловой взрыв частицы, и процедура решения прекращалась.

На основе предложенной математической модели было проведено численное исследование теплового воздействия электромагнитного излучения на частицы  $Al_2O_3$  и  $SiO_2$ , находящиеся в потоке аргона ( $T_{ext} = 293 \text{ К}$ ,  $v = 10 \text{ м/с}$ ). Начальный радиус частиц  $a^0 = 30 \text{ мкм}$ ; исходная температура —  $T^0 = T_{ext}$ ; интенсивность падающего излучения  $P^{inc} = 10^6 \text{ Вт/см}^2$ ; длина волны  $\lambda = 10,6 \text{ мкм}$ . Необходимые теплофизические характеристики  $Al_2O_3$  и  $SiO_2$  [16] приведены в таблице. Для сравнения рассматривались случаи, когда оптические свойства материалов изменялись с температурой и когда они оставались неизменными, равными своим значениям при  $T = T^0$  [8]. В первом случае предполагалось, что действительная часть диэлектрической проницаемости не зависит от температуры, а мнимая часть, обратно пропорциональная длине свободного пробега фононов [17], согласно элементарной теории фононного газа, может быть рассчитана с помощью соотношения

$$\epsilon''(T) = A \frac{c(T)}{\chi(T)}, \quad (18)$$

где постоянная  $A$  определяется по известному значению  $\epsilon''$  при  $T = 293 \text{ К}$  [8]. Полученные расчетные данные находятся в хорошем соответствии с выводами работы [10] и с имеющимися экспериментальными данными о длине свободного пробе-

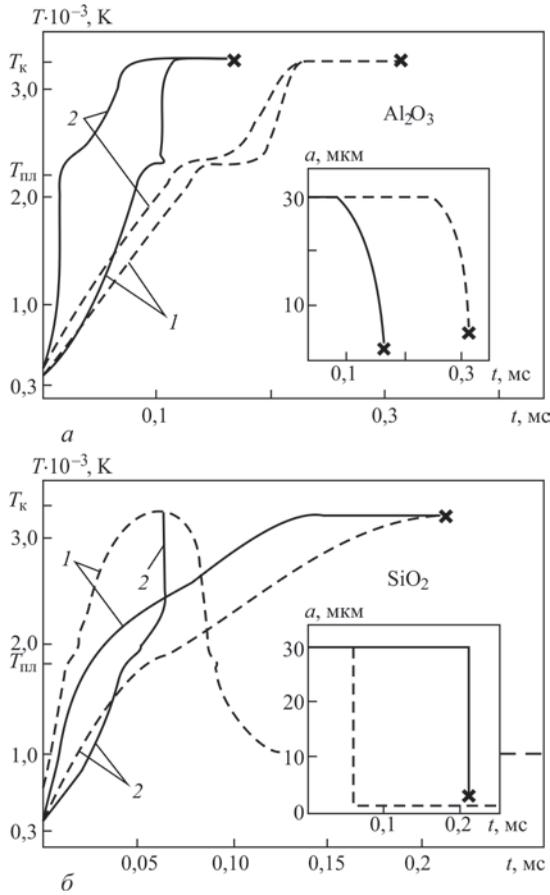


Рис. 3. Изменение во времени радиуса и температуры в центре и на поверхности частиц  $\text{Al}_2\text{O}_3$  (а) и  $\text{SiO}_2$  (б): сплошные кривые —  $\varepsilon = \varepsilon' + i\varepsilon''(T)$ , штриховые кривые —  $\varepsilon = \text{const}$ : 1 —  $T(0, t)$ ; 2 —  $T(a, t)$ ; × — тепловой взрыв частицы

га фононов в  $\text{Al}_2\text{O}_3$  [16] для  $T < 1500$  К. В области температур выше температуры плавления  $\varepsilon''$  принималась постоянной, определяемой по формуле (18) при  $T = T_{\text{пл}}$ .

На рис. 3 показано изменение во времени температуры в центре и на поверхности, а также радиуса частиц  $\text{Al}_2\text{O}_3$  и  $\text{SiO}_2$  при их нагреве электромагнитным излучением. Неоднородное распределение источников тепла в рассматриваемых

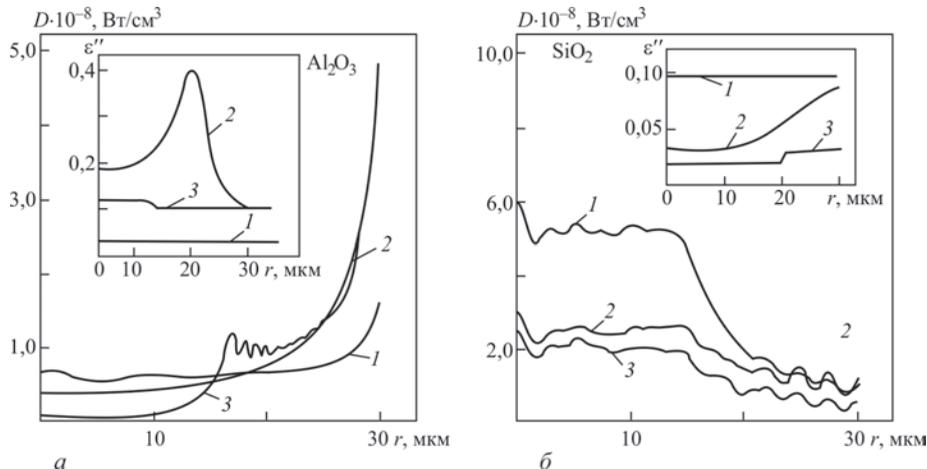


Рис. 4. Перераспределение мнимой части диэлектрической проницаемости и поглощаемой мощности по объему частиц в процессе их нагрева: а —  $\text{Al}_2\text{O}_3$ : 1 —  $t = 0$ ; 2 — 38 мкс; 3 — 88 мкс; б —  $\text{SiO}_2$ : 1 —  $t = 0$ ; 2 — 20 мкс; 3 — 50 мкс

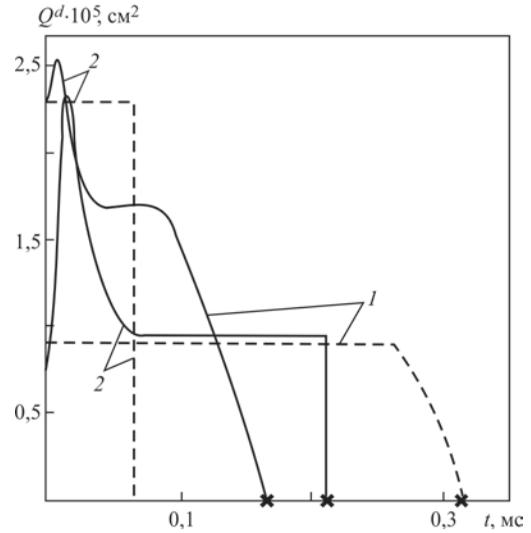


Рис. 5. Изменение во времени сечения поглощения частиц  $\text{Al}_2\text{O}_3$  (1) и  $\text{SiO}_2$  (2): сплошные кривые —  $\varepsilon = \varepsilon' + i\varepsilon''(T)$ , штриховые кривые —  $\varepsilon = \text{const}$

мых частицах (см. рис. 1, в; б) приводит к тому, что даже в оптически однородном случае ( $\varepsilon = \text{const}$ ) температура поверхности частицы  $\text{Al}_2\text{O}_3$  растет быстрее, чем температура ее центра (штриховые кривые 1, 2 на рис. 3, а), тогда как в случае  $\text{SiO}_2$  наблюдается обратная картина (рис. 3, б). В соответствии с этим частица  $\text{Al}_2\text{O}_3$  испаряется с поверхности до значения радиуса  $a \approx 5$  мкм, а затем происходит тепловой взрыв оставшегося материала (штриховая кривая на рис. 3, а). Частица  $\text{SiO}_2$  нагревается таким образом, что температура кипения достигается при  $r_{\text{к}} = 1,5$  мкм и, согласно используемой модели, радиус ее скачкообразно уменьшается до указанного значения (штриховая кривая на рис. 3, б). Поглощаемая оставшейся частицей мощность излучения оказывается настолько малой, что частица начинает равномерно остывать, а ее радиус остается неизменным (рис. 3, б).

При учете температурной зависимости оптических свойств материалов неоднородность прогре-

ва частиц  $Al_2O_3$  усиливается (сплошные кривые 1, 2 на рис. 3, а), а частиц  $SiO_2$  — несколько ослабляется (рис. 3, б). Это связано с соответствующим перераспределением  $\varepsilon''(r)$ , а следовательно, и  $D(r)$  по объему частиц (рис. 4), причем наиболее значительные изменения распределений указанных величин наблюдаются на начальных стадиях нагрева (ср. кривые 1, 2 на рис. 4). Учет зависимости диссипативных характеристик  $Al_2O_3$  и  $SiO_2$  от температуры приводит также к существенному увеличению скорости нагрева частиц  $Al_2O_3$  по сравнению с приближением оптически однородных частиц (рис. 3, а) и к ее снижению в случае  $SiO_2$  (рис. 3, б). Причиной этого являются соответствующие изменения сечений поглощения электромагнитного излучения рассматриваемыми частицами, наблюдающиеся в процессе их нагрева еще до начала изменения размеров частиц (рис. 5).

Полученные расчетные данные о скорости изменения пространственных распределений температуры в частицах  $Al_2O_3$  и  $SiO_2$  позволяют указать область применимости предположений о возможности усреднения по углам распределений поглощаемой мощности и сферической симметрии температурных полей в частицах. При интенсивности падающего излучения  $P^{inc} \leq 10^6$  Вт/см<sup>2</sup> для частиц радиусом  $a \leq 50$  мкм принятые допущения оправданы, если  $\Omega \geq 10^5$  с<sup>-1</sup>, где  $\Omega$  — угловая частота вращения частицы. Именно такие значения скорости вращения приобретает сферическая частица, летящая со скоростью  $\sim 10$  м/с, после неупругого удара о твердую поверхность (стенку транспортирующего канала).

### Выводы

При исследовании динамики нагрева и испарения мелкодисперсных ( $a = 5...50$  мкм) керамических ( $Al_2O_3$ ,  $SiO_2$ ,  $TiO_2$ ) частиц излучением  $CO_2$ -лазера необходимо учитывать:

1. Особенности пространственного распределения поглощаемой частицами мощности электромагнитного излучения и связанную с этим объемную неоднородность их нагрева.

2. Зависимость диссипативных характеристик материалов от температуры и возникающую в процессе лазерного нагрева оптическую неоднородность частиц.

*В заключение авторы благодарят А.Т. Зельниченко за участие в обсуждении результатов работы.*

1. Кудинов В.В., Иванов В.М. Нанесение плазмой тугоплавких покрытий. М.: Машиностроение, 1981. 192 с.
2. Игошин В.И., Пичугин С.Ю. Об эффективности лазерного нагрева частиц, диспергированных в газовом потоке // Квантовая электроника. 1985. Т. 12. № 10. С. 2187–2189.
3. Игошин В.И., Курочкин В.И., Пичугин С.Ю. Лазерный нагрев и испарение частиц, диспергированных в газе // Тр. ФИАН СССР. 1989. Т. 198. С. 24–40.
4. Яламов Ю.И., Силин Н.Л., Сидоров А.И. и др. Об испарении капель тугоплавких веществ в поле электромагнитного излучения // ЖТФ. 1980. Т. 50. Вып. 2. С. 380–384.
5. Яламов Ю.И., Щукин Е.Р., Кутуков В.Б. и др. О диффузионном испарении капель в поле электромагнитного излучения при произвольных перепадах температуры // Теплофизика высоких температур. 1977. Т. 15. Вып. 2. С. 434–436.
6. Кузиковский А.В. Динамика сферической частицы в мощном оптическом поле // Изв. вузов. Физика. 1970. № 5. С. 89–94.
7. Борн М., Вольф Э. Основы оптики. М.: Наука, 1973. 720 с.
8. Золотарев В.М., Морозов В.Н., Смирнова Е.В. Оптические постоянные природных и технических сред. Л.: Химия, 1984. 216 с.
9. Белов Н.Н. Оптические поля внутри корундовых частиц в спектральном диапазоне излучения  $CO_2$ -лазера // Журн. прикладной спектроскопии. 1986. Т. 44. № 6. С. 948–952.
10. Машкович М.Д. Электрические свойства неорганических диэлектриков в диапазоне СВЧ. М.: Советское радио, 1969. 240 с.
11. Ландау Л.Д., Лифшиц Е.М. Электродинамика сплошных сред. М.: Наука, 1982. 620 с.
12. Гвоздецкий В.С., Загородний А.Г., Кривцун И.В. и др. Излучение неоднородно плазменного шара. Препринт № 83-167Р. Киев: ИТФ, 1983. 26 с.
13. Справочник по специальным функциям / Под ред. Абрамовица М., Стиган И.М.: Наука, 1979. 832 с.
14. Кутателадзе С.С. Теплопередача и гидродинамическое сопротивление. М.: Энергоатомиздат, 1990. 367 с.
15. Самарский А.А. Введение в численные методы. М.: Наука, 1987. 287 с.
16. Физико-химические свойства окислов. Справочник / Под ред. Самсонова Г.В. М.: Металлургия, 1978. 472 с.
17. Киттель Ч. Введение в физику твердого тела. М.: Наука, 1978. 792 с.

## 2.1.6. PECULIARITIES OF ABSORPTION AND SCATTERING OF DIFFERENT WAVELENGTH LASER RADIATION BY FINE SPHERICAL PARTICLES\*

A.I. BUSHMA, I.V. KRIVTSUN

Solution of many different problems, such as investigation of laser beam propagation in dusted atmosphere; calculation of heating of powder materials dispersed in gas flow in laser coating deposition, determination of kinetics of growth of condensate droplets in the bulk of metal vapour flowing from the keyhole in laser welding with deep penetration etc. requires the knowledge of peculiarities of absorption and scattering of laser radiation by fine particles. Consider such peculiarities for spherical particles of various materials (metals, dielectrics), assuming that particle radius and laser radiation wavelength are commensurable (for definiteness, below we will consider the radiation of CO<sub>2</sub> laser with wavelength  $\lambda = 10.6 \mu\text{m}$  and Nd:YAG laser with wavelength  $1.06 \mu\text{m}$ ). Besides, as the heterogeneity of laser heating of the particles may lead to a considerable non-uniformity of distribution of optical properties of the particle material, which depend upon the temperature, in general case we will assume the particles to be optically non-uniform.

In determination of the distributed and integrated characteristics of absorption and scattering of laser radiation by the particles considered, we will use an approach presented in [1, 2]. Assume that the plane electromagnetic wave is incident on a particle with radius  $a$  in a negative direction of axis  $OZ$  of the spherical co-ordinate system with an origin in the particle centre. The electromagnetic energy absorbed in unit volume of the particle per unit time can be determined from the known relationship [3]

$$D = -\text{div} \mathbf{S}, \quad (1)$$

where  $\mathbf{S}(r, \varphi, \vartheta)$  is the time-averaged (for a period of the wave field oscillation) value of the Poynting vector of the electromagnetic field generated in the particle. Assuming that the particle is rotating about its own axis which is normal to axis  $OZ$ , and considering the incident radiation to be non-polarized, it is possible to replace  $D(r, \varphi, \vartheta)$  by the angle-averaged power dissipated in unit volume of the particle material

$$D(r) = -\frac{1}{4\pi} \int_0^{2\pi} d\varphi \int_0^\pi \sin \vartheta \frac{\partial}{\partial r} [r^2 S_r(r, \varphi, \vartheta)] d\vartheta. \quad (2)$$

If period of the full revolution of the particle is much shorter than the characteristic time of variation of a spatial distribution of temperature, the temperature field in the particle can be considered spherically symmetrical, and non-uniformity of its dielectric permittivity — significant only in a radial direction.

To find the fields generated by the incident electromagnetic wave inside a radially non-uniform spherical particle with complex dielectric permittivity  $\varepsilon(r)$ , and to determine the explicit form of  $D(r)$ , we will use the layer-approximation method [4]. Assume that the particle is split into  $N$  spherical layers and that dielectric permittivity of the material is constant inside each layer:

$$\varepsilon(r) = \varepsilon_s \equiv \varepsilon'_s + i\varepsilon''_s, \quad (3)$$

$$a_{s-1} < r \leq a_s \quad (s = 1, 2, \dots, N),$$

where  $a_s$  and  $a_{s-1}$  are the outside and inside radii of the  $s$ -layer ( $a_0 = 0, a_N = a$ ). It is obvious that we can achieve any precision of approximation of optical properties of a non-uniformly heated particle by increasing the number of layers. It is necessary to note here that the given method allows determination of the distributions of absorbed power in layered particles which consist of different materials.

Using the solution of diffraction of a plane wave on the layered non-uniform sphere [5], we can find

$$D(r) = \frac{S^{\text{inc}} \varepsilon''}{8k} \sum_{m=1}^{\infty} (2m+1) \times$$

$$\times \sum_{\gamma=1,2} \left\{ \left| d_\gamma^{(s)} \right|^2 F_\gamma^{(s)}(r) + 2\text{Re} \left[ d_\gamma^{(s)} \tilde{d}_\gamma^{(s)*} H_\gamma^{(s)}(r) \right] + \left| \tilde{d}_\gamma^{(s)} \right|^2 G_\gamma^{(s)}(r) \right\}, \quad (4)$$

$$a_{s-1} < r \leq a_s \quad (s = 1, 2, \dots, N).$$

Here

$$F_1^{(s)}(r) = k_s j_m(k_s r) k_s^* j_m^*(k_s r) \quad (s = 1, 2, \dots, N);$$

$$F_2^{(s)}(r) = \frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial r} [r j_m(k_s r)] \frac{\partial}{\partial r} [r j_m^*(k_s r)] +$$

$$+ \frac{m(m+1)}{r^2} j_m(k_s r) j_m^*(k_s r);$$

$$H_\gamma^{(s)}(r) = F_\gamma^{(s)}(r), \quad j_m^*, j_m' \rightarrow n_m^*, n_m' \quad (\gamma = 1, 2);$$

$$G_\gamma^{(s)}(r) = F_\gamma^{(s)}(r), \quad j_m, j_m', j_m^*, j_m'' \rightarrow n_m, n_m', n_m^*, n_m''; \quad (5)$$

$$k = \frac{2\pi}{\lambda}; \quad k_s = k \sqrt{\varepsilon_s},$$

\*Proc. of Int. Conf. on Mathematical Modelling and Information Technologies in Welding and Related Processes. — 2003. — P. 103–107.

$j_m(z)$ ,  $n_m(z)$  are the spherical Bessel and Neumann functions of the  $m$ -order;  $S^{inc}$  is the intensity of incident laser radiation;  $\lambda$  is the radiation wavelength in outer medium  $\varepsilon_{ext} = 1$ );

$$\begin{aligned} d_\gamma^{(s)} &= \frac{2i}{r \frac{\partial}{\partial r} [r h_m^{(1)}(kr)]} \Big|_{r=a} \times \\ &\times \frac{p_\gamma^{(s)}}{(\pi_\gamma p_\gamma^{(N)} + \tilde{\pi}_\gamma \tilde{p}_\gamma^{(N)})} \quad (s=1, 2, \dots, N); \\ \tilde{d}_\gamma^{(s)} &= \frac{2i}{r \frac{\partial}{\partial r} [r h_m^{(1)}(kr)]} \Big|_{r=a} \times \\ &\times \frac{p_\gamma^{(s)}}{(\pi_\gamma p_\gamma^{(N)} + \tilde{\pi}_\gamma \tilde{p}_\gamma^{(N)})} \quad (\gamma=1, 2, \dots, N), \end{aligned} \quad (6)$$

$h_m^{(1)}(z) = j_m(z) + in_m(z)$  and is the corresponding first-kind Hankel function [6]. Values  $p_\gamma^{(s)}$  and  $\tilde{p}_\gamma^{(s)}$  are determined from the recurrent relationships

$$\begin{aligned} p_\gamma^{(s+1)} &= \mu_\gamma^{(s+1)} p_\gamma^{(s)} + \nu_\gamma^{(s+1)} \tilde{p}_\gamma^{(s)} \quad (s=1, 2, \dots, N-1); \\ \tilde{p}_\gamma^{(s+1)} &= \tilde{\mu}_\gamma^{(s+1)} p_\gamma^{(s)} + \tilde{\nu}_\gamma^{(s+1)} \tilde{p}_\gamma^{(s)} \quad (\gamma=1, 2); \\ p_\gamma^{(1)} &= 1; \quad \tilde{p}_\gamma^{(1)} = 0, \end{aligned} \quad (7)$$

where

$$\begin{aligned} \mu_1^{(s+1)} &= -a_s k_s \times \\ &\times \left\{ \frac{\partial}{\partial r} [r j_m(k_s r)] n_m(k_{s+1} r) - j_m(k_s r) \frac{\partial}{\partial r} [r n_m(k_{s+1} r)] \right\} \Big|_{r=a_s} \\ &\quad (s=1, 2, \dots, N-1); \\ \mu_2^{(s+1)} &= -a_s k_{s+1} \times \\ &\times \left\{ \frac{\partial}{\partial r} [r j_m(k_s r)] n_m(k_{s+1} r) - \frac{k_s^2}{k_{s+1}^2} j_m(k_s r) \frac{\partial}{\partial r} [r n_m(k_{s+1} r)] \right\} \Big|_{r=a_s} ; \quad (8) \\ \tilde{\mu}_\gamma^{(s+1)} &= -\mu_\gamma^{(s+1)}, \quad n_m, n_m' \rightarrow j_m, j_m' \quad (\gamma=1, 2); \\ \nu_\gamma^{(s+1)} &= \mu_\gamma^{(s+1)}, \quad j_m, j_m' \rightarrow n_m, n_m'; \\ \tilde{\nu}_\gamma^{(s+1)} &= -\mu_\gamma^{(s+1)}, \quad j_m, j_m' \rightarrow n_m, n_m'; \quad n_m, n_m' \rightarrow j_m, j_m', \end{aligned}$$

and values  $\pi_\gamma$  and  $\tilde{\pi}_\gamma$  in formulae (6) have the following form:

$$\begin{aligned} \pi_1 &= k_N \times \\ &\times \left\{ j_m(k_N r) - \frac{\partial}{\partial r} [r j_m(k_N r)] \frac{h_m^{(1)}(kr)}{\frac{\partial}{\partial r} [r h_m^{(1)}(kr)]} \right\} \Big|_{r=a} ; \\ \pi_2 &= k \times \\ &\times \left\{ \frac{k_N^2}{k^2} j_m(k_N r) - \frac{\partial}{\partial r} [r j_m(k_N r)] \frac{h_m^{(1)}(kr)}{\frac{\partial}{\partial r} [r h_m^{(1)}(kr)]} \right\} \Big|_{r=a} ; \\ \tilde{\pi}_\gamma &= \pi_\gamma, \quad j_m, j_m' \rightarrow n_m, n_m' \quad (\gamma=1, 2). \end{aligned} \quad (9)$$

Along  $D(r)$  with the  $D(r)$  value, solution of the diffraction problem [5] allows finding the full cross-sections of absorption  $Q^d$  and scattering  $Q^s$  of the electromagnetic wave by a radially non-uniform spherical particle. The above values can be determined with using the following formulae [7]:

$$\begin{aligned} Q^d &= -\frac{a^2}{S^{inc}} \int_0^{2\pi} d\varphi \int_0^\pi \sin \vartheta S_r(a, \varphi, \vartheta) d\vartheta ; \\ Q^s &= \frac{a^2}{S^{inc}} \int_0^{2\pi} d\varphi \int_0^\pi \sin \vartheta S_r^s(a, \varphi, \vartheta) d\vartheta, \end{aligned} \quad (10)$$

where  $S_r^s(r, \varphi, \vartheta)$  is the time-averaged value of a radial component of the Poynting vector of the scattered field. The final result of calculation can be represented in the following form [1]:

$$\begin{aligned} Q^e &= -\frac{\pi}{k^2} \sum_{m=1}^{\infty} (2m+1) \sum_{\gamma=1, 2} \operatorname{Re}(q_\gamma); \\ Q^s &= \frac{\pi}{k^2} \sum_{m=1}^{\infty} (2m+1) \sum_{\gamma=1, 2} |q_\gamma|^2, \end{aligned} \quad (11)$$

where  $Q^e = Q^d + Q^s$  is the extinction cross-section [7], and values  $q_\gamma$  are determined from the expressions

$$q_\gamma = \Pi_\gamma d_\gamma^{(N)} + \tilde{\Pi}_\gamma \tilde{d}_\gamma^{(N)} - R_\gamma \quad (\gamma=1, 2). \quad (12)$$

Here

$$\begin{aligned} \Pi_1 &= \frac{k_N}{k} \frac{\frac{\partial}{\partial r} [r j_m(k_N r)]}{\frac{\partial}{\partial r} [r h_m^{(1)}(kr)]} \Big|_{r=a} ; \quad \Pi_2 = \frac{k_N^2}{k^2} \frac{j_m(k_N r)}{h_m^{(1)}(kr)} \Big|_{r=a} ; \\ \tilde{\Pi}_\gamma &= \Pi_\gamma, \quad j_m, j_m' \rightarrow n_m, n_m' \quad (\gamma=1, 2); \\ R_1 &= \frac{2}{\frac{\partial}{\partial r} [r j_m(kr)]} \Big|_{r=a} ; \quad R_2 = \frac{2 j_m(kr)}{h_m^{(1)}(kr)} \Big|_{r=a}. \end{aligned} \quad (13)$$

In an ultimate case of a uniform particle, assuming that  $N = 1$  in general expressions (4)–(9), (11)–(13) (or setting values of the correspondent parameters for all the layers to be equal), we can obtain the well-known formulae of the Mie theory [7]. It should also be noted that the above expressions can be used for calculation of the dissipative characteristics of both dielectric and metallic particles, provided that the influence of spatial dispersion of dielectric permittivity of metal can be neglected [5].

Figures 1 and 2 show results of calculation of radial distributions of the radiation power of CO<sub>2</sub> and Nd:YAG lasers absorbed by the homogeneous ceramic Al<sub>2</sub>O<sub>3</sub> and SiO<sub>2</sub> particles having different diameters (optical constants of these dielectric materials for radiation with wavelengths of 10.6 and 1.06 μm were taken from [8]). In the case of Al<sub>2</sub>O<sub>3</sub> the radiation power of CO<sub>2</sub> laser dissipated in unit volume

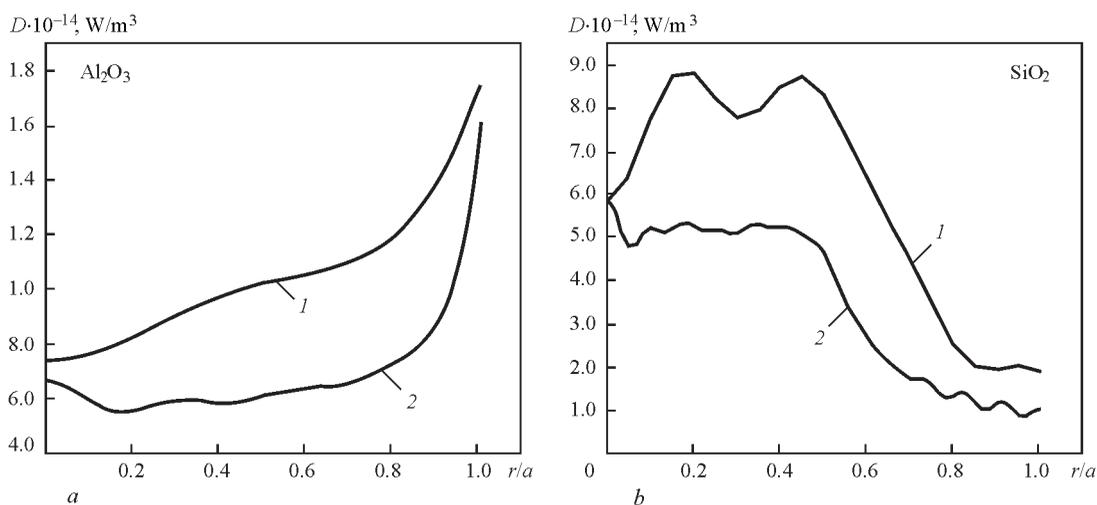


Fig. 1. Radial distributions of CO<sub>2</sub> laser radiation power dissipated in uniform ceramic particles Al<sub>2</sub>O<sub>3</sub> ( $\epsilon' = 0.49$ ,  $\epsilon'' = 0.028$ ) and SiO<sub>2</sub> ( $\epsilon' = 4.75$ ,  $\epsilon'' = 0.096$ ) at  $S^{inc} = 10^6$  W/cm<sup>2</sup>: 1 —  $a = 10$  μm; 2 —  $a = 30$  μm

of a spherical particle decreases from its surface to centre, and with growth of  $a$  the heat non-uniformity is intensified (compare curves 1 and 2 in Figure 1, *a*). For the SiO<sub>2</sub> particles the reverse effect is observed. Maximum of the  $D(r)$  value located inside the particle decreases with increase in the particle radius (Figure 1, *b*), which results in a more uniform heating of the SiO<sub>2</sub> particles by CO<sub>2</sub> laser radiation with growth of  $a$ . In the case of using more short-wave radiation of Nd:YAG laser, distributions of  $D(r)$  have a more pronounced interferential structure on against a wide plateau located inside the particle for both SiO<sub>2</sub> and Al<sub>2</sub>O<sub>3</sub> (Figure 2), and since these materials are sufficiently transparent for laser radiation of the given wavelength, the absolute values of the absorbed power are considerably lower than in the case of using CO<sub>2</sub> laser radiation. The above mentioned peculiarities of heating of the fine ceramic particles by different-wavelength laser radiation are associated with the interference of electromagnetic waves generated

inside a particle by the incident radiation, and greatly depend upon the correlation between the wavelength and particle radius, as well as upon the dissipating properties of the particle material.

Figure 3 shows results of calculation of  $D(r)$  for aluminium particles at the melting temperature (optical properties of liquid aluminium at  $T = 933$  K for radiation with wavelength 10.6 and 1.06 μm were taken from [9]). In the case of metallic particles the absorption process also greatly depends upon  $a/\lambda$  ratio, but because of a strong attenuation of the electromagnetic field in metal, the interferential structure of the field does not show up (Figure 3, *a*, *b*). The calculation data shown in these Figures allow a conclusion that at  $a/\lambda \approx 0.01$  the considered metallic particles are heated almost uniformly (curve 1 in Figure 3, *a*), at  $a/\lambda \approx 0.1$  the heat source is concentrated mostly in an outer volume of the particle (curve 2 in Figure 3, *a*, and curve 1 in Figure 3, *b*), and at  $a/\lambda \approx 1$  the surface heating is realised (curve 2 in Figure 3, *b*).

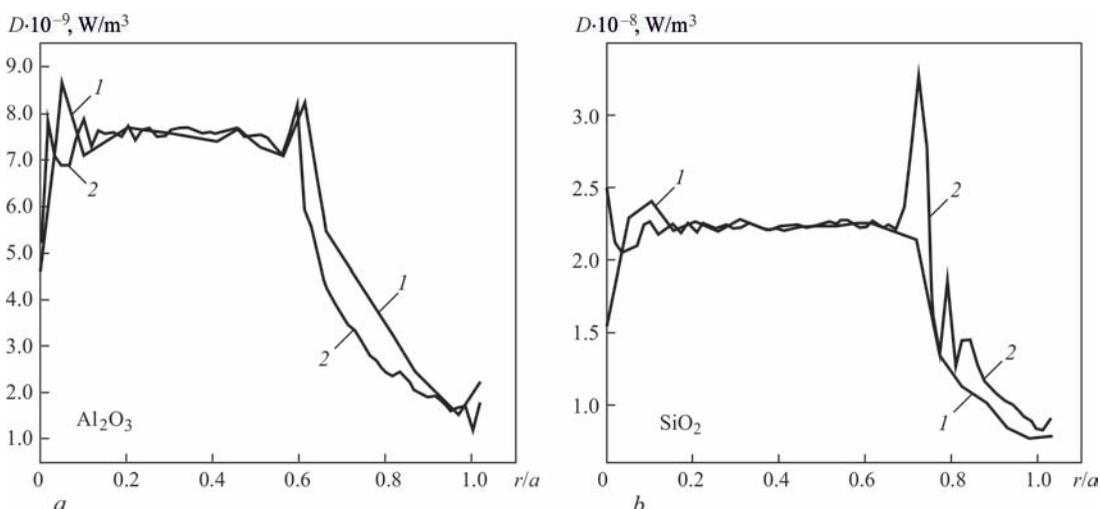


Fig. 2. Radial distributions of Nd:YAG laser radiation power dissipated in ceramic particles Al<sub>2</sub>O<sub>3</sub> ( $\epsilon' = 3.06$ ,  $\epsilon'' = 7.35 \cdot 10^{-8}$ ) and SiO<sub>2</sub> ( $\epsilon' = 2.34$ ,  $\epsilon'' = 2.45 \cdot 10^{-9}$ ) at  $S^{inc} = 10^6$  W/cm<sup>2</sup>: 1 —  $a = 10$  μm; 2 —  $a = 30$  μm

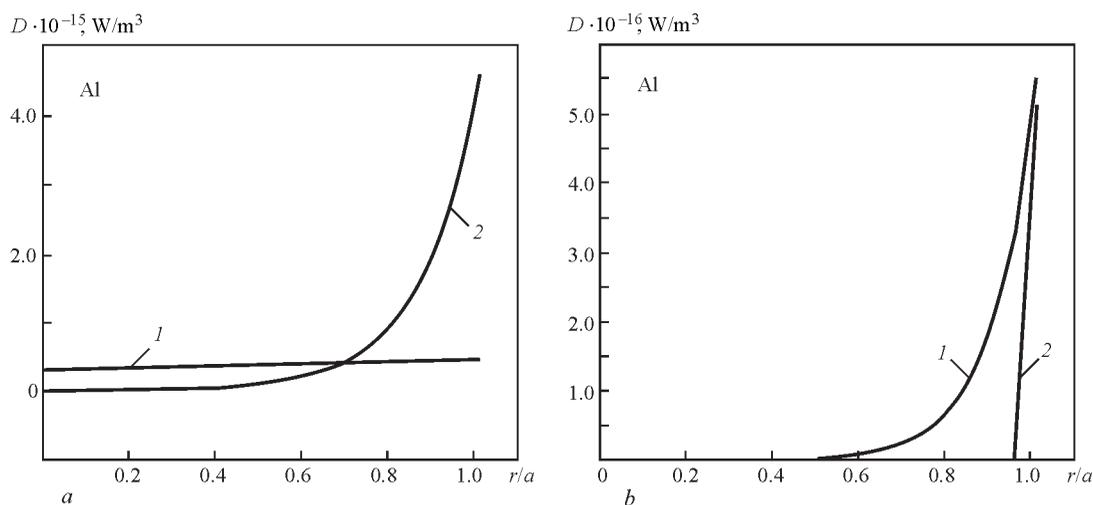


Fig. 3. Radial distributions of  $\text{CO}_2$  (a) and Nd:YAG (b) laser radiation power dissipated in aluminium particles ( $\epsilon' = -62.6$ ,  $\epsilon'' = 30.1$  for  $\text{CO}_2$  laser radiation and  $\epsilon' = -95.46$ ,  $\epsilon'' = 59.64$  for Nd:YAG laser radiation at  $T = 933 \text{ K}$ ) at  $S^{inc} = 10^6 \text{ W/cm}^2$ : 1 —  $a = 0.1 \mu\text{m}$ ; 2 —  $a = 1 \mu\text{m}$

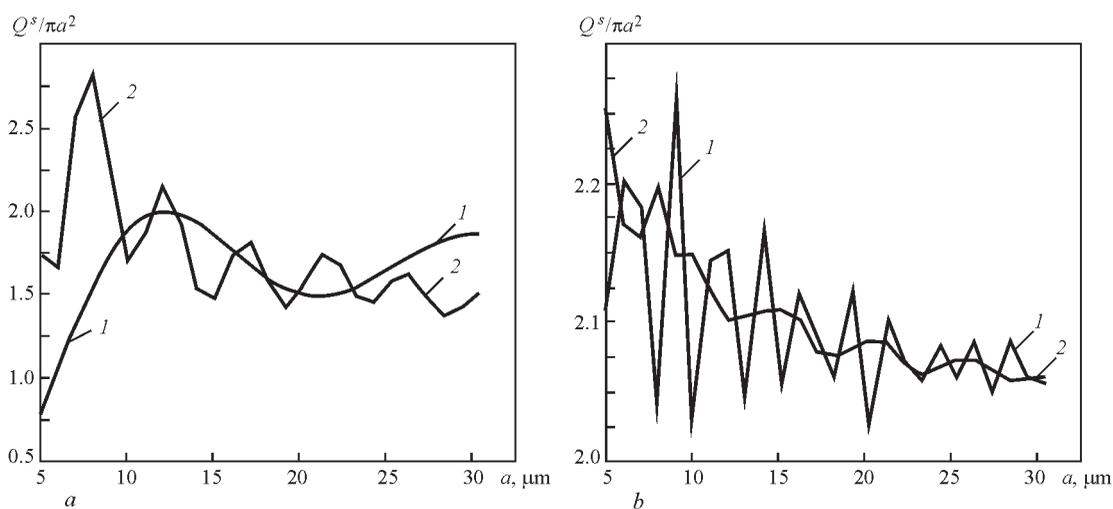


Fig. 4. Cross-sections of scattering of  $\text{CO}_2$  (a) and Nd:YAG (b) laser radiation by uniform ceramic particles as a function of particle radius: 1 —  $\text{Al}_2\text{O}_3$ ; 2 —  $\text{SiO}_2$

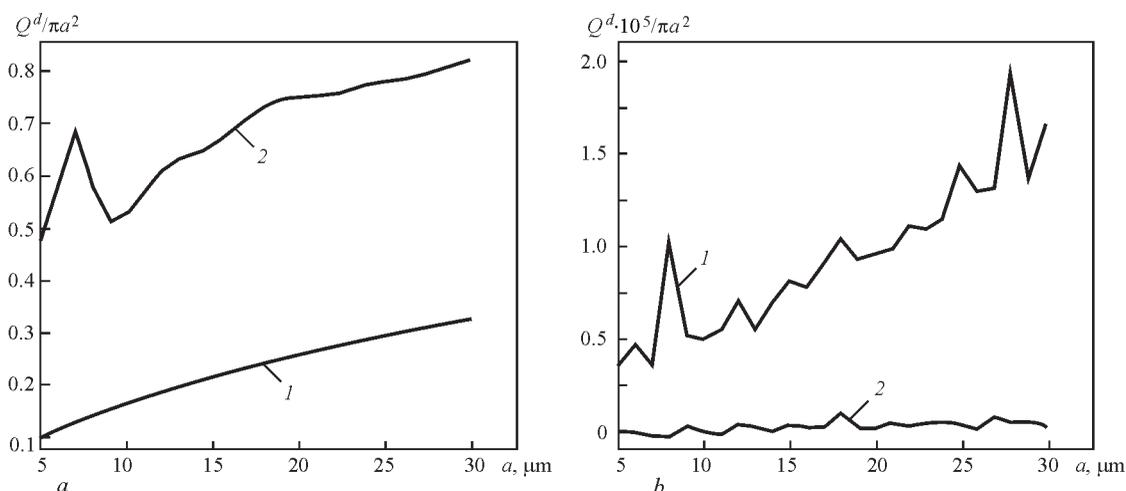


Fig. 5. Cross-sections of absorption of  $\text{CO}_2$  (a) and Nd:YAG (b) laser radiation by uniform ceramic particles as a function of particle radius: 1 —  $\text{Al}_2\text{O}_3$ ; 2 —  $\text{SiO}_2$

Figures 4 and 5 illustrate behaviour of cross-sections of scattering and absorption of different-wavelength laser radiation by the  $\text{Al}_2\text{O}_3$  and  $\text{SiO}_2$  ceramic particles at their radius variation. As follows from the curves shown in these Figures, the dependencies  $Q^s(a)$  and  $Q^d(a)$  have a resonance structure, which is especially pronounced in the case of particles irradiated by the Nd:YAG laser. The values of  $Q^s$  for the considered particles using  $\text{CO}_2$  and Nd:YAG laser radiation are approximately the same (compare Figure 4, *a, b*), but the values of  $Q^d$  decrease substantially with decrease in wavelength (compare Figure 5, *a, b*), which is attributable to the drop of the absorption coefficient (imaginary part of the dielectric permittivity) of the selected materials with decrease in  $\lambda$  [8].

1. Bushma, A.I. and Krivtsun, I.V. (1992) Peculiarities of heating of fine-dispersed ceramic particles by laser radiation. *Fizika i Khimiya Obrab. Materialov*, **2**, 40–48.

2. Bushma, A.I. and Krivtsun, I.V. (1992) Modelling of laser heating of the fine ceramic particles. In: *Proc. of 4<sup>th</sup> Europ. Conf. on Laser Treatment of Materials*. Göttingen.
3. Landau, L.D. and Lifshits, E.M. (1982) *Electrodynamics of continuous media*. Moscow: Nauka.
4. Brekhovskikh, L.Ė. (1973) *Waves in layered media*. Moscow: Nauka.
5. Gvozdetsky, V.S., Zagorodny, A.G., Krivtsun, I.V. et al. (1983) *Radiation of non-uniform plasma sphere*. Kiev: ITF.
6. (1964) *Handbook of mathematical functions*. Ed. by M. Abramowitz and I.A. Stegun. USA: National Bureau of Standards.
7. Born, M. and Wolf, E. (1968) *Principles of optics*. Oxford: Pergamon Press.
8. Zolotarev, V.M., Morozov, V.N. and Smirnova, E.V. (1984) *Optical constants for natural and technical materials*. Handbook. Leningrad: Khimiya.
9. Noskov, M.M. (1983) *Optical and magneto-optical properties of metals*. Sverdlovsk: SSSR AN UNC.

## 2.1.7. ВЛИЯНИЕ ПОЛЯРИЗАЦИИ ИЗЛУЧЕНИЯ НА ПОГЛОЩЕНИЕ ЛАЗЕРНОГО ПУЧКА ПРИ СВАРКЕ С ГЛУБОКИМ ПРОПЛАВЛЕНИЕМ\*

И.В. КРИВЦУН, А.Н. ТАЛЕРКО

Воздействие на металлы такого высококонцентрированного источника тепла, как сфокусированный лазерный пучок, приводит к интенсивному нагреву, плавлению и испарению металла, вызывающему образование в его расплаве парогазового канала [1]. Коэффициент поглощения электромагнитных волн плоской поверхностью расплавленного металла достаточно мал и при нормальном падении излучения с длинами волн в диапазоне, характерном для большинства технологических лазеров, по данным [2], составляет 5...40 %. Образование парогазового канала приводит к значительному увеличению эффективности поглощения лазерного излучения за счет его многократных отражений стенками канала. Кроме того, при движении лазерного пучка относительно образца (как, например, при сварке) исходный пучок падает на переднюю стенку канала, имея достаточно большой угол падения, поэтому его поглощение может существенно зависеть от направления вектора поляризации падающего излучения [3].

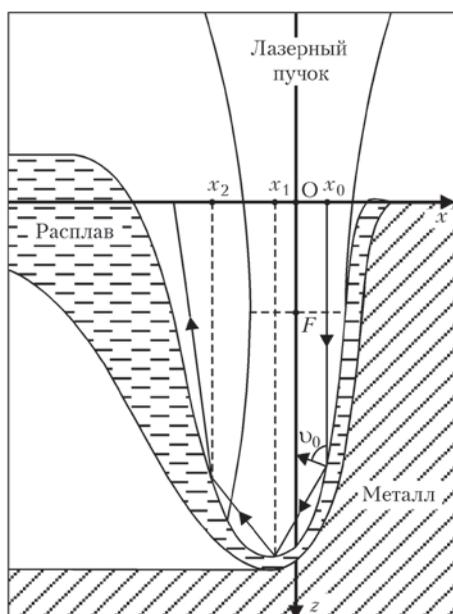


Рис. 1. Схема взаимодействия лазерного пучка с поверхностью парогазового канала при лазерной сварке

Существуют различные модели для количественного описания особенностей распространения и поглощения лазерного излучения в парогазовом канале, однако большинство из них ограничивается рассмотрением каналов осесимметричной формы [1, 4]. Вместе с тем при высоких скоростях лазерной сварки, а также при гибридных лазерно-дуговых процессах форма парогазового канала может быть существенно несимметричной. Поэтому целью настоящей работы является разработка математической модели для расчета интегральных и распределенных характеристик поглощения лазерного пучка поверхностью парогазового канала произвольной формы при учете многократных отражений излучения стенками канала (поглощением лазерного излучения в потоке пара, заполняющего канал, будем пренебрегать).

Пусть в металлическом образце под воздействием сфокусированного пучка лазерного излучения формируется парогазовый канал, форма свободной поверхности которого задается уравнением  $z = z_s(x, y)$  (рис. 1). Система координат выбрана таким образом, что ось  $Oz$  направлена вниз и совпадает с осью пучка, а плоскость  $z = 0$  совпадает с верхней (плоской) поверхностью образца. Представим исходный лазерный пучок в виде квазиплоской электромагнитной волны, распространяющейся в направлении оси  $Oz$ , и положим, что он имеет гауссово распределение интенсивности излучения, предполагаемого линейно поляризованным, например, так, что вектор электрического поля падающей волны составляет угол  $\varphi_0$  ( $0 \leq \varphi_0 \leq \pi/2$ ) с положительным направлением оси  $Ox$ . Пространственное распределение комплексной амплитуды электрического поля такого пучка можно записать в виде [5]

$$\begin{aligned} \mathbf{E}_0(x, y, z) = & E_F \frac{w_F}{w_z} \times \\ & \times \exp \left[ -\frac{x^2 + y^2}{w_z^2} + i \left( k \frac{x^2 + y^2}{2R_z} - \varphi_z \right) \right], \quad (1) \\ \mathbf{E}_F = & E_F (\cos \varphi_0, \sin \varphi_0, 0). \end{aligned}$$

\*Автоматическая сварка. — 2004. — № 6. — С. 29–34.

Здесь

$$w_z^2(z) = w_F^2 \left[ 1 + \frac{(z-F)^2}{z_F^2} \right];$$

$$R_z(z) = (z-F) \left[ 1 + \frac{z_F^2}{(z-F)^2} \right]; \quad (2)$$

$$\varphi_z(z) = \arctg \left( \frac{z-F}{z_F} \right), \quad z_F = -\frac{kw_F^2}{2},$$

где  $w_F$  — минимальная полуширина лазерного пучка;  $F$  — расстояние плоскости фокусировки пучка от поверхности образца (см. рис. 1);  $k = 2\pi/\lambda$  — волновой вектор;  $\lambda$  — длина волны лазерного излучения.

Распределение интенсивности излучения в рассматриваемом пучке можно найти с помощью соотношения [3]

$$I_0(x, y, z) = \frac{c}{8\pi} |E_0|^2, \quad (3)$$

где  $c$  — скорость света.

Значение  $E_F$  из (1) определяется из интегрального выражения для полной мощности пучка  $Q_0$ , что дает

$$E_F^2 = 16Q_0 / (cw_F^2). \quad (4)$$

Поглощение лазерного излучения металлами, происходящее в тонком приповерхностном слое, зависит от температуры поверхности металла и длины волны излучения (рис. 2), а при наклонном падении — и от его поляризации (рис. 3). В общем случае коэффициенты поглощения электромагнитных волн изотропным металлом для двух независимых поляризаций падающей волны могут быть определены с помощью соотношений [6]:

$$\epsilon_{(p,s)} = -\frac{4\text{Re}(\epsilon_{(p,s)})}{|1 - \epsilon_{(p,s)}|^2} \quad (5)$$

Пренебрегая пространственной дисперсией диэлектрической проницаемости металла, для величин  $Z_{\omega}^{(p,s)}$  получаем следующие выражения [6]:

$$Z_{\omega}^{(p)} = -\frac{\sqrt{\epsilon_{\omega} - \sin^2 \vartheta}}{\epsilon_{\omega} \cos \vartheta}; \quad Z_{\omega}^{(s)} = -\frac{\cos \vartheta}{\sqrt{\epsilon_{\omega} - \sin^2 \vartheta}}, \quad (6)$$

где  $\epsilon_{\omega}(T)$  — комплексная диэлектрическая проницаемость на частоте лазерного излучения  $\omega = 2\pi c/\lambda$  для металла при температуре  $T$ ;  $\vartheta$  — угол падения. Индекс  $p$  соответствует случаю падения волны, вектор электрического поля которой параллелен плоскости падения ( $p$ -поляризация);  $s$  — случаю, когда перпендикулярен плоскости падения ( $s$ -поляризация).

Для расчета распределенных и интегральных характеристик поглощения лазерного пучка в парогазовом канале с учетом многократных отражений излучения от его стенок будем использовать приближение геометрической оптики. Пренебрегая кривизной поверхности волнового фронта

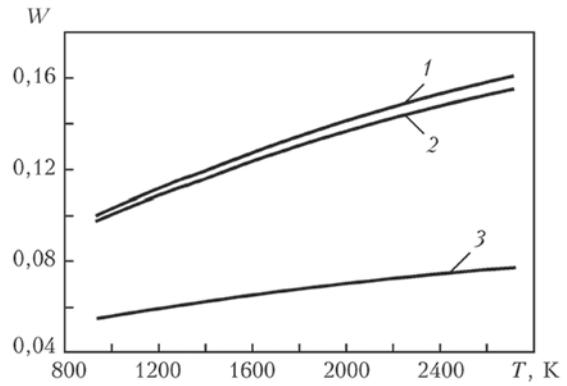


Рис. 2. Зависимость коэффициента поглощения лазерного излучения при нормальном падении на плоскую поверхность расплавленного алюминия от температуры этой поверхности (оптические свойства жидкого алюминия взяты из [2]): 1 — диодный лазер,  $\lambda = 0,808$  мкм; 2 — АИГ-лазер,  $\lambda = 1,06$  мкм; 3 — CO<sub>2</sub>-лазер,  $\lambda = 10,6$  мкм

падающего пучка вблизи плоскости фокусировки (при  $|z - F|^2 \ll z_F^2$ ), представим исходный лазерный пучок в виде совокупности прямолинейных лучей, параллельных оси  $Oz$ , каждый из которых характеризуется координатами  $(x_0, y_0)$  точки первого падения на поверхность металла. Тогда ход отраженных лучей внутри парогазового канала (см. рис. 1) можно определить с помощью уравнений

$$\frac{x - x_m}{a_{m+1}} = \frac{y - y_m}{b_{m+1}} = \frac{z - z_m}{c_{m+1}}, \quad m = 0, 1, 2, \dots, \quad (7)$$

где  $\{x_m(x_0, y_0), y_m(x_0, y_0), z_m(x_0, y_0)\}$  — пространственные координаты точки  $m + 1$  падения соответствующего луча на поверхность канала;  $a_{m+1}(x_0, y_0), b_{m+1}(x_0, y_0), c_{m+1}(x_0, y_0)$  направляющие косинусы единичного вектора ( $a_{m+1}^2 + b_{m+1}^2 + c_{m+1}^2 = 1$ ) в направлении отраженного луча после  $m + 1$  отражения.

Координаты точек отражения находятся из условий пересечения отраженных лучей с поверхностью парогазового канала (при условии, что данный луч после предыдущего отражения не выходит за пределы канала):

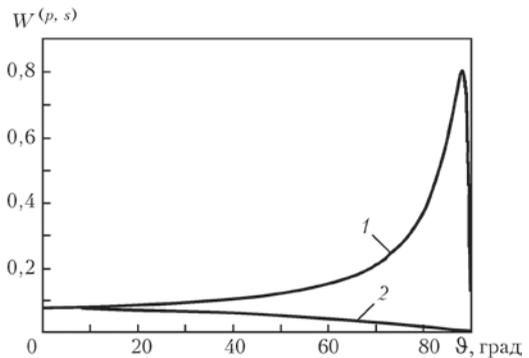


Рис. 3. Зависимость коэффициента поглощения линейно поляризованного излучения CO<sub>2</sub>-лазера ( $\lambda = 10,6$  мкм) поверхностью жидкого алюминия при температуре кипения алюминия ( $T = 2720$  К) от угла падения: 1 —  $p$ -поляризация; 2 —  $s$ -поляризация

$$\begin{aligned} \frac{x_{m+1} - x_m}{a_{m+1}} &= \frac{y_{m+1} - y_m}{b_{m+1}} = \\ &= \frac{z_s(x_{m+1}, y_{m+1}) - z_m}{c_{m+1}}, \quad m = 0, 1, 2, \dots \end{aligned} \quad (8)$$

Направляющие косинусы определяются исходя из условий, что угол падения  $\vartheta_m(x_0, y_0)$  равен углу отражения и что падающий и отраженный лучи лежат в одной плоскости с вектором нормали к поверхности  $z = z_s(x, y)$  в точке падения:

$$\begin{aligned} \cos \vartheta_m &= a_{m+1} \alpha_m + b_{m+1} \beta_m + c_{m+1} \gamma_m = \\ &= -(a_m \alpha_m + b_m \beta_m + c_m \gamma_m); \\ a_{m+1}(b_m \gamma_m - c_m \beta_m) + b_{m+1}(c_m \alpha_m - a_m \gamma_m) + \\ &+ c_{m+1}(a_m \beta_m - b_m \alpha_m) = 0, \quad m = 0, 1, 2, \dots, \end{aligned} \quad (9)$$

где  $\alpha_m(x_0, y_0)$ ,  $\beta_m(x_0, y_0)$ ,  $\gamma_m(x_0, y_0)$  — направляющие косинусы единичного вектора внутренней нормали к поверхности пароголового канала в точке  $m + 1$  падения соответствующего луча:

$$\begin{aligned} \alpha_m &= \frac{p_m}{\sqrt{1+p_m^2+q_m^2}}; \quad \beta_m = \frac{q_m}{\sqrt{1+p_m^2+q_m^2}}; \\ \gamma_m &= -\frac{1}{\sqrt{1+p_m^2+q_m^2}}; \\ p_m &= \frac{\partial z_s}{\partial x} \Big|_{\substack{x=x_m \\ y=y_m}}; \quad q_m = \frac{\partial z_s}{\partial y} \Big|_{\substack{x=x_m \\ y=y_m}}. \end{aligned} \quad (10)$$

Направляющие косинусы для лучей исходного лазерного пучка равны

$$a_0 = b_0 = 0, \quad c_0 = 1. \quad (11)$$

Уравнение для плоскости падения луча на поверхность пароголового канала может быть записано в виде

$$A_m x + B_m y + C_m z + D_m = 0, \quad m = 0, 1, 2, \dots, \quad (12)$$

где  $A_m(x_0, y_0)$ ,  $B_m(x_0, y_0)$ ,  $C_m(x_0, y_0)$  — направляющие косинусы единичного вектора нормали к плоскости  $m + 1$  падения исходного луча с координатами  $(x_0, y_0)$ .

Соответствующие направляющие косинусы могут быть определены из условий, что данная плоскость проходит через точку падения, падающий луч и вектор нормали к поверхности канала в этой точке параллельны плоскости падения:

$$\begin{aligned} A_m x_m + B_m y_m + C_m z_m + D_m &= 0; \\ A_m a_m + B_m b_m + C_m c_m + D_m &= 0; \\ A_m \alpha_m + B_m \beta_m + C_m \gamma_m &= 0, \quad m = 0, 1, 2, \dots, \end{aligned} \quad (13)$$

а также условия, что  $A_m^2 + B_m^2 + C_m^2 = 1$ . Для плоскостей падения лучей исходного лазерного пучка

$$A_0 = \frac{\beta_0}{\sqrt{\alpha_0^2 + \beta_0^2}}; \quad B_0 = \frac{\alpha_0}{\sqrt{\alpha_0^2 + \beta_0^2}}; \quad C_0 = 0. \quad (14)$$

При первом падении луча исходного пучка на поверхность пароголового канала в точке  $\{x_0, y_0, z_s(x_0, y_0)\}$  мощность излучения, падающего на эле-

ментарную площадку этой поверхности  $dS_0(x_0, y_0) = -dS_0^{(x,y)}/\gamma_0(x_0, y_0)$ , имеет вид

$$dP_0 = I_0[x_0, y_0, z_s(x_0, y_0)]dS_0^{(x,y)}, \quad (15)$$

где  $dS_0^{(x,y)} \equiv dx_0 dy_0$  — проекция  $dS_0$  на плоскость  $xOy$ .

С учетом выражений (1) и (3) соответствующую долю данной мощности для каждой из двух независимых поляризации излучения можно определить следующим образом:

$$dP_0^{(p)} = dP_0 \cos^2 \psi_0; \quad dP_0^{(s)} = dP_0 \sin^2 \psi_0, \quad (16)$$

где  $\psi_0(x_0, y_0)$  — угол между плоскостью первого падения выбранного луча и направлением вектора электрического поля исходного лазерного пучка.

Суммарную мощность излучения, поглощаемую площадкой  $dS_0$ , можно записать как

$$d\bar{P}_0 = dP_0(W_0^{(p)} \cos^2 \psi_0 + W_0^{(s)} \sin^2 \psi_0). \quad (17)$$

Тепловой поток, вводимый в металл исходным лазерным пучком в точке  $\{x_0, y_0, z_s(x_0, y_0)\}$ , можно вычислить как

$$q_0 = dP_0(W_0^{(p)} \cos^2 \psi_0 + W_0^{(s)} \sin^2 \psi_0) / (dS_0), \quad (18)$$

где  $W_0^{(p,s)}[\vartheta_0(x_0, y_0), T(x_0, y_0)]$  — значения коэффициентов поглощения соответственно для  $p$ - и  $s$ -поляризации в указанной точке поверхности.

Отраженная элементарной площадкой  $dS_0$  мощность излучения, падающего затем на площадку  $dS_1$ , есть

$$\begin{aligned} dP_1 &\equiv d\bar{P}_0 = \\ &= dP_0[(1 - W_0^{(p)}) \cos^2 \psi_0 + (1 - W_0^{(s)}) \sin^2 \psi_0]. \end{aligned} \quad (19)$$

Повторив приведенные рассуждения для последующих отражений, можно получить рекуррентную формулу для нахождения  $dP_{m+1}[x_{m+1}(x_0, y_0), y_{m+1}(x_0, y_0)]$ :

$$\begin{aligned} dP_{m+1} &= dP_m[(1 - W_m^{(p)}) \cos^2 \psi_m + \\ &+ (1 + W_m^{(s)}) \sin^2 \psi_m], \quad m = 0, 1, 2, \dots, \end{aligned} \quad (20)$$

где  $W_m^{(p,s)}[\vartheta_m(x_0, y_0), T(x_m, y_m)]$  и  $\psi_m(x_0, y_0)$  — значения коэффициентов поглощения и угла между плоскостью  $m + 1$  падения луча на поверхность пароголового канала и направлением вектора электрического поля падающего излучения.

Значение  $dP_0(x_0, y_0)$  вычисляем по формуле (15), угол можно определить с помощью соотношения

$$\begin{aligned} \sin^2 \psi_m &= \\ &= \frac{[A_m(E_m^{(p)} + E_m^{(s)})_x + B_m(E_m^{(p)} + E_m^{(s)})_y + C_m(E_m^{(p)} + E_m^{(s)})_z]^2}{(E_m^{(p)} + E_m^{(s)})_x^2 + (E_m^{(p)} + E_m^{(s)})_y^2 + (E_m^{(p)} + E_m^{(s)})_z^2}, \quad (21) \\ & \quad m = 0, 1, 2, \dots, \end{aligned}$$

где компоненты электрического поля  $\mathbf{E}_m = \mathbf{E}_m^{(p)} + \mathbf{E}_m^{(s)}$  при  $m + 1$  падении луча на поверхность канала определяются из условия, что вектор  $\mathbf{E}_m^{(p)}$  лежит в плоскости падения и перпендикулярен падающему лучу, а  $\mathbf{E}_m^{(s)}$  перпендикулярен указанной плоскости:

$$\begin{aligned} (E_m^{(p)})_x a_m + (E_m^{(p)})_y b_m + (E_m^{(p)})_z c_m &= 0; \\ (E_m^{(p)})_x A_m + (E_m^{(p)})_y B_m + (E_m^{(p)})_z C_m &= 0; \\ \frac{A_m}{(E_m^{(s)})_x} = \frac{B_m}{(E_m^{(s)})_y} = \frac{C_m}{(E_m^{(s)})_z}, \quad m = 0, 1, 2, \dots, \end{aligned} \quad (22)$$

и условия, связывающих составляющие электрического поля для падающего и отраженного излучения при соответствующем падении:

$$\begin{aligned} (E_{m+1}^{(p)})^2 &= (1 - W_m^{(p)})(E_m^{(p)})^2; \\ (E_{m+1}^{(s)})^2 &= (1 - W_m^{(s)})(E_m^{(s)})^2, \quad m = 0, 1, 2, \dots \end{aligned} \quad (23)$$

В частности, для первого падения, используя (1), (21), находим

$$\sin^2 \psi_0 = (A_0 \cos \phi_0 + B_0 \sin \phi_0)^2. \quad (24)$$

По аналогии с (18) тепловой поток  $q_m[x_m(x_0, y_0), y_m(x_0, y_0), z_m(x_0, y_0)]$ , вводимый в металл при  $m + 1$  падении на поверхность канала луча  $(x_0, y_0)$  исходного пучка, можно записать в виде

$$q_m = dP_m (W_m^{(p)} \cos^2 \psi_m + W_m^{(s)} \sin^2 \psi_m) / (dS_m), \quad m = 0, 1, 2, \dots \quad (25)$$

Здесь  $dS_m(x_0, y_0) = -dS_m^{(x,y)} / \gamma_m(x_0, y_0)$ , где  $dS_m^{(x,y)}$  — площадь четырехугольника в плоскости  $xOy$ , вершины которого определяются координатами  $(x_m, y_m)$  точек пересечения лучей исходного пучка  $(x_0, y_0)$ ;  $(x_0 + dx_0, y_0)$ ;  $(x_0, y_0 + dy_0)$  и  $(x_0 + dx_0, y_0 + dy_0)$  с поверхностью  $z = z_s(x, y)$  при  $m + 1$  отражении.

Результирующее пространственное распределение теплового потока, вводимого в металл лазерным пучком, при учете многократных отражений излучения стенками парогазового канала может быть представлено в виде

$$q[x, y, z_s(x, y)] = \sum_{m=0}^{\infty} \int \delta[x - x_m(x_0, y_0)] \times \delta[y - y_m(x_0, y_0)] q_m dx_0 dy_0. \quad (26)$$

Интегрирование ведется по области изменения координат лучей исходного лазерного пучка, падающих на поверхность канала. Проинтегрировав затем выражение (26) по всей поверхности  $z = z_s(x, y)$ , можно вычислить полную мощность  $\bar{Q}$ , поглощаемую металлом, а также интегральный коэффициент поглощения, определяемый как

$$\bar{W} = \bar{Q} / Q_0. \quad (27)$$

Для численной реализации предложенной модели разработан алгоритм, в основу которого положен принцип дискретизации расчетной области путем построения двухмерной сетки в плоскости  $xOy$  и соответствующего массива, содержащего значения  $z$ -координат точек поверхности канала. Для каждой ячейки такой сетки определяли суммарное (по всем возможным отражениям) значение поглощаемой мощности излучения, при этом количество рассматриваемых отражений ограничивалось условием, что учет следующего отражения не приводит к изменению поглощенной мощности более чем на

1 %, а затем вычисляли соответствующее данной ячейке значение теплового потока.

Создано программное обеспечение, позволяющее проводить компьютерное моделирование распределенных и интегральных характеристик поглощения лазерного пучка при сварке с глубоким проплавлением. Входными параметрами для расчетной программы являются физические и геометрические характеристики исходного лазерного пучка (мощность, длина волны и направление вектора поляризации излучения, диаметр пучка в плоскости фокусировки и положение этой плоскости относительно поверхности образца), а также оптические свойства металла, форма и геометрические размеры канала. Следует отметить, что данная программа может быть использована для расчета характеристик поглощения лазерных пучков с произвольным (негауссовым) распределением интенсивности излучения. С помощью разработанного программного обеспечения проведен численный анализ особенностей поглощения гауссова пучка излучения  $CO_2$ -лазера ( $\lambda = 10,6$  мкм) в каналах различной формы применительно к условиям лазерной сварки алюминия. При этом глубина парогазового канала  $H$  варьировалась в диапазоне 2...10 мм, а температура его поверхности была принята однородной, равной температуре кипения алюминия. Параметры исходного лазерного пучка выбраны следующими: мощность  $Q_0 = 10$  кВт; расстояние плоскости фокусировки от поверхности образца  $F = 5$  мм; диаметр пучка в этой плоскости  $d_F$ , определяемый как диаметр окружности, в пределах которой сосредоточено 99 % мощности лазерного излучения ( $2w_F = 0,66d_F$ ), варьировался в диапазоне 0,2... 0,5 мм; угол между направлением вектора поляризации излучения и направлением сварки  $\phi_0 = 0... \pi/2$ . Используемые значения коэффициентов поглощения для  $p$ - и  $s$ -поляризованного излучения при различных углах падения выбирали в соответствии с данными, приведенными на рис. 3.

На рис. 4–7 представлены результаты расчетов распределенных и интегральных характеристик поглощения лазерного пучка в парогазовом канале, форма которого в выбранной системе координат задается уравнениями

$$1 - \frac{z}{H} = \begin{cases} \frac{(x + \Delta x)^2}{(R_x^+)^2} + \frac{y^2}{R_y^2}, & x + \Delta x > 0; \\ \frac{(x + \Delta x)^2}{(R_x^-)^2} + \frac{y^2}{R_y^2}, & x + \Delta x < 0, \end{cases} \quad (28)$$

при  $R_x^+ = 0,5$  мм;  $R_x^- = 1,5$  мм;  $R_y = 1,0$  мм;  $\Delta x = 0,25$  мм.

Влияние поляризации лазерного излучения на пространственное распределение теплового потока, вводимого в металл через поверхность такого канала, иллюстрируют рис. 4, 5. Видно, что при  $\phi_0 = 0$  наблюдается сильное поглощение излучения исходного лазерного пучка, падающего на

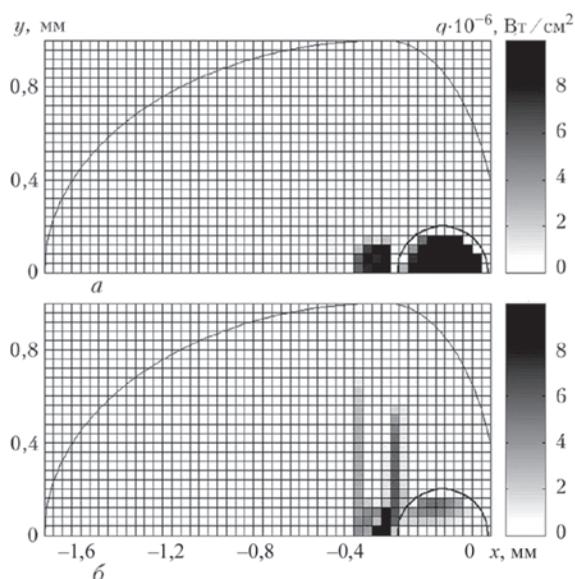


Рис. 4. Пространственное распределение теплового потока, вводимого в металл через поверхность парогазового канала ( $H = 10$  мм) лазерным пучком с  $d_F = 0,4$  мм и линейной поляризацией излучения и различным направлением сварки:  $a$  —  $\varphi_0 = 0$ ;  $b$  —  $\varphi = \pi/2$

переднюю стенку канала с большими значениями угла  $\vartheta_0$  (для осевого луча, например,  $\vartheta_0 \sim 87^\circ$ ), тогда как излучение, поляризованное так, что  $\varphi_0 = \pi/2$ , весьма слабо поглощается при первом падении на поверхность канала (рис. 5). Это связано с существенным различием коэффициентов поглощения для  $p$ - и  $s$ -поляризованных волн при больших значениях угла падения (см. рис. 3). Отраженное после первого падения на поверхность металла лазерное излучение попадает на заднюю стенку канала, при этом при  $\varphi_0 = 0$  формируется несколько быстроуменьшающихся по амплитуде дополнительных максимумов поглощения (сплошная кривая на рис. 5), соответствующих последующим отражениям и сосредоточенных вблизи плоскости  $xOz$  (см. рис. 4,  $a$ ), а при  $\varphi_0 = \pi/2$  вблизи указанной плоскости формируется один дополнительный максимум поглощения, соответствующий второму падению (штриховая кривая на рис. 5). Следует отметить, что в последнем слу-

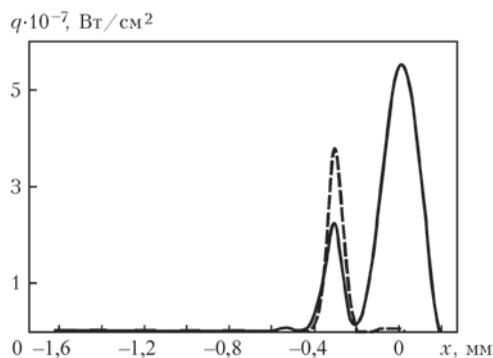


Рис. 5. Распределение теплового потока в плоскости симметрии канала ( $y = 0$ ) при  $\varphi_0 = 0$  (сплошная кривая) и  $\pi/2$  (штриховая) (остальные параметры те же, что и на рис. 4)

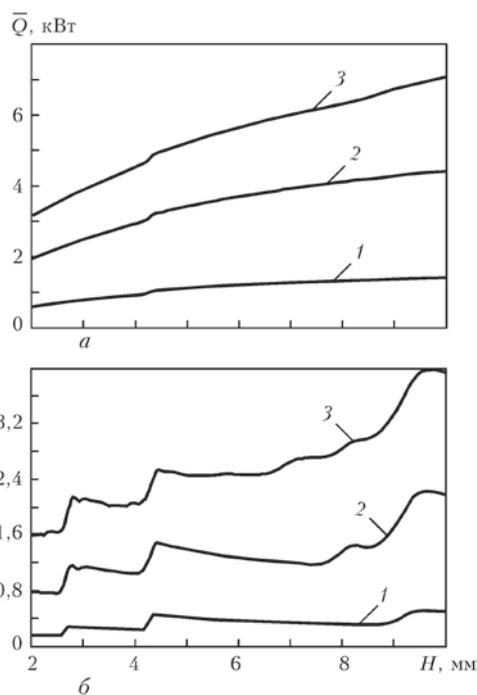


Рис. 6. Зависимость мощности излучения, поглощаемого металлом, от глубины парогазового канала для лазерного пучка с  $\varphi_0 = 0$  ( $a$ ) и  $\pi/2$  ( $b$ ) при различных значениях диаметра пучка в плоскости фокусировки: 1 —  $d_F = 0,2$ ; 2 —  $0,3$ ; 3 —  $0,5$  мм

чае значительная часть поглощенной энергии (как при первом, так и при последующих отражениях) приходится на боковые стенки канала (см. рис. 4,  $b$ ), где составляющая излучения с вектором электрического поля, лежащим в плоскости падения, дает заметный вклад в суммарное поглощение.

Данные, приведенные на рис. 6, свидетельствуют о существенном увеличении мощности излучения, поглощаемого поверхностью канала рассматриваемой формы, с увеличением диаметра  $d_F$  исходного лазерного пучка. Кроме того, наблюдается ступенчатое возрастание мощности излучения, поглощаемого в парогазовом канале, при увеличении его глубины, что можно связать с соответствующим возрастанием количества возможных отражений лучей исходного пучка (до их выхода из канала). Этот эффект особенно

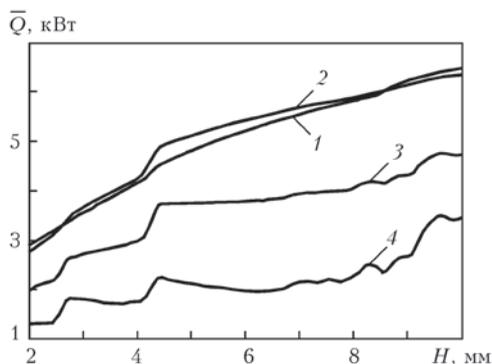


Рис. 7. Зависимость поглощаемой мощности от глубины канала при  $d_F = 0,4$  мм и различных направлениях вектора поляризации излучения в исходном пучке: 1 —  $\varphi_0 = 0$ ; 2 —  $\pi/6$ ; 3 —  $\pi/3$ ; 4 —  $\pi/2$

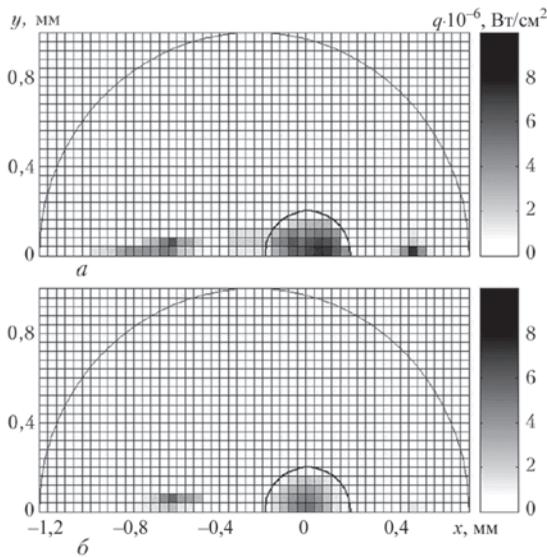


Рис. 8. Пространственное распределение теплового потока, вводимого в металл лазерным пучком с  $d_F = 0,4$  мм и линейной поляризацией излучения: а, б — то же, что и на рис. 4

ярко проявляется при использовании лазерного излучения, поляризованного перпендикулярно направлению сварки (см. рис. 6, б, 7), поскольку, как указано выше, пучок излучения с  $\varphi_0 = \pi/2$  достаточно слабо поглощается при первом падении на поверхность канала. Что касается абсолютных значений  $\bar{Q}$ , то при  $\varphi_0 = 0$  поглощаемая металлом мощность излучения почти вдвое превосходит соответствующие значения при  $\varphi_0 = \pi/2$  (см. рис. 6, а, б), причем основное изменение происходит в диапазоне  $\pi/6 < \varphi_0 < \pi/2$  (см. рис. 7).

На рис. 8, 9 приведены расчетные данные по распределению теплового потока при поглощении лазерного пучка в парогазовом канале иной формы:

$$1 - \frac{z}{H} = \left[ \frac{(x + \Delta x)^2 + y^2}{R^2} \right]^2, \quad (29)$$

где  $H = 10,0$  мм;  $R = 1,0$  мм;  $\Delta x = 0,25$  мм.

В данном случае лучи исходного пучка также испытывают многократные отражения в канале, однако здесь, в отличие от ранее рассмотренной формы канала, отраженные лучи могут давать существенный вклад в ту часть мощности излучения, которая поглощается его передней стенкой (см. рис. 5, 9). При этом распределение  $q[x, 0, z_s(x, 0)]$  в случае использования лазерного излучения, поляризованного в направлении сварки, оказывается подобным соответствующему распределению для излучения, поляризованного в перпендикулярном направлении, с той разницей, что тепловой поток и суммарная поглощаемая мощность в первом случае оказываются значительно выше.

В заключение можно отметить, что направление вектора поляризации излучения в лазерном пучке существенно влияет на его поглощение металлом в процессе лазерной сварки с глубоким

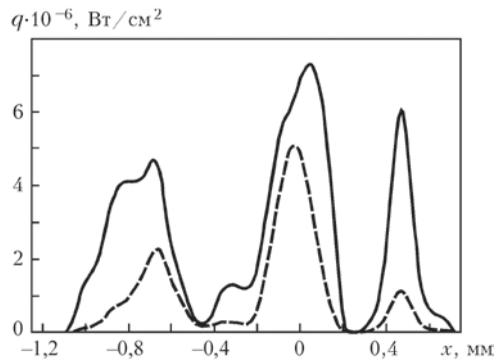


Рис. 9. Распределение теплового потока в плоскости  $y = 0$  при  $\varphi_0 = 0$  (сплошная кривая) и  $\pi/2$  (штриховая);  $d_F = 0,4$  мм

проплавлением. В частности, лазерное излучение, поляризованное вдоль шва, поглощается почти вдвое эффективнее, чем поляризованное в перпендикулярном направлении. Таким образом, для повышения эффективности лазерной сварки целесообразно использовать лазерные пучки с линейной поляризацией излучения в направлении сварки.

Пространственное распределение теплового потока, вводимого лазерным пучком через поверхность парогазового канала, в значительной степени зависит от поляризации используемого излучения и может существенно отличаться от распределения интенсивности излучения в исходном пучке. Это необходимо учитывать при анализе процессов, протекающих на поверхности и в объеме сварочной ванны, а также расчете пространственно-временных распределений температуры металла в ЗТВ при лазерной сварке с глубоким проплавлением.

Поскольку форма и геометрические размеры парогазового канала оказывают сильное влияние на распределенные и интегральные характеристики поглощения лазерного пучка, для адекватного описания процесса лазерной сварки с глубоким проплавлением необходима разработка математической модели, позволяющей самосогласованным образом определять форму и размеры канала в зависимости от технологических параметров режима сварки, в том числе и поляризации лазерного излучения.

1. *Воздействие лазерного излучения на материалы* / Р. В. Арутюнян, В. Ю. Баранов, Л. А. Большов и др. — М.: Наука, 1989. — 367 с.
2. Miller J. C. Optical properties of liquid metals at high temperatures // *Phil. Mag.* — 1969. — **20**. — P. 1115–1132.
3. Ландау Л. Д., Лифшиц Е. М. *Электродинамика сплошных сред*. — М.: Наука, 1982. — 620 с.
4. Лопота В. А., Сухов Ю. Т., Турчин Г. А. Модель лазерной сварки с глубоким проплавлением для применения в технологии // *Изв. РАН. Сер. Физика*. — 1997. — **61**, № 8. — С. 1613–1618.
5. Яриш А. *Квантовая электроника*. — М.: Сов. радио, 1980. — 488 с.
6. О влиянии слоистых диэлектрических покрытий на поглощательные свойства ограниченных плазмподобных сред / В. С. Гвоздецкий, А. Г. Загородний, И. В. Кривцун и др. // *Радиотехника и электроника*. — 1987. — **32**, № 11. — С. 2372–2381.

## 2.1.8. МОДЕЛИРОВАНИЕ ПРОЦЕССА ЛАЗЕРНОГО НАПЫЛЕНИЯ КЕРАМИЧЕСКИХ ПОКРЫТИЙ С УЧЕТОМ РАССЕЯНИЯ ЛАЗЕРНОГО ПУЧКА НАПЫЛЯЕМЫМИ ЧАСТИЦАМИ\*

А.И. БУШМА, Ю.Л. ВАСЕНИН, И.В. КРИВЦУН

В современном промышленном производстве все более широкое распространение получают технологические процессы нанесения покрытий с использованием лазерного излучения. Одним из таких процессов является лазерное напыление, заключающееся во введении частиц дисперсного материала в зону лазерного нагрева, их ускорении потоком газа, плавлении и осаждении на поверхности изделия [1–3]. Рассматриваемый процесс может быть реализован с применением лазерного излучения разных длин волн, различных способов и систем фокусировки излучения, а также схем подачи напыляемого порошка в зону нагрева (рис. 1). В частности, при лазерном напылении покрытий из керамических материалов ( $Al_2O_3$ ,  $SiO_2$ ,  $ZrO_2$  и др.) наиболее целесообразно использовать  $CO_2$ -лазеры, поскольку указанные порошковые материалы поглощают излучение с длиной волны  $\lambda = 10,6$  мкм значительно лучше, чем коротковолновое ( $\lambda = 1,06$  мкм) излучение Nd:YAG-лазеров

[4, 5]. Кроме того, в отличие от металлических частиц, поглощающих лазерное излучение в тонком приповерхностном слое, частицы мелкодисперсных диэлектрических (керамических) материалов поглощают его во всем объеме [6], что позволяет обеспечить объемный нагрев и полное проплавление напыляемых частиц, а следовательно, повысить качество получаемого покрытия.

Важными характеристиками процесса лазерного напыления являются траектории, скорость движения и тепловое состояние частиц напыляемого материала, определение которых экспериментальным путем во многих случаях затруднено. Целью настоящей работы является разработка математических моделей и компьютерное моделирование движения и нагрева мелкодисперсных керамических частиц в условиях лазерного напыления покрытий. Следует отметить, что, поскольку в рассматриваемых условиях лазерный пучок распространяется в запыленной среде, при постро-

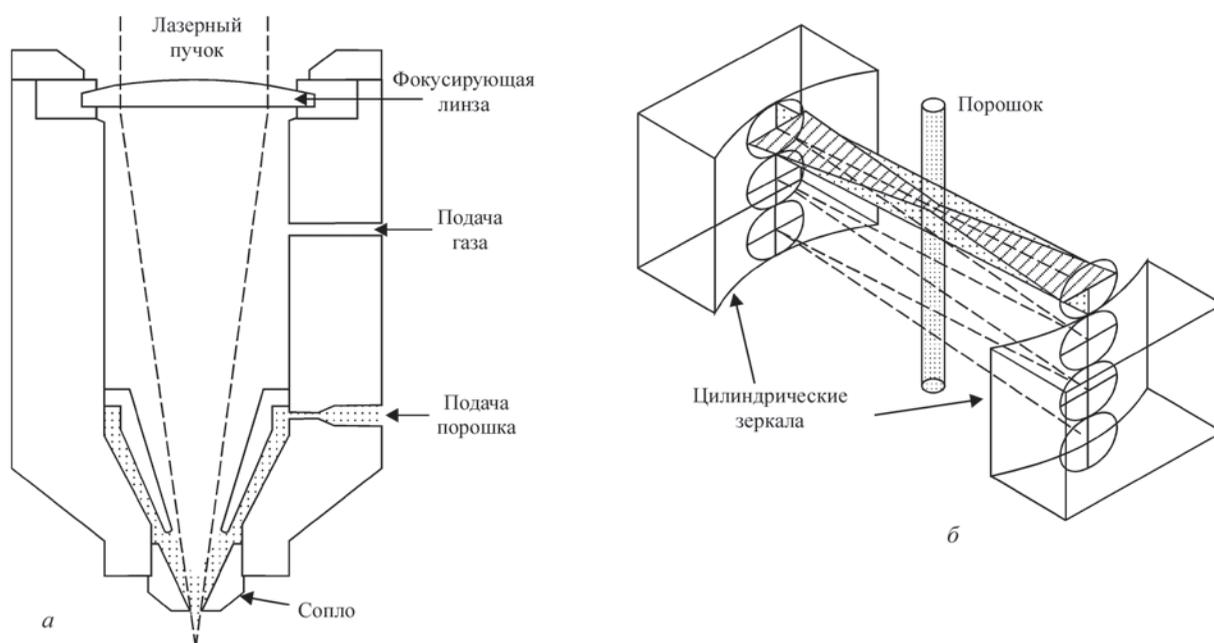


Рис. 1. Способы практической реализации процессов лазерного напыления с коаксиальной подачей порошка в лазерный пучок [2] (а) и лучевую ловушку [3] (б)

\*Автоматическая сварка. — 2005. — № 12. — С. 12–17.

ении математической модели лазерного нагрева отдельной частицы необходимо учитывать поглощение и рассеяние лазерного излучения всей совокупностью частиц.

Рассмотрим процесс лазерного напыления керамических покрытий, реализованный по схеме, представленной на рис. 2. Сфокусированный оптический системой пучок излучения  $\text{CO}_2$ -лазера проходит вдоль оси цилиндрического сопла, которое служит для подачи газа, ускоряющего частицы напыляемого материала в сторону изделия. Керамические частицы вводятся в зону обработки через узкую кольцевую щель, расположенную горизонтально и коаксиально оси системы. Пространственные распределения интенсивности лазерного излучения, скорости газа и частиц предполагаются аксиально-симметричными, а сами частицы — сферическими.

Для расчета скорости и траектории движения отдельной (пробной) частицы будем использовать математическую модель, предложенную в работе [7]. В случае, когда струя ускоряющего газа является слабозапыленной и частицы напыляемого материала не взаимодействуют (не сталкиваются) друг с другом, приведенные в указанной работе уравнения движения сферической частицы в газовом потоке с заданным распределением скорости можно использовать для определения текущих значений радиуса-вектора  $\mathbf{r}(t) = (\bar{x}, \bar{y}, \bar{z})$  и скорости  $\mathbf{v}(t) = (\bar{v}_x, \bar{v}_y, \bar{v}_z)$  любой частицы из совокупности напыляемых частиц, которые различаются только условиями ввода в струю, т.е. начальными условиями (здесь и далее все величины записаны в системе координат, изображенной на рис. 2).

При анализе теплового состояния пробной частицы также будем использовать предложенную в [7] модель нагрева сферической керамической частицы в лазерном пучке с известным распределением интенсивности излучения  $S(x, y, z)$ . Для замыкания этой модели необходимо определить пространственное распределение интенсивности лазерного излучения в зоне обработки с учетом многократного рассеяния и поглощения исходного пучка всей совокупностью напыляемых частиц. Предполагая, что рассеяние происходит на дискретных вкраплениях (частицах диэлектрика), размер которых больше длины волны лазерного излучения, и считая, что эффективная комплексная диэлектрическая проницаемость  $\varepsilon$  такой запыленной поглощающей среды слабо меняется на расстояниях порядка  $\lambda$ , для нахождения  $S$  будем использовать метод параболического уравнения [8]. С учетом принятого ранее предположения об аксиальной симметрии распределения интенсив-

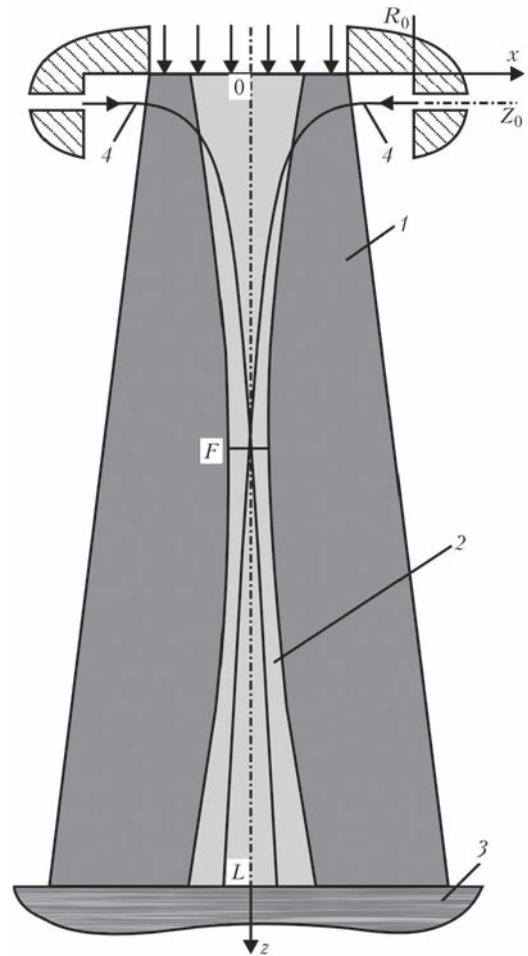


Рис. 2. Схема исследуемого процесса лазерного напыления покрытий: 1 — струя ускоряющего газа; 2 — лазерный пучок; 3 — изделие; 4 — траектории движения напыляемых частиц;  $R_0, Z_0$  — координаты точек ввода частиц;  $L$  — дистанция напыления;  $F$  — расстояние фокальной плоскости пучка от среза сопла

ности излучения параболическое уравнение для комплексной амплитуды  $E(r, z)$  электрического поля лазерного пучка, распространяющегося в запыленной среде, запишем в виде

$$-2ik \frac{\partial E}{\partial z} = \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left( r \frac{\partial E}{\partial r} \right) + k^2 (\varepsilon - 1) E, \quad (1)$$

где  $i$  — мнимая единица;  $k = 2\pi/\lambda$  — волновой вектор лазерного излучения;  $r = \sqrt{x^2 + y^2}$  — расстояние от оси системы. Искомая величина  $S(r, z)$  представляет собой среднее по времени значение аксиальной составляющей плотности потока электромагнитной энергии пучка [9]

$$S = \frac{1}{2} \sqrt{\varepsilon^2 / \mu^2} |E|^2, \quad (2)$$

где  $\varepsilon^0$  — диэлектрическая проницаемость вакуума;  $\mu^0$  — универсальная магнитная постоянная.

Начальные (входные) и граничные условия к уравнению (1) можно записать в следующем виде:

$$E|_{z=0} = E^0(r); \quad \frac{\partial E}{\partial r} \Big|_{r=0} = 0; \quad E|_{r=R} = 0,$$

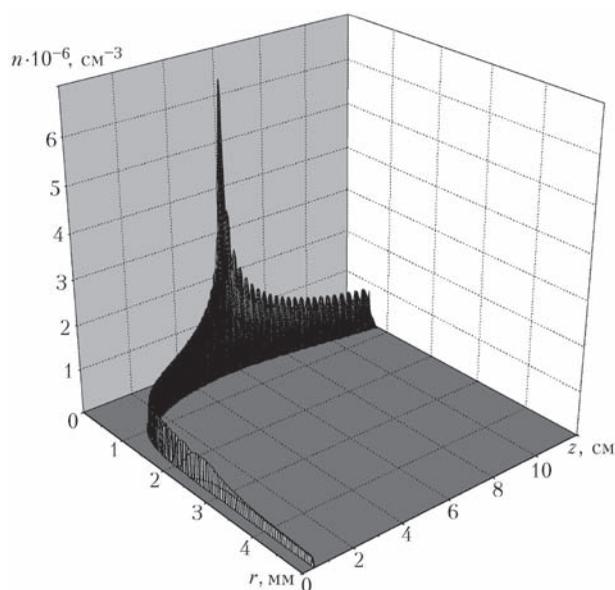


Рис. 3. Пространственное распределение концентрации частиц напыляемого материала ( $\text{SiO}_2$ ), ускоряемых струей газа где  $R$  — радиус расчетной области  $\{0 \leq z \leq L; 0 \leq r \leq R\}$ . Для задания явного вида  $E^0(r)$  примем, что через отверстие сопла в зону обработки вводится сфокусированный гауссов пучок излучения ( $\text{TEM}_{00}$ -мода), который в отсутствие порошка имеет минимальную полуширину  $r_F$  в плоскости  $z = F$  (см. рис. 2). Пространственное распределение комплексной амплитуды поля такого пучка, удовлетворяющее уравнению (1) при  $\hat{\varepsilon} = 1$ , определяется выражением из работы [10]

$$E = E_F \frac{r_F}{r_z} \exp \left[ -\frac{r^2}{r_z^2} + i \left( k \frac{r^2}{2R_z} - \varphi_z \right) \right]. \quad (3)$$

Здесь

$$r_z^2 = r_F^2 \left[ 1 + \frac{(z-F)^2}{z_F^2} \right]; \quad R_z = (z-F) \left[ \frac{1+z_F^2}{(z-F)^2} \right]; \quad (4)$$

$$\varphi_z = \arctg \left( \frac{z-F}{z_F} \right); \quad z_F = \frac{kr_F^2}{2},$$

а постоянная  $E_F$  находится из интегрального соотношения для полной мощности излучения

$$Q = 2\pi \int_0^\infty S r dr, \quad (5)$$

что при учете (2) дает

$$E_F = \sqrt{\frac{4}{\pi} \frac{Q^0}{r_F^2} \left( \frac{\mu^0}{\varepsilon^0} \right)^{1/2}}, \quad (6)$$

где  $Q^0$  — мощность исходного лазерного пучка. Таким образом, выражения (3), (4) и (6) при подстановке в них  $z = 0$  полностью определяют радиальное распределение амплитуды электрического поля пучка в начальном сечении расчетной области.

Уравнение (1) будем решать методом конечных разностей с учетом пространственного распределения эффективной комплексной диэлектриче-

ской проницаемости запыленной среды  $\hat{\varepsilon} = \hat{\varepsilon}(r, z)$ , которая может быть представлена в виде [8]

$$\hat{\varepsilon} = 1 + 4\pi n P.$$

Здесь  $n(r, z)$  — распределение концентрации напыляемых частиц в пространстве;  $P = \frac{\pi}{6} d^3 p$  — поляризуемость частицы;  $d$  — ее диаметр. Коэффициент поляризуемости  $p$  для керамических (диэлектрических) частиц может быть рассчитан по формуле Лорентц–Лоренца [11]:

$$p = \frac{3}{4\pi} \frac{\varepsilon - 1}{\varepsilon + 1},$$

где  $\varepsilon = \varepsilon' + i\varepsilon''$  — комплексная диэлектрическая проницаемость материала частицы.

Для расчета  $n(r, z)$  будем использовать метод индивидуальных траекторий. С этой целью разобьем весь поток напыляемого материала (предполагая, что он монодисперсный) на отдельные траектории, соответствующие частицам с различными направлениями вектора начальной скорости (абсолютное значение начальной скорости для всех частиц предполагается одинаковым, равным  $v_0$ ). При этом будем считать, что из каждой точки кольцевой щели частицы вводятся в зону обработки в направлении оси системы (см. рис. 2), имея случайную ориентацию вектора скорости относительно указанного направления в некотором телесном угле  $\Omega = 2\pi(1 - \cos \vartheta_m)$ , где  $\vartheta_m$  — максимальный угол отклонения. Тогда, учитывая предположение об аксиальной симметрии пространственного распределения напыляемых частиц, для вычисления  $n(r, z)$  достаточно рассмотреть только траектории частиц, вводимых через одну точку щели, и усреднить полученный результат по всем точкам ввода частиц, т. е. по окружности.

Число частиц, инжектируемых в струю ускоряющего газа в единицу времени, определяется соотношением

$$N = \frac{6M}{\pi d^3 \rho},$$

где  $M$  — массовый расход порошка;  $\rho$  — плотность материала. Разделив полученное число на количество рассматриваемых траекторий, получим число частиц  $N_j$ , поступающих в единицу времени на одну траекторию. Рассчитав время  $\tau_j$ , необходимое частице для достижения поверхности изделия при движении по  $j$ -й траектории ( $j = 1, 2, \dots, J$ , где  $J$  — количество рассматриваемых траекторий), можно найти число частиц  $N_j \tau_j$ , одновременно находящихся на указанной траектории, а также их координаты. Затем, выбрав сетку в цилиндрической системе координат, определяем соответствующее данной траектории число частиц в каждой ячейке выбранной сетки. И нако-

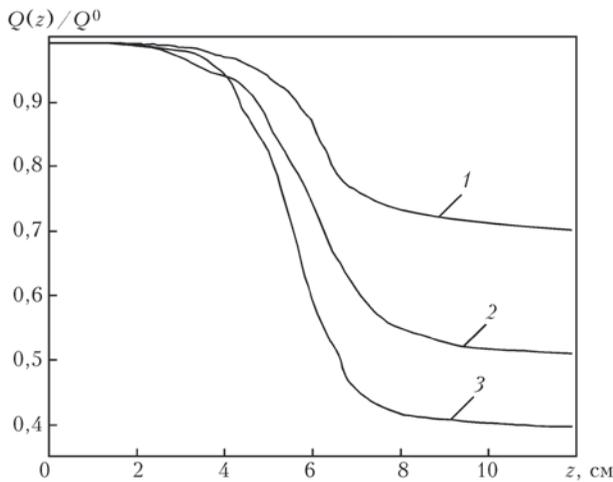


Рис. 4. Влияние расхода  $M$  порошка на ослабление пучка за счет поглощения лазерного излучения напыляемыми частицами: 1 —  $M = 0,5$ ; 2 —  $1,0$ ; 3 —  $1,5$  кг/ч

нец, разделив это число на объем цилиндрической ячейки и суммируя соответствующие результаты для всех рассматриваемых траекторий, находим искомую величину  $n(r, z)$ .

На рис. 3 представлено вычисленное таким образом пространственное распределение концентрации частиц  $\text{SiO}_2$  ( $d = 20$  мкм), вводимых в поток ускоряющего газа, как показано на рис. 2 ( $R_0 = Z_0 = 5$  мм) при  $v_0 = 9$  м/с,  $\vartheta_m = 5^\circ$ . В качестве такого газа взят аргон, затопленная струя которого истекает из цилиндрического сопла диаметром 6 мм при расходе газа  $G = 47$  л/мин (указанные

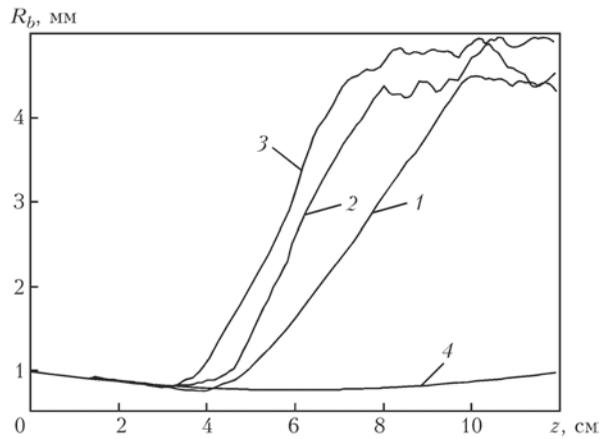


Рис. 5. Изменение эффективного радиуса  $R_b$  лазерного пучка при его рассеянии частицами напыляемого материала ( $\text{SiO}_2$ ) с  $d = 20$  мкм: 1–3 — см. рис. 4; 4 —  $M = 0$  (радиус исходного пучка)

значения параметров выбраны исходя из условия, что частицы с нулевым углом отклонения от основного направления ввода в каждой точке кольцевой щели пересекают ось лазерного пучка в фокальной плоскости  $z = F$ ). Приведенные на рис. 3 расчетные данные соответствуют массовому расходу порошка  $M = 1$  кг/ч и получены при  $J = 100$  (дальнейшее увеличение количества рассматриваемых траекторий не приводит к заметному улучшению точности расчетов). Следует отметить, что в рамках используемой модели слабозапыленной газовой струи изменение расхода напыляемого

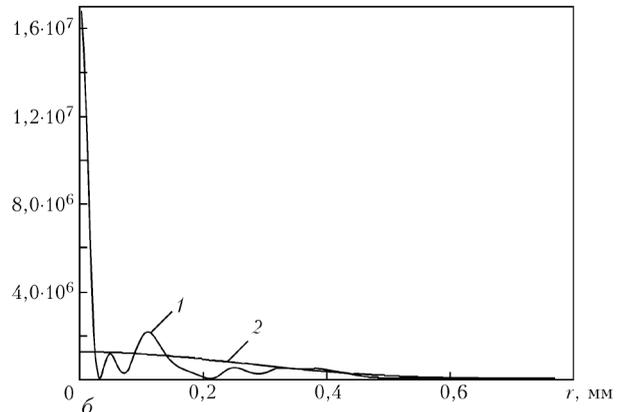
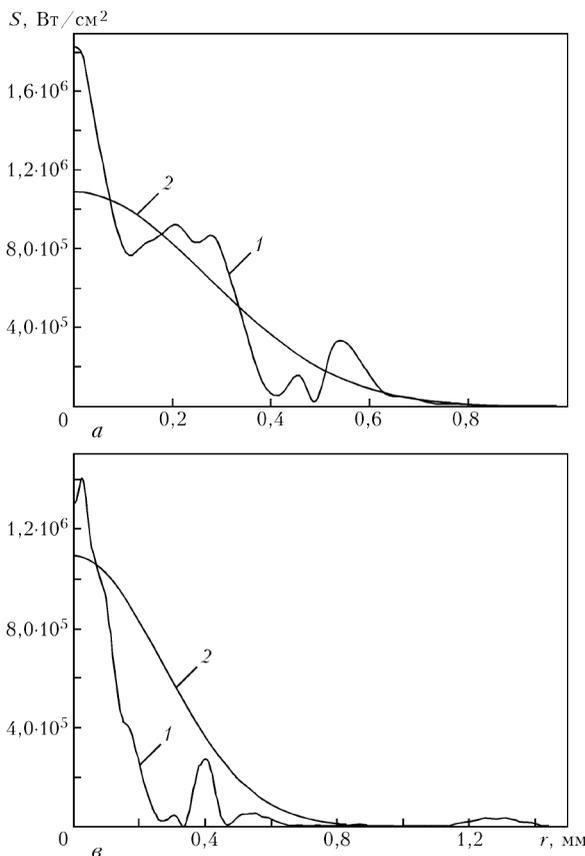


Рис. 6. Перераспределение интенсивности излучения  $S$  по сечению лазерного пучка ( $Q^0 = 5$  кВт) при  $z = 3$  (а), 6 (б) и 9 см (в) за счет его взаимодействия с напыляемыми частицами ( $\text{SiO}_2$ ,  $d = 20$  мкм): 1 —  $M = 1$  кг/ч; 2 — 0 (исходный гауссов пучок)

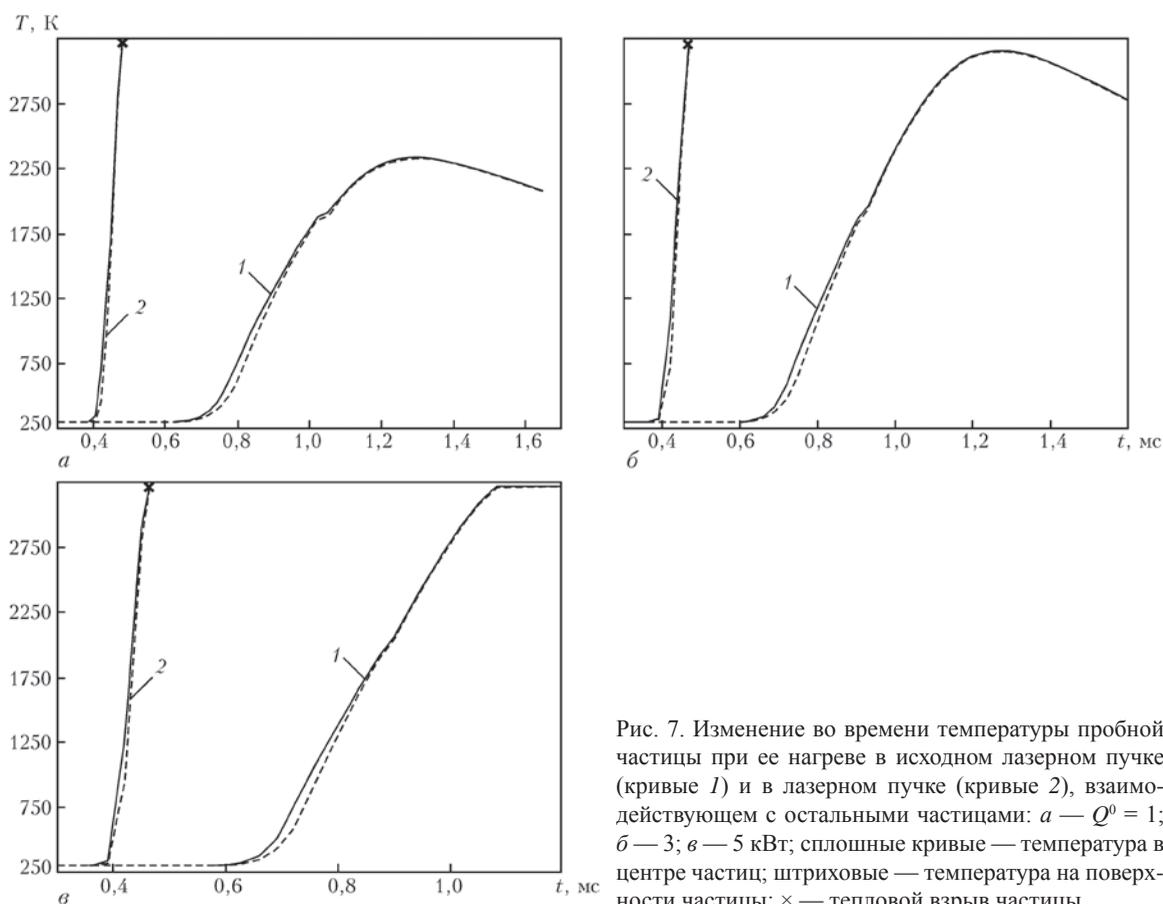


Рис. 7. Изменение во времени температуры пробной частицы при ее нагреве в исходном лазерном пучке (кривые 1) и в лазерном пучке (кривые 2), взаимодействующем с остальными частицами: а —  $Q^0 = 1$ ; б — 3; в — 5 кВт; сплошные кривые — температура в центре частиц; штриховые — температура на поверхности частицы; × — тепловой взрыв частицы

материала сводится просто к пропорциональному изменению  $n(r, z)$ .

Влияние расхода порошка на интегральные и распределенные характеристики сфокусированного лазерного пучка, взаимодействующего со всей совокупностью напыляемых частиц в рассматриваемых условиях, представлено на рис. 4–6. В частности, на рис. 4 показано ослабление гауссова пучка ( $Q^0 = 5$  кВт,  $F = 6$  см,  $r_F = 0,5$  мм) за счет его поглощения частицами напыляемого материала. Как следует из рисунка, полная мощность лазерного излучения  $Q(z)$ , вычисляемая путем подстановки решения уравнения (1) в выражения (2) и (5), начинает заметно убывать при  $z > 3$  см, причем скорость ее убывания увеличивается вместе с расходом порошка. В результате при выбранной дистанции напыления  $L = 12$  см мощность излучения, достигающего поверхности изделия, существенно зависит от  $M$  и может быть более чем в 2 раза ниже  $Q^0$ . Это необходимо учитывать не только при моделировании нагрева частиц в условиях лазерного напыления покрытий, но и при оценке теплового воздействия лазерного излучения на поверхность изделия.

Наряду с поглощением лазерного излучения напыляемыми частицами, весьма существенным фактором является его рассеяние при распро-

странении в запыленной среде. Так, например, рассеяние сфокусированного гауссова пучка с параметрами  $F = 6$  см,  $r_F = 0,5$  мм совокупностью рассматриваемых частиц при  $z > 3$  см приводит к значительному увеличению эффективного радиуса пучка  $R_b(z)$ , определяемого как радиус окружности, в пределах которой сосредоточено 99 % мощности лазерного излучения по сравнению с соответствующим радиусом исходного пучка (см. рис. 5). Кроме того, рассеяние лазерного излучения вместе с его поглощением частицами напыляемого материала вызывает весьма существенное перераспределение интенсивности излучения (рис. 6). В частности, результирующая плотность мощности на оси пучка при  $z = F$  более чем в 10 раз может превышать максимальное значение  $S$  для исходного лазерного пучка (рис. 6, б). Это обстоятельство необходимо учитывать при анализе процесса нагрева порошка в условиях лазерного напыления покрытий.

Для оценки влияния рассмотренного перераспределения интенсивности лазерного излучения на тепловое состояние частиц  $SiO_2$  ( $d = 20$  мкм) в условиях лазерного напыления проведен сравнительный численный анализ нагрева одной (пробной) частицы в исходном лазерном пучке ( $F = 6$  см,  $r_F = 0,5$  мм), т. е. при  $M = 0$ , а также

с учетом его поглощения и рассеяния всей совокупностью напыляемых частиц при  $M = 1$  кг/ч. В качестве пробной выбрана частица, которая вводится в зону обработки перпендикулярно оси  $Oz$  и пересекает ее в плоскости  $z = F$  (см. рис. 2). Зависимости температуры в центре такой частицы и температуры на ее поверхности от времени представлены на рис. 7.

Как и следовало ожидать, максимальная температура частицы, достигаемая при нагреве в исходном лазерном пучке, повышается с увеличением его мощности (кривые 1, рис. 7). При учете взаимодействия пучка с остальными частицами пробная частица нагревается до температуры кипения значительно быстрее. Это сопровождается тепловым взрывом частицы [6, 7], который происходит при  $z \approx 4$  см даже в случае малых значений  $Q^0$  (кривые 2, рис. 7). Причиной этого является повышение интенсивности лазерного излучения вблизи оси пучка в результате его рассеяния в запыленной среде (см. рис. 6). Таким образом, варьируя расход и условия ввода порошка в зону обработки, т. е. изменяя  $n(r, z)$ , а следовательно, и пространственное распределение интенсивности лазерного излучения, взаимодействующего с напыляемыми частицами, можно локально управлять их нагревом, плавлением, а также дроблением, происходящим в результате теплового взрыва. Это позволит повысить эффективность рассматриваемого процесса не за счет увеличения дорогостоящей мощности лазерного излучения, а за счет целенаправленного ее перераспределения и оптимального использования для нагрева напыляемых частиц.

В целом результаты проведенного в настоящей работе математического моделирования процес-

са лазерного напыления керамических покрытий свидетельствуют о необходимости учета поглощения и рассеяния лазерного излучения напыляемым материалом при анализе теплового состояния частиц, формирующих покрытие.

1. Pawlowski L. Thick laser coatings: A rev. // J. of Thermal Spray Technology. — 1999. — 8, № 22. — P. 279–295.
2. Laser-processed composite metal cladding for slurry erosion resistance / T. R. Tucker, A. H. Clauser, I. G. Wright et al. // Thin Solid Films. — 1984. 117. — P. 73–84.
3. Kindler H., Volz R., Huonker M. Ein neues verfahren zum laserbeschichten // Proc. of the 6th European conf. on laser treatment of materials, Germany, Stuttgart, 1996. — Stuttgart, 1996. — Vol. 1. — P. 447–454.
4. Золоторев В. М., Морозов В. Н., Смирнова Е. В. Оптические постоянные природных и технических сред: Справочник. — Л.: Химия, 1984. — 215 с.
5. Bushma A. I., Krivtsun I. V. Peculiarities of absorption and scattering of different wavelength laser radiation by fine spherical particles // Laser technologies in welding and materials processing: Proc. of the Intern. conf., May 19–23, 2003, Katsivcli, Crimea, Ukraine. — Kiev: E. O. Paton Electric Welding Inst. of the NAS of Ukraine, 2003. — P. 103–107.
6. Бушма А. И., Кривцун И. В. Особенности нагрева мелкодисперсных керамических частиц лазерным излучением // Физика и химия обраб. материалов. — 1992. — № 2. — С. 40–48.
7. Борисов Ю. С., Бушма А. И., Кривцун И. В. Моделирование движения и нагрева частиц порошка при лазерном, плазменном и гибридном напылении // Доп. НАНУ. — 2005. — № 1. — С. 86–94.
8. Рытов С. М., Кравцов Ю. А., Татарский В. И. Введение в статистическую радиофизику. Ч. II: Случайные поля. — М.: Наука, 1978. — 463 с.
9. Ландау Л. Д., Лифшиц Е. М. Электродинамика сплошных сред. — М.: Наука, 1982. — 620 с.
10. Ярив А. Квантовая электроника. — М.: Сов. радио, 1980. — 488 с.
11. Борн М., Вольф Э. Основы оптики. — М.: Наука, 1973. — 719 с.

## 2.1.9. МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ГАЗОДИНАМИКИ, ТЕПЛО- И МАССООБМЕНА В ПОТОКЕ МЕТАЛЛИЧЕСКОГО ПАРА ПРИ ЛАЗЕРНОЙ СВАРКЕ С ГЛУБОКИМ ПРОПЛАВЛЕНИЕМ\*

С.Б. СУХОРУКОВ, И.В. КРИВЦУН, В.Н. СИДОРЦ

Процессы соединения и обработки материалов с использованием высококонцентрированных источников тепловой энергии привлекают в последнее время все большее внимание исследователей. Одним из таких процессов является лазерная сварка металлов в режиме глубокого, или «кинжального», проплавления. Необходимая для реализации данного технологического процесса плотность мощности излучения в сфокусированном лазерном пучке должна быть не менее  $10^5$  Вт/см<sup>2</sup> [1]. Под воздействием такого концентрированного источника энергии свариваемый металл не только плавится, но и локально перегревается до температур, превышающих температуру его кипения. Подобный нагрев вызывает интенсивное испарение металла и разлет пара, сопровождающийся появлением реактивной силы, искривляющей поверхность расплава [1, 2]. Как результат, в ванне расплавленного металла формируется заполненный металлическим паром глубокий и узкий канал, который называется парогазовым каналом (ПГК).

Существует большое количество публикаций, посвященных теоретическому исследованию и математическому моделированию физических явлений, протекающих при лазерной сварке с глубоким проплавлением [3, 4], изучению закономерностей формирования парогазового канала [5–7] и его устойчивости [8, 9], определяющей стабильность процесса сварки. Вместе с тем при описании процесса испарения металла и газодинамических процессов в потоке металлического пара, определяющих давление на поверхность расплава и, в конечном итоге, форму и размеры ПГК, в большинстве указанных работ используются достаточно грубые приближения, а именно: либо пар внутри канала предполагается равновесным (насыщенным) [3, 8], либо его скорость вблизи испаряющейся поверхности выбирается равной местной скорости звука [7]. Подобные приближения не позволяют корректно рассчитать газодинамические характеристики те-

чения пара в ПГК, а следовательно, и распределение полного (включая реактивное) давления пара на стенку канала. Кроме того, авторы указанных работ не рассматривают возможность конденсации металлического пара на некоторой части поверхности канала, что в совокупности с интенсивным испарением остальной поверхности расплава может существенно влиять на локальный энергетический баланс этой поверхности.

Основными задачами данной работы являются разработка самосогласованной математической модели процессов испарения металла, поверхностной конденсации и газодинамики металлического пара как внутри ПГК, так вне его (в парогазовом факеле, возникающем над поверхностью свариваемого металла при лазерной сварке с глубоким проплавлением), а также детальный численный анализ тепловых и газодинамических характеристик потока пара. Важной особенностью такой модели должен быть учет неравновесности пара, связанной с возможностью его оттока от поверхности расплавленного металла (испарение) или притока к ней (конденсация), движением пара вдоль канала и последующим истечением во внешнюю газовую среду.

**Модель процессов испарения металла, поверхностной конденсации и газодинамики металлического пара в парогазовом канале.** Предлагаемая математическая модель основывается на аппроксимации реального парогазового канала соответствующим осесимметричным углублением в расплаве (рис. 1), свободная поверхность, которого в цилиндрической системе координат задается зависимостью  $r = R(z)$ . Здесь  $R(z)$  — локальное значение радиуса ПГК, который предполагается медленно изменяющимся по длине канала. Вместо известного (определяемого из решения уравнения переноса тепла в свариваемом металле) пространственного распределения температуры

\*Сб. тр. IV Межд. конф. «Математическое моделирование и информационные технологии в сварке и родственных процессах» (27–30 мая, Кацивели, Крым, Украина). — 2008. — С. 155–164.

свободной поверхности расплава при построении модели вводится эффективное осесимметричное распределение температуры стенки ПГК  $T_s(z)$ . Возможностью объемной конденсации металлического пара как внутри, так и вне парогазового канала пренебрегается. Наконец, предполагается, что пар, заполняющий канал и истекающий из него, не ионизирован, что является достаточно хорошим приближением в случае лазерной сварки с использованием коротковолнового излучения твердотельных лазеров.

Зависимость давления насыщенного пара  $p_s$  вблизи поверхности расплавленного металла от его температуры может быть определена с помощью уравнения Клапейрона–Клаузиуса, записанного, например, в виде [1]:

$$p_s = p_0 \exp \left[ \frac{\lambda}{k} \left( \frac{1}{T_b} - \frac{1}{T_s} \right) \right], \quad (1)$$

где  $p_0$  — атмосферное давление;  $k$  — постоянная Больцмана;  $\lambda$  — работа выхода атома из расплава,  $T_b$  — температура кипения металла (температура, при которой давление насыщенного пара равно атмосферному). Для учета влияния неравновесности пара, возникающей при конвективном режиме испарения или поверхностной конденсации, на его характеристики вблизи стенки ПГК используем подход, предложенный в работе [10] для описания процесса быстрого поверхностного испарения металлов в условиях интенсивного лазерного воздействия и обобщенный в [11] на случай поверхностной конденсации. Суть данного подхода заключается в рассмотрении тонкого кнудсеновского слоя, формирующегося в паровой фазе вблизи границы с жидким металлом, как газодинамического разрыва, при определенных предположениях относительно вида функций распределения частиц пара на границах этого слоя, и использовании балансных соотношений, получаемых с помощью законов сохранения потоков частиц, потоков их импульса и энергии.

Для обоснования правомерности использования такого подхода следует принять во внимание то, что в условиях лазерной сварки с глубоким проплавлением толщина слоя Кнудсена, равная нескольким длинам свободного пробега частиц пара ( $L_k \leq 10^{-2}$  мм), существенно меньше радиуса парогазового канала ( $R \leq 1$  мм). Последнее означает, что кнудсеновский слой можно считать плоским и локально-одномерным, а границу газодинамической области течения пара в ПГК — совместить с поверхностью канала.

В рамках такого рассмотрения можно получить систему алгебраических уравнений для нахождения

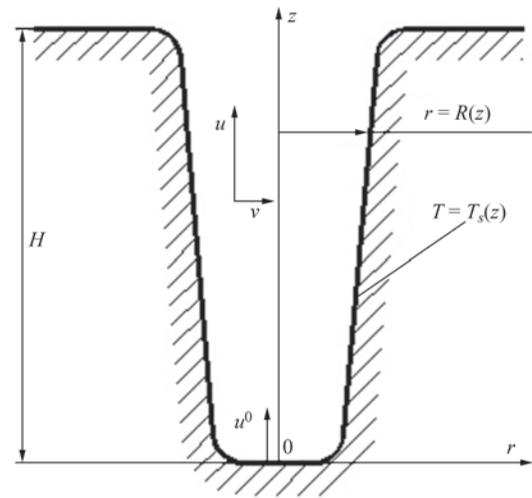


Рис. 1. Аппроксимация парогазового канала осесимметричным углублением в расплаве

распределений по длине канала температуры  $\bar{T}(z)$ , массовой плотности  $\bar{\rho}(z)$  (или давления  $\bar{p}(z)$ ) металлического пара на границе кнудсеновского слоя с газодинамической областью течения [10, 11]:

$$\begin{cases} \frac{\bar{T}}{T_s} = 1 + \frac{\bar{m}^2 \pi}{32} \left( 1 - \frac{8}{\bar{m} \sqrt{\pi}} \sqrt{1 + \frac{\bar{m}^2 \pi}{64}} \right); \\ \frac{\bar{\rho}}{\rho_s} = \left\{ \left( \bar{m}^2 + \frac{1}{2} \right) \exp(\bar{m}^2) [1 - \Phi(\bar{m})] - \frac{\bar{m}}{\sqrt{\pi}} \right\} \frac{T_s^{1/2}}{\bar{T}^{1/2}} + \\ + \frac{1}{2} \left\{ 1 - \bar{m} \sqrt{\pi} \exp(\bar{m}^2) [1 - \Phi(\bar{m})] \right\} \frac{T_s}{\bar{T}}, \end{cases} \quad (2)$$

где  $\bar{m}(z) = \bar{v} \left( \frac{M_1}{2k\bar{T}} \right)^{1/2}$ ;  $M_1$  — масса атома металла;  $\bar{v}(z)$  — локальное значение среднemasовой скорости его движения в направлении нормали к поверхности канала ( $\bar{v} > 0$  соответствует испарению;  $\bar{v} < 0$  — конденсации);  $\rho_s(z) = \frac{p_s M_1}{k T_s}$  —

плотность насыщенного пара, соответствующая данному значению  $T_s(z)$ ;  $\Phi(x) = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_0^x \exp(-\xi^2) d\xi$  — интеграл вероятности. Здесь и далее все величины, относящиеся к границе газодинамической области течения, будем отмечать чертой над буквой.

Считая металлический пар одноатомным идеальным газом, его газостатическое давление на указанной границе можно определить при помощи известного соотношения

$$\bar{p} = \frac{\bar{\rho} k \bar{T}}{M_1}, \quad (3)$$

а распределение полного (с учетом реактивной составляющей) давления  $P(z)$ , оказываемого движущимся (расширяющимся или конденсирующимся) паром на поверхность ПГК, — при помощи выражения [1]:

$$P = \bar{p} \left( 1 + \frac{5}{3} \bar{M}^2 \right), \quad (4)$$

где  $\bar{M}(z) \equiv \bar{v}/\bar{s}$  — значение числа Маха на границе газодинамической области со слоем Кнудсена;  $\bar{s} = \sqrt{5kT/3M_1}$  — местная скорость звука. Необходимо отметить, что скорость пара на этой границе должна быть ограничена условием  $\bar{M} \leq 1$  [10].

Расчетные значения безразмерных величин  $\bar{p}/\rho_s$ ,  $\bar{T}/T_s$ ,  $\bar{P}/p_s$  и величины  $P/p_s$ , характеризующей давление на поверхность расплава, в зависимости от числа Маха потока пара через границу газодинамической области представлены в таблице. Как следует из приведенных данных, при увеличении скорости оттока пара от испаряющейся поверхности, его газостатическое давление и давление на указанную поверхность становятся существенно ниже соответствующего давления насыщенного пара. Что касается величин  $\bar{p}/p_s$  и  $P/p_s$  в случае поверхностной конденсации, то их значения могут намного превышать  $p_s$ .

Проведенный анализ кнудсеновского слоя вблизи поверхности расплава не дает информации о величине  $\bar{M}$  потока пара через границу газодинамической области течения. Иными словами, нормальная к поверхности расплава скорость пара здесь может быть выбрана произвольно без нарушения законов сохранения при переходе через кнудсеновский слой [10]. Этот результат не является необычным, поскольку то же самое справедливо и в отношении условий Рэнкина–Гюгонио для ударных волн [12]. Распределение величины  $\bar{v}$  (или  $\bar{M}$ ) вдоль поверхности ПГК должно определяться только на основе решения газодинамических уравнений, описывающих течение пара в этом канале.

Для моделирования газодинамики и теплового состояния металлического пара в рассматриваемом осесимметричном канале (см. рис. 1) используем систему уравнений, описывающих ламинарное движение сжимаемого газа [12]. Полагая, что аксиальная (в направлении оси канала) компонента скорости течения пара  $u(r, z)$  существенно больше

радиальной компоненты  $v(r, z)$ , и считая изменения всех величин наиболее существенными в радиальном направлении, эту систему уравнений можно записать в приближении пограничного слоя для внутренних осесимметричных течений [13]:

$$\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r}(r\rho v) + \frac{\partial}{\partial z}(r\rho u) = 0; \quad (5)$$

$$\rho \left( v \frac{\partial u}{\partial r} + u \frac{\partial u}{\partial z} \right) = \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left( r\eta \frac{\partial u}{\partial r} \right) - \frac{d\bar{p}}{dz}; \quad (6)$$

$$\rho C_p \left( v \frac{\partial T}{\partial r} + u \frac{\partial T}{\partial z} \right) = \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left( r\chi \frac{\partial T}{\partial r} \right) + u \frac{d\bar{p}}{dz} + \eta \left( \frac{\partial u}{\partial r} \right)^2. \quad (7)$$

Здесь  $\rho(T, \bar{p})$  — массовая плотность;  $\eta(T)$ ,  $\chi(T)$  — коэффициенты динамической вязкости и теплопроводности пара;  $C_p$  — его удельная теплоемкость при постоянном давлении,  $T(r, z)$  — пространственное распределение температуры в потоке пара. Поскольку в рамках приближения пограничного слоя давление постоянно по его сечению [13], в этих уравнениях используется соответствующее значение газостатического давления пара вблизи стенки парогазового канала  $\bar{p}(z)$ .

Распределение величины  $d\bar{p}/dz$ , а следовательно, и давления пара  $\bar{p}$  по длине канала может быть найдено из интегрального условия баланса массового расхода пара через поперечное сечение ПГК [14] с учетом поступления пара в газодинамическую область (за счет испарения стенки) или его ухода (за счет конденсации на стенке канала):

$$\begin{aligned} G(z) &\equiv 2\pi \int_0^{R(z)} r\rho(r, z)u(r, z)dr = \\ &= G(0) + 2\pi \int_0^z R(r)\bar{\rho}(z)\bar{v}(z)dz. \end{aligned} \quad (8)$$

Здесь  $G(0)$  — массовый расход пара в начальном сечении канала (при  $z = 0$ ), а величина  $\bar{\rho}(z)$  выражается через плотность насыщенного пара  $\rho_s(z)$ , соответствующую заданной температуре поверхности ПГК  $T_s(z)$ , и скорость пара  $\bar{v}(z)$ , определяемую в каждом сечении канала с помощью уравнений (2) и соотношения (3) при подстановке в него найденного значения  $\bar{p}(z)$ .

**Характеристики пара у поверхности расплава при конвективном испарении (левые столбцы) и поверхностной конденсации (правые)**

$\bar{M}$		$\bar{T}/T_s$		$\bar{p}/\rho_s$		$\bar{P}/p_s$		$P/p_s$	
0		1		1		1		1	
0,05	-0,05	0,980	1,021	0,927	1,081	0,908	1,104	0,912	1,108
0,1	-0,1	0,960	1,041	0,861	1,171	0,827	1,219	0,841	1,240
0,2	-0,2	0,922	1,084	0,748	1,384	0,690	1,501	0,736	1,602
0,4	-0,4	0,851	1,175	0,576	1,985	0,490	2,333	0,621	2,956
0,6	-0,6	0,785	1,274	0,457	2,693	0,358	3,774	0,573	6,039
0,8	-0,8	0,725	1,380	0,371	4,619	0,269	6,376	0,556	13,181
1,0	-1,0	0,669	1,495	0,308	7,531	0,206	11,256	0,549	30,023

Для замыкания системы уравнений (5)–(7), необходимо определить зависимости плотности, удельной теплоемкости и коэффициентов переноса металлического пара от температуры и давления. Учитывая сделанное ранее предположение о том, что пар является идеальным одноатомным газом, по аналогии с (3) можем записать

$$\rho = M_1 n_1 = \frac{\bar{p} M_1}{kT}, \quad (9)$$

где  $n_1$  — концентрация атомов металлического пара, а его теплоемкость при постоянном давлении определить как [15]:

$$C_p = \frac{5}{2} \frac{k}{M_1}. \quad (10)$$

Что касается коэффициентов вязкости и теплопроводности металлического пара, то, например, в рамках модели твердых упругих шариков эти величины могут быть рассчитаны следующим образом [16]:

$$\chi = \frac{75}{64} \frac{\sqrt{k^3 T}}{\sqrt{\pi M_1 r_1^2}}; \quad \eta = \frac{5}{16} \frac{\sqrt{k T M_1}}{\sqrt{\pi r_1^2}}, \quad (11)$$

где  $r_1$  — эффективный радиус атома металла.

Для решения системы газодинамических уравнений (5)–(7) необходимо также задать соответствующие краевые и начальные (входные) условия на границах расчетной области  $\{0 \leq r \leq R(z); 0 \leq z \leq H\}$  (см. рис. 1). Граничные условия на оси ПГК выбираются из соображений, что течение пара обладает цилиндрической симметрией:

$$\frac{\partial u}{\partial r} = 0; \quad v = 0; \quad \frac{\partial T}{\partial r} = 0 \text{ при } r = 0. \quad (12)$$

На боковой поверхности канала, точнее, на внешней границе кнудсеновского слоя, полагается, что касательная к поверхности компонента скорости пара равна нулю, а его температура выбирается равной соответствующему значению температуры на границе газодинамической области, определяемому по известным значениям  $T_s(z)$  и  $\bar{v}(z)$  при помощи первого уравнения (2), т.е.:

$$u = 0; \quad T(z) = \bar{T}(z) \text{ при } r = R(z). \quad (13)$$

Входные условия на дне ПГК, задаются исходя из предположения, что здесь существует некоторая скорость пара  $u^0$ , направленная вдоль оси  $OZ$  и постоянная по сечению канала:

$$u(r) = u^0; \quad v(r) = 0; \quad T(r) = \bar{T}(0) \text{ при } z = 0. \quad (14)$$

Здесь величина  $\bar{T}(0)$ , как и ранее, может быть найдена с помощью первого уравнения (2) при подстановке в него  $T_s(0)$  и  $\bar{v}(0) = u^0$ . Выбранные условия позволяют определить входящий в интегральный баланс (8) массовый расход пара в начальном сечении канала:

$$G(0) = \pi R^2(0) \bar{\rho}(0) u^0, \quad (15)$$

где  $\bar{\rho}(0)$  — соответствующее указанным выше значениям температуры и скорости металлического пара значение его плотности; а также вычислить давление пара вблизи дна канала  $\bar{p}(0)$ , которое может быть рассчитано с помощью соотношения (3). Наконец, для нахождения неизвестной величины  $u^0$  можно использовать условие

$$\bar{p}(H) = \bar{p}(0) + \int_0^H \frac{d\bar{p}}{dz} dz, \quad (16)$$

где  $\bar{p}(H)$  — давление металлического пара на выходе из канала, равное давлению во внешней газовой среде.

**Численный анализ характеристик течения пара внутри парогазового канала.** Система нелинейных дифференциальных уравнений (5)–(7) решалась численно, методом конечных разностей с использованием основной разностной схемы для интегрирования уравнений пограничного слоя [17]. Уравнения второго порядка (6), (7) аппроксимировались по неявной двухслойной шеститочечной разностной схеме, а уравнение первого порядка (5) — по явной четырехточечной. Полученная алгебраическая система разностных уравнений решалась методом прогонки с применением итераций.

На основе описанной вычислительной схемы было создано соответствующее программное обеспечение и проведен детальный численный анализ тепловых и газодинамических характеристик течения металлического пара (Fe) в ПГК заданной формы. При проведении расчетов использовались зависимости температуры поверхности расплава  $T_s(z)$  и радиуса парогазового канала  $R(z)$ , полученные с помощью математической модели [3] применительно к условиям лазерной сварки низкоуглеродистой стали (мощность лазерного пучка 2,5 кВт, радиус пучка в фокальной плоскости 0,25 мм, фокусное расстояние линзы 150 мм, скорость сварки 0,8 см/с, защитный газ — He, давление во внешней среде — атмосферное). Форма и размеры такого канала представлены на рис. 2.

Радиальные распределения скорости и температуры металлического пара в контрольных сечениях рассматриваемого канала показаны на рис. 3. Как следует из приведенных здесь расчетных данных, аксиальная компонента скорости пара во всех сечениях ПГК имеет наибольшее значение на его оси и убывает до нуля по мере приближения к стенке канала (см. рис. 3, а), а ее профиль напоминает профиль скорости при течении Пуазейля [12]. На выходе из канала (при  $z = H = 6,9$  мм) максимальная скорость пара достигает значений порядка 150 м/с. Расчетные значения радиальной компоненты скорости оказываются существенно меньшими (см. рис. 3, б), что позволяет пол-

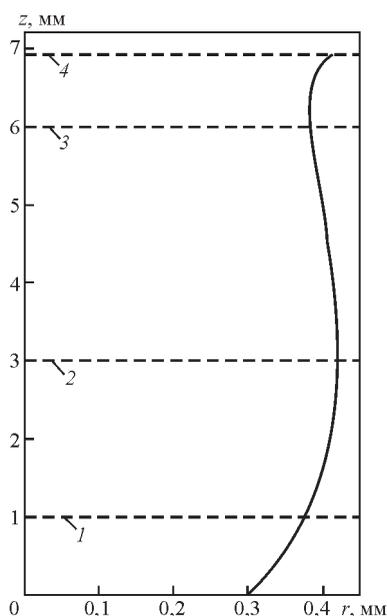


Рис. 2. Форма и размеры ЛГК, используемые при проведении расчетов: 1–4 — контрольные сечения канала

ностью оправдать использование приближения пограничного слоя, вместе с тем течение пара в радиальном направлении имеет достаточно сложную структуру. Вблизи дна ЛГК (при  $z = 1$  мм) радиальная скорость практически равна нулю, за исключением небольшой области, примыкающей к боковой стенке канала, где  $v$  отрицательна, что соответствует движению пара от испаряющейся поверхности к оси ЛГК (кривая 1 на рис. 3, б). При  $z = 3$  мм радиальная скорость становится положительной по всему сечению канала (кривая 2), что означает переход от испарения стенки к поверх-

ностной конденсации пара. Далее (при  $z = 6$  мм) пар опять движется от испаряющейся стенки к оси канала (кривая 3) и, наконец, в выходном сечении (при  $z = 6,9$  мм) пар в приосевой зоне ЛГК движется в направлении стенки, а в пристеночной — в направлении оси канала (кривая 4).

Расчет температуры металлического пара показал, что наименьшей температурой в любом сечении канала обладает пар, находящийся в приосевой зоне, причем по мере приближения к выходному сечению канала неравномерность распределения температуры усиливается (см. рис. 3, в). Это связано с известным эффектом охлаждения пара при его расширении [12, 15].

Распределения скорости пара на оси  $u_0(z) \equiv u(0, z)$  и вблизи стенки канала  $v_R(z) \equiv v(R, z) = -\bar{v}(z)$  по его глубине представлены на рис. 4. Как следует из рис. 4, а, при движении металлического пара вдоль ЛГК пар вначале ускоряется, потом несколько тормозится, а затем снова ускоряется. Это связано с изменением его массового расхода через поперечное сечение ЛГК вследствие процессов испарения и поверхностной конденсации на стенке канала. Действительно, радиальная скорость пара у стенки канала (на границе газодинамической области) отрицательна вблизи дна ЛГК (см. рис. 4, б), т.е. пар втекает в канал, что соответствует участку испарения; затем при  $z > 1,4$  мм она становится положительной, что соответствует участку поверхностной конденсации и, как следствие, уменьшения величин  $G$  и  $u_0$ ; наконец, при  $z > 3,7$  мм поверхностная конденсация опять сменяется испарением стенки,

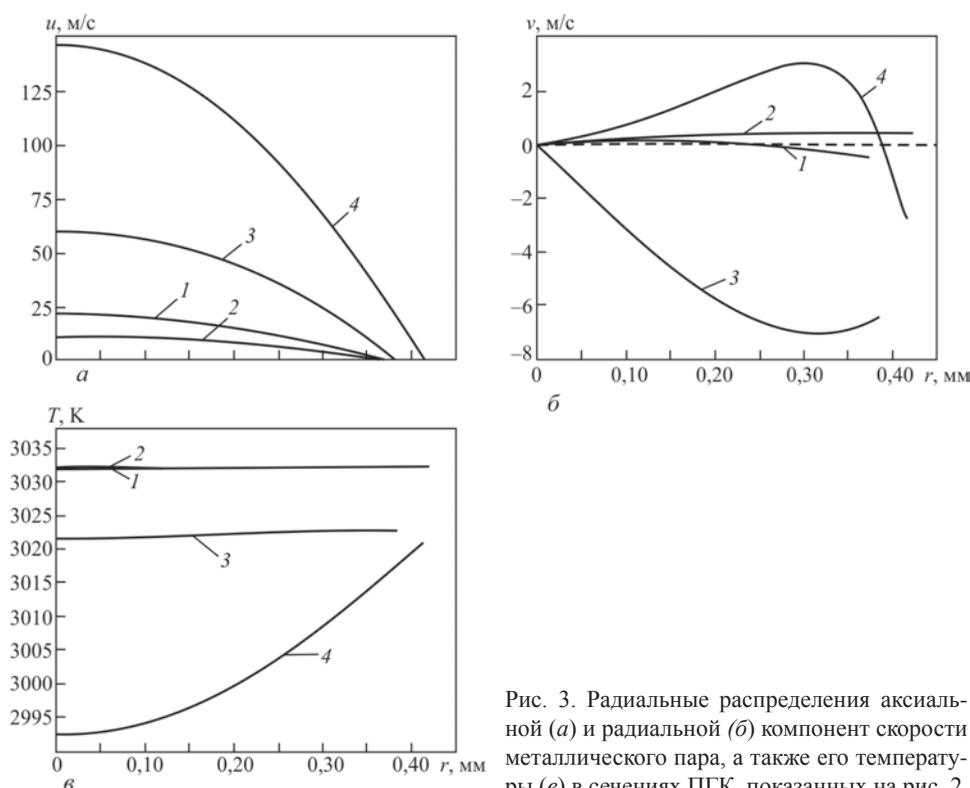


Рис. 3. Радиальные распределения аксиальной (а) и радиальной (б) компонент скорости металлического пара, а также его температуры (в) в сечениях ЛГК, показанных на рис. 2

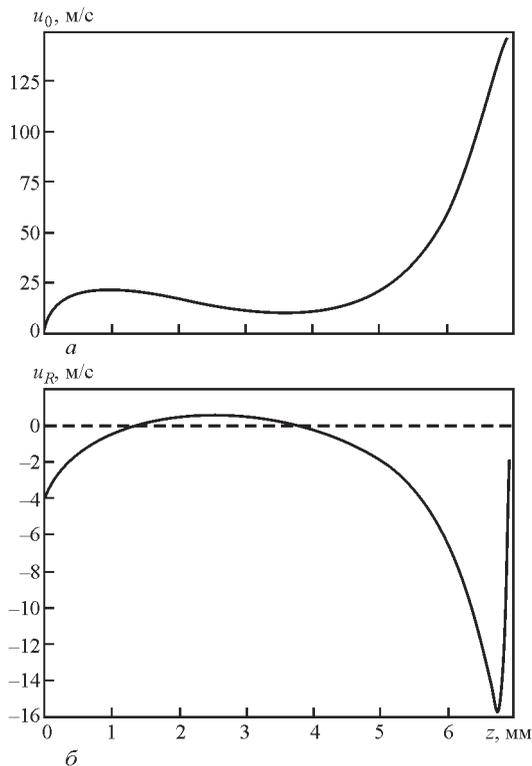


Рис. 4. Распределения аксиальной скорости металлического пара на оси ПГК (а) и радиальной скорости пара вблизи поверхности расплава (б) по глубине канала

причем величина  $\bar{v}$  достигает вблизи выходного сечения максимального значения, составляющего около 15 м/с (см. рис. 4, б).

Наличие участка поверхностной конденсации пара хорошо видно и на рис. 5, 6, где приведены распределения температуры, а также давления пара по длине канала. Как следует из представленных на этом рисунке расчетных данных, температура и давление пара вблизи стенки ПГК на участке  $1,4 \text{ мм} < z < 3,7 \text{ мм}$  превышают соответствующие значения  $T_s$  и  $p_s$  (ср. кривые 1, 2 на рис. 5 и 6), т.е. здесь имеет место конденсация металлического пара на поверхности канала. Что касается числовых значений давления пара и его полного (включая реактивное) давления на стенку канала, то, например, вблизи выходного сечения ПГК указанные величины могут быть почти на  $5 \cdot 10^3 \text{ Па}$  меньше, чем при использовании модели насыщенного пара (см. рис. 6). Таким образом, при определении формы парогазового канала, а следовательно, и распределения мощности лазерного излучения, поглощаемого свободной поверхностью расплава, следует, вообще говоря, учитывать газодинамику пара внутри ПГК.

Еще одним фактором, который может оказаться существенным при рассмотрении энергетического баланса поверхности ПГК, является теплообмен за счет процессов испарения и поверхностной конденсации металлического пара на стенке канала. На рис. 7 приведено распределение по глубине

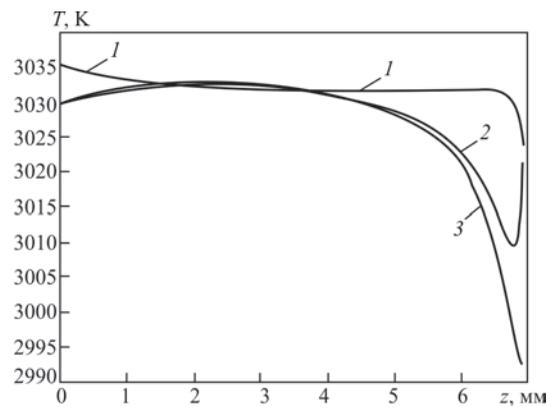


Рис. 5. Распределение температуры вдоль ПГК: 1 — температура поверхности расплава; 2 — температура металлического пара вблизи этой поверхности; 3 — температура пара на оси канала канала теплового потока, переносимого металлическим паром через поверхность ПГК:

$$q(z) = \frac{\bar{p}(z)}{M_1} \bar{v}(z) \left[ \lambda + \frac{5}{2} k \bar{T}(z) + \frac{1}{2} M \bar{v}^2(z) \right]. \quad (17)$$

Как следует из расчетных данных, представленных на этом рисунке, поверхность парогазового канала можно разделить на три участка. Участок положительного теплового потока на стенку канала (нагрев за счет поверхностной конденсации пара и выделяющейся при этом энергии связи атомов в расплаве) разделяет два участка, где пар уносит энергию (охлаждение поверхности расплава в результате испарения). Максимальное по абсолютной величине значение потока тепла, уносимого паром с поверхности ПГК, достигается вблизи выхода из канала и составляет величину порядка  $3 \cdot 10^7 \text{ Вт/м}^2$ . Полученные значения теплового потока, переносимого паром, свидетельствуют о необходимости его учета при анализе процессов теплообмена на поверхности сварочной ванны применительно к условиям лазерной сварки с глубоким проплавлением.

**Модель конвективной диффузии металлического пара во внешней газовой среде. При**

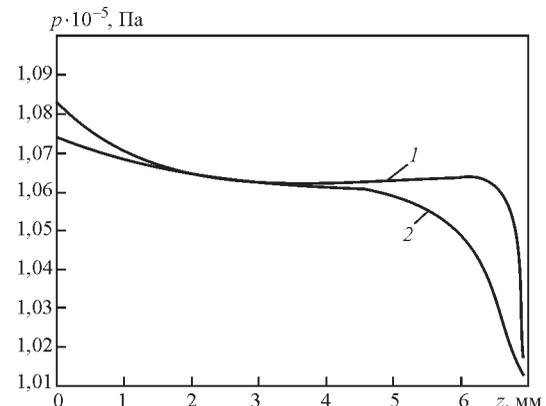


Рис. 6. Распределение давления по глубине канала: 1 — давление насыщенного пара, соответствующее данному значению температуры поверхности ПГК; 2 — давление металлического пара, полученное в результате решения газодинамической задачи

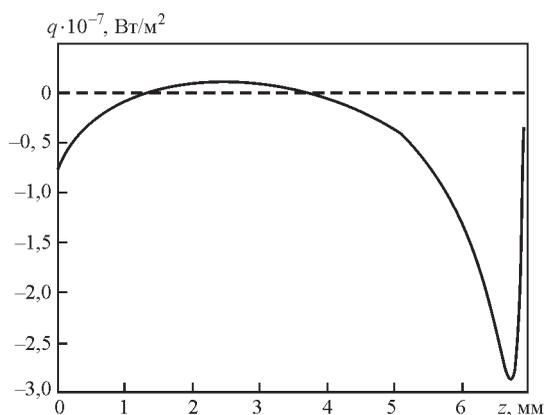


Рис. 7. Распределение по глубине канала потока тепла, переносимого паром через его поверхность

рассмотрении истечения струи металлического пара из ПГК во внешнюю газовую среду и формирования парогазового факела будем предполагать, что внешний (защитный) газ является инертным (Ar, He), т.е. не вступает в химические реакции с атомами металла, а степень ионизации образующейся парогазовой смеси пренебрежимо мала. В этом случае для моделирования процессов тепло-, массопереноса в потоке пара, истекающего из рассматриваемого канала, также можно использовать систему газодинамических уравнений в приближении пограничного слоя (5)–(7), дополнив ее уравнением конвективной диффузии атомов металла во внешнем газе [13]:

$$\rho \left( \frac{\partial m_1}{\partial r} + u \frac{\partial m_1}{\partial z} \right) = \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left( r \rho D_{1,2} \frac{\partial m_1}{\partial r} \right). \quad (18)$$

Здесь  $\rho = \rho_1 + \rho_2$ ,  $\rho_1 = M_1 n_1$ ,  $\rho_2 = M_2 n_2$ , где  $n_2$ ,  $M_2$  — концентрация и масса атомов защитного газа,  $m_i =$

$= \rho_i / \rho$  — относительные массовые концентрации металлической ( $i = 1$ ) и газовой ( $i = 2$ ) компонент в парогазовой смеси. Температурная зависимость коэффициента диффузии атомов пара во внешнем газе  $D_{1,2}(T)$  в рамках модели твердых упругих шариков может быть определена с помощью выражения [16]:

$$D_{1,2} = \frac{3}{8nr_{1,2}^2} \left( \frac{kT}{2\pi M_{1,2}} \right)^{1/2}, \quad (19)$$

где  $n = n_1 + n_2$  — полная концентрация атомов в смеси;  $M_{1,2} = \frac{M_1 M_2}{M_1 + M_2}$  — приведенная масса;  $r_{1,2} = (r_1 + r_2)/2$ , где  $r_2$  — радиус атома газа.

Для вычисления коэффициентов переноса  $\eta(T)$  и  $\chi(T)$  парогазовой смеси, входящих в уравнения (6) и (7), использовались правила смеси [18]:

$$\eta = \sum_{i=1}^2 \left( \frac{n_i}{\sum_{j=1}^2 n_j L_{i,j}} \right) \eta_i; \quad \chi = \sum_{i=1}^2 \left( \frac{n_i}{\sum_{j=1}^2 n_j L_{i,j}} \right) \chi_i. \quad (20)$$

Здесь  $\eta_i$ ,  $\chi_i$  — парциальные значения вязкости и теплопроводности металлической ( $i = 1$ ) и газовой ( $i = 2$ ) компонент, вычисляемые по формулам (11), а величины  $L_{ij}$  определяются выражением

$$L_{i,j} = \sqrt{\frac{2M_{i,j} r_{i,j}^2}{M_i r_i^2}}. \quad (21)$$

Для расчета удельной теплоемкости смеси при постоянном давлении можно использовать соотношение

$$C_p = m_1 C_{p1} + m_2 C_{p2}, \quad (22)$$

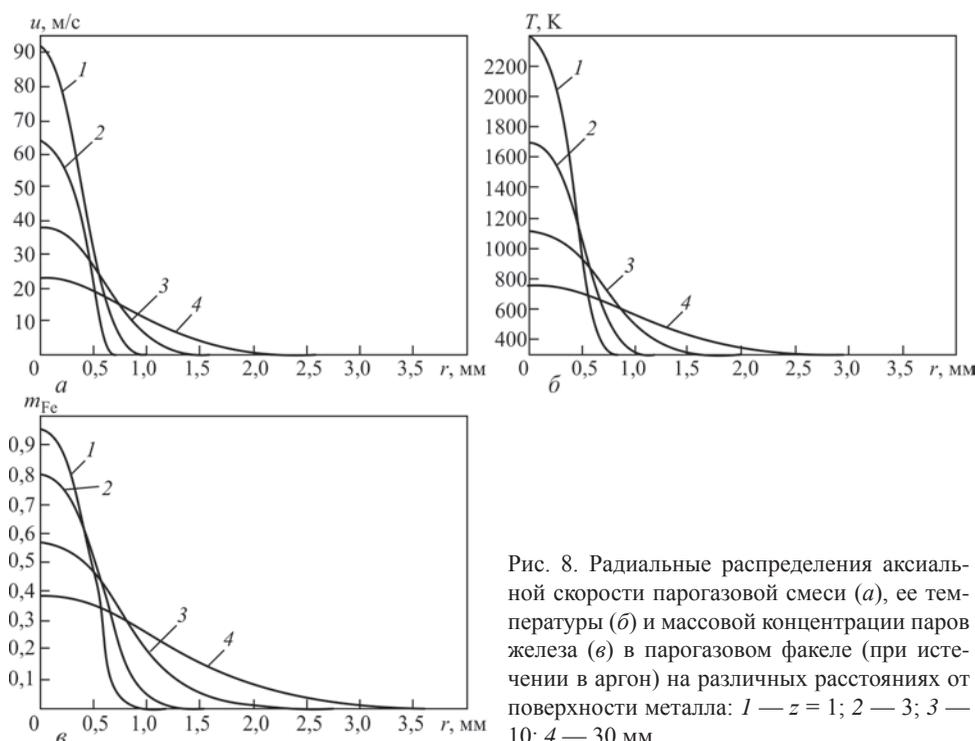


Рис. 8. Радиальные распределения аксиальной скорости парогазовой смеси (а), ее температуры (б) и массовой концентрации паров железа (в) в парогазовом факеле (при истечении в аргон) на различных расстояниях от поверхности металла: 1 —  $z = 1$ ; 2 — 3; 3 — 10; 4 — 30 мм

где  $C_{pi}$  — удельные теплоемкости соответствующих компонент парогазовой смеси, определяемые согласно (10).

Для решения системы уравнений (5)–(7), (18) ее необходимо дополнить краевыми и входными условиями на границах расчетного участка  $\{0 \leq r < R_\infty; 0 \leq z\}$ , где  $R_\infty$  — радиус расчетного участка течения вне ПГК. Из условия цилиндрической симметрии имеем:

$$\frac{\partial u}{\partial r} = 0; v = 0; \frac{\partial T}{\partial r} = 0; \frac{\partial m_1}{\partial r} = 0 \text{ при } r = 0. \quad (23)$$

На внешней границе расчетного участка, расположенной на достаточном удалении от оси канала, предполагается, что концентрация атомов пара здесь исчезающе мала, внешний газ покоится и имеет температуру  $T_\infty = 300$  К. Тогда граничные условия для искомых величин примут вид:

$$u = 0; T = T_\infty; m_1 = 0 \text{ при } r = R_\infty. \quad (24)$$

Входные условия при  $z = 0$  (т.е. в плоскости выходного сечения ПГК) определяются распределениями соответствующих величин, полученными в результате решения задачи газодинамики пара в

парогазовом канале. Распределение массовой концентрации металлического пара в этой плоскости определяется следующим образом:

$$m_1 = 0 \text{ при } 0 \leq r \leq R(H) \text{ и } m_1 = 0 \text{ при } r > R(H). \quad (25)$$

**Численный анализ характеристик течения пара вне парогазового канала.** Система дифференциальных уравнений (5)–(7), (18), описывающих течение металлического пара вне ПГК, решалась численно, с использованием метода, описанного выше. На рис. 8 показаны радиальные распределения аксиальной скорости и температуры в парогазовом факеле, образующемся при истечении струи пара (Fe) из рассматриваемого канала в аргон атмосферного давления. Здесь же приведены радиальные распределения массовой концентрации атомов пара в парогазовой смеси для различных расстояний от поверхности металла. Как следует из представленных на рис. 8, в расчетных данных, прямоугольный профиль (25) массовой концентрации атомов Fe, который имеет место в плоскости выходного сечения канала, постепенно размывается, так, что при  $z = 30$  мм величина  $m_{Fe} \equiv m_1$  на оси струи становится меньше 0,4, а радиус области,

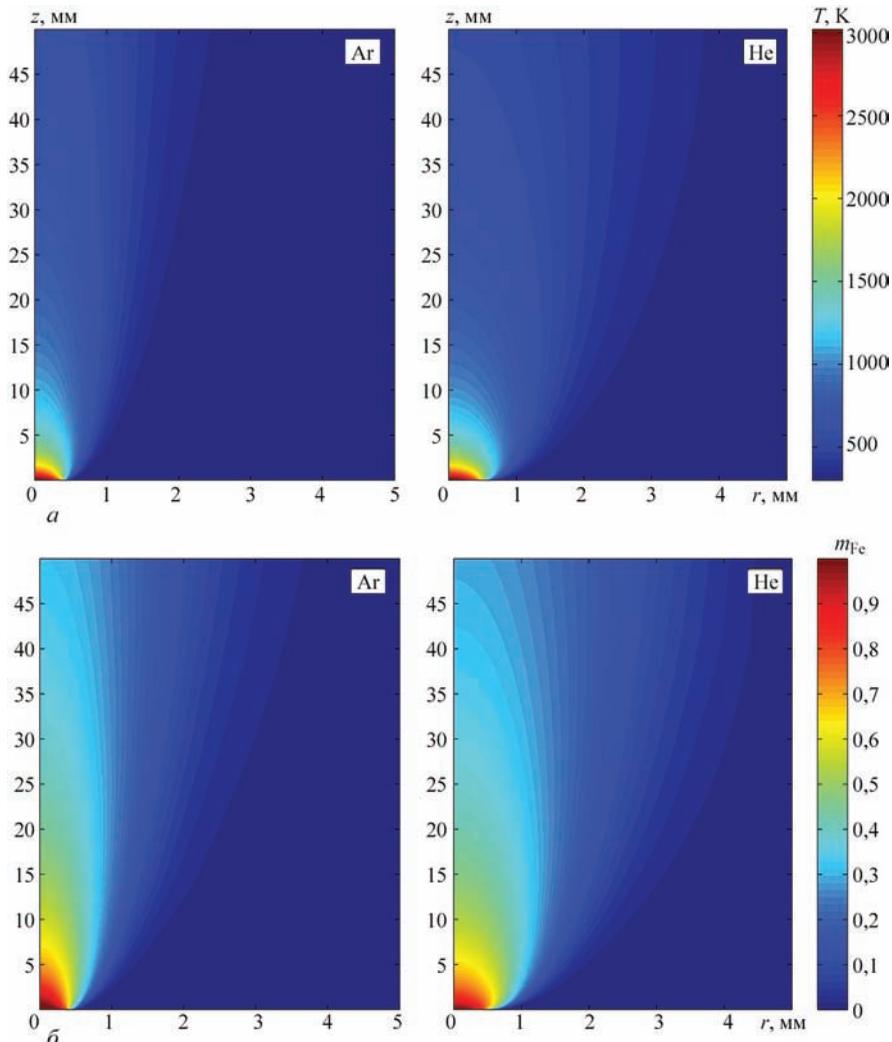


Рис. 9. Поля температуры (а) и массовой концентрации железа (б) в парогазовом факеле при истечении в аргон и гелий

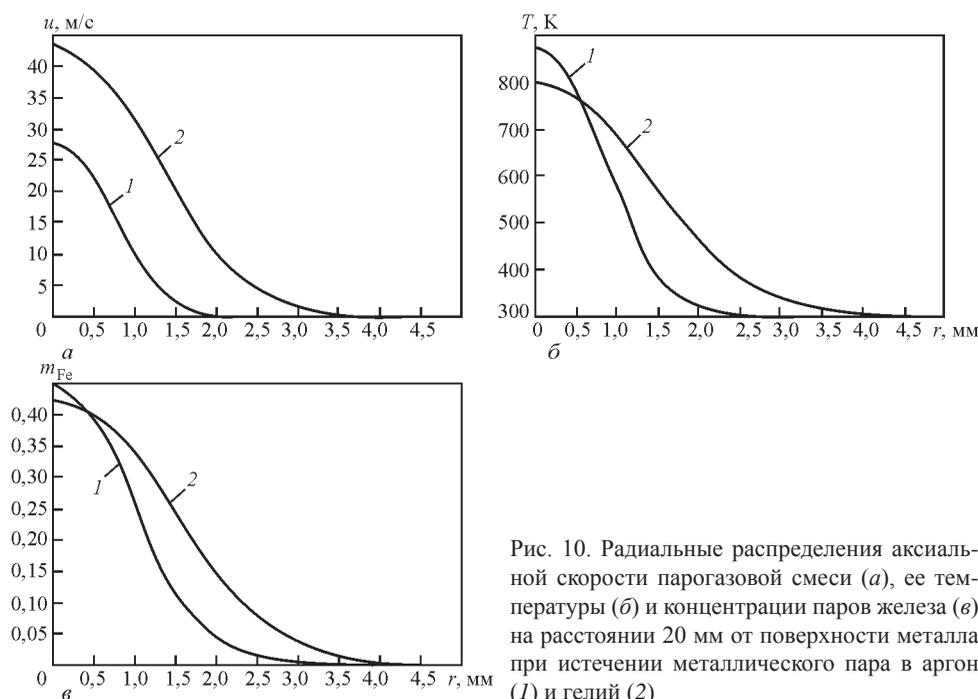


Рис. 10. Радиальные распределения аксиальной скорости парогазовой смеси (а), ее температуры (б) и концентрации паров железа (в) на расстоянии 20 мм от поверхности металла при истечении металлического пара в аргон (1) и гелий (2)

где концентрация металлического пара отлична от нуля, достигает 4 мм. Подобным образом ведут себя температура парогазовой смеси и ее аксиаль-

ная скорость, за исключением того, что области теплового и газодинамического возмущения внешнего газа оказываются более узкими (см. рис. 8, а, б).

Рис. 9, 10 позволяют сравнить пространственные распределения температуры, скорости и массовой концентрации металлического пара при его истечении в аргон и гелий атмосферного давления. Представленные здесь расчетные данные свидетельствуют о том, что диффузия пара в He происходит более интенсивно, чем в Ar, в результате чего ширина области, занятой паром, в гелии оказывается больше (см. рис. 9, б; 10, в). Расчетные поля температуры парогазовой смеси также свидетельствуют о более широкой зоне теплового воздействия на внешний газ струи пара, истекающей в He (см. рис. 9, а; 10, б), что связано с его высокой теплопроводностью. Что касается скорости парогазовой смеси, то струя пара, истекающая в аргон, тормозится более интенсивно, чем при истечении в гелий (см. рис. 10, а). Последнее обстоятельство можно связать с более высокой вязкостью аргона.

Чтобы охарактеризовать состояние металлического пара как вне, так и внутри парогазового канала, можно использовать безразмерный параметр  $\theta$ , определяющий степень переохлаждения пара [19]:

$$\theta = \frac{T_p - T}{T_p}, \quad (26)$$

где  $T_p$  — температура насыщенного пара при заданной плотности;  $T$  — его фактическая температура. При таком задании степени переохлаждения условие  $\theta > 0$  соответствует пересыщенному (переохлажденному) пару, а  $\theta < 0$  — перегретому (в первом случае пар может конденсироваться в объеме, образуя частицы конденсата, рассеивающие лазерное излучение).

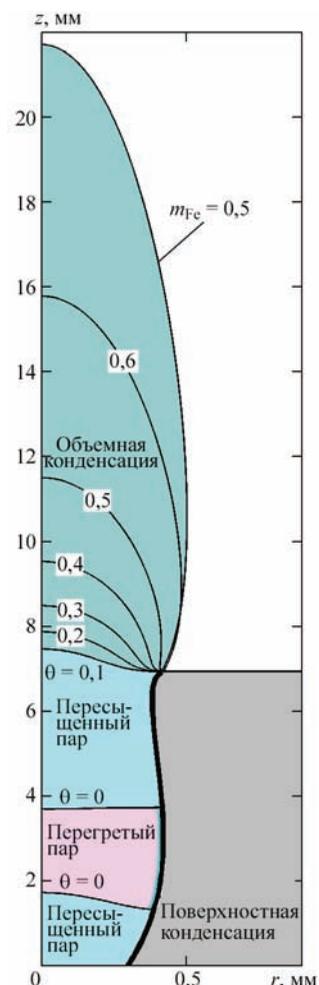


Рис. 11. Состояние металлического пара внутри ПГК и в парогазовом факеле над поверхностью металла

Как следует из расчетных данных, приведенных на рис. 11, по состоянию пара рассматриваемый ПГК можно разделить на три зоны. Там, где имеет место испарение стенки канала, пар оказывается переохлажденным, что соответствует данным [2], а там, где имеет место поверхностная конденсация, он является перегретым. Степень переохлаждения металлического пара в канале невелика и составляет всего несколько процентов, поэтому пренебрежение объемной конденсацией пара здесь является вполне оправданным. Совершенно иная картина наблюдается в парогазовом факеле. При выходе из канала пар становится сильно пересыщенным (см. рис. 11), поэтому здесь необходимо учитывать возможность его объемной конденсации и образование частиц конденсированной фазы.

*В заключение авторы благодарят проф. Г. А. Туричина за предоставленные им расчетные данные о форме, размерах и температуре поверхности парогазового канала при лазерной сварке низкоуглеродистой стали.*

#### Выводы

1. Модель процесса быстрого поверхностного испарения, предложенная в [10] может быть использована для описания поверхностной конденсации пара.

2. Распределение вдоль поверхности ПГК скорости металлического пара через границу кнудсовского слоя, примыкающего к поверхности расплава, может быть определено только на основе самосогласованного описания процессов испарения металла и поверхностной конденсации пара, а также процессов газодинамики и теплообмена в потоке пара, заполняющего канал.

3. Скорость пара, истекающего из ПГК во внешний газ атмосферного давления при лазерной сварке низкоуглеродистой стали, достигает значений порядка 150 м/с, а температура пара в выходном сечении канала имеет минимальное значение вблизи оси канала.

4. На поверхности ПГК существуют участки испарения, разделенные между собой участком поверхностной конденсации. Поток энергии, переносимой паром может оказывать существенное влияние на тепловой баланс поверхности расплавленного металла, а давление пара на эту поверхность может значительно отличаться от давления насыщенного пара.

5. При истечении металлического пара (Fe) из ПГК в покоящийся газ (Ar, He) атмосферного давления, струя пара более интенсивно тормозится в аргоне, в то время как охлаждение и диффузия пара, наоборот, более интенсивно происходят в гелии.

6. Степень переохлаждения металлического пара в ПГК достаточно мала, поэтому объемную конденсацию пара в канале можно не учитывать. При выходе из ПГК пар становится сильно пересыщенным и, следовательно, необходимо учитывать образование частиц конденсированной фазы.

1. *Воздействие лазерного излучения на материалы* / Р. В. Арутюнян, В. Ю. Баранов, Л. А. Большов и др. // Москва: Наука, 1989. — 367 с.
2. *Действие излучения большой мощности на металлы* / С. И. Анисимов, Я. А. Имас, Г. С. Романов и др. // Москва: Наука, 1970. — 272 с.
3. *Лопота В. А., Сухов Ю. Т., Туричин Г. А.* Модель лазерной сварки с глубоким проплавлением для применения в технологии // Изв. АН СССР. Сер. Физ. — 1997. — **61**, № 8. — С. 1613–1618.
4. *Heat transfer and fluid flow during keyhole mode laser welding of tantalum, Ti-6Al-4V, 304L stainless steel and vanadium* / R. Rai, J. W. Elmer, T. A. Palmer et al. // J. Phys. D: Appl. Phys. — 2007. — **40**. — P. 5733–5766.
5. *Kaplan A.* A model of deep penetration laser welding based on calculation of the keyhole profile // Ibid. — 1994. — **27**. — P. 1805–1814.
6. *Transition model for the keyhole during laser welding* / V. V. Semak, W. D. Bragg, B. Damkroger et al. // Ibid. — 1999. — **32**. — P. L61–L64.
7. *Amara E. H., Fabbro R., Bendib A.* Modeling of the compressible flow induced in a keyhole during laser welding // J. of Appl. Phys. — 2003. — **93**, No. 7. — P. 4289–4296.
8. *Туричин Г. А.* Гидродинамические аспекты устойчивости парогазового канала при лучевых видах сварки // Физика и химия обработки материалов. — 1996. — № 4. — С. 74–82.
9. *Mechanism of keyhole formation and stability in stationary laser welding* / J. Y. Lee, S. H. Ko, D. F. Farson et al. // J. Phys. D: Appl. Phys. — 2002. — **35**. — P. 1570–1576.
10. *Knight Ch. J.* Theoretical modeling of rapid surface vaporization with back pressure // AIAA Journal. — 1979. — **17**, No. 5. — P. 519–523.
11. *Демченко В. Ф., Кривцун І. В., Нестеренков В. М.* Модель процесів випаровування — конденсації на плоскій поверхні // Доповіді Національної академії наук України. — 2004. — № 1. — С. 90–94.
12. *Ландау Л. Д., Лифшиц Е. М.* Теоретическая физика. — Москва: Наука, 1986. — Т. VI. Гидродинамика. — 736 с.
13. *Лойцянский Л. Г.* Ламинарный пограничный слой. — Москва: Физматгиз, 1962. — 480 с.
14. *Андерсон Д., Таннехилл Дж., Плетчер Р.* Вычислительная гидромеханика и теплообмен. — Москва: Мир, 1990. — Т. 1. — 384 с.
15. *Ландау Л. Д., Лифшиц Е. М.* Теоретическая физика. — Москва: Наука, 1976. — Т. V. Статистическая физика. — 585 с.
16. *Смирнов Б. М.* Физика слабоионизованного газа. — Москва: Наука, 1978. — 416 с.
17. *Пасконов В. М., Полежаев В. И., Чудов Л. А.* Численное моделирование процессов тепло- и массообмена. — Москва: Наука, 1984. — 286 с.
18. *Митчнер М., Кругер Ч.* Частично ионизированные газы. — Москва: Мир, 1976. — 496 с.
19. *Зельдович Я. Б., Райзер Ю. П.* Физика ударных волн и высокотемпературных гидродинамических явлений. — Москва: Наука, 1966. — 688 с.

## 2.1.10. MODELING OF METAL VAPORIZATION AT LASER PROCESSING\*

I.L. SEMENOV, I.V. KRIVTSUN, V.F. DEMCHENKO

Process of convective vaporization exerts essential influence on a thermal state of metal at pulse laser processing. If intensity of laser emission is high enough, the surface of a processed product can heat up to the temperatures exceeding boiling temperature that is accompanied by intensive evaporation of metal. As show estimates [1, 2], loss of heat due to evaporation can be in the order of the energy put in processed metal by laser emission. In addition, a stream of metal vapor, flowing out from a heating spot, qualitatively changes process of interaction of laser emission with metal. At first, metal vapor can absorb emission, shielding the heated up surface. Secondly, vapor can be ionized under effect of emission and, in this case, the absorption of laser emission is governed by characteristics of metal plasma, which essentially depend on vapor flow pattern. Thus, except for definition of heat loss due to evaporation, the research of gas-dynamic flow structure, arising at flowing out of metal vapor in surrounding gas, has also a great sense.

The most detailed description of process of evaporation can be accomplished on the basis of Boltzmann equation or its simplifications. Boltzmann equation describes evolution of the velocity distribution function of the vapor or gas atoms. The statistical approach, based on consideration of distribution function, does not depend on a degree of gas rarefaction unlike classical gas-dynamic approach. The equations of gas dynamics correctly describe behavior of gas only then the condition  $l = L$  holds, where  $l$  is the average length of particles free path, and  $L$  is the characteristic geometrical size of the problem. By virtue of this condition the equations of gas dynamics cannot be used for research of vapor flow characteristics inside Knudsen layer, but also the solution of these equations does not give the information on structure of shock waves and contact discontinuities. Boltzmann equation can be used for research of vapor flow characteristics in all areas and statement of a problem for it does not demand attraction of models of Knudsen layer, such, for example, as the models offered by Anisimov [1] and Knight [2]. At the same time, Boltzmann equation is the complex integral-differential equation which analytical solutions are known only for some simple problems. Generally, for its solution it is necessary to use time-consuming numerical methods.

So, recently the approaches, based on the numerical solution of simplified variants of Boltzmann equation the so-called model kinetic equations, actively develop. Most known of such equations is the BGK equation [3]. In this model equation the integral of collisions is replaced with simplified member, describing a relaxation of distribution function to locally equilibrium Maxwell function. In spite of the fact that BGK equation differs from initial Boltzmann equation, it keeps the basic advantages of the kinetic approach and is successfully applied to study various gas-dynamic flows.

In the present work process of evaporation of metal is analyzed on the basis of the one-dimensional model kinetic BGK equation, which has been written for particles of metal vapor. In case of evaporation in surrounding gas it is necessary to consider two kinetic equations: for particles of metal vapor, and for particles of gas. In the given work for simplicity the model situation, in which metal vapor scatters in an atmosphere consisting of atoms of the same metal, is considered. It allows one kinetic equation instead of two to be considered.

*Statement of the problem and solution method.* Let us consider one-dimensional non-stationary kinetic equation BGK which can be written as follows:

$$\frac{\partial f}{\partial t} + \xi_x \frac{\partial f}{\partial x} = \nu(f_M - f), \quad (1)$$

where  $f(t, x, \xi_x, \xi_y, \xi_z)$  is the velocity distribution function of vapor particles;  $f_M$  is the local equilibrium distribution function; and  $\nu$  is the collision frequency. The axis  $x$  is perpendicular to the metal surface and it is directed in the line of vapor flow. Vector  $\vec{\xi} = (\xi_x, \xi_y, \xi_z)$  is a velocity vector of vapor particles. If distribution function is known, macroscopic variables of the vapor are defined as follows:

$$n = \int f d\vec{\xi}, \quad (2)$$

$$nu = \int \xi_x f d\vec{\xi}, \quad (3)$$

$$\frac{3kTn}{2} = \frac{1}{2} \int M \xi^2 f d\vec{\xi}, \quad (4)$$

where  $n$  is the concentration of vapor particles;  $u$  is the macroscopic velocity;  $T$  is the vapor temperature;  $k$  is the Boltzmann constant; and  $M$  is the mass of vapor atom.

\*Proc. of Third Int. Conf. on Mathematical Modelling and Information Technologies in Welding and Related Processes (Katsiveli, Crimea, Ukraine). — 2006. — P. 184–187.

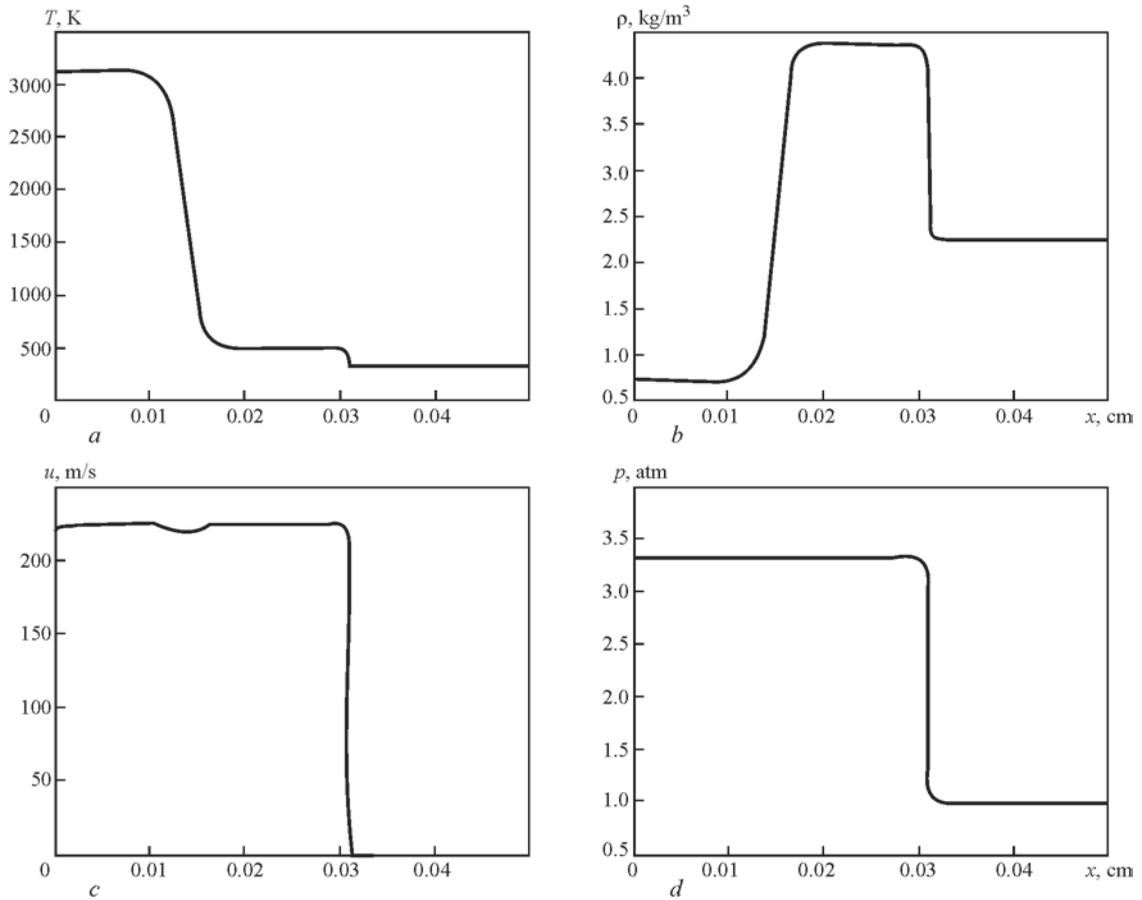


Fig. 1. Distribution of gas-dynamic parameters along axis  $x$  by the moment of time  $t = 6.7 \cdot 10^{-7}$  s at  $T_s = 3492$  K:  $a$  — temperature;  $b$  — density;  $c$  — velocity;  $d$  — pressure

Integration in formulas (2)–(4) is conducted on whole velocity space. Equilibrium distribution function has a following appearance:

$$f_M = n \left( \frac{1}{2\pi AT} \right)^{3/2} \exp\left(-\frac{c^2}{2AT}\right), \quad (5)$$

where  $A$  is the molar gas-dynamic constant of the vapor; and  $\bar{c} = (\bar{\xi} - \bar{u})^2$  is the thermal velocity. Collision frequency in the equation (1) is defined as follows:  $\nu = p/\mu$ ; here  $p = nkT$  is the pressure, and  $\mu$  is the vapor viscosity. For vapor viscosity we shall accept expression which turns out as a first approximation of Chapman–Enskog method:

$$\mu = \frac{5\sqrt{\pi}}{16} \frac{M}{\pi\sigma_{\text{eff}}^2} \sqrt{kT/M}, \quad (6)$$

where  $\sigma_{\text{eff}}$  is the effective size of the particle, which depends on the chosen model of interaction potential. For example, in the case hard spheres we have  $\sigma_{\text{eff}} = d$ , where  $d$  is the diameter of a particle. For power potential of interaction  $u(r) = \sigma_s/r^s$  where  $r$  is the distance between centers of particles;  $s$  is the extent of potential; and  $\sigma_s$  is the depth of a potential well, the effective size of a particle is expressed as follows:

$$\sigma_{\text{eff}} = \left( \frac{A_2(s+1)\Gamma(4-2/s)}{2} \right)^{1/2} \left( \frac{2kT}{\sigma_s} \right)^{-1/s}. \quad (7)$$

Here  $\Gamma(4-2/s)$  is the  $\gamma$ -function, and factors  $A_2(s+1)$  are calculated in [4]. Let us notice that at such choice of interaction potential vapor viscosity turns out to be proportional to  $T^\omega$ , where  $\omega = 1/2 + 2/s$ . In the limit  $s \rightarrow \infty$  (hard sphere model) we obtain  $\mu \propto \sqrt{T}$ .

The equation (1) we shall solve in a dimensionless form. For this purpose we shall pass to dimensionless variable:

$$\begin{aligned} x' &= x/L, & n' &= n/n_0, & T' &= T/T_0, & \xi' &= \xi/c_0, \\ u' &= u/c_0, & f' &= f/c_0^3/n_0, \end{aligned} \quad (8)$$

where  $c_0 = \sqrt{2AT_0}$  is the thermal velocity of the particles in surrounding gas (at infinity);  $L$  is the characteristic dimension of the problem;  $n_0$  and  $T_0$  is the concentration and temperature of vapor particles at infinity, respectively. Further strokes at dimensionless variables we shall omit.

Let us lead also standard procedure of dimension reduction. We shall pass to two new functions, which are expressed through distribution function as follows:

$$f_1 = \int f d\xi_y d\xi_z, \quad f_2 = \int (\xi_y^2 + \xi_z^2) f d\xi_y d\xi_z. \quad (9)$$

Passing to functions  $f_1$  and  $f_2$  also allows considering problem in spaces  $(x, \xi_x)$ , that essentially raises efficiency of numerical solution as in this case 3D-integrals (2)–(4) become 1D. Such manner, however,

demands the solution of two equations for two unknown functions, but it not strongly affects general efficiency of the method.

The equation (1) after dimension reduction and passing to dimensionless variables is written as follows:

$$\begin{aligned} \frac{\partial f_1}{\partial t} + \xi_x \frac{\partial f_1}{\partial x} &= \frac{8}{5\sqrt{\pi}} \frac{1}{\text{Kn}} n T^{1-w} (f_1^M - f_1); \\ \frac{\partial f_2}{\partial t} + \xi_x \frac{\partial f_2}{\partial x} &= \frac{8}{5\sqrt{\pi}} \frac{1}{\text{Kn}} n T^{1-w} (f_2^M - f_2). \end{aligned} \quad (10)$$

Equilibrium distribution functions in this case are defined as follows:

$$f_1^M = \frac{n}{\sqrt{\pi T}} \exp\left(-\frac{(\xi_x - u_x)^2}{T}\right), \quad f_2^M = T f_1^M. \quad (11)$$

The dimensionless parameter — Knudsen number, entering into the right part of the equation (10), has a form

$$\text{Kn} = l_0 / L, \quad (12)$$

where  $l_0 = 1 / \sqrt{2} n_0 \pi \sigma_{\text{eff}0}^2$  average free path of vapor particles in surrounding gas.

Vapor macroscopic variables are defined through required functions as follows:

$$n = \int f_1 d\xi_x, \quad (13)$$

$$nu = \int \xi_x f_1 d\xi_x, \quad (14)$$

$$T = \frac{2}{3n} \int [(\xi_x - u_x)^2 f_1 + f_2] d\xi_x. \quad (15)$$

It is necessary to note once again that integrals in formulas (13)–(15) integrated only by the variable  $\xi_x$ , instead of whole velocity space.

Problem for the equations (10) we shall set within interval  $[0, 1]$ . Let us assume that evaporating surface coincides with border  $x = 0$ , and the border  $x = 1$  is in surrounding gas. On the border  $x = 0$  it is necessary to define distribution function of particles leaving the surface. At that, distribution function of particles falling to the surface is obtained from the solution of the problem. Let us assume that all falling particles are condensed on metal surface, and the temperature  $T_s$  of the surface has the certain value and does not change in time. Distribution functions of outgoing particles on the border  $x = 0$  we shall set in a following form:

$$\begin{aligned} f_1(x=0, t>0, \xi_x > 0) &= \frac{n_s}{\sqrt{\pi T_s}} \exp\left(-\frac{\xi_x^2}{T_s}\right), \\ f_2(x=0, t>0, \xi_x > 0) &= T_s \frac{n_s}{\sqrt{\pi T_s}} \exp\left(-\frac{\xi_x^2}{T_s}\right). \end{aligned} \quad (16)$$

Here  $n_s$  is the concentration of saturated vapor at temperature  $T_s$ . Let us assume that pressure of saturated vapor is defined by means of Clapeyron–Clausius formula

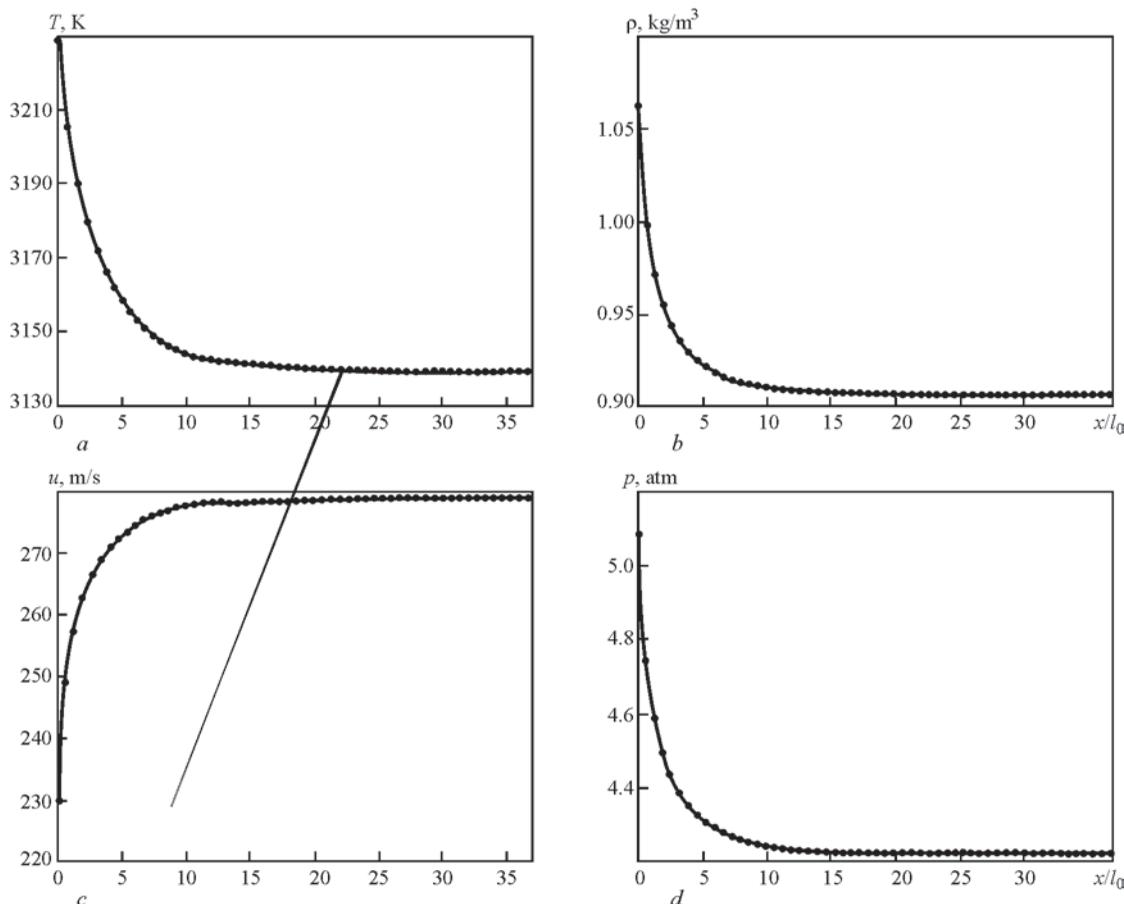


Fig. 2. Distribution of gas-dynamic parameters inside Knudsen layer by the moment of time  $t = 6.7 \cdot 10^{-7}$  s at  $T_s = 3492$  K: a — temperature; b — density; c — velocity; d — pressure

$$p_s = \exp\left\{q\left(1 - \frac{T_b}{T_s}\right)\right\}, \quad (17)$$

where  $T_b$  is the metal boiling temperature, and  $q = \lambda/RT_s$ . Here  $\lambda$ , is the heat of vaporization per mole, and  $R$  is the absolute gas constant. It should be noted that pressure of saturated vapor  $p_s$  in the formula (17) is expressed in dimensionless units, i.e. it is divided by pressure in surrounding gas  $p_0 = kn_0T_0$ . Concentration of particles in saturated vapor is obtained from the state equation of ideal gas which in dimensionless variables looks like

$$n_s = p_s / T_s. \quad (18)$$

On border  $x = 1$  it is necessary to define distribution function for the incoming particles. We shall accept that distribution function is equal to equilibrium function in surrounding gas:

$$\begin{aligned} f_1(x=1, t>0, \xi_x < 0) &= \frac{1}{\sqrt{\pi}} \exp(-\xi_x^2), \\ f_2(x=1, t>0, \xi_x < 0) &= f_1(x=1, t>0, \xi_x < 0). \end{aligned} \quad (19)$$

As the initial condition we shall accept equilibrium distribution function

$$\begin{aligned} f_1(x, t=0, \xi_x) &= \frac{1}{\sqrt{\pi}} \exp(-\xi_x^2), \\ f_2(x, t=0, \xi_x) &= f_1(x, t=0, \xi_x). \end{aligned} \quad (20)$$

The equations (10), with initial conditions (20) and boundary conditions (16), (19), are solved numerically with the aid of the method which has been offered in work [5]. The given method is based on splitting of the equations (10) on physical processes on a small time increment. Thus the stage of free molecule transfer and the stage of the relaxation are considered separately. The basic attention at the numerical solution of the equations (10) should be turned on the validity of discrete conservation laws. For this purpose in [5] the technique of Maxwell function correction is offered on each step on time that provides strict performance of discrete conservation laws.

*Results of modeling.* Let us consider results of the numerical solution of BGK equation for iron vapor. The temperature and pressure of surrounding gas were  $T_0 = 300$  K and  $p_0 = 10^5$  Pa, and concentration of particles  $n_0 = \rho_0 N_A / \mu_{Fe} = 2.4 \cdot 10^{25}$ , where  $A_{Fe} = 148.5$  J/(kg/K) is the gas-dynamic constant for iron;  $\mu_{Fe} = 0.056$  kg/mol is the iron mole mass; and  $N_A$  is the Avogadro's number. At a given value of temperature of surrounding gas thermal velocity of particles is  $c_0 = \sqrt{2A_{Fe}T_0} = 298.5$  m/s. The boiling temperature of iron was accepted equal  $T_b = 3133$  K, heat of vaporization —  $\lambda = 415.7$  kJ/mol. In all calculations for

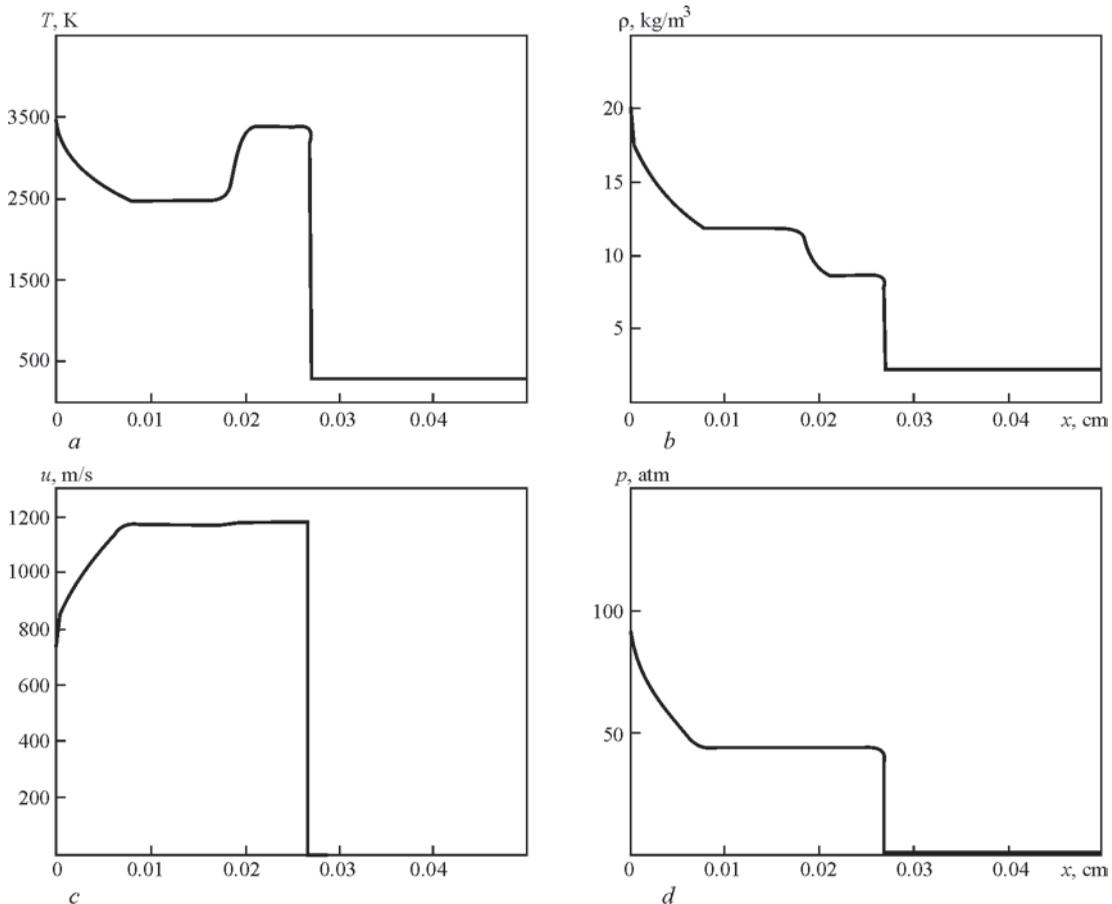


Fig. 3. Distribution of gas-dynamic parameters along axis  $x$  by the moment of time  $t = 1.7 \cdot 10^{-7}$  s at  $T_s = 4932$  K:  $a$  — temperature;  $b$  — density;  $c$  — velocity;  $d$  — pressure

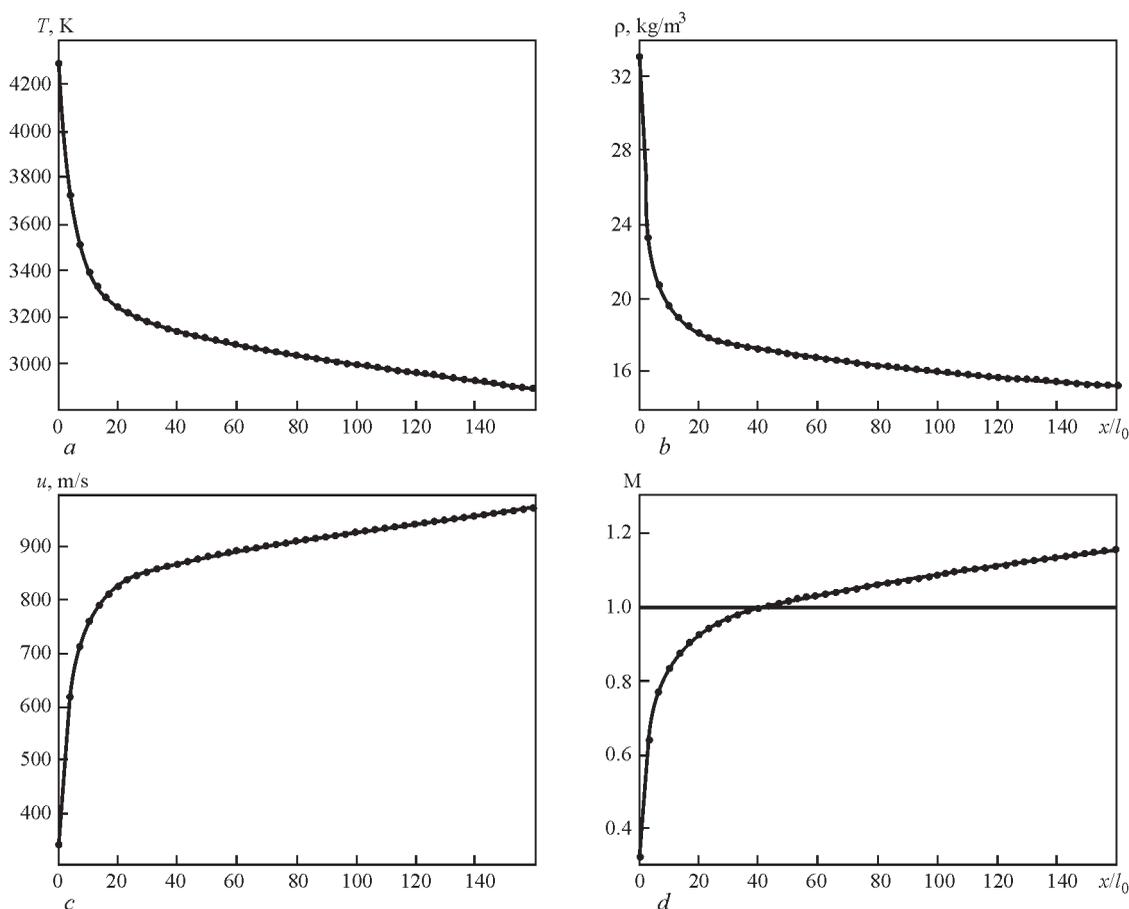


Fig. 4. Distribution of gas-dynamic parameters inside Knudsen layer by the moment of time  $t = 1.7 \cdot 10^{-7}$  s at  $T_s = 4932$  K: *a* — temperature; *b* — density; *c* — velocity; *d* — Mach number

simplicity the hard spheres model was used. The characteristic size of iron atom  $d = 0.254$  nm, thus average length of free path  $l_0 \approx 1.4 \cdot 10^{-5}$  cm. The characteristic dimension of a problem was accepted equal  $L = 1$  cm, then  $Kn \approx 1.5 \cdot 10^{-5}$ .

Let us consider in the beginning a flow pattern which appear at rather small overheat of metal surface above boiling temperature. We shall result, for example, dimensional results of calculations for iron at  $T_s = 3492$  K. In Figure 1 distributions of temperature, density, velocity and pressure along axis  $t$  are presented by the moment of time  $t = 6.7 \cdot 10^{-7}$  s.

As follows from the Figure, at a small overheat of a surface above boiling temperature the flow structure with a shock wave and contact discontinuity is established which is characteristic for a subsonic regime of vaporization. In the received solution these areas are not break surface, and have the certain structure. As the length of free path is small enough in comparison with the characteristic dimension of a problem these areas can be considered as a break surface. By virtue of the chosen scale Figure 1 does not display distribution of gas-dynamic parameters inside Knudsen layer which is located directly at an evaporating surface. Therefore in Figure 2 distribution of temperature,

density, velocity and pressure is separately shown inside Knudsen layer by the same moment of time. In addition the distance from a surface of metal is specified after dividing by average length of free path. The data presented in this Figure testify that thickness of Knudsen layer in a considered case makes approximately 20–30 lengths of free path.

Let us consider now results of the solution of the kinetic equation at a significant overheat above boiling temperature. In Figure 3 distributions of temperature, density, velocity and pressure along axis  $x$  are presented by the moment of time  $t = 1.7 \cdot 10^{-7}$  s at  $T_s = 4932$  K, and in Figure 4 distributions of gas-dynamic parameters inside Knudsen layer are shown under the same conditions.

The results of calculations, presented in Figure 3, show that at a significant overheat of a surface above boiling temperature the supersonic regime of evaporation is realized. In the given Figure the shock wave, which extends on surrounding gas, a rarefaction wave near to the metal surface and area of contact discontinuity are well visible. The data, presented in Figure 4, show that if the supersonic regime of evaporation is realized, then there is a sound point in a stream, i.e. a point in which Mach number equals

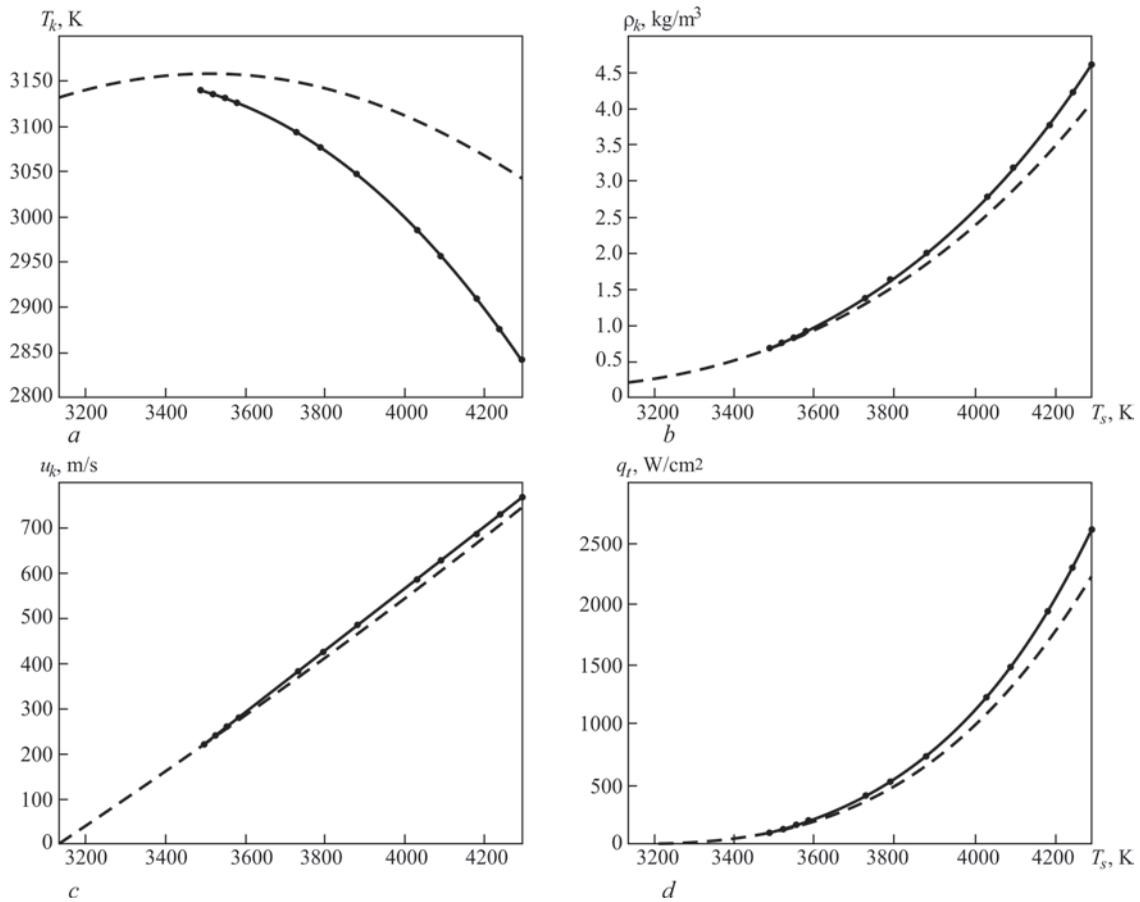


Fig. 5. Comparison of results of calculation using Knight's model (dashed) and on the basis of kinetic equation (solid curves) one. This point also defines border of Knudsen layer, which is followed by rarefaction wave.

It is interesting to compare results of calculations, obtained by means of known Knudsen layer models, with results received by the solution of the kinetic equation. One of the most known models is the Knight's one [2]. In Figure 5 dependences of temperature  $T_k$ , density  $\rho_k$ , velocity  $u_k$  and thermal loss on evaporation  $q_t$  on the border of Knudsen layer on surface temperature in a subsonic regime, calculated on Knight's model and received by the solution of the kinetic equation, are shown. From this Figure follows that Knight's model gives enough greater error at definition of temperature on the border of Knudsen layer. Also there is some error in definition of density on the border of Knudsen layer. The least relative error is shown at definition of velocity, and the greatest (up to 13 %) — at definition of thermal loss.

In supersonic regime velocity on the border of Knudsen layer is equal to local speed of sound, i.e. Mach number equals one. From Knight's model it is received following values for gas-dynamic parameters on the border of Knudsen layer:

$$K_k = 0.669T_s, \quad \rho_k = 0.308\rho_s, \quad u_k = \sqrt{\gamma A_{Fe} T_k}.$$

The solution of the kinetic equation gives

$$T_k = 0.632T_s, \quad \rho_k = 0.368\rho_s.$$

In this case the relative error in definition of temperature makes 6 %, and the relative error in definition of density is 16 %. In summary it is necessary to list also values of parameters on the border of Knudsen layer, received in Anisimov's models [1]:  $T_k = 0.6T_s$ ,  $\rho_k = 0.4\rho_s$ ,  $T_k = 0.610T_s$ ,  $p_k = 0.381\rho_s$ ; and  $T_k = 0.650T_s$ ,  $\rho_k = 0.312\rho_s$ . Here the error in definition of temperature makes 3–5 %, and in definition of density — from 4 up to 9 %.

**Acknowledgments.** This work was supported by the National Academy of Sciences of Ukraine and the Russian Foundation for Basic Research.

1. Anisimov, S.I., Imas, Ya.A., Romanov, G.S. et al. (1970) *Action of high power radiation on metals*. Moscow: Nauka.
2. Knight, Ch.J. (1979) Theoretical modelling of rapid surface vaporization with back pressure. *AIAA J.*, 17(5), 519–523.
3. Bhafnagar, P.L., Gross, E.P., Krook, M. (1954) A model of collision processes in gases. *Physical Rev.*, 94, 511–525.
4. Chapman, C., Kauling, G. (1960) *Mathematical theory of in homogeneous gases*. Moscow: AN SSSR.
5. Larina, I.N., Rykov, V.A. (2003) Numerical solution of Boltzmann equation by means of symmetric splitting method. *Comp. Mathematics and Math. Physics*, 43(4), 601–613.

## 2.1.11. СРАВНИТЕЛЬНЫЙ АНАЛИЗ МОДЕЛЕЙ КОНВЕКТИВНОГО ИСПАРЕНИЯ МЕТАЛЛА ПРИ ЛАЗЕРНОЙ ОБРАБОТКЕ\*

И. В. КРИВЦУН, И. Л. СЕМЕНОВ, В. Ф. ДЕМЧЕНКО

Для описания процесса конвективного испарения металла в условиях лазерной обработки наиболее часто используются упрощенные модели Анисимова [1] и Найта [2], суть которых заключается в постулировании определенного вида функции распределения частиц паровой фазы, возвращающихся на поверхность испаряющегося металла, и анализе идеализированной структуры течения расширяющегося пара. Более строгое описание процессов испарения и разлета пара может быть проведено на основе кинетического уравнения Больцмана, которое описывает эволюцию функции распределения частиц паровой фазы по скоростям во времени и пространстве. Отметим здесь, что уравнения газовой динамики корректно описывают поведение расширяющегося пара только при выполнении условия  $l \ll L$ , где  $l$  — средняя длина свободного пробега частиц, а  $L$  — характерный геометрический размер задачи, и, соответственно, не могут использоваться для исследования характеристик течения пара внутри Кнудсеновского слоя (тонкий слой, примыкающий к испаряющейся поверхности, в котором достигается равновесие по поступательным степеням свободы частиц паровой фазы).

Кроме того, решение этих уравнений не дает информации о структуре ударных волн и контактных разрывов, возникающих при разлете пара в окружающий газ. Уравнение Больцмана можно использовать для определения характеристик течения пара во всем пространстве, включая слой Кнудсена, поэтому постановка задачи для него не требует привлечения моделей указанного слоя, предложенных в [1], [2]. Вместе с тем, кинетическое уравнение Больцмана является сложным интегро-дифференциальным уравнением, аналитические решения которого известны только для некоторых простых задач. Ввиду этого, в последнее время активно развиваются подходы, основанные на использовании упрощенных вариантов уравнения Больцмана, — так называемых модельных кинетических уравнений. Наиболее извест-

ным из таких уравнений является уравнение Бхатнагара–Гросса–Крука (BGK-модель [3]). В этом модельном уравнении интеграл столкновений заменяется релаксационным членом более простого вида, описывающим релаксацию функции распределения к локально равновесной максвелловской функции. Несмотря на то, что уравнение BGK отличается от исходного уравнения Больцмана, оно сохраняет основные преимущества кинетического подхода и успешно применяется для исследования различных газодинамических течений.

В настоящей работе процесс конвективного испарения металла анализируется на базе одномерного модельного кинетического уравнения BGK, записанного для частиц металлического пара. В случае испарения в окружающий газ необходимо рассмотреть два кинетических уравнения: для частиц металлического пара и для частиц газа. Далее для простоты рассматривается модельная ситуация, когда металлический пар разлетается в атмосферу, состоящую из атомов того же металла, что позволяет рассматривать одно кинетическое уравнение.

**Постановка задачи и метод решения.** Рассмотрим одномерное нестационарное кинетическое уравнение BGK, которое имеет следующий вид:

$$\frac{\partial f}{\partial t} + \xi_x \frac{\partial f}{\partial x} = v(f_M - f), \quad (1)$$

где  $f(t, x, \xi_x, \xi_y, \xi_z)$  — функция распределения частиц пара;  $v$  — частота столкновений;  $f_M$  — локально равновесная функция распределения. Ось  $x$  перпендикулярна поверхности испаряющегося металла и направлена в сторону разлета пара, вектор  $\vec{\xi} = (\xi_x, \xi_y, \xi_z)$  — скорость частиц паровой фазы. Если функция распределения известна, макроскопические параметры пара определяются следующим образом:

$$n = \int f d\vec{\xi}, \quad n\bar{u} = \int \vec{\xi} f d\vec{\xi}, \quad \frac{3nkT}{2} = \frac{1}{2} \int Mc^2 f d\vec{\xi}. \quad (2-4)$$

Здесь  $n$  — концентрация частиц пара;  $\bar{u} = (u, 0, 0)$  — его макроскопическая скорость;  $k$  — постоянная Больцмана;  $T$  — температура;  $M$  — масса атома пара;  $\bar{c} = \vec{\xi} - \bar{u}$  — тепловая скорость частиц. Ин-

\*Proc. of the VI Int. Conf. on Beam Technologies & Laser Application (Sept. 23–25, St-Petersburg, Russia). — 2009. — P. 18–24.

тегрирование в формулах (2)–(4) ведется по всему пространству скоростей. Равновесная функция распределения имеет следующий вид:

$$f_M = n(1/2\pi AT)^{3/2} \exp(-c^2/2AT), \quad (5)$$

где  $A$  — газовая постоянная пара. Частота столкновений в уравнении (1) может быть определена следующим образом:  $\nu = p/\mu$ , где  $p = nkT$  — давление, а  $\mu$  — вязкость пара. Для вязкости пара примем выражение, которое получается в первом приближении метода Чепмена–Энскога:

$$\mu = \frac{5\sqrt{\pi}}{16} \frac{M}{\pi\sigma_{eff}^2} \sqrt{kT/M}, \quad (6)$$

где  $\sigma_{eff}$  — эффективный размер частицы паровой фазы, который зависит от выбранной модели потенциала взаимодействия. Например, в случае модели твердых сфер  $\sigma_{eff} = d$ , где  $d$  — диаметр частицы. Для степенного потенциала взаимодействия  $u(r) = \sigma_s/r^s$ , где  $\sigma_s$  — глубина потенциальной ямы,  $r$  — расстояние между центрами частиц,  $S$  — показатель потенциала, эффективный размер частицы выражается следующим образом:

$$\sigma_{eff} = \left( \frac{A_2(s+1)\Gamma(4-2/s)}{2} \right)^{1/2} \left( \frac{2kT}{\sigma_s} \right)^{-1/s}. \quad (7)$$

Здесь  $\Gamma(4-2/s)$  — гамма-функция, а коэффициенты  $A_2(s+1)$  приведены в [4]. Заметим, что при таком выборе потенциала взаимодействия  $\mu \sim T^\omega$ , где  $\omega = 1/2 + 2/s$ . При  $s \rightarrow \infty$  (модель твердых сфер) получаем  $\mu \sim T^{1/2}$ . Уравнение (1) будем решать в безразмерном виде. Для этого перейдем к безразмерным переменным:

$$\begin{aligned} x' &= \frac{x}{L}, & n' &= \frac{n}{n_0}, & T' &= \frac{T}{T_0}, & \xi' &= \frac{\xi}{c_0}, \\ u' &= \frac{u}{c_0}, & f' &= f \left( \frac{c_0^3}{n_0} \right), \end{aligned} \quad (8)$$

где  $L$  — характерный геометрический размер задачи;  $n_0, T_0$  и  $c_0 = \sqrt{2AT_0}$  — концентрация, температура и тепловая скорость частиц в невозмущенном газе (на бесконечности). Далее штрихи у безразмерных переменных будем опускать.

Проведем также стандартную процедуру понижения размерности задачи. Перейдем к двум новым искомым функциям, которые выражаются через функцию распределения следующим образом:

$$f_1 = \int f d\xi_y d\xi_z; \quad f_2 = \int (\xi_y^2 + \xi_z^2) f d\xi_y d\xi_z. \quad (9)$$

Переход к функциям  $f_1$  и  $f_2$  позволяет рассматривать задачу в пространстве  $(x, \xi_x)$ , что существенно повышает эффективность численного расчета, так как в этом случае трехмерные интегралы (2)–(4) становятся одномерными. Такой переход, однако, требует решения двух уравнений

для двух неизвестных функций, но это не сильно сказывается на общей эффективности метода.

Уравнение (1) после понижения размерности и перехода к безразмерным переменным примет следующий вид:

$$\begin{aligned} \frac{\partial f_1}{\partial t} + \xi_x \frac{\partial f_1}{\partial x} &= \frac{8}{5\sqrt{\pi}} \frac{1}{Kn} n T^{1-\omega} (f_1^I - f_1); \\ \frac{\partial f_2}{\partial t} + \xi_x \frac{\partial f_2}{\partial x} &= \frac{8}{5\sqrt{\pi}} \frac{1}{Kn} n T^{1-\omega} (f_2^I - f_2). \end{aligned} \quad (10)$$

Равновесные функции распределения в этом случае определяются следующим образом:

$$f_1^I = \frac{n}{\sqrt{\pi T}} \exp\left(-\frac{(\xi_x - u_x)^2}{T}\right), \quad f_2^I = T f_1^I. \quad (11)$$

Безразмерный параметр  $Kn$  — число Кнудсена, входящий в уравнения (10), есть

$$Kn = l_0 / L, \quad (12)$$

где  $l_0 = 1/\sqrt{2}n_0\pi\sigma_{eff0}^2$  — средняя длина свободного пробега частиц в невозмущенном газе. Макропараметры пара определяются через искомые функции следующим образом:

$$\begin{aligned} n &= \int f_1 d\xi_x, & nu &= \int \xi_x f_1 d\xi_x, \\ T &= \frac{2}{3n} \int [(\xi_x - u_x)^2 f_1 + f_2] d\xi_x. \end{aligned} \quad (13-15)$$

Следует еще раз отметить, что интегралы в формулах (13)–(15) берутся только по переменной  $\xi_x$ , а не по всему пространству скоростей.

Задачу для уравнений (10) будем решать на отрезке  $[0, 1]$ . Положим, что испаряющаяся поверхность совпадает с плоскостью  $x = 0$ , а граница  $x = 1$  находится в невозмущенном газе. На границе  $x = 0$  необходимо определить функцию распределения отлетающих от поверхности частиц. Функция распределения падающих на поверхность частиц при этом будет получаться из решения задачи. Предположим, что все падающие частицы конденсируются на поверхности металла, а температура поверхности  $T_s$  не изменяется во времени. Функцию распределения для отлетающих частиц на границе  $x = 0$  зададим в следующем виде:

$$\begin{aligned} f_1(x=0, t>0, \xi_x>0) &= \frac{n_s}{\sqrt{\pi T_s}} \exp\left(-\frac{\xi_x^2}{T_s}\right); \\ f_2(x=0, t>0, \xi_x>0) &= T_s \frac{n_s}{\sqrt{\pi T_s}} \exp\left(-\frac{\xi_x^2}{T_s}\right). \end{aligned} \quad (16)$$

Здесь  $n_s$  — концентрация насыщенного пара при температуре  $T_s$ . Будем предполагать, что давление насыщенного пара определяется по формуле Клайперона–Клаузиуса:

$$p_s = \exp\{q(1 - T_b/T_s)\}, \quad (17)$$

где  $q = \lambda/RT_b$ ,  $\lambda$  — скрытая теплота испарения в расчете на один моль;  $R$  — универсальная газовая постоянная;  $T_b$  — температура кипения металла.

Отметим, что давление насыщенного пара  $p_s$  в формуле (17) выражено в безразмерных единицах, т. е. нормировано на величину давления в невозмущенном газе  $p_0 = kn_0 T_0$ . Концентрация частиц в насыщенном паре находится из уравнения состояния идеального газа, которое в безразмерных переменных имеет вид:

$$n_s = p_s / T_s. \quad (18)$$

На границе  $x = 1$  необходимо определить функцию распределения для частиц, влетающих в расчетную область. Примем, что функция распределения в невозмущенном газе равна максвелловской равновесной функции:

$$f_1(x=1, t > 0, \xi_x < 0) = \frac{1}{\sqrt{\pi}} \exp(-\xi_x^2), \quad (19)$$

$$f_2(x=1, t > 0, \xi_x < 0) = f_1(x=1, t > 0, \xi_x < 0).$$

В качестве начального условия также примем равновесную функцию распределения:

$$f_1(x, t=0, \xi_x) = \left( \frac{1}{\sqrt{\pi}} \right) \exp(-\xi_x^2), \quad (20)$$

$$f_2(x, t=0, \xi_x < 0) = f_1(x, t=0, \xi_x).$$

Уравнения (10) с начальными условиями (20) и граничными условиями (16), (19) будем решать численно методом, предложенным в работе [5]. Данный метод основан на расщеплении уравнений (10) по физическим процессам на малом шаге по времени. При этом отдельно выделяется этап свободномолекулярного переноса и этап релаксации. Основное внимание при численном решении

уравнений (10) следует обратить на строгое выполнение дискретных аналогов законов сохранения. Для этого в [5] предложена методика коррекции максвелловской функции распределения на каждом шаге по времени, что обеспечивает строгое выполнение дискретных законов сохранения.

**Результаты моделирования.** Рассмотрим результаты численного решения уравнения ВГК для случая конвективного испарения железа. Во всех расчетах температура и давление невозмущенного газа были равны  $T_0 = 300$  К и  $p_0 = 10^5$  Па, а концентрация частиц в этом газе

$$n_0 = \frac{p_0 N_A}{\mu_{Fe}} = 2,4 \cdot 10^{25},$$

где  $N_A$  — число Авогадро,  $\mu_{Fe} = 0,056$  кг/моль — молярная масса железа. При заданном значении температуры тепловая скорость частиц  $c_0 = \sqrt{2A_{Fe} T_0} = 298,5$  м/с, где  $A_{Fe} = 148,5$  м<sup>2</sup>/К·с<sup>2</sup> — газовая постоянная для железа. Температура кипения железа принималась равной  $T_b = 3133$  К, скрытая теплота испарения —  $\lambda = 415,7$  кДж/моль. Для упрощения во всех расчетах использовалась модель твердых сфер. Характерный размер атома железа был выбран равным  $d = 0,254$  нм, при этом средняя длина свободного пробега  $l_0 \approx 1,4 \cdot 10^{-5}$  см. Характерный размер задачи принимался равным  $L = 1$  см, что соответствует  $Kn \approx 1,5 \cdot 10^{-5}$ .

Проанализируем вначале картину одномерного течения пара при сравнительно небольшом перегреве поверхности металла выше температу-

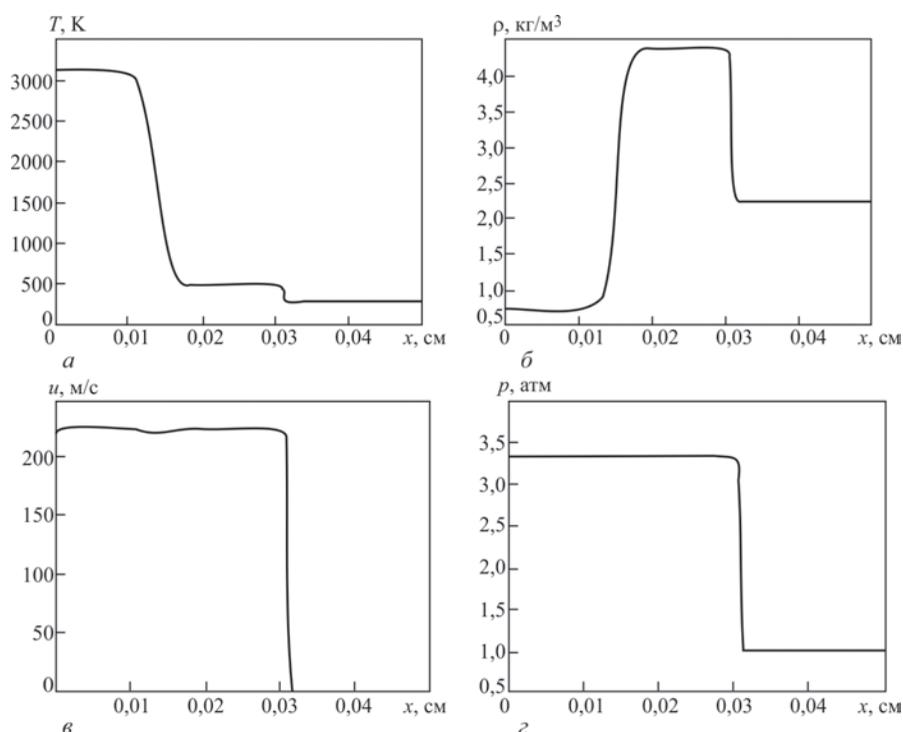


Рис. 1. Распределение газодинамических параметров к моменту времени  $t = 6,7 \cdot 10^{-7}$  при  $T_s = 3492$  К: а — температура; б — плотность; в — скорость; г — давление

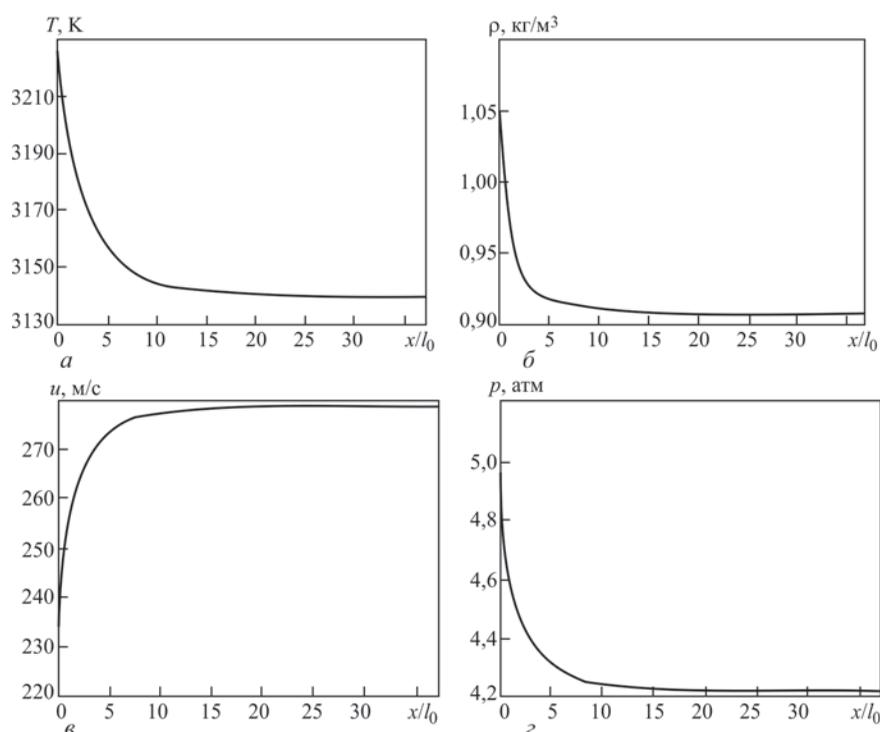


Рис. 2. Распределение макропараметров пара внутри кнудсеновского слоя к моменту времени  $t = 6,7 \cdot 10^{-7}$  с при  $T_s = 3492$  К:  $a$  — температура;  $b$  — плотность;  $v$  — скорость;  $z$  — давление

ры кипения ( $T_s = 3492$  К). На рис. 1 представлены распределения размерных значений температуры, плотности, скорости и давления пара вдоль оси  $x$  к моменту времени  $t = 6,7 \cdot 10^{-7}$  с.

Как следует из рис. 1, при небольшом перегреве поверхности выше температуры кипения устанавливается характерная для дозвукового режима структура течения с ударной волной и контактным разрывом [2]. Здесь необходимо отметить, что в полученном

решении эти области не являются поверхностями разрыва, а имеют определенную структуру.

В силу выбранного масштаба рис. 1 не отображает распределение макроскопических параметров пара внутри кнудсеновского слоя, который расположен непосредственно у испаряющейся поверхности. Поэтому на рис. 2 отдельно показано распределение температуры, плотности, скорости и давления пара внутри кнудсеновского слоя, при этом расстояние

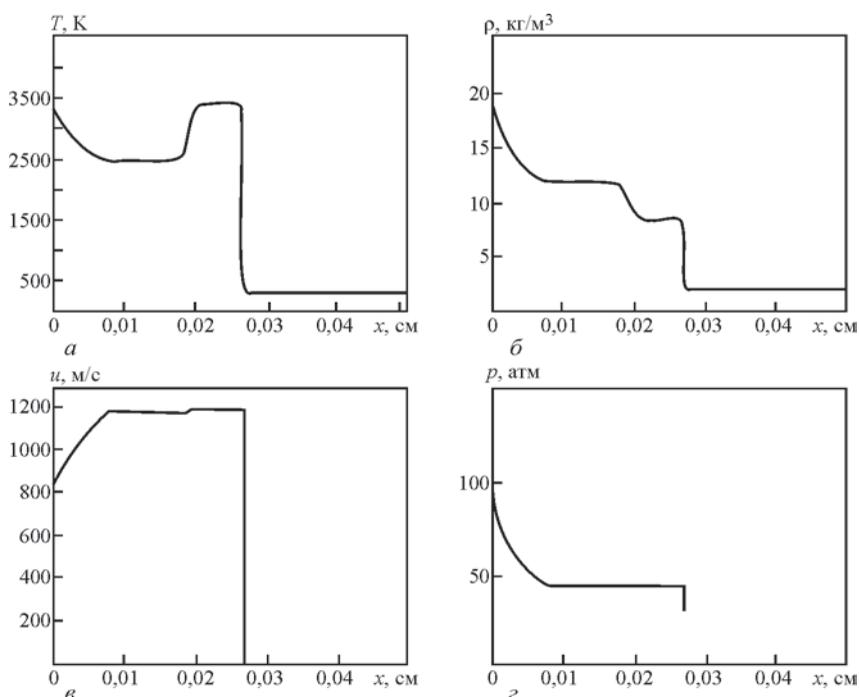


Рис. 3. Распределение газодинамических параметров к моменту времени  $t = 1,7 \cdot 10^{-7}$  с при  $T_s = 4932$  К:  $a$  — температура;  $b$  — плотность;  $v$  — скорость;  $z$  — давление

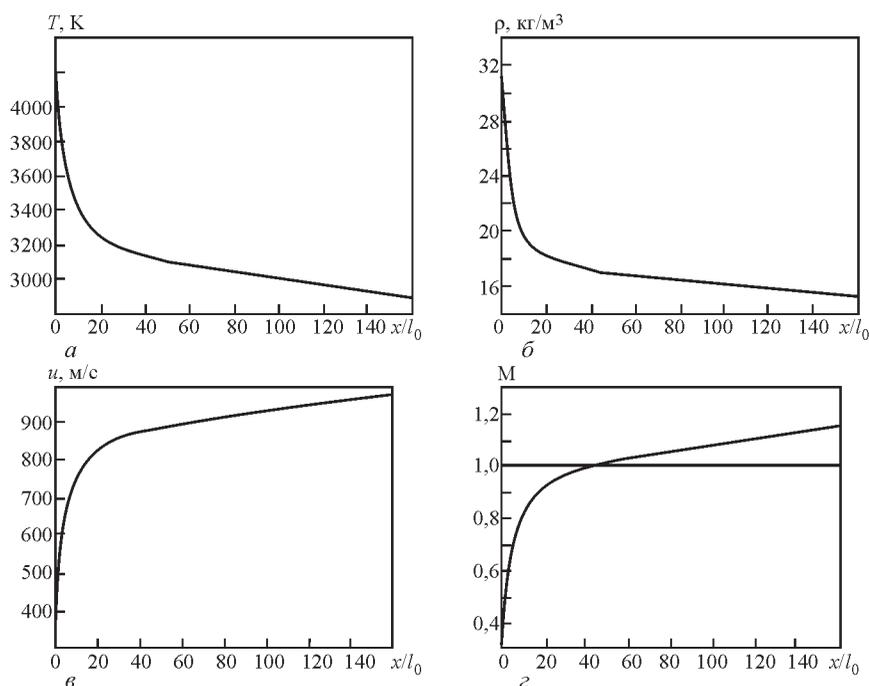


Рис. 4. Распределение макропараметров пара внутри кнудсеновского слоя к моменту времени  $t = 1,7 \cdot 10^{-7}$  с при  $T_s = 4932$  К: а — температура; б — плотность; в — скорость; з — число Маха

от поверхности металла указано после нормировки на среднюю длину свободного пробега.

Данные, представленные на рис. 2, свидетельствует, что толщина кнудсеновского слоя в рассматриваемом случае составляет примерно 20...30 длин свободного пробега.

Рассмотрим теперь результаты решения кинетического уравнения при значительном перегреве

поверхности металла выше температуры кипения. На рис. 3 показано распределение газодинамических параметров вдоль оси  $x$  к моменту времени  $t = 1,7 \cdot 10^{-7}$  с при температуре поверхности  $T_s = 4932$  К, а на рис. 4 — распределение соответствующих параметров в пределах кнудсеновского слоя.

Результаты расчетов, представленные на рис. 3, показывают, что при значительном перегреве по-

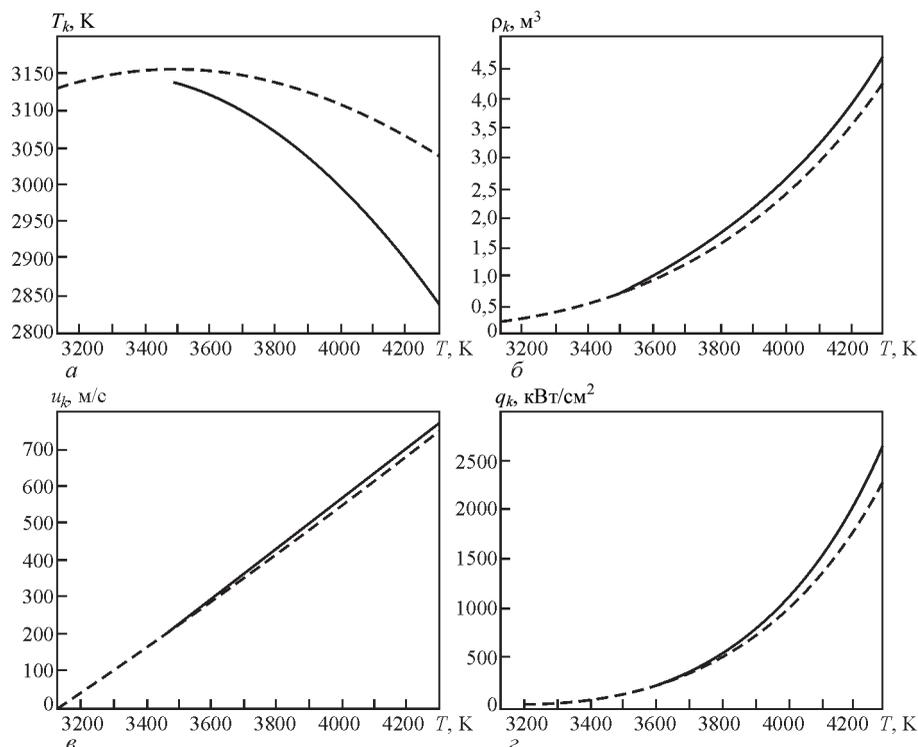


Рис. 5. Сравнение результатов расчета по модели Найта (штриховые кривые) и на основе кинетического уравнения (сплошные кривые)

верхности выше температуры кипения реализуется сверхзвуковой режим испарения. На приведенных рисунках хорошо видна ударная волна, которая распространяется по невозмущенному газу, волна разрежения вблизи поверхности металла и область контактного разрыва. Данные, представленные на рис. 4, показывают, что при реализации сверхзвукового режима испарения в потоке имеется звуковая точка, т. е. точка в которой число Маха равно единице. Эта точка и определяет границу кнудсеновского слоя, за которым следует волна разрежения.

Представляется интересным сравнить результаты расчетов, проведенных с помощью известных моделей кнудсеновского слоя, с результатами решения кинетического уравнения. На рис. 5 показаны зависимости температуры  $T_k$ , плотности  $\rho_k$  и скорости  $u_k$  пара на границе кнудсеновского слоя, а также тепловых потерь на испарение  $q_i$  от температуры поверхности в дозвуковом режиме течения пара, рассчитанные по модели Найта [2] и полученные путем решения кинетического уравнения.

Из рис. 5 следует, что модель Найта дает достаточно большую погрешность при определении температуры пара на границе кнудсеновского слоя. Есть также существенная погрешность в определении плотности пара на границе кнудсеновского слоя. Наименьшая относительная погрешность достигается при расчете скорости разлета пара, а наибольшая (до 13 %) — при определении тепловых потерь на испарение.

В сверхзвуковом режиме скорость на границе кнудсеновского слоя равна местной скорости звука, т.е. число Маха равно единице. Из модели Найта получаем следующие значения для газодинамических параметров на границе кнудсеновского слоя:

$$T_k = 0,669T_s, \quad \rho_k = 0,308\rho_s, \quad u_k = \sqrt{\gamma A_{Fe} T_k}.$$

Эти же параметры из решения кинетического уравнения получаются следующими:

$$T_k = 0,632T_s, \quad \rho_k = 0,368\rho_s.$$

Таким образом, относительная погрешность в определении температуры и плотности составляет соответственно 6 % и 16 %. Для сравнения приведем также значения параметров на границе кнудсеновского слоя, полученные, исходя из моделей Анисимова [1]:  $T_k = 0,6T_s$ ,  $\rho_k = 0,4\rho_s$ ;  $T_k = 0,610T_s$ ,  $\rho_k = 0,381\rho_s$  и  $T_k = 0,650T_s$ ,  $\rho_k = 0,312\rho_s$ . Здесь погрешность в определении температуры составляет от 3 до 5 %, а в определении плотности пара от 4 до 9 %.

*В заключение авторы выражают благодарность Национальной академии наук Украины и Российскому фонду фундаментальных исследований за финансовую поддержку выполненных исследований.*

1. Анисимов С.И., Имас Я.А., Романов Г.С. и др. Действие излучения большой мощности на металлы, Москва: Наука, 1970, 272 стр.
2. Найт Ч.Дж. Теоретическое моделирование быстрого поверхностного испарения при наличии противодействия, Ракетная техника и космонавтика, 1979, № 5, стр. 81–86.
3. Bhatnagar P.L., Gross E.P., Krook M. A model of collision processes in gases, Physical Review, 1954, Vol. 94, p. 511–525.
4. Чепмен С., Каулинг Т. Математическая теория неоднородных газов, Москва: Изд-во иностранной литературы, 1960.
5. Ларина И.Н., Рыков В.А. Численное решение уравнения Больцмана методом симметричного расщепления, Журнал вычислительной математики и математической физики, 2003, т. 43, № 4, стр. 601–613.

## 2.1.12. МОДЕЛИРОВАНИЕ ЛАЗЕРНОЙ ПЛАЗМЫ В ПАРОГАЗОВОМ КАНАЛЕ ПРИ СВАРКЕ МЕТАЛЛОВ С ГЛУБОКИМ ПРОПЛАВЛЕНИЕМ\*

Д.В. БЕДЕНКО, О.Б. КОВАЛЕВ, И.В. КРИВЦУН

**Введение.** Воздействие на металлы высококонцентрированных источников энергии, таких, каким является сфокусированное лазерное излучение, приводит к интенсивному нагреву, плавлению и испарению металла, вызывающему образование в его расплаве парогазового канала (ПГК). Режим развитого испарения и образование ПГК в лазерной сварке наступает при интенсивностях падающего излучения  $I \geq 10^9$  Вт/м<sup>2</sup> [1]. Форма и линейные размеры ПГК зависят от мощности лазерного излучения, свойств металла и особенностей физических процессов, протекающих внутри него. В ходе испарения на поверхности металла появляется поток истекающих в объем нейтральных атомов, фрагментов кристаллической решетки, ионов и свободных электронов. При этом в парах ряда металлов может происходить пробой и образование плазмы. Параметры этой плазмы определяются типом оптического разряда и режимами поглощения излучения газом. В общем случае, формируется комплекс «ударная волна + зона энерговыделения» (УВ + ЗЭ) [2]. Представления о процессах взаимодействия лазерного излучения с металлами в процессе их лазерной обработки были заложены в работах [3, 4]. Образование плазмы вблизи поверхности материала при воздействии на него лазерного излучения обнаружено достаточно давно. Характеристики и свойства лазерной плазмы существенно зависят от параметров облучения, их исследованию посвящено большое количество как экспериментальных, так и теоретических работ, поскольку плазма играет важную роль при лазерной обработке материалов.

Анализ механизмов глубокого проникновения лазерного излучения в металлы [4] показал, что плазменный факел, появляющийся вблизи поверхности, представляет собой оптический разряд, порог зажигания которого на 2-3 порядка ниже обычного оптического разряда в газе. Предпринимались экспериментальные исследования некоторых параметров этого факела [5, 6] и явления глубокого проплавления [7]. В работе [8] приводится

обобщение, согласно которому обычно фиксируется энергетический порог образования плазмы порядка  $10^9$  Вт/м<sup>2</sup>, частота появления факела  $10^3$ – $10^4$  Гц, длительность его существования около  $10^{-5}$ – $10^{-4}$  с и высота над ПГК около 0,5–1 см. Таким образом, из ПГК происходят периодические выбросы пара с плазменным факелом. Эти выбросы могут проявляться также в генерации акустических колебаний и в образовании структурных периодических неоднородностей шва — чешуек, пор, несплошностей и т.п. Получающиеся дефекты часто объясняют капиллярными колебаниями и релаксационными осцилляциями поверхностей ванны расплава и ПГК, связанными не только с плазменными, но и с испарительными, гидродинамическими процессами [7, 8]. С другой стороны, до сих пор не известно, насколько значительный вклад вносят те или иные из них.

Попытки моделировать образование приповерхностной плазмы в ПГК предпринимались ранее в [9, 10 и др.]. Однако прямых численных расчетов основных уравнений газовой динамики и уравнения переноса излучения, направленных на изучение динамики плазмы внутри ПГК с рассмотрением и анализом ионизационных и ударных волн, авторам неизвестны.

**Математическая модель.** Постановка рассматриваемой нами задачи основана на предложенной в работе [11] системе уравнений для описания низкотемпературной плазмы. В ней предпринята попытка численного моделирования образования и распространения лазерной плазмы при взаимодействии излучения с плоской металлической мишенью.

Предполагается совместное рассмотрение в ПГК уравнений движения металлического пара или плазмы и уравнения переноса излучения. Математическая модель строится в рамках следующих предположений:

- на основе представлений [4] о глубоком проплавлении материала, ПГК представляется узким и глубоким с длиной  $L = 2$ – $5$  мм и шириной  $D = 0,2$ – $0,4$  мм, что позволяет рассматривать процессы в нем в одномерной постановке;

\*Proc. of the VI Int. Conf. on Beam Technologies & Laser Application (Sept. 23–25, St-Petersburg, Russia). — 2009. — P. 140–145.

- испарение материала происходит только на дне канала, испарением боковых стенок пренебрегается;
- предполагается, что характерное время изменения длины канала за счет испарения твердого металла незначительно по сравнению со временем распространения возмущений в нем, поэтому граница канала, которая испаряется и на которую падает лазерное излучение, считается неподвижной;

- в ПГК предполагается наличие паров металла (рассматривается чистый алюминий), и считается, что образующаяся плазма является полностью металлической;

- при лазерной сварке обычно используются нейтральный или инертный газы ( $Ar, N_2$ ) так, что в динамике процесса предполагается вытеснение газа плазмой из канала, при этом диффузией металлических паров и инертного газа пренебрегается;

- не учитывается наличие жидкого слоя расплава металла на дне канала;

- характерные размеры ПГК ( $\sim 10^{-3}$  м) значительно больше длины свободного пробега частиц в плазме ( $\sim 10^{-5}$  м), что позволяет рассматривать плазму как сплошную среду;

- радиус Дебая  $r_D \sim 10^{-6}$  м, характеризующий пространственный масштаб разделения зарядов, в нашем случае мал по сравнению с размерами ПГК, поэтому с макроскопической точки зрения плотность заряда в каждой точке одинакова и равна нулю, т.е. плазма квазинейтральна.

На рис. 1 представлена схема расчетной области для модели, составленной согласно описанным выше предположениям.

В этих условиях удобно использовать модель равновесной плазмы, с учетом многоступенчатой ионизации. Для описания газодинамических процессов использовалась следующая система уравнений (неразрывности, движения и энергии соответственно в виде [11]):

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x}(\rho u) = 0; \quad (1)$$

$$\frac{\partial \rho u}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x}(\rho u^2) + \frac{\partial P}{\partial x} = 0; \quad (2)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial t} \left( \frac{3}{2} P + \frac{1}{2} \rho u^2 \right) + \frac{\partial}{\partial x} \left( \left( \frac{3}{2} P + \frac{1}{2} \rho u^2 \right) u \right) = \\ = \frac{\partial}{\partial x}(\rho W) - \frac{\partial W}{\partial x} - \frac{\partial G}{\partial x}, \end{aligned} \quad (3)$$

где  $\rho$  — плотность;  $u$  — скорость движения вещества;  $P$  — полное давление;  $T$  — температура;  $W$  — поток энергии излучения;  $G$  — интенсивность лазерного излучения.

Уравнения (1–3) дополняются уравнением состояния для плазмы



Рис. 1. Схема модели в одномерной постановке:  $Al^+$  — ионы атомарного алюминия;  $q$  — поток частиц;  $P_0$  — внешнее атмосферное давление;  $V$  — скорость истечения в атмосферу

$$P = n_0 k_b T(1 + \alpha), \quad (4)$$

где  $n_0$  — начальная концентрация атомов;  $k_b$  — константа Больцмана. Степень ионизации  $\alpha$  рассчитывается по формуле Саха.

Для описания радиационных потерь использовалось уравнение переноса излучения в диффузионном многогрупповом приближении, которое имеет вид [11]:

$$\begin{aligned} -\frac{\partial}{\partial x} \left( \frac{1}{3} \frac{c}{\chi_k(T)} \right) \frac{\partial U_k}{\partial x} + c \chi_k(T) U_k = \\ = 4 \chi_k(T) \sigma(T, h\nu_k, h\nu_{k+1}) T^4, \end{aligned} \quad (5)$$

где  $U$  — плотность энергии излучения в единице объема;  $\chi_k$  — коэффициент поглощения на частоте  $\nu_k$ ;  $c$  — скорость света;  $h$  — постоянная Планка;  $\sigma$  — интеграл от равновесного излучения в интервале частот от  $k$  до  $k+1$ ,  $k=1, 2, 3, \dots, \infty$ .

Отдельным вопросом стоит учет поглощения лазерного излучения. В силу того, что уравнение переноса излучения в виде (5) решается относительно функции  $U$ , необходимо учитывать только долю поглощенного газом лазерного излучения. Соответственно, приходим к закону Бугера:

$$\frac{\partial G(x)}{\partial x} - \chi_{las}(x) G(x) = 0, \quad (6)$$

где  $G$  — интенсивность лазерного излучения;  $\chi_{las}$  — коэффициент поглощения на длине волны лазерного излучения.

В задаче учитывался только непрерывный спектр для определения коэффициента поглощения излучения  $\chi_\nu = \chi_\nu^{con}$  (представляющий основной интерес с энергетической точки зрения), т.е.

$$\chi_\nu^{con} = \chi_\nu^{f-f} + \chi_\nu^{f-b},$$

где  $\chi_\nu^{f-f}$  — коэффициент свободно-свободного поглощения и  $\chi_\nu^{f-b}$  — коэффициент связанно-свободного поглощения.

При наличии интенсивного испарения металла необходимо производить пересчет его параметров с учетом слоя Кнудсена, формирующегося вблизи поверхности расплава. Для определения температуры  $T$ , давления  $P$  и плотности  $\rho$  паров вблизи поверхности использовался подход, заключающийся в рассмотрении узкого слоя Кнудсена в качестве газодинамического разрыва. Заметим, что в условиях лазерной сварки с глубоким проплавлением толщина слоя Кнудсена, равная нескольким длинам свободного пробега частиц пара  $L_\kappa \sim 10^{-5}$  м, существенно меньше радиуса ПГК  $R \sim 10^{-3}$  м. Это по-

зволяет, считая кнудсеновский слой очень тонким, совместить его с поверхностью ПГК.

Кроме того, использовались следующие граничные условия:  $cU = \sigma T^4$  — условие на левой границе для функции плотности энергии излучения  $U$ ;  $W_y = -\frac{cU}{2}$  — свободный выход излучения на правой границе;  $G = G_0$  — интенсивность падающего справа лазерного излучения, направленного внутрь ПГК;  $P = P_{\text{атм}}$  — атмосферным давлением на выходе из канала.

**Результаты численного моделирования.** Для всех представленных далее зависимостей проводилось обезразмеривание параметров следующим образом: безразмерная длина  $-L/L_0$ , где  $L_0 = 0,002$  м; безразмерная температура —  $T/T_0$ , где  $T_0 = 11600$  К; безразмерное давление —  $P/P_0$ , где  $P_0 = 3 \cdot 10^5$  Па; безразмерная плотность —  $\rho/\rho_0$ , где  $\rho_0 = 0,14$  кг/м<sup>3</sup>; безразмерная скорость —  $u/c_0$ , где  $c_0 = 1883$  м/с.

Для определения граничного условия слева использовалась модель кнудсеновского слоя, при этом задавалась постоянная скорость втекания продуктов испарения, соответствующая числу Маха  $M = 0,05$ . Значения плотности  $\rho$  и давления  $P$  задавались согласно расчету слоя Кнудсена.

Из проведенных расчетов следует, что минимальная плотность мощности излучения  $G$ , необходимая для поддержания горения разряда составляет порядка  $2 \cdot 10^8$  Вт/м<sup>2</sup>. При меньшей интенсивности  $G$ , несмотря на первоначально высокую степень поглощения излучения, порядка 85 %, развития разряда не происходит. Для интенсивности превышающей это пороговое значение лазерное излучение будет полностью компенсировать радиационные потери и, соответственно, позволит поддерживать существование разряда.

В начальные моменты времени для случая, представленного на рис. 2 происходит значительный рост температуры на фронте ЗЭ благодаря активному поглощению лазерного излучения, происходящее на небольшом расстоянии порядка  $10^{-4}$  м. Т. е. в течение непродолжительного периода времени основная доля энергии, поступающей в ЗЭ, расходуется на нагревание узкого слоя плазмы до высоких температур, а не основная — на разогрев холодного газа, вовлекаемого в разряд. Одновременно происходит существенное увеличение ее оптической толщины. Таким образом, увеличивается влияние собственного излучения плазмы на поддержание в ней температуры, и появляются условия для запираания излучения.

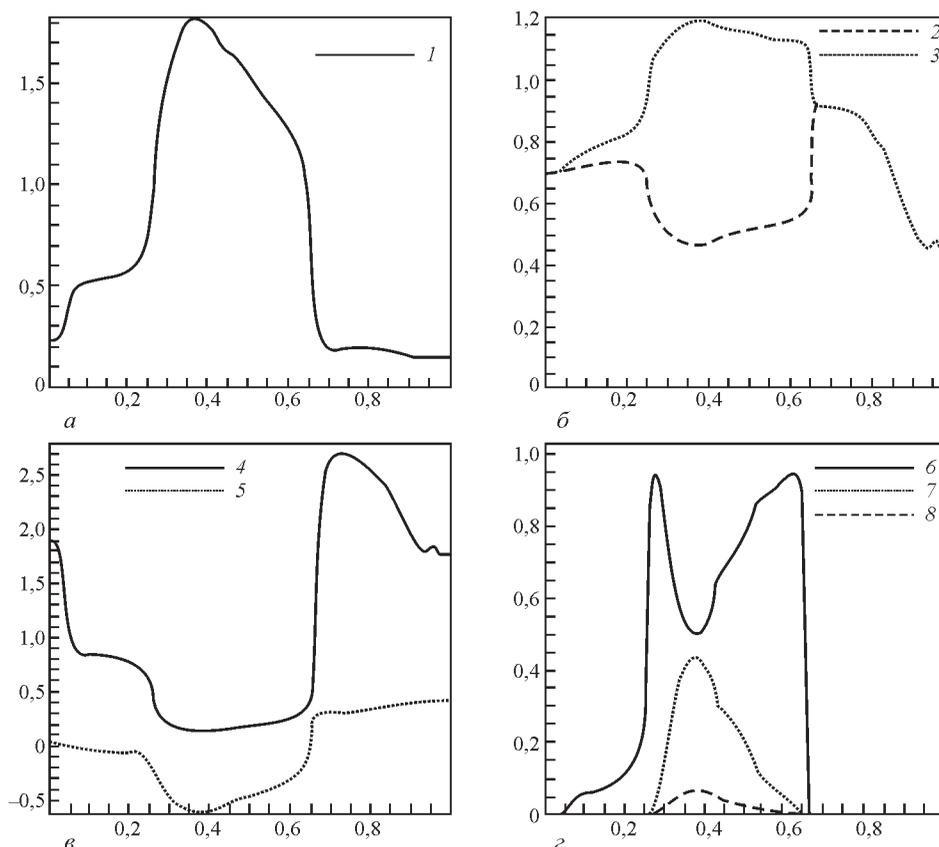


Рис. 2. Расширение плазмы под воздействием лазерного излучения интенсивности  $G = 2 \cdot 10^8$  Вт/м<sup>2</sup> в момент времени  $t = 1,9 \cdot 10^{-6}$  с: 1 — безразмерная температура (а); 2 — безразмерное парциальное давление ионов и нейтральных атомов; 3 — безразмерное полное давление (б); 4 — безразмерная плотность, 5 — безразмерная скорость (в); б — степень ионизации для  $Al^+$ , 7 — для  $Al^{++}$ , 8 — для  $Al^{+++}$  (г)

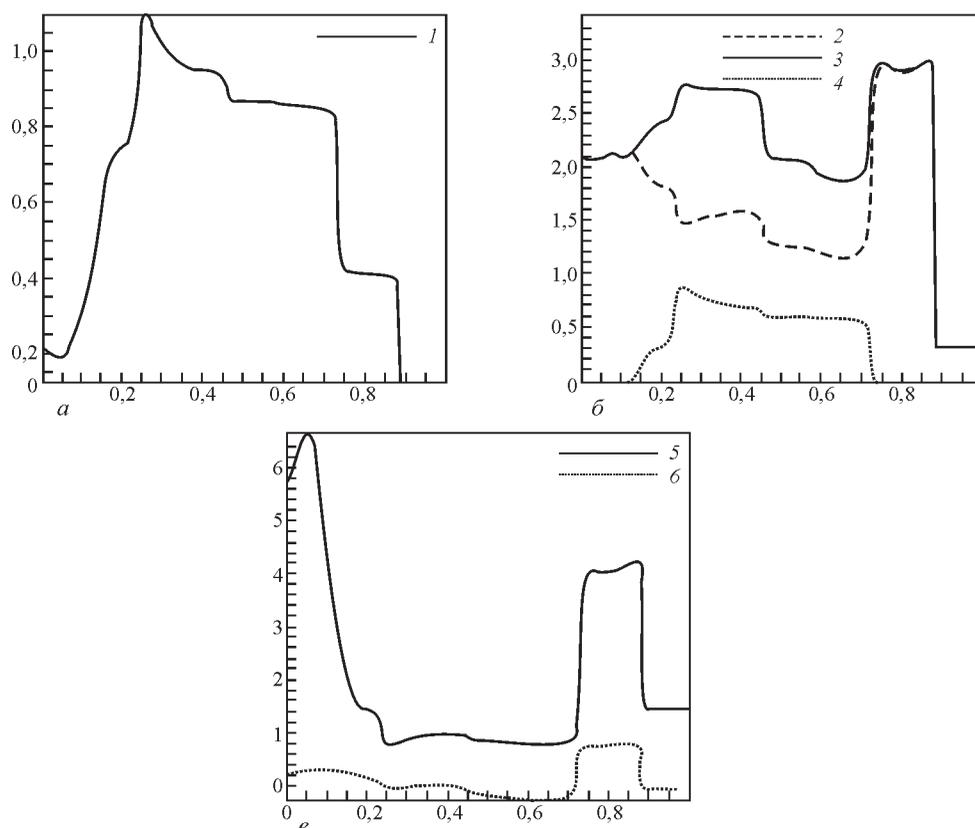


Рис. 3. Расширение плазмы под воздействием лазерного излучения интенсивности  $G = 1,5 \cdot 10^9$  Вт/м<sup>2</sup> в момент времени  $t = 7 \cdot 10^{-7}$  с: 1 — безразмерная температура (а); 2 — безразмерное парциальное давление ионов и нейтральных атомов, 3 — безразмерное полное давление, 4 — степень ионизации (б); 5 — безразмерная плотность, 6 — безразмерная скорость (в)

В результате, ввиду заметной компенсации радиационных потерь, с одной стороны будет осуществляться рост температуры в ЗЭ, а с другой увеличиваться количество вовлекаемого в разряд холодного газа. Затем наступит момент, в котором поглощение и расход энергии сбалансируются. Такой момент соответствует времени  $t = 1,9 \cdot 10^{-6}$  с, который и представлен на рис. 2. Температура в пике является максимально возможной (рис. 2, а) и на больших временах лишь незначительно падает. На рис. 2, б представлены функции полного и парциального (атомы плюс ионы) давлений в зависимости от длины канала. Значительный вклад в полное давление в области высоких температур вносит давление электронов, поэтому плотность при этом существенно ниже, чем в прилегающих областях (рис. 2, в (4)). Из графика на рис. 2, в (5) видно, что в центре ЗЭ скорость принимает отрицательные значения и происходит разлет частиц из области максимальных температур за счет возникающего избыточного давления, вследствие активной ионизации, вплоть до третьей, при таких температурах (рис. 2, в). Фронт ЗЭ движется со скоростью  $u \sim 500$  м/с. Заметную роль в этой скорости играет скорость разлета частиц из области высоких давлений (рис. 2, б). Такой случай соответствует режиму «волны медленного горения»

[2], и такой разряд является стационарным, медленно распространяющимся навстречу падающему лазерному лучу.

С увеличением интенсивности падающего излучения будут меняться как характеристики газа, так и режимы распространения разряда. Для излучения с плотностью мощности  $G = 1,5 \cdot 10^9$  Вт/м<sup>2</sup> с прежними начальными условиями со скоростью втекания на закрытой границе равной  $M = 0,2$  на фронте ЗЭ происходит быстрый рост температуры, давления и степени ионизации (момент времени  $t = 7 \cdot 10^{-7}$  с (рис. 3).

Для подобного режима расширения скорость распространения фронта разряда является сверхзвуковой по отношению к «холодному» газу и дозвуковой по отношению к скорости звука в ЗЭ. Такой случай в литературе назван дозвуковой радиационной волной (ДРВ) [2]. Ударная волна отделена от ЗЭ прослойкой прозрачного для излучения ударно-сжатого газа, несмотря на высокую температуру в этой области порядка 5000 К.

Обратим внимание, что для режима ДРВ температура в ЗЭ (рис. 3, а) ниже, чем для режима волн медленного горения примерно в 1,7 раз, хотя последний соответствует более низким интенсивностям падающего лазерного излучения ( $G \approx 2,5 \cdot 10^8$  Вт/м<sup>2</sup>). Это объясняется тем, что в случае

с ДРВ скорость распространения фронта ЗЭ намного выше, благодаря чему заметная часть энергии падающего излучения тратится на прогрев большого количества «холодного» газа, вовлекаемого в разряд.

### Выводы

Рассчитано ориентировочное значение минимальной интенсивности лазерного излучения  $G \approx 2 \cdot 10^8$  Вт/м<sup>2</sup>, для которой возможно поддержание, развитие и расширение плазмы (газового разряда). Начиная с этого значения, появляются условия, необходимые для «запирания» собственного излучения в плазме. Благодаря этому, в зоне энерговыделения наблюдается существенное увеличение температуры, вплоть до 20000 К. Численно исследованы додетонационные режимы распространения газового разряда в виде «волны медленного горения» (ВМГ), соответствующие мощности падающего лазерного излучения  $G \approx 2-8 \cdot 10^8$  Вт/м<sup>2</sup>, и «дозвуковой радиационной волны» (ДРВ), которая получена при  $G \approx 0,8-2 \cdot 10^9$  Вт/м<sup>2</sup>. Стоит добавить, что согласно монографии Прохорова и др. [2], режимы ВМГ и ДРВ реализуются при интенсивностях  $G \sim 10^9$  и  $\sim 10^{10}$  Вт/м<sup>2</sup> соответственно. В нашем случае эти значения значительно занижены ввиду одномерности задачи.

Необходимо отметить, что результаты этих расчетов отражают качественный характер изучаемого процесса. Полученные режимы показывают невозможность существования устойчивого и неподвижного плазменного факела в ПГК, так как плазма полностью экранирует лазерное излучение и, кроме того, вылетает из канала навстречу лазерному лучу. Соответственно испарение будет уменьшаться и, вследствие дозвуковой относительно скорости звука в ЗЭ скорости распространения разряда, будут меняться его характеристики.

В итоге, такими процессами могут быть объяснены структурные периодические неоднородности шва — чешуйки, поры и т.п.

Модель может быть обобщена на двумерный или трехмерный случай, а также с учетом движения криволинейной границы ПГК.

1. *Тепловые*, гидродинамические и плазменные эффекты при взаимодействии лазерного излучения с веществом, Под общей ред. Н. С. Захарова, В. Д. Урлина, Н. И. Шенцева. Саров: ФГУП «РФЯЦ-ВНИИЭФ», 2004. 425 с.
2. Прохоров А. М., Конов В. И., Урсу И. и др. Взаимодействие лазерного излучения с металлами, М: Наука, 1988. 537 стр.
3. Рыкалин Н. Н., Углов А. А., Кокора А. Н. Лазерная обработка материалов, М.: Машиностроение. 1975, 296 стр.
4. Веденов А. А., Гладуш Г. Г. Физические процессы при лазерной обработке материалов, М.: Энергоатомиздат, 1985. 208 с.
5. Fowler M. C., Smith D. C. Ignition and maintenance of subsonic plasma waves in atmospheric pressure air by cw CO<sub>2</sub> laser radiation and their affect on laser beam propagation, Journal of Applied Physics. 1975. Vol. 46, No. 1. P. 138–150.
6. Васильченко Ж. В., Ажаронок В. В., Филатова И. И. и др. Спектроскопические исследования термодинамических параметров плазменного факела, образующегося при воздействии излучения стационарного СО<sub>2</sub>-лазера на металлическую подложку, Квантовая электроника. 1996. Т. 23, № 9. С. 831–834.
7. Басов Н. Г., Горный С. Г., Данилычев В. А. и др. Физический механизм глубокого проплавления при лазерной сварке металлов, Письма в ЖТФ. 1985. Т. 11, № 21. С. 1337–1341.
8. Голубев В. С. Анализ моделей динамики глубоко проплавления материалов лазерным излучением, г. Шатура, 161 с. препр. / ИПЛИТ РАН; № 83, 1999.
9. Судник В. А., Радаи Д., Дорофеев В. А. Компьютерное моделирование лазерно-лучевой сварки. Модель и верификация, Сварочное производство. 1997, № 1. С. 28–33.
10. Solana P., Ocana J. L. A mathematical model for penetration laser welding as a free boundary problem, J. Phys. D: Appl. Phys. 1997. Vol. 30, No. 9. P. 1300–1313.
11. Mazhukin V., Smurov I., Flamant G. Simulation of laser plasma dynamics: influence of ambient pressure and intensity of laser radiation, J. of Comput. Phys. 1994, Vol. 112, No. 1. P. 78–90.

### 2.1.13. SIMULATION OF PLASMA DYNAMICS IN A KEYHOLE DURING LASER WELDING OF METAL WITH DEEP PENETRATION\*

D.V. BEDENKO, O.B. KOVALEV, I.V. KRIVTSUN

The action of highly-concentrated energy sources such as focused laser radiation on metals results in intensive heating, melting and evaporation which lead to the formation of a keyhole in melted metal. Once the intensity of the incident laser radiation reaches a characteristic threshold value, the laser energy absorbed by the metal and released as heat in the near-surface layer has no time to be transported by thermal conductivity alone. The developed evaporation mode and keyhole formation during the laser welding occur when the incident radiation intensity is  $I \geq 10^9 \text{ W} \cdot \text{m}^{-2}$  [1]. The keyhole shape and linear sizes depend on the laser radiation power, metal properties and peculiarities of the physical processes inside it. During the evaporation, neutral atoms, crystal lattice fragments, ions and free electrons escape from the metal surface. In some metal vapours (aluminium, iron, etc) the gas breakdown and plasma formation may occur as a consequence of the low ionization potential. The parameters of this plasma depend on the optical discharge type and modes of absorption of radiation in the gas [1].

The concepts of laser radiation interaction with metals during laser welding are adequately described in [1, 2]. A large number of works, both experimental [3–10] and theoretical [11–19], are devoted to the study of the plasma, since it plays an important role in the laser welding of materials.

According to whether the plasma is inside or beyond the keyhole, it is called either a keyhole plasma or a plasma plume, respectively. Experimental investigation of the plasma plume is more convenient because its observation is easier [3–7]. The authors of [3] present the generalization, according to which the energy threshold of plasma formation is normally registered at the level of  $10^9 \text{ W} \cdot \text{m}^{-2}$ , the frequency of plume appearance is  $10^3$ – $10^4 \text{ Hz}$ , its lifetime duration is about  $10^{-5}$ – $10^{-4} \text{ s}$  and its height above the keyhole is about 0.5–1 cm. Hence, periodical plasma emissions from the keyhole are observed during the welding. These emissions may result in generating acoustic vibrations and forming structural periodical nonuniformities of the welding seam—chevron structures, pores,

cavities, etc. These defects frequently result from capillary fluctuations and relaxation oscillations of the melt pool and keyhole surface, which are related not only to the plasma but also to the evaporation and hydrodynamic processes [3, 8]. On the other hand, it is still unknown which mechanisms govern the defect formation.

Experimental study of the keyhole plasma is quite difficult because the spectroscopic investigations inside the keyhole are complicated. Hence there are not many experimental works devoted to this topic [9, 10]. In general, they show that the plasma absorption of the laser radiation in the keyhole should not be ignored during the welding simulation. In [10] it is demonstrated that the keyhole plasma considerably influences the energy transfer efficiency of the incident laser beam to the material, which results in various widths and depths of the melt pool. Moreover, an important conclusion was that there are differences between the microscopic parameters of the keyhole plasma and plasma plume. Representative temperatures of the keyhole plasma for aluminium were about 15 000 K, maximum temperatures were of 18000 K.

Earlier, some efforts were made to simulate the plasma at deep-penetration laser welding. Among these works are both the papers devoted to pure plasma simulation [11, 12], and the papers with a complex approach involving various processes occurring at the welding, for example laser radiation absorption by plasma and by the keyhole walls, melt pool hydrodynamics, variation of the keyhole surface shape, thermal state of welded sheets, etc.

Menart [11] presents the calculation of the emission factor for argon plasma mixed with iron vapour in the form of the database for various mixture proportions. There are line emissions, free-bound and free-free emissions. In [12] they obtain the emission factors for the plasma of various compositions (Ar–Cu,  $\text{N}_2$ –Cu,  $\text{SF}_6$ –Cu, Ar–Fe) within the temperature range from 3000 to 25000 K; it is shown that metallic vapours here cause the growth of power density radiated by plasma, especially at low temperature. It should be noted that in these papers the radiative

\*Journal of Physics D: Applied Physics. — 2010. — Vol. 43. — P. 1–10.

transfer equation in plasma is not solved, therefore radiation loss could not be accounted for adequately.

Keyhole plasma modelling was initially based on integral semianalytic or one-dimensional approaches. In [13] Dowden and others propose a simple model of plasma in the cylindrical keyhole and study its properties. The modelling is based on the one-dimensional heat equation for the electrons, ignoring convection. All incident laser power was assumed to be absorbed by the quasi-neutral singly ionized plasma in local thermodynamic equilibrium (LTE). The walls' temperature was assumed to be constant. In [14] the authors propose the model of slightly ionized plasma in the steady state for one-dimensional geometry involving one-dimensional particle transport processes. No forms of convective energy transfer or radiative processes are regarded. The peculiarity of the work lies in the consideration of the walls' effect on ion and electron concentration in the plasma. The authors of [15] propose a more detailed model, which considers the stationary system of equations of continuity, motion and energy for two-temperature plasma as the singly ionized ions, electrons and nonexcited atoms are present. The interaction between plasma and walls in the case of symmetrical keyhole and thermal emission of electrons from this wall are taken into account. Here, however, similarly to previous works, the radiative transfer equation is not considered, and the stationary formulation of the problem does not allow the tracing of the dynamics of plasma propagation.

Kaplan [16] develops the semianalytic model of the keyhole shape design with the present keyhole plasma and plasma plume in the LTE, regarding the multiple reflections from the keyhole walls. The laser radiation absorption by keyhole walls is described with the aid of the Fresnel mechanism, and plasma absorptions—with the aid of inverse bremsstrahlung (IB) absorption, but with no regard to the radiation loss. The keyhole geometry is calculated in [17]. To do this, the authors construct a theoretical model of laser welding limited by the consideration of the stationary equation of energy conservation ignoring the dynamics of the processes in the keyhole. In this statement, the laser radiation energy absorbed by the plasma is assumed to be equal to the energy lost by the plasma due to the radiation loss. This makes it possible to ignore the radiative transfer equation; however, their model has significant limitations. The keyhole surface shape is determined from the pressure balance on its walls.

The next stage in modelling the keyhole processes is the solution of problems in 2D axial-symmetrical or 3D statements [18]. Solana et al consider the 3D model of deep-penetration laser welding based on stationary equations of thermal conductivity in a gas

and plasma with the free boundary. However, the lack of the total system of gas-dynamic equations and of the radiation transport equation make the model incomplete. Then, Chen et al [19] offered the system of stationary Navier–Stokes equations for calculation of the temperature, speed and concentration fields during the welding of iron with a CO<sub>2</sub> laser. Radiation loss from the plasma is found in the database prepared by another author. The major part of the computational domain is occupied by the region above the keyhole, whereas the keyhole model itself is highly simplified and presented as a cylinder of significantly smaller size. Thus, the authors first and foremost concentrate on the shielding gas influence on the plasma plume. The processes related to the radiation transport and shock waves in the keyhole are beyond this paper.

Among recent papers devoted to the modelling of the plasma plume, [20] models it in the axisymmetric formulation during deep-penetration welding of iron sheets with the CO<sub>2</sub> laser. The problem is solved using a commercial program. The governing equations are the equation of conservation of mass, energy and momentum, and the diffusion equation for metal vapour and shielding gas. The authors calculated the radiation loss function for the helium-iron mixture, whereas for the argon-iron mixture they used the database from [11]. Commercial programs, however, do not always adequately monitor the obtained results and moreover the solution method and its numerical realization are as a rule hidden from researchers.

As mentioned above [3], plasma is unstable in the keyhole and may fluctuate with a certain frequency. This indicates both the evaporation process instability due to the liquid oscillation on the keyhole walls, and the unstable extension of the keyhole plasma and plasma plume. It is evident from the presented brief review of references that the attention being paid at present to the modelling of plasma formation and propagation inside the keyhole is insufficient. The purpose of this work is the numerical investigation of the keyhole plasma dynamics, and above all the ionization and shock waves as well as the instabilities caused by them. The modelling is based on the complete systems of equations of gas dynamics in nonstationary statement as well as the solution of the radiative transfer equation or its modifications.

This paper presents the one-dimensional study of the development and propagation of the keyhole plasma under the action of the laser radiation, the radiation loss being taken into account.

**Mathematical model.** As previously mentioned, according to the experimental data of Yi Zhang et al. [10], the representative temperature for the aluminum keyhole plasma is about 15000 K. It is known [21]

that the radiation loss begins to influence essentially the gas-dynamic processes at a temperature of about 10000 K. Under such conditions, it is impossible to determine the gas-flow parameters with no regard to the radiation fields. Thus, it is assumed to consider jointly the equations of metallic vapour or plasma moving in the keyhole and radiation transport equation.

*Basic assumptions.* The considered model of the one-dimensional keyhole is presented schematically in figure 1. The left boundary of the OL segment is the keyhole bottom, which is the source of aluminium vapour. In the case of aluminium evaporation the gas flows through this boundary. The right keyhole boundary is open and the gas or plasma flows into the ambient atmosphere through this boundary. The laser radiation from the CO<sub>2</sub> laser is supplied through the right boundary, the wave length is 10.6 μm and this radiation passes through the whole keyhole. The mathematical model is constructed under the following assumptions:

(a) Using the concepts of [22] on the deep penetration into the material as the base, the keyhole appears to be narrow and deep: the length  $L = 2\text{--}5$  mm and diameter  $D = 0.2\text{--}0.4$  mm, which makes it possible to consider the processes as one-dimensional. It should be particularly emphasized that this assumption is applicable to the processes inside the keyhole alone. The cases of low weld rates correspond better to this model since the keyhole is approximately axisymmetric in such cases.

(b) Metal evaporates merely from the keyhole bottom, evaporation from the side walls is ignored. This assumption is admissible in spite of the major role of the Fresnel absorption by the keyhole front wall [23], since we do not calculate the thermal state of the welded pieces and keyhole shape. Our prime interest here, as mentioned above, is with the plasma propagation over the keyhole and radiation loss from it. The higher the degree of laser power absorption by plasma, the more precise this assumption.

(c) The speed of the keyhole elongation is assumed to be insignificant compared with the speed of propagation of disturbances in it. Thus, the left boundary of the keyhole  $x = 0$  is considered to be immovable, figure 1.

(d) It is anticipated that the keyhole plasma consists of metallic (aluminium) vapour alone, and the shielding inert gas used in laser welding (e.g. Ar, He) does not penetrate into the metallic plasma. This assumption is applied only inside the keyhole. In terms of the real welding process it corresponds to side (horizontal) gas injection.

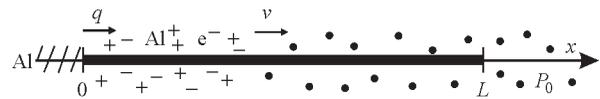


Fig. 1. Schematic of the one-dimensional model: Al<sup>+</sup> — atomic aluminium ions; e<sup>-</sup> — electrons;  $q$  — particle stream;  $P_0$  — external atmospheric pressure;  $v$  — speed of outflow into atmosphere

(e) The processes of heat transport in the solid metal on the keyhole bottom (the left boundary of the segment OL,  $x = 0$ ) are beyond our consideration.

(f) The mean free path of gas molecules is determined using  $\lambda = 1/\sqrt{2}\sigma n$ , where  $\sigma$  is the effective collision cross section and  $n$  is the concentration of the particles. For the aluminium plasma under the atmospheric pressure and temperature of 15000 K (the representative temperature of aluminium keyhole plasma [10]), in the case of collision of neutral particles, this length is about  $2 \cdot 10^{-5}$  m. For the charged particles,  $\sigma$  increases and the free path decreases, respectively. Thus, the free path can be assumed to be much less than the keyhole representative size, which enables one to consider the plasma as a continuum.

(g) The Debye length characterizes the spatial scale of the charge separation and is determined as  $\lambda_D = (\epsilon \epsilon_0 k_b T / n_e e^2)^{1/2}$  (SI system), where  $\epsilon$  is the relative static electric permittivity,  $\epsilon_0$  is the electric constant,  $k_b$  is the Boltzmann constant,  $e$  is the elementary charge and  $n_e$  is the electron concentration. According to [10], at a temperature of 15000 K, the electron concentration is approximately equal to  $n_e = 3 \cdot 10^{24}$  m<sup>-3</sup>, hence the Debye length is about  $5 \cdot 10^{-9}$  m, which is small compared with the keyhole length. Thus, from the macroscopic point of view, the charge density in each point is similar and equal to zero, i.e. plasma is quasi-neutral. It is convenient under these conditions to use the model of equilibrium plasma, regarding the multi-stage ionization.

(h) Recombination processes on the walls are beyond our consideration, since, owing to the problem of one-dimensionality, the walls' influence is ignored. These processes will cause only minor variations of the distribution pattern of plasma ionization provided the plasma moves fast inside the keyhole.

*Gas-dynamic equations.* The authors [24] simulate the laser plasma formation and propagation as the radiation beam interacts with a flat metal target. To describe the gas dynamics of the low-temperature plasma which occurs in the keyhole at laser welding, we use the system of conservation law equations similar to those in [24], according to which the equations of continuity (1), motion (2) and energy (3) are written as follows:

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x}(\rho u) = 0; \quad (1)$$

$$\frac{\partial \rho u}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x}(\rho u^2) + \frac{\partial P}{\partial x} = 0; \quad (2)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial t} \left( \frac{3}{2} P + \frac{1}{2} \rho u^2 \right) + \frac{\partial}{\partial x} \left( \left( \frac{3}{2} P + \frac{1}{2} \rho u^2 \right) u \right) = \\ = \frac{\partial}{\partial x} (P u) - \frac{\partial W}{\partial x} - \frac{\partial G}{\partial x}, \end{aligned} \quad (3)$$

where  $\rho$  is the density,  $u$  is the substance motion rate,  $P$  is the total pressure,  $T$  is the temperature,  $W$  is the radiant energy flux and  $G$  is the laser radiation intensity.

Equations (1)–(3) are added to by the equation of state for plasma

$$P = n_0 k_b T (1 + \alpha), \quad (4)$$

where  $n_0$  is the initial concentration of atoms and  $k_b$  is Boltzmann's constant.

In the case of multi-stage ionization  $\alpha = \alpha_1 + \dots + j\alpha_j$ , where  $\alpha_j = n_j^Z / n_0$  is the  $j$ th ionization degree and  $n_j^Z$  is the concentration of ions with the charge  $Z = j$ .

*Model of plasma.* Plasma is in the state of LTE, provided that the electron concentration in it exceeds a certain critical value  $N_e^{cr}$ , which is found from the condition [25]:

$$N_e^{cr} \geq 1.6 \cdot 10^{12} T_e^{1/2} (\Delta E)^3,$$

where  $N_e^{cr}$  is the critical density of electrons ( $\text{cm}^{-3}$ ),  $T_e$  is the electron temperature (K) and  $\Delta E$  is the highest energy level in an atom (eV). According to [10],  $T_e \approx 1.5$  eV, assuming that  $\Delta E$  does not exceed 1 eV, we have  $N_e^{cr} \leq 1.8 \cdot 10^{12} \text{ cm}^{-3}$ , which is six orders lower than the real electron density and the plasma obviously can be assumed to be in the LTE.

In this case, the ionization degrees are calculated by the Saha equation:

$$\frac{n_i n_e}{n_a} = 2 \left( \frac{2\pi m_e k_b T}{h^2} \right)^{3/2} \frac{Z_i}{Z_a} e^{-(I_{\text{ion}}/k_b T)}. \quad (5)$$

Here  $Z_a, Z_i$  are the statistical sums for neutral atoms and ions,  $n_i, n_e, n_a$  are concentrations of ions, electrons and neutral atoms, respectively. To determine the  $j$ th ionization degree, a neutral atom is assumed to be an ion with the  $j - 1$  charge, and the value of the corresponding ionization potential is used. All calculations given below were performed with due regard to the ionization up to the 3rd degree (up to  $j = 3$ ).

*Radiation loss and plasma absorption of radiation.* To describe the radiation loss, let us use the radiative transfer equation to the diffusion multi-group approximation [21]:

$$\begin{aligned} -\frac{\partial}{\partial x} \left( \frac{1}{3} \frac{c}{\chi_k(T)} \right) \frac{\partial U_k}{\partial x} + c \chi_k(T) U_k = \\ = 4 \chi_k(T) \sigma(T, h\nu_k, h\nu_{k+1}) T^4, \end{aligned} \quad (6)$$

where  $U$  is the radiant energy density per unit volume,  $\chi_k$  is the absorption coefficient on the frequency  $\nu_k$ ,  $c$  is the light speed,  $h$  is the Planck constant and  $\sigma$  is the

integral from the equilibrium radiation within the frequency range from  $k$  to  $k + 1$ ,  $k = 1, 2, 3, \dots \infty$ .

Here

$$\begin{aligned} \sigma(T, h\nu_k, h\nu_{k+1}) &= \frac{2\pi k_b^4}{c^2 h^3} \int_{\nu_k}^{\nu_{k+1}} \frac{x'^3}{\exp(x') - 1} dx' = \\ &= \frac{2\pi k_b^4}{c^2 h^3} \sigma(x) \text{ and } x_k = \frac{h\nu_k}{k_b T}. \end{aligned}$$

We use here the approximation of  $\sigma(x)$  [21]:

$$\sigma(x) = \begin{cases} 1.3799x^3(1/3 - x/8 + x^2/62.4), & x \leq 2, \\ 1.3799[6.4939 - e^{-x}(x^3 + 3x^2 + 6x + 7.28)], & x > 2. \end{cases}$$

In equation (6), the absorption coefficient is averaged by the frequency, similarly to the Planck averaging:

$$\chi_k(T, \rho) = \int_{\nu_k}^{\nu_{k+1}} \chi_{\nu} I_{\nu p} d\nu / \int_{\nu_k}^{\nu_{k+1}} I_{\nu p} d\nu,$$

where  $I_{\nu p}$  is the equilibrium radiation intensity on the frequency of  $\nu$ .

There is an individual issue of the account of the laser radiation absorption. Since the radiation transfer equation in the form of (6) is solved with respect to the function  $U$ , it is necessary to account for only the portion of the gas-absorbed laser power. Hence we come to the Bouguer law:

$$\frac{\partial G(x)}{\partial x} - \chi_{\text{las}}(x) G(x) = 0, \quad (7)$$

where  $G$  is the laser radiation intensity and  $\chi_{\text{las}}$  is the absorption coefficient on the laser radiation wavelength.

From the energy point of view, free-free transitions and bound-free electron transitions make the major contribution in the absorption coefficient [26]. Thus, only the continuum spectrum  $\chi_{\nu} = \chi_{\nu}^{\text{con}}$  is regarded in the problem, i.e.

$$\chi_{\nu}^{\text{con}} = \chi_{\nu}^{\text{f-f}} + \chi_{\nu}^{\text{f-b}},$$

where  $\chi_{\nu}^{\text{f-f}}$  is the coefficient of the free-free absorption and  $\chi_{\nu}^{\text{f-b}}$  is the coefficient of the bound-free absorption:

$$\begin{aligned} \chi_{\nu}^{\text{f-f}} &= \frac{4}{3} \left( \frac{2\pi}{3m_e k_b T} \right)^{1/2} \frac{Z^2 e^6}{h c m_e v^3} n_i n_e, \\ \chi_{\nu}^{\text{f-b}} &= \frac{32\pi^4}{3\sqrt{3}} \frac{e^{10} m Z^4}{h^3 c v^3} \frac{1}{(2\pi m_e k_b T)^{3/2}} n_i n_e \times \\ &\quad \times \sum_{n=1}^{\infty} \frac{e^{(I_{\text{ion}}/k_b T)(1/n^2)}}{n^3}, \end{aligned}$$

where  $n$  is the number of the corresponding energy level in an atom.

If ions of various charges  $Z$  exist in the plasma, the above formulae for  $\chi_{\nu}^{\text{f-f}}$  and  $\chi_{\nu}^{\text{f-b}}$  should be summed over all kinds of ions [26].

*Surface evaporation model.* As the metal evaporates intensively, its parameters should be determined taking into account the Knudsen layer, which forms near the melt surface. To define the temperature  $T$ , pressure  $P$  and density  $\rho$  of the vapours near the surface we used the approach in which the narrow Knudsen layer was considered as a gas-dynamic discontinuity [27, 28]. Note that under the conditions of deep-penetration laser welding, the Knudsen layer thickness is equal to several times the mean free path of the vapour particles  $L_K \sim 10^{-5}$  m, and significantly smaller than the keyhole radius  $R \sim 10^3$  m. Since the Knudsen layer is assumed to be very thin, it can be combined with the keyhole surface. In particular, to find the temperature  $T(0)$  and density  $\rho(0)$  of vapour on the Knudsen layer boundary, as well as to define the melt surface temperature  $T_s$  in the developed evaporation mode, the following system of equation can be used:

$$\frac{T(0)}{T_s} = \left[ \sqrt{1 + \pi \left(\frac{m}{8}\right)^2} - \sqrt{\pi} \frac{m}{8} \right]^2, \quad (8)$$

$$\frac{\rho(0)}{\rho_s} = \sqrt{\frac{T_s}{T(0)}} \left[ \left(m^2 + \frac{1}{2}\right) e^{m^2} \operatorname{erfc}(m) - \frac{m}{\sqrt{\pi}} \right] + \frac{1}{2} \frac{T_s}{T(0)} \left[ 1 - \sqrt{\pi} m e^{m^2} \operatorname{erfc}(m) \right], \quad (9)$$

$$G(0)\Gamma(T_s) = \frac{\rho(0)}{\mu} u(0)\varepsilon. \quad (10)$$

Here  $m = u(0)(\mu/2k_b T(0))^{1/2}$ ,  $\rho_s$  is the density of the saturated vapour at the temperature  $T_s$ ,  $\Gamma(T_s)$  is the absorption coefficient of the laser radiation by the metal surface,  $\mu$  is the atomic mass of Al,  $G(0)$  and  $u(0)$  are the laser radiation intensity and vapour velocity of the Knudsen layer, respectively, and  $\varepsilon$  is the atom work function from the melt.

On the left boundary of the calculation domain, the vapour pressure  $P(0)$  can be calculated from the relation  $P(0) = (\rho(0)/M)k_b T(0)(1 + \alpha)$ . The dependence of the saturated vapour  $p_s$  above the melted metal surface on its temperature can be found from the Clausius–Clapeyron equation, written as follows:

$$P_s = P_{\text{atm}} \exp[\varepsilon / k_b (1/T_b - 1/T_s)], \quad (11)$$

where  $P_{\text{atm}}$  is the atmospheric pressure and  $T_b$  is the metal boiling point (i.e. the temperature at which the saturated vapour pressure is equal to atmospheric pressure).

The vapour pressure  $P_r$  imposed by the expanding vapour on the evaporating surface of the keyhole is calculated in the following expression:

$$P_r = P(0) \left( 1 + \frac{5}{3} M^2 \right), \quad (12)$$

where  $M$  is the local value of the Mach number for the vapour stream normal to the keyhole surface on the

Knudsen layer boundary. It should be noted that the vapour velocity on this boundary must be restricted by the condition of  $M \leq 1$ , which is caused by non-equilibrium processes occurring in the Knudsen layer.

*Boundary conditions.* The keyhole bottom (the left boundary in figure 1,  $x = 0$ ) is able to reach equilibrium through radiative exchange with the gas, since the light speed  $c$  is much faster than the typical speeds of the gas-dynamic processes. Thus, the boundary condition on the left boundary  $x = 0$  for the radiant energy density  $U$  is written as

$$cU = \sigma T^4. \quad (13)$$

Free emission on the right boundary  $x = L$  presumes that the following condition for the radiant energy flux  $W$  is satisfied:

$$W = -\frac{cU}{2}. \quad (14)$$

At the subsonic outflow of the gas into the open space with atmospheric pressure, it is advisable to assign the following condition on the right keyhole exit  $x = L$ :

$$P = P_{\text{atm}}. \quad (15)$$

Moreover, here at  $x = L$ , the initial intensity of the incident laser radiation  $G_0$ , directed inside the keyhole is assigned; it results in one more condition:

$$G = G_0. \quad (16)$$

Table presents the values of dimensionless quantities  $\rho(0)/\rho_s$ ,  $T(0)/T_s$ ,  $P(0)/P_s$  calculated with the aid of equations (8)–(10) and relations (11) and (12) on the external boundary of the Knudsen layer and the value  $P_r/P_s$  determining the expanding-vapour pressure onto the melted surface for different values of the Mach number.

As it follows from the data presented, when the degree of vapour nonequilibrium increases (since the vapour may escape from the evaporating metal surface), the vapour pressure becomes much lower than the saturated vapour pressure. Note that the value  $P_r$ , at, for example,  $M = 1$  may be almost two times lower than the corresponding value of the saturated vapour pressure  $P_s$ .

*The method of numerical solution.* To solve the system of equations (1)–(3) with closure equations (4) and (5) and boundary conditions (13)–(16), we used Godunov's method presented in [29] for gas-dynamics equations with nonlinear right-hand sides. The unknown boundary conditions on the right were calculated by the method of characteristics. On the left boundary at  $x = 0$ , in the evaporation mode, the gas parameters were re-calculated with due regard to the Knudsen layer, using the approach developed in [28].

The radiative transfer equation (6) was solved with the aid of the implicit integro-interpolation finite-dif-

The values of main dimensionless gas dynamic quantities related to the Knudsen layer

M	$T(0)/T_s$	$\rho(0)/\rho_s$	$P(0)/P_s$	$P_t/P_s$
0	1	1	1	1
0.05	0.980	0.927	0.908	0.912
0.10	0.960	0.861	0.827	0.841
0.20	0.922	0.748	0.690	0.736
0.40	0.851	0.576	0.490	0.621
0.60	0.785	0.457	0.358	0.573
0.80	0.725	0.371	0.269	0.556
1.00	0.669	0.308	0.206	0.549

ference scheme of the second order of accuracy realized by the method of tree-point scalar marching.

The calculation program was tested on the known analytical solutions of Sode's, Lax's and other problems.

**Results and discussions.** Calculation data are presented below in the dimensionless form with scale parameters:  $L/L_0$  is the length,  $L_0 = 0.002$  m;  $T/T_0$  is the temperature,  $T_0 = 11600$  K;  $P/P_0$  is the pressure,  $P_0 = 3 \cdot 10^5$  Pa;  $\rho/\rho_0$  is the density,  $\rho_0 = 0.14$  kg·m<sup>-3</sup>,  $u/c_0$  is the vapour velocity,  $c_0 = 1883$  ms<sup>-1</sup> is the acoustic speed in the heated gas. Scale parameters were chosen from the representative values of the parameters of low-temperature aluminium plasma for the deep-penetration laser welding (see for example [10]). Aluminium ionization potentials are 5.987 eV for the first, 18.8 eV for the second and 28.4 eV for the third ionization degree.

It is known from the experimental data presented in [30] that in the laser gaseous discharge the high-pressure plasma of spherical or cylindrical shape (depending on how the radiation is focussed) forms very quickly. Near the metal surface it may result from the presence of some initial electrons in the metal vapour. Then follows their avalanche-like increase, and the low-temperature near-surface plasma is formed. A shock wave forms ahead of the plasma front.

We attempt to simulate the above situation in the keyhole. A certain area heated up to a high tempera-

ture, limited from one side by the keyhole bottom  $x = 0$ , and from the other side by the cold gas of atmospheric pressure, is assigned as initial conditions.

Initial distributions of the gas parameters in the keyhole used in the calculations are shown in figure 2. The values of temperature  $T = 6000$  K and width of 0.2 mm of the heated area have been chosen from the condition of the diffusion approximation applicability for the radiative transfer equation. This approximation is valid in the case of optically thick plasma, i.e.

when  $\int_0^{0.2} \chi dl \sim 1$ , which means that the radiation passing through the plasma is  $e$  times weaker (see  $\delta$  in figure 2, *b*). To define the boundary condition on the left, the Knudsen layer model was used, the inflow speed being constant; this value corresponds to the Mach number  $M = 0.05$ . The values of density  $\rho$  and pressure  $P$  were specified in accordance with the calculated Knudsen layer in table.

The results of the calculations performed show that the minimum density of the radiation power  $G$  needed to maintain the keyhole plasma is about  $2 \cdot 10^8$  W·m<sup>-2</sup>. At lower  $G_0$ , in spite of the initially high degree of radiation absorption of about 85 %, plasma dissipates. For the intensity above this threshold value, the laser radiation completely compensates the radiation loss and hence maintains plasma existence. Let us define the region in the plasma wherein the laser radiation is absorbed at the maximum rate as the energy-absorption region. For the initial conditions presented in figure 2 and  $G = 2.5 \cdot 10^8$  W·m<sup>-2</sup> at the time  $t = 8 \cdot 10^{-7}$  s, figure 3 shows evidence of temperature increase on the energy-absorption region front and also a significant increase in the plasma ionization degree. It results from the active absorption of the laser radiation at a small, about  $10^{-4}$  m, distance (figure 4 (2)). At the initial time period, one part of the energy applied to the energy-absorption region is expended for heating of a narrow layer of the plasma up to a high tem-

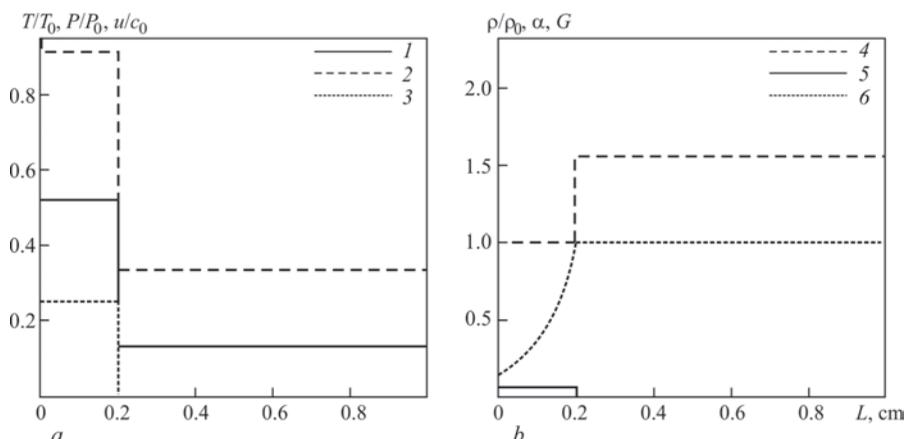


Fig. 2. Distribution of plasma parameters at the initial time  $t = 0$  s: 1 — temperature, 2 — pressure, 3 — speed (*a*); 4 — density, 5 — ionization degree, 6 — relative intensity of the incident laser radiation, normalized to  $G = 2.5 \cdot 10^8$  W·m<sup>-2</sup> (*b*)

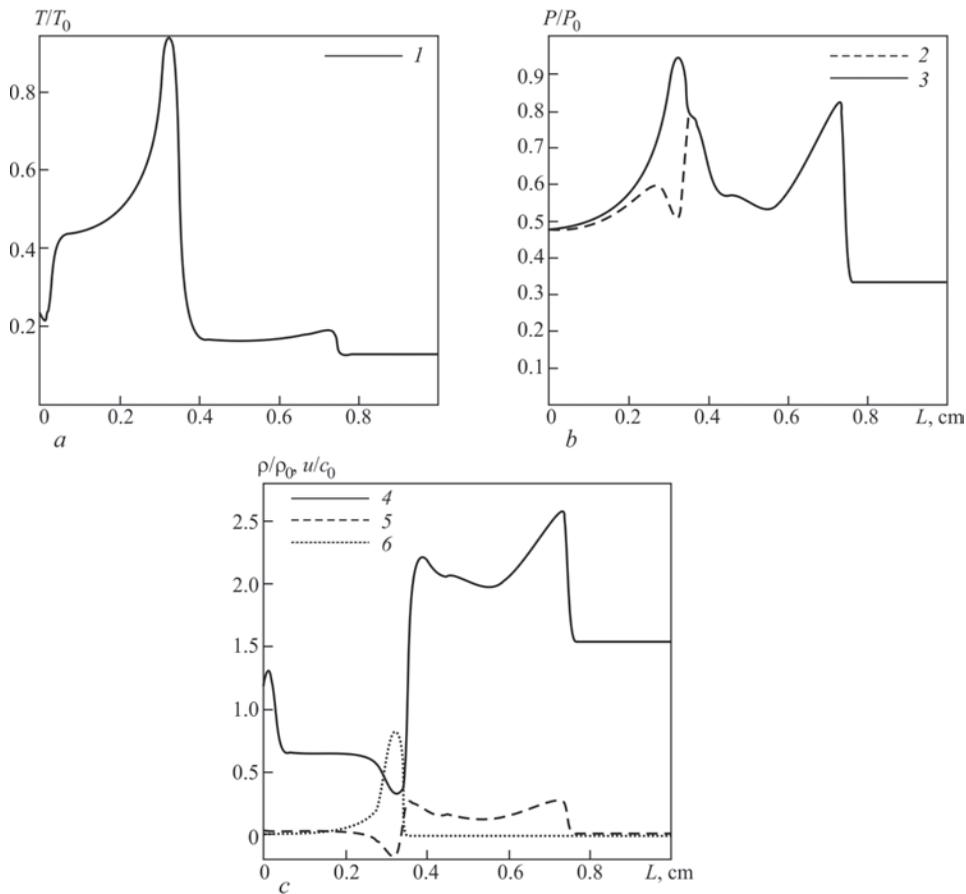


Fig. 3. Plasma expansion under the action of the laser radiation (intensity  $G = 2.5 \cdot 10^8 \text{ W} \cdot \text{m}^{-2}$ ) at the time  $t = 8 \cdot 10^{-7} \text{ s}$ : 1 — temperature (a); 2 — partial pressure of ions and neutral atoms, 3 — total pressure (b); 4 — density, 5 — speed, 6 — ionization speed (c)

perature, whereas the other part is used to heat the cold gas involved into the plasma. At the same time, the plasma optical thickness increases significantly. Consequently, the role of the self-absorption process increases, promoting the conditions for the complete trapping of radiation in the keyhole plasma. As a result, in view of the noticeable compensation of the radiation loss, on the one hand, the temperature increases in the energy-absorption region, and, on the other hand, the amount of the cold gas involved into the plasma increases, too. Then comes the moment when the energy consumption and absorption are in balance. Plasma characteristics at that moment (time point  $t = 1.9 \cdot 10^{-6} \text{ s}$ ) are presented in figure 5. The peak temperature reaches its maximum (see figure 5, a), and eventually it decreases just slightly.

Figure 5, b presents the distributions of the total and partial (only heavy particles) pressures over the keyhole length. Electron pressure makes the essential contribution into the total pressure in the high-temperature region owing to the active (up to the 3rd degree) ionization (figure 5, d). Absolute values of the electron concentration  $n_e$  in this area is about  $8 \cdot 10^{23} \text{ m}^{-3}$ . Thus, the density here is much lower than in adjacent areas (figure 5, c (4)). From the graph in figure 5, c it is seen that in the energy-absorption re-

gion centre, the speed possesses negative values and particles flow from the maximum-temperature region due to the excess pressure that arises. The energy-absorption region front moves with the speed of  $u \sim 500 \text{ ms}^{-1}$ . The speed of the particle flow from the high-pressure region is an important component of this speed (figure 5, b). Such a case corresponds to the «slow combustion wave» mode [1] similar to a chemical combustion mode.

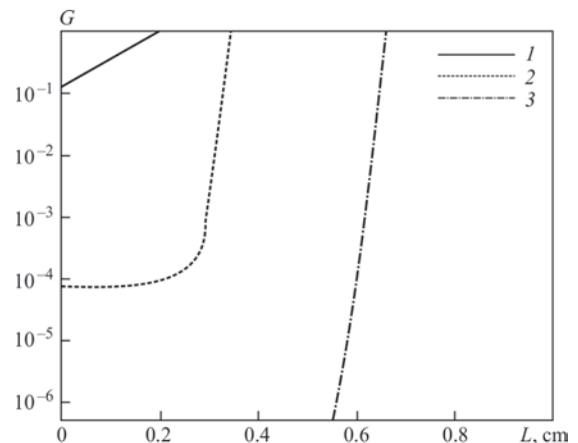


Fig. 4. Relative intensity of the laser radiation, normalized to  $G = 2.5 \cdot 10^8 \text{ W} \cdot \text{m}^{-2}$  at different times: 1 —  $t = 0 \text{ s}$ ; 2 —  $t = 8 \cdot 10^{-7} \text{ s}$ ; 3 —  $t = 1.9 \cdot 10^{-6} \text{ s}$

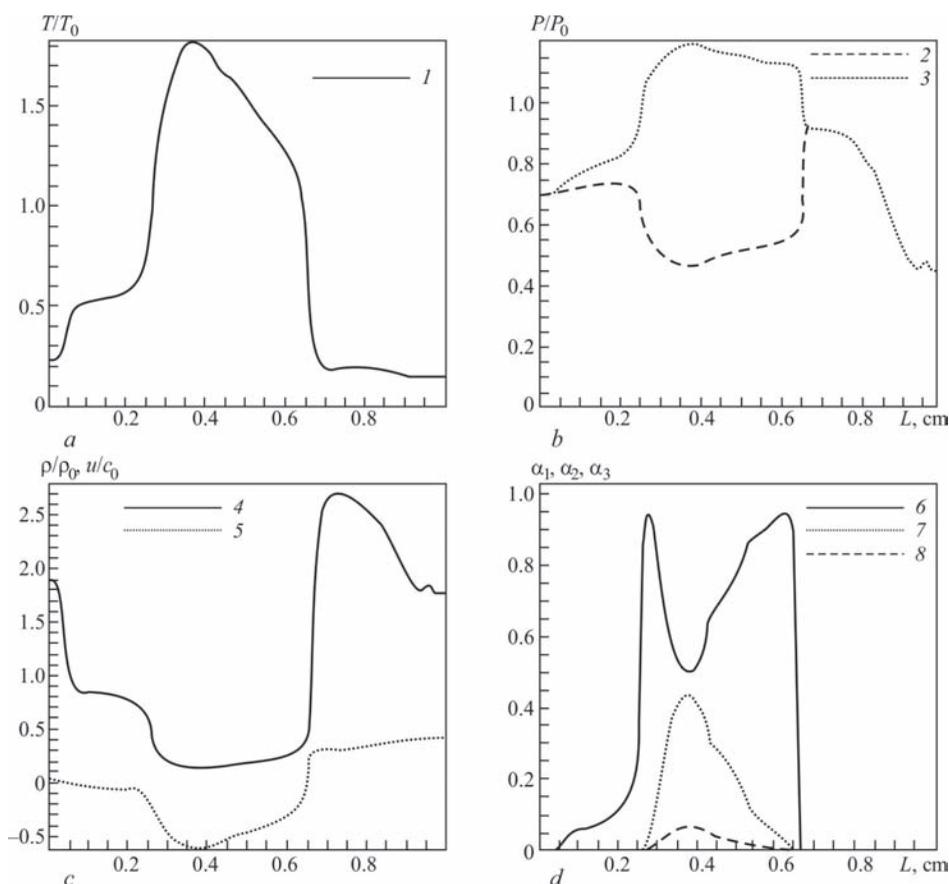


Fig. 5. Plasma expansion under the action of the laser radiation with the intensity of  $G = 2.5 \cdot 10^8 \text{ W} \cdot \text{m}^{-2}$  at the time  $t = 1.9 \cdot 10^{-6} \text{ s}$ : 1 — temperature (a); 2 — partial pressure of ions and neutral atoms, 3 — total pressure (b); 4 — density, 5 — speed (c); 6 — ionization degree  $\alpha_1$  for  $\text{Al}^+$ , 7 —  $\alpha_2$  for  $\text{Al}^{2+}$ , 8 —  $\alpha_3$  for  $\text{Al}^{3+}$  (d)

With the increasing intensity of the incident radiation, not only the gas characteristics but also the modes of plasma propagation change. For the laser radiation with the power density of  $G = 1.5 \cdot 10^9 \text{ W} \cdot \text{m}^{-2}$ , the initial conditions being given in figure 2, as the inflow speed on the left boundary being equal to  $M = 0.2$ , the temperature, pressure and ionization degree rise quickly on the energy-absorption region front (the time point  $t = 7 \cdot 10^{-7} \text{ s}$ , figure 6).

For such a mode of expansion, the speed of the plasma propagation front is supersonic with respect to the «cold» gas and subsonic with respect to the acoustic speed in the energy-absorption region ( $c_0 \approx 2500 \text{ ms}^{-1}$ ). This case is reported in the literature as a «fast combustion waves» mode, or, as can often be met, a subsonic radiation wave [1]. The propagation speeds of the shock wave and energy-absorption region differ insignificantly (figure 6, c) reaching the values of  $u \approx 1700 \text{ ms}^{-1}$  and  $u \approx 1500 \text{ ms}^{-1}$ , respectively. They are separated by a layer of the shock-compressed gas radiolucent, in spite of the high (about 5000 K) temperature in this region.

Note that for the subsonic radiation wave mode, the temperature in the energy-absorption region (figure 6, a) is about 1.7 times lower than for the mode of

slow combustion waves, though the latter corresponds to the lower intensities of the incident laser radiation ( $G \approx 2.5 \cdot 10^8 \text{ W} \cdot \text{m}^{-2}$ ). The reason is that, in the case of the subsonic radiation wave, the propagation speed of the energy-absorption region front is much higher; owing to this, a significant proportion of the incident radiation energy is consumed in heating the abundant «cold» gas that is incorporated into the plasma.

Moreover, the electron concentration  $n_e$  in the high-temperature region is about  $2.5 \cdot 10^{24} \text{ m}^{-3}$ , which is approximately 3 times higher than that of the maximum electron densities in the «slow combustion wave». Such a difference is caused by the significant reduction in the plasma density, which occurs during the slow motion of the energy-absorption region, and which results from the active projection of neutral atoms, ions and electrons from the increased pressure region.

## Conclusion

The problem of plasma formation and motion inside the keyhole regarding the radiation loss was considered. Numerical investigations were undertaken on the interaction between the laser radiation and a plasma cloud of aluminium vapour with the Knudsen layer being taken into account. Under study were the

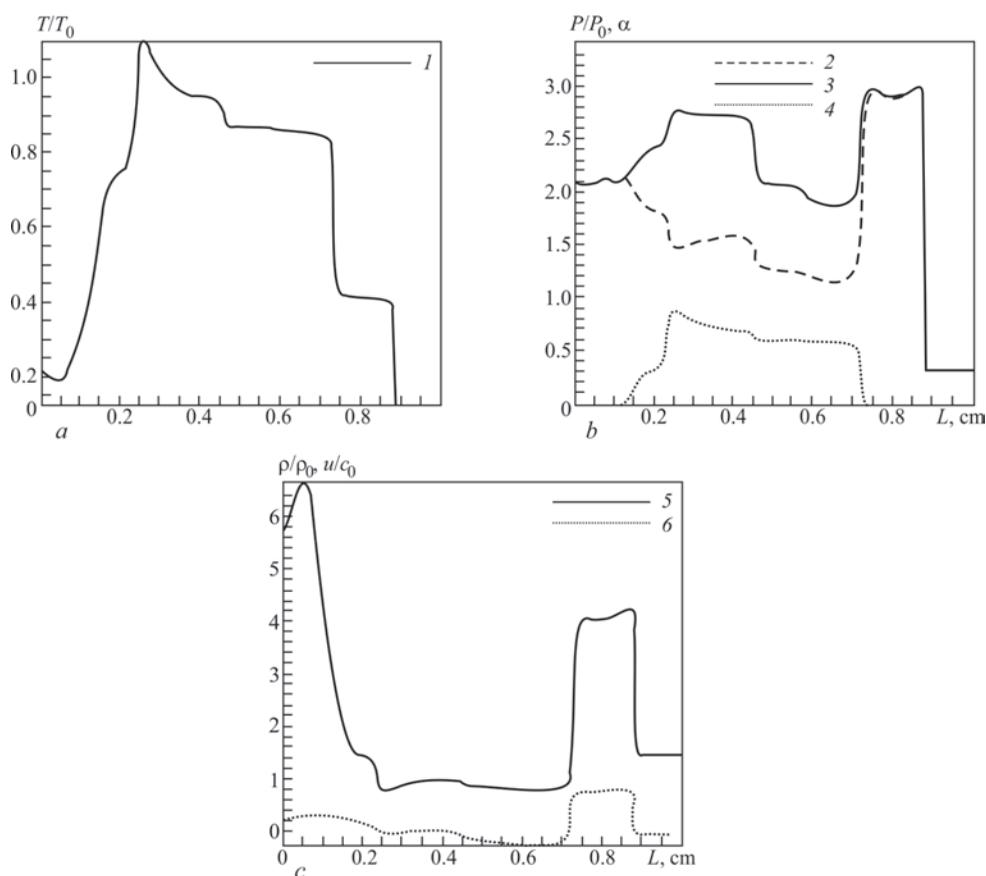


Fig. 6. Plasma expansion under the action of the laser radiation with the intensity  $G = 1.5 \cdot 10^9 \text{ W} \cdot \text{m}^{-2}$  at the time  $t = 7 \cdot 10^{-7} \text{ s}$ : 1 — temperature (a); 2 — partial pressure of ions and neutral atoms, 3 — total pressure, 4 — ionization degree (b); 5 — density, 6 — speed (c)

evaporation modes wherein the speed of vapour escaping from the metal surface varied. The approximate value of the minimum intensity of the laser radiation ( $G_0 = 2 \cdot 10^8 \text{ W} \cdot \text{m}^{-2}$ ), at which the keyhole plasma existence, propagation and extension is possible, was calculated. Beginning from this value the role of trapping of radiation from the plasma by self-absorption significantly increases. Due to this, the temperature in the energy-absorption region increases significantly, up to 20000 K. We simulated numerically the modes of the keyhole plasma propagation as a «slow combustion wave», corresponding to the power of the incident laser radiation of  $G_0 \approx (2-8) \cdot 10^8 \text{ W} \cdot \text{m}^{-2}$ , and a «subsonic radiation wave» which was achieved at  $G_0 \approx (0.8-2) \cdot 10^9 \text{ W} \cdot \text{m}^{-2}$ . According to Prokhorov [1], these modes occur at the intensities of  $G_0 \sim 10^9$  and  $\sim 10^{10} \text{ W} \cdot \text{m}^{-2}$ , respectively. Design values  $G_0$  obtained in this work are understated because of the one-dimensional formulation of the problem.

Maximum electron concentrations  $n_e$  were  $8 \cdot 10^{23} \text{ m}^{-3}$  and  $2.5 \cdot 10^{24} \text{ m}^{-3}$ , respectively. The latest value is in good agreement with the electron densities  $n_e = 2.1 \cdot 10^{24} - 3.6 \cdot 10^{24} \text{ m}^{-3}$ , which were determined experimentally in [10], and correspond to the higher temperature values  $T_e = 16000 - 21000 \text{ K}$ . As mentioned before, the electron concentration  $n_e$  depends

heavily not only on the temperature but also on the speed of the energy-absorption region motion. This means that  $n_e$  is appreciably governed by the keyhole plasma extension.

We should mention that the results of our calculations of the studied processes are qualitative. The modes found vindicate the instability of the keyhole plasma which can completely shield the laser radiation from the keyhole towards the laser beam.

Periodical plasma shielding of the laser radiation influences the processes inside the keyhole and causes alternate attenuation or ceasing of the absorption of the laser radiation by the metal surface, metal heating and evaporation. This results in pressure, density and temperature oscillation in the energy-absorption region. As a result, these processes can explain the structural periodical nonuniformities of the welding seam — chevron structures, pores, cavities, etc.

The model can be extended to two or three dimensions, as well as considering the motion of the curved boundary of the keyhole.

**Acknowledgments.** This research was supported by the Russian Foundation for Basic Research and the State Foundation for Basic Research of Ukraine (Grant No 09-08-90412, Ukr\_a).

1. Prokhorov A. M. *et al.* 1988 *Interaction Between Laser Radiation and Metals* (Moscow: Nauka) 537 pp (in Russian).
2. Steen W. M. and Watkins K. 2003 *Laser Material Processing* (London: Springer).
3. Golubev V. S. 2000 Possible hydrodynamic phenomena in deep-penetration laser channels *Proc. SPIE* **3888** 244–53.
4. Fowler M. C. and Smith D. C. 1975 Ignition and maintenance of subsonic plasma waves in atmospheric pressure air by cw CO<sub>2</sub> laser radiation and their affect on laser beam propagation *J. Appl. Phys.* **46**, 138–50.
5. Vasil'chenko Zh. V., Azharonok V. V., Filatova I.I., Shimanovich V. D., Golubev V. S. and Zabelin A. M. 1996 Spectroscopic investigation of thermodynamic parameters of a plasma plume formed by the action of cw CO<sub>2</sub> laser radiation on a metal substrate *Quantum Electron.* **26** 810–3.
6. Szymanski Z., Kurzyna J. and Kalita W. 1997 The spectroscopy of the plasma plume induced during laser welding of stainless steel and titanium *J. Phys. D: Appl. Phys.* **30** 3153–62.
7. Hoffman J. and Szymanski Z. 2004 Time-dependent spectroscopy of plasma plume under laser welding conditions *J. Phys. D: Appl. Phys.* **37** 1792–9.
8. Matsunawa A., Mizutani M., Katayama S. and Seto N. 2003 Porosity formation mechanism and its prevention in laser welding *Weld. Int.* **17** 431–7.
9. Tu J. F., Inoue T. and Miyamoto I. 2003 Quantitative characterization of keyhole absorption mechanisms in kW-class CO<sub>2</sub> laser welding processes *J. Phys. D: Appl. Phys.* **36** 192–203.
10. Zhang Y., Li L. and Zhang G. 2005 Spectroscopic measurements of plasma inside the keyhole in deep penetration laser welding *J. Phys. D: Appl. Phys.* **38** 703–10.
11. Menart J. and Malik S. 2002 Net emission coefficients for argon–iron thermal plasmas *J. Phys. D: Appl. Phys.* **35** 867–74.
12. Gleizes A., Gonzalez J. J., Liani B. and Raynal G. 1993 Calculation of net emission coefficient of thermal plasmas in mixtures of gas with metallic vapour *J. Phys. D: Appl. Phys.* **26** 1921–7.
13. Dowden J., Kapadia P. and Postacioglu N. 1989 An analysis of the laser–plasma interaction in laser keyhole welding *J. Phys. D: Appl. Phys.* **22** 741–9.
14. Finke B. R., Kapadia P. D. and Dowden J. M. 1990 A fundamental plasma based model for energy transfer in laser material processing *J. Phys. D: Appl. Phys.* **23** 643–54.
15. Tix C. and Simon G. 1993 A transport theoretical model of the keyhole plasma in penetration laser welding *J. Phys. D: Appl. Phys.* **26** 2066–74.
16. Kaplan A. 1994 A model of deep penetration laser welding based on calculation of the keyhole profile *J. Phys. D: Appl. Phys.* **27** 1805–14.
17. Sudnik W., Radaj D. and Erofeev W. 1996 Computerized simulation of laser beam welding, modelling and verification *J. Phys. D: Appl. Phys.* **29** 2811–7.
18. Solana P. and Ocana J. L. 1997 A mathematical model for penetration laser welding as a free boundary problem *J. Phys. D: Appl. Phys.* **30** 1300–13.
19. Chen X. and Wang H.-X. 2003 Prediction of the laser-induced plasma characteristics in laser welding: a new modeling approach including a simplified keyhole model *J. Phys. D: Appl. Phys.* **36** 1634–43.
20. Moscicki T., Hoffman J. and Szymanski Z. 2006 Modelling of plasma plume induced during laser welding *J. Phys. D: Appl. Phys.* **39** 685–92.
21. Chetverushkin B. N. 1985 *Mathematical Simulation of the Problems of Radiant Gas Dynamics* (Moscow: Nauka) 304 pp. (in Russian).
22. Vedenov A. A. and Gladush G. G. 1985 *Physical Processes at Laser Processing of Materials* (Moscow: Energoatomizdat) 208 pp (in Russian).
23. Jin X. Z., Li L. and Zhang Y. 2002 A study on Fresnel adsorption and reflections in the keyhole in deep penetration laser welding *J. Phys. D: Appl. Phys.* **35** 2304–10.
24. Mazhukin V., Smurov I. and Flamant G. 1994 Simulation of laser plasma dynamics: influence of ambient pressure and intensity of laser radiation *J. Comput. Phys.* **112** 78–90.
25. Griem H. R. 1964 *Plasma Spectroscopy* (New York: McGraw-Hill) 580 pp.
26. Zel'dovich Ya. B. and Raizer Yu. P. 2003 *Physics of Shock Waves and High-Temperature Hydrodynamic Phenomena* ed W. D. Hayes and R. F. Probstein (New York: Dover) 944 pp.
27. Mazhukin V. I., Nossov V. V. and Smurov I. 2004 Modelling of radiation transfer in low temperature nanosecond laser-induced plasma of Al vapour *J. Phys. D: Appl. Phys.* **37** 185–99.
28. Krivtsun I. V. *et al.* 2008 Modelling of the processes of evaporation of metal and gas dynamics of metal vapour inside a keyhole in laser welding *Paton Weld. J.* 16–21.
29. Godunov S. K. (ed.) 1976 *Numerical Solving Many-Dimensional Problems of Gas Dynamics* (Moscow: Nauka) 400 pp (in Russian).
30. Gus'kov K. G., Ratzer Yu. P. and Surzhikov S. T. 1990 Observed velocity of slow motion of an optical discharge *Quantum Electron.* **20** 860–4.

## 2.1.14. NUMERICAL STUDY OF CONDENSED-PHASE NUCLEUS GROWTH IN VAPOR-GAS JET UNDER LASER WELDING\*

I.L. SEMENOV, I.V. KRIVTSUN

It is known that for deep penetration laser welding there exists a narrow hole, called keyhole, filled with metal vapor. Above this hole a vapor-gas jet is formed. As reported in [1], the metal vapor, flowing out of the keyhole, is substantially oversaturated. It results in forming and growing of condensed-phase nuclei in vapor-gas jet. According to theoretical estimations [2] sizes of the nuclei can vary from 0.01 to 0.10  $\mu\text{m}$ . Volume condensation process exerts great influence on gas-dynamic processes in vapor-gas jet and changes its basic characteristics. On the other hand, formation of condensed-phase nuclei affects propagation of laser radiation through the vapor-gas jet. Absorption and scattering of laser radiation by the nuclei attenuate laser radiation intensity and decrease the power of laser beam, directed into a metal surface. This is why the investigation of condensed-phase nuclei growth in vapor-gas jet is of great interest for further development of laser welding technologies.

In the present work we propose a mathematical model of motion, growth and heating of condensed-phase nucleus in a vapor-gas jet. Distributions of gas-dynamics parameters were taken from study [1]. The proposed model consist of equations of motion along axis of the jet, equations describing kinetics of nucleus radius and temperature, and continuity equation for metal vapor, taking into account process of volume condensation. The initial radius of nucleus and concentration of nuclei are calculated in terms of Zeldovich theory [3]. Mass and energy fluxes through the nucleus surface are found from the solution of kinetic equations for metal vapor and gas particles. As an example, Ar-Fe mixture is considered. Results obtained in this work allow one to analyze dynamics of nucleus growth and heating and provide quantitative estimations of final condensed-phase nuclei sizes in vapor-gas jet.

### Mass and energy fluxes on the nucleus surface.

First, let us consider expressions for mass and energy fluxes on the nucleus surface. For typical values of collision cross-sections ( $\sigma_{\text{Ar}} = 4 \cdot 10^{-19} \text{ m}^2$ ,  $\sigma_{\text{Fe}} = 2 \cdot 10^{-19} \text{ m}^2$ ) and concentrations of vapor and gas particles ( $n_{\text{Fe, Ar}} \approx 10^{-24} \text{ m}^{-2}$ ), estimated value of mean free paths  $\lambda_{\text{Fe, Ar}}$  varies from 1 to 10  $\mu\text{m}$ . These values are much greater than estimated sizes of condensed-phase nuclei. Thus, a vapor-gas flow around the nucleus can be treated as collisionless and have to be examined on the basis of kinetic equations for vapor and gas particles. Assuming a spherical shape of the nucleus, the kinetic

equations can be considered in a spherically symmetric form. These equations are not presented here for brevity, because the steady-state collisionless solution of these equations is quite simple and can be obtained in a closed analytical form. According to this solution the distribution function of particles falling onto the surface is equal to the distribution function at infinity (i.e. far from the nucleus). The distribution function at infinity represents undisturbed state of vapor-gas mixture at a certain point of the jet. This function is assumed to equal to equilibrium Maxwell function with zero velocities, temperature  $T_0$ , and concentrations  $n_{g,v}^0$ , where  $g$  and  $v$  — gas and vapor particles, respectively. The distribution function of outgoing particles is also assumed to have Maxwell form with zero velocities, temperature  $T_s$  and concentrations  $n_{g,v}^s$ . Here,  $T_s$  is the temperature of the nucleus, and values of concentrations  $n_{g,v}^s$  depend on the type of boundary conditions. Finally, mass and energy fluxes at the nucleus surface read as

$$q_m = \sqrt{\frac{2k}{\pi m}} \left( n_{g,v}^s \sqrt{T_s} - n_{g,v}^0 \sqrt{T_0} \right); \quad (1)$$

$$q_e = \sqrt{\frac{2k^3}{\pi m}} \left( n_{g,v}^s T_s^{3/2} - n_{g,v}^0 T_0^{3/2} \right), \quad (2)$$

where  $q_m$  is the mass flux;  $q_e$  is the energy flux; and  $m_{g,v}$  are the masses of gas and vapor particles.

**Model of nucleus growth and heating.** Further, we present the model of nucleus growth and heating. This model consists of two equations. The first one describes kinetics of nucleus radius, and is written as

$$\rho_m \frac{dr_n}{dt} = -\sqrt{\frac{2k}{\pi m}} \left( n_v^s \sqrt{T_s} - n_v^0 \sqrt{T_0} \right), \quad (3)$$

where  $\rho_m$  is the density of liquid phase (i.e. liquid iron in our work), and  $r_n$  is the nucleus radius.

The second equation describes kinetics of nucleus temperature, and is given as

$$\frac{d}{dt} (C_p T_s) = -4\pi r_n^2 (q_c - q_g + q_v), \quad (4)$$

where  $C_p$  is the total heat capacity of the nucleus, and heat fluxes  $q_c$ ,  $q_g$  and  $q_v$  read as

$$q_c = \lambda_v \sqrt{\frac{2k}{\pi m}} \left( n_v^s \sqrt{T_s} - n_v^0 \sqrt{T_0} \right), \quad (5a)$$

\*Proc. of the Fifth Int. Conf. on Laser Technologies in Welding and Materials Processing (Katsiveli, Crimea, Ukraine). — 2011. — P. 126–130.

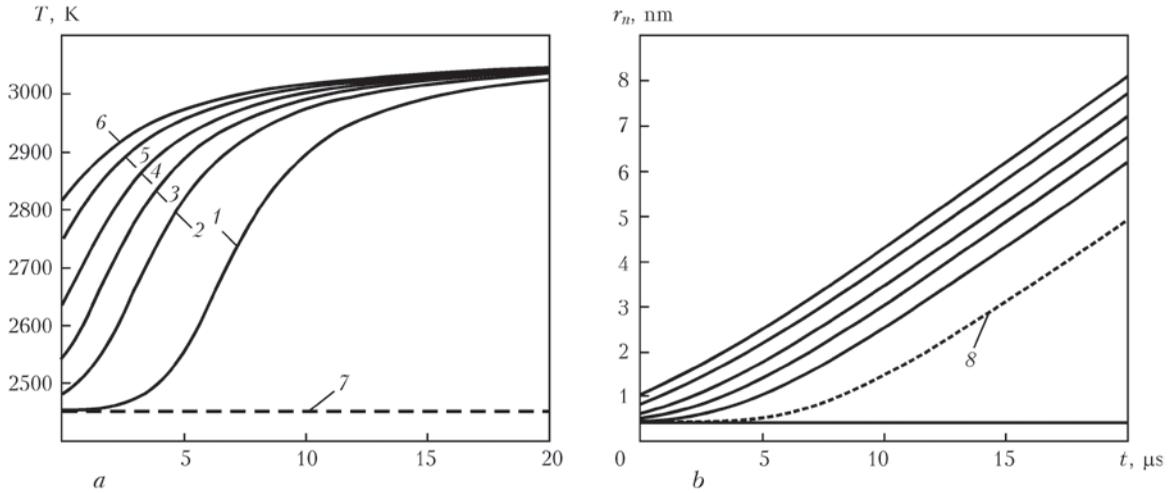


Fig. 1. Kinetics of nucleus temperature (a) and radius (b) for  $T_0 = 2450$  K,  $\gamma_{Fe} = 0.8$ ,  $\theta = 0.2$ , initial radius of 0.43 (1), 0.45 (2), 0.50 (3), 0.60 (4), 0.80 (5) and 1 (6) nm: 7 — initial temperature; 8 — critical radius, and the rest curves — same by Zeldovich theory

$$q_g = \sqrt{\frac{2k^3}{\pi m_g}} \left( n_g^s T_s^{3/2} - n_g^0 T_0^{3/2} \right), \quad (5b)$$

$$q_v = \sqrt{\frac{2k^3}{\pi m_v}} \left( n_v^s T_s^{3/2} - n_v^0 T_0^{3/2} \right), \quad (5c)$$

where  $\lambda_v$  is the specific evaporation heat. The heat flux  $q_c$  corresponds to condensation and evaporation of vapor particles, and heat fluxes  $q_g$  and  $q_v$  correspond to heat conduction between nucleus and surrounding mixture. For the gas particles we use simple impermeability condition  $n_g^s = n_g^0 \sqrt{T_0/T_s}$ , and for the vapor particles we assume that concentration  $n_v^s$  is equal to concentration of saturated vapor at temperature  $T_s$ :

$$n_v^s = \frac{P_a}{kT_s} \exp\left(\frac{\lambda_v}{kT_0} - \frac{\lambda_v}{kT_s}\right) \exp\left(\frac{2\sigma_m m_v}{kT_s \rho_m r_n}\right), \quad (6)$$

where  $P_a$  is the atmospheric pressure, and  $\sigma_m$  is the surface tension of liquid metal. Equation (6) takes into account the influence of surface tension, since it is important for micron sized nuclei. Equations (3) and (4) can be solved numerically with appropriate initial conditions.

We firstly demonstrate kinetics of nucleus growth and heating with fixed ambient conditions. These conditions can be defined by temperature  $T_0$  of the surrounding mixture, mass fraction of metal vapor in the mixture  $\gamma_{Fe} = m_{Fe} n_{Fe} / (m_{Fe} n_{Fe} + m_{Ar} n_{Ar})$  and supercooling degree  $\theta$ . The supercooling degree is defined as  $\theta = (T^* - T_0)/T^*$ , where  $T^*$  is the temperature of saturated vapor for given concentration of metal vapor particles  $n_v^0$ . Note that pressure is assumed to be equal to one atmosphere.

In Figure 1 we show kinetics of nucleus temperature and radius for  $T_0 = 2450$  K,  $\gamma_{Fe} = 0.8$ , and  $\theta = 0.2$ . Curves for different initial nucleus radius are presented. In Figure 2 the same dependencies are shown for  $T_0 = 2400$  K,  $\gamma_{Fe} = 0.05$ ,  $\theta = 0.05$ . One can observe that nucleus temperature increases rapidly due to condensation during some period of time and then goes asymptotically to temperature  $T^*$ , corresponding to given supercooling degree  $\theta$ . Slowing down of temperature kinetics can be explained by increasing of evaporation heat losses when temperature becomes sufficiently high. Nucleus radius increases with constant rate, because at this stage we do not take into account loss of

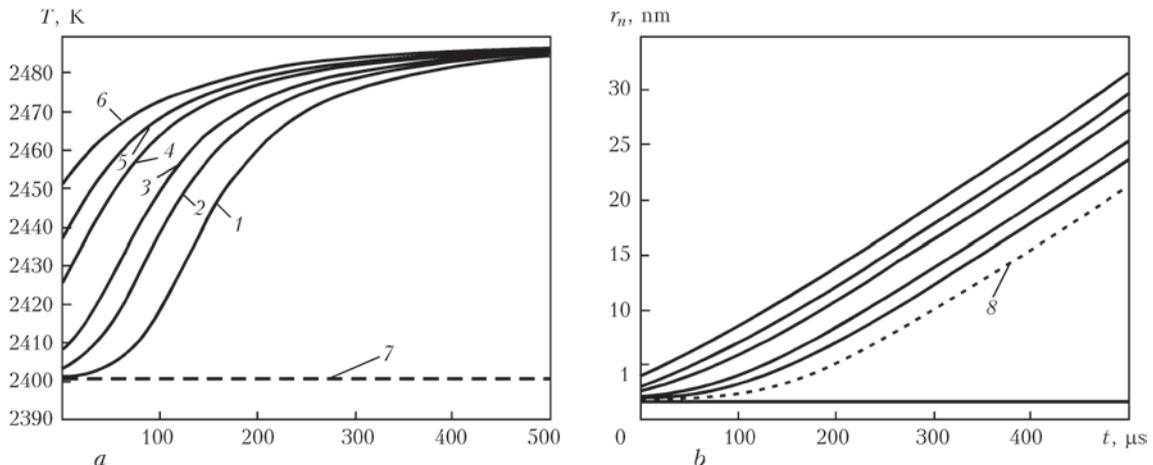


Fig. 2. Kinetics of nucleus temperature (a) and radius (b) for  $T_0 = 2400$  K,  $\gamma_{Fe} = 0.05$ ,  $\theta = 0.05$ , initial radius of 1.8 (1), 1.9 (2), 2.0 (3), 2.5 (4), 3.0 (5) and 4.0 (6) nm: 7, 8, rest curves — the same as in Figure 1

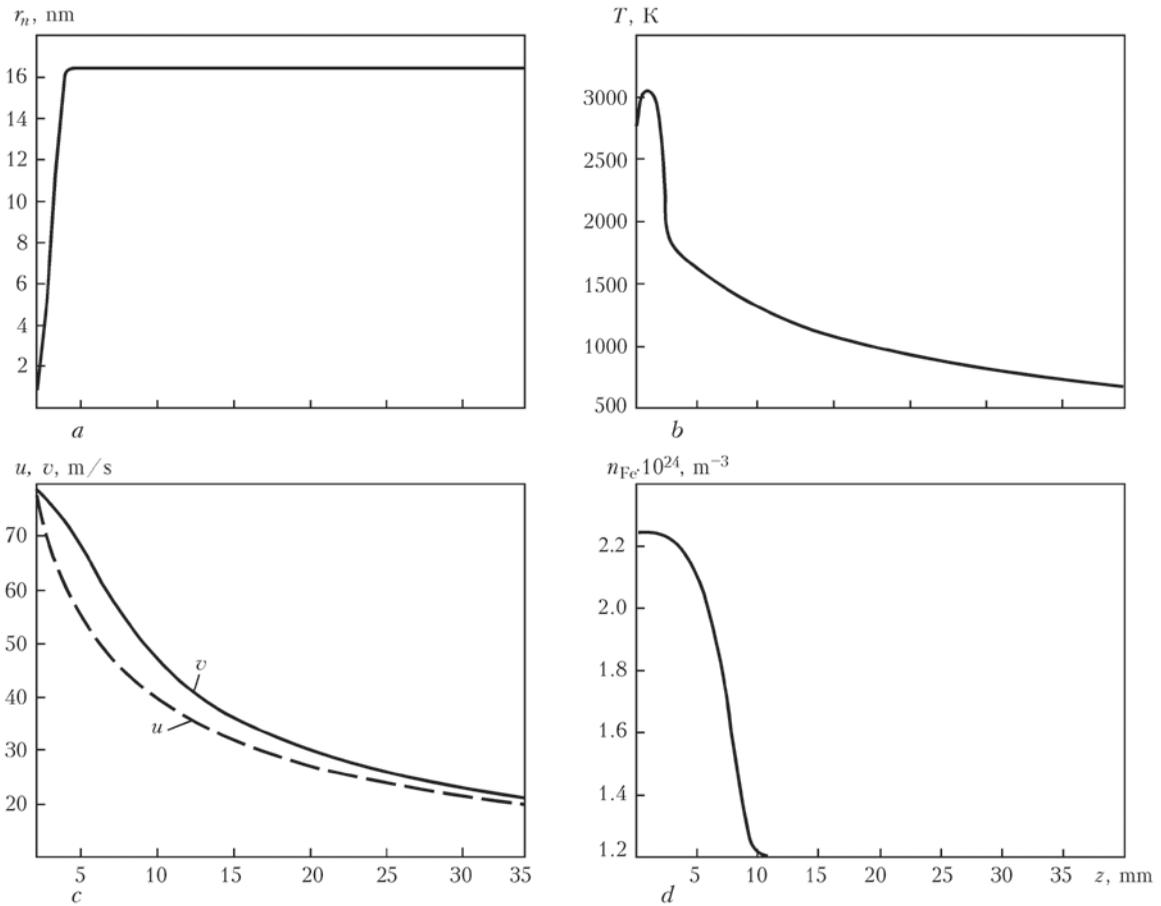


Fig. 3. Kinetics of nucleus radius (a), temperature (b), difference between nucleus and mixture velocities (c) and distribution of metal vapor concentration (d) for  $z_0 = 2$  mm,  $r_0 = 0.31$  nm,  $N_n = 1.68 \cdot 10^{18}$  m $^{-3}$  and  $\theta = 0.3$

vapor in surrounding mixture due to condensation. On the whole, qualitative picture of radius and temperature kinetics does not depend on supercooling degree and amount of vapor in the mixture, but note the difference in time scales in Figures 1 and 2. For smaller mass fraction of metal vapor the condensation process is much slower due to small amount of vapor.

**Nucleus growth and heating during its motion in the vapor-gas jet.** Further, let us consider nucleus growth and heating during its motion in the vapor-gas jet. Firstly, we write additional equations of nucleus motion along jet axis in the following form:

$$\frac{dz}{dt} = v(t); \quad (6a)$$

$$m_n \frac{dv}{dt} = -\rho \pi r_n^2 c_d (v - u)^2, \quad (6b)$$

where  $v$  is the velocity of nucleus;  $\rho$  is the density;  $u$  is the velocity of vapor-gas mixture at current spatial point  $z$ ;  $m_n$  is the nucleus mass;  $c_d$  is the drag coefficient, which for collisionless flows equals 2. The initial conditions for equations (6) read as  $z(0) = z_0$ ,  $v(0) = u(z_0)$ . Here  $z_0$  is the injection point, i.e. point, where condensed phase nuclei initially arise. The distributions of gas-dynamic parameters in vapor-gas jet were taken from work [1]. In addition, we write the continuity equation taking into account condensation of metal vapor:

$$\frac{d}{dz} (m_v n_v u) = -4\pi r_n^2 \rho_m N_n, \quad (7)$$

where  $N_n$  is the concentration of injected nuclei. According to Zeldovich theory of condensation [3], this concentration can be assumed to remain constant along jet axis after the injection point. The reason is the supercooling degree decreases rapidly after the injection point and consequently the probability of new nuclei appearing is very low. The concentration  $N_n$  and initial radius of injected nucleus can also be calculated by means of Zeldovich theory [3]. The initial (or critical) radius is given as

$$r_{cr} = \frac{2\sigma_m \omega}{k\theta}, \quad (8)$$

where  $\omega = m_v / \rho_m$ . The concentration of injected nuclei is calculated by the following integral:

$$N_n = \int_{z^*}^{z_0} v(z) / u(z) dz, \quad (9)$$

where  $v$  is the probability of nucleus injection, and point  $z^*$  corresponds to that point of jet axis where supercooling degree becomes greater than zero. The probability  $v$  is defined as

$$v = k_v \exp\left(-\frac{T_v}{T} \frac{1}{\theta^2}\right), \quad (10)$$

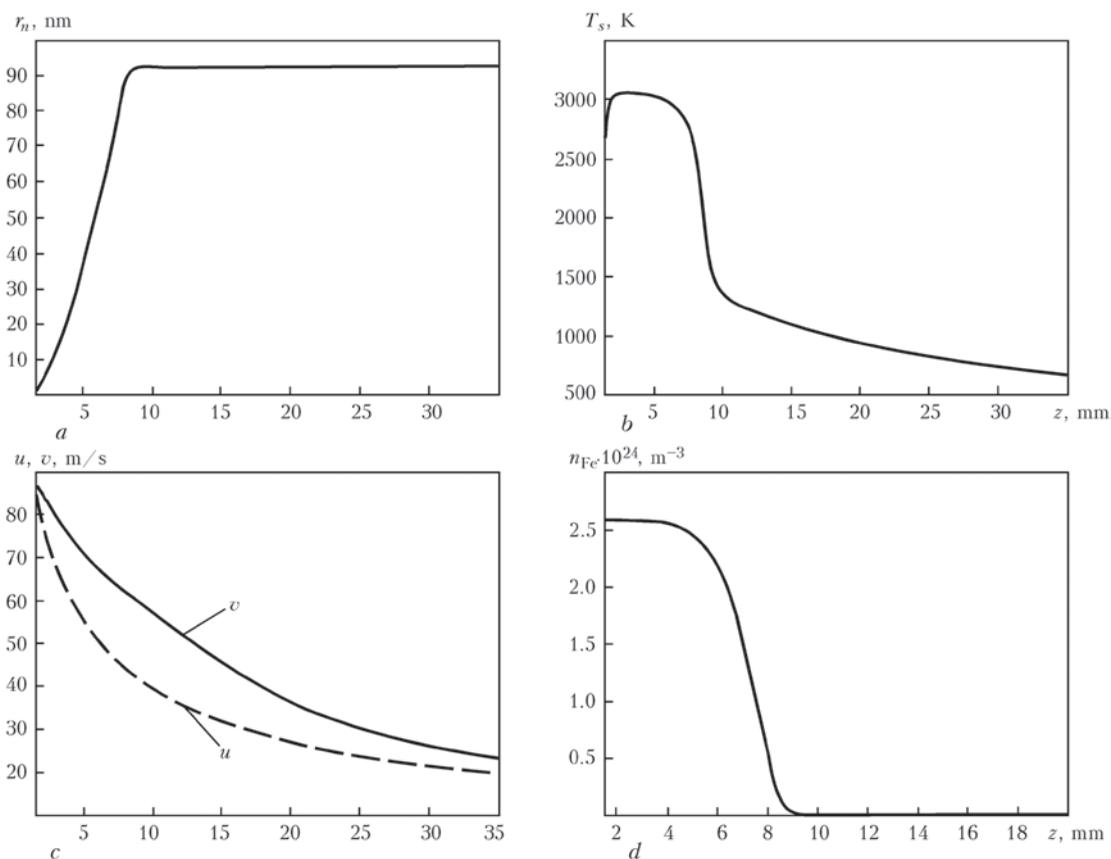


Fig. 4. Kinetics of nucleus radius (a), temperature (b), difference between nucleus and mixture velocities (c) and distribution of metal vapor concentration (d) for  $z_0 = 1.5$  mm,  $r_0 = 0.34$  nm,  $N_n = 7.9 \cdot 10^{15}$  m<sup>-3</sup>,  $\theta = 0.26$

where  $k_v = 4 \frac{n_v^2 m_v}{\rho_m} \sqrt{\frac{2\sigma_m}{\pi m_v}}$  and  $T_v = \frac{16\pi\sigma_m^3 m_v^2}{3k^3 \lambda_v^2 \rho_m^2}$ . Some more

details and related physical discussions can be found in work [4]. The position of injection point  $z_0$  can not be defined explicitly within the framework of Zeldovich theory, but estimated value of supercooling degree at this point approximately equals 0.3 ([4]). Equations (6), (7) were solved along with equations (3), (4) for different positions of initial injection point.

Let us show results for the first set of parameters: distance from the metal surface  $z_0 = 2$  mm,  $r_0 = 31$  nm,  $N_n = 1.68 \cdot 10^{18}$  m<sup>-3</sup>,  $\theta = 0.3$ . In Figure 3, a and b, we demonstrate kinetics of nucleus radius and temperature along axis of the jet. The difference between nucleus velocity  $v$  and mixture velocity  $u$  is shown in Figure 3, c, and, finally, the distribution of metal vapor concentration is shown in Figure 3, d. One can observe that the nucleus radius grows rapidly and then remains constant. The explanation of such behavior is that growth of nuclei causes metal vapor concentration to decrease and after a certain point on the axis the vapor concentration becomes negligibly small (see Figure 3, d). Hence, after this point the condensation process and subsequent nucleus growth stop due to insufficient amount of metal vapor in the mixture. The nucleus temperature is quite high (near the boiling temperature) in the region where condensation process takes place, and drops rapidly after decreasing of condensation rate. The subsequent nucleus cooling is related to heat conduction between hot

nucleus and cold atmosphere. The difference between nucleus velocity and mixture velocity is not noticeable because the nucleus is not large enough, i.e. its inertia is comparable with drag force.

Further, in Figure 4, a–d we demonstrate the same dependencies for another set of parameters. In this case the concentration of injected nucleus is smaller due to smaller value of initial supercooling degree. In result the condensation process becomes slower and injected nucleus might grow during longer period of time. Thus, the final nucleus size is larger than in previous case and the point, where sharp decrease in metal vapor concentration takes place, goes downstream. In addition one can observe that the nucleus velocity differs visibly from the mixture velocity, since nucleus inertia prevails over drag force due to greater nucleus size.

In Figure 5, a–d, we also demonstrate the influence of laser radiation absorption on nucleus growth and heating during its motion along the jet axis. The laser radiation is assumed to have Gaussian distribution  $I(z) = I_0(r_0^2/r_z^2)$ , where  $r_z^2 = r_0^2(1 + z^2/z_0^2)$ ;  $r_z = \pi r_0^2/\lambda$ ;  $\lambda$  is the laser radiation wave length;  $r_0$  is the focus radius; and  $I_0$  is the total intensity of laser radiation. In order to examine the influence of laser radiation absorption we add the term describing absorption heating in equation (4). This term reads as  $q_L = I\pi r_n^2 Q_{abs}$ , where  $Q_{abs}$  is the absorption coefficient calculated by means of Mie scattering theory for small

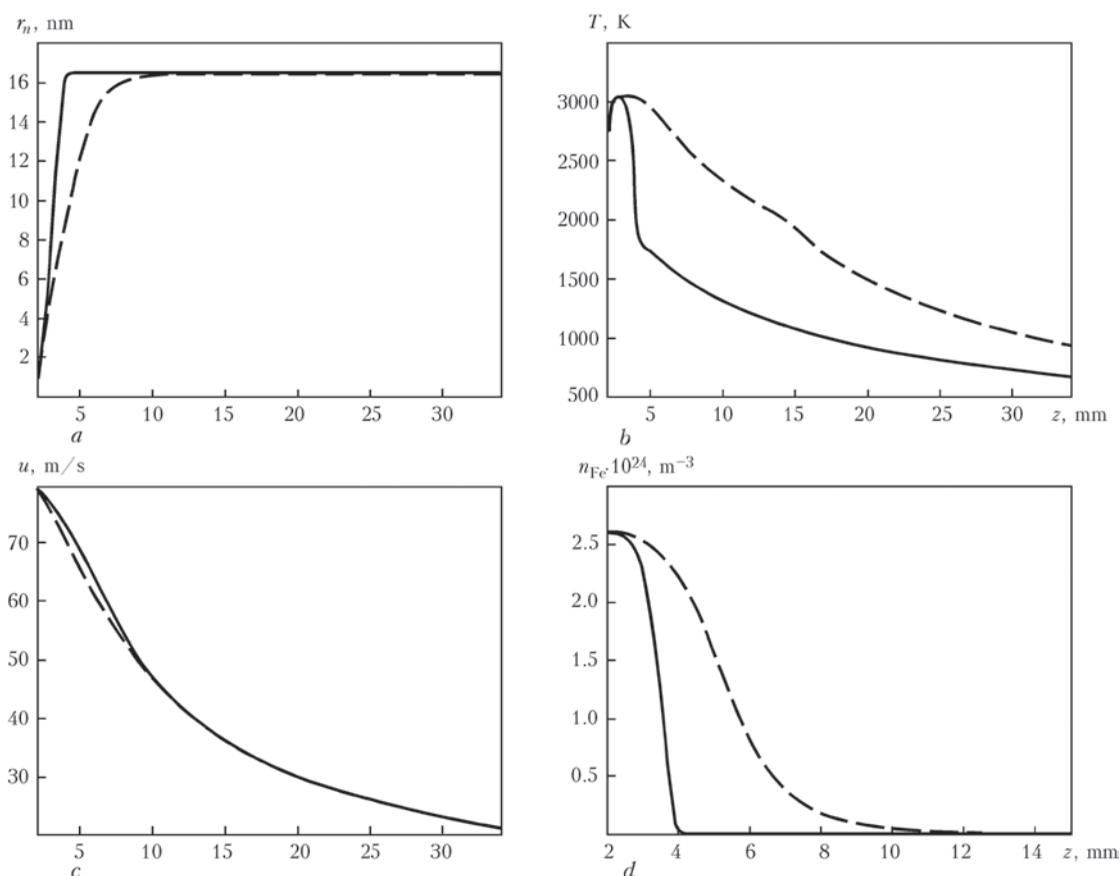


Fig. 5. Kinetics of nucleus radius (a), temperature (b), distribution of nucleus velocity (c) and distribution of metal vapor concentration (d) for  $z_0 = 2$  mm,  $r_0 = 0.31$  nm,  $N_n = 1.68 \cdot 10^{18}$  m $^{-3}$ ,  $\theta = 0.3$ : solid and dashed line — results obtained without and with laser radiation, respectively

particles. The laser radiation wave length was chosen to be equal to 1  $\mu$ m, and total intensity of laser radiation was  $10^6$  W/cm $^2$ . The parameters of injection point were the same as for Figure 4. One can observe from Figure 5 that absorption of laser radiation makes condensation process slower. Additional heating leads to intensive evaporation and related mass losses but, at the same time, depletion of metal vapor also becomes weaker. In result, the absorption of laser radiation has such a self-consistent influence, so the final size of injected nucleus does not change (in comparison with condensation without laser radiation). Thus, we can conclude that absorption of laser radiation does not influence final radius of condensed nuclei, but increases size of the region where condensation process takes place.

### Conclusion

To sum up, growth and heating of condensed phase nucleus during its motion in vapor-gas jet was investigated on the basis of developed mathematical model. The model consists of equations for nucleus radius and temperature kinetics, equations of nucleus motion and continuity equation taking into account loss of metal vapor due to condensation. The mass and energy fluxes on the nucleus surface are calculated by means of formulae obtained from the collisionless solution of kinetic equations. Kinetics of nucleus radi-

us and temperature with fixed surrounding conditions is demonstrated for different values of supercooling degree and mass fraction of metal vapor. Kinetics of nucleus radius and temperature during its motion along vapor-gas jet axis is shown along with distribution of metal vapor concentration. The influence of initial injected nuclei concentration is demonstrated. The final size of injected nucleus is obtained. In addition, the influence of laser radiation absorption on the condensation process and final nucleus size is examined. Results obtained in this work allow analyzing dynamics of nucleus growth and heating during its motion in vapor-gas jet and providing quantitative estimations of final condensed-phase nuclei sizes.

1. Sukhorukov, S.B., Krivtsun, I.V., Sidorets, V.N. (2008) Mathematical modeling of gas-dynamic, heat and mass transfer processes in vapor-gas jet under deep penetration laser welding. In: *Proc. of 4th Int. Conf. on Mathematical Modeling and Information Technologies in Welding and Related Processes* (Katsiveli, Ukraine, 2008). Kiev: PWI, 155–164.
2. Turichin, G., Zemlyakov, E., Pozdeeva, E. et al. (2009) Volume condensation in plasma jet. *Fotonika*, **1**, 12–14.
3. Zeldovich, Ya.B., Raizer, Yu.P. (1966) *Physics of shock waves and high-temperature hydrodynamic phenomena*. Moscow.
4. Luk'yanchuk, B.S., Marine, W., Anisimov, S.I. (1998) Condensation of vapor and nanoclusters formation within the vapor plume, produced by ns-laser ablation of Si. *Laser Physics*, **8**(1), 291–302.

## 2.1.15. ИССЛЕДОВАНИЕ ПРОЦЕССА ЗАРЯДКИ ЧАСТИЦ КОНДЕНСИРОВАННОЙ ФАЗЫ В ПАРОГАЗОВОМ ФАКЕЛЕ\*

И.В. КРИВЦУН, И.Л. СЕМЕНОВ

**Введение.** Технология лазерной сварки металлов больших толщин широко используется в различных отраслях машиностроения, таких как судостроение, производство труб и прокладка трубопроводов, сборка компонент реакторов и др. В последние годы данная технология сварки получила широкое развитие в связи с появлением нового класса мощных твердотельных лазеров с высоким качеством пучка излучения, к которым относятся волоконные лазеры на ионах иттербия и дисковые лазеры на кристаллах YAG:Yb<sup>3+</sup>. Высокая яркость излучения таких лазеров позволяет получать высокую плотность мощности одновременно с достаточно большой длиной перетяжки лазерного пучка, что является одним из главных преимуществ при использовании такого излучения в качестве источника энергии для сварки металлов больших толщин. Еще одним преимуществом использования твердотельных лазеров является достаточно низкое значение коэффициента обратного тормозного поглощения свободными электронами в парогазовом факеле. При этом (в отличие, например, от сварки CO<sub>2</sub>-лазерами) парогазовый факел над поверхностью металла не разогревается и оптического пробоя не происходит, что позволяет избавиться от негативного влияния плазмы оптического разряда на процесс лазерной сварки.

С другой стороны, как было показано в работе [1], металлический пар, вытекающий из парогазового канала при сварке с глубоким проплавлением, является существенно пересыщенным, вследствие чего в парогазовом факеле может происходить объемная конденсация пара. По различным теоретическим оценкам [2, 3] размеры частиц конденсата составляют 10...100 нм. Поглощение и рассеяние лазерного излучения на зародышах конденсированной фазы ослабляет интенсивность лазерного пучка и снижает мощность излучения на поверхности металла. Кроме того, объемная конденсация пара оказывает сильное влияние на газодинамические процессы в парогазовом факеле, изменяя тем самым характеристики парогазовой

смеси над поверхностью свариваемого металла. Исходя из этого, представляется важным исследование влияния параметров конденсированных частиц на качество лазерной сварки.

Основной целью данной работы является исследование процесса зарядки и экранировки частиц конденсата в слабоионизированном металлическом паре (парогазовом факеле). Указанные процессы рассматривались на основе численного решения самосогласованной системы кинетических уравнений Власова–Бхатнагара–Гросса–Крука (Власова–БГК). Кинетические уравнения решались численно с помощью метода предложенного в работах [4, 5]. Численные расчеты проводились для характерных значений температуры, плотности и степени ионизации металлического пара в парогазовом факеле при лазерной сварке с глубоким проплавлением [1]. В работе представлены результаты расчетов заряда частиц конденсата, а также распределения электрического потенциала вокруг частиц.

**Постановка проблемы и основные уравнения.** Рассмотрим частицу конденсированной фазы с радиусом  $a$ , которая находится в слабоионизированном металлическом паре. Будем предполагать, что ионизированный пар, состоящий из ионов ( $i$ ), электронов ( $e$ ) и атомов ( $a$ ) находится в ионизационном равновесии при температуре  $T_0$  и давлении  $P_0$ . Концентрации ионов, электронов и атомов в невозмущенной плазме будем обозначать  $n_i^0$ ,  $n_e^0$  и  $n_a^0$  соответственно. Радиус Дебая в плазме  $r_D$  определяется при этом как  $r_D = \sqrt{kT_0 / 8\pi e^2 n_e^0}$  (предполагается, что выполнено условие квазинейтральности  $n_e^0 = n_i^0$ ).

Как известно из теории зондов [6] и теории запыленной плазмы [7, 8], частица, помещенная в плазму, может приобретать заряд за счет адсорбции ионов и электронов. При этом ионы и электроны рекомбинируют на поверхности частицы, а нейтральные атомы, образующиеся в процессе рекомбинации, либо остаются на поверхности, либо возвращаются в плазму. Так как ввиду высокой подвижности электронов их поток значитель-

\*Proc. of VII Int. Sci. and Techn. Conf. «Beam Technologies and Laser Application» (18–21 Sept., 2013, St-Petersburg, Russia). — 2013. — P. 8–14.

но превосходит поток ионов, частица начинает заряжаться отрицательно. Процесс продолжается до тех пор, пока потоки ионов и электронов на поверхность частицы не сравняются. После этого заряд частицы перестает расти и может испытывать только малые флуктуации около равновесного значения. Стационарный потенциал поверхности частицы  $\phi_p$  определяется температурой электронов  $T_e$ , т.е.  $\phi_p = -\frac{kT_e}{e}$ , так как в стационарном состоянии большая часть электронов не обладает достаточной кинетической энергией для преодоления разности потенциалов между поверхностью частицы и окружающей плазмой. Также следует отметить, что в слабоионизированной плазме столкновения между ионами и электронами не влияют на процесс зарядки, потому что соответствующие длины свободного пробега всегда больше чем радиус частицы для рассматриваемых параметров плазмы. С другой стороны, столкновения ионов и электронов с нейтральными атомами играют решающую роль и сильно влияют на процесс зарядки и распределение электрического потенциала вокруг частицы. Столкновения нейтральных атомов с заряженными частицами не влияют на динамику атомного газа, т.к. в слабоионизированном паре выполняется соотношение  $n_{e,i}^0 \ll n_a^0$ .

В данной работе для простоты динамика нейтральной компоненты не рассматривается, т.е. предполагается, что атомный газ находится в невозмущенном состоянии. Динамика ионов и электронов рассматривается на основе самосогласованной системы кинетических уравнений Власова–БГК [4, 5]. Данная система включает в себя кинетические уравнения для функций распределения по скоростям ионов и электронов, уравнение Пуассона для самосогласованного электрического поля и уравнение зарядки частицы. Столкновения в плазме описываются при помощи модельных интегралов столкновений для смесей газов, подробно описанных в работах [4, 5]. Данные интегралы столкновений удовлетворяют основным фундаментальным свойствам полных интегралов столкновений Больцмана, что позволяет корректно описывать обмен импульсом и энергией между различными компонентами плазмы. Система уравнений Власова–БГК решается численно при помощи метода, предложенного в работах [4, 5].

**Результаты расчетов.** В данном разделе будут представлены результаты расчетов заряда частиц конденсата и распределения электрического потенциала вокруг частиц для различных параметров плазмы, полученные на основе численного решения уравнений Власова–БГК.

Для начала рассмотрим результаты расчетов заряда частиц конденсата. Как было отмечено ранее, наиболее существенное влияние на процесс зарядки частиц конденсата оказывают столкновения ионов и электронов с нейтральным атомным фоном. Столкновения типа электрон-нейтрал не играют существенной роли, так как отрицательно заряженные электроны отталкиваются частицей и, как правило, имеют классическое больцмановское распределение. С другой стороны, столкновения типа ион-нейтрал существенно влияют на величину ионного тока и, соответственно, на величину заряда частицы. На рис. 1 представлена зависимость нормированного заряда частицы  $z$  от отношения  $\lambda_{ia}/r_D$ , где  $\lambda_{ia}$  — длина пробега для столкновений типа ион-нейтрал. Нормированный заряд определяется, как  $z = qe/akT_0$ . Результаты приведены для трех различных частиц:  $a = 0,1r_D$ ,  $a = 0,5r_D$  и  $a = 2r_D$ . В бесстолкновительном пределе наши результаты хорошо согласуются с результатами, полученными на основе нелинейной бесстолкновительной модели, предложенной в работе [9]. На рис. 1 видна характерная немонотонная зависимость заряда частицы при переходе от слабостолкновительного к континуальному режиму зарядки. С физической точки зрения данная зависимость может быть объяснена следующим образом. В слабостолкновительной плазме ионы теряют свой угловой момент, связанный с орбитальным движением, за счет редких столкновений с нейтральными атомами. Вследствие этого движение ионов становится более радиальным, ионный ток на частицу увеличивается, а отрицательный заряд частицы падает. При переходе к континуальному режиму зарядки ионный ток начинает уменьшаться за счет частых столкновений

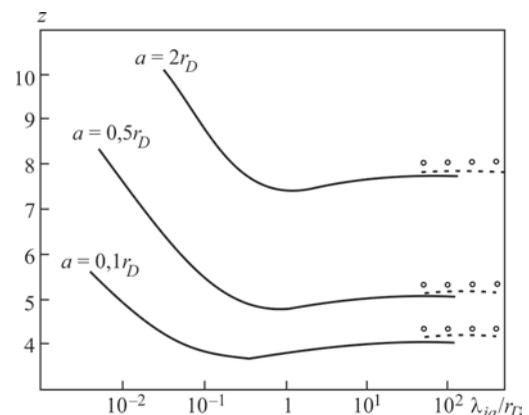


Рис. 1. Зависимость нормированного заряда частицы  $z$  от отношения  $\lambda_{ia}/r_D$  для различных частиц. Штрихпунктиром показаны результаты, полученные в данной работе для бесстолкновительного предела. Кругами отмечены результаты, полученные на основе нелинейной бесстолкновительной модели [9]

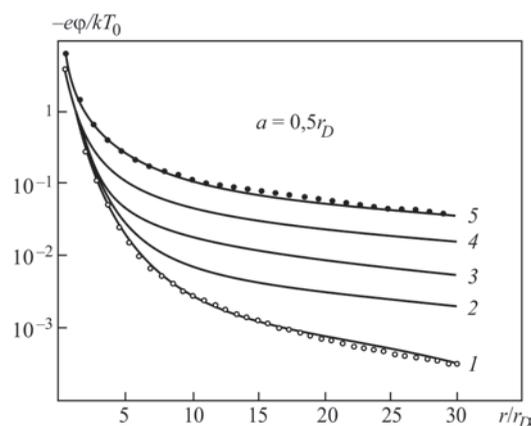


Рис. 2. Распределение электрического потенциала вокруг частицы для случая  $a = 0,5r_D$  и различных значений отношения  $\lambda_{id}/r_D$ : 1 — бесстолкновительное решение; 2 — 3,28; 3 — 1,16; 4 — 0,38; 5 — 0,012. Кругами показаны результаты, полученные на основе бесстолкновительной модели [9], точками отмечены результаты, полученные на основе дрейфово-диффузионного приближения [10]

с нейтральным атомным фоном, а заряд частицы начинает возрастать. Минимальные значения заряда частицы соответствуют переходному режиму зарядки, в котором длина свободного пробега  $\lambda_{ia}$  сравнима с радиусом частицы  $a$ . Видно также, что заряд частицы возрастает с увеличением отношения  $a/r_D$ .

Далее рассмотрим результаты расчетов распределения электрического потенциала вокруг частицы для различных столкновительных режимов. На рис. 2 представлены распределения электрического потенциала  $\phi$  вокруг частицы для случая  $a = 0,5r_D$  и различных значений отношения  $\lambda_{ia}/r_D$ . Для двух предельных случаев бесстолкновительной и сильностолкновительной плазмы показано сравнение наших результатов с расчетами, полученными на основе нелинейной модели [9] и

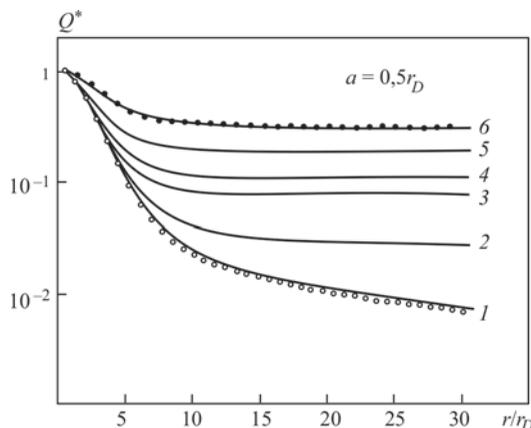


Рис. 3. Распределение эффективного заряда вокруг частицы для случая  $a = 0,5r_D$  и различных значений отношения  $\lambda_{ia}/r_D$ : 1 — бесстолкновительное решение; 2 — 1,16; 3 — 0,79; 4 — 0,38; 5 — 0,03; 6 — 0,01. Кругами показаны результаты, полученные на основе бесстолкновительной модели [9], точками отмечены результаты, полученные на основе дрейфово-диффузионного приближения [10]

дрейфово-диффузионного приближения [10]. Из рис. 2 видно, что наши расчеты хорошо согласуются с известными подходами в двух указанных предельных случаях. Как было показано в [10], отличительной особенностью распределения потенциала в континуальном режиме является наличие незаэкранированного остаточного заряда частицы, т.е. асимптотика потенциала вдалеке от частицы является кулоновской. Из рис. 2 видно, что для промежуточного столкновительного режима асимптотика потенциала также является кулоновской, однако величина остаточного заряда уменьшается с увеличением отношения  $\lambda_{ia}/r_D$ . Для того чтобы продемонстрировать это утверждение более наглядно, на рис. 3 приведены распределения эффективного заряда  $Q^*$  вокруг частицы. Эффективный заряд  $Q^*$  определяется как отношение полного заряда  $Q_r$ , помещенного внутри сферы с радиусом  $r$ , к заряду частицы  $q$ . Из рис. 3 видно, что эффективный заряд перестает меняться на больших расстояниях от частицы. Согласно теореме Остроградского–Гаусса это означает, что электрическое поле имеет асимптотику кулоновского типа на больших расстояниях от частицы. Таким образом, величина незаэкранированного эффективного заряда  $q_{eff}$  определяется величиной  $Q^*$  на больших расстояниях от частицы.

В заключение оценим характерные значения заряда частиц конденсата, образующегося в парах железа на выходе из парогазового канала. Как было показано в работе [1], температура пара на выходе из канала составляет примерно  $T_0 = 0,2 \div 0,3$  эВ при давлении  $P_0 = 1$  атм. При таких значениях температуры и давления концентрация атомов составляет приблизительно  $n_a^0 \approx 10^{24} \text{ м}^{-3}$ , а концентрация заряженных частиц изменяется в диапазоне  $n_e^0 = n_i^0 \approx 10^{17} \div 10^{20} \text{ м}^{-3}$ . При этом ради-

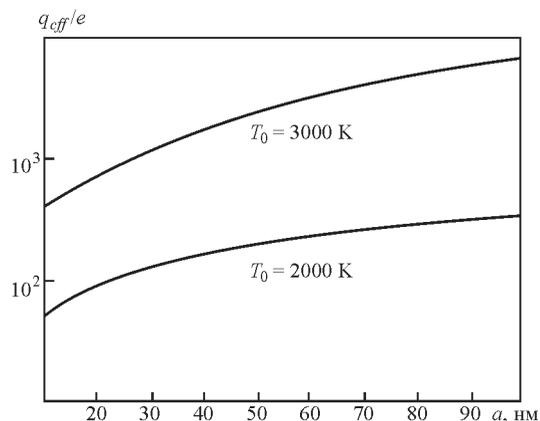


Рис. 4. Зависимость эффективного заряда  $q_{eff}$  частиц конденсата от радиуса частиц для двух различных значений температуры пара. Значения  $q_{eff}$  приведены в элементарных зарядах электрона  $e$

ус Дебая  $r_D = \sqrt{kT_0 / 8\pi e^2 n_e^0}$  изменяется в диапазоне  $r_D \approx 7 \div 0,3$  мкм. Принимая во внимание характерные значения радиуса частиц конденсированной фазы, можно видеть, что отношение  $a/r_D$  изменяется в широком диапазоне  $a/r_D \approx 10^{-2} \div 3$ . Частоты столкновений между компонентами плазмы можно вычислить на основе данных приведенных в работе [11]. При этом оказывается, что отношение  $\lambda_{ia}/r_D$  изменяется в диапазоне от  $10^{-3}$  до  $10^{-1}$ , т.е. зарядка частиц конденсата на выходе из парогазового канала осуществляется в переходном столкновительном режиме (см. рис. 1) для которого характерно наличие незаэкранированного остаточного заряда частицы (см. рис. 2–3). Используя расчетные данные, приведенные на рис. 1, и результаты проделанных оценок, можно показать, что остаточный незаэкранированный заряд частиц конденсата  $q_{eff}$  изменяется в диапазоне  $q_{eff} \approx 300 \div 7000e$ . На рис. 4 представлена зависимость значений эффективного заряда  $q_{eff}$  от радиуса частицы для двух значений температуры пара.

### Выводы

В данной работе исследованы процессы зарядки и экранировки частиц конденсата в слабоионизированном металлическом паре (парогазовом факеле) при лазерной сварке с глубоким проплавлением. Исследования проведены на основе численного решения самосогласованной системы кинетических уравнений Власова–Бхатнагара–Гросса–Крука (Власова–БГК). Показано, что для характерных значений температуры, плотности и степени ионизации металлического пара в парогазовом факеле частицы конденсированной фазы могут приобретать отрицательный заряд, величина которого изменяется в диапазоне от  $10^2$  до  $10^3$  элементарных зарядов. На основе полученных результатов проанализирована зависимость величины заряда частиц от частоты столкновений ионов с нейтралами

в плазме. Также исследовано влияние столкновений ион-нейтрал на распределение электрического потенциала вокруг частиц конденсата. Показано, что в переходном и сильностолкновительном (гидродинамическом) режимах электрический потенциал имеет асимптотику кулоновского типа, что связано с наличием незаэкранированного остаточного заряда частицы.

В заключение следует отметить, что наличие достаточно большого заряда у частиц конденсированной фазы позволяет рассматривать вопрос об их возможном удалении из парогазового факела путем наложения внешних электрических и магнитных полей. Таким образом, задача о взаимодействии внешнего электромагнитного поля с парогазовым факелом, содержащим конденсированную фазу, требует специального рассмотрения.

**Поддержка научных исследований.** Научные исследования, результаты которых изложены выше, проведены при финансовой поддержке «Державного фонду фундаментальних досліджень України» в рамках совместного украинско-российского проекта ДФФД-РФФИ–2011 (грант Ф40.7/047).

1. Krivtsun I.V. et al. Paton Welding Journal, 10 (2008) pp. 16–21.
2. Turichin G. et al. Photonics 1 (2009) pp. 12–14.
3. Anisimov S.I., Imas Ya.A., Romanov G.S., Hodyko Yu.V. Influence of high power radiation on metals, (Moscow, Nauka, 1970) pp. 272.
4. Semenov I. L. et al. Physics of Plasmas, 18 (2011) p. 103707.
5. Semenov I. L. et al. Physics of Plasmas, 19 (2012) p. 043703.
6. Allen J.E. Phys. Scripta 45 (1992) p. 497.
7. Tsyтович V., Morfill G., Vladimirov S. and Thomas H. Elementary physics of complex plasmas (Springer, 2008) pp. 370.
8. Vladimirov S.V., Ostrikov K. and Samarian A.A. Physics and Applications of Complex Plasmas (Imperial College, London, 2005) pp. 456.
9. Bystrychenko T., Zagorodny A. Phys. Lett. A 299 (2002) p. 380.
10. Bystrychenko O., Zagorodny A. Phys. Rev. E 67 (2003) p. 066403.
11. Tix C. and Simon G. J. Phys. D Appl. Phys. 26 (1993) p. 2066.

## 2.2. ТЕПЛОВЫЕ И ГИДРОДИНАМИЧЕСКИЕ ПРОЦЕССЫ В ОБРАБАТЫВАЕМОМ МЕТАЛЛЕ

Представленная ниже подборка статей посвящена вопросам теоретического исследования и математического моделирования процессов, происходящих на поверхности и в объеме металла, при сварке и обработке импульсным лазерным излучением. Особое внимание в них уделено учету тепловых потерь с поверхности обрабатываемого металла, обусловленных его испарением в конвективном режиме, а также динамическому воздействию расширяющегося пара на поверхность ванны расплава.

В работе [2.2.1] предложена математическая модель процессов нагрева, плавления и конвективного испарения металла под воздействием импульса лазерного излучения применительно к таким технологиям лазерной обработки, как микросварка, гравировка, сверление. Данная модель позволяет самосогласованным образом описывать процессы теплопереноса в обрабатываемом металле, процессы в неравновесном кнудсеновском слое, примыкающем к его поверхности, а также газодинамические процессы в потоке расширяющегося пара, характеристики которых во многом определяют энергетический баланс поверхности металла при лазерной обработке. С помощью разработанной модели выполнен численный анализ процессов нагрева и конвективного испарения металла при воздействии миллисекундного импульса сфокусированного излучения Nd:YAG-лазера на образец из низкоуглеродистой стали при интенсивности излучения на поверхности металла  $(0,7...5) \cdot 10^6$  Вт/см<sup>2</sup>. Показано, что такие важные с технологической точки зрения характеристики процесса импульсной лазерной обработки, как тепловое состояние обрабатываемого металла, плотность массового потока пара с его поверхности, скорость разлета пара, потери тепла на испарение и давление отдачи пара, определяются не только условиями лазерного нагрева образца, но и потерями энергии на испарение с его поверхности, зависящими от характеристик паровой фазы в кнудсеновском слое и газодинамической области течения.

Работа [2.2.2] посвящена обобщению предложенной в [2.2.1] модели на случай образования приповерхностной лазерной плазмы. Проведен детальный численный анализ процессов импульсного лазерного нагрева образца из низкоуглеродистой стали с учетом его конвективного испарения (испаряющийся элемент Fe) в окружающий газ (воздух атмосферного давления), а также образования плазмы оптического разряда при следующих параметрах лазерного излучения: длина волны 1,06 мкм, длительность импульса 1 мс, интенсивность лазерного излучения на обрабатываемой поверхности  $10^5...10^8$  Вт/см<sup>2</sup>. Установлено, что при интенсивности лазерного излучения менее  $10^6$  Вт/см<sup>2</sup> тепловая задача в обрабатываемом металле и задача газодинамики металлического пара должны решаться совместно. При больших значениях интенсивности лазерного излучения на поверхности образца ( $10^7...10^8$  Вт/см<sup>2</sup>) в связи с большой скоростью нагрева металла и соответственно малым временем перехода течения пара в сверхзвуковой режим задача о динамике температурного поля в образце может решаться отдельно, при этом влияние плазмы, формирующейся в газодинамической области пара (между ударной волной и контактным разрывом), на ослабление лазерного пучка оказывается малосущественным.

В работе [2.2.3] предложена самосогласованная математическая модель нестационарных тепловых и гидродинамических процессов в свариваемом металле при точечной сварке импульсным лазерным излучением. Данная модель позволяет описывать динамику проплавления металла и эволюцию формы свободной поверхности сварочной ванны с учетом особенностей поглощения лазерного пучка поверхностью расплава, которая искривляется под действием давления паров, потерь тепла на испарение и тепловое излучение с указанной поверхности, а также капиллярного давления и термокапиллярной силы Марангони на свободной поверхности ванны. Для компьютерной реализации разработанной модели создано специализированное программное обеспечение, с помощью которого проведен вычислительный эксперимент по проплавлению металла при точечной сварке низкоуглеродистой стали толщиной 0,3 мм излучением импульсного Nd:YAG-лазера (максимальная длительность импульса 50 мс) с гауссовым распределением интенсивности в пучке (максимальная интенсивность излучения  $3 \cdot 10^5$  Вт/см<sup>2</sup>, радиус пучка на поверхности образца 0,2 мм). При этом использованы три варианта модели: 1) модель теплопроводностного режима проплавления (движением расплавленного металла и искривлением свободной поверхности ванны пренебрегалось), 2) модель конвективно-кондуктивного переноса тепла и гидродинамики сварочной ванны (без учета силы Марангони, действующей на ее поверхности), 3) то же самое с учетом термокапиллярной конвекции. Как показали результаты вычислительных экспериментов, расчетные значения максимальной температуры поверхности ванны в первом случае значительно превышают температуру кипения рассматриваемого металла (3133 К), а наименьший перегрев поверхности над указанной температурой наблюдается в третьем варианте модели. Отличаются и размеры сварочной ванны. Так, при одинаковом времени воздействия лазерного пучка на свариваемый металл (0,033 с) глубина проплавления в первом случае составляет 0,17 мм, во втором 0,30 мм, в третьем 0,17 мм, а радиус зоны проплавления на поверхности металла — 0,24, 0,28 и 0,36 мм соответственно. Следовательно, конвекция Марангони главным образом влияет на радиус зоны проплавления, тогда как прогиб свободной поверхности расплава под воздействием реакции давления испаряющегося металла способствует увеличению глубины проплавления.

## 2.2.1. ЧИСЛЕННЫЙ АНАЛИЗ ПРОЦЕССОВ НАГРЕВА И КОНВЕКТИВНОГО ИСПАРЕНИЯ МЕТАЛЛА ПРИ ОБРАБОТКЕ ИЗЛУЧЕНИЕМ ИМПУЛЬСНОГО ЛАЗЕРА \*

И.В. КРИВЦУН, И.Л. СЕМЕНОВ, В.Ф. ДЕМЧЕНКО

Исследование физических процессов, происходящих при взаимодействии лазерного излучения высокой интенсивности с веществом, играет важную роль в развитии новых технологий лазерной сварки и обработки различных, в первую очередь, металлических материалов [1–4]. Особый интерес для развития таких технологий, как микросварка, гравировка, сверление и прочих, представляет изучение процессов взаимодействия с металлами сфокусированного излучения импульсных и импульсно-периодических лазеров [5–8]. К таким процессам относятся поглощение лазерного излучения металлом, его нагрев, плавление и последующее испарение, сопровождающееся разлетом металлического пара в окружающий газ (конвективный режим испарения). Обычно при анализе конвективного испарения металлов для определения количественных характеристик процесса испарения (плотности, температуры и скорости разлета пара) используют модель, предложенную Ч. Найтом [9]. Данная модель построена в предположении, что течение пара является одномерным и стационарным. Однако при высокоскоростном нагреве металла сфокусированным излучением импульсного лазера оба эти предположения заведомо не выполняются, так как после достижения температуры кипения  $T_b$  в центре пятна нагрева поверхность расплава продолжает нагреваться до температур, намного превышающих  $T_b$ , а поток пара, истекающего из пятна нагрева, получает боковую разгрузку, что нарушает одномерную картину течения, предполагаемую в работе [9]. В настоящей работе проводится анализ применимости различных моделей конвективного испарения металла в условиях нагрева металлической пластины сфокусированным пучком излучения импульсного лазера (без учета ионизации пара и образования лазерной плазмы).

Рассмотрим процесс нагрева металлической пластины одиночным импульсом сфокусированного лазерного излучения. Полагая пространственное распределение интенсивности излу-

чения симметричным относительно оси пучка, сформулируем математическую модель нагрева пластины в осесимметричной постановке. Введем цилиндрическую систему координат так, как показано на рис. 1. Предположим, что интенсивность излучения  $I_0$  распределена равномерно по пятну нагрева радиуса  $R_0$  и остается постоянной в течение импульса. Интенсивность излучения  $I_0$  определяется через полную энергию импульса  $W$ , его длительность  $\tau$  и площадь поперечного сечения пучка на поверхности пластины  $S = \pi R_0^2$  следующим образом:  $I_0 = W/(\tau S)$ .

Для большинства металлов можно пренебречь объемным характером поглощения лазерного излучения. Тогда тепловое воздействие лазерного пучка на металлический образец можно представить в виде поверхностного источника тепла, распределенного по поверхности пластины с плотностью  $q(r)$ :

$$q(r) = \begin{cases} A(T_s)I_0 & \text{при } r \leq R_0, \\ 0 & \text{при } r > R_0, \end{cases} \quad (1)$$

где  $A(T_s)$  — коэффициент поглощения лазерного излучения, зависящий от температуры поверхности металла  $T_s(r)$ .

Уравнение теплопроводности в образце запишем в виде

$$c(T)\rho(T)\frac{\partial T}{\partial t} = \frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}\left(r\lambda(T)\frac{\partial T}{\partial r}\right) + \frac{\partial}{\partial z}\left(\lambda(T)\frac{\partial T}{\partial z}\right), \quad (2)$$

$$0 < r < R, \quad 0 < z < L, \quad t > 0,$$

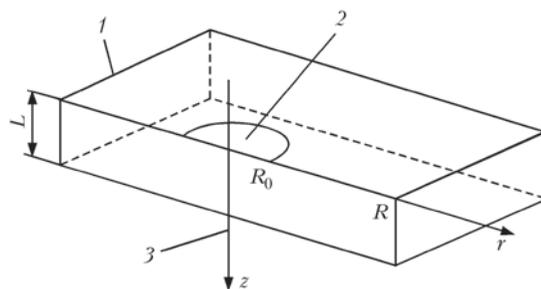


Рис. 1. Схема нагрева металлической пластины лазерным пучком: 1 — пластина; 2 — пятно нагрева; 3 — ось лазерного пучка

\*Автоматическая сварка. — 2010. — № 1. — С. 5–10.

где  $C(T)$ ,  $\rho(T)$ ,  $\lambda(T)$  — соответственно эффективная теплоемкость металла (с учетом скрытой теплоты плавления), плотность и коэффициент теплопроводности.

Граничные условия для уравнения (2) запишем в виде

$$\begin{aligned} \frac{\partial T}{\partial r} \Big|_{r=0} &= 0; \quad T(r, L, t) = T(R, z, t) = T_0; \\ -\lambda(T_s) \frac{\partial T}{\partial z} \Big|_{z=0} &= q - q_{rc} - q_e. \end{aligned} \quad (3)$$

Здесь  $q_{rc}(T_s) = \varepsilon\sigma(T_s^4 - T_0^4) + \alpha(T_s - T_0)$  — потери тепла на излучение и теплообмен поверхности с окружающей средой;  $\varepsilon$  — степень черноты поверхности металла;  $\sigma$  — постоянная Стефана–Больцмана;  $\alpha$  — коэффициент теплообмена;  $T_0$  — температура окружающей среды;  $q_e(T_s) = \kappa q_m(T_s)$  — удельный поток тепла, уносимого паром с поверхности расплава;  $\kappa$  — удельная теплота парообразования;  $q_m(T_s) = \bar{\rho} \bar{u}$  — удельный массовый поток пара;  $\bar{\rho}$ ,  $\bar{u}$  — соответственно плотность и скорость металлического пара вблизи испаряющейся поверхности.

Для замыкания задачи (2), (3) требуется использовать модель конвективного испарения металла, позволяющую рассчитывать скорость  $\bar{u}$  и плотность  $\bar{\rho}$ . В рамках модели испарения Найта структуру одномерного дозвукового течения пара можно представить следующим образом (рис. 2): по внешнему газу распространяется ударная волна, за которой движется контактный разрыв, представляющий собой область контакта внешнего газа и расширяющегося металлического пара.

Вблизи испаряющейся поверхности металла существует кнудсеновский слой толщиной порядка нескольких длин свободного пробега, за пределами которого (в газодинамической области течения) устанавливается равновесие по поступательным степеням свободы частиц пара. В работе [9] предложены следующие соотношения, связывающие плотность  $\bar{\rho}$  и температуру  $\bar{T}$  пара на границе кнудсеновского слоя с плотностью насы-

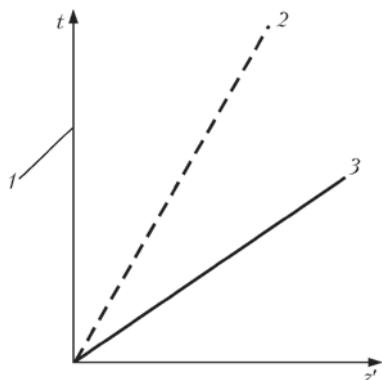


Рис. 2. Схема одномерного разлета пара [9]: 1 — кнудсеновский слой; 2 — контактный разрыв; 3 — ударная волна

щенного пара  $\rho_s$  и температурой испаряющейся поверхности  $T_s$ :

$$\frac{\bar{T}}{T_s} = \left[ \sqrt{1 + \pi \left( \frac{\gamma - 1}{\gamma + 1} \frac{m}{2} \right)^2} - \sqrt{\pi} \frac{\gamma - 1}{\gamma + 1} \frac{m}{2} \right]^2, \quad (4)$$

$$\begin{aligned} \frac{\bar{p}}{\rho_s} = \sqrt{\frac{\bar{T}}{T_s}} \left[ \left( m^2 + \frac{1}{2} \right) e^{m^2} \operatorname{erfc}(m) - \frac{m}{\sqrt{\pi}} \right] + \\ + \frac{1}{2} \frac{T_s}{\bar{T}} [1 - \sqrt{\pi} m e^{m^2} \operatorname{erfc}(m)]. \end{aligned} \quad (5)$$

Здесь  $m = \bar{u} / \sqrt{2\Re\bar{T}} = \sqrt{\gamma / 2\bar{M}}$ ;  $\Re$  — газовая постоянная;  $\gamma = 5/3$  — показатель адиабаты пара, предполагаемого одноатомным идеальным газом;  $\bar{M}$  — число Маха на границе кнудсеновского слоя.

Давление насыщенного пара находится из уравнения Клайперона–Клаузиуса, а плотность — из уравнения состояния идеального газа  $\bar{p} = \bar{\rho}\Re\bar{T}$ . Скорость  $\bar{u}$  и давление  $\bar{p}$  связаны с плотностью  $\rho_0$  и давлением во внешнем газе через соотношение на ударной волне [9]

$$\bar{u} = \frac{\bar{p} - p_0}{\sqrt{\frac{\rho_0}{2} (\bar{p}(\gamma + 1) + p_0(\gamma - 1))}}. \quad (6)$$

Из соотношений (4)...(6) можно получить одно нелинейное уравнение для определения скорости  $\bar{u}$  (возможность применения сопряженной модели (2)...(6) ограничивается предположением Найта о стационарном характере течения пара).

Рассмотрим задачу нестационарной газовой динамики металлического пара, сохраняя, как и ранее, предположение об одномерной картине течения. Пусть  $Oz'$  — ось цилиндрической системы координат, направленная перпендикулярно поверхности пластины в сторону паровой фазы. При большом числе Рейнольдса (скорость разлета пара по порядку величины составляет 500...700 м/с) для описания газодинамики парогазовой смеси можно использовать уравнения Эйлера

$$\frac{\partial \vec{U}}{\partial t} + \frac{\partial \vec{F}}{\partial z'} = 0, \quad z' \in [0, H], \quad (7)$$

где  $\vec{U} = (\rho_m, \rho, \rho u, E)$ ;  $\vec{F} = (\rho_m u, \rho u, \rho u^2 + p, (E + p)u)$ ;  $\rho$ ,  $u$ ,  $p$  — соответственно плотность, скорость и давление смеси;  $\rho_m$  — плотность металлического пара;  $E = \rho e + \rho u^2/2$  — энергия смеси;  $e = p/\rho(\gamma - 1)$  — внутренняя энергия.

Уравнения (7) интегрируем при следующих граничных и начальных условиях:

$$\frac{\partial \vec{U}}{\partial z'} \Big|_{z'=H} = 0, \quad t > 0, \quad (8)$$

$$u(0, t) = u_{+0} + \frac{p(0, t) - p_{+0}}{\sqrt{\frac{\rho_{+0}}{2} [p(0, t)(\gamma + 1) + p_{+0}(\gamma - 1)]}}, \quad (9)$$

$$\rho_m(0, t) = \rho(0, t), \quad p(0) = p(0, t)RT, \quad t \geq 0;$$

$$\begin{aligned} p(z',0) = p_0, \quad u(z',0) = 0, \quad \rho(z',0) = \rho_0, \\ \rho_m(z',0) = 0, \quad 0 < z' < H, \end{aligned} \quad (10)$$

где  $p_{+0} = p(+0, t)$ ;  $\rho_{+0} = \rho(+0, t)$ ;  $u_{+0} = u(+0, t)$ .

Плотность  $\rho$  и температура  $T$  при  $z' = 0, t \geq 0$  определяются из условий (4) и (5), полагая  $\bar{\rho} = \rho, \bar{T} = T, \bar{u} = u(0, t)$ .

Для численного решения задачи (2), (3) использовали метод Писмена–Рэкфорда [10] с локальными итерациями по нелинейности в разностном аналоге условия локального баланса энергии на поверхности пластины. Задачу нестационарной газовой динамики (7)...(10) решали методом Годунова 2-го порядка точности [11].

Рассмотрим нагрев пластины из низкоуглеродистой стали одиночным импульсом сфокусированного лазерного излучения со следующими параметрами:  $I_0 = 5 \cdot 10^6$  Вт/см<sup>2</sup>,  $\tau = 1$  мс,  $R_0 = 0,1$  мм, что соответствует, например, характерным параметрам режима работы импульсного Nd:YAG-лазера, входящего в состав установки для сварки, резки и глубокой гравировки [12]. Толщина пластины  $L$  и радиус расчетной области  $R$  (см. рис. 1) выбраны следующими:  $L = 1$  мм,  $R = 2$  мм. Теплофизические свойства низкоуглеродистой стали были взяты из работы [13], а соответствующую температурную зависимость коэффициента поглощения лазерного излучения рассчитали по данным работ [14–16] (рис. 3). В качестве испаряемого вещества рассматривали железо, а в качестве атмосферного газа — воздух при нормальных условиях.

Проведем сравнительный анализ решения самосогласованной задачи нагрева (1)...(3) и конвективного испарения металла для двух моделей газодинамики пара: стационарной [9] и нестационарной (4), (5), (7)...(10) применительно к нагреву пластины импульсом лазерного излучения. Результаты расчета приведены на рис. 4, 5 (время на рис. 4, б, отсчитывается от начала испарения). При выбранных параметрах лазерного импульса температура в центре пятна нагрева достигает температуры кипения за 7 мкс (рис. 4, а) и в течение примерно 80 мкс продолжает повышаться до 3800 °С, после чего остается практически постоянной до конца импульса. В режиме стабилизации температуры поверхности металла тепловой поток за счет лазерного нагрева компенсируется потерями тепла на испарение и отчасти лучистым теплообменом поверхности с окружающей средой.

К моменту времени (относительно начала испарения), когда температура поверхности металла перестает изменяться во времени, ударная волна перемещается на расстояние, значительно превышающее характерный размер области решения га-

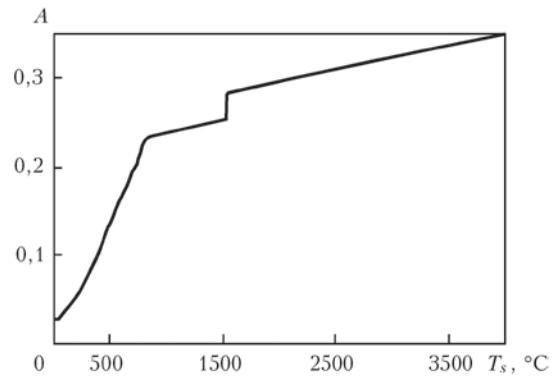


Рис. 3. Температурная зависимость коэффициента поглощения излучения Nd:YAG-лазером образцом из низкоуглеродистой стали

зодинамической задачи (например, диаметра пятна нагрева) и не влияет на кинетику процесса испарения металла с поверхности расплава. Если время выхода на стационарное значение температуры поверхности жидкого металла стремится к нулю (бесконечно большая скорость нагрева), то газодинамические характеристики потока (скорость, давление) соответствуют модели Найта. Несмотря на то что в нестационарной модели конвективно-

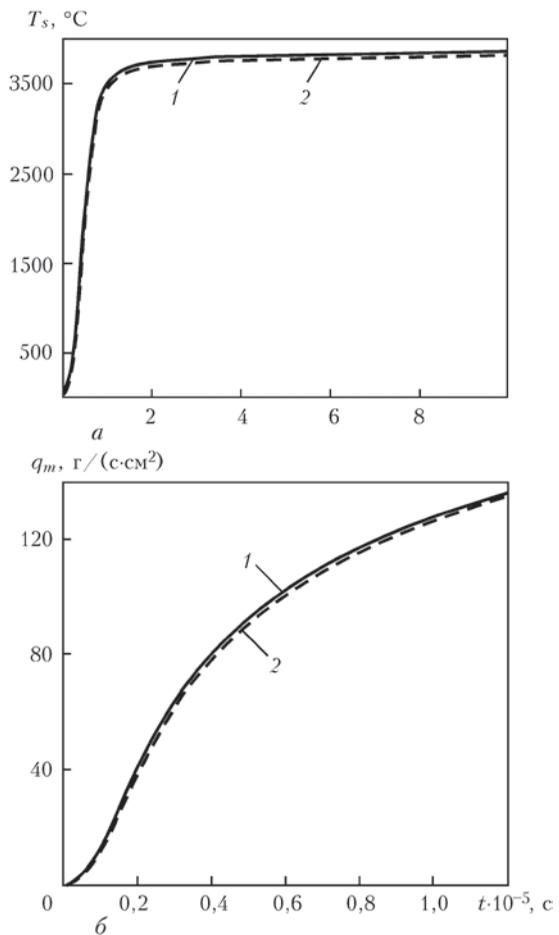


Рис. 4. Динамика изменения температуры металла в центре пятна лазерного нагрева (а) и массового потока пара с поверхности расплава (б): 1 — нестационарная; 2 — стационарная модель

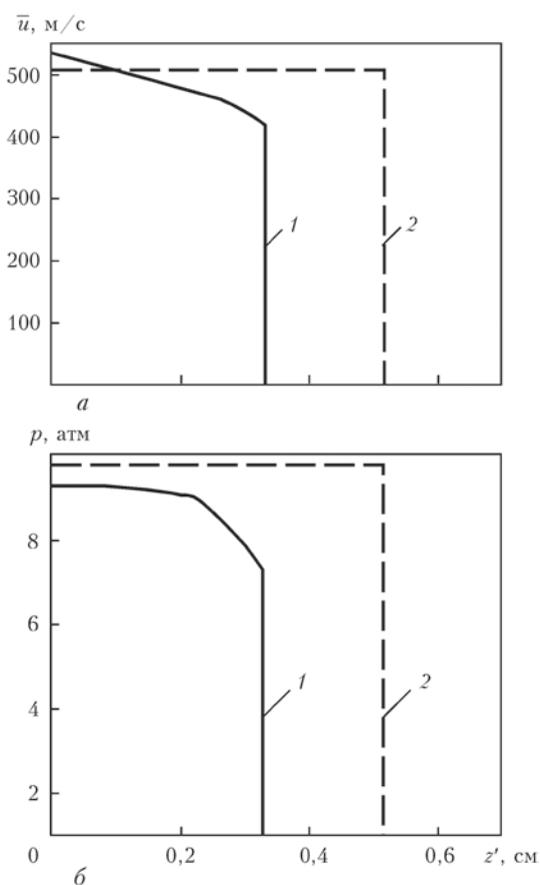


Рис. 5. Распределение скорости движения пара (а) и газодинамического давления (б) в паровой фазе при  $t = 6,7 \cdot 10^{-6}$  с: 1, 2 — то же, что и на рис. 4

го испарения эти характеристики отличаются от идеализированной схемы течения Нейта (см. рис. 5), значения удельного массового потока пара на границе кнудсеновского слоя, рассчитанные по стационарной и нестационарной моделям испарения, практически совпадают (см. рис. 4, б). Это объясняется тем, что время выхода температуры поверхности на стационарное значение (см рис. 4, а) намного меньше характерного времени установления газодинамических процессов. Поэтому следует ожидать, что при уменьшении скорости

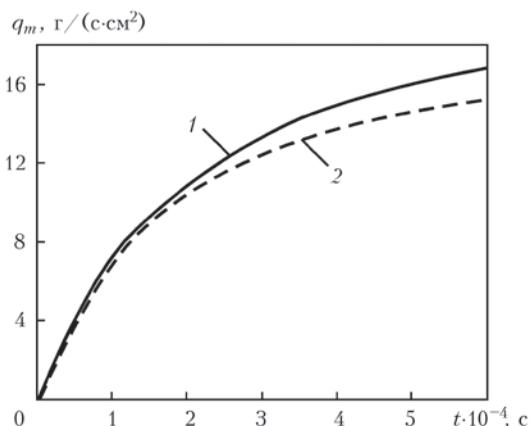


Рис. 6. Изменение массового потока пара во времени при  $I_0 = 7 \cdot 10^5$  Вт/см<sup>2</sup>: 1, 2 — то же, что и на рис. 4

нагрева будет наблюдаться более существенное отличие в структуре течения и соответственно в значении удельного массового потока  $q_m(t)$ .

В качестве иллюстрации к последнему утверждению рассмотрим нагрев пластины лазерным излучением с меньшей интенсивностью  $I_0 = 7 \cdot 10^5$  Вт/см<sup>2</sup>. В отличие от условий нагрева, рассмотренных выше, при невысоких скоростях нагрева различия между стационарной и нестационарной моделями испарения с точки зрения решения тепловой задачи становятся более существенными (рис. 6). Таким образом, при более низких скоростях нагрева требуется учитывать нестационарный характер газодинамических процессов.

Рассмотренные выше модели справедливы для испарения металла с развитой поверхностью жидкости (с неограниченной плоской поверхностью). При испарении с поверхности пятна небольшого диаметра, как это имеет место при воздействии на металл сфокусированного лазерного излучения, предположение об одномерной структуре газодинамического течения нарушается. Для исследования влияния бокового разлета пара рассмотрим двухмерную задачу газовой динамики для парогазовой смеси в осесимметричной постановке. Уравнения Эйлера в цилиндрической системе координат  $(r, z')$  имеют вид

$$\frac{\partial \vec{U}}{\partial t} + \frac{\partial \vec{F}}{\partial r} + \frac{\partial \vec{G}}{\partial z'} = -\frac{\vec{f}}{r}. \tag{11}$$

Здесь  $\vec{U} = (\rho_1, \rho, \rho u, \rho v, E)$ ;  $\vec{f} = (\rho_1 u, \rho u, \rho u^2, (E + p)u)$ ;  $\vec{F} = (\rho_m u, \rho u, \rho u^2 + p, \rho uv, (E + p)u)$ ;  $\vec{G} = (\rho_m v, \rho v, \rho uv, \rho v^2 + p, (E + p)v)$ ;  $u, v$  — соответственно аксиальная и радиальная компоненты вектора скорости;  $E = \rho e + (\rho u^2 + \rho v^2)/2$  — энергия смеси;  $e = p/\rho(\gamma - 1)$ .

Уравнение (11) будем интегрировать в области, показанной на рис. 7.

Границы  $\Gamma_4, \Gamma_5$  являются внешними границам области течения,  $\Gamma_3$  — ось симметрии,  $\Gamma_6$  — поверхность металла вне пятна испарения. Кнудсеновский слой на поверхности жидкой металлической ванны моделируется прямоугольным выступом с границами  $\Gamma_1, \Gamma_2$ . На границе  $\Gamma_1$  задается граничное условие, аналогичное (9). Касательная компонента вектора скорости на этой границе доопределяется из области течения по характеристическим соотношениям. На поверхности металла ставится граничное условие непротекания, на оси течения — условие симметрии, а на внешних границах  $\Gamma_4$  и  $\Gamma_5$  — неотражающие граничные условия. Начальные условия задаются в виде:  $p = p_0, u = 0, v = 0, \rho = \rho_0, \rho_1 = 0$ , где  $p_0, \rho_0$  — давление и плотность атмосферного газа.

Сформулированную задачу двумерной газовой динамики решали методом Годунова 2-го порядка точности (TVD схема). Размеры расчетной области выбирали следующим образом: длина границы  $\Gamma_1$  составляла 0,015 см, толщину кнудсеновского слоя  $\Gamma_2$  принимали равной 0,006 см (исходя из оценки средней длины свободного пробега в атмосферном газе и в парах металла непосредственно над расплавом). Размеры внешних границ расчетной области  $\Gamma_5, \Gamma_6$  принимали равными  $6L_0$ . В качестве внешнего газа рассматривали воздух при нормальных условиях. Температуру испаряющейся поверхности металла принимали постоянной и равной 4000 °С.

Результаты расчетов представлены на рис. 8, 9. При наличии боковой разгрузки парового потока возникает качественно иная картина течения. Скорость на границе кнудсеновского слоя не достигает стационарного значения (как в одномерном случае), а монотонно возрастает, пока число Маха на границе слоя не станет равным единице (рис. 8, б). После этого в области течения пара образуется стационарный скачок уплотнения, за которым с постоянной скоростью распространяется контактный разрыв. Скачок уплотнения образуется вследствие того, что давление в области между границей кнудсеновского слоя и внешним газом становится меньше атмосферного (область пониженного давления на рис. 8, а). Ударная волна в рассматриваемый момент времени находится на расстоянии 0,075 см от границы кнудсеновского слоя, а область пониженного давления и скачок уплотнения — на расстоянии 0,05 см. Подобная картина течения зафиксирована экспериментально в работе [5] при исследовании воздействия импульсного лазерного излучения на металл. Следует отметить, что аналогичная структура течения

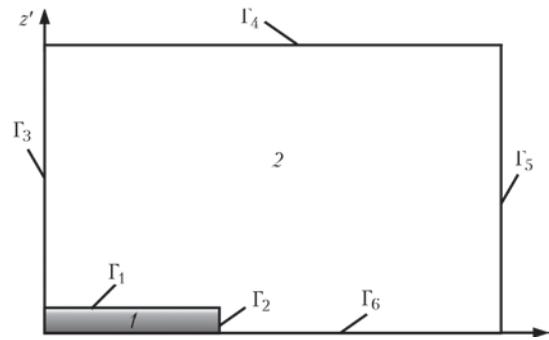


Рис. 7. Схема расчетной области для решения двумерных уравнений газовой динамики: 1 — кнудсеновский слой; 2 — газодинамическая область

наблюдается также при сверхзвуковом истечении газа из сопла в режиме недорасширения.

Рассмотрим условия нестационарного режима нагрева металла лазерным излучением. Время выхода температуры поверхности на стационарное значение примерно на три порядка превышает время, за которое число Маха на границе кнудсеновского слоя становится равным единице. Следовательно, при наличии боковой разгрузки пара задачу о нагреве металла лазерным излучением с достаточно хорошим приближением можно рассматривать, полагая число Маха на границе кнудсеновского слоя равным единице. При этом из соотношений (4), (5) можно найти массовый поток, не решая задачу газовой динамики.

В заключение следует отметить, что такие важные с точки зрения технологических приложений характеристики, как тепловое состояние металла, плотность массового потока металлического пара, скорость его разлета, потери тепла на испарение и давление реакции отдачи пара, определяются не только условиями нагрева металла, но и газодинамическими процессами, протекающими в паровой фазе. В общем случае для моделирования рассматриваемой ситуации необходимо использовать самосогласованную модель, описывающую тепло-

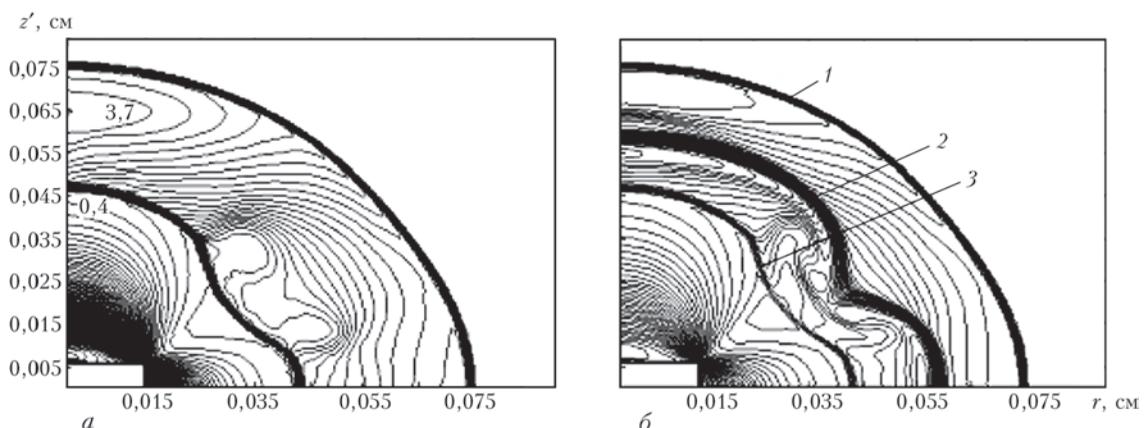


Рис. 8. Изолинии давления  $p/p_0$  (а) и плотности (б) при  $t = 4 \cdot 10^{-7}$  с: 1 — ударная волна; 2 — контактный разрыв; 3 — скачок уплотнения

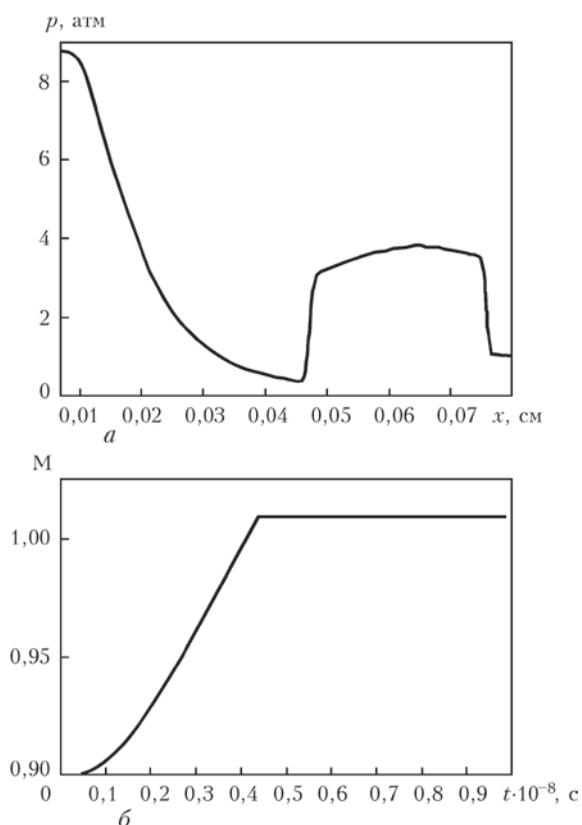


Рис. 9. Распределение давления вдоль оси симметрии при  $t = 4 \cdot 10^{-7}$  с (а) и зависимость максимального числа Маха на границе кнудсеновского слоя от времени (б)

вые процессы в объеме металла, процессы тепло-, массопереноса в кнудсеновском слое, а также газодинамические процессы в потоке пара.

1. *Воздействие лазерного излучения на материалы* / Р. В. Арутюнян, В. Ю. Баранов, Л. А. Большов и др. — М.: Наука, 1989. — 367 с.
2. *Веденов А. А., Гладуш Г. Г.* Физические процессы при лазерной обработке материалов. — М.: Энергоатомиздат, 1985. — 208 с.
3. *Дьюли У.* Лазерная технология и анализ материалов. — М.: Мир, 1986. — 504 с.

4. *Действие излучения большой мощности на металлы* / С. И. Анисимов, Я. А. Имас, Г. С. Романов и др. — М.: Наука, 1970. — 272 с.
5. *Неподвижная ударная волна, возникающая при стационарном испарении металла под действием лазерного излучения* / В. А. Батаров, Ф. В. Бункин, А. М. Прохоров и др. // Письма в Журн. эксперим. и теорет. физики. — 1970. — **11**. — С. 113–118.
6. *Gas dynamics of laser ablation: Influence of ambient atmosphere* / A. V. Gusarov, A. G. Gnedovets, I. Smurov // J. Appl. Phys. — 2000. — **88**. — P. 4352–4364.
7. *Ионизационные процессы в лазерной плазме* / Ю. В. Афанасьев, Э. М. Беленов, О. Н. Крохин и др. // Письма в Журн. эксперим. и теорет. физики. — 1969. — **10**. — С. 553–557.
8. *Воробьев В. С.* Плазма, возникающая при взаимодействии лазерного излучения с твердыми мишенями // Укр. физ. журн. — 1993. — **163**, № 12. — С. 51–82.
9. *Найт Ч. Дж.* Теоретическое моделирование быстрого поверхностного испарения при наличии противодавления // Ракетная техника и космонавтика. — 1979. — № 5. — С. 81–86.
10. *Peacemen D. W., Rachford H. H.* The numerical solution of parabolic and elliptic differential equations // J. Soc. Ind. Appl. Math. — 1955. — **3**. — P. 28–41.
11. *Куликовский А. Г., Погорелов Н. В., Семенов А. Ю.* Математические вопросы численного решения гиперболических систем уравнений. — М.: Физматлит, 2001. — 608 с.
12. *Кириченко В. В., Грязнов Н. А., Кривцун И. В.* Экспериментальный комплекс для исследования процессов импульсной лазерно-микроплазменной сварки // Автомат. сварка. — 2008. — № 8. — С. 34–39.
13. *Hu J., Tsai H. L.* Heat and mass transfer in gas metal arc welding. — Pt I: The arc // Int. J. of Heat and Mass Transfer. — 2007. — **50**. — P. 833–846.
14. *Kikuo Uj.* Reflectivity of metals at high temperatures // J. Appl. Phys. — 1972. — **43**, № 5. — P. 2376–2383.
15. *Optical properties of the metals Al, Co, Cu, Au, Fe, Pb, Ni, Pd, Pt, Ag, Ti, and W in the infrared and far infrared* / M. A. Ordal, L. L. Long, R. J. Bell et al. // Appl. Opt. — 1983. — **22**, № 7. — P. 1099–1119.
16. *Miller J.* Optical properties of liquid metals at high temperatures // Phil. Mag. — 1969. — **20**, № 12. — P. 1115–1132.

## 2.2.2. MODELING OF METAL EVAPORATION AND PLASMA FORMATION AT PULSED LASER PROCESSING\*

I. SEMENOV, I. KRIVTSUN, V. DEMCHENKO, A. ZATSERKOVNY

**Introduction.** The study of interaction of pulsed and pulsed-periodic laser radiation with metals plays a great role in the development of laser microwelding, engraving and drilling technologies. Such interaction includes absorption of the laser radiation by the metal surface, heating and melting of the metal, as well as its convective evaporation and formation of the laser-induced plasma. Theoretical investigation of the physical phenomena mentioned above has to involve elaboration of a mathematical model for each of them. In the general case, these models cannot be applied separately, since there are strong correlations between them through the boundary conditions. Particularly, solution of the metal vapor gas-dynamic problem is required to calculate heat losses due to evaporation which determine boundary condition on the metal surface for solving the heat transfer problem. On the other hand, the metal surface temperature value is required to specify the boundary condition for the gas-dynamic model. In addition, formation of the laser-induced plasma can lead to absorption of the laser radiation and consequently exerts influence on the temperature field in the metal workpiece. Moreover, formation of the plasma can change the gas-dynamic flow pattern.

In this paper, a self-consistent mathematical model of gas-dynamic and heat transfer processes at pulsed laser processing of metals is proposed. This model enables to study processes of metal heating, melting and evaporation together with gas-dynamic processes in the metal vapor flow and formation of the laser-induced plasma. A detailed numerical analysis of these processes was carried out based on the suggested model. The radiation of pulsed Nd:YAG-laser was considered. The pulse duration was 1 ms, and the laser radiation intensity changed within the limits of  $10^6$ – $10^8$  W·cm<sup>2</sup>. As an example of the metal being processed a low-carbon steel workpiece was considered.

**Self-consistent mathematical model.** The suggested model of the physical phenomena, taking place at pulsed laser processing, consists of a model of heat transfer processes in a metal workpiece, a model of gas-dynamic processes in a mixture of surrounding

gas and the metal vapor, a model of the Knudsen layer (a thin layer adjacent to the interface in which translational non-equilibrium of vapor particles prevails) and a model of laser-induced plasma formation. In order to study heat transfer in the metal workpiece the transitional heat transfer equation is examined. Gas-dynamic processes are considered based on the non-stationary Euler equations for gas mixture. The model of the Knudsen layer proposed by Knight [1] is accepted. In addition, the Knudsen layer is investigated using the model kinetic equation (BGK) [2]. This analysis was made to define more precisely the coefficients in the Knight's model. The model of plasma formation is required to describe evolution of optical discharge above the workpiece surface and to calculate electron density, laser radiation absorption coefficient and net emission coefficient for laser-induced plasma. In this study the model, proposed in paper [3], was used. The value of net emission coefficient was taken from paper [4].

**Heat transfer processes.** At first, let us consider a model of heat transfer processes in the metal workpiece, which is heated by pulsed laser radiation. It is assumed that the spatial distribution of the laser radiation intensity is symmetric with respect to the laser beam axis. According to this assumption, we consider the heat transfer equation in axisymmetric formulation. A cylindrical coordinate system is used, as shown in Fig. 1.

In this case,  $z$ -axis is normal to the metal workpiece surface and its direction coincides with the laser beam propagation path,  $r$ -axis is directed along the workpiece surface. Using this coordinate system, one

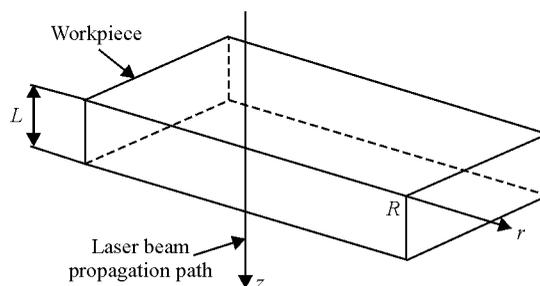


Fig. 1. Schematic view of the system under consideration

\*Proc. of the VIII Int. Conf. on Beam Technology (Apr. 14–15, 2010, Halle (Saale), Germany). — 2010. — P. 53–59.

can write the non-stationary heat conduction equation as follows:

$$c(T)\rho(T)\frac{\partial T}{\partial t} = \frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}\left(r\chi(T)\frac{\partial T}{\partial r}\right) + \frac{\partial}{\partial z}\left(\chi(T)\frac{\partial T}{\partial z}\right). \quad (1)$$

where  $c(T)$  is the metal heat capacity (taking into account the latent heat of melting),  $\rho(T)$  and  $\chi(T)$  are the metal density and thermal conductivity, respectively. These properties for low-carbon steel are taken from [5]. Eq. 1 is considered in the domain  $0 < r < R$ ,  $0 < z < L$ ,  $t > 0$ . As the initial metal temperature the temperature of the surrounding gas  $T_0$  is accepted. The boundary condition on the axis of symmetry  $r = 0$  is given as

$$\left.\frac{\partial T}{\partial r}\right|_{r=0} = 0. \quad (2)$$

It is assumed, that heat perturbation doesn't reach the outer boundaries of the considered domain during laser pulse. Consequently, the temperature on these boundaries doesn't change

$$T(r, L, t) = T(R, z, t) = T_0. \quad (3)$$

The boundary condition on the metal surface  $z = 0$  is

$$-\lambda(T)\left.\frac{\partial T}{\partial z}\right|_{z=0} = Q_p - Q_{rc} - Q_e. \quad (4)$$

Here  $Q_{rc}(T_s) = \varepsilon\sigma(T_s^4 - T_0^4) + \alpha(T_s - T_0)$  is the heat losses due to radiation and convective-conductive heat exchange with surrounding gas,  $T_s \equiv T(r, 0, t)$  is the metal surface temperature,  $\varepsilon$  is the emissivity factor,  $\sigma$  is the Stefan–Boltzmann constant,  $\alpha$  is the heat exchange coefficient,  $Q_e(T_s) = \kappa Q_m(T_s)$  is the loss of heat due to evaporation,  $\kappa$  is the specific heat of evaporation,  $Q_m(T_s)$  is the specific mass flux of metal vapor,  $Q_p(r, t)$  is the space-time distribution of the heat flux into the metal due to laser radiation absorption which can be written as

$$Q_p(r, t) = A(T_s)P(r, t), \quad (5)$$

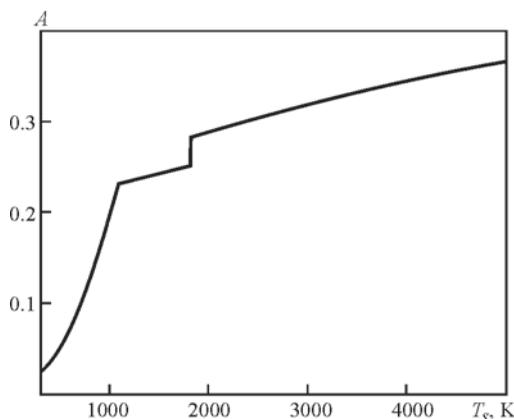


Fig. 2. Temperature dependence of low-carbon steel absorptivity for Nd:YAG-laser radiation

where  $A(T_s)$  is the metal absorptivity of laser radiation depending on the metal surface temperature, and  $P(r, t)$  is the space-time distribution of the laser radiation intensity. Assuming gauss-distribution for laser radiation, one can define  $P(r, t)$  as follows

$$P(r, t) = \begin{cases} P_0 \exp\left(-\frac{2r^2}{r_0^2}\right) & \text{at } 0 \leq t \leq t_p, \\ 0 & \text{at } t > t_p, \end{cases} \quad (6)$$

where  $r_0$  is the focusing radius,  $t_p$  is the laser pulse duration. Maximum intensity  $P_0$  depends on the total power of the laser beam  $Q^0$  in the following way

$$P_0 = 2Q^0 / \pi r_0^2. \quad (7)$$

The absorptivity  $A(T_s)$  of low-carbon steel for Nd:YAG-laser radiation is calculated using data from papers [6–8].

In order to define the losses of heat due to evaporation, it is required to calculate the specific mass flow of metal vapor  $Q_m(T_s)$ , which depends on the surface temperature. The value of this mass flow is governed by the gas-dynamic processes, which take place during the convective vaporization of metal into surrounding gas. Thus, let us move to the model of gas-dynamic processes.

**Gas-dynamic processes.** The gas-dynamic flow is studied on the basis of the axisymmetric non-stationary Euler equations for gas mixture. If the coordinate system shown in Fig. 1 is assumed, this set of equations can be written as follows

$$\frac{\partial \bar{U}}{\partial t} + \frac{\partial \bar{F}}{\partial r} + \frac{\partial \bar{G}}{\partial z'} = -\frac{\bar{f}}{r} + \bar{Q}, \quad (8)$$

where  $z' = -z$  (see Fig. 1) and

$$\begin{aligned} \bar{U} &= (\rho_1, \rho, \rho u, \rho v, E), \\ \bar{F} &= (\rho_1 u, \rho u, \rho u^2 + p, \rho uv, (E + p)u), \\ \bar{G} &= (\rho_1 v, \rho v, \rho uv, \rho v^2 + p, (E + p)v), \\ \bar{f} &= (\rho_1 u, \rho u, \rho u^2, (E + p)u), \\ \bar{Q} &= (0, 0, 0, Q_{abs}(r, z', t) - Q_{emiss}(r, z', t)). \end{aligned}$$

Here  $\rho_1$  is the metal vapor density,  $\rho$  and  $p$  are the density and pressure of vapor-surrounding gas mixture, respectively,  $u$  is the radial velocity,  $v$  is the axial velocity of the mixture,  $E$  is the total energy of the mixture,  $Q_{abs}(r, z', t)$  is the heat generation resulting from absorption of laser radiation by metal vapor, and  $Q_{emiss}(r, z', t)$  is the heat losses due to emission of arising plasma. The total energy of the mixture is  $E = \rho u^2/2 + \rho v^2/2 + \rho e$ , where the internal energy of the mixture is  $e = p/\rho(\gamma - 1)$ ,  $\gamma = 5/3$  (monoatomic gas is assumed). The boundary problem for Eq. 8 is formulated in the domain  $0 \leq z' \leq L'$ ,  $0 \leq r \leq R$ ,  $t \geq 0$ . As the initial data, the parameters of undisturbed sur-

rounding gas are accepted. The boundary condition on the axis of symmetry  $r = 0$  is given as

$$u = 0, \quad \frac{\partial p}{\partial r} = 0, \quad \frac{\partial v}{\partial r} = 0. \quad (9)$$

On the outer boundary  $z' = L'$  the boundary condition is

$$\frac{\partial \bar{U}}{\partial z'} = 0, \quad (10)$$

and on the boundary  $r = R$  the condition is

$$\frac{\partial \bar{U}}{\partial r} = 0. \quad (11)$$

The form of the boundary conditions on the metal surface depends on the value of the surface temperature  $T_s$ . If  $T_s(r, t)$  is less than melting temperature, the boundary conditions are written in the following way

$$v = 0, \quad \frac{\partial p}{\partial z'} = 0, \quad \frac{\partial u}{\partial z'} = 0. \quad (12)$$

If  $T_s(r, t)$  is greater than melting temperature, one can calculate the pressure of the saturated metal vapor  $p_s(r, t)$  using Clapeyron–Clausius relation. Further, if

$$\lim_{z' \rightarrow +0} p(r, z', t) = p(r, +0, t) \geq p_s(r, t),$$

the boundary conditions are defined as in Eq. 12, otherwise these conditions are given as

$$v(r, 0, t) = v_{+0} + \frac{p(r, 0, t) - p_{+0}}{\sqrt{\frac{\rho_{+0}}{2} [p(r, 0, t)(\gamma + 1) + p_{+0}(\gamma - 1)]}}, \quad (13)$$

$$u(r, 0, t) = 0, \quad \rho_1(r, 0, t) = \rho(r, 0, t),$$

$$p(r, 0, t) = \rho(r, 0, t) \Re T(r, 0, t).$$

Here  $\Re = k/M$ ,  $k$  is the Boltzmann constant and  $M$  is the metal vapor particle mass,  $\lim_{z \rightarrow +0} \rho(r, z, t) = \rho_{+0}$ ,

$\lim_{z \rightarrow +0} p(r, z, t) = p_{+0}$ ,  $\lim_{z \rightarrow +0} v(r, z, t) = v_{+0}$ . The boundary conditions (Eq. 13) should be supplemented by conditions on the external border of the Knudsen layer, which can be written in the following for

$$T(r, 0, t) / T_s(r, t) = F_t(m), \quad (14a)$$

$$\rho(r, 0, t) / \rho_s(r, t) = F_\rho(m), \quad (14b)$$

where  $m = v(r, 0, t) / \sqrt{2\Re T(r, 0, t)}$ , and  $\rho_s(r, t)$  is the saturated metal vapor density. To define two functions  $F_t(m)$  and  $F_\rho(m)$ , a consideration of the Knudsen layer is required. According to the described model of the gas-dynamic processes, the vapor mass flow near the metal surface can be determined as follows

$$Q_m = \rho(r, 0, t) v(r, 0, t).$$

**A model of the Knudsen layer.** As mentioned above, in the present paper we use the well-known Knight's model of the Knudsen layer [1]. In this model the Knudsen layer is considered as gas-dynamic discontinuity with the corresponding jump conditions

expressing the conservation laws. Generally speaking, the most accurate analysis of the Knudsen layer can be accomplished by solving the Boltzmann equation (or its simplifications). This way requires solving of the kinetic equation in the whole domain of flow, but it is a very difficult and time consuming procedure in view of the complexity of this equation. Therefore, some assumptions about velocity distribution function of vapor particles on the Knudsen layer borders are made. These assumptions in conjunction with the conservation laws allow us to derive the following jump conditions

$$\frac{T(r, 0, t)}{T_s(r, t)} = \left[ \sqrt{1 + \pi \left( \frac{\gamma - 1}{\gamma + 1} \frac{m}{2} \right)^2} - \sqrt{\pi} \frac{\gamma - 1}{\gamma + 1} \frac{m}{2} \right]^2, \quad (15a)$$

$$\frac{\rho(r, 0, t)}{\rho_s(r, t)} = \sqrt{\frac{T_s(r, t)}{T(r, 0, t)}} \left[ \left( m^2 + \frac{1}{2} \right) \times \right. \\ \left. \times e^{m^2} \operatorname{erfc}(m) - \frac{m}{\sqrt{\pi}} \right] + \\ + \frac{1}{2} \frac{T_s(r, t)}{T(r, 0, t)} \left[ 1 - \sqrt{\pi} m e^{m^2} \operatorname{erfc}(m) \right]. \quad (15b)$$

Eq. 15a and 15b define the functions  $F_t(m)$  and  $F_\rho(m)$  in Eq. 14a, 14b. The value  $m$  in Eq. 15a and 15b is connected with the Mach number  $M$  on the border of the Knudsen layer as follows  $M = \sqrt{\gamma / 2} m$ . From physical reasoning, the maximum value of the Mach number on the border of the Knudsen layer is one. In this case, from Eq. 15a, 15b we obtain

$$T(r, 0, t) = 0.669 T_s(r, t), \quad (16a)$$

$$\rho(r, 0, t) = 0.308 \rho_s(r, t). \quad (16b)$$

In order to define the bounds of applicability of the Knight's model a kinetic analysis was accomplished [9]. The Knudsen layer was investigated on the basis of the one-dimensional non-stationary model kinetic equation (BGK). For example, the comparison between Knight's model and kinetic study is shown in Fig. 3. On this figure the mass flow due to evaporation for subsonic regime  $M < 1$  is demonstrated.

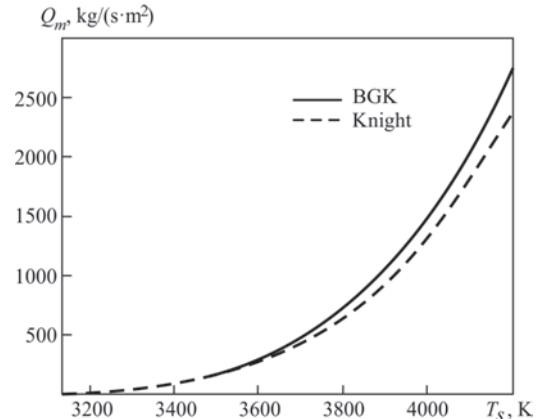


Fig. 3. Comparison between Knight's model and BGK solution

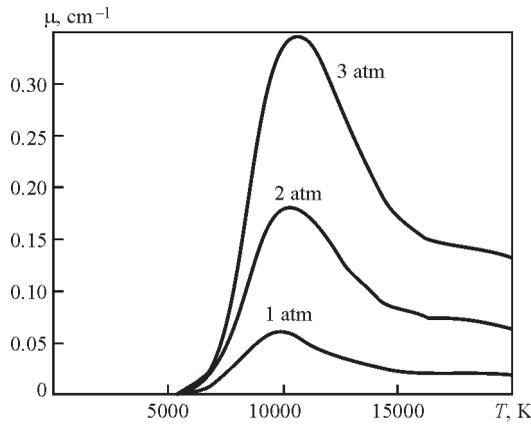


Fig. 4. Absorption coefficient for Fe-plasma

For the supersonic regime of evaporation, i.e.  $M = 1$  at the Knudsen layer, kinetic solution provides more precise coefficients in Eq. 16a, 16b

$$T(r, 0, t) = 0.632T_s(r, t), \quad (17a)$$

$$\rho(r, 0, t) = 0.368\rho_s(r, t). \quad (17b)$$

The comparison shows that Knight's model gives sufficiently grate error at definition of mass flow on the boundary of Knudsen layer (up to 13 %). Therefore, one should use the Eq. 17a, 17b instead of Eq. 16a, 16b to calculate mass flow for supersonic regime of evaporation. It is not so easy to correct Knight's model in sub-sonic regime, but different estimates shows [10] that for typical values of laser radiation intensity the evaporation occurs in supersonic regime.

**Laser-induced plasma.** Finally, let us consider formation of the laser induced plasma. In our model this process is taken into account by terms  $Q_{abs}(r, z', t)$  and  $Q_{emiss}(r, z', t)$  in Eq. 8.

The term  $Q_{abs}(r, z', t)$  is the heat generation resulting from absorption of laser radiation by the ionized metal vapor and the term  $Q_{emiss}(r, z', t)$  is the net emission of the laser-induced plasma. The heat generation due to absorption can be written as follows

$$Q_{abs}(r, z', t) = \mu(r, z', t)P(r, z', t), \quad (18)$$

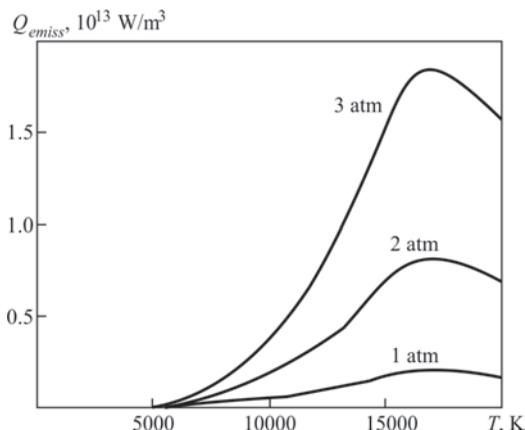


Fig. 5. Net emission of Fe-plasma

where  $\mu(r, z, t)$  is the inverse Bremsstrahlung absorption coefficient, and  $P(r, z, t)$  is the space-time distribution of the laser radiation intensity. Let us consider again gauss-distribution for the laser radiation intensity of the initial beam

$$P_{inc}^0(r, z') = \frac{2Q^0}{\pi r_z^2(z')} \exp\left(-\frac{2r^2}{r_z^2(z')}\right). \quad (19)$$

Here  $Q^0$  is the total power of the laser pulse,  $r_z^2(z') = r_0^2(1 + z'^2/z_0^2)$ ,  $z_0 = \pi r_0^2/\lambda$ , where  $\lambda$  is the laser radiation wavelength,  $r_0$  is the focusing radius. The absorption in the laser-induced plasma can be taken into account integrally

$$P_{inc}(r, z') = \frac{2Q_a(Q^0, z')}{\pi r_z^2(z')} \exp\left(-\frac{2r^2}{r_z^2(z')}\right), \quad (20)$$

where  $Q_a(Q^0, z')$  is the resulting power of the incoming laser radiation. The total intensity  $P(r, z', t)$  is the sum of the incoming beam intensity  $P_{inc}(r, z')$  and intensity of the reflected by the metal surface beam  $P_{refl}(r, z')$ , i.e.  $P(r, z') = P_{inc}(r, z') + P_{refl}(r, z')$ . We assume that  $P_{refl}(r, z')$  is given as follows

$$P_{refl}(r, z') = [1 - A(T_s(r, t))] \times \frac{2Q_a(Q^0, 0)}{\pi r_z^2(z')} \exp\left(-\frac{2r^2}{r_z^2(z')}\right). \quad (21)$$

The absorption coefficient  $\mu(r, z', t)$  is calculated in terms of the models, proposed in papers [3, 11]. In the general case, it depends on temperature, and pressure of the metal vapor. In Fig. 4 the dependence  $\mu(T)$  are shown for different pressures.

The net emission of the laser-induced plasma  $Q_{emiss}(r, z', t)$  is calculated with the help of the data from paper [4]. This heat generation depends also on temperature and pressure of metal vapor. In Fig. 5 the dependence  $Q_{emiss}(T)$  are shown for different pressures.

At this stage the description of self-consistent mathematical model is completed. It includes Eq. 1 with the boundary conditions Eq. 2–4 for the heat transfer processes, Eq. 8 with the boundary conditions Eq. 9–13 for the gas-dynamic processes, and the method for calculation the heat generation, resulting from absorption of laser radiation, and the net emission of metal plasma.

**Results of numerical analysis and discussions.** In this section the numerical results, obtained with the aid of the proposed self-consistent model, are presented. The heat transfer equation (Eq. 1) is solved numerically by the Peacemen–Rachford method [12]. In order to obtain numerical solution of the Euler equations (Eq. 8) the second order Godunov type method (TVD scheme) is used [13]. As an example, we consider Nd:YAG-laser

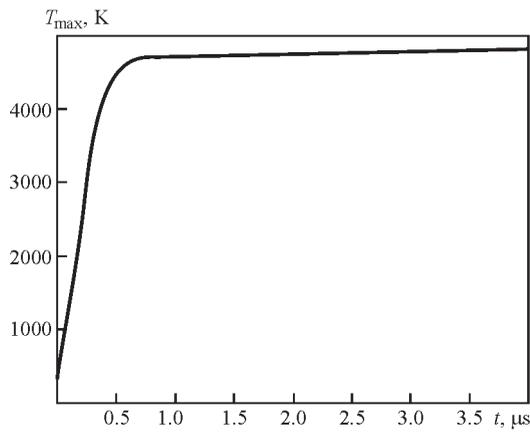


Fig. 6. The maximum surface temperature vs. time

pulse with the total power  $Q^0 = 1245$  W, duration  $t_p = 1$  ms and focusing radius  $r_0 = 0.05$  mm.

At first let us consider how the temperature field in the low-carbon steel workpiece changes with time. The time evolution of the maximum surface temperature  $T_{max}$  is shown in Fig. 6.

The surface temperature  $T_s$  at the different time moments is shown in Fig. 7 and the temperature fields at the different time moments are shown in Fig. 8 (boiling temperature 3133 K, temperatures of solidus 1700 K and liquidus 1750 K are marked).

Fig. 6 shows that the maximum surface temperature goes up during 1  $\mu$ s and then remains practically constant. The stationary value of the maximum surface temperature corresponds to the temperature, at which the losses of heat due to evaporation is approx-

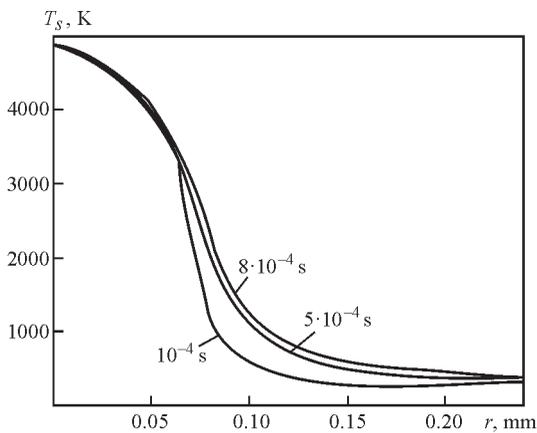


Fig. 7. Evolution of the surface temperature distribution

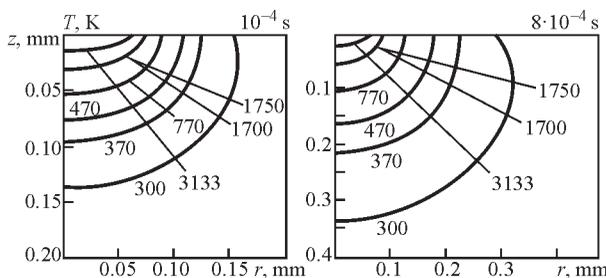


Fig. 8. Temperature fields at different time moments

imately equal to the heat flux put into the workpiece by the laser radiation. Fig. 7 demonstrates that the surface temperature within the focusing radius is remains practically constant too. The fusion and evaporation zones can be estimated, using Fig. 8.

Further, let us consider the results of the gas-dynamic processes modeling. First of all we consider the flow pattern without formation of the laser-induced plasma, i.e. neglecting terms  $Q_{abs}$  and  $Q_{emiss}$  in Eq. 8.

The temperature, pressure and Mach number distributions along the axis of symmetry by the time 30  $\mu$ s are shown in Fig. 9–11. It is shown, that there is a stationary compression shock near the metal sur-

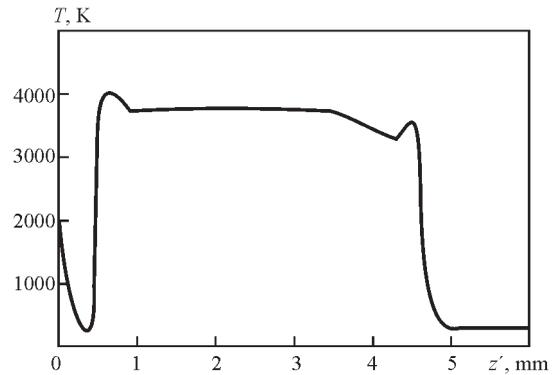


Fig. 9. Temperature distribution along the axis of symmetry

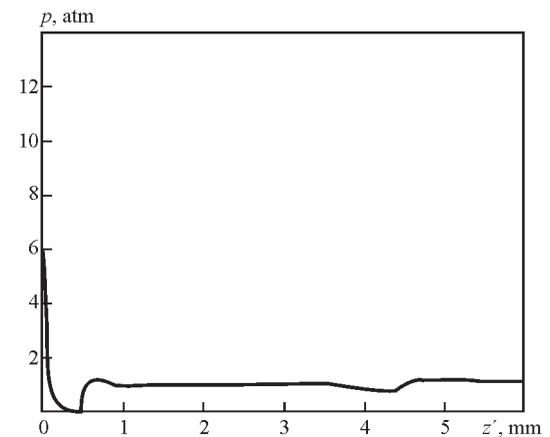


Fig. 10. Pressure distribution along the axis of symmetry

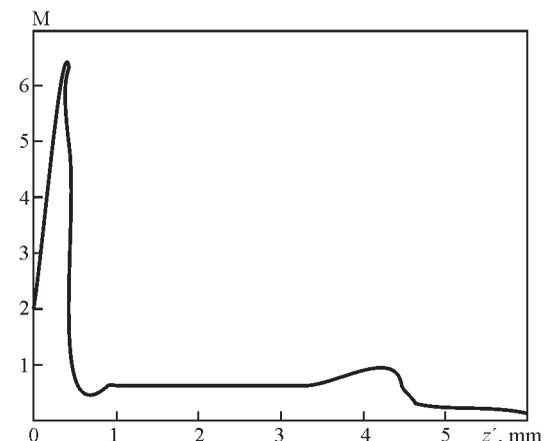


Fig. 11. Mach number distribution along the axis of symmetry

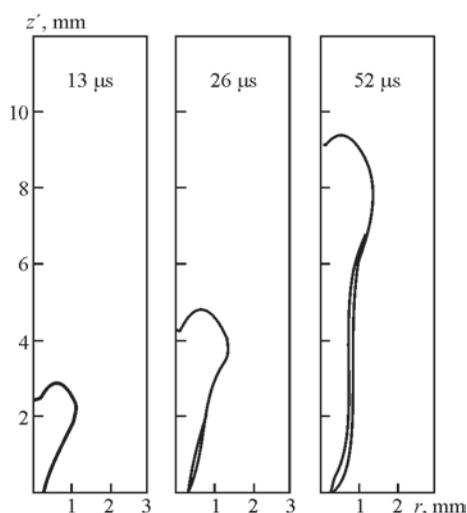


Fig. 12. Contact discontinuity at different time moments

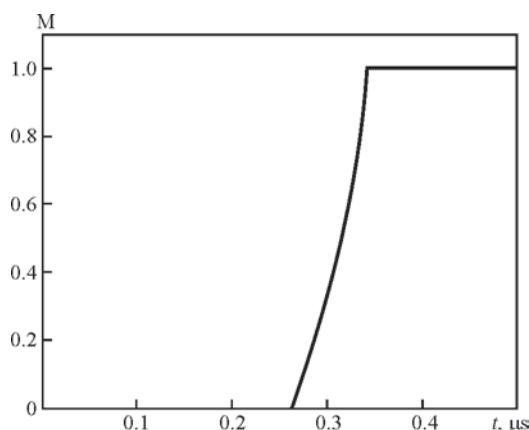


Fig. 13. Time evolution of maximum Mach number on the Knudsen layer border

face, where the pressure becomes lower than atmosphere one. Formation of the compression shock is caused by transfer from supersonic flow to subsonic one (see Fig. 11). In addition, one can see the sharp changes in temperature and pressure profiles near the Knudsen layer, and the contact discontinuity between surrounding gas and metal vapor (see Fig. 9). It should be noted, that the similar flow pattern was observed experimentally [14].

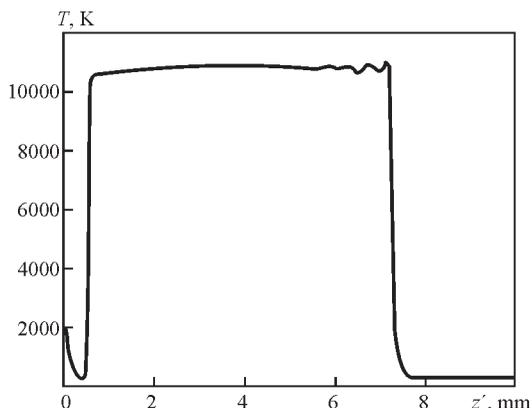


Fig. 14. Temperature distribution along the axis of symmetry

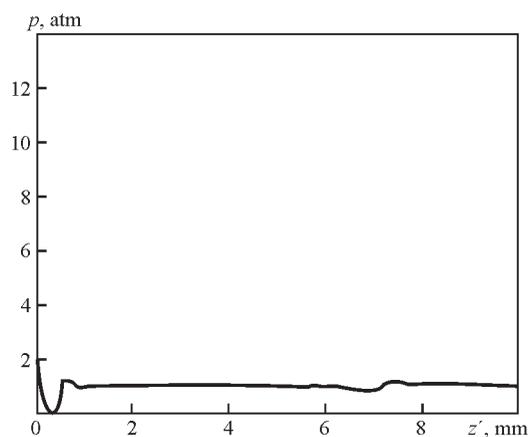


Fig. 15. Pressure distribution along the axis of symmetry

Fig. 12 demonstrates time evolution of the contact discontinuity. Two isolines of the metal vapor density ( $0.01 \text{ kg/m}^3$  and  $0.02 \text{ kg/m}^3$ ) are shown.

As shown in Fig. 11, the metal vapor flow is supersonic. Fig. 13 demonstrates how the maximum value of the Mach number on the Knudsen layer border changes in time.

It is shown (see Fig. 13) that after the beginning of evaporation (approximately  $0.26 \mu\text{s}$ ) the Mach number on the border of the Knudsen layer abruptly rises up to one and then remains constant. Transition time for this process is very small (in order of  $10^{-8} \text{ s}$ ) in comparison with the laser pulse duration. It is a very important result, since it shows the ability to investigate gas-dynamic and heat transfer processes separately. In fact, if the Mach number on the Knudsen layer border is equal to one, than boundary condition Eq. 4 for the heat transfer equation (Eq. 1) doesn't require the solution of the gas-dynamic equations (Eq. 8). This boundary condition is defined directly with the use of expressions Eq. 17a, 17b. But it should be noted, that this situation occurs only for sufficiently high intensities of laser radiation. If the intensity is low (for example  $10^5 \div 10^6 \text{ W/cm}^2$ ) than the transition period in Fig. 13 can be greater and in this case it is

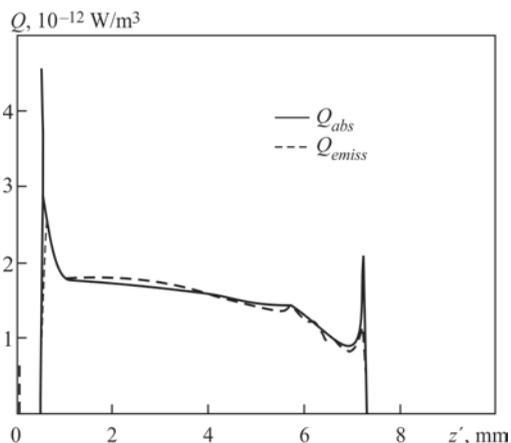


Fig. 16. The heat source  $Q_{abs}$  and the net emission  $Q_{emiss}$  along the axis of symmetry

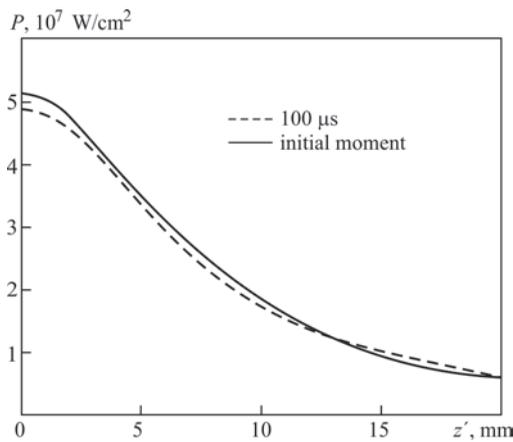


Fig. 17. Laser intensity distribution along the axis of symmetry impossible to consider heat transfer and gas-dynamic problems separately.

Further let us consider the results of modeling, taking into account formation of the laser-induced plasma. Fig. 14 demonstrates the temperature distribution along the axis of symmetry by the time moment  $58 \mu\text{s}$ .

From this figure one can see, that formation of the laser-induced plasma takes place between the compression shock and the contact discontinuity. The temperature in this region equals approximately 10000 K. Plasma doesn't occur in the region between the metal surface and the compression shock due to very low values of the absorption coefficient. In turn, the value of the absorption coefficient is low because of low temperature and pressure in this rarefaction zone. The pressure distribution along the axis of symmetry is shown in Fig. 15 by the same time moment.

Fig. 15 shows, that the formation of the plasma doesn't exert influence on the pressure distribution. Since plasma doesn't form near the metal surface, this process doesn't also change the evaporation regime. So the Mach number evolution (Fig. 13) on the Knudsen layer border doesn't change too. This fact allows us to conclude, that the formation of plasma doesn't have action on the ability to solve the heat transfer and the gas-dynamic problems separately.

The plasma temperature (see Fig. 14) is governed by the equilibrium between the heat generation  $Q_{abs}$  and the energy losses due to plasma emission  $Q_{emiss}$ . Distributions of this two sources along the axis of symmetry by the time  $58 \mu\text{s}$  is shown in Fig. 16. In fact, this figure demonstrates that these two sources are practically equal in the region where plasma exists. The decrease of  $Q_{abs}$  and  $Q_{emiss}$  at  $z' > 7.2 \text{ mm}$  is explained by the decreasing of laser radiation intensity with  $z'$  increasing.

In order to estimate the absorption of laser radiation by the laser-induced plasma the comparison between two distributions of the laser radiation intensity along the axis of symmetry is made (Fig. 17). This

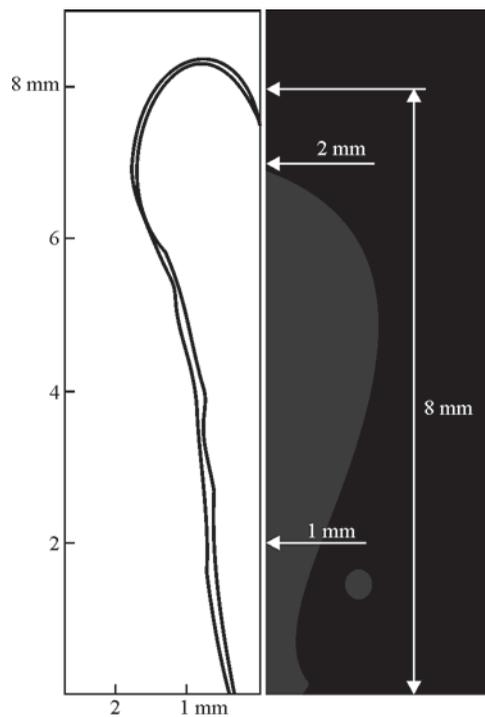


Fig. 18. Results of modeling (left side) and experimental data (right side)

comparison shows that the absorption of the laser radiation by laser-induced plasma can be neglected.

Finally, Fig. 18 demonstrates the comparison of the experimentally and numerically obtained data by the time  $60 \mu\text{s}$ . On the right side, the experimental data (photo) is presented, and on the left side the iso-lines of the metal vapor density ( $0.01$  and  $0.02 \text{ kg/m}^3$ ) are shown.

This figure shows that there is a good agreement between the experimental and numerical data concerning the dimensions of the metal vapor plume. The photo was obtained with the use of high-speed camera at the parameters of laser pulse which were the same as in presented numerical analysis.

## Conclusion

In the present paper a self-consistent mathematical model of the physical phenomena, taking place at pulsed laser processing of metals, was developed. A detailed numerical analysis of heat transfer in the low-carbon steel workpiece and gas-dynamic flow of the metal vapor (iron) into surrounding gas (air) was performed as applied to the following conditions of processing pulse of Nd:YAG-laser radiation with total power 1245 W, duration 1 ms and focusing radius 0.05 mm. It was shown, that for sufficiently high laser intensity ( $10^7 \div 10^8 \text{ W/cm}^2$ ) it is possible to consider the heat transfer and gas-dynamic processes separately. At these conditions gas-dynamic flow pattern includes a stationary compression shock near the metal surface, rarefaction zone between the metal

surface and the shock and contact discontinuity between the metal vapor and surrounding gas. Pressure in the rarefaction zone is lower than the atmospheric one and the vapor flow is supersonic. The formation of compression shock is governed by transfer from supersonic to subsonic flow. Laser-induced plasma arises in the region between the compression shock and contact discontinuity. Plasma doesn't appear in the rarefaction zone due to low values of the absorption coefficient. As a result there is no direct contact between the laser-induced plasma and the metal surface. Since formation of the plasma takes place above the metal surface, this process doesn't exert influence on possibility to solve heat transfer and gas-dynamic problems separately.

In addition the well-known Knight's model of the Knudsen layer was examined on the basis of model kinetic equation (BGK). It was shown, that this model provides an error up to 13 % at calculation of the vapor mass flow. The corresponding corrections of the Knight's model for supersonic regime were made.

1. *Knight C.* Theoretical modeling of rapid surface vaporization with back pressure // *AIAA Journal*. — 1979. — **17**, № 5. — P. 519–523.
2. *Bhatnagar P., Gross E., Krook M.* A model for collision processes in gases. I. Small amplitude processes in charged and neutral one-component systems // *Phys. Rev.* — 1954. — **94**. — P. 511–525.
3. *Dilthey U., Goumeniouk A., Lopota V. and Turichin G.* Kinetic description of keyhole plasma in laser welding // *J. Phys. D: Appl. Phys.* — 2000. — **33**. — P. 2747–2753.
4. *Menart J., Malik S.* Net emission coefficients for argon-iron thermal plasmas // *J. Phys. D: Appl. Phys.* — 2000. — **35**. — P. 867–874.
5. *Hu J., Tsai H.* Heat and mass transfer in gas metal arc welding. Part I: The arc // *Int. J. of Heat and Mass Transfer*. — 2007. — **50**. — P. 833–846.
6. *Ujihara K.* Reflectivity of metals at high temperatures // *Journal of Applied Physics*. — 1972. — **43**, № 5. — P. 2376–2383.
7. *Ordal M., Long L., Bell R. et al.* Optical properties of the metals Al, Co, Cu, Au, Fe, Pb, Ni, Pd, Pt, Ag, Ti, and W in the infrared and far infrared // *Applied Optics*. — 1983. — **22**, № 7. — P. 1099–1119.
8. *Miller J.* Optical properties of liquid metals at high temperatures // *Phil. Mag.* — 1969. — **20**, Issue 168, № 12. — P. 1115–1132.
9. *Krivtsun I., Semenov I., Demchenko V.* The comparative analysis of convective metal evaporation models during laser processing // *Abstr. of the VI Int. Conf. «Beam Technologies and Laser Application»*, Russia, Saint-Petersburg, September 23–25, 2009. — P. 29.
10. *Anisimov S., Imas Y., Romanov G., Khodyko Y.* Action of high-power radiation on metals // *M.: Nauka*. — 1970. — 272 p.
11. *Biberman L., Norman G.* Continuous spectra of atomic gases and plasma // *Phys.-Uspekhi*. — 1967. — **91**, № 2. — P. 193–246.
12. *Peacemen D., Rachford H.* The numerical solution of parabolic and elliptic differential equations // *J. Soc. Ind. Appl. Math.* — 1955. — **3**. — P. 28–41.
13. *Kulikovskiy A., Pogorelov N., Semenov A.* Mathematical aspects of numerical solution of hyperbolic systems // *Chapman & Hall / CRC*, London. — 2001. — 608 p.
14. *Batarov V., Bunkin F., Prohorov A.* The stationary shock wave, arising at evaporation of metal // *Letters to JTP*. — 1970. — **11**. — P. 113–118.

### 2.2.3. МОДЕЛИРОВАНИЕ ПОВЕДЕНИЯ СВАРОЧНОЙ ВАННЫ ПРИ ТОЧЕЧНОЙ СВАРКЕ ИМПУЛЬСНЫМ ЛАЗЕРНЫМ ИЗЛУЧЕНИЕМ\*

А.П. СЕМЕНОВ, И.В. ШУБА, И.В. КРИВЦУН, В.Ф. ДЕМЧЕНКО

Воздействие концентрированных источников энергии, таких, например, как сфокусированный лазерный пучок, на свариваемые металлические изделия может приводить к интенсивному испарению металла с поверхности сварочной ванны. Процесс испарения сопровождается как тепловыми потерями, так и динамическим воздействием паров металла на свободную поверхность расплава. При определенных условиях нагрева реактивное давление паров может быть достаточно велико, чтобы вызвать значительный прогиб поверхности сварочной ванны. Кроме того, нагрев концентрированным источником энергии приводит к возникновению высокого градиента температуры вдоль свободной поверхности расплава, что является причиной возникновения термокапиллярной конвекции Марангони в объеме сварочной ванны. Как показывают предыдущие исследования [1], термокапиллярные поверхностные силы оказывают существенное влияние на картину течения металла в сварочной ванне и в значительной степени определяют размеры и форму зоны проплавления при различных способах сварки плавлением.

В настоящей работе предложена математическая модель, описывающая тепловые и гидродинамические процессы в ванне расплавленного металла при точечной лазерной сварке тонколистовых металлов. При разработке модели полагали, что теплоперенос в металле осуществляется за счет теплопроводности и конвекции, а потери тепла с поверхности обусловлены испарением металла и потоком теплового излучения. Используемая в работе модель гидродинамических процессов основывается на уравнениях Навье–Стокса для вязкой несжимаемой жидкости и учитывает капиллярное давление, обусловленное кривизной свободной поверхности расплавленного металла, а также термокапиллярный эффект Марангони. Для упрощения модели допускали, что все описываемые физические процессы обладают свойством осевой симметрии. В работе анализируется влияние различных физических факторов на динамику процесса проплавления. Для этого был

выполнен сравнительный анализ трех моделей динамики сварочной ванны:

- теплопроводностная модель;
- модель конвективно-кондуктивного переноса тепла с учетом искривления свободной поверхности за счет реактивного давления паров;
- модель конвективно-кондуктивного переноса тепла с учетом реактивного давления паров и термокапиллярного эффекта Марангони.

**Оценка скорости движения металла.** Перед изложением математической модели сделаем оценку скорости движения расплава в сварочной ванне при точечной лазерной сварке тонколистовой низкоуглеродистой стали. Используемые в дальнейших расчетах свойства материала взяты из литературы [2] и приведены ниже:

Плотность $\rho$ , кг·м <sup>-3</sup> . . . . .	7200
Коэффициент поверхностного натяжения $\gamma$ , Н·м <sup>-1</sup> . . . . .	1,2
Коэффициент Марангони $\partial\gamma/\partial T$ , Н·м <sup>-1</sup> ·К <sup>-1</sup> . . . . .	10 <sup>-4</sup>
Динамическая вязкость $\mu$ , Па·с . . . . .	0,006
Теплопроводность $\lambda$ , Вт·м <sup>-1</sup> ·К <sup>-1</sup> . . . . .	22
Удельная теплоемкость твердой фазы $c_s$ , Дж·кг <sup>-3</sup> ·К <sup>-1</sup> . . . . .	700
Удельная теплоемкость жидкой фазы $c_p$ , Дж·кг <sup>-3</sup> ·К <sup>-1</sup> . . . . .	780
Степень черноты $\epsilon$ . . . . .	0,4
Температура плавления $T_m$ , К . . . . .	1812
Температура кипения $T_b$ , К . . . . .	3133
Скрытая теплота плавления $L_m$ , Дж·кг <sup>-1</sup> . . . . .	2,47·10 <sup>5</sup>

Запишем приближенное выражение для касательных напряжений  $P_m$  на поверхности расплавленного металла  $\Gamma$ , полагая, что сама поверхность является плоской

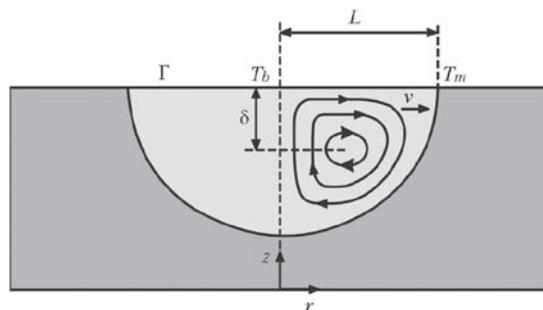


Рис. 1. Характерная картина течения в сварочной ванне при термокапиллярной конвекции Марангони

\*Автоматическая сварка. — 2014. — № 4. — С. 24–28.

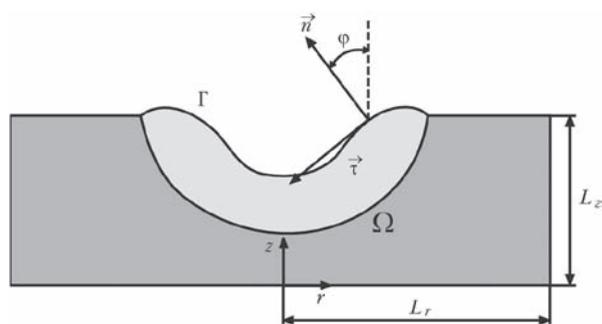


Рис. 2. Схема расчетной области

$$P_m = \mu \left. \frac{\partial u}{\partial z} \right|_{\Gamma} \approx \mu \frac{u_s}{\delta}, \quad (1)$$

где  $u_s$  — значение радиальной компоненты вектора скорости на поверхности;  $\delta$  — расстояние от поверхности до центра вихря (рис. 1);  $\mu$  — динамическая вязкость жидкого металла. С другой стороны для величины  $P_m$  можно записать:

$$P_m = \left. \frac{\partial \gamma}{\partial T} \frac{\partial T}{\partial r} \right|_{\Gamma} \approx \frac{\partial \gamma}{\partial T} \frac{T_b - T_m}{L}, \quad (2)$$

где  $\gamma$  — коэффициент поверхностного натяжения жидкого металла;  $T_b$ ,  $T_m$  — температура кипения и плавления, соответственно;  $L$  — радиус сварочной ванны. При выводе (2) полагали, что температура в центре ванны соответствует точке кипения при нормальных условиях. Будем также считать, что  $\delta = L/4$ , тогда окончательно имеем

$$u_s = \frac{\delta}{\mu L} \frac{\partial \gamma}{\partial T} (T_m - T_b) \approx 5,5 \text{ м/с}. \quad (3)$$

По значению числа Пекле для рассматриваемых условий  $Pe = u_s L / \alpha = 630$ , где  $\alpha$  — коэффициент температуропроводности расплавленного металла, можно судить о том, что конвективный перенос тепла будет оказывать существенное влияние на тепловое состояние металлической ванны.

**Описание математической модели. Методика численного решения.** Для описания тепловых процессов в свариваемом металле используем уравнение переноса тепла в области  $\Omega$  (рис. 2):

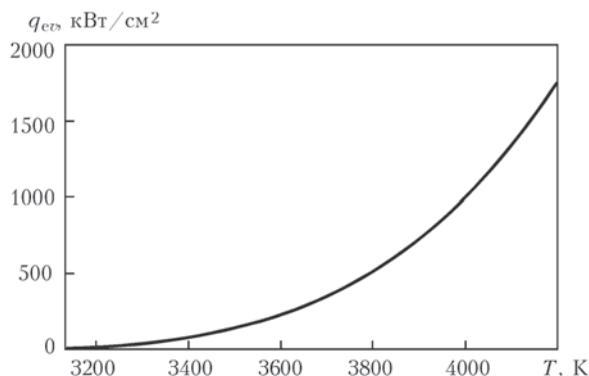


Рис. 3. Температурная зависимость тепловых потерь, обусловленных испарением

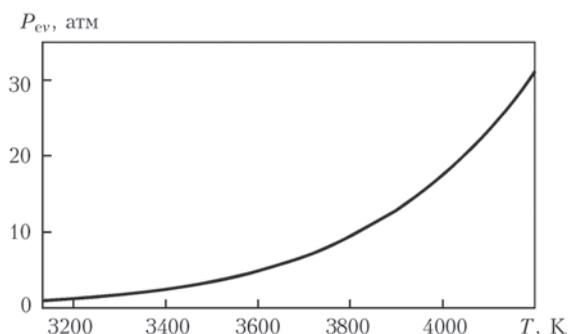


Рис. 4. Температурная зависимость реактивного давления паров металла

$$\frac{\partial H}{\partial t} + u \frac{\partial H}{\partial r} + v \frac{\partial H}{\partial z} = \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left( r \lambda \frac{\partial T}{\partial r} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left( \lambda \frac{\partial T}{\partial z} \right), \quad (4)$$

$$H(T) = \int_{T_0}^T c \rho d\bar{T} + L_m \rho \eta, \quad (5)$$

где  $u$ ,  $v$  — компоненты вектора скорости;  $H$  — удельная энтальпия;  $\lambda$ ,  $c$ ,  $\rho$  — теплопроводность, удельная теплоемкость и плотность материала, соответственно;  $L_m$  — удельная теплота плавления материала;  $\eta$  — доля жидкой фазы. Уравнение (4) дополним граничными и начальными условиями:

$$\lambda \left. \frac{\partial T}{\partial n} \right|_{\Gamma} = A(T_{\Gamma}, \varphi) \cos(\varphi) q_s(r) - q_{ev}(T_{\Gamma}) - q_{rad}(T_{\Gamma}), \quad (6)$$

$$\left. \frac{\partial T}{\partial z} \right|_{z=0} = \left. \frac{\partial T}{\partial r} \right|_{r=0} = \left. \frac{\partial T}{\partial r} \right|_{r=L_r} = 0, \quad (7)$$

$$T(r, z, 0) = T_0, \quad (r, z) \in \Omega. \quad (8)$$

В условии (6) введены следующие обозначения:  $A$  — коэффициент поглощения лазерного излучения поверхностью металла;  $q_s$  — плотность мощности лазерного излучения;  $q_{rad}$  — удельный лучистый тепловой поток;  $q_{ev}$  — удельный тепловой поток, обусловленный испарением металла с поверхности ванны. Для описания распределения мощности излучения в лазерном пучке использовалась зависимость

$$q_s(r) = q_0 \exp(-2(r/r_0)^2), \quad (9)$$

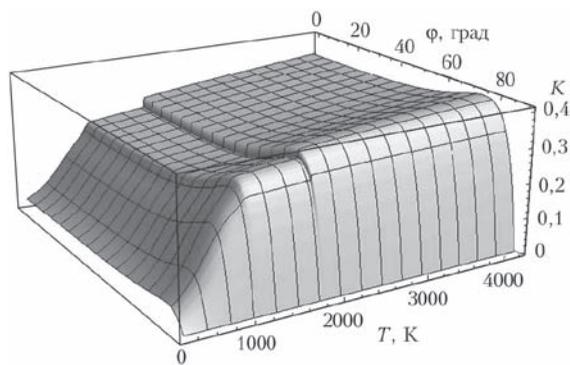


Рис. 5. Зависимость коэффициента поглощения лазерного излучения (длина волны 1,06 мкм) поверхностью низкоуглеродистой стали от температуры поверхности и угла падения

где  $q_0$  — интенсивность лазерного излучения на оси пучка;  $r_0$  — радиус пучка на поверхности изделия. При вычислении коэффициента поглощения предполагалось, что лазерное излучение имеет случайную поляризацию. В этом случае

$$A(T_\Gamma, \varphi) = 1 - \frac{R_s(T_\Gamma, \varphi) + R_p(T_\Gamma, \varphi)}{2}. \quad (10)$$

$$R_s(T_\Gamma, \varphi) = \frac{\left| \cos \varphi - \sqrt{\varepsilon_\omega(T_\Gamma) - \sin^2 \varphi} \right|^2}{\left| \cos \varphi + \sqrt{\varepsilon_\omega(T_\Gamma) - \sin^2 \varphi} \right|^2},$$

$$R_p(T_\Gamma, \varphi) = \frac{\left| \varepsilon_\omega(T_\Gamma) \cos \varphi - \sqrt{\varepsilon_\omega(T_\Gamma) - \sin^2 \varphi} \right|^2}{\left| \varepsilon_\omega(T_\Gamma) \cos \varphi + \sqrt{\varepsilon_\omega(T_\Gamma) - \sin^2 \varphi} \right|^2}$$

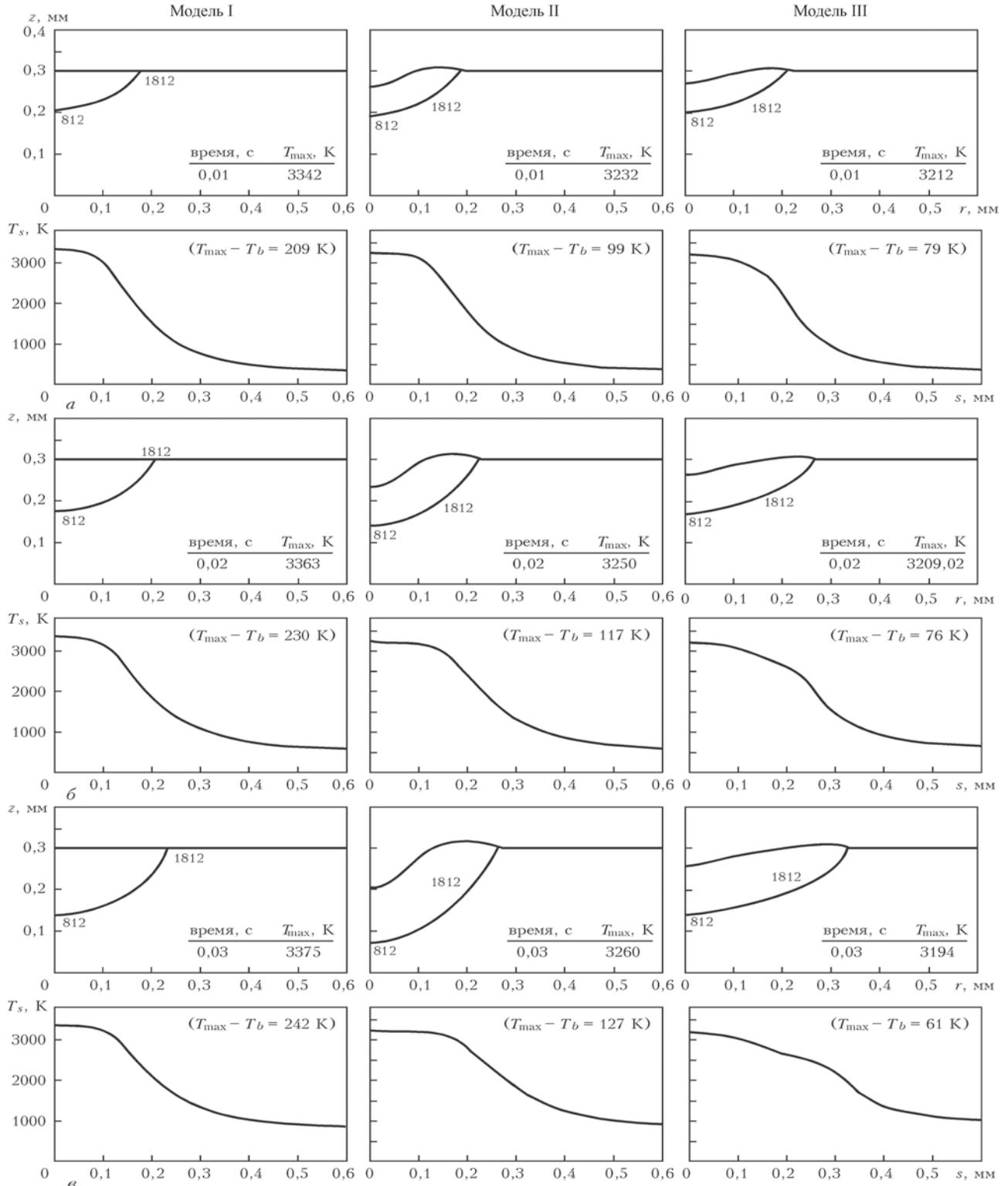


Рис. 6. Динамика изменения во времени формы сварочной ванны и распределения температуры вдоль поверхности расплава: а —  $t = 0,01$ ; б —  $0,02$ ; е —  $0,03$  с

— коэффициенты отражения поверхностью металла  $s$ - и  $p$ -поляризованных волн, соответственно;  $\varphi$  — угол падения (см. рис. 2);  $\varepsilon_0$  — комплексная диэлектрическая проницаемость металла на частоте лазерного излучения. Потери энергии, обусловленные тепловым излучением, определялись из закона Стефана–Больцмана

$$q_{rad}(T_\Gamma) = \varepsilon\sigma(T_\Gamma^4 - T_\infty^4),$$

где  $\varepsilon$  — степень черноты поверхности металла;  $\sigma$  — постоянная Стефана–Больцмана;  $T_\infty$  — температура окружающей среды.

Модель гидродинамических процессов в сварочной ванне основана на уравнениях Навье–Стокса для вязкой несжимаемой жидкости:

$$\rho \left( \frac{\partial u}{\partial t} + u \frac{\partial u}{\partial r} + v \frac{\partial u}{\partial z} \right) = -\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (r\sigma_{rr}) + \frac{\partial \sigma_{rz}}{\partial z} - \frac{\sigma_{\varphi\varphi}}{r}, \quad (11)$$

$$\rho \left( \frac{\partial v}{\partial t} + u \frac{\partial v}{\partial r} + v \frac{\partial v}{\partial z} \right) = \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (r\sigma_{rz}) + \frac{\partial \sigma_{zz}}{\partial z} - g\rho, \quad (12)$$

$$\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (ru) + \frac{\partial v}{\partial z} = 0, \quad (13)$$

где  $\sigma_{rr} = -P + 2\mu \frac{\partial u}{\partial r}$ ,  $\sigma_{zz} = -P + 2\mu \frac{\partial v}{\partial z}$ ,  $\sigma_{rz} = \mu \left( \frac{\partial v}{\partial r} + \frac{\partial u}{\partial z} \right)$ ,

$\sigma_{\varphi\varphi} = -P + 2\mu \frac{u}{r}$  — компоненты тензора напряжений  $\vec{\sigma}$ ;  $g$  — ускорение свободного падения;  $P$  — давление в расплаве. Граничные условия для уравнений (11)–(13) запишем в виде

$$\vec{\sigma} \vec{n} = -(2\gamma K + P_{ev}) \vec{n} + \frac{\partial \gamma}{\partial s} \vec{\tau}, \quad (14)$$

$$(\vec{n}, \vec{V}_\Gamma) = (\vec{n}, \vec{V}_\Gamma), \quad (15)$$

$$\vec{V}|_{r=L_r} = \vec{V}|_{r=0} = \vec{V}|_{z=0} = 0, \quad (16)$$

где  $\vec{\tau}$ ,  $\vec{n}$  — единичные векторы касательной и нормали к поверхности соответственно (см. рис. 2);  $\vec{V}_\Gamma$  — скорость движения границы;  $K$  — средняя кривизна поверхности жидкого металла. Уравнение (14) описывает баланс нормальных и касательных напряжений на свободной поверхности ванны, тогда как (15) — кинематические граничные условия.

Для решения задач (4)–(8) и (11)–(16) использовали произвольный лагранжево-эйлеровый метод (ALE) [3] совместно с методом конечных элементов (МКЭ) [4]. Расчетная область  $\Omega$  (см. рис. 2) охватывает область жидкого металла, а также включает в себя твердую фазу. При решении задачи гидродинамики вязкость в твердой фазе задается достаточно большой (в  $10^8$  раз превышает вязкость жидкого металла). При выполнении вычислительного эксперимента это позволяет подавить движение металла в твердой фазе, а также исключает необходимость адаптировать конечно-элементную сетку под форму фронта плавления и задавать дополнительные граничные условия на фронте плавления. Такой подход впервые был предложен в работе [5] и встречается в литературе под названием «метод эффективной вязкости».

**Результаты численного моделирования.** Численные эксперименты проводили для условий точечной лазерной сварки (Nd:YAG-лазер) низкоуглеродистой стали толщиной 0,3 мм. Температурные зависимости характеристик процесса испарения (потери тепла за счет испарения и реактивное давление паров металла) были получены с помощью модели, предложенной в работе [6] и приведены на рис. 3 и рис. 4. Зависимость коэффициента поглощения для лазерного излучения с выбранной длиной волны от угла падения и температуры поверхности металла, определяемая выражением (10), приведена на рис. 5. Технологические параметры, используемые в расчетах, приведены ниже:

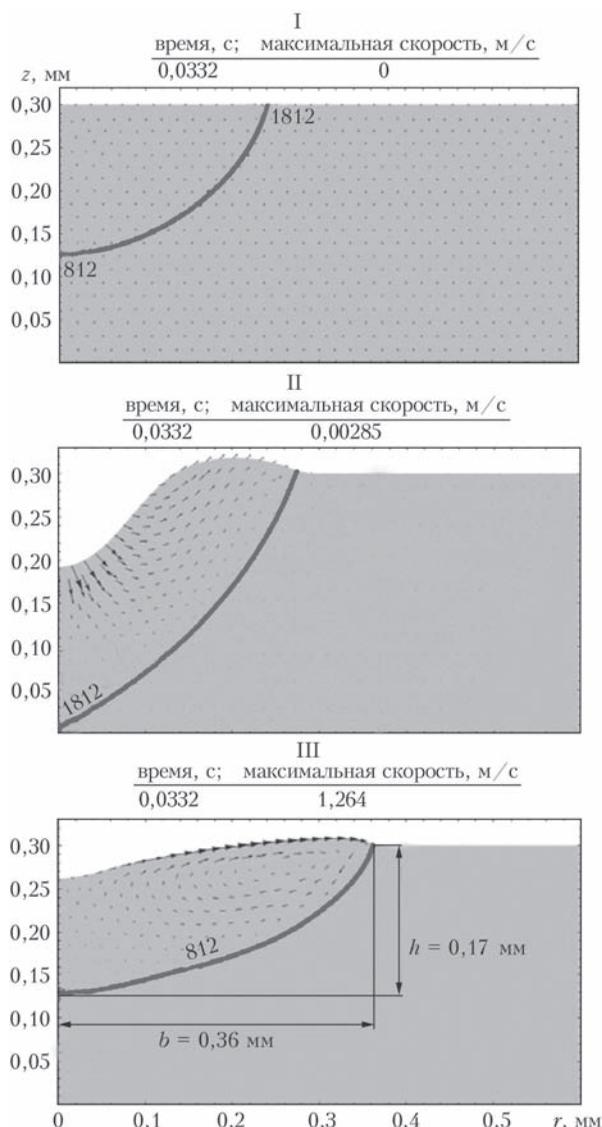


Рис. 7. Сравнительный анализ размеров и формы зоны плавления, полученных с помощью различных моделей

Толщина свариваемого металла $L$ , мм	0,3
Максимальная интенсивность лазерного излучения на поверхности металла $q_0$ , Вт·см <sup>-2</sup>	$3 \cdot 10^5$
Радиус лазерного пучка на поверхности металла $r_0$ , мм	0,2

Как показывают результаты численных исследований, расчетные значения температуры поверхности в центре пятна лазерного нагрева, полученные с помощью модели I, значительно превышают температуру кипения (рис. 6). Наименьший перегрев поверхности над температурой кипения наблюдается при использовании модели III. В соответствии с этим отличаются размеры и форма сварочной ванны. Так, при одном и том же времени воздействия лазерного излучения на поверхность свариваемого металла ( $t = 0,0332$  с) глубина  $h$  и полуширина  $b$  зоны проплавления составляют соответственно 0,17 и 0,24 мм для модели I, 0,30 и 0,28 мм — для модели II и 0,17 и 0,36 мм для модели III (рис. 7).

В целом, приведенные на рис. 6, 7 результаты моделирования позволяют утверждать, что конвекция Марангони главным образом влияет на ширину зоны проплавления, тогда как прогиб поверхности ванны способствует увеличению ее глубины. К такому результату приводит увеличение теплового потока в твердую фазу, обусловленное уменьшени-

ем толщины прослойки жидкого металла между поверхностью ванны и границей плавления.

Таким образом, наиболее адекватной математической моделью проплавления металла при точечной лазерной сварке тонколистовых материалов является модель конвективно-кондуктивного переноса тепла в сварочной ванне с учетом реактивного давления паров на ее поверхность и термокапиллярного эффекта Марангони (модель III). Данная модель наиболее полно учитывает процессы тепло-, массопереноса на поверхности и в объеме сварочной ванны при лазерной сварке металлов малых толщин.

1. Kou S. Fluid flow and solidification in welding: Three decades of fundamental research at the university of Wisconsin // *Welding J.* — 2012. — № 91. — P. 11.
2. Hu J., Tsai H. L. Heat and mass transfer in gas metal arc welding. Pt.I: The arc // *Int. J. Heat and Mass Transfer.* — 2007. — **50**. — P. 833-846.
3. *Arbitrary Lagrangian–Eulerian methods: Encyclopedia of computational mechanics* / J. Donea, A. Huerta, J. Ph. Ponthot et al. — John Wiley & Sons. — 2004. — Vol. 1. — 2336 p.
4. Zienkiewicz O. C., Taylor R. L. *The finite element method.* Vol. 1: The Basis. — Oxford: Butterworth-Heinemann. — 2000. — 689 p.
5. Kou S., Sun D. K. Fluid flow and weld penetration in stationary arc welds // *Metall. Trans. A.* — 1985. — **16**. — P. 203–213.
6. Knight C. J. Theoretical modeling of rapid surface vaporization with back pressure // *J. AIAA.* — 1979. — **17**. — P. 519–523.

## Раздел 3

---

### ПЛАЗМЕННЫЕ ТЕХНОЛОГИИ

Представленные ниже статьи и доклады посвящены исследованию особенностей физических процессов в сжатых дугах, создаваемых плазмотронами прямого действия, а также изучению процессов в турбулентных плазменных струях, генерируемых дугowymi плазмотронами косвенного действия. В ряде работ рассмотрены различные аспекты взаимодействия плазмы сжатой дуги и плазменной струи, созданной на ее основе, с различными компактными и дисперсными материалами при плазменной сварке и резке металлов, плазменно-порошковом и плазменно-дуговым проволочном напылении покрытий.

#### 3.1. ФИЗИЧЕСКИЕ ПРОЦЕССЫ В ДУГОВЫХ ПЛАЗМОТРОНАХ, СЖАТЫХ ДУГАХ И ПЛАЗМЕННЫХ СТРУЯХ

В представленных ниже работах рассмотрены вопросы математического моделирования и численного исследования процессов энерго-, массо- и электропереноса в плазме электрической дуги в канале сопла плазмотрона, на открытом участке сжатой дуги, а также в бестоковой плазменной струе, формируемой дугowymi плазмотронами косвенного действия.

В работе [3.1.1] предложена математическая модель для самосогласованного описания турбулентного течения дуговой плазмы внутри плазмформирующего канала, на открытом участке плазменной дуги и в плазменной струе, формируемой плазмотроном с тугоплавким катодом и внешней токоведущей проволокой-анодом. Такие плазмотроны обычно используют для плазменно-дугового нанесения покрытий путем распыления различных проволочных материалов. В основу математической модели положена система магнитогазодинамических уравнений для электродуговой плазмы, предполагаемой изотермической (ЛТР-модель) и оптически тонкой, записанная в приближении пограничного слоя. Для учета турбулентного режима течения плазмы использована двухпараметрическая  $k$ - $\varepsilon$ -модель. Разработан вычислительный алгоритм и программное обеспечение для компьютерной реализации предложенной модели. На основе результатов компьютерного моделирования проведен детальный анализ влияния режимов работы плазмотрона с проволокой-анодом на тепловые, газодинамические и электрические характеристики плазменной дуги, а также условий истечения во внешнюю среду генерируемой таким устройством слаботурбулентной плазменной струи на ее тепловые и газодинамические характеристики. Параметры режима работы плазмотрона были следующими: ток дуги 160...260 А, плазмообразующий газ аргон, его расход 1,0...1,5 м<sup>3</sup>/ч, при этом рассматривалась плазменная струя, обдуваемая кольцевым ламинарным потоком аргона, и для сравнения затопленная струя, истекающая в покоящийся газ (Ar).

Работа [3.1.2] посвящена обобщению модели из [3.1.1] на случай обдува плазменной струи потоком газа, свойства которого отличаются от свойств используемого плазмообразующего газа. С этой целью система исходных магнитогазодинамических уравнений для описания турбулентного течения дуговой плазмы была дополнена соответствующим уравнением конвективной диффузии плазмообразующего газа в защитном (обдувающем), что позволяет учитывать их смешение. Коэффициент диффузии определяли с учетом турбулентной составляющей, а свойства и коэффициенты переноса образующейся многокомпонентной плазмы вычисляли с учетом содержания обдувающего газа в смеси. На основе

данной модели проведен численный анализ пространственных распределений тепловых и газодинамических характеристик слаботурбулентной струи дуговой плазмы (Ar), формируемой плазмотроном с внешней проволокой-анодом, при ее истечении в покоящийся газ атмосферного давления и при обдуве ламинарным потоком холодного газа (аргон, воздух). Показано, что истекающая в воздушную среду затопленная струя аргоновой плазмы достаточно быстро перемешивается с воздухом вследствие ее неограниченного расширения, а повышение коэффициента теплопроводности образующейся газовой смеси приводит к более интенсивному охлаждению струи, чем при истечении в аргон. Обдув такой струи кольцевым потоком воздуха способствует формированию достаточно узкого высокотемпературного ядра струи, относительная концентрация аргона в котором остается высокой на значительной дистанции (около 0,5 на расстоянии 150 мм от среза сопла плазмотрона).

Работа [3.1.3] посвящена уточнению модели электромагнитных процессов в плазменной дуге, создаваемой плазмотроном с внешней токоведущей проволокой-анодом. Для описания указанных процессов предложено использовать полную систему уравнений Максвелла, не делая предположения о малости радиальной компоненты плотности электрического тока в дуге по сравнению с аксиальной, как это сделано в рамках приближения пограничного слоя [3.1.1]. Проведен численный анализ электромагнитных, тепловых и газодинамических характеристик дуговой плазмы и показано, что более точное описание электромагнитных процессов заметно (до 14 %) увеличивает расчетные значения скорости и температуры плазмы в турбулентной плазменной струе, генерируемой плазмотроном с проволокой-анодом.

В работе [3.1.4] представлена самосогласованная математическая модель и специализированное программное обеспечение (с графическим интерфейсом ввода-вывода данных) для компьютерного моделирования турбулентного потока электродуговой плазмы в паровоздушных плазмотронах косвенного действия с тугоплавким катодом. Основным отличием данной модели от предложенной в [3.1.1] является то, что она описывает ситуацию, когда анодом дуги является не внешняя токоведущая проволока, а выходное сопло плазмотрона, имеющее уступ для фиксации области анодной привязки дуги. С помощью созданного программного обеспечения проведено детальное компьютерное моделирование тепловых, газодинамических и электромагнитных характеристик (интегральных и распределенных) турбулентной дуговой плазмы в зависимости от режима работы плазмотрона и используемого плазмообразующего газа (водяной пар, воздух). Показано, что напряжение на дуге и соответственно ее мощность при том же токе в случае использования водяного пара существенно выше, чем при работе плазмотрона на воздухе. При этом среднemasсовая температура плазмы водяного пара в выходном сечении сопла плазмотрона ниже соответствующей температуры для воздушной плазмы, а среднemasсовая скорость, напротив, — выше.

Работа [3.1.5] посвящена математическому моделированию и численному исследованию характеристик турбулентного течения электродуговой плазмы при плазменной резке с использованием плазмотронов прямого действия, работающих на прямой и обратной полярности. Основные проблемы моделирования процесса резки на обратной полярности возникают при описании дуговой плазмы в прикатодной зоне. С этой целью описание электромагнитных характеристик дуги в полости реза (прикатодный участок дуги) предлагается осуществлять с помощью имеющихся экспериментальных данных о распределении тока дуги по глубине разрезаемого металла. На основе результатов математического моделирования проведен сравнительный анализ влияния полярности дуги и режима работы плазмотрона на тепловые, газодинамические и электромагнитные характеристики плазменной дуги в системе «режущий плазмотрон — разрезаемое изделие».

В работе [3.1.6] предложена математическая модель процессов переноса энергии, импульса, массы и заряда в неравновесной плазме электрической дуги, горящей в цилиндрическом канале с водоохлаждаемыми стенками, который продувается потоком плазмообразующего инертного газа. В основу модели положены многожидкостные уравнения для неизотермической, ионизационно-неравновесной дуговой плазмы (с учетом второй ионизации атомов плазмообразующего газа), записанные в дрейфово-диффузионном приближении [1.1.22]. Такой подход позволяет с единых позиций описывать процессы, протекающие как в центральной области канала (в плазме столба дуги), так и в пристеночной области (в ионизационном слое плазмы) вплоть до границы слоя пространственного заряда, непосредственно примыкающего к стенке канала. Учет процессов, протекающих в бесстолкновительном слое простран-

ственного заряда, и определение характеристик теплового и электрического взаимодействия дуговой плазмы со стенкой канала осуществляются путем использования соответствующих граничных условий на внешней границе указанного слоя. Кроме того, учет наличия в дуговой плазме двухзарядных ионов дает возможность проводить расчет ее характеристик в широком диапазоне значений тока дуги и радиуса канала. Численное решение уравнений предложенной модели проводили методом конечных объемов, для компьютерной реализации которого было создано специализированное программное обеспечение. Проведен детальный численный анализ радиальных распределений характеристик плазмы аргоновой дуги в цилиндрическом канале сопла плазмотрона прямого действия, а также напряженности продольного электрического поля в дуговой плазме и теплового потока из плазмы на стенку канала при различных значениях тока дуги, радиуса канала и расхода плазмообразующего газа. Показано, что в отличие от центральных областей канала, где дуговая плазма является практически равновесной, в пристеночной области реализуется существенная термическая и ионизационная неравновесность плазмы. Проведено сравнение результатов моделирования характеристик неравновесной плазмы аргоновой дуги в канале сопла плазмотрона с имеющимися экспериментальными данными.

В работе [3.1.7] на основе предложенной в [1.1.11] самосогласованной математической модели процессов энерго-, массо- и электропереноса в столбе и анодной области электрической дуги с тугоплавким катодом проведен сравнительный численный анализ тепловых, электромагнитных и газодинамических характеристик дуговой плазмы для сжатой и свободногорящей аргоновой дуги с медным водоохлаждаемым анодом. Результаты расчетов характеристик плазмы столба дуги показывают, что распределения плотности электрического тока, температуры и скорости плазмы сжатой дуги могут значительно отличаться от соответствующих распределений для свободногорящей дуги в зависимости от тока дуги, диаметра канала сопла плазмотрона и расхода плазмообразующего газа. Характеристики прианодного слоя плазменной дуги также существенно отличаются от соответствующих характеристик свободногорящей дуги в зависимости от указанных выше параметров режима горения дуги. Таким образом, варьируя ток дуги, диаметр канала сопла плазмотрона и расход плазмообразующего газа, можно целенаправленно управлять характеристиками теплового, электромагнитного и особенно динамического воздействия сжатой дуги на поверхность свариваемого металла.

### 3.1.1. МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ ДУГОВОЙ ПЛАЗМЫ, ГЕНЕРИРУЕМОЙ ПЛАЗМОТРОНОМ С ПРОВОЛОКОЙ-АНОДОМ\*

М.Ю. ХАРЛАМОВ, И.В. КРИВЦУН, В.Н. КОРЖИК, С.В. ПЕТРОВ, А.И. ДЕМЬЯНОВ

При модифицировании поверхностей деталей машин и механизмов широкое применение получили способы газотермического нанесения покрытий, основанные на использовании электрической дуги. Сегодня одним из наиболее прогрессивных способов, позволяющим получать наиболее высококачественные покрытия, является сверхзвуковое электродуговое напыление проволочных материалов в потоке продуктов сгорания природного газа с воздухом [1, 2]. В то же время современное машиностроение выдвигает к покрытиям все более высокие требования, которые могут быть удовлетворены только на основе новых подходов. Это, например, требование обеспечения близкой к нулю пористости, необходимой прочности покрытия, приближающейся к прочности компактного материала, минимальных потерь при напылении в случае использования дорогих материалов и больших объемах производства деталей с покрытиями, точности процесса, воспроизводимости показателей качества при длительной работе оборудования. Примером может быть процесс напыления молибденового или аморфного покрытия на кольца синхронизаторов коробки передач на автоматической линии. Перспективен для решения таких задач процесс плазменно-дугового проволочного напыления с использованием аргоновой дуги, обдуваемой интенсивным спутным воздушным потоком. В этом случае дуга горит между вольфрамовым катодом, обдуваемым потоком аргона с небольшим расходом и плавящейся токоведущей проволокой, подаваемой за срезом двойного сопла плазмотрона. В зазор между соплами подается воздух. Особенности такого процесса является то, что плавление и струйное течение материала проволоки происходит в защитной атмосфере аргона, а дробление расплава и разгон дисперсных частиц — в плазменной струе, обжатой спутным потоком воздуха, истекающего из кольцевого зазора между соплами плазмотрона. В результате обеспечиваются минимальные потери на испарение материала проволоки и насыщение его кислородом и азотом воздуха, оптимальный фракционный

состав дисперсной фазы, достижение частицами напыляемого материала околосвуковой скорости в момент встречи с основой, наиболее высокую объемную концентрацию напыляемых частиц и минимальный угол раскрытия двухфазного потока, составляющий несколько градусов. В результате создаются предпосылки для вывода получаемых таким способом покрытий на современный конкурентоспособный уровень. При совершенствовании конструкций плазмотронов с проволокой-анодом и выборе рациональных режимов их работы очень важно иметь возможность прогнозирования характеристик формируемых плазменных и двухфазных потоков. Эти задачи могут быть успешно решены путем разработки соответствующих физико-математических моделей, создания программного обеспечения для их компьютерной реализации и численного моделирования изучаемых потоков дуговой плазмы.

Исследованию дугового разряда и его использованию для нагрева и ускорения газа с помощью дуговых генераторов плазмы посвящено большое количество работ [3–6]. Однако в большинстве публикаций рассматривается электрическая дуга косвенного действия, горящая внутри сопла-анода плазмотрона. Сопутствующие плазменному распылению проволоки-анода процессы теплового, газодинамического и химического взаимодействия плазменной струи с потоком обдувающего газа и внешней газовой средой на данный момент изучены явно недостаточно. Поэтому существует необходимость разработки унифицированной физико-математической модели указанных процессов, применимой для широкого класса плазменных технологий и учитывающей взаимодействие электрической дуги и плазменной струи с обдувающим потоком газа, что и являлось целью данной работы.

Моделирование процесса формирования плазменного потока проводили при следующих условиях (рис. 1). Дуга постоянного тока горит между тугоплавким водоохлаждаемым катодом и токоведущей проволокой, расположенной за срезом сопла плазмотрона. Подающийся в сопло

\*Автоматическая сварка. — 2007. — № 12. — С. 14–20.

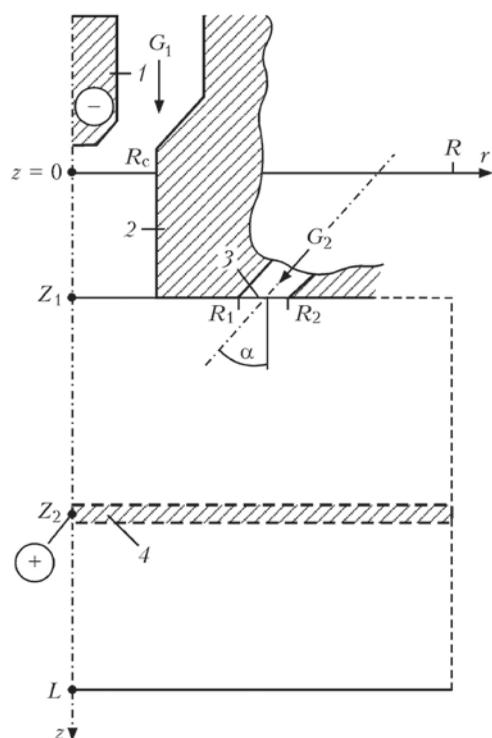


Рис. 1. Схема расчетной области плазматрона: 1 — тупоплавкий катод; 2 — сопло плазматрона; 3 — канал подачи обдувающего газа; 4 — проволока-анод

плазмообразующий газ с объемным расходом  $G_1$  нагревается электрической дугой и истекает из электродного сопла радиусом  $R_c$ . Открытый участок разряда (вне плазмформирующего канала) обдувается потоком газа с объемным расходом  $G_2$ , подаваемым через кольцевой канал  $R_1 \leq r \leq R_2$  под углом  $\alpha$  к оси плазматрона. Давление во внешней среде атмосферное. Анодная проволока расположена на расстоянии  $Z_2$  от начала расчетной области. Полагается, что далее (при  $z > Z_2$ ) имеет место инерционное движение бестоковой плазмы.

Таким образом, при теоретическом анализе процессов нагрева и движения газа в условиях плазменно-дугового напыления расчетный участок условно можно разделить на три области (рис. 1): течение дуговой плазмы внутри сопла плазматрона ( $0 \leq z \leq Z_1$ ), внешнее течение дуговой плазмы и ее взаимодействие с потоком обдувающего газа ( $Z_1 \leq z \leq Z_2$ ), а также инерционное движение бестоковой плазмы ( $z > Z_2$ ).

В плазматронах рассматриваемого типа осуществляется прокатка относительно небольших количеств плазмообразующего газа (аргона), в них, как правило, реализуется слаботурбулентный режим течения плазмы, поскольку вязкость газа с повышением температуры увеличивается. Ввод в открытую область течения плазмы спутного ламинарного потока обдувающего газа, а также его взаимодействие со слаботурбулентной плазменной струей и является предметом исследования.

Для математического описания процессов, протекающих при формировании плазменной дуги и истечении дуговой плазмы из сопла плазматрона, примем следующие допущения:

- рассматриваемая плазменная система имеет цилиндрическую симметрию, а протекающие процессы предполагаются стационарными;
- обдувающий газ подается осесимметричным потоком через кольцевой канал, течение этого газа в канале полагается ламинарным;
- плазма находится в состоянии локального термодинамического равновесия, собственное излучение плазмы объемное;
- основным механизмом нагрева плазмы являются джоулево тепловыделение (работой сил давления и вязкой диссипацией можно пренебречь), а перенос энергии в плазме происходит в результате теплопроводности и конвекции (естественная конвекция в расчет не принимается);
- течение плазмы вязкое, дозвуковое, режим течения турбулентный;
- внешние магнитные поля отсутствуют.

Так как в плазматронах рассматриваемой схемы течение газа происходит преимущественно в осевом направлении, а радиальные градиенты температуры и скорости существенно больше аксиальных, для расчета тепловых и газодинамических характеристик плазмы будем использовать приближение пограничного слоя [7]. Полагая турбулентность гидродинамической (т. е. пренебрегая пульсациями электромагнитных величин) и считая пульсации давления малыми, можно показать, что система МГД уравнений в приближении турбулентного пограничного слоя для осредненных по времени значений температуры и скорости плазмы имеет вид [6, 8]

$$\frac{\partial}{\partial z}(\rho u) + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r}(r \rho \bar{v}) = 0, \quad (1)$$

$$\rho \left( u \frac{\partial u}{\partial z} + \bar{v} \frac{\partial u}{\partial r} \right) = \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left( r \bar{\eta} \frac{\partial u}{\partial r} \right) - \frac{\partial}{\partial z} \left( p + \mu_0 \frac{H^2}{2} \right), \quad (2)$$

$$\rho C_p \left( u \frac{\partial T}{\partial z} + \bar{v} \frac{\partial T}{\partial r} \right) = \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left( r \bar{\chi} \frac{\partial T}{\partial r} \right) + \sigma E^2 - \psi, \quad (3)$$

где  $T$  — усредненная температура плазмы;  $\bar{v} = (\rho v + \rho' v')/\rho$  ( $v, \rho$  — соответственно осредненная радиальная скорость и плотность плазмы,  $\rho'$  и  $v'$  — пульсации плотности и радиальной скорости);  $u$  — усредненная аксиальная скорость плазмы;  $p$  — давление;  $C_p$  — удельная теплоемкость при постоянном давлении;  $\sigma$  — удельная электропроводность плазмы;  $\psi$  — объемная плотность мощности собственного излучения;  $\bar{\eta}, \bar{\chi}$  — полные коэффициенты соответственно динамической вязкости

и теплопроводности плазмы (сумма молекулярной и турбулентной вязкости и теплопроводности соответственно);  $E$  — осевая составляющая напряженности электрического поля;  $\mu_0$  — универсальная магнитная постоянная;  $H$  — азимутальная составляющая магнитного поля тока дуги

$$H = \frac{1}{r} E \int_0^r \sigma r dr. \quad (4)$$

В рамках используемого приближения пограничного слоя осевая составляющая напряженности электрического поля дуги практически постоянна по сечению канала [6] и определяется из условия сохранения полного тока:

$$I = 2\pi E \int_0^{R_\sigma(z)} \sigma r dr, \quad (5)$$

где  $R_\sigma(z)$  — радиус токопроводящей области.

Учитывая, что за пределами токопроводящей области проводимость плазмы практически равна нулю, в качестве верхнего предела интегрирования в формуле (5) можно использовать радиус расчетной области, т. е.  $R_\sigma(z) = R_c$  при  $0 \leq z \leq Z_1$  и  $R_\sigma(z) = R$  при  $z > Z_1$  (см. рис. 1).

Распределение давления в пределах канала сопла определяется с учетом магнитной составляющей давления

$$p = p_{\text{ext}} - \int_z^{Z_1} \frac{dp_c}{dz} dz + \mu_0 E \int_r^{R_c} \sigma H dr, \quad (6)$$

где  $p_{\text{ext}}$  — давление во внешней среде. Градиент газостатического давления  $dp_c/dz$  в приближении пограничного слоя также постоянен по сечению канала [7] и определяется из условия сохранения полного массового расхода плазмообразующего газа

$$\rho_0 G_1 = 2\pi \int_0^{R_c} \rho u r dr, \quad (7)$$

где  $\rho_0$  — массовая плотность газа при нормальных условиях.

На открытом участке разряда ( $z > Z_1$ ) давление определяется выражением

$$p = p_{\text{ext}} + \mu_0 E \int_r^R \sigma H dr. \quad (8)$$

Система уравнений (1)–(8) дополняется соотношениями

$$\begin{aligned} \rho &= \rho(T, p), \quad C_p = C_p(T, p), \\ \chi &= \chi(T, p), \quad \eta = \eta(T, p), \\ \sigma &= \sigma(T, p), \quad \psi = \psi(T, p), \end{aligned} \quad (9)$$

определяющими зависимости термодинамических характеристик, молекулярных коэффициентов переноса и оптических свойств плазмы от температуры и давления. Подробные таблицы ука-

занных величин для используемых плазмообразующих газов приведены, например, в работах [6, 9].

Эта же система газодинамических уравнений может быть использована и для описания бесточкового (инерционного) участка течения плазмы за проволокой ( $z > Z_2$ ) в приближении турбулентного пограничного слоя, полагая при этом  $E = H = 0$ .

Для замыкания системы уравнений (1)–(3) необходимо задать соотношения для определения турбулентных составляющих коэффициентов переноса. Коэффициенты динамической вязкости и теплопроводности плазмы, используемые в приведенных выше уравнениях, имеют вид

$$\bar{\eta} = \eta + \eta_t, \quad \bar{\chi} = \chi + \chi_t, \quad (10)$$

где  $\eta$ ,  $\chi$  — коэффициенты молекулярной вязкости и теплопроводности;  $\eta_t$ ,  $\chi_t$  — коэффициенты турбулентной вязкости и теплопроводности.

Для описания турбулентности использовали двухпараметрическую  $k$ - $\varepsilon$  модель [10], получившую широкое распространение в мировой практике. К ее отличительным особенностям можно отнести учет предыстории течения, а также общность модели для различных условий течения. В рамках данной модели коэффициенты турбулентной вязкости и теплопроводности определяются по следующим формулам:

$$\eta_t = \frac{C_\mu \rho \bar{k}^2}{\varepsilon}, \quad \chi_t = \eta_t \frac{C_p}{Pr_t}, \quad (11)$$

где  $\bar{k}$ ,  $\varepsilon$  — соответственно кинетическая энергия и скорость диссипации турбулентности;  $C_\mu$  — эмпирическая константа, равная 0,09;  $Pr_t$  — турбулентное число Прандтля, которое выбирается согласно рекомендациям [11] или принимается равным единице [6].

Первое соотношение (11) замыкается уравнениями переноса для кинетической энергии турбулентности и скорости диссипации

$$\rho \left( u \frac{\partial \bar{k}}{\partial z} + \bar{v} \frac{\partial \bar{k}}{\partial r} \right) = \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left[ r \left( \eta + \frac{\eta_t}{Pr_k} \right) \frac{\partial \bar{k}}{\partial r} \right] + S - \rho \varepsilon, \quad (12)$$

$$\rho \left( u \frac{\partial \varepsilon}{\partial z} + \bar{v} \frac{\partial \varepsilon}{\partial r} \right) = \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left[ r \left( \eta + \frac{\eta_t}{Pr_\varepsilon} \right) \frac{\partial \varepsilon}{\partial r} \right] + C_1 S \frac{\varepsilon}{\bar{k}} - C_2 \rho \frac{\varepsilon^2}{\bar{k}}, \quad (13)$$

где  $S = \eta_t \left( \frac{\partial u}{\partial r} \right)^2$  — источниковый член;  $C_1$ ,  $C_2$ ,  $Pr_\varepsilon$ ,  $Pr_k$  — константы  $k$ - $\varepsilon$  модели турбулентности, равные соответственно 1,44; 1,92; 1,3 и 1,0.

Для решения системы дифференциальных уравнений (1)–(3), (12), (13) задавались следующие граничные и начальные (входные) условия. На оси симметрии системы ( $r = 0$ ) полагаются справедливыми условия:

$$\frac{\partial T}{\partial r} = 0, \quad \frac{\partial u}{\partial r} = 0, \quad v = 0, \quad \frac{\partial \bar{k}}{\partial r} = 0, \quad \frac{\partial \varepsilon}{\partial r} = 0. \quad (14)$$

На стенке канала (при  $r = R_c$  и  $0 \leq z \leq Z_1$ ) ставится условие «прилипания» и задается температура охлаждаемой стенки  $T_w$ , т. е.

$$u = 0, \quad T = T_w. \quad (15)$$

Для задания величин  $\bar{k}$  и  $\varepsilon$  вблизи стенки канала необходимо использовать пристеночную функцию [10, 12], определив указанные величины следующим образом:

$$\bar{k} = \frac{u_*^2}{\sqrt{C_\mu}}, \quad \varepsilon = \frac{u_*^3}{k_0(R_c - r)}, \quad (16)$$

где  $k_0 = 0,41$ ;  $u_*$  — решение трансцендентного уравнения (логарифмический закон стенки)

$$\frac{u}{u_*} = \frac{1}{k_0} \ln \left( \frac{\Lambda \rho u_* (R_c - r)}{\eta} \right), \quad (17)$$

$\Lambda = 9,0$  — параметр шероховатости стенки.

Для корректного учета вязкого подслоя при определении  $\bar{k}$  и  $\varepsilon$  в пристеночной области, т. е. при  $y^+ = \rho(R_c - r)u_*/\eta < f^+$ , где  $f^+$  выбирается в диапазоне  $20 \dots 100$  [12], используются выражения (16), (17). Для описания внутренней области течения ( $y^+ \geq f^+$ ) используются уравнения (12), (13) полностью развитого турбулентного течения.

На внешней границе расчетной области (открытого участка) принимаются условия гладкого сопряжения с окружающей средой:

$$T = T_{\text{ext}}, \quad u = 0, \quad \bar{k} = 0, \quad \varepsilon = 0, \quad (18)$$

где  $T_{\text{ext}}$  — температура окружающей среды.

В качестве начальных условий во входном сечении плазмформирующего канала ( $z = 0$ ) задаются распределения скорости плазмообразующего газа, величин  $\bar{k}$  и  $\varepsilon$  [10], а также плотности тока в прикатодной области [13, 14]

$$u(r, 0) = u_0 \left[ 1 - \left( \frac{r}{R_c} \right)^n \right], \quad (19)$$

$$\bar{k}(r, 0) = i(u^2 + \bar{v}^2), \quad \varepsilon(r, 0) = 3 \frac{\bar{k}(r, 0)^{3/2}}{i}, \quad (20)$$

$$j(r, 0) = j_0 e^{-r/r_c}, \quad (21)$$

где  $n = 15$ ;  $u_0$  выбирается из условия сохранения массового расхода плазмообразующего газа через канал сопла плазмотрона (7);  $i_i = 0,003$  — интенсивность турбулентности;  $j$  — плотность электрического тока;  $j_0$  — константа, зависящая от силы тока (при  $I = 200$  А,  $j_0 = 1,2 \cdot 10^8$  А/м<sup>2</sup> [14]);  $r_c$  — радиус катодной области дуги, определяемый из условия сохранения полного тока (5) и закона Ома

$$j = \sigma E. \quad (22)$$

Температура плазмообразующего газа в начальном сечении выбирается исходя из эмпирической зависимости плотности тока вблизи катода (21) с использованием зависимости  $\sigma = \sigma(T, p)$  и соотношения (22). При этом напряженность электрического поля  $E$  при  $z = 0$  принимается независимой от координаты  $r$  и соответствующей  $j_0$  и  $\sigma(T_c)$ , где  $T_c$  — максимальная температура плазмы вблизи поверхности катода, аппроксимированная по экспериментальным данным [14] для диапазона  $I = 100 \dots 300$  А многочленом

$$T_c(I) = -250 \cdot 10^{-4} I^2 + 32,5I + 15300. \quad (23)$$

Граничные условия на выходе из канала для подачи обдувающего газа (при  $z = Z_1$  и  $R_1 \leq r < R_2$ ) задаются с учетом сделанных допущений о характере течения этого газа. При этом температуру газа примем равной температуре окружающей среды  $T_{\text{ext}}$ , а компоненты его скорости будем описывать модельными зависимостями

$$u = u_1 \left[ 1 - \left( \frac{2r}{R_1 + R_2} \right)^2 \right], \quad \bar{v} = u \operatorname{tg} \alpha, \quad (24)$$

где  $u_1$  выбирается из условия сохранения полного расхода газа через рассматриваемый канал

$$\rho_0 G_2 = 2\pi \int \rho u r dr. \quad (25)$$

Граничные условия для  $\bar{k}$  и  $\varepsilon$  на выходе из канала для подачи обдувающего газа выбираются по аналогичным (20) зависимостям в соответствии с условием (24).

Поставленную задачу решали численно методом конечных разностей [15, 16]. Использовали основную разностную схему для интегрирования систем уравнений типа уравнений пограничного слоя [17]. Дифференциальные уравнения второго порядка (2), (3), (12), (13) аппроксимировали по неявной двухслойной шеститочечной разностной схеме, а уравнение первого порядка (1) — по явной четырехточечной. Полученную алгебраическую систему разностных уравнений решали методом прогонки с применением итераций.

На основе разработанной вычислительной схемы было создано соответствующее программное обеспечение и проведен численный анализ характеристик слаботурбулентного течения аргоновой плазмы, генерируемой плазмотроном с проволокой-анодом при различных режимах его работы. Тепловые и газодинамические характеристики такой плазмы рассчитывали как на дуговом участке течения — от катода плазмотрона до проволо-

ки-анода, так и на инерционном, т. е. в бестоковой плазменной струе. Исследовали стационарный плазменно-дуговой поток, обдуваемый осесимметричным кольцевым потоком холодного газа, а также поток, истекающий в неподвижную среду (затопленная струя), при атмосферном давлении.

При проведении всех расчетов параметры плазмотрона и режимы его работы выбирали следующими: радиус и длина канала сопла соответственно 1,5 и 3 мм; проволока-анод расположена при  $z = Z_2 = 9,3$  мм; кольцевой канал для подачи газа, обдувающего поток, имеет в выходном сечении ( $z = Z_1 = 3$  мм) внутренний радиус 4,78 мм и внешний 7,22 мм и наклонен под углом  $37,5^\circ$  к оси симметрии плазмотрона (см. рис. 1); температура холодных стенок каналов и окружающего газа 300 К; диапазон изменения тока дуги  $I = 160 \dots 260$  А; расход плазмообразующего газа (аргона)  $G_1 = 1 \dots 1,5$  м<sup>3</sup>/ч; расход обдувающего газа (аргона)  $G_2 = 20$  м<sup>3</sup>/ч. Длину внешней части расчетной области  $L$  считали равной 250 мм, радиус  $R = 12$  мм.

Результаты компьютерного моделирования тепловых, газодинамических и электрических характеристик турбулентных плазменно-дуговых потоков при рассмотренных условиях представ-

лены на рис. 2–5. В качестве базового расчетного варианта выбрали вариант, соответствующий току дуги  $I = 200$  А и расходу плазмообразующего газа  $G_1 = 1$  м<sup>3</sup>/ч, при наличии обдува открытого участка течения потоком холодного газа. Результаты всех расчетов сравнивали с этим вариантом и оценивали влияние того или иного параметра режима работы плазмотрона на пространственные распределения тепловых и газодинамических характеристик плазменной струи, а также на электрические характеристики дугового разряда.

Рассмотрим влияние обдувающего потока газа на пространственные характеристики плазменной струи. Результаты расчетов для обдуваемого потока и соответствующей затопленной струи представлены на рис. 2. Как видно, обдув плазменной струи кольцевым потоком холодного газа существенно влияет на ее тепловые и газодинамические характеристики. На начальном участке внешнего течения параметры дугового потока в обоих случаях остаются практически идентичными. В дальнейшем поток газа, обдувающего плазменную струю, препятствует ее расширению и на расстоянии порядка 50 мм от среза сопла плазмотрона ширина ядра плазменного потока, не обдуваемого защитным газом, превышает ширину обдуваемой струи приблизительно в 2 раза (рис. 2, кривые 5 и 3).

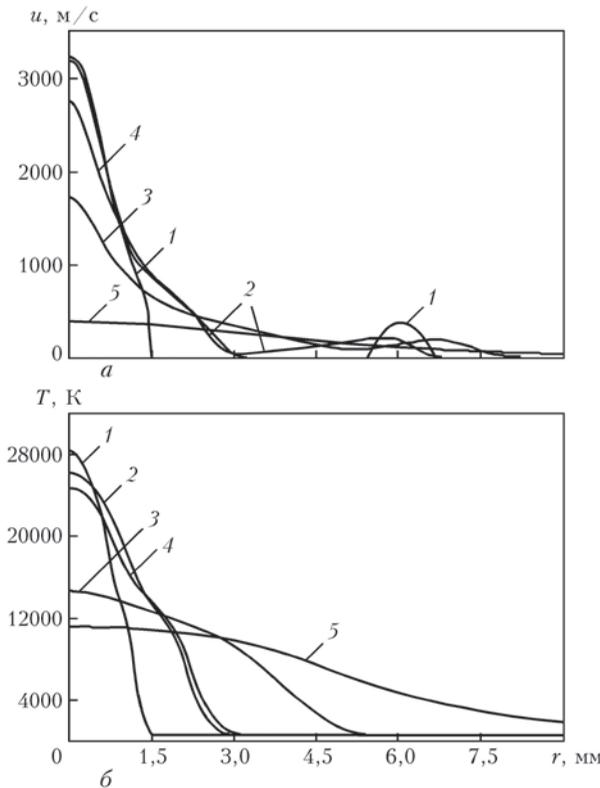


Рис. 2. Радиальные распределения скорости (а) и температуры (б) плазмы при  $I = 200$  А,  $G_1 = 1$  м<sup>3</sup>/ч,  $G_2 = 20$  м<sup>3</sup>/ч (1–3),  $G_2 = 0$  м<sup>3</sup>/ч (4, 5): 1 — область среза сопла плазмотрона ( $z = 3$  мм); 2, 4 — область проволоки-анода ( $z = 9,3$  мм); 3, 5 — то же при  $z = 50$  мм

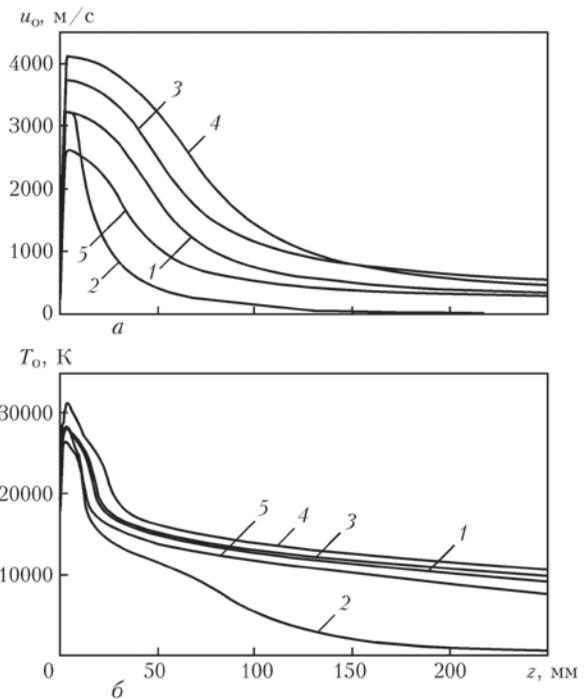


Рис. 3. Продольные изменения осевых значений скорости (а) и температуры (б) плазмы при различных режимах работы плазмотрона: 1 —  $I = 200$  А,  $G_1 = 1$  м<sup>3</sup>/ч,  $G_2 = 20$  м<sup>3</sup>/ч; 2 —  $I = 200$  А,  $G_1 = 1$  м<sup>3</sup>/ч,  $G_2 = 0$  м<sup>3</sup>/ч; 3 —  $I = 200$  А,  $G_1 = 1,5$  м<sup>3</sup>/ч,  $G_2 = 20$  м<sup>3</sup>/ч; 4 —  $I = 260$  А,  $G_1 = 1$  м<sup>3</sup>/ч,  $G_2 = 20$  м<sup>3</sup>/ч; 5 —  $I = 160$  А,  $G_1 = 1$  м<sup>3</sup>/ч,  $G_2 = 20$  м<sup>3</sup>/ч

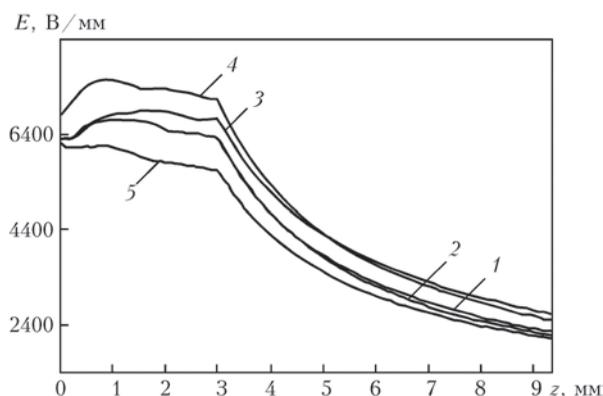


Рис. 4. Продольное изменение напряженности электрического поля при различных режимах работы плазматрона: 1–5 — те же, что и на рис. 3

Соответствующая динамика изменения скорости и температуры плазмы вдоль оси системы приведена на рис. 3, где кривые 1 и 2 соответствуют затопленной и обдуваемой струе при  $I = 200$  А и  $G_1 = 1$  м<sup>3</sup>/ч. Как видно, существенное снижение скорости и температуры необдуваемой струи начинается с расстояния 35...40 мм от среза сопла плазматрона. Уже на расстоянии 150 мм от среза сопла одиночная струя практически полностью распадается вследствие ее неограниченного расширения, в то время как даже на расстоянии 250 мм от среза сопла обдуваемая струя имеет скорость примерно 400 м/с и температуру порядка 5500 К. Таким образом, плазменная струя, обдуваемая спутным потоком холодного газа, значительно дольше сохраняет импульс и энергию и практически не смешивается с обдувающим газом.

На рис. 3 также представлены аксиальные профили скорости и температуры обдуваемой плазменной струи при различных значениях тока дуги и расхода плазмообразующего газа. Из сравнения расчетных кривых видно, что при больших значениях тока дуги скорость и температура плазмы оказываются выше, что связано с более высоким

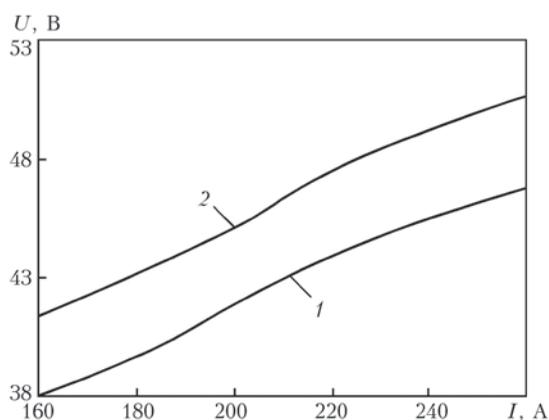


Рис. 5. Вольт-амперная характеристика столба дуги при различных расходах плазмообразующего газа  $G_1 = 1$  (1) и 1,5 (2) м<sup>3</sup>/ч

уровнем выделения энергии в дуговой плазме и более интенсивным действием электромагнитных сил, ускоряющих плазму.

При увеличении расхода плазмообразующего газа скорость плазмы увеличивается приблизительно пропорционально  $G_1$  и для расхода 1,5 м<sup>3</sup>/ч превышает скорость газа для базового расчетного варианта в среднем на 500 м/с на всей исследованной дистанции течения (рис. 3, кривая 3). Температура плазмы в случае большего расхода плазмообразующего газа возрастает незначительно — в пределах 3...15 % (в зависимости от расстояния, пройденного струей) и практически повторяет соответствующую зависимость при  $G_1 = 1$  м<sup>3</sup>/ч.

В целом анализ результатов моделирования, представленных на рис. 3, позволяет выделить три участка течения, описанных ранее: течение дуговой плазмы внутри сопла плазматрона, внешний участок течения дуговой плазмы и участок инерционного движения бестоковой плазмы. Начальный участок, соответствующий течению плазмы внутри сопла, характеризуется значительными аксиальными градиентами тепловых и динамических параметров плазмы. На этом участке резко возрастает осевая скорость и сильно снижается температура на оси. После выхода дуги за границы сопла происходит постепенное сглаживание аксиальных градиентов указанных величин. Роль сил вязкого трения возрастает, происходит некоторое расширение дуги и ее слабое взаимодействие с потоком обдувающего газа. Однако электромагнитные силы на внешнем дуговом участке продолжают оказывать существенный вклад в формирование потока. В третьей области происходит инерционное движение плазмы и наблюдается практически экспоненциальное уменьшение аксиальных градиентов газодинамических и тепловых характеристик плазменного потока.

Электрические характеристики дуги в рассмотренном плазматроне представлены на рис. 4, 5 и включают распределение по оси разряда напряженности электрического поля и вольт-амперную характеристику столба дуги. Повышение напряженности электрического поля в пределах канала сопла (рис. 4) является следствием того, что при выбранных значениях радиуса канала, тока дуги и расхода плазмообразующего газа напряженность поля вблизи катода оказывается меньше, чем в асимптотической области канала. Этому же способствует и постепенное снижение температуры плазмы, связанное с потерями энергии на излучение и отводом тепла в стенки канала, что приводит к снижению электропроводности и соответственно увеличению напряженности электрического

поля, необходимого для поддержания заданного тока разряда. После выхода из канала плазменный поток несколько расширяется, что приводит к незначительному снижению напряженности поля.

В рассмотренном диапазоне токов расчетная вольт-амперная характеристика столба дуги (рис. 5) является возрастающей, причем темп возрастания напряжения с увеличением тока существенно зависит от расхода плазмообразующего газа.

#### Выводы

1. Предложена математическая модель газодинамических, тепловых и электрических процессов в дуговых плазмотронах, которая может быть использована для качественной и количественной оценки основных характеристик турбулентного течения дуговой плазмы в плазмотронах прямого и косвенного действия, в том числе при наличии спутного обдувающего газового потока. Проведено детальное численное моделирование характеристик течения дуговой плазмы в условиях плазменного распыления токоведущей проволоки.

2. Обдув плазменной струи спутным потоком холодного газа препятствует ее расширению и существенно увеличивает ее протяженность. Так, на расстоянии порядка 50 мм от среза сопла плазмотрона ширина ядра плазменного потока, не обдуваемого защитным газом, превышает ширину обдуваемой струи приблизительно в 2 раза. В результате обдуваемая плазменная струя значительно дольше сохраняет свой импульс и энергию и практически не смешивается с обдувающим газом.

1. *Петров С. В., Карп И. Н.* Плазменное газоздушное напыление. — Киев: Наук. думка, 1993. — 495 с.

2. *Model TSR300H HVAF-ARC spray system.* — <http://www.uniquecoat.com/index-ARC.html>.
3. *Математическое моделирование электрической дуги* / В. С. Энгельшт, Д. С. Асанов, В. Ц. Гурович и др. — Фрунзе: Илим, 1983. — 363 с.
4. *Компьютерное моделирование процесса плазменного напыления* / Ю. С. Борисов, И. В. Кривцун, А. Ф. Мужиченко и др. // Автомат. сварка. — 2000. — № 12. — С. 42–51.
5. *Favalli R. C., Szente R. N.* Physical and mathematical modeling of non transferred plasma torches // Brazilian J. of Physics. — 1998. — № 1. — P. 25–34.
6. *Теория столба электрической дуги* / Под ред. М. Ф. Жукова. — Новосибирск: Наука, 1990. — 376 с.
7. *Лойцянский Л. Г.* Механика жидкости и газа. — М.: Наука, 1973. — 847 с.
8. *Computer-aided simulation and experimental study of dusted plasma jets emitting into limited space* / Yu. S. Borisov, A. V. Chernyshov, I. V. Krivtsun, et al. // Proc. of the National thermal spray conf. — Boston, 1994. — P. 361–366.
9. *Boulos M. I., Fauchais P., Pfender E.* Thermal plasmas: Fundamentals and applications. — New York, London: Plenum press, 1994. — Vol. 1. — 467 p.
10. *Launder B. E., Spalding D. B.* The numerical computation of turbulent flows // Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering. — 1990. — № 8. — P. 269–289.
11. *Иевлев В. М.* Турбулентное движение высокотемпературных сплошных сред. — М.: Наука, 1975. — 254 с.
12. *Wilcox D. C.* Turbulence modeling for CFD. — La Canada, California: DCW Industries Inc., 1994. — 460 p.
13. *Колесниченко А. Ф.* Технологические МГД установки и процессы. — Киев: Наук. думка, 1980. — 192 с.
14. *Приэлектродные процессы в дуговых разрядах* / М. Ф. Жуков, Н. П. Козлов, А. В. Пустогаров и др. — Новосибирск: Наука, 1982. — 157 с.
15. *Самарский А. А.* Введение в теорию разностных схем. — М.: Наука, 1971. — 552 с.
16. *Андерсон Д., Таннехилл Дж., Плетчер Р.* Вычислительная гидромеханика и теплообмен. — М.: Мир, 1990. — Т. 1. — 384 с.
17. *Пасконов В. М., Полежаев В. И., Чудов Л. А.* Численное моделирование тепломассопереноса. — М.: Наука, 1984. — 286 с.

### 3.1.2. ВЛИЯНИЕ РОДА ГАЗА СПУТНОГО ПОТОКА НА ХАРАКТЕРИСТИКИ ДУГОВОЙ ПЛАЗМЫ, СОЗДАВАЕМОЙ ПЛАЗМОТРОНОМ С ПРОВОЛОКОЙ-АНОДОМ\*

М.Ю. ХАРЛАМОВ, И.В. КРИВЦУН, В.Н. КОРЖИК, С.В. ПЕТРОВ, А.И. ДЕМЬЯНОВ

Во многих технических приложениях низкотемпературной дуговой плазмы таких, например, как термообработка поверхности, напыление покрытий, различные плазмохимические и другие процессы, турбулентные потоки плазмы, формируемые электродуговыми генераторами (плазмотронами), истекают во внешнюю газовую среду иного, нежели используемый плазмообразующий газ, химического состава, чаще всего в воздух. При этом поток дуговой плазмы во внешней области может представлять собой как бестоковую плазменную струю (когда оба электрода дуги находятся внутри плазмотрона), так и содержать открытый участок столба дугового разряда (например, в плазмотронах с внешним анодом-проволокой [1], которые используются при плазменно-дуговом напылении покрытий). Кроме того, плазменный поток может истекать как в покоящуюся газовую среду (затопленная струя), так и обдуваться спутным потоком воздуха или защитного (инертного) газа [1]. Во всех случаях состав внешней газовой среды (если он отличается от состава плазмообразующего газа) будет оказывать определенное влияние на характеристики формируемого потока дуговой плазмы. Таким образом, для корректного описания и математического моделирования таких потоков необходимо учитывать смешение плазмообразующего газа с окружающей газовой средой.

В большинстве существующих математических моделей турбулентных плазменных струй последние рассматриваются в условиях истечения в газовую среду с идентичным плазмообразующему газу составом [1–4]. Одно из немногих решений задачи подмешивания к турбулентной газовой струе окружающего газа иного химического состава приведено в [5] и заключается в использовании условий подобия профилей избыточных температуры и концентрации примеси. Однако данный подход не описывает особенности турбулентного диффузионного пограничного слоя в случае рассматриваемых здесь плазменных потоков и неприемлем для течения сложных конфигураций. Цель данной работы состояла в разработке

математической модели, описывающей газодинамику и теплообмен в условиях турбулентного течения дуговой плазмы с учетом процессов конвективной диффузии, имеющих место при смешении плазмообразующего газа с внешней газовой средой (спутным потоком газа), и соответствующего изменения состава, теплофизических свойств и коэффициентов переноса плазмы.

За основу предлагаемой математической модели взята модель для расчета характеристик турбулентного течения дуговой плазмы в плазмотронах с проволокой-анодом, в том числе при наличии обдувающего газового потока [1]. Схема рассматриваемого в настоящей работе плазмотрона представлена на рис. 1. Дуга постоянного тока горит между тугоплавким катодом и токоведущей проволокой, находящейся за срезом сопла плазмотрона на расстоянии  $Z_2$  от начального сечения расчетной области ( $z = 0$ ), расположенного вблизи рабочего конца катода. Предполагается, что весь ток дуги замыкается на проволоку и при  $z > Z_2$  имеет место бестоковое инерционное движение плазмы. Подаваемый в плазмформирующее сопло длиной  $Z_1$  и радиусом  $R_c$  плазмообразующий газ с расходом  $G_1$  нагревается электрической дугой и истекает во внешнюю газовую среду. Следует отметить, что, изменяя в параметрах модели длину дуги  $Z_2$ , можно смоделировать ее горение внутри сопла плазмотрона ( $Z_2 < Z_1$ ), что соответствует плазмотрону косвенного действия. Открытый участок течения дуговой плазмы может обдуваться коаксиальным потоком внешнего газа с расходом  $G_2$ . При этом обдувающий газ подается через кольцевой канал  $R_1 \leq r \leq R_2$  (рис. 1) под углом  $\alpha$  к оси плазмотрона (при моделировании истечения дуговой плазмы в покоящийся газ можно положить  $G_2 = 0$ ). Давление во внешней газовой среде предполагается атмосферным. Если составы плазмообразующего газа и внешней газовой среды (обдувающего газа) отличаются, то при  $z > Z_1$  начинается их смешение.

Для описания смешения потока дуговой плазмы с внешним газом наряду с обычными допущениями

\*Автоматическая сварка. — 2008. — № 6. — С. 19–24.

ниями при моделировании подобных течений [1, 6] примем следующие допущения:

- плазменная компонента смеси является инертной (плазмообразующий газ — аргон) и не вступает в химические реакции с внешним газом;
- смешение плазмообразующего газа с внешней газовой средой иного состава описывается уравнением конвективной диффузии с учетом турбулентной составляющей коэффициента взаимной диффузии компонент;
- при обдуве турбулентной плазменной струи коаксиальным ламинарным потоком холодного газа, этот газ имеет такой же состав, что и окружающая газовая среда.

Для расчета газодинамических, тепловых и электрических характеристик дуговой плазмы, генерируемой рассматриваемым плазмотроном, будем использовать систему магнитогазодинамических (МГД) уравнений в приближении турбулентного пограничного слоя, записанную относительно осредненных по времени значений температуры  $T$ , радиальной  $v$  и аксиальной  $u$  компонент скорости плазмы с соответствующими начальными и граничными условиями [1]. При определении турбулентных составляющих коэффициентов вязкости и теплопроводности плазмы будем использовать  $k$ - $\epsilon$ -модель турбулентности, которая для рассматриваемых здесь условий описана в [1]. Указанную систему уравнений дополним уравнением конвективной диффузии плазмообразующего газа во внешней газовой среде:

$$\rho \left( u \frac{\partial m_1}{\partial z} + \bar{v} \frac{\partial m_1}{\partial r} \right) = \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left( r \rho \bar{D}_{1,2} \frac{\partial m_1}{\partial r} \right), \quad (1)$$

$$m_1 + m_2 = 1.$$

Здесь  $m_1(r, z)$  и  $m_2(r, z)$  — относительная массовая концентрация соответственно плазмообразующего и внешнего газа в плазменной смеси (здесь и далее индексом 1 будем обозначать характеристики плазмообразующего газа, а индексом 2 — внешнего газа), определяемые как

$$m_i = \frac{\rho_i}{\rho}, \quad (2)$$

где  $\rho_i$  — приведенная плотность компонент ( $i = 1, 2$ ), характеризующая их массу в единице объема плазменной смеси;  $\rho$  — осредненная плотность смеси;  $\bar{D}_{1,2}$  — коэффициент турбулентной диффузии, имеющий вид

$$\bar{D}_{1,2} = D_{1,2} + D_t = D_{1,2} + \frac{\eta_t}{\rho \text{Sm}_t}, \quad (3)$$

$D_{1,2}$  — коэффициент взаимной молекулярной диффузии в плазменной смеси;  $D_t$  — турбулентная составляющая коэффициента диффузии;  $\eta_t$  — коэффициент турбулентной вязкости, определяемый

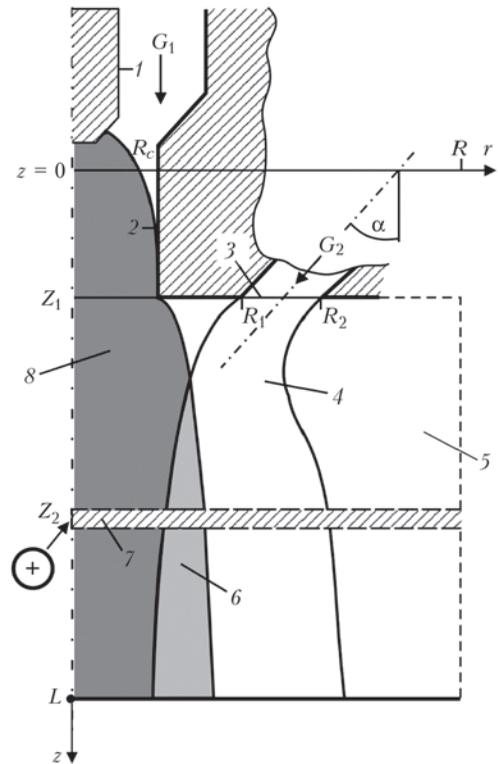


Рис. 1. Схема плазмотрона с проволокой-анодом: 1 — катод; 2 — сопло; 3 — канал подачи обдувающего газа; 4 — обдувающий газ; 5 — внешняя газовая среда; 6 — область смешения; 7 — проволока-анод; 8 — дуговая плазма; остальные обозначения см. в тексте

с помощью  $k$ - $\epsilon$ -модели турбулентности [1];  $\text{Sm}_t$  — турбулентное число Шмидта, которое согласно рекомендациям [4] принималось равным единице.

Коэффициент взаимной диффузии для бинарной плазменной смеси рассчитывали по формуле Чепмена–Энскога [7]:

$$D_{1,2} = 2,66 \cdot 10^{-2} \frac{\sqrt{T^3 (M_1 + M_2) / (2M_1 M_2)}}{p \sigma_{1,2}^2 \Omega^{(1,1)}(T_{1,2}^*)}, \quad (4)$$

где  $M_1, M_2$  — молекулярная масса соответственно плазмообразующего и внешнего газа;  $p$  — давление;  $\sigma_{1,2}$  — эффективное сечение столкновений частиц в модели твердых сфер для составляющих смесь газов;  $\Omega^{(1,1)}(T^*)$  — функция приведенной температуры  $T^* = kT/\epsilon_{1,2}$ , таблица значений которой дана, например, в [7];  $k$  — постоянная Больцмана;  $\epsilon_{1,2}$  — эффективный энергетический параметр взаимодействия частиц, составляющих смесь газов.

Система МГД уравнений [1], а также уравнение диффузии (1) должны быть дополнены соотношениями, определяющими зависимость термодинамических характеристик, молекулярных коэффициентов переноса и оптических свойств двухкомпонентной плазмы от температуры, давления и концентрации компонент. Подробные таблицы температурных зависимостей этих величин

для различных газов приводятся, например, в работах [3, 8]. Для определения молекулярных коэффициентов вязкости и теплопроводности плазменной смеси можно воспользоваться следующими соотношениями [7, 8]:

$$\eta_{см} = \sum_{j=1}^2 x_j^2 \left[ x_j^2 \eta_j + 1,385 \sum_{k=1, k \neq j}^2 x_j x_k RT / (PM_j D_{j,k}) \right]^{-1}, \quad (5)$$

$$\chi_{см} = \left( \sum_{j=1}^2 \chi_j x_j + \left[ \sum_{j=1}^2 x_j \chi_j \right]^{-1} \right) / 2, \quad (6)$$

где  $\eta_{см}$ ,  $\eta_j$  — коэффициенты соответственно вязкости смеси и  $j$ -й компоненты ( $j = 1, 2$ );  $\chi_{см}$ ,  $\chi_j$  — коэффициенты соответственно теплопроводности смеси и  $j$ -й компоненты;  $x_j$  — объемная концентрация  $j$ -й компоненты, определяемая соотношением

$$x_j = \frac{m_j / M_j}{\sum_{k=1}^2 m_k / M_k}.$$

Остальные свойства плазмы при смешении приближенно вычислялись следующим образом:

$$\Gamma(T) = m_1 \Gamma_1(T) + m_2 \Gamma_2(T), \quad (7)$$

где  $\Gamma = \{\rho, C_p, \sigma, \psi\}$  — соответственно массовая плотность, удельная теплоемкость при постоянном давлении, удельная электропроводность и

объемная плотность мощности собственного излучения.

Рассмотрим постановку граничных условий для уравнения конвективной диффузии (1). На оси ( $r = 0$ ) используется условие симметрии

$$\partial m_1 / \partial r = 0. \quad (8)$$

Полагая, что в сопле плазматрона может находиться только плазмообразующий газ, для входного сечения ( $z = 0$  и  $0 \leq r \leq R_c$ ) ставится начальное условие

$$m_1(r, 0) = 1, \quad (9)$$

а на стенках сопла плазматрона (при  $r = R_c$  и  $0 \leq z < Z_1$ ) задается

$$m_1 = 1. \quad (10)$$

На внешних границах открытого участка расчетной области, т. е. при  $r = R$  и  $z > Z_1$ , полагается

$$m_1 = 0. \quad (11)$$

Система МГД уравнений турбулентного пограничного слоя [1] совместно с уравнением конвективной диффузии (1), соотношениями (2)–(7) и соответствующими граничными условиями (8)–(11) позволяет определять газодинамические и тепловые характеристики плазменной струи с учетом изменения свойств плазмы при смешении плазмообразующего газа с внешней газовой средой. По аналогии с уравнениями движения и энергии уравнение (1) решалось методом конечных разностей с использованием основной разностной схемы для интегрирования уравнений пограничного слоя [9].

Математическое моделирование влияния рода внешнего газа на формируемый плазматроном с проволокой-анодом поток дуговой плазмы проводилось применительно к реальным условиям процесса плазменно-дугового напыления; при этом плазмообразующий газ — аргон, внешняя газовая среда и обдувающий газ — воздух (для сравнения — аргон). Выбирали следующие геометрические параметры расчетной области (см. рис. 1): радиус и длина плазмформирующего канала равны соответственно 1,5 и 3,0 мм; проволока-анод расположена при  $z = Z_2 = 9,3$  мм; кольцевой канал для подачи обдувающего газа имеет в выходном сечении ( $z = Z_1 = 3$  мм) внутренний радиус 4,78 мм, внешний — 7,22 мм и наклонен под углом  $37,5^\circ$  к оси плазматрона; длина внешней части расчетной области  $L$  выбиралась равной 250 мм, а ее радиус  $R = 12$  мм. Температура холодных стенок каналов и внешнего газа принималась равной 300 К. Режим работы плазматрона следующий: ток дуги  $I = 200$  А; расход плазмообразующего газа  $G_1 = 1$  м<sup>3</sup>/ч; расход обдувающего газа  $G_2 = 20$  м<sup>3</sup>/ч.

Результаты численного моделирования характеристик потока аргонной плазмы при истечении

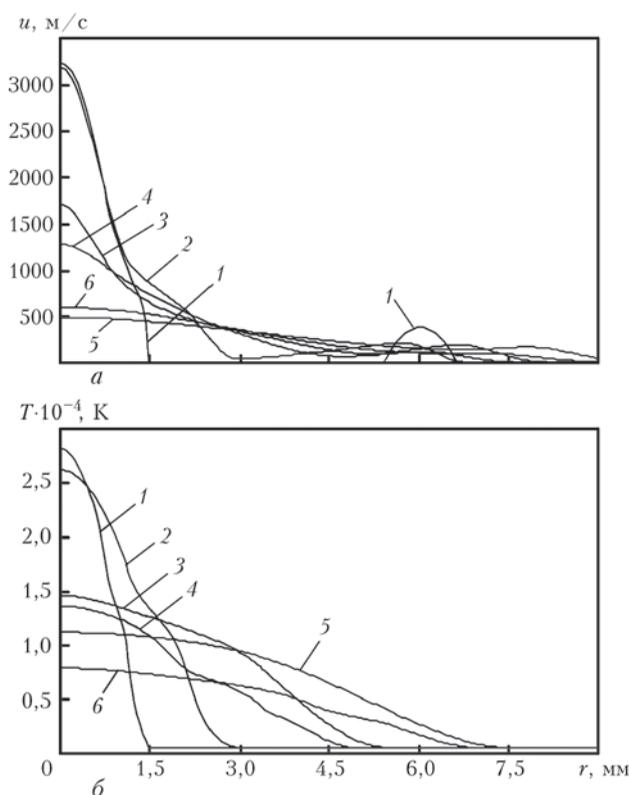


Рис. 2. Радиальное распределение скорости  $u$  (а) и температуры  $T$  (б) плазмы, обдуваемой кольцевым потоком аргона (1, 2, 3, 5) и воздуха (1, 2, 4, 6), при  $I = 200$  А,  $G_1 = 1$  м<sup>3</sup>/ч,  $G_2 = 20$  м<sup>3</sup>/ч: 1 —  $z = 3$  (срез сопла плазматрона); 2 — 9,3 (область проволоки-анода); 3, 4 — 50; 5, 6 — 150 мм

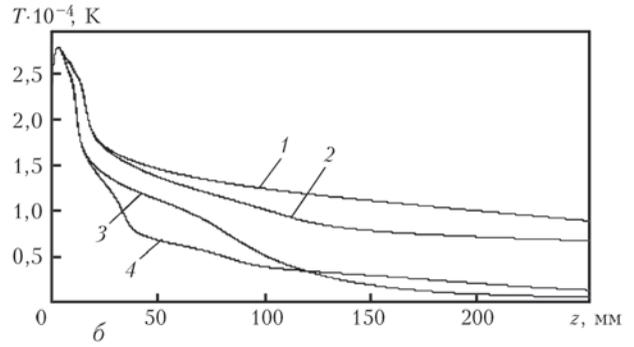
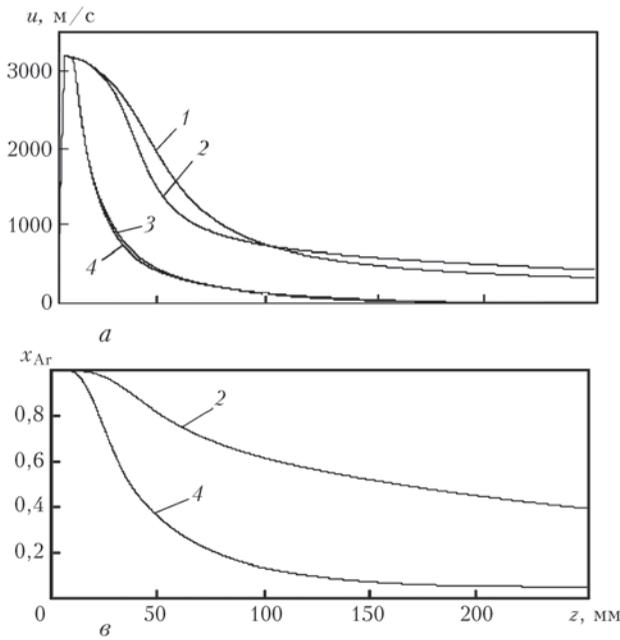


Рис. 3. Продольные изменения скорости  $u$  (а), температуры  $T$  (б) плазмы и относительной концентрации аргона  $x_{Ar}$  (в) в плазменной струе, истекающей в аргонную (1, 3) и воздушную (2, 4) среду, при различных режимах работы плазмотрона ( $I = 200$  А,  $G_1 = 1$  м<sup>3</sup>/ч): 1, 2 —  $G_2 = 20$  м<sup>3</sup>/ч соответственно аргон, воздух; 3, 4 —  $G_2 = 0$

в воздушную среду и среду аргона как при наличии обдувающего газового потока, так и для соответствующей затопленной струи представлены на рис. 2–7. В частности, на рис. 2–4 показаны радиальные профили и продольные распределения аксиальной компоненты скорости и температуры плазмы при истечении в каждую из рассматриваемых сред, а также соответствующее распределение концентрации аргона в плазменной струе при ее истечении в воздух. Как следует из этих рисунков, затопленная струя, истекающая в любой из рассматриваемых газов, достаточно быстро расширяется, интенсивно перемешиваясь при этом с внешней газовой средой. Обдув плазменной струи кольцевым ламинарным потоком холодного газа того же состава, что и плазмообразующий, как описывалось в [1], препятствует расширению плазменной струи. Турбулентность частично гасится окружающим струю кольцевым потоком

газа, а энергия и импульс струи сохраняются на больших расстояниях, чем для затопленной струи.

Аналогичный результат получен и при обдуве аргонной плазменной струи спутным потоком воздуха (рис. 2, 3). При этом, как следует из этих рисунков, род внешнего газа не оказывает существенного влияния на скорость потока. В начальных сечениях открытого участка течения температура также изменяется незначительно. Однако в дальнейшем на расстоянии около 25...30 мм от среза сопла аргонная плазменная струя, обдуваемая воздухом, в результате смешения газов начинает охлаждаться интенсивней, чем струя, обдуваемая аргоном. Открытый участок столба дуги при этом дополнительно сжимается и напряженность электрического поля на внешнем участке дугового разряда несколько возрастает (см. рис. 5).

Влияние состава внешней среды на тепловые характеристики течения дуговой плазмы особенно заметно для затопленной струи, истекающей в воздушное пространство. В этом случае смешение аргонной плазмы с воздухом интенсифицирует

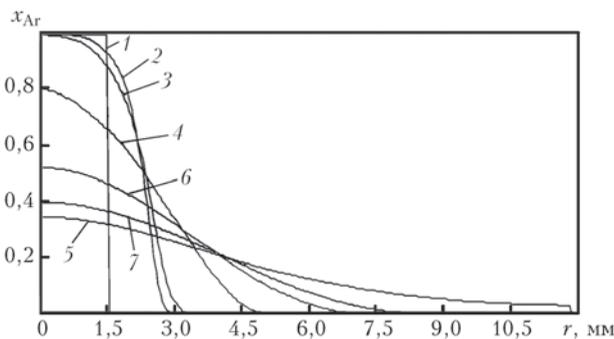


Рис. 4. Профили относительной концентрации аргона в плазменной струе, обдуваемой кольцевым потоком воздуха (1, 2, 4, 6, 7) и истекающей в покоящуюся воздушную среду (1, 3, 5) ( $I = 200$  А;  $G_1 = 1$  м<sup>3</sup>/ч,  $G_2 = 20$  м<sup>3</sup>/ч): 1 —  $z = 3$  (срез сопла плазмотрона); 2, 3 — 9,3 (область проволоки-анода); 4, 5 — 50; 6 — 150; 7 — 250 мм

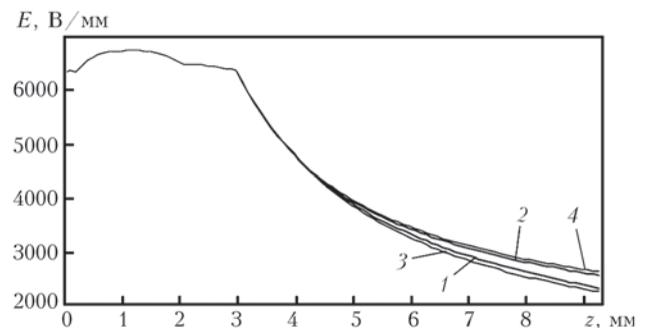


Рис. 5. Продольное изменение напряженности  $E$  электрического поля на дуговом участке течения при различных режимах работы плазмотрона: 1–4 — см. на рис. 3

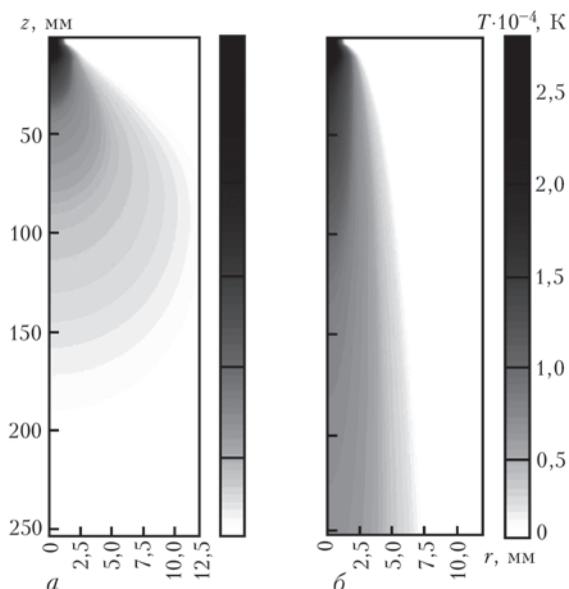


Рис. 6. Распределение температуры аргоновой плазменной струи, истекающей в воздушное пространство без обдува (а) и с обдувом (б)

ся (см. рис. 3, 4), теплопроводность смеси ввиду больших значений  $\chi$  для воздуха увеличивается, что приводит к более быстрому снижению температуры струи.

Соответствующие истечению в воздушную среду поля концентрации аргона и температуры плазмы для обдуваемой ламинарным потоком и затопленной турбулентной плазменной струи показаны на рис. 6, 7. Как следует из результатов моделирования, представленных на этих рисунках, при обдуве струи спутным потоком воздуха происходит перестройка течения. В частности, формируется высокотемпературный след дуги, в котором концентрация аргона остается достаточно высокой. Так, например, на расстоянии около 50 мм от среза сопла концентрация аргона в плазменной смеси превышает 0,8, а на расстоянии 100 мм — 0,6 (см. рис. 3, в; 7). Поперечное сечение обдуваемой струи с увеличением расстояния возрастает незначительно, а ядро струи имеет достаточно равномерное распределение характеристик плазмы.

### Выводы

1. Проведенные численные исследования подтверждают широкие возможности предложенной математической модели для расчета характеристик турбулентных потоков дуговой плазмы, взаимодействующих с внешней газовой средой. Данная математическая модель может быть обобщена для случая сложного многокомпонентного взаимодействия различных газов и их смесей, в том числе при наличии химических реакций между компонентами.

2. Затопленная турбулентная струя аргоновой плазмы, истекающая в воздушную среду, доста-

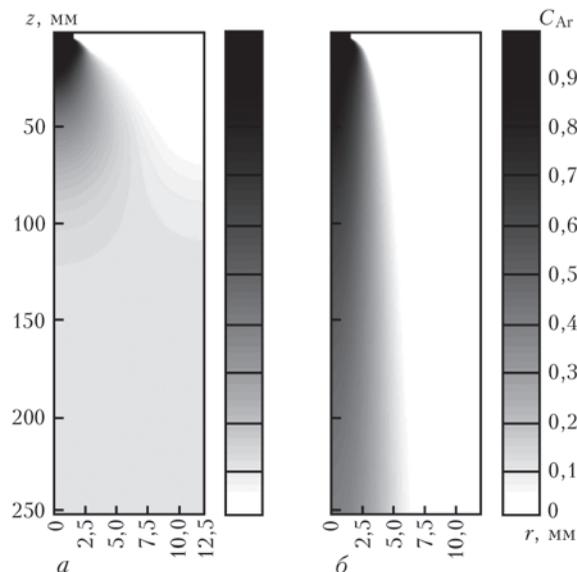


Рис. 7. Распределение относительной концентрации аргона в плазменной струе, истекающей в воздушное пространство без обдува (а) и с обдувом (б)

точно быстро перемешивается с воздухом вследствие ее неограниченного расширения и увеличения теплопроводности образующейся плазменной смеси она охлаждается интенсивней, чем такая же струя при истечении в покоящийся аргон.

3. Обдув турбулентной струи аргоновой плазмы кольцевым ламинарным потоком холодного воздуха приводит к формированию достаточно узкого относительно высокотемпературного ядра течения, концентрации аргона, в котором остается высокой на значительных расстояниях (около 0,5 на расстоянии 150 мм от среза сопла).

1. Математическая модель дуговой плазмы, генерируемой плазматроном с проволокой-анодом / М. Ю. Харламов, И. В. Кривцун, В. Н. Коржик и др. // Автомат. сварка. — 2007. — № 12. — С. 14–20.
2. Favalli R. C., Szente R. N. Physical and mathematical modeling of non transferred plasma torches // Brazilian J. of Physics. — 1998. — № 1, Mar. — P. 25–34.
3. Математическое моделирование электрической дуги / В. С. Энгельшт, Д. С. Асанов, В. Ц. Гурович и др. — Фрунзе: Илим, 1983. — 363 с.
4. Теория столба электрической дуги / Под ред. М. Ф. Жукова. — Новосибирск: Наука, 1990. — 376 с.
5. Лойцянский Л. Г. Механика жидкости и газа. — М.: Наука, 1973. — 847 с.
6. Компьютерное моделирование процесса плазменного напыления / Ю. С. Борисов, И. В. Кривцун, А. Ф. Мужиченко и др. // Автомат. сварка. — 2000. — № 12. — С. 42–51.
7. Арефьев К. М. Явления переноса в газе и плазме. — Л.: Энергоатомиздат, 1983. — 112 с.
8. Boulos M. I., Fauchais P., Pfender E. Thermal plasmas: Fundamentals and applications. — New York; London: Plenum press, 1994. — Vol. 1. — 467 p.
9. Пасконов В. М., Полежаев В. И., Чудов Л. А. Численное моделирование процессов тепло- и массообмена. — М.: Наука, 1984. — 286 с.

### 3.1.3. УТОЧНЕННАЯ МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ ЭЛЕКТРИЧЕСКОЙ ДУГИ В ПЛАЗМОТРОНЕ С ВНЕШНЕЙ ТОКОВЕДУЩЕЙ ПРОВОЛОКОЙ\*

М.Ю. ХАРЛАМОВ, И.В. КРИВЦУН, В.Н. КОРЖИК, С.В. ПЕТРОВ, А.И. ДЕМЬЯНОВ

В работе [1] предложена математическая модель для описания турбулентного течения электродуговой плазмы, создаваемой плазмотроном с внешней токоведущей проволокой-анодом. В рамках используемого там приближения пограничного слоя сделано допущение о малости радиальной компоненты  $j_r$  плотности электрического тока в дуге по сравнению с аксиальной  $j_z$  ( $j_r \ll j_z$ ). Такой подход не позволяет вполне адекватно описывать электромагнитные характеристики дуги, горящей в рассматриваемом плазмотроне, поскольку в прикатодной области, на выходе из плазмоформирующего канала и в области анодной привязки дуги наблюдаются достаточно высокие значения  $j_r$ , соизмеримые с  $j_z$ . В связи с этим используемая в [1] модель электромагнитных процессов требует уточнения, что и является целью данного краткого сообщения.

Схема исследуемой электрической дуги постоянного тока представлена на рис. 1. Она горит в потоке плазмообразующего газа (аргона), формируемом каналом плазмотрона радиусом  $R_c$ , длиной  $Z_1$ , между тугоплавким (из вольфрама) катодом и плавящейся проволокой-анодом, расположенной за срезом сопла на расстоянии  $Z_2$  от рабочего конца катода. Открытый участок дугового разряда может обдуваться потоком холодного газа (аргоном, воздухом), подаваемого через кольцевой канал, расположенный под углом  $\alpha$  к оси плазмотрона и имеющий внутренний  $R_1$  и наружный  $R_2$  радиусы. Расчетная область ограничивалась границами в радиальном  $R$  и аксиальном  $L$  направлениях.

Газодинамические и тепловые характеристики дуговой плазмы, генерируемой таким устройством, описываются системой магнитогазодинамических (МГД) уравнений в приближении турбулентного пограничного слоя [1]. Для более корректного описания электромагнитных характеристик дуги (не делая допущения о малости радиальной компоненты плотности электрического тока по сравнению с аксиальной) используем уравнение для напряженности магнитного поля тока дуги [2]

$$\frac{\partial}{\partial r} \left[ \frac{1}{r\sigma} \frac{\partial(rH_\varphi)}{\partial r} \right] + \frac{\partial}{\partial z} \left[ \frac{1}{\sigma} \frac{\partial H_\varphi}{\partial z} \right] = 0, \quad (1)$$

где  $\sigma[T(r, z)]$  — удельная электропроводность плазмы, зависящая от температуры;  $H_\varphi(r, z)$  — азимутальная составляющая напряженности магнитного поля, связанная с компонентами плотности электрического тока следующими уравнениями [2]:

$$j_z = \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (rH_\varphi); \quad j_r = -\frac{\partial H_\varphi}{\partial z}. \quad (2)$$

Уравнения (1) и (2) дополняются условием сохранения полного тока

$$I = 2\pi \int_0^{R_\sigma(z)} j_z r dr, \quad (3)$$

где  $I$  — ток дуги;  $R_\sigma(z)$  — радиус токопроводящей области. Учитывая, что за пределами этой области проводимость дуговой плазмы практически рав-

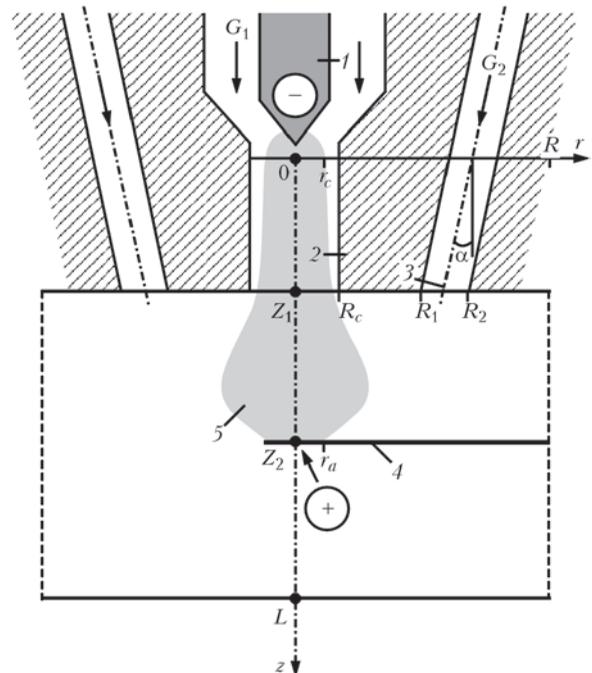


Рис. 1. Схема электрической дуги в плазмотроне с внешней проволокой-анодом: 1 — тугоплавкий катод; 2 — плазмоформирующее сопло; 3 — канал для подачи газа; 4 — проволока-анод; 5 — столб дуги

\*Автоматическая сварка. — 2009. — № 1. — С. 53–56.

на нулю, в качестве верхнего предела интегрирования в формуле (3) можно использовать радиус расчетной области, т. е. положить  $R_\sigma(z) = R_c$  при  $z \leq Z_1$  и  $R_\sigma(z) = R$  при  $z > Z_1$  (см. рис. 1). Следует отметить, что, поскольку в данной модели во внимание принимаются как аксиальная, так и радиальная компоненты плотности электрического тока, джоулев источник в уравнении энергии [1] должен быть записан в виде  $(j_r^2 + j_z^2) / \sigma$ .

Решение дифференциального уравнения второго порядка (1) невозможно без задания краевых условий для всего контура расчетной области  $\{0 \leq r \leq R_c$  при  $0 \leq z \leq Z_1, 0 \leq r \leq R$  при  $Z_1 < z \leq Z_2\}$  (см. рис. 1). Для постановки соответствующих граничных условий вблизи электродов дуги, т. е. при  $z = 0$  и  $Z_2$ , будем использовать экспериментальные и расчетные данные работ [3, 4] о плотности тока в катодной и анодной областях, при этом полагая

$$j_z(r, 0) = j_{0c} e^{-r/r_c}; \quad j_z(r, Z_2) = j_{0a} e^{-r^2/r_a^2}; \quad (4)$$

$$j_r(r, 0) = j_r(r, Z_2) = 0, \quad (5)$$

где  $j_{0c}, j_{0a}$  — константы, соответствующие максимальным значениям плотности тока в катодной и анодной областях;  $r_c, r_a$  — радиусы соответственно катодной и анодной областей привязки дуги. В частности, при  $I = 200$  А можно использовать значение  $j_{0c} = 1,2 \cdot 10^8$  А/м<sup>2</sup> [3], а радиус катодной области определить из условия сохранения полного тока (3). В качестве радиуса анодной области привязки дуги приближенно выбирают радиус проволоки-анода, а значение  $j_{0a}$  вычисляют из условия (3).

Подставив зависимости (4) в первое уравнение (2), находим

$$H_\phi(r, 0) = \frac{j_{0c} r^2}{r} \left[ 1 - e^{-r/r_c} \left( 1 + \frac{r}{r_c} \right) \right]; \quad (6)$$

$$H_\phi(r, Z_2) = \frac{j_{0a} r_a^2}{2r} (1 - e^{-r^2/r_a^2}).$$

Граничное условие на оси системы задаем в виде

$$H_\phi(0, z) = 0. \quad (7)$$

На внешней границе расчетной области полагаем

$$H_\phi(R_c, z) = \frac{I}{2\pi R_c} \quad \text{при} \quad 0 \leq z \leq Z_1; \quad (8)$$

$$H_\phi(R, z) = \frac{I}{2\pi R} \quad \text{при} \quad Z_1 < z \leq Z_2.$$

Наконец, при  $z = Z_1, R_c \leq r \leq R$  имеем

$$H_\phi(r, Z_1) = \frac{I}{2\pi r}. \quad (9)$$

Уравнения (1), (2) вместе с граничными условиями (6)–(9) составляют основу уточненной математической модели электромагнитных процессов для дуги в плазматроне с внешней токоведущей проволокой-анодом. Эти уравнения должны ре-

шаться совместно с МГД уравнениями турбулентного пограничного слоя [1], определяющими пространственные распределения газодинамических и тепловых характеристик дуговой плазмы.

Полную систему уравнений решали численным методом конечных разностей с использованием глобальных итераций по напряженности магнитного поля (методика численного решения уравнений пограничного слоя подробно описана в работе [1]). На каждой новой глобальной итерации значения напряженности магнитного поля обновлялись путем численного решения уравнения (1), при этом использовали пятиточечную неявную разностную схему с применением метода прогонки [5]. Процедуру решения прекращали, когда все характеристики плазмы (во всех точках расчетной области) на двух соседних итерациях отличались не более чем на заданное малое значение  $\theta$ .

Проанализируем результаты численного моделирования электромагнитных, тепловых и газодинамических характеристик дуговой плазмы в рассматриваемом плазматроне при использовании приближения  $j_r \ll j_z$  и уточненной модели электромагнитных процессов. Расчеты выполняли для плазматрона, имеющего сопло длиной  $Z_1 = 3$  мм и радиус  $R_c = 1,5$  мм, с проволокой-анодом диаметром 1,4 мм, расположенной на расстоянии 6,3 мм от среза сопла ( $Z_2 = 9,3$  мм). Предполагалось, что внешний участок течения плазмы обдувается потоком аргона, истекающим из кольцевого канала, имеющего в выходном сечении радиусы  $R_1 = 4,78$  мм,  $R_2 = 7,22$  мм и наклоненного под углом  $\alpha = 37,5^\circ$  к оси симметрии плазматрона (см. рис. 1). Температуру охлаждаемых стенок каналов и окружающего газа принимали равной 300 К. Режим работы плазматрона выбран следующий: ток дуги  $I = 200$  А, объемный расход плазмообразующего газа  $G_1 = 1$  м<sup>3</sup>/ч, расход обдувающего газа  $G_2 = 20$  м<sup>3</sup>/ч.

На рис. 2 изображены границы областей  $R_\gamma(z)$ , в пределах которых протекает  $\gamma$ -доля полного тока дуги

$$\frac{2\pi \int_0^{R_\gamma(z)} j_z r dr}{I} = \gamma = 0,1; 0,2 \dots 0,9, \quad (10)$$

вычисленные с помощью различных методов расчета. Из этого рисунка следует, что использование приближения  $j_r \ll j_z$  дает постепенно расширяющийся во внешней области разряда токовый канал (см. рис. 2, а, левая часть), фактически совпадающий с электропроводной областью дуговой плазмы (рис. 2, б, левая часть). Однако решение уравнения (1) показало качественно иные результаты,

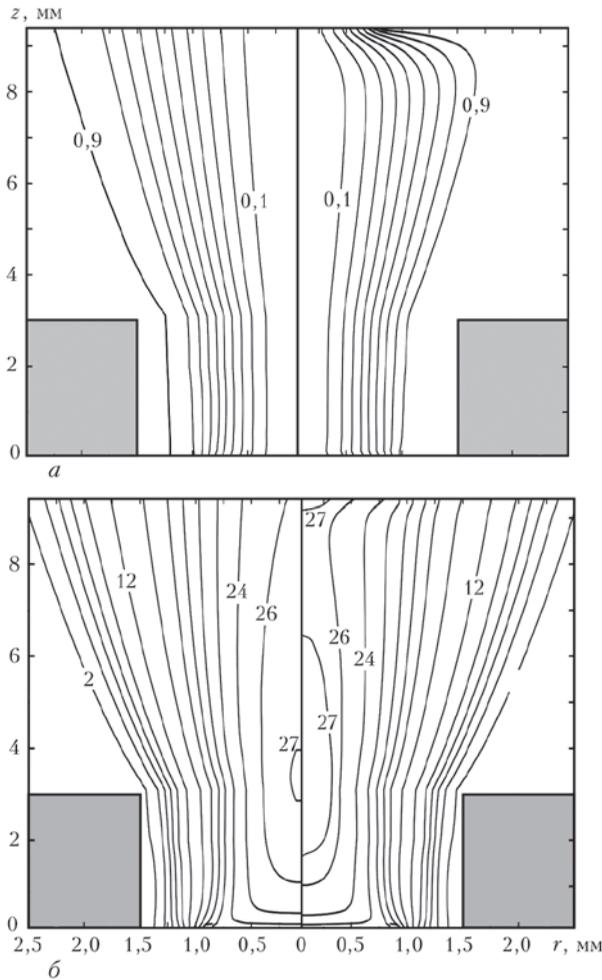


Рис. 2. Изолинии электрического тока с шагом 0,1 (а) и изотермы температуры плазмы с шагом  $T = 27, 26, 24$  и далее с шагом 2 КВ (б) для дуги в плазмотроне с внешней проволокой-анодом при различных методах расчета электромагнитных характеристик: левая часть — приближение  $j_r \ll j_z$ ; правая — уточненная модель

особенно на открытом участке дуги, где имеет место существенная неоднородность магнитного поля по длине разряда и соответственно большие значения радиальной компоненты плотности электрического тока. В итоге линии тока, расходящиеся после выхода из плазмформирующего канала, сгущаются к области анодной привязки дуги (рис. 2, а, правая часть).

Поля температур, соответствующие выбранному режиму работы плазмотрона и вычисленные с помощью различных моделей распределения плотности тока в дуге, представлены на рис. 2, б. Как следует из приведенных здесь изотерм, различия расчетных значений температуры оказываются не столь существенными, как для плотности электрического тока. Однако необходимо отметить повышение расчетной температуры плазмы вблизи области анодной привязки дуги при использовании уточненной модели электромагнитных процессов (см. рис. 2, б, правая часть). Это связано с тем, что

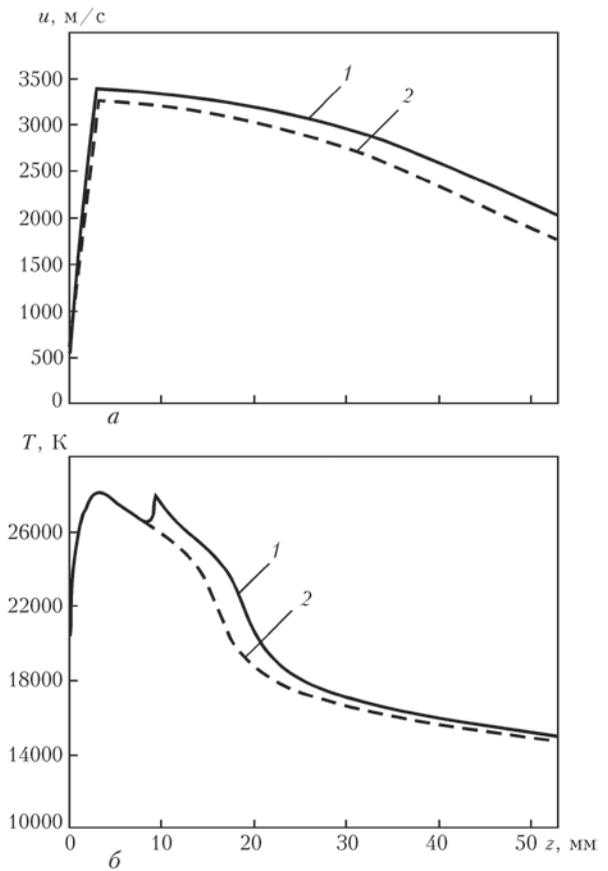


Рис. 3. Распределение аксиальной скорости  $u$  (а) и температуры  $T$  дуговой плазмы, генерируемой плазмотроном с внешней проволокой-анодом (б), полученное с помощью различных методов расчета электромагнитных характеристик: 1 — уточненная модель; 2 — приближение пограничного слоя ( $j_r \ll j_z$ )

получающийся в рамках такой модели токовый канал заметно сжат в области проволоки-анода (см. рис. 2, а, правая часть) и плотность тока, а следовательно, и джоулевых источников энергии здесь выше и соответствует более высокой температуре. Что касается газодинамических характеристик плазмы электрической дуги в исследуемом плазмотроне, то они практически не зависят от метода расчета ее электромагнитных характеристик.

Рассмотрим теперь, каким образом изменяются тепловые и газодинамические характеристики плазменного потока в области инерционного движения плазмы (за проволокой-анодом) в зависимости от используемой модели электромагнитных процессов в дуге. Расчетные распределения осевых значений аксиальной скорости и температуры плазмы по длине струи приведены на рис. 3. При варианте расчета с решением уравнения (1) более высокая температура в анодной области дуги приводит к тому, что и далее (на бестоковом участке течения) температура плазмы вблизи оси оказывается несколько выше, чем при расчете с упрощающим предположением  $j_r \ll j_z$ . В области проволоки-анода значения температуры на оси разряда

различаются примерно на 14 %, в дальнейшем они практически равны и отличаются только на 2...3 % (см. рис. 3, б). Различие же в значениях скорости плазменного потока вблизи оси струи, наоборот, возрастает с увеличением значений  $z$ : при  $z = 50$  мм оно достигает 13 %.

### Выводы

1. Усовершенствована математическая модель турбулентного течения дуговой плазмы, генерируемой плазмотроном с внешней проволокой-анодом, путем уточнения модели электромагнитных процессов в дуге, горящей в таком устройстве.

2. Пространственное распределение электрического тока дуги в плазмотроне с внешней токоведущей проволокой-анодом имеет неоднородную структуру. Линии тока разрежаются после выхода из плазмформирующего канала и сгущаются при приближении к анодной области, где плотность тока достигает достаточно высоких (более  $1,5 \cdot 10^8$  А/м<sup>2</sup>) значений, обеспечивая при этом по-

вышенное энерговыделение в плазме. Пренебрежение указанными особенностями при численной оценке тепловых и газодинамических характеристик генерируемой плазмы может приводить к погрешностям, достигающим 14 % и более в зависимости от конструктивных параметров и режимов работы плазмотрона.

1. *Математическая модель дуговой плазмы, генерируемой плазмотроном с проволокой-анодом* / М. Ю. Харламов, И. В. Кривцун, В. Н. Коржик и др. // *Автомат. сварка*. — 2007. — № 12. — С. 14–20.
2. *Низкотемпературная плазма* / В. С. Энгельшт, В. Ц. Гурович, Г. А. Десятков и др. — Новосибирск: Наука, 1990. — В 4 т. — Т. 1: Теория столба электрической дуги. — 376 с.
3. *Приэлектродные процессы в дуговых разрядах* / М. Ф. Жуков, Н. П. Козлов, А. В. Пустогаров и др. — Новосибирск: Наука, 1982. — 157 с.
4. *Hu J., Tsai H. L. Heat and mass transfer in gas metal arc welding. Pt I: The arc* // *Intern. J. Heat and Mass Transfer*. — 2007. — **50**. — P. 833–846.
5. *Андерсон Д., Таннехилл Дж., Плетчер Р. Вычислительная гидромеханика и теплообмен*. — М.: Мир, 1990. — В 2 т. — Т. 1. — 384 с.

### 3.1.4. ЧИСЛЕННЫЙ АНАЛИЗ ХАРАКТЕРИСТИК ДУГОВОЙ ПЛАЗМЫ В ПАРОВОЗДУШНЫХ ПЛАЗМОТРОНАХ С ТУГОПЛАВКИМ КАТОДОМ\*

И.В. КРИВЦУН, М.Ю. ХАРЛАМОВ, С.В. ПЕТРОВ, Г.С. МАРИНСКИЙ, В.Н. КОРЖИК, А.В. ЧЕРНЕЦ

Плазменные источники энергии находят все большее применение для нужд самых различных отраслей промышленного производства.

Плазменно-дуговые процессы сегодня с успехом используют в металлургическом и сварочном производстве для выплавки металлов и сплавов, нанесения различного рода покрытий, резки, а также в химическом производстве и др.

В последние годы плазма начинает применяться в процессах переработки отходов, особо опасных, когда традиционные способы не могут удовлетворить современные требования экологической безопасности [1–8].

Одним из перспективных направлений в современной плазменной технике, в частности, в области создания новых плазменных генераторов (плазмотронов) является применение так называемых паровых плазмотронов, использующих в качестве плазмообразующего газа водяной пар, уникальные свойства которого обуславливают совершенно новые возможности плазмотронов.

Паровые плазмотроны с высокой степенью эффективности могут быть применены для нанесения различного типа тугоплавких покрытий, использованы в плазмохимии, процессах уничтожения отходов, при резке и пр.

Эффективность работы паровых плазмотронов напрямую зависит от правильного выбора их конструктивных параметров плазмотрона и технологических режимов его работы. В значительной степени это обусловлено пониманием физических процессов, протекающих в плазмотроне, и правильной оценкой основных характеристик генерируемого им плазменного потока.

С целью оптимизации конструкции парового плазмотрона и выбора оптимальных режимов его работы была разработана соответствующая математическая модель, описание которой представлено в настоящей работе.

**Постановка задачи.** Рассмотрим основные условия, при которых проводился численный анализ характеристик дуговой плазмы в плазмотроне (плазменном генераторе). Схема исследуемого плазмотрона представлена на рис. 1. Данная схема соответствует конструкции реального плазмотрона, используемого, например, в установке для пароплазменной переработки органических материалов. Полагалось, что дуга постоянного тока  $I$  горит с тугоплавкого катода  $W$  и замыкается на аноде плазмотрона на некотором расстоянии  $Z_A$  от начального сечения ( $z = 0$ ), расположенного вблизи рабочего конца катода. На начальном участке разряд стабилизируется стенкой цилиндрического канала катодного сопла, имеющего длину  $Z_C$  и радиус  $R_C$  (рис. 1). Через данное сопло подается плазмообразующий газ аргон с достаточно малым массовым расходом  $G_1$ , который необходим для обеспечения защиты от окисления рабочего конца катода и поддержания устойчивого горения электрической дуги. Этот газ нагревается и ускоряется дугой и истекает в более широкий канал радиусом  $R_1$ , в который сразу же за катодным соплом (при  $z = Z_C$ ) через соосный кольцевой канал  $R_C \leq r \leq R_1$  подается основной плазмообразующий газ, например, воздух или водяной пар. Основной плазмообразующий газ поступает в канал относительно холодным и имеет массовый расход  $G_2$ , значительно превышающий расход газа, который

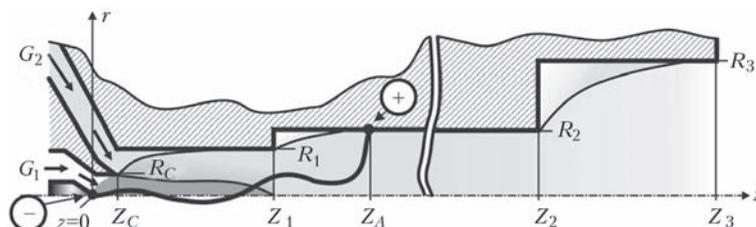


Рис. 1. Расчетная схема плазмотрона

\*Автоматическая сварка. — 2009. — № 10. — С. 7–15.

подается через катодное сопло. Это позволяет при анализе дальнейшего течения плазмы не учитывать смешивание этих плазмообразующих газов и полагать, что через канал плазмотрона протекает только основной плазмообразующий газ с общим массовым расходом  $G_1 + G_2$ . Предполагается также, что в области анодной привязки ток дуги плавно уменьшается и далее (при  $z > Z_A$ ) имеет место инерционное движение бестоковой плазмы в канале плазмотрона, а после сечения  $Z_3$  происходит истечение плазменной струи в окружающую среду с давлением, близким к атмосферному.

Следует отметить, что канал плазмотрона имеет достаточно сложную геометрию и содержит несколько участков расширения (при  $z = Z_C, Z_1, Z_2$ ), на каждом из которых происходит существенная перестройка характеристик течения и соответствующее расширение плазменного потока. В области каждого участка расширения происходят достаточно сложные газодинамические явления, включающие возникновение областей обратного течения плазменной струи за уступом и т. д. Для корректного описания подобных явлений необходимо использовать полную систему уравнений Навье–Стокса. Однако ввиду того, что цилиндрические участки канала имеют достаточно большую длину, возмущения, вносимые в плазменный поток областями расширения канала, не будут оказывать заметного влияния на параметры дуговой плазмы вблизи выхода из соответствующего участка канала и характеристики течения здесь будут приближаться к асимптотическим. Это позволяет использовать для описания тепловых и газодинамических процессов, протекающих в рассматриваемом плазмотроне, упрощенную систему магнитогазодинамических (МГД) уравнений, записанных в приближении пограничного слоя [9–11].

Учитывая, что в рассматриваемом плазмотроне осуществляется прокачка большого количества плазмообразующих газов, в нем, как правило, реализуется турбулентный режим течения плазмы. При этом параметры плазменного потока изменяются случайным образом во времени вокруг своих средних значений. Для описания турбулентного течения плазмы используется гипотеза Буссинеска (модель турбулентной вязкости), исходя из того, что турбулентность является гидродинамической (т. е. пренебрегая пульсациями электромагнитных величин) и считая пульсации давления малыми.

При математическом описании течения плазмы в канале рассматриваемого плазменного генератора использовали следующие допущения [10–12]:

- плазменная система отличается цилиндрической симметрией, а протекающие процессы предполагаются стационарными;

- основной плазмообразующий газ подается осесимметричным потоком через кольцевой канал соосно плазмообразующему газу, который поступает через катодное сопло;

- смешивание газовых потоков не учитывается и полагается, что после начала их взаимодействия (при выходе из катодного канала) далее через плазмотрон протекает плазмообразующий газ, идентичный по составу поступающему через кольцевой канал, с общим для обоих потоков массовым расходом;

- предполагается, что возмущения, вносимые в поток при обтекании уступов в плоскостях расширений канала, не оказывают существенного влияния на тепловые и газодинамические характеристики струи;

- плазма находится в состоянии локального термодинамического равновесия, собственное излучение плазмы объемное;

- основным механизмом нагрева плазмы являются джоулево тепловыделение (работой сил давления и вязкой диссипацией можно пренебречь), а перенос энергии в плазменном потоке происходит за счет теплопроводности и конвекции (естественная конвекция в расчет не принимается);

- течение плазмы вязкое дозвуковое, режим течения турбулентный;

внешние магнитные поля отсутствуют.

**Исходные уравнения.** С учетом сделанных допущений газодинамические и тепловые характеристики плазменного потока могут быть описаны следующей системой МГД уравнений в приближении турбулентного пограничного слоя для осредненных по времени значений температуры и скорости плазмы [10, 11]:

$$\frac{\partial}{\partial z}(\rho u) + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r}(r \rho \bar{v}) = 0; \quad (1)$$

$$\rho \left( u \frac{\partial u}{\partial z} + \bar{v} \frac{\partial u}{\partial r} \right) = \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left( r \bar{\eta} \frac{\partial u}{\partial r} \right) - \frac{\partial}{\partial z} \left( p + \mu_0 \frac{H^2}{2} \right); \quad (2)$$

$$\rho C_p \left( u \frac{\partial T}{\partial z} + \bar{v} \frac{\partial T}{\partial r} \right) = \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left( r \bar{\chi} \frac{\partial T}{\partial r} \right) + \sigma E^2 - \psi, \quad (3)$$

где  $T$  — осредненная температура плазмы;  $\bar{v} = (\rho v + \rho' v') / \rho$ ;  $v$  — осредненная радиальная скорость;  $\rho$  — осредненная плотность плазмы;  $\rho'$ ,  $v'$  — пульсации плотности и радиальной скорости;  $u$  — осредненная аксиальная скорость плазмы;  $p$  — давление;  $C_p$  — удельная теплоемкость плазмы при постоянном давлении;  $\sigma$  — удельная электропроводность плазмы;  $\psi$  — объемная плотность мощности собственного излучения;  $\bar{\eta}$ ,  $\bar{\chi}$  —

полные коэффициенты динамической вязкости и теплопроводности плазмы, представляющие собой суммы соответственно молекулярной и турбулентной вязкости и теплопроводности;  $E$  — осевая составляющая напряженности электрического поля;  $\mu_0$  — универсальная магнитная постоянная;  $H$  — азимутальная составляющая магнитного поля тока дуги:

$$H = \frac{1}{r} E \int_0^r \sigma r dr. \quad (4)$$

В рамках используемого приближения пограничного слоя осевая составляющая напряженности электрического поля дуги практически постоянна по сечению канала [10] и определяется из условия сохранения полного тока:

$$I = 2\pi E \int_0^{R_\sigma(z)} \sigma r dr, \quad (5)$$

где  $R_\sigma(z)$  — радиус токопроводящей области. Учитывая, что за пределами этой области проводимость плазмы практически равна нулю, в качестве верхнего предела интегрирования в формуле (5) можно использовать радиус расчетной области, т.е. положить  $R_\sigma(z) = R_C$  при  $0 \leq z \leq Z_C$ ;  $R_\sigma(z) = R_1$  при  $Z_C < z \leq Z_1$ ;  $R_\sigma(z) = R_2$  при  $Z_1 < z \leq Z_2$  и  $R_\sigma(z) = R_3$  при  $Z_2 < z \leq Z_3$  (см. рис. 1).

Распределение давления в пределах плазмформирующего канала определяется с учетом магнитной составляющей давления:

$$p = p_{ext} \int_Z^{Z_3} \frac{dp_C}{dz} + \mu_0 E \int_r^{R_C} \sigma H dr, \quad (6)$$

где  $p_{ext}$  — давление во внешней среде. Градиент газостатического давления  $dp_C/dz$  в приближении пограничного слоя также постоянен по сечению канала [9] и определяется из условия сохранения полного расхода газа через плазмотрон:

на участке течения в катодном канале ( $z \leq Z_C$ )

$$G = 2\pi \int \rho u r dr; \quad (7)$$

на участке течения  $Z_C < z \leq Z_3$

$$G_1 + G_2 = 2\pi \int_0^{R_w(z)} \rho u r dr, \quad (8)$$

где  $R_w(z)$  — радиус канала плазмотрона, равный  $R_1$  при  $Z_C < z \leq Z_1$ ;  $R_w(z) = R_2$  при  $Z_1 < z \leq Z_2$  и  $R_w(z) = R_3$  при  $Z_2 < z \leq Z_3$ .

Система уравнений (1)–(8) дополняется соотношениями

$$\begin{aligned} \rho &= \rho(T, p); \quad C_p = C_p(T, p); \quad \chi = \chi(T, p); \\ \eta &= \eta(T, p); \quad \sigma = \sigma(T, p); \quad \psi = \psi(T, p), \end{aligned} \quad (9)$$

определяющими зависимость термодинамических характеристик, молекулярных коэффициентов пе-

реноса и оптических свойств плазмы от температуры и давления. Некоторые значения параметров, используемых при расчетах плазмообразующих газов, например, аргона и воздуха, приведены в [10, 13]. Что касается термодинамических свойств и молекулярных коэффициентов переноса плазмы водяного пара, то эти данные взяты из работ [14, 15]. Соответствующие свойства плазмы воздуха и водяного пара в диапазоне 400...24000 К (при атмосферном давлении) представлены на рис. 2.

**Моделирование турбулентности.** Коэффициенты динамической вязкости и теплопроводности плазмы, используемые в приведенных выше уравнениях, имеют вид

$$\bar{\eta} = \eta + \eta_t; \quad \bar{\chi} = \chi + \chi_t, \quad (10)$$

где  $\eta, \chi$  — коэффициенты молекулярной вязкости и теплопроводности, определяемые согласно (9);  $\eta_t, \chi_t$  — коэффициенты турбулентной вязкости и теплопроводности.

Для определения турбулентных коэффициентов переноса нами использована модель  $k-\varepsilon$  [16], которая в последнее время получила широкое распространение в практике моделирования турбулентных течений. К ее отличительным особенностям можно отнести учет предыстории течения, а также общность модели для различных условий течения.

В рамках данной модели коэффициенты турбулентной вязкости и теплопроводности определяются из следующих выражений:

$$\eta_t = \frac{C_\mu \rho (\bar{k})^2}{\varepsilon}; \quad (11)$$

$$\chi_t = \eta_t \frac{C_p}{Pr_t}, \quad (12)$$

где  $C_\mu$  — эмпирическая константа, равная 0,09;  $\bar{k}$  — кинетическая энергия турбулентности;  $\varepsilon$  — скорость диссипации турбулентности;  $Pr_t$  — турбулентное число Прандтля, которое выбирается согласно рекомендациям [17] или принимается равным единице [10]. Уравнение турбулентной вязкости замыкается уравнениями переноса для кинетической энергии турбулентности и скорости диссипации

$$\rho \left( u \frac{\partial \bar{k}}{\partial z} + \bar{v} \frac{\partial \bar{k}}{\partial r} \right) = \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left[ r \left( \eta + \frac{\eta_t}{Pr_k} \right) \frac{\partial \bar{k}}{\partial r} \right] + G - \rho \varepsilon; \quad (13)$$

$$\begin{aligned} \rho \left( u \frac{\partial \varepsilon}{\partial z} + \bar{v} \frac{\partial \varepsilon}{\partial r} \right) &= \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left[ r \left( \eta + \frac{\eta_t}{Pr_\varepsilon} \right) \frac{\partial \varepsilon}{\partial r} \right] + \\ &+ C_1 G \frac{\varepsilon}{k} - C_2 \rho \frac{\varepsilon^2}{k}. \end{aligned} \quad (14)$$

Здесь  $G = \eta_t \left( \frac{\partial u}{\partial r} \right)^2$  — источниковый член;  $C_1, C_2, Pr_\varepsilon, Pr_k$  — константы модели турбулентности  $k-\varepsilon$ , равные соответственно 1,44; 1,92; 1,30 и 1,00.

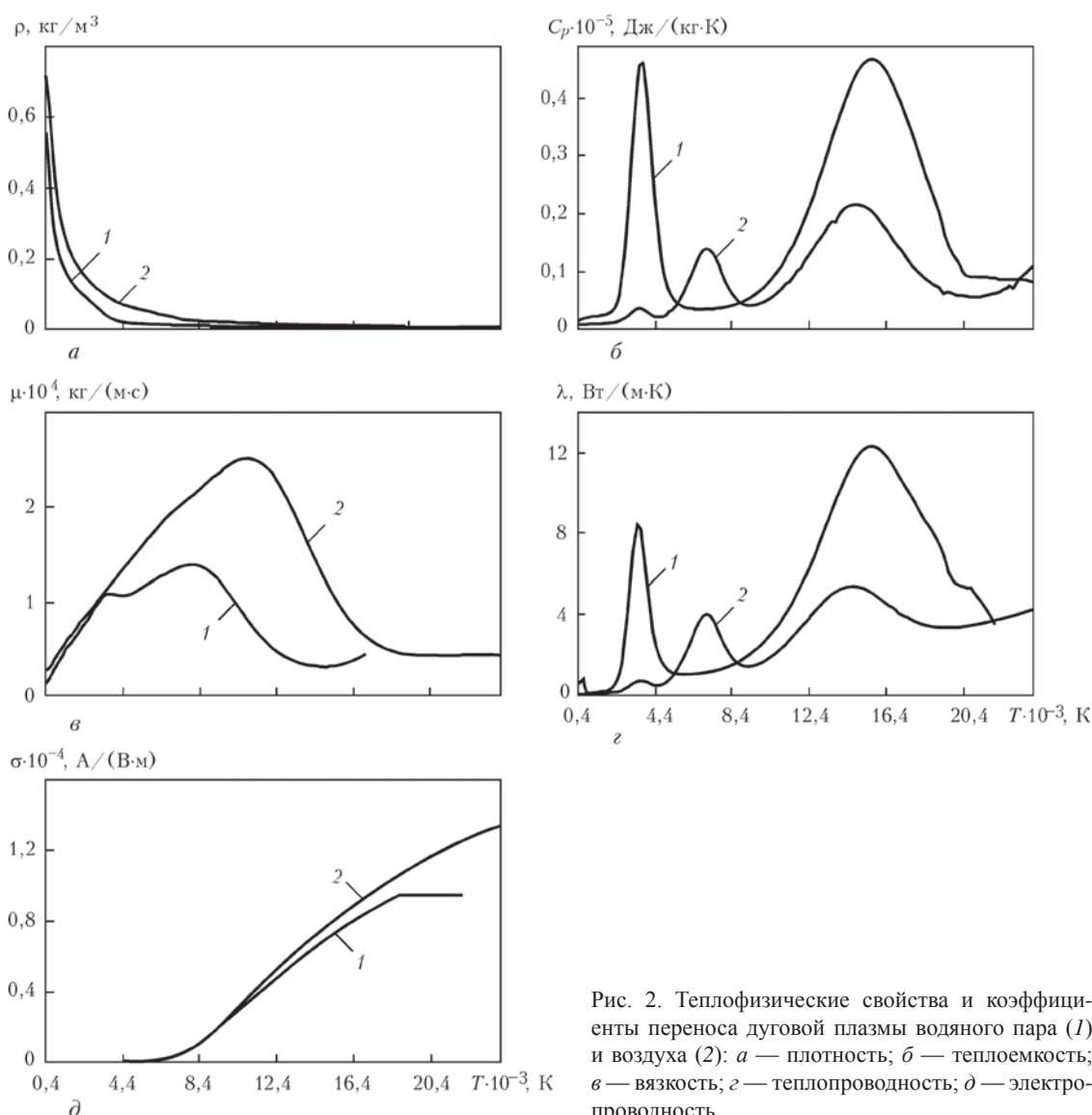


Рис. 2. Теплофизические свойства и коэффициенты переноса дуговой плазмы водяного пара (1) и воздуха (2): а — плотность; б — теплоемкость; в — вязкость; г — теплопроводность; д — электропроводность

Выражения для турбулентных коэффициентов переноса на инерционном участке течения плазмы при  $z > Z_A$  остаются теми же, что и на дуговом участке.

**Граничные условия.** Для замыкания описанной системы уравнений необходимо задать граничные и начальные (входные) условия, соответствующие конструкции выбранного плазмотрона (см. рис. 1).

На оси симметрии системы ( $r = 0$ ) полагались справедливыми условия

$$\frac{\partial T}{\partial r} = 0; \frac{\partial u}{\partial r} = 0; \bar{v} = 0; \frac{\partial \bar{k}}{\partial r} = 0; \frac{\partial \varepsilon}{\partial r} = 0. \quad (15)$$

На стенке канала плазмотрона (при  $r = R_w(z)$ ) ставится условие «прилипания» и задается температура охлаждаемой стенки  $T_w$ , т. е.

$$u = 0; \quad T = T_w. \quad (16)$$

Для задания значений  $\bar{k}$  и  $\varepsilon$  вблизи стенки канала необходимо использовать пристеночную

функцию [16, 18], указанные значения определяются следующим образом:

$$\bar{k} = \frac{u_*^2}{\sqrt{C_\mu}}; \quad \varepsilon = \frac{u_*^3}{k_0(R_C - r)}, \quad (17)$$

где  $k_0 = 0,41$ , а  $u_*$  является решением трансцендентного уравнения (логарифмический закон стенки):

$$\frac{\bar{u}}{u_*} = \bar{k}_0 \ln \left[ \frac{\Lambda \rho u (R - r)}{\varepsilon} \right], \quad (18)$$

где  $\Lambda = 9$  — параметр шероховатости стенки.

Для корректного учета вязкого подслоя при определении  $\bar{k}$  и  $\varepsilon$  в пристеночной области, т. е. при  $y^+ = \rho(R_C - r)u_*/\eta < f^+$ , где  $f^+$  выбирается в диапазоне 20...100 [18], используются выражения (17), (18). Для описания внутренней области течения ( $y^+ \leq f^+$ ) используются уравнения (13), (14) полностью развитого турбулентного течения.

Во входном сечении катодного канала ( $z = 0$ ) задаются распределения скорости плазмообразу-

ющего газа, значения  $\bar{k}$  и  $\varepsilon$  [16], а также плотности тока в прикатодной области [19]:

$$u(r,0) = u_0 \left[ 1 - \left( \frac{r}{R_C} \right)^n \right]; \quad (19)$$

$$\bar{k}(r,0) = i_t(u^2 + \bar{v}^2); \quad \varepsilon(r,0) = 3 \frac{\bar{k}(r,0)^{3/2}}{R_C}; \quad (20)$$

$$j(r,0) = j_0 e^{-r/r_c}, \quad (21)$$

где  $n = 15$ , а значение  $u_0$  выбирается из условия сохранения массового расхода плазмообразующего газа через канал катодного сопла плазмотрона (7);  $i_t = 0,003$  — интенсивность турбулентности;  $j$  — плотность электрического тока;  $j_0$  — константа, соответствующая максимальному значению плотности тока в катодной области;  $r_c$  — радиус катодной области привязки дуги. В частности, при  $I = 200$  А можно использовать значение  $j_{0c} = 1,2 \cdot 10^8$  А/м<sup>2</sup> [19], а радиус катодной области определять из условия сохранения полного тока (5) и закона Ома

$$j = \sigma E. \quad (22)$$

Температура плазмообразующего газа во входном сечении катодного канала выбирается исходя из эмпирической зависимости плотности тока в области катода (21) с использованием зависимости  $\sigma = \sigma(T, p)$  и соотношения (22). При этом напряженность электрического поля  $E$  при  $z = 0$  полагается независящей от координаты  $r$  и соответствующей  $j_0$  и  $\sigma(T_c)$ , где  $T_c$  — максимальная температура плазмы вблизи поверхности катода, определяемая по литературным данным [19] или экспериментально.

При определении распределений температуры и скорости основного плазмообразующего газа, поступающего в рабочий канал плазмотрона через соосный кольцевой канал  $R_c \leq r \leq R_1$  в сечении  $z = Z_c$ , исходим из условий, что в канал плазмотрона истекает однородный изотермический поток газа с температурой, равной температуре  $T_w$  стенки. Тогда при  $R_c \leq r \leq R_1$  и  $z = Z_c$  получим

$$T(r, Z_c) = T_w; \quad u(r, Z_c) = u_2 \equiv \frac{G_2}{\pi \rho_2 (R_1^2 - R_c^2)}, \quad (23)$$

где  $\rho_2$  — плотность основного плазмообразующего газа, подаваемого в плазмформирующий канал.

Граничные условия для  $\bar{k}$  и  $\varepsilon$  на выходе из кольцевого канала для подачи основного плазмообразующего газа выбираются по аналогичным (20) зависимостям в соответствии с условием (23).

**Результаты компьютерного моделирования.** Поставленная задача решалась численно методом конечных разностей [20, 21]. Использовалась основная разностная схема для интегрирования систем уравнений типа уравнений пограничного слоя [22]. Дифференциальные уравнения второго порядка (2), (3), (12), (13) аппроксимировались по неявной двухслойной шеститочечной разностной схеме, а уравнение первого порядка (1) — по явной четырехточечной. Полученная алгебраическая система разностных уравнений решалась методом прогонки с применением послыонных итераций по  $z$ , наряду с которыми использовались глобальные итерации по давлению.

На основе описанной выше модели, алгоритмов и методов численного решения используемых дифференциальных уравнений разработано программ-

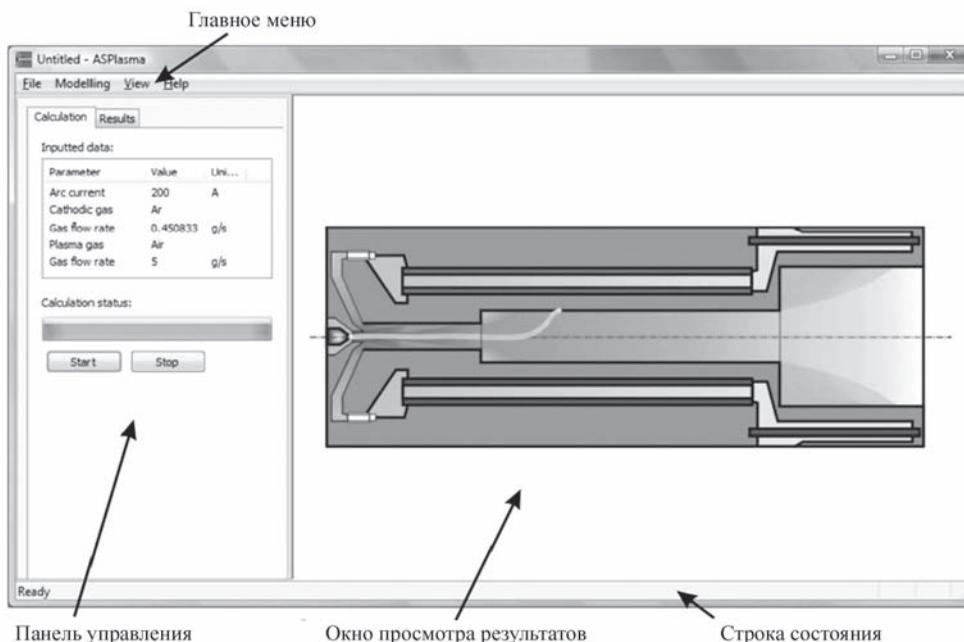


Рис. 3. Главное окно программного комплекса ASPlasma

ное обеспечение ASPlasma (рис. 3), с помощью которого можно рассчитывать и отображать ключевые характеристики протекающих процессов, включая пространственные распределения скорости и температуры плазмы, электрические и энергетические характеристики дугового разряда в зависимости от режима работы исследуемого плазмотрона.

С использованием ASPlasma проведен детальный численный анализ тепловых, газодинамических и электромагнитных характеристик плазмы в рассматриваемом плазмотроне (см. рис. 1). Расчет распределенных и интегральных характеристик дуговой плазмы проводили при следующих значениях геометрических параметров канала катод-

ного сопла и плазмформирующего канала плазмотрона:  $R_C = 1,5$  мм;  $R_1 = 4$  мм;  $R_2 = 8$  мм;  $R_3 = 22,5$  мм;  $Z_C = 3$  мм;  $Z_1 = 53$  мм;  $Z_2 = 178$  мм;  $Z_3 = 238$  мм при длине дуги  $Z_A = 78 \dots 103$  мм.

Следует отметить, что длина дуги в используемой модели является внешним параметром, для определения которого необходимо привлечение экспериментальных данных в виде вольт-амперных характеристик дуги, горящей в рассматриваемом плазмотроне.

При проведении всех расчетов параметры режима работы плазмотрона выбирали соответствующими реальным диапазонам режимов работы таких плазмотронов, например, в установке для высокотемпературного плазменного пиролиза отходов: ток дуги  $I = 100 \dots 400$  А; расход плазмообразующего газа, используемого для защиты катода (аргона),  $G_1 = 0,45$  г/с ( $1$  м<sup>3</sup>/ч); массовый расход основного плазмообразующего газа (воздуха или водяного пара)  $G_2 = 2 \dots 10$  г/с; давление на выходе канала плазмотрона атмосферное. Начальная температура основного плазмообразующего газа (воздуха или водяного пара), подаваемого в канал, соответствует температуре стенок плазмформирующего канала плазмотрона и принимается равной  $400$  К.

На рис. 4–7 представлены распределенные и интегральные характеристики турбулентного течения дуговой плазмы воздуха и водяного пара в канале рассматриваемого плазмотрона при  $Z_A = 78$  мм. В частности, на рис. 4 изображены аксиальные зависимости осевых значений температуры и скорости плазмы, а также показано распределение давления по длине канала при токе дуги  $I = 200$  А и расходе основного плазмообразующего газа  $G_2 = 5$  г/с. На рис. 5 представлены радиальные распределения температуры и аксиальной компоненты скорости плазмы в характерных сечениях канала плазмотрона при тех же значениях тока дуги и массового расхода плазмообразующего газа.

Как следует из расчетных данных, приведенных на этих рисунках, на начальном участке электрической дуги в рассматриваемом плазмотроне происходит существенное снижение температуры дуговой плазмы от  $25000$  К (рис. 4, *a* и кривую 1 на рис. 5, *a*, *б*), что характерно для выходного сечения катодного канала, до приблизительно  $14000$  К (рис. 4, *a* и кривую 2 на рис. 5, *a*, *б*) в выходном сечении первого участка плазмформирующего канала ( $z = Z_1$ ). Это связано с интенсивным отбором энергии у центрального высокотемпературного потока аргоновой плазмы более холодным основным плазмообразующим газом (воздухом или водяным паром), который, кроме всего прочего, имеет и более высокую теплоемкость (см.

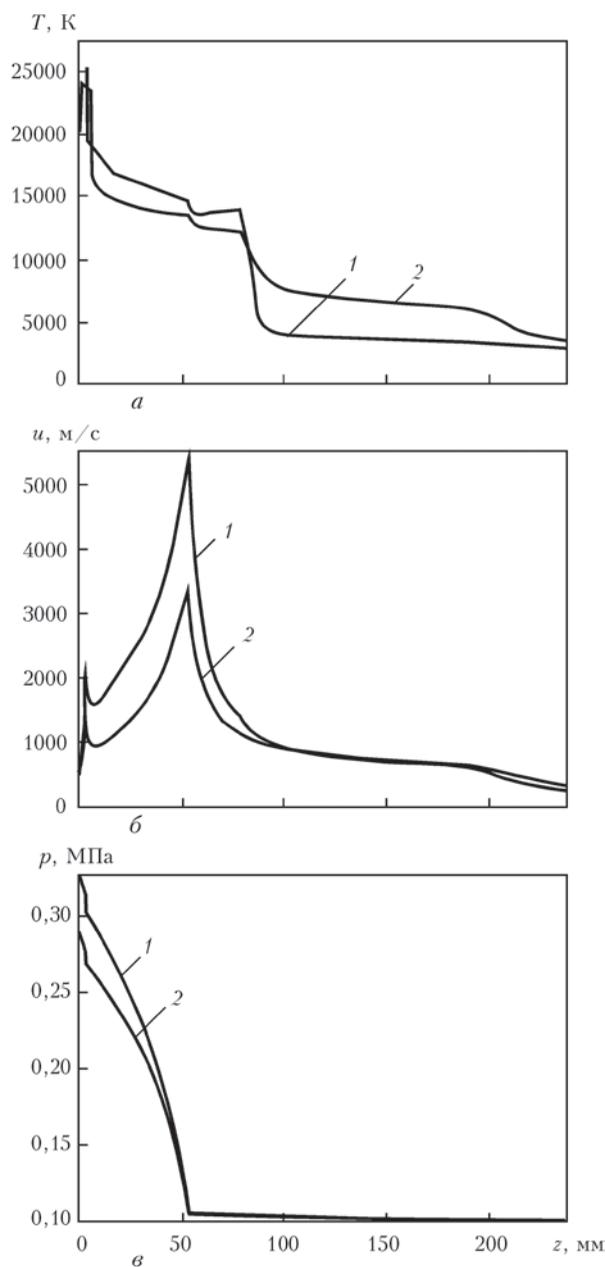


Рис. 4. Распределение осевых значений температуры (*a*), скорости (*б*) плазмы, давления (*в*) по длине канала при  $I = 200$  А,  $G_2 = 5$  г/с: 1 — водяной пар; 2 — воздух

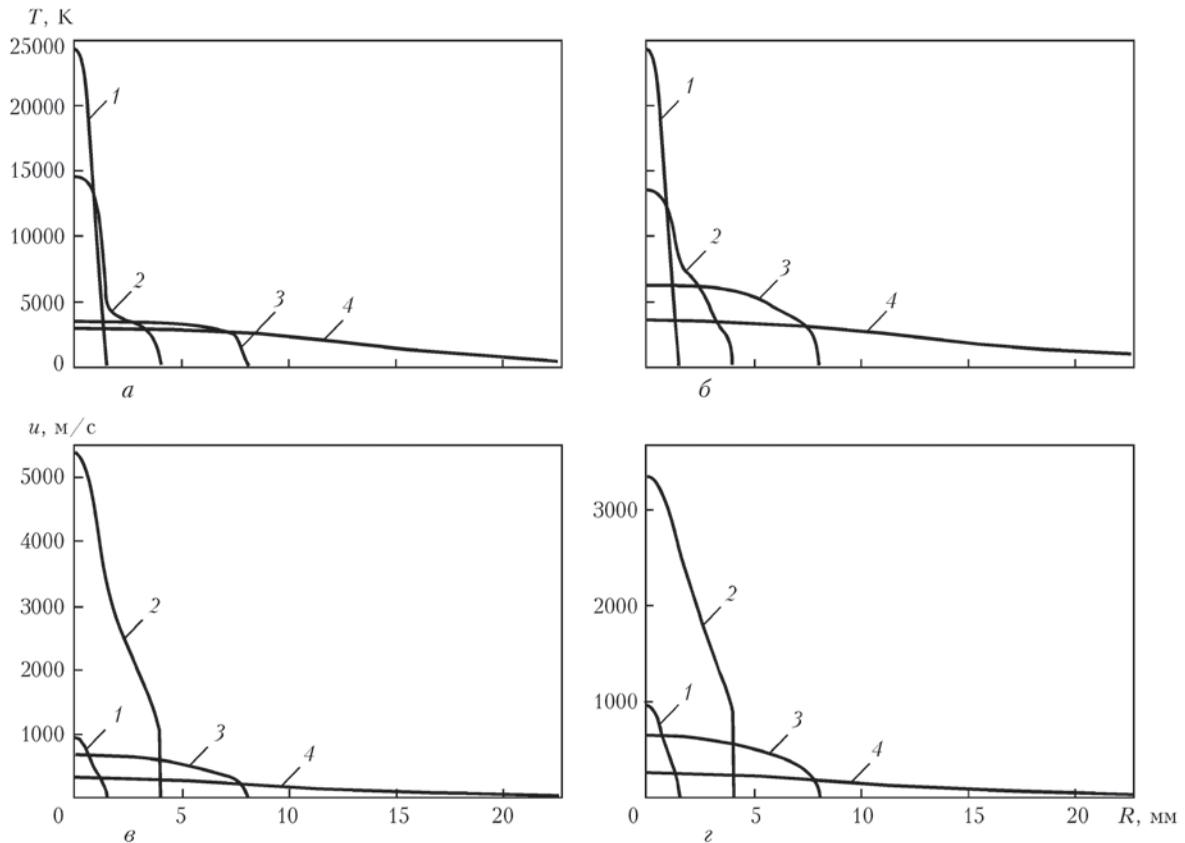


Рис. 5. Радиальные распределения температуры (*а, б*), скорости (*в, г*) плазмы водяного пара (*а, в*) и воздуха (*б, г*) в различных сечениях плазмформирующего канала: 1 —  $z = Z_C$ ; 2 —  $z = Z_1$ ; 3 —  $z = Z_2$ ; 4 —  $z = Z_3$

рис. 2). При  $z \geq Z_A$ , т. е. при переходе к бестоковому участку течения, происходит еще одно достаточно резкое снижение температуры плазмы, вплоть до приблизительно 7000 К для воздуха и 4000 К для водяного пара (см. рис. 4, *а* и кривую 3 на рис. 5, *а, б*), на выходе второго (анодного) участка канала ( $z = Z_2$ ), что связано с исчезновением здесь основного источника тепла в плазме — джоулева тепловыделения.

Скорость плазмы по оси канала вначале падает (см. рис. 4, *б*), что связано с торможением осевого потока аргоновой плазмы более медленным коаксиальным потоком основного плазмообразующего газа, подаваемого в плазмформирующий канал на этом участке. Затем она достаточно быстро возрастает, достигая значений свыше 3000 м/с для воздуха и 5000 м/с для водяного пара (см. рис. 4, *б* и кривую 2 на рис. 5, *в, г*), что обусловлено большим расходом основного плазмообразующего газа и его постепенным прогревом электрической дугой. При этом пристеночный кольцевой поток более холодного плазмообразующего газа будет препятствовать расширению осевого плазменного потока, истекающего из катодного сопла [12], поэтому на начальном этапе их взаимодействия ядро плазменного потока расширяется незначительно. Таким образом, область  $Z_C \leq z \leq Z_1$  представля-

ет собой достаточно сложный участок течения, характеризующийся постепенным вовлечением холодного газа в поток дуговой плазмы за счет процессов обмена импульсом и энергией между различными зонами течения.

За первым уступом плазмформирующего канала ( $z \geq Z_1$ ) скорость дуговой плазмы падает вследствие существенного увеличения площади его поперечного сечения, снижаясь до значений 600...700 м/с на выходе анодного участка ( $z = Z_2$ ).

Давление в рассматриваемом плазмтроне заметно падает только на участке катодного сопла и первом участке плазмформирующего канала, оставаясь далее практически постоянным (см. рис. 4, *в*), что связано с малым газодинамическим сопротивлением второго (анодного) участка и выходного насадка плазмтрона.

Как видно, пространственные распределения характеристик плазмы водяного пара в рассматриваемом плазмтроне качественно повторяют соответствующие распределения для воздушной плазмы. Что касается количественных отличий, то следует отметить, что при прочих равных условиях ( $I = 200$  А,  $G_2 = 5$  г/с) температура плазмы водяного пара на выходе второго (анодного) участка плазмформирующего канала оказывает-

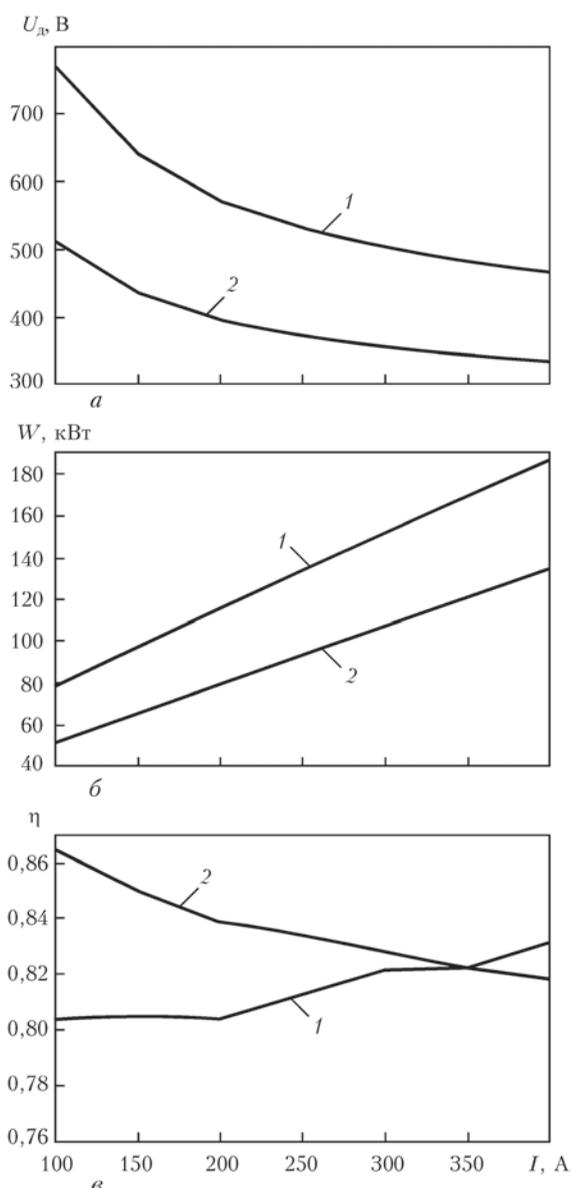


Рис. 6. Вольт-амперная характеристика (а), зависимость электрической мощности плазматрона (б) и его КПД (в) от тока дуги при  $G_2 = 5$  г/с: 1, 2 — см. рис. 4

ся несколько ниже соответствующей температуры воздушной плазмы, что, по всей вероятности, связано с большей по сравнению с воздухом теплоемкостью пара. И наоборот, скорость плазмы водяного пара оказывается несколько выше, что можно объяснить его меньшей плотностью. Более высоким также оказывается и перепад давлений по длине канала.

На рис. 6 приведены расчетные зависимости интегральных характеристик плазматрона от тока дуги и расхода основного плазмообразующего газа (воздуха или водяного пара). Как следует из рис. 6, а, расчетная вольт-амперная характеристика дуги в рассматриваемом плазматроне является падающей, тогда как зависимость напряжения на дуге от расхода плазмообразующего газа при постоянном токе дуги имеет возрастающий характер

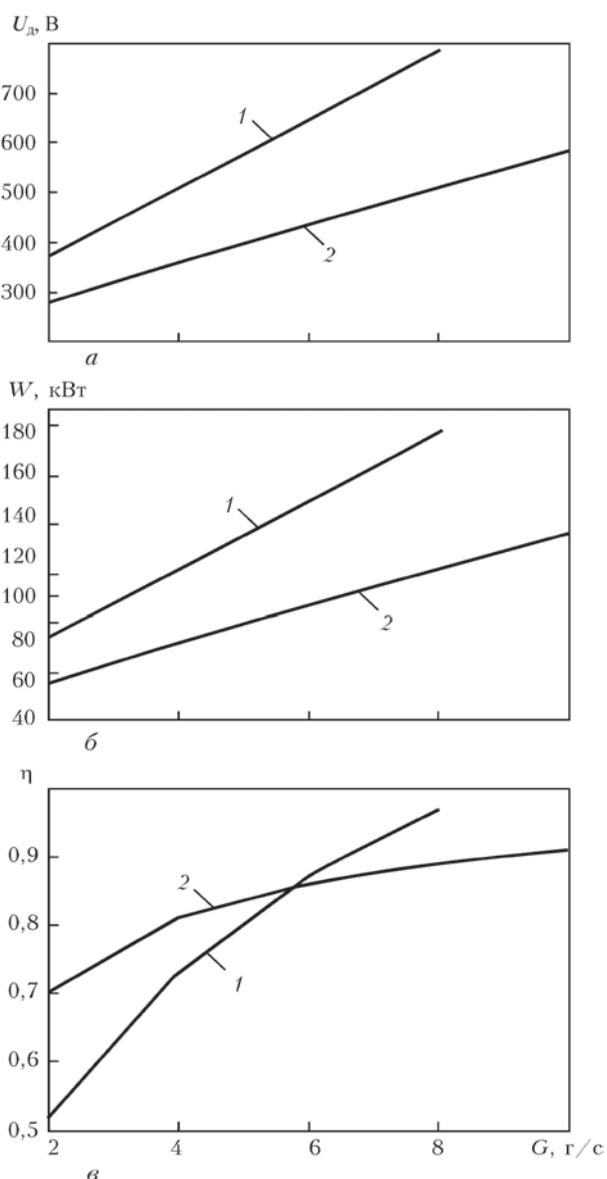


Рис. 7. Зависимость напряжения на дуге (а), электрической мощности плазматрона (б) и его КПД (в) от расхода плазмообразующего газа при  $I = 200$  А: 1, 2 — см. рис. 4

(рис. 7, а). Значение КПД плазматрона в малой степени зависит от изменения тока дуги (рис. 6, в), а при увеличении расхода плазмообразующего газа существенно возрастает (рис. 7, в). И наконец, расчетная электрическая мощность плазматрона практически линейно возрастает при увеличении как тока дуги (рис. 6, б), так и расхода основного плазмообразующего газа (рис. 7, б).

Полученные расчетные данные свидетельствуют о существенном влиянии рода основного плазмообразующего газа (воздуха или водяного пара) и параметров режима работы плазматрона (тока дуги и расхода плазмообразующего газа) на электрические и энергетические характеристики плазматрона, а также тепловые и газодинамические характеристики генерируемого им плазменного потока. В частности, при работе на воздухе

( $G_2 = 5$  г/с) среднemasсовая температура и максимальная скорость генерируемого плазменного потока на выходе плазмотрона изменяются от 4243 К и 416 м/с ( $I = 100$  А) до 6572 К и 985 м/с ( $I = 400$  А) и соответственно при  $I = 200$  А — от 6175 К и 398 м/с ( $G_2 = 2$  г/с) до 4823 К и 853 м/с ( $G_2 = 10$  г/с). При работе на водяном паре ( $G_2 = 5$  г/с) значения указанных величин изменяются от 3025 К и 509 м/с ( $I = 100$  А) до 3550 К и 973 м/с ( $I = 400$  А), а при  $I = 200$  А — от 3195 К и 358 м/с ( $G_2 = 2$  г/с) до 3280 К и 951 м/с ( $G_2 = 8$  г/с).

## Выводы

1. Разработанная математическая модель физических процессов, протекающих в паровоздушных плазмотронах с тугоплавким катодом, применяемых, в частности, в плазмотронах установки для высокотемпературного (плазменного) пиролиза медицинских и других опасных отходов, позволяет проводить численный анализ распределенных и интегральных характеристик потока дуговой плазмы, генерируемой плазмотроном, в широких диапазонах изменения тока дуги и расхода плазмообразующего газа, в качестве которого может использоваться воздух или водяной пар. Для компьютерной реализации данной модели создано программное обеспечение с графическим интерфейсом, которое может использоваться для выбора оптимальных параметров режима работы плазмотрона и дальнейшего совершенствования его конструкции.

2. Результаты численного исследования характеристик дуговой плазмы в рассматриваемом плазмотроне показали существенное влияние рода плазмообразующего газа на электрические и энергетические характеристики дуги, а также на тепловые и газодинамические характеристики генерируемого потока плазмы. В частности, напряжение на дуге, а следовательно, мощность плазмотрона, работающего на водяном паре, при прочих равных условиях оказываются существенно выше, чем при работе на воздухе. При этом среднemasсовая температура плазмы водяного пара в выходном сечении плазмотрона ниже соответствующей температуры воздушной плазмы, а скорость плазмы водяного пара, напротив, выше, что связано с особенностями теплофизических свойств и коэффициентов переноса рассматриваемых плазмообразующих газов.

1. *Non-incineration* medical waste treatment technologies. A resource for hospital administrators, facility managers, health care professionals, environmental advocates and community members / Health care without harm. — August, 2001. — www.noharm.org.

2. *Pat.* 5534659, USA, A 62 D 3/00. Apparatus and method for treating hazardous waste / M. D. Springer, T. Barkley, W.C. Burns. — Publ. 09.07.96.
3. *PEAT* International. — <http://www.peat.com>.
4. *Startech Environmental* Corp. — <http://www.startech.net>.
5. *Перспективы* применения плазменных технологий для уничтожения и переработки медицинских и других опасных отходов / Б. Е. Патон, А. В. Чернец, Г. С. Маринский и др. // Современ. электрометаллургия. — 2005. — № 3. Ч. I. — С. 54–63; № 4. Ч. II. — С. 52–60.
6. *Применение* пароплазменного процесса для пиролиза органических, в том числе медицинских и других опасных отходов / С. В. Петров, Г. С. Маринский, А. В. Чернец и др. // Там же. — 2006. — № 2. — С. 61–65.
7. *Пароплазменная* технология переработки опасных органических отходов / С. В. Петров, В. Н. Коржик, Г. С. Маринский и др. // Тез. докл. VII Междунар. науч.-техн. конф. «Энерго- и материалосберегающие экологически чистые технологии», г. Гродно, Беларусь, 27–28 сент. 2007 г. — С. 20–22.
8. *Electric arc steam plasma conversion of medicine waste and carbon containing materials* / С. В. Петров, В. Н. Коржик, Г. С. Маринский и др. // Proc. of the XVII Intern. conf. on gas discharges and their applications, Cardiff, Wales, Sept. 7–12, 2008. — Cardiff: Cardiff University, 2008. — P. 465–468.
9. *Лойцянский Л. Г.* Механика жидкости и газа. — М.: Наука, 1973. — 847 с.
10. *Теория* столба электрической дуги / Под ред. М. Ф. Жукова. — Новосибирск: Наука, 1990. — 376 с.
11. *Computer-aided simulation and experimental study of dusted plasma jets emitting into limited space* / Yu. S. Borisov, A. V. Chernyshov, I. V. Krivtsov et al. // Proc. of the National thermal spray conf., Boston, USA, 20–24 June, 1994. — Boston, 1994. — P. 361–366.
12. *Математическая* модель дуговой плазмы, генерируемой плазмотроном с проволокой-анодом / М. Ю. Харламов, И. В. Кривцун, В. Н. Коржик и др. // Автомат. сварка. — 2007. — № 12. — С. 14–20.
13. *Boulos M. I., Fauchais P., Pfender E.* Thermal plasmas: Fundamentals and applications. — New York; London: Plenum Press, 1994. — Vol. 1. — 467 p.
14. *Coufal O.* Composition and thermodynamic properties of thermal plasma up to 50 kK // J. Phys. D: Appl. Phys. — 2007. — 40. — P. 3371–3385.
15. *Starchyk P. D., Porytsky P. V.* On the properties of the nonideal plasma of electrical pulse discharges in water // Problems of Atomic Sci. and Techn. — 2008. — № 6. — P. 207–209.
16. *Lauder B. E., Spalding D. B.* The numerical computation of turbulent flows // Computer Methods in Applied Mechanics and Eng. — 1990. — № 8. — P. 269–289.
17. *Иевлев В. М.* Турбулентное движение высокотемпературных сплошных сред. — М.: Наука, 1975. — 254 с.
18. *Wilcox D. C.* Turbulence modeling for CFD. — Clendale, California: Griffin Printing, 1994. — 460 p.
19. *Приэлектродные* процессы в дуговых разрядах / М. Ф. Жуков, Н. П. Козлов, А. В. Пустогаров и др. — Новосибирск: Наука, 1982. — 157 с.
20. *Самарский А. А.* Введение в теорию разностных схем. — М.: Наука, 1971. — 552 с.
21. *Андерсон Д., Таннехилл Дж., Плетчер Р.* Вычислительная гидромеханика и теплообмен: В 2 т. Т. 1. — М.: Мир, 1990. — 384 с.
22. *Пасконов В. М., Полежаев В. И., Чудов Л. А.* Численное моделирование процессов тепло- и массообмена. — М.: Наука, 1984. — 286 с.

### 3.1.5. МОДЕЛИРОВАНИЕ ХАРАКТЕРИСТИК ПЛАЗМЫ СЖАТОЙ ДУГИ ПРИ ВОЗДУШНО-ПЛАЗМЕННОЙ РЕЗКЕ НА ПРЯМОЙ И ОБРАТНОЙ ПОЛЯРНОСТЯХ\*

М.Ю. ХАРЛАМОВ, И.В. КРИВЦУН, В.Н. КОРЖИК, В.И. ТКАЧУК, В.Е. ШЕВЧЕНКО, В.К. ЮЛОГИН, ВУ БОЙИ, А.И. СИТКО, В.Е. ЯРОШ

**Введение.** В настоящее время плазменная резка получила широкое распространение в промышленности, прежде всего, благодаря высокой производительности и точности процесса резания, а также другим факторам, обеспечивающим конкурентные преимущества перед прочими способами тепловой резки [1, 2]. Так, например, лазерная резка уступает из-за высокой себестоимости, а также существенного ограничения по толщине разрезаемых заготовок (для металлов примерно 4 мм); кислородная резка уступает плазменной по качеству реза, причем эффективность процесса резания во многом определяется чистотой кислорода. При этом более широкое применение плазменной резки на практике сдерживается рядом ограничений, свойственных данной технологии, среди которых прежде всего следует отметить толщину разрезаемых заготовок, для сталей ограниченную примерно 70 мм [1]. Поэтому перед специалистами, занимающимися развитием технологий плазменной резки, прежде всего ставятся задачи увеличения максимальной толщины реза наряду с увеличением скорости резания и точности вырезания заготовок, снижения удельных энергозатрат и др. Решение этих задач возможно путем увеличения погонной энергии в зоне реза, а также обеспечения более равномерного распределения тепла по толщине реза наряду с созданием благоприятных газодинамических условий для выдувания расплавленного материала.

Технологические возможности развития оборудования для широко применяемой на практике плазменной резки на прямой полярности практически исчерпаны, что связано с физикой протекающих при этом процессов. В этой связи актуальным и в полной мере удовлетворяющим требованиям современной промышленности направлением развития этих технологий является плазменная резка с использованием дуги обратной полярности [1–3]. Однако несмотря на то, что плазменная резка на обратной полярности развивается с 1970-х годов, процесс

остаётся все еще недостаточно изученным, что не позволяет конструировать надежные высокопроизводительные режущие плазмотроны. Развитие же процессов плазменной резки, наряду с созданием соответствующего оборудования (плазмотронов), тесно связано с глубоким и всесторонним изучением физических процессов, протекающих как в таких плазмотронах, так и в обрабатываемом материале. В частности, большое влияние на производительность, стабильность, а также результирующие показатели качества плазменно-дуговых процессов обработки материалов оказывают газодинамические, тепловые и электрические характеристики дуговой плазмы, генерируемой такими плазмотронами. При этом ввиду сложности данных процессов большое значение при проведении исследований, направленных на совершенствование конструкций плазмотронов и выбор оптимальных режимов их работы, играют методы математического моделирования. Разработка математической модели дуговой плазмы, генерируемой режущими плазмотронами при их работе как на прямой, так и на обратной полярностях, а также ее использование для выполнения численных экспериментов и было целью данной работы.

Имеется достаточное количество публикаций, посвященных теоретическим исследованиям газодинамических, тепловых и электромагнитных процессов в плазме, генерируемой плазмотронами, работающими на прямой полярности (см., например, [4–8]). Разработаны адекватные математические модели плазмотронов с дугой как прямого, так и косвенного действия, позволяющие учесть множество факторов, включая геометрические параметры рабочего канала плазматрона, турбулентный характер течения плазмы, неоднородность электромагнитного поля [9] и др. Основу данных моделей составляет система магнитогазодинамических (МГД) уравнений Навье–Стокса [4–6], замыкаемая дополнительными уравнениями или соотношениями, описывающими используемую модель турбулентности, магнитную составля-

\*Автоматическая сварка. — 2015. — № 10. — С. 11–19.

ющую давления и т.д. При этом в большинстве случаев с успехом может быть применена упрощенная система МГД-уравнений в приближении пограничного слоя, полученная из условия малости аксиальных градиентов температуры и скорости плазмы по сравнению с радиальными [10]. Для описания электромагнитных характеристик дуги при этом используется упрощенная модель, основанная на допущении о малости радиальной компоненты плотности электрического тока по сравнению с аксиальной ( $j_r \ll j_z$ ). В случае плазмотронов прямого действия, в которых часть дуги горит в открытом пространстве, для более корректного описания электромагнитных характеристик дуги применяется уравнение Максвелла [9], для решения которого граничными условиями выступают распределения электромагнитных характеристик дуги в приэлектродных областях, которые задаются на основе экспериментальных данных. Наиболее исследованными здесь являются процессы на тугоплавком (вольфрамовом) катоде и в прикатодной области дуги прямой полярности, горящей в различных инертных газах.

В то же время отсутствуют модели, описывающие характеристики электродуговой плазмы, генерируемой плазмотронами с дугами обратной полярности. В частности, в процессе плазменной резки электрическая дуга обратной полярности беспрестанно меняет свою длину, находясь во взаимодействии с газовым потоком, электромагнитными полями, стенками электрода, соплового канала и полости реза, что делает протекающие процессы сложными для математического описания. В этой связи при построении математической модели режущего плазмотрона рациональным представляется использование МГД-уравнений Навье–Стокса совместно с данными измерений интегральных и распределенных характеристик дуговой плазмы, генерируемой плазмотронами, работающими на обратной полярности. Данные таких измерений приводятся, например, в работе [2] и, по сути, позволяют подобрать необходимые

для дальнейших расчетов распределения параметров плазмы в приэлектродных областях. Использование данных принципов и послужило основой для построения математической модели режущих плазмотронов с дугой как прямой, так и обратной полярностей.

**Постановка задачи.** Для построения математической модели плазменной дуги при воздушно-плазменной резке на прямой и обратной полярностях рассмотрим схему плазмотрона, представленную на рис. 1. Примем, что сжатая дуга прямого действия горит между полым электродом (анодом или катодом, в зависимости от полярности дуги) и разрезаемым металлом, замыкаясь в полости реза. Дуга горит как во внутренних областях — канале плазмотрона и полости реза, так и на открытом участке между срезом сопла плазмотрона и поверхностью разрезаемого изделия (рис. 1). Полый электрод с внутренним радиусом  $R_p$  располагается на расстоянии  $Z_1$  от среза выходного сопла плазмотрона, с областью привязки дуги при  $z = Z_p$ . Плазмообразующий газ с объемным расходом  $G$  подается закрученным через кольцевой канал  $Z_1 \leq z \leq Z_2$  при  $r = R_p$ . Далее плазмообразующий газ нагревается и ускоряется электрической дугой и проходя через конфузур ( $Z_3 \leq z \leq Z_4$ ) и выходное сопло радиусом  $r = R_e$  и длиной  $Z_4$  истекает во внешнюю среду. Расширяющаяся во внешней области дуга затем переходит в полость реза, оказываясь зажатай его стенками. Местоположение опорного пятна дуги в полости реза ( $z = Z_c$ ) может меняться в пределах толщины разрезаемого изделия, т.е. в области  $Z_{c1} \leq z \leq Z_{c2}$ .

Будем рассматривать наиболее простой вариант стационарного разряда в осесимметричных плазмотронах, работающих в турбулентном режиме течения плазмообразующего газа, когда влияние факторов электромагнитной природы на характер турбулентности можно не учитывать, т. е. считать ее чисто газодинамической. Последнее означает, что пульсациями плотности тока, напряженности магнитного поля, а также коэффициента электро-

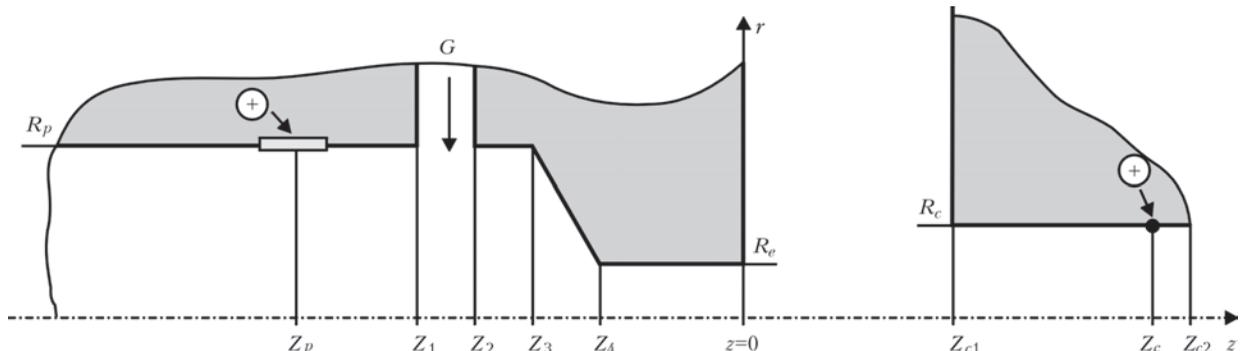


Рис. 1. Расчетная схема режущего плазмотрона и разрезаемого изделия при резке на прямой и обратной полярностях

проводности можно пренебречь, рассматривая эти величины как осредненные.

Для математического описания течения дуговой плазмы в режущем плазмотроне будем использовать следующие допущения:

- рассматриваемая плазменная система обладает цилиндрической симметрией, а протекающие процессы предполагаются стационарными;
- возмущения, вносимые в поток при обтекании уступов в плоскостях расширений канала, не оказывают существенного влияния на тепловые и газодинамические характеристики струи;
- плазма находится в состоянии локального термодинамического равновесия, собственное излучение плазмы — объемное;
- основным механизмом нагрева плазмы является джоулево тепловыделение (работой сил давления и вязкой диссипацией можно пренебречь), а перенос энергии в плазменном потоке происходит за счет теплопроводности и конвекции (естественная конвекция в расчет не принимается);
- течение плазмы вязкое, дозвуковое, режим течения турбулентный;
- внешние магнитные поля отсутствуют.

Следует также принять во внимание тангенциальный ввод плазмообразующего газа в рабочий канал плазмотрона и его относительно большой расход.

**Основные уравнения.** С учетом сделанных допущений газодинамические и тепловые характеристики плазменного потока, генерируемого режущим плазмотроном, могут быть описаны следующей системой МГД-уравнений (с закруткой газа) в приближении турбулентного пограничного слоя для осредненных по времени значений температуры и скорости плазмы [5, 6, 10]:

$$\frac{\partial}{\partial z}(\rho u) + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r}(r \rho \bar{v}) = 0; \quad (1)$$

$$\rho \left( u \frac{\partial u}{\partial z} + \bar{v} \frac{\partial u}{\partial r} \right) = \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left( r \bar{\eta} \frac{\partial u}{\partial r} \right) - \frac{\partial}{\partial z} \left( p + \mu_0 \frac{H_\phi^2}{2} \right); \quad (2)$$

$$\rho \left( u \frac{\partial w}{\partial z} + \bar{v} \frac{\partial w}{\partial r} \right) = \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left( r \bar{\eta} \left( \frac{\partial w}{\partial r} - 2w \right) \right); \quad (3)$$

$$\rho C_p \left( u \frac{\partial T}{\partial z} + \bar{v} \frac{\partial T}{\partial r} \right) = \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left( r \bar{\chi} \frac{\partial T}{\partial r} \right) + \frac{j^2}{\sigma} - \psi. \quad (4)$$

Здесь  $T$  — осредненная температура плазмы;  $\bar{v} = (\rho v + \rho' v') / \rho$ , где  $v$  — осредненная радиальная скорость,  $\rho$  — осредненная плотность плазмы,  $\rho'$  и  $v'$  — пульсации плотности и радиальной скорости;  $u$  — осредненная аксиальная скорость плазмы;  $w$  — осредненная азимутальная скорость вращения;  $p$  — давление;  $C_p$  — удельная теплоемкость плазмы при постоянном давлении;  $\sigma$  — удельная

электропроводность плазмы;  $\mathbf{j}$  — вектор плотности электрического тока;  $\psi$  — объемная плотность мощности собственного излучения;  $\bar{\eta}$  и  $\bar{\chi}$  — полные коэффициенты динамической вязкости и теплопроводности плазмы, представляющие собой суммы молекулярной и турбулентной вязкости и теплопроводности соответственно;  $\mu_0$  — универсальная магнитная постоянная;  $H_\phi$  — азимутальная составляющая магнитного поля тока дуги:

$$H_\phi = \frac{1}{r} E_z \int_0^r \sigma r dr, \quad (5)$$

где  $E_z$  — осевая составляющая напряженности электрического поля. В рамках используемого приближения пограничного слоя описание распределенных электромагнитных характеристик дуги проводится при условии  $j_r \ll j_z$ . В этом случае слагаемое  $j^2/\sigma$  в уравнении (4), описывающее выделение энергии в плазме за счет протекания электрического тока, примет вид  $j_z^2/\sigma$ . При этом осевая составляющая напряженности электрического поля дуги практически постоянна по сечению канала [6] и определяется из условия сохранения полного тока:

$$I = 2\pi E_z \int_0^{R_\sigma(z)} \sigma r dr, \quad (6)$$

где  $R_\sigma(z)$  — радиус токопроводящей области. Учитывая, что за пределами этой области проводимость плазмы практически равна нулю, в качестве верхнего предела интегрирования в формуле (6) можно использовать радиус расчетной области, т.е. в канале ( $z < 0$ ) положить его равным радиусу канала  $R_\sigma(z) = R_p(z)$ , где  $R_p(z) = R_p$  при  $z < Z_2$ ,  $R_p(z) = R_e$  при  $Z_4 \leq z < 0$  и  $R_p(z) = R_e + ((z - Z_4)/(Z_3 - Z_4))(R_p - R_e)$  при  $Z_3 \leq z < Z_4$ ; в открытой области ( $0 \leq z \leq Z_{c1}$ )  $R_\sigma(z) = R$  и в полости реза ( $Z_{c1} < z \leq Z_{c2}$ )  $R_\sigma(z) = R_c$  (см. рис. 1).

Распределение давления в пределах плазмоформирующего канала ( $z \leq 0$ ) определяется с учетом магнитной составляющей давления и закрутки газа:

$$p = p_{ext} - \int_z^0 \frac{dp_c}{dz} dz + \mu_0 E_z \int_r^{R_p(z)} \sigma H_\phi dr - \int_r^{R_p(z)} \rho \frac{w^2}{r} dr, \quad (7)$$

где  $p_{ext}$  — давление во внешней среде.

Градиент газостатического давления  $dp_c/dz$  в приближении пограничного слоя также постоянен по сечению канала [10] и определяется из условия сохранения полного массового расхода плазмообразующего газа:

$$\rho_0 G = 2\pi \int_0^{R_p(z)} \rho u r dr, \quad (8)$$

где  $\rho_0$  — массовая плотность газа при нормальных условиях;  $G$  — объемный расход газа. На открытом участке разряда, а также в полости реза ( $z > 0$ ) давление определяется выражением:

$$p = p_{ext} + \mu_0 E_z \int_r^{R_c(z)} \sigma H_\phi dr - \int_r^{R_c(z)} \rho \frac{w^2}{r} dr. \quad (9)$$

Система уравнений (1)–(9) дополняется соотношениями

$$\begin{aligned} \rho &= \rho(T, p); \quad C_p = C_p(T, p); \quad \chi = \chi(T, p); \\ \eta &= \eta(T, p); \quad \sigma = \sigma(T, p); \quad \psi = \psi(T, p), \end{aligned} \quad (10)$$

определяющими зависимости термодинамических характеристик, молекулярных коэффициентов переноса и оптических свойств плазмы от температуры и давления. Подробные таблицы указанных величин для используемых плазмообразующих газов приведены, например, в [6, 11].

На участке бестокового (инерционного) течения плазмы, который при описанных условиях может существовать в полости реза за областью привязки дуги ( $z > Z_c$ ) может быть использована эта же система газодинамических уравнений, полагая при этом  $E_z = H_\phi = 0$ .

**Моделирование турбулентности.** Коэффициенты динамической вязкости и теплопроводности плазмы, используемые в приведенных выше уравнениях, имеют вид

$$\bar{\eta} = \eta + \eta_t; \quad \bar{\chi} = \chi + \chi_t,$$

где  $\eta, \chi$  — коэффициенты молекулярной вязкости, определяемые согласно (10);  $\eta_t, \chi_t$  — коэффициенты турбулентной вязкости и теплопроводности.

Для определения турбулентных коэффициентов переноса использовалась  $k$ - $\varepsilon$  модель [12], в рамках которой коэффициенты турбулентной вязкости и теплопроводности определяются следующими выражениями:

$$\eta_t = \frac{C_\mu \rho \bar{k}^2}{\varepsilon}, \quad (11)$$

$$\chi_t = \eta_t \frac{C_p}{Pr_t}, \quad (12)$$

где  $\bar{k}$  — кинетическая энергия турбулентности;  $\varepsilon$  — скорость диссипации турбулентности;  $C_\mu$  — эмпирическая константа, равная 0,09;  $Pr_t$  — турбулентное число Прандтля, которое выбирается согласно рекомендациям [13] или принимается равным единице [6]. Уравнение турбулентной вязкости замыкается уравнениями переноса для кинетической энергии турбулентности и скорости диссипации:

$$\rho \left( u \frac{\partial \bar{k}}{\partial z} + \bar{v} \frac{\partial \bar{k}}{\partial r} \right) = \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left[ r \left( \eta + \frac{\eta_t}{Pr_k} \right) \frac{\partial \bar{k}}{\partial r} \right] + G - \rho \varepsilon; \quad (13)$$

$$\begin{aligned} \rho \left( u \frac{\partial \bar{\varepsilon}}{\partial z} + \bar{v} \frac{\partial \bar{\varepsilon}}{\partial r} \right) &= \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left[ r \left( \eta + \frac{\eta_t}{Pr_\varepsilon} \right) \frac{\partial \bar{\varepsilon}}{\partial r} \right] + \\ &+ C_1 G \frac{\varepsilon}{k} - C_2 \rho \frac{\varepsilon^2}{k}. \end{aligned} \quad (14)$$

Здесь  $G = \eta_t \left( \frac{\partial u}{\partial r} \right)^2$  — источниковый член,  $C_1, C_2, Pr_\varepsilon$  — константы  $k$ - $\varepsilon$  модели турбулентности, равные 1,44; 1,92; 1,3 и 1,0 соответственно.

**Граничные условия.** Для замыкания описанной системы уравнений необходимо задать граничные и начальные (входные) условия, соответствующие рассматриваемым условиям плазменной резки (см. рис. 1).

На оси симметрии системы ( $r = 0$ ) полагались справедливыми условия:

$$\frac{\partial T}{\partial r} = 0; \quad \frac{\partial u}{\partial r} = 0; \quad \bar{v} = 0; \quad \frac{\partial \bar{k}}{\partial r} = 0; \quad \frac{\partial \varepsilon}{\partial r} = 0. \quad (15)$$

На стенках плазмотрона, т.е. при  $z \leq 0$  и  $r = R_p(z)$ , ставятся условие «прилипания» и задается температура охлаждаемой стенки  $T_w$ , т.е.

$$u = \bar{v} = w = 0; \quad T = T_w. \quad (16)$$

Для задания величин  $\bar{k}$  и  $\varepsilon$  вблизи стенки канала необходимо использовать пристеночную функцию [12, 14], определяя указанные величины следующим образом:

$$\bar{k} = \frac{u_*^2}{\sqrt{C_\mu}}, \quad \varepsilon = \frac{u_*^3}{k_0 (R_c - r)}, \quad (17)$$

где  $k_0 = 0,41$ , а  $u_*$  является решением трансцендентного уравнения (логарифмический закон стенки):

$$\frac{u}{u_*} = \frac{1}{k_0} \ln \left[ \frac{\Lambda \rho u_* (R_c - r)}{\eta} \right], \quad (18)$$

где  $\Lambda = 9,0$  — параметр шероховатости стенки.

Для корректного учета вязкого подслоя при определении  $\bar{k}$  и  $\varepsilon$  в пристеночной области, т.е. при  $y^+ = \rho(R_c - r)u_*/\eta < f^+$ , где  $f^+$  выбирается в диапазоне 20...100 [14], используются выражения (17), (18). Для описания внутренней области течения ( $y^+ \geq f^+$ ) используются уравнения (13), (14) полностью развитого турбулентного течения.

На внешней границе расчетной области (открытого участка) принимаются условия гладкого сопряжения с окружающей средой:

$$T = T_{ext}; \quad u = \bar{v} = w = 0, \quad (19)$$

где  $T_{ext}$  — температура окружающей среды.

Учитывая сложность математического описания области течения плазмы вблизи опорного участка дуги в разрядной камере плазмотрона, начальные условия ставились в сечении  $z_0 = Z_1$ :

$$\begin{aligned} \bar{v}(r, z_0) = 0, \quad u(r, z_0) = u_0(r), \\ w(r, z_0) = w_0(r), \quad T(r, z_0) = T_0(r). \end{aligned} \quad (20)$$

В качестве начальных условий  $u_0(r), w_0(r), T_0(r)$  выступало решение для дуги в канале плазмотрона в одномерном приближении (при  $\bar{v} = 0$  и  $\left| \frac{\partial \psi}{\partial z} \right| = 0$ , где  $\psi = \{T, u, \bar{v}, rw\}$ ):

$$\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left( r \eta \frac{\partial u}{\partial r} \right) - \frac{\partial p}{\partial z} = 0; \quad (21)$$

$$\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left( r \chi \frac{\partial T}{\partial r} \right) - \frac{j^2}{\sigma} - \psi = 0, \quad (22)$$

дополняемое эмпирическим распределением азимутальной скорости вращения [6]

$$w(r) = A(1 - e^{-kr^2}) / r, \quad (23)$$

где константы  $A$  и  $k$  связаны с максимальной скоростью и ее координатой  $r_m$

$$A = 1,4r_m w_m; \quad k = 1,25 / r_m^2; \quad r_m = R / \sqrt{3}.$$

Уравнения (21)–(23) замыкались выражениями для тока дуги (6), расхода плазмообразующего газа (8), а также граничными условиями на оси симметрии (15) и стенках канала плазмотрона (16). Решение уравнений (21)–(23) определялось для заданного тока дуги  $I$  и расхода плазмообразующего газа  $G_0 = \varepsilon G$ , где  $\varepsilon$  принималось равным 0,05.

Объемный расход плазмообразующего газа через рабочий канал плазмотрона определялся с учетом вихревого ввода плазмообразующего газа через кольцевой канал  $Z_1 \leq z \leq Z_2$ :

$$G = \begin{cases} 0, & z < Z_1, \\ \frac{z - Z_1}{Z_2 - Z_1} G_1, & Z_1 < z < Z_2, \\ G_1, & Z_2 < z < 0, \end{cases} \quad (24)$$

где  $G_1$  — объемный расход плазмообразующего газа, подаваемого в рабочий канал плазмотрона.

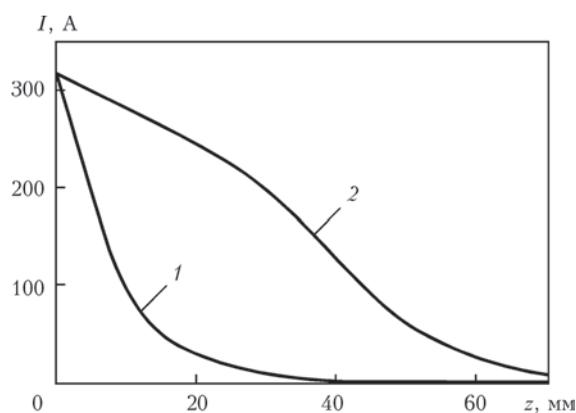


Рис. 2. Изменение полного тока плазменной дуги вдоль полости реза при резке на прямой (1) и обратной (2) полярностях:  $I = 315$  А,  $G = 3,4$  м<sup>3</sup>/ч,  $Z_{c2} - Z_{c1} = 70$  мм,  $R_c = 5,5$  мм

И, наконец, в полости реза ( $Z_{c1} \leq z \leq Z_{c2}$ ) ставились условия (15), (16), а также задавалось распределение тока дуги вдоль полости реза

$$I_c = I_c(z), \quad (25)$$

которое определялось на основе опытных данных.

**Распределения тока вдоль полости реза.** Для задания распределения тока дуги прямой и обратной полярностей по длине полости реза при работе плазмотрона использовались экспериментальные данные [2], на основе которых строился интерполяционный многочлен. При этом, учитывая, что результаты [2] были получены для рабочего тока 90 А, значения токов в полости реза определялись пропорционально рабочему току режущего плазмотрона  $I$ , используемому при выполнении расчетов. На рис. 2 приведены распределения тока в полости реза, построенные для тока дуги 315 А.

**Результаты компьютерного моделирования.** Поставленная задача решалась численно, методом конечных разностей [15, 16]. Использовалась основная разностная схема для интегрирования систем уравнений типа уравнений пограничного слоя [17]. Дифференциальные уравнения второго порядка (2), (3), (13), (14) аппроксимировались по неявной двухслойной шеститочечной разностной схеме, а уравнение первого порядка (1) — по явной четырехточечной. Полученная алгебраическая система разностных уравнений решалась методом прогонки с применением послыных итераций по  $z$ , наряду с которыми, для получения решения в канале режущего плазмотрона, использовались глобальные итерации по давлению.

На основе разработанной физико-математической модели, соответствующей вычислительной схеме и программного обеспечения для ее компьютерной реализации проведен численный анализ характеристик турбулентного течения дуговой плазмы, генерируемой режущим плазмотроном при различных режимах его работы как на прямой, так и на обратной полярностях.

При проведении расчетов геометрические параметры режущего плазмотрона (внутренние размеры полого анода, завихрителя, выходного сопла) задавались следующим образом (см. рис. 1):  $R_e = 2$  мм,  $Z_4 = -8$  мм,  $Z_3 = -13$  мм,  $Z_2 = -17$  мм,  $Z_1 = -18,5$  мм,  $Z_p = -58,5$  мм,  $R_p = 7$  мм. Расстояние до разрезаемого изделия  $Z_{c1}$  полагалось равным 12 мм, толщина разрезаемого изделия  $Z_{c2} - Z_{c1} = 70$  мм, диаметр полости реза — 11 мм. В качестве основных параметров режима работы режущего плазмотрона использовались следующие: ток дуги  $I = 315$  А, расход плазмообразующего газа (воздух)  $G = 3,4$  м<sup>3</sup>/ч. Давление внешней среды атмосферное.

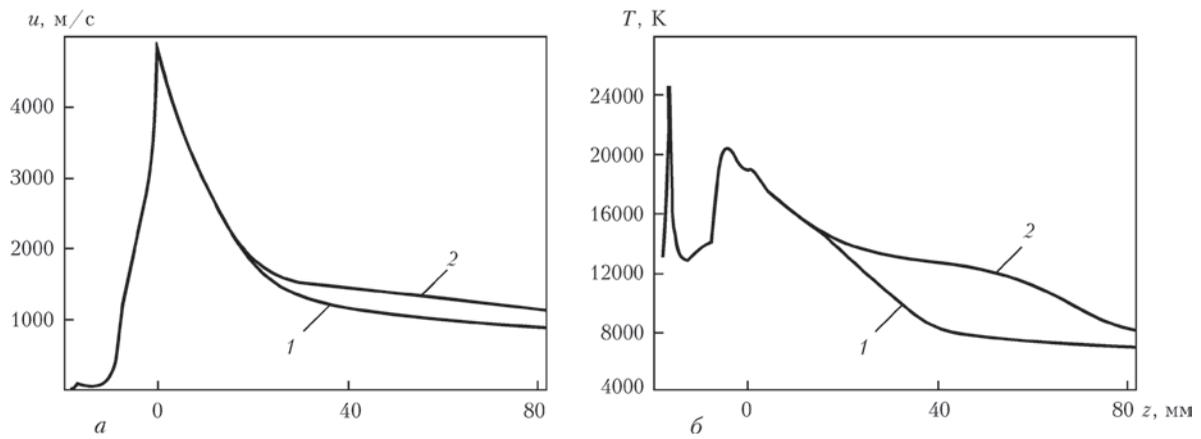


Рис. 3. Распределения осевых значений скорости (а) и температуры (б) плазмы вдоль оси сжатой дуги, генерируемой режущим плазмотроном при его работе на прямой (1) и обратной (2) полярностях

Рассмотрим в первую очередь результаты расчетов распределенных характеристик плазменного потока, генерируемого режущим плазмотроном при его работе на прямой и обратной полярностях. Расчетные распределения значений температуры и скорости плазмы по длине струи представлены на рис. 3. Исходя из представленных результатов, поведение плазмы в рассматриваемом плазмотроне, а также в открытой области и полости реза, можно представить следующим образом. Поступающий в плазмотрон через кольцевой канал  $Z_2 \leq z \leq Z_3$  холодный плазмообразующий газ постепенно вовлекается в поток. Вместе с тем на данном участке течения начинает формироваться ядро плазменного потока, однако кольцевой пристеночный поток холодного газа препятствует расширению прогретых областей плазмы, ввиду чего формируется достаточно узкая токопроводящая область, температура плазмы в которой достигает значений 15...24 кК при достаточно низких скоростях потока. Дальнейшее течение плазмы в рабочем канале плазмотрона связано с расширением ядра потока в области  $Z_2 \leq z \leq Z_3$  и соответственно падением температуры плазмы на оси. Затем, переходя в конфузур  $Z_3 \leq z \leq Z_4$ , плазменный поток сжимается, при этом скорость и температура плазмы существенно увеличиваются. Ко входу в выходное сопло плазмотрона  $Z_4 \leq z \leq 0$  плазменный поток практически полностью заполняет сечение канала. Оказываясь зажатым относительно узкими стенками выходного сопла плазмотрона, поток интенсивно ускоряется и нагревается электрической дугой,

достигая значений скорости и температуры плазмы на срезе сопла плазмотрона порядка 5000 м/с и 20 кК соответственно. Далее происходит выход плазменной дуги в открытую область  $0 \leq z \leq Z_{c1}$ , в которой плазменный поток несколько расширяется, что ведет к снижению значений скорости и температуры плазмы на открытом участке. При этом плазма в потоке продолжает испытывать действие электромагнитных сил, находясь в области действия электрической дуги. Попадая затем в полость реза, плазменная дуга оказывается зажатой ее стенками. Различия в параметрах течения плазмы при резке на прямой и обратной полярностях наблюдаются, прежде всего, в полости реза, что связано с характером распределения тока по длине реза при различных режимах горения дуги. При резке на прямой полярности скорость и температура плазмы по мере углубления в полость реза достаточно интенсивно снижаются. В этом случае наибольший тепловой поток будет поступать в приповерхностные области разрезаемого изделия. При резке же на обратной полярности распределение скорости и температуры плазмы вдоль полости реза носит более равномерный характер, поэтому интенсивное тепловыделение в дуге осуществляется на всей глубине полости реза, что способствует повышению эффективности процесса резки. Вычисленные полное напряжение на дуге, а также напряжение на ее отдельных участках, в сравнении с экспериментально измеренным напряжением при резке стального листа толщиной 70 мм при рассматриваемом режиме работы плазмотрона, представлены в таблице. Выполне-

**Напряжение на дуге при плазменной резке на прямой и обратной полярностях**

Полярность	$U_d$ , В (эксперимент)	$U_d$ , В (расчет)	$U$ , В при			
			$Z_p < z < Z_1$	$Z_1 - 0$	$0 - Z_{c1}$	$Z_{c1} - Z_{c2}$
Прямая	320	318	33	173	56	46
Обратная	340	375	8			127

ние расчетной оценки величины полного падения напряжения на режущей дуге осуществлялось при следующих условиях: полагалось, что падение напряжение вблизи областей катодной и анодной привязки дуги в сумме равнялось 10 В; при оценке падения напряжения в полом электроде ( $Z_p < z < Z_1$ ) использовались данные экспериментальных наблюдений, в соответствии с которыми при резке на прямой полярности привязка дуги осуществляется вблизи дальней стенки полого электрода ( $Z_p - Z_1 \sim 40$  мм), а при резке на обратной поляр-

ности — вблизи канала ввода плазмообразующего газа ( $Z_p - Z_1 \sim 10$  мм).

Рассмотрим теперь результаты расчетов интегральных электрических и энергетических характеристик плазматрона при различных наборах параметров процесса плазменно-дуговой резки на прямой и обратной полярностях (рис. 4, 5).

Как следует из рис. 4, *a*, расчетная вольт-амперная характеристика дуги в рассматриваемом плазматроне является падающей. Напротив, зависимость напряжения на дуге от расхода плаз-

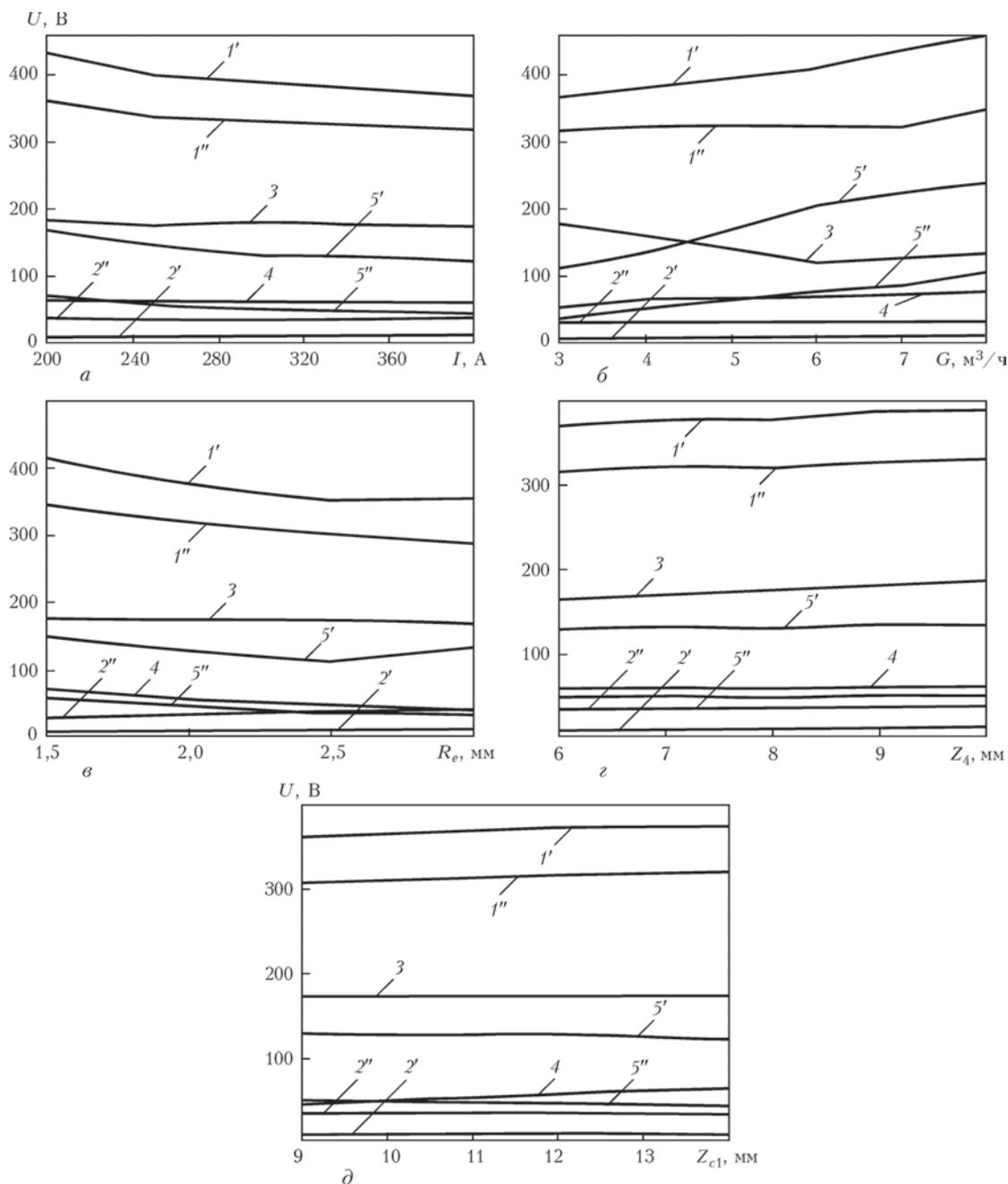


Рис. 4. Зависимости падения напряжения в различных частях столба сжатой дуги от тока (*a*); расхода плазмообразующего газа (*б*); радиуса (*в*) и длины (*г*) выходного сопла плазматрона; расстояния до разрезаемого изделия (*д*): 1, 1' — полное падение напряжения на дуге; 2, 2' — падение напряжения внутри полого электрода; 3 — в плазмоформирующем канале плазматрона; 4 — на открытом участке дуги; 5, 5' — в полости реза; 1', 2', 5' — при работе плазматрона на обратной и 1'', 2'', 5'' — на прямой полярностях

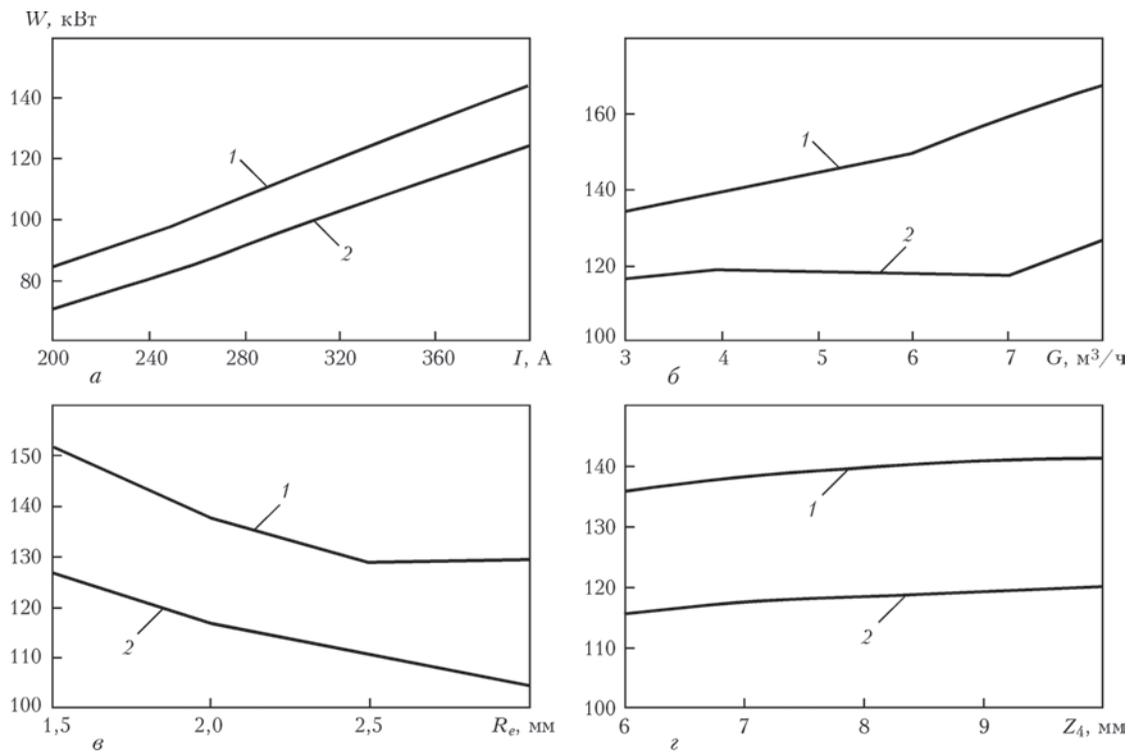


Рис. 5. Зависимости полной электрической мощности плазматрона от тока дуги (а); расхода плазмообразующего газа (б); радиуса (в) и длины (г) выходного сопла плазматрона при работе на обратной (1) и прямой (2) полярностях

мообразующего газа при постоянном токе дуги  $I_d = 315$  А — возрастающая (см. рис. 4, б). Из рис. 4, б видно, что при увеличении расхода плазмообразующего газа (более 5...6 м³/ч) происходит перестройка течения плазмы в канале плазматрона, что сказывается на изменении параметров течения во внешней области и полости реза, и, в свою очередь, ведет к изменениям характера падения напряжения на данных участках.

Влияние геометрических параметров на падения напряжения на дуге, таких как конфигурация рабочего канала плазматрона и расстояния до разрезаемого изделия, приведено на рис. 4, в–д. Показано, что увеличение длины столба дуги приводит и к увеличению значения падения напряжения. Расширение же токового канала, связанное с увеличением диаметра выходной секции плазматрона приводит к снижению напряжения на дуге.

На рис. 5 приводятся расчетные зависимости электрической мощности плазматрона от режимов его работы и геометрических параметров рабочего канала при работе плазматрона как на прямой, так и обратной полярностях дуги. Электрическая мощность плазматрона практически линейно растет при увеличении тока дуги, а также расхода плазмообразующего газа (см. рис. 5, а, б). Падение значений мощности плазматрона происходит при увеличении радиуса выходной насадки плазматрона (рис. 5, в). Связано это с увеличением размеров токового канала и соответственно

меньшим падением напряжения на участке, который соответствует рабочему каналу плазматрона.

В целом, полученные результаты свидетельствуют о перспективности использования предложенного подхода к математическому описанию электродуговой плазмы, генерируемой режущими плазматронами при их работе как на прямой, так и на обратной полярности, а также возможности использования разработанной математической модели и программного обеспечения для ее компьютерной реализации при доработке конструкции и выборе оптимальных режимов работы таких плазматронов.

## Выводы

1. Предложена математическая модель тепловых, газодинамических и электромагнитных процессов в электродуговой плазме, генерируемой режущими плазматронами при их работе как на прямой, так и на обратной полярностях. Данная модель может быть использована для расчета распределенных и интегральных характеристик потока дуговой плазмы, генерируемой такими плазматронами внутри рабочего канала в открытой области дуги, а также в полости реза. При этом модель позволяет проводить численный анализ в широких диапазонах изменения тока дуги и расхода плазмообразующего газа, а также геометрических параметров рабочего канала плазматрона и полости реза.

2. Результаты численного исследования характеристик дуговой плазмы, генерируемой режущим

плазмотроном на обратной полярности, показали, что на эти характеристики существенное влияние оказывают радиус выходного сопла плазмотрона, толщина разрезаемого изделия, а также параметры режима работы плазмотрона.

3. Толщина разрезаемого изделия оказывает существенное влияние на интегральные электрические и энергетические характеристики плазменной дуги. Поэтому при резке деталей большой толщины необходимо использовать источники питания, поддерживающие работу в широком диапазоне рабочих мощностей (до 200 кВт) и напряжений (100...500 В).

*Работа выполнена при финансовой поддержке в рамках программы иностранных экспертов в КНР № WQ20124400119, проекта R&D инновационной группы провинции Гуандун (КНР) № 201101C0104901263 и международного проекта Министерства науки и техники КНР № 2013DFR70160.*

1. *Ширшов И.Г.* Плазменная резка. — Л.: Машиностроение, 1987. — 192 с.
2. *Киселев Ю.Я.* Исследование и разработка технологии и оборудования плазменно-дуговой резки металлов на обратной полярности: Дис. ... д-ра техн. наук: 05.03.01. — Кишинев, 2005. — 331 с.
3. *Щицын В.Ю.* Совершенствование конструкций плазмотронов и технологий плазменной обработки металлов на обратной полярности: Дис. ... канд. техн. наук: 05.03.06. — Пермь, 2005. — 154 с.
4. *Математическое моделирование электрической дуги* / В.С. Энгельшт, Д.С. Асанов, В.Ц. Гурович и др. — Фрунзе: Илим, 1983. — 363 с.
5. *Computer-aided simulation and experimental study of dusted plasma jets emitting into limited space* / Yu.S. Borisov, A.V. Chernyshov, I.V. Krivtsun, et al. // Proc. of the National Thermal Spray Conference. — Boston, USA, 1994. — P. 361–366.
6. *Теория столба электрической дуги* / Под ред. М.Ф. Жукова. — Новосибирск: Наука, 1990. — 376 с.
7. *Favalli R.C., Szente R.N.* Physical and mathematical modeling of non transferred plasma torches // Brazilian Journal of Physics. — 1998. — № 1, March. — P. 25–34.
8. *Математическая модель дуговой плазмы, генерируемой плазмотроном с проволокой-анодом* / М.Ю. Харламов, И.В. Кривцун, В.Н. Коржик и др. // Автомат. сварка. — 2007. — № 12. — С. 14–20.
9. *Об уточнении математической модели электрической дуги в плазмотроне с внешней токоведущей проволокой* / М.Ю. Харламов, И.В. Кривцун, В.Н. Коржик и др. // Там же. — 2009. — № 1. — С. 53–56.
10. *Лойцянский Л.Г.* Механика жидкости и газа. — М.: Наука, 1973. — 847 с.
11. *Boulos M.I., Fauchais P., Pfender E.* Thermal plasmas: Fundamentals and applications. — Vol. 1. — New York and London: Plenum Press, 1994. — 467 p.
12. *Launder B.E., Spalding D.B.* The numerical computation of turbulent flows // Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering. — 1990. — № 8. — P. 269–289.
13. *Иевлев В.М.* Турбулентное движение высокотемпературных сплошных сред. — М.: Наука, 1975. — 254 с.
14. *Wilcox D.C.* Turbulence modeling for CFD. — DCW Industries Inc., La Canada, California, 1994. — 460 p.
15. *Самарский А.А.* Введение в теорию разностных схем. — М.: Наука, 1971. — 552 с.
16. *Андерсон Д., Таннехилл Дж., Плетчер Р.* Вычислительная гидромеханика и теплообмен. — М.: Мир, 1990. — Т. 1. — 384 с.
17. *Пасконов В.М., Полежаев В.И., Чудов Л.А.* Численное моделирование процессов тепломассопереноса. — М.: Наука, 1984. — 286 с.

### 3.1.6. ХАРАКТЕРИСТИКИ НЕРАВНОВЕСНОЙ ДУГОВОЙ ПЛАЗМЫ В КАНАЛЕ СОПЛА ПЛАЗМОТРОНА\*

А.В. ИГНАТОВ, И.В. КРИВЦУН, И.Л. СЕМЕНОВ

Разработка новых и совершенствование существующих плазменных технологий, таких, например, как плазменная сварка, резка, порошковая наплавка и напыление покрытий требуют достоверной информации об интегральных и распределенных характеристиках плазмы, генерируемой дугowymi плазмоторонами прямого и косвенного действия, в зависимости от типа и конструктивных особенностей плазмоторона, режима его работы и состава плазмообразующего газа. Тепловые, газодинамические и электромагнитные характеристики потока дуговой плазмы, генерируемой такими устройствами, во многом определяются ее взаимодействием со стенкой плазмформирующего канала плазмоторона. Кроме того, указанное взаимодействие определяет характеристики теплового и электрического воздействия дуговой плазмы на стенку канала, знание которых дает возможность оптимизировать конструкцию плазмоторона и повысить ресурс его работы. Экспериментальное определение характеристик дуговой плазмы в канале сопла плазмоторона, а также характеристик ее взаимодействия со стенкой канала затруднено в связи с малыми геометрическими размерами канала, высокими значениями температуры плазмы и температуры стенки. Поэтому целью данной работы является разработка математической модели и детальное численное исследование процессов переноса энергии, импульса, массы и заряда в неравновесной плазме электрической дуги, горящей в цилиндрическом канале сопла плазмоторона, а также определение тепловых и электрических характеристик ее взаимодействия со стенкой канала.

Для теоретического описания процессов энерго-, массо- и электропереноса в объеме дуговой плазмы, содержащей электроны, ионы и нейтральные атомы, можно использовать модель, базирующуюся на основе многожидкостных уравнений для термически и ионизационно неравновесной плазмы [1]. При рассмотрении процессов взаимодействия такой плазмы со стенкой канала можно использовать подход, аналогичный предложенному в работах [2–6] для исследования катодных и анодных процессов в электрических дугах, в т.ч. и при наличии в дуговой плазме двукратно и трех-

кратно заряженных ионов. Подобные подходы были ранее использованы для численного анализа распределенных характеристик дуговой плазмы в канале сопла плазмоторона прямого действия [7, 8], однако используемые в этих работах граничные условия на стенке канала были модельными, не учитывающими реальную структуру пристеночной области плазмы, что не позволило адекватно описать процессы теплового и электрического взаимодействия дуговой плазмы со стенкой канала. Здесь следует отметить, что работа [8] является одной из немногих публикаций, где, наряду с расчетными данными, приведены результаты измерений распределений концентрации и температуры электронов, а также напряженности электрического поля для дуговой плазмы в канале при различных значениях тока дуги.

**Постановка задачи, используемые приближения.** Рассмотрим плазму стационарной электрической дуги в асимптотической области [7] протяженного (секционированного) цилиндрического канала радиуса  $R$ , продуваемого ламинарным потоком инертного газа с объемным расходом  $G$  (при нормальных условиях). Ток дуги  $I$ , давление газа в рассматриваемой области канала  $p$  — атмосферное, температура водоохлаждаемой (неиспаряющейся) стенки канала  $T_w$ . Предполагая, что данная плазменная система является осесимметричной, выберем цилиндрическую систему координат  $(r, z)$ , ось  $OZ$  которой совпадает с осью канала и направлена, как показано на рис. 1. При этом будем считать, что плазмообразующий газ движется вдоль указанной оси, а электрический ток имеет противоположное направление.

Рассматриваемую дуговую плазму можно условно разделить на три области [3]. Первая из них — слой пространственного заряда, непосредственно примыкающий к стенке канала (см. рис. 1), где нарушается условие квазинейтральности плазмы и формируется значительная часть падения потенциала между плазмой столба дуги и поверхностью канала. Этот слой можно считать бесстолкновительным, поскольку при атмосферном давлении и характерных значениях температуры электронов дуговой плазмы  $T_e \sim 1,5$  эВ [8]

\*Автоматическая сварка. — 2016. — № 1. — С. 3–13.

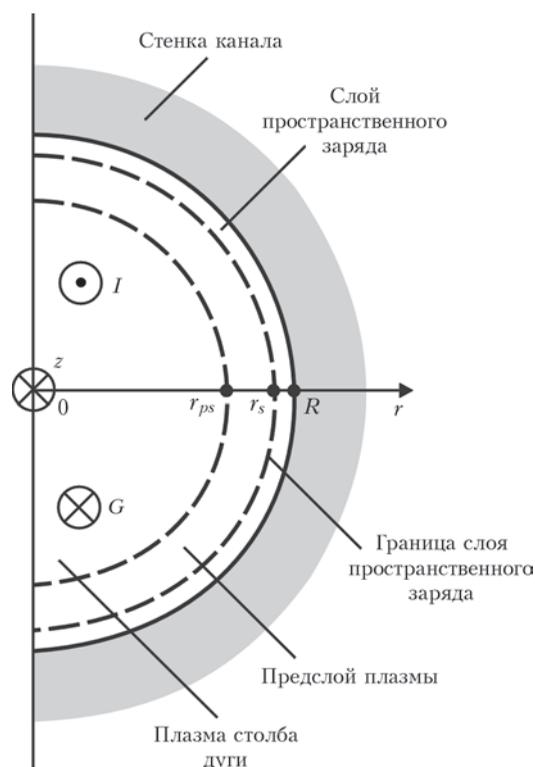


Рис. 1. Схема дуговой плазмы в канале сопла плазмотрона

толщина данного слоя  $R - r_s$ , соизмерима с радиусом Дебая  $r_D \sim 10^{-8} \dots 10^{-7}$  м, существенно меньше характерных длин свободного пробега частиц плазмы  $l \sim 10^{-6} \dots 10^{-4}$  м (соответствующие характерные длины для аргоновой плазмы атмосферного давления приведены на рис. 2).

Вторая зона (см. рис. 1) — ионизационная область неизоэлектрической квазинейтральной плазмы (предслой), где происходит генерация заряженных частиц за счет ионизации плазменными электронами атомов плазмообразующего газа, десорбирующихся со стенки канала. Образующиеся здесь ионы ускоряются в сторону стенки электрическим полем, создаваемым более подвижными электронами, и рекомбинируют на ее поверхности. Таким образом, в пределах предслоя нарушаются условия локально-

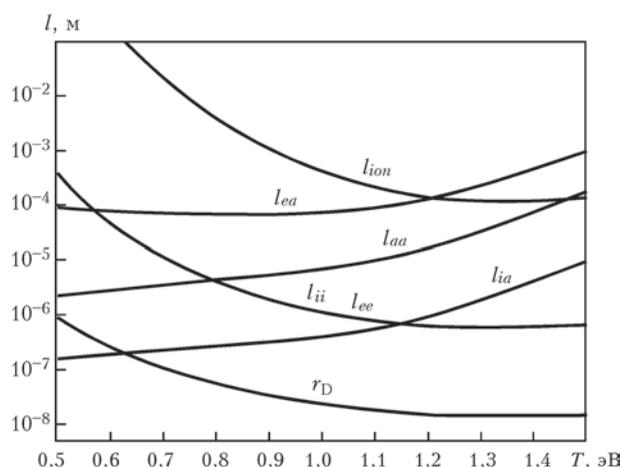


Рис. 2. Характерные длины свободного пробега частиц в аргоновой плазме атмосферного давления

го ионизационного равновесия. Кроме того, здесь формируется остальная часть падения потенциала между столбом дуги и стенкой канала, которая может превышать соответствующее падение в слое пространственного заряда.

На расстоянии от стенки  $R - r_{ps}$ , равном нескольким длинам свободного пробега частиц плазмы, проходит граница ионизационной области, которую будем сопоставлять с внешней границей пристеночного слоя плазмы, и за которой начинается третья зона — столб дуги (см. рис. 1), где имеет место локальное термодинамическое, в т.ч. ионизационное, равновесие.

Поскольку в настоящей работе рассматривается дуговая плазма в асимптотической области канала, при описании процессов энерго-, массо- и электропереноса в такой системе будем пренебрегать изменением характеристик плазмы в аксиальном направлении (вдоль оси канала) по сравнению с их радиальными изменениями. Учитывая также то обстоятельство, что рассматриваемая дуга является стационарной, изменением характеристик дуговой плазмы во времени также будем пренебрегать. Эти предположения позволяют считать, что аксиальная компонента электрического поля и аксиальный градиент давления плазмы постоянны по сечению канала, а электрический ток на стенку канала равен нулю. При записи многожидкостных уравнений для столба и ионизационной области дуговой плазмы в канале используется модель неизотермической (двухтемпературной) ионизационно-неравновесной плазмы, в т.ч. с учетом второй ионизации атомов плазмообразующего газа (четырёхкомпонентная плазма). Уравнения движения компонент плазмы в радиальном направлении записываются в дрейфово-диффузионном приближении [5], а при записи соответствующих уравнений в аксиальном направлении предполагается равенство аксиальных скоростей тяжелых компонент. Учет процессов, протекающих в слое пространственного заряда и определение характеристик теплового и электрического взаимодействия дуговой плазмы со стенкой канала осуществляется путем использования соответствующих граничных условий на границе этого слоя [3].

**Математическая модель.** Основные уравнения. При анализе физических процессов, протекающих в рассматриваемой плазменной системе, будем полагать, что дуговая плазма характеризуется следующими параметрами:  $n_e$  — концентрация электронов;  $n_n, n_{i+}, n_{i++}$  — концентрации атомов, однократно и двукратно заряженных ионов плазмообразующего газа, соответственно;  $v_e^r, v_e^z$  — радиальная и аксиальная компоненты скорости электронов;  $v_n^r, v_n^z, v_{i+}^r, v_{i+}^z, v_{i++}^r, v_{i++}^z$  — радиальные и аксиальные компоненты скоростей атомов и соответствующих ионов;  $T_e$  — температура электронов;  $T_h$  — тем-

пература тяжелых частиц плазмы, предполагаемая одинаковой для атомов и ионов, но отличной от  $T_e$ . Тогда система уравнений, описывающая стационарные процессы переноса массы, импульса и энергии в плазме столба и ионизационного слоя дуги в асимптотической области цилиндрического канала, может быть записана следующим образом.

Уравнения непрерывности для электронов, атомов, однократно и двукратно заряженных ионов дуговой плазмы с учетом неравновесной ионизации:

$$\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (r n_e v_e^r) = k_{i0} n_n n_e - k_{r0} n_e^2 n_{i+} + k_{i1} n_{i+} n_e - k_{r1} n_e^2 n_{i++}; \quad (1)$$

$$\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (r n_n v_n^r) = -k_{i0} n_n n_e + k_{r0} n_e^2 n_{i+}; \quad (2)$$

$$\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (r n_{i+} v_{i+}^r) = k_{i0} n_n n_e - k_{r0} n_e^2 n_{i+} - k_{i1} n_{i+} n_e + k_{r1} n_e^2 n_{i++}; \quad (3)$$

$$\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (r n_{i++} v_{i++}^r) = k_{i1} n_{i+} n_e - k_{r1} n_e^2 n_{i++}, \quad (4)$$

где  $k_{i\alpha}$ ,  $k_{r\alpha}$  — коэффициенты ионизации и рекомбинации атомов ( $\alpha = 0$ ) и однократно заряженных ионов ( $\alpha = 1$ ) [4]. Суммируя уравнения (2)–(4) и учитывая, что частицы плазмообразующего газа, предполагаемого инертным, не накапливаются на стенке канала, можем записать

$$n_{i+} v_{i+}^r + n_{i++} v_{i++}^r + n_n v_n^r = 0. \quad (5)$$

Умножая уравнения (1), (3), (4) на заряд соответствующей частицы и складывая, при учете предположения об отсутствии электрического тока на стенку канала, получим

$$j_r = e n_{i+} v_{i+}^r + 2e n_{i++} v_{i++}^r - e n_e v_e^r = 0, \quad (6)$$

где  $j_r$  — радиальная компонента плотности тока в дуговой плазме;  $e$  — элементарный заряд. Таким образом, вместо четырех уравнений (1)–(4) можно использовать только два из них, добавив к ним условия (5), (6).

Учитывая то, что плазма столба и ионизационной области дуги является квазинейтральной, дополним эти уравнения условием квазинейтральности, которое в случае четырехкомпонентной плазмы записывается в виде

$$n_e = n_{i+} + 2n_{i++}. \quad (7)$$

Кроме того, будем использовать условие постоянства полного давления плазмы по сечению канала

$$p = k [n_e T_e + (n_n + n_{i+} + n_{i++}) T_h], \quad (8)$$

где  $k$  — постоянная Больцмана.

Уравнения радиального движения электронов, атомов, однократно и двукратно заряженных ионов, записанные в дрейфово-диффузионном приближении (в пренебрежении конвективными членами), но с учетом вязкостных членов:

$$\frac{\partial(n_e k T_e)}{\partial r} = \frac{2}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left( r \eta_e \frac{\partial v_e^r}{\partial r} \right) - \frac{2}{3} \frac{\partial}{\partial r} \left( \frac{\eta_e}{r} \frac{\partial(r v_e^r)}{\partial r} \right) - \frac{2\eta_e v_e^r}{r^2} + P_{en}^r + P_{ei+}^r + P_{ei++}^r - e E_r n_e; \quad (9)$$

$$\frac{\partial(n_n k T_h)}{\partial r} = \frac{2}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left( r \eta_n \frac{\partial v_n^r}{\partial r} \right) - \frac{2}{3} \frac{\partial}{\partial r} \left( \frac{\eta_n}{r} \frac{\partial(r v_n^r)}{\partial r} \right) - \frac{2\eta_n v_n^r}{r^2} + P_{ni+}^r + P_{ne}^r + P_{ni++}^r + R_n^r; \quad (10)$$

$$\frac{\partial(n_{i+} k T_h)}{\partial r} = \frac{2}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left( r \eta_{i+} \frac{\partial v_{i+}^r}{\partial r} \right) - \frac{2}{3} \frac{\partial}{\partial r} \left( \frac{\eta_{i+}}{r} \frac{\partial(r v_{i+}^r)}{\partial r} \right) - \frac{2\eta_{i+} v_{i+}^r}{r^2} + P_{i+n}^r + P_{i+e}^r + P_{i+i++}^r + R_{i+}^r - R_{i++}^r + e E_r n_{i+}; \quad (11)$$

$$\frac{\partial(n_{i++} k T_h)}{\partial r} = \frac{2}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left( r \eta_{i++} \frac{\partial v_{i++}^r}{\partial r} \right) - \frac{2}{3} \frac{\partial}{\partial r} \left( \frac{\eta_{i++}}{r} \frac{\partial(r v_{i++}^r)}{\partial r} \right) - \frac{2\eta_{i++} v_{i++}^r}{r^2} + P_{i++n}^r + P_{i++e}^r + P_{i++i+}^r + R_{i++}^r + 2e E_r n_{i++}. \quad (12)$$

Уравнение аксиального движения электронов и суммарное уравнение аксиального движения тяжелых частиц:

$$\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (r m_e n_e v_e^z) = \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left( r \eta_e \frac{\partial v_e^z}{\partial r} \right) + P_{en}^z + P_{ei+}^z + P_{ei++}^z - e E_z n_e; \quad (13)$$

$$\frac{\partial \sum_{\alpha} n_{\alpha} k T_{\alpha}}{\partial z} + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (r \sum_{\alpha} m_{\alpha} n_{\alpha} v_{\alpha}^z) = \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left( r \sum_{\alpha} \eta_{\alpha} \frac{\partial v_{\alpha}^z}{\partial r} \right) + P_{ne}^z + P_{i+e}^z + P_{i++e}^z + e E_z (n_{i+} + 2n_{i++}), \quad \alpha = n, i+, i++. \quad (14)$$

В уравнениях (9)–(14) использованы следующие обозначения:  $\eta_{\alpha}$ ,  $m_{\alpha}$  — коэффициенты динамической вязкости и массы частиц компонент плазмы ( $\alpha = e, n, i+, i++$ );  $P_{\alpha\beta}^r$ ,  $P_{\alpha\beta}^z$  — радиальные и аксиальные компоненты обменных членов ( $\alpha \neq \beta = e, n, i+, i++$ ), соответствующих упругим столкновениям частиц [1];  $R_{\alpha}^r$  — радиальные компоненты обменных членов ( $\alpha = n, i+, i++$ ), соответствующих неупругим столкновениям [1];  $E_r$ ,  $E_z$  — радиальная и аксиальная компоненты электрического поля в дуговой плазме.

Уравнения движения следует дополнить условием сохранения полного тока дуги

$$I = 2\pi \int_0^R |j_z| r dr, \quad (15)$$

где  $j_z = en_i v_{i+}^z + 2en_{i++} v_{i++}^z - en_e v_e^z$  — аксиальная компонента плотности электрического тока в плазме, а также условием сохранения массового расхода плазмообразующего газа через поперечное сечение канала

$$G_M = \rho_0 G = 2\pi \int_0^R r \sum_{\alpha=n, i+, i++} m_\alpha n_\alpha v_\alpha^z dr, \quad (16)$$

где  $\rho_0$  — плотность плазмообразующего газа при нормальных условиях.

Уравнение переноса энергии электронов и суммарное уравнение энергии тяжелых частиц запишем в следующем виде:

$$\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left( v_e r \frac{5}{2} n_e k T_e \right) = \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left( r \lambda_e \frac{\partial T_e}{\partial r} \right) + \sum_{\alpha} (Q_{e\alpha} + G_{e\alpha}) - e(E_z v_z^e + E_r v_r^e) n_e - Q_r, \quad (17)$$

$\alpha = n, i+, i++;$

$$\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \sum_{\alpha} \left( v_\alpha^r \left( \frac{5}{2} n_\alpha k T_h + \frac{1}{2} m_\alpha n_\alpha v_\alpha^2 \right) \right) = \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left( r \sum_{\alpha} \lambda_\alpha \frac{\partial T_h}{\partial r} \right) + \sum_{\alpha} Q_{\alpha e} + e(E_z v_{i+}^z + E_r v_{i+}^r) n_{i+} + 2e(E_z v_{i++}^z + E_r v_{i++}^r) n_{i++}, \quad (18)$$

$\alpha = n, i+, i++;$

где  $\lambda_\alpha$  — коэффициенты теплопроводности компонент плазмы ( $\alpha = e, n, i+, i++$ );  $Q_{\alpha\beta}$  — обменные члены ( $\alpha \neq \beta = e, n, i+, i++$ ), соответствующие упругим столкновениям частиц [1];  $G_{e\alpha}$  — обменные члены ( $\alpha = i+, i++$ ), соответствующие неупругим столкновениям электронов с тяжелыми частицами [1];  $Q_r$  — потери энергии электронов на тепловое излучение.

Формулы для вычисления коэффициентов ионизации и рекомбинации, частот столкновений, транспортных коэффициентов и радиационных потерь энергии электронов, входящих в уравнения (1)–(4), (9)–(14), (17), (18), для рассматриваемой в дальнейшем аргоновой плазмы атмосферного давления приведены в работе [9]. Там же приведен явный вид обменных членов, входящих в (9)–(14), (17), (18).

*Граничные условия.* Учитывая используемое предположение об аксиальной симметрии рассматриваемой плазменной системы, на оси канала можно принять:

$$\frac{\partial n_\alpha}{\partial r} \Big|_{r=0} = 0, \quad \alpha = i+, i++; \quad (19)$$

$$v_\alpha^r \Big|_{r=0} = 0, \quad \alpha = i+, i++; \quad (20)$$

$$\frac{\partial v_\alpha^z}{\partial r} \Big|_{r=0} = 0, \quad \alpha = n, i+, i++; \quad (21)$$

$$\frac{\partial T_e}{\partial r} \Big|_{r=0} = \frac{\partial T_h}{\partial r} \Big|_{r=0} = 0. \quad (22)$$

Для задания граничных условий на стенке канала, точнее на границе ионизационной области со слоем пространственного заряда, поступим следующим образом. Используя уравнения (5), (6), (9)–(11), поток однозарядных ионов на указанной границе можно записать в виде

$$n_{i+} v_{i+}^r \Big|_{r=r_s} = D_{i++}^T \frac{\partial (T_e + T_h)}{\partial r} \Big|_{r=r_s} + D_{i++} \frac{\partial n_{i+}}{\partial r} \Big|_{r=r_s} + D_{i++}^T \frac{\partial (2T_e + T_h)}{\partial r} \Big|_{r=r_s} + D_{i++} \frac{\partial n_{i++}}{\partial r} \Big|_{r=r_s}, \quad (23)$$

где  $D_{\alpha\beta}$ ,  $D_{\alpha\beta}^T$ ,  $\alpha = i+, \beta = i+, i++$  — транспортные коэффициенты, явный вид которых приведен в приложении. При этом скорость однозарядных ионов на границе слоя пространственного заряда может быть выбрана равной боровской скорости, которая в случае трехкомпонентной плазмы имеет вид [10]

$$v_{i+}^r \Big|_{r=r_s} = \sqrt{\frac{k(T_e + T_h)}{m_{i+}}} \Big|_{r=r_s}. \quad (24)$$

Предполагая, что градиент концентрации двухзарядных ионов на указанной границе равен нулю

$$\frac{\partial n_{i++}}{\partial r} \Big|_{r=r_s} = 0, \quad (25)$$

их поток можно определить, положив, например, скорость двухзарядных ионов на внешней границе предположить равной

$$v_{i++}^r \Big|_{r=r_s} = \sqrt{\frac{k(2T_e + T_h)}{m_{i++}}} \Big|_{r=r_s}, \quad (26)$$

что вместе с соотношением (24) соответствует критерию Бома в случае четырехкомпонентной плазмы.

Для аксиальных компонент скоростей тяжелых частиц плазмы вблизи стенки канала, учитывая условие «прилипания», запишем

$$v_\alpha^r \Big|_{r=r_s} = 0, \quad \alpha = n, i+, i++. \quad (27)$$

Граничное условие для температуры электронов зададим в виде [3]

$$\left( v_e^r \frac{5}{2} n_e k T_e + \lambda_e \frac{\partial T_e}{\partial r} \right) \Big|_{r=r_s} = j_e^r (2kT_e + e\Delta\phi_s) \Big|_{r=r_s}, \quad (28)$$

где

$$\Delta\varphi_s = -\frac{kT_e}{2e} \ln \frac{2\pi m_e (T_e + T_h)}{m_{i^+} T_e} \Big|_{r=r_s} \quad (29)$$

— падение потенциала в слое пространственного заряда [3]. Температуру тяжелых частиц плазмы вблизи стенки с достаточной точностью можно положить равной температуре стенки канала

$$T_h \Big|_{r=r_s} = T_w. \quad (30)$$

Важными характеристиками процессов теплового и электрического взаимодействия дуговой плазмы со стенкой канала сопла плазмотрона являются тепловой поток из плазмы на стенку канала (см., например, [3])

$$q_w = \left\{ \begin{array}{l} j_{i^+}^r \left[ k \left( 2T_h + \frac{1}{2} T_e \right) + e\Delta\varphi_s + E_1 \right] + \\ + j_{i^{++}}^r \left[ k(2T_h + T_e) + 2e\Delta\varphi_s + E_2 \right] + \\ + 2j_e^r k(T_e - T_w) \end{array} \right\} \Big|_{r=r_s}, \quad (31)$$

а также падение потенциала между дуговой плазмой и стенкой, которое складывается из падения потенциала в столбе и ионизационной области дуговой плазмы, а также падения потенциала в слое пространственного заряда, определяемого выражением (29).

Описанная выше математическая модель четырехкомпонентной плазмы электрической дуги в асимптотической области канала сопла плазмотрона может быть легко редуцирована для моделирования дуги в канале при тех режимах ее горения, когда образованием двухзарядных ионов в дуговой плазме можно пренебречь (трехкомпонентная плазма). Для этого в уравнениях модели, соответствующих граничным условиям и выражениях для определения транспортных коэффициентов компонент плазмы, а также радиационных потерь энергии электронов достаточно положить  $n_{i^{++}} = 0$ , приравнять нулю коэффициент ионизации однозарядных ионов в уравнениях непрерывности и опустить обменные члены, соответствующие столкновениям с участием или возникновением двухзарядных ионов, в уравнениях движения и переноса энергии.

**Метод и алгоритм решения задачи.** При численном решении поставленной задачи используется метод выхода на стационар. С этой целью определяющие уравнения (1)–(4), (9)–(14), (17), (18) дополняются соответствующими нестационарными членами и записываются в безразмерном виде. В качестве масштабов температуры, концентрации, длины, скорости и времени выбираются следующие величины:

$$\bar{T} = 1 \text{ эВ}; \quad \bar{n} = 10^{23} \text{ м}^{-3}; \quad \bar{L} = 10^{-4} \text{ м}; \\ \bar{v} = 10^3 \text{ м/с}; \quad \bar{t} = 10^{-7} \text{ с}.$$

Полученные уравнения решаются численно методом конечных элементов, при этом используется неявная схема со второй степенью аппроксимации на нелинейной конечно-объемной сетке [11] с учетом линейной аппроксимации граничных условий (19)–(28), (30), записанных в безразмерной форме. В качестве начальных условий используются однородные по сечению канала распределения температур, скоростей и концентраций компонент плазмы, а также электрического поля, удовлетворяющие уравнениям (1)–(18) в пренебрежении радиальной неоднородностью системы.

Компьютерная реализация описанного алгоритма производится в два этапа: 1 — препроцессор, реализованный в программном пакете Matlab, обеспечивает задание начальных параметров системы и определение соответствующих им характеристик дуговой плазмы в канале сопла, предполагаемой радиально-однородной; 2 — постпроцессор, реализованный в программной среде Fortran, обеспечивает численное решение системы алгебраических уравнений, аппроксимирующих дифференциальные уравнения (3), (4), (9), (10)–(14), (17), (18). При проведении вычислений используется метод распараллеливания на четыре ядра, путем программного задания каждому ядру (процессору) соответствующей части расчетной области, что существенно повышает скорость получения численных результатов.

**Результаты моделирования.** Расчет характеристик дуговой плазмы в канале сопла плазмотрона проводился при следующих параметрах системы: ток дуги  $I = 50, 100, 200 \text{ А}$ ; радиус канала  $R = 1, 2 \text{ мм}$ ; объемный расход плазмообразующего газа (Ar)  $G = 2, 5 \text{ л/мин}$ ; температура стенки канала  $T_w = 1160 \text{ К}$ . Результаты расчета радиальных распределений характеристик рассматриваемой плазмы представлены на рис. 3–8.

Рассмотрим вначале влияние тока дуги и радиуса канала на распределения электронной температуры и температуры тяжелых компонент плазмы без учета наличия в ней двухзарядных ионов (трехкомпонентная плазма). Как следует из представленных на рис. 3 результатов расчета, температуры электронов и тяжелых частиц плазмы в столбе дуги практически совпадают, т. е. дуговая плазма в центральной области канала является термически равновесной, причем значения ее температуры возрастают с увеличением тока дуги и уменьшением радиуса канала (см. также [7, 8]). Вблизи стенки канала имеет место существенное превышение  $T_e$  над  $T_h$ , при этом размер области термически неравновесной плазмы, определяющий толщину предслоя, наоборот, снижается с

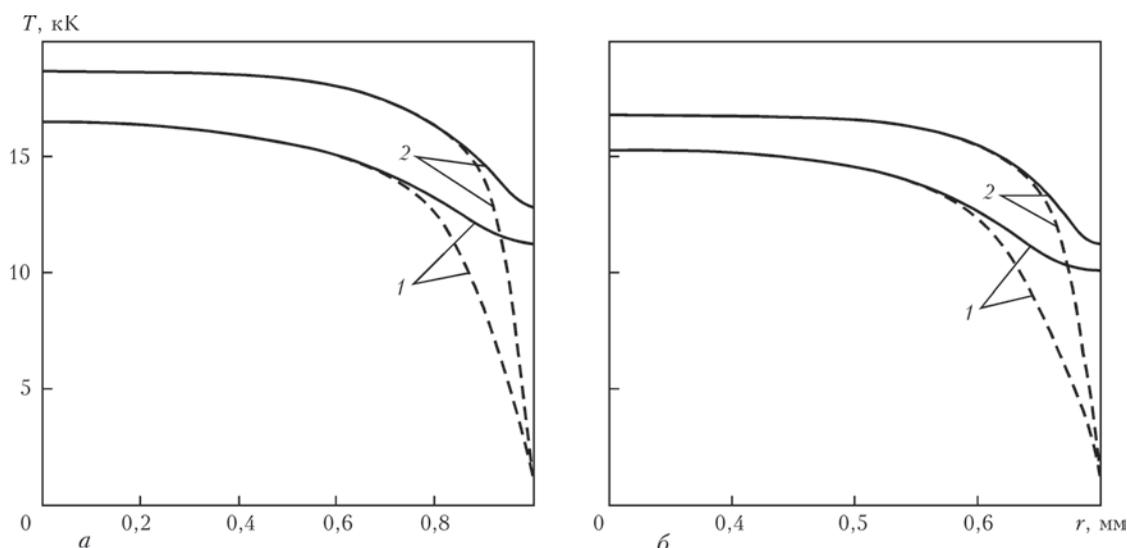


Рис. 3. Радиальные распределения температуры электронов (сплошные кривые) и тяжелых частиц (штриховые кривые) дуговой плазмы в канале сопла плазматрона: а —  $R = 1$  мм;  $G = 2$  л/мин; 1 —  $I = 50$  А, 2 — 100 А; б —  $R = 2$  мм;  $G = 5$  л/мин; 1 —  $I = 100$  А, 2 — 200 А

увеличением  $I$  и уменьшением  $R$  (ср. рис. 3, а и 3, б). Причиной более высоких по сравнению с  $T_h$  значений температуры электронов в пристеночной области дуги является снижение эффективности обмена энергией между электронной компонентой и тяжелыми частицами, приводящего к выравниванию их температур.

На рис. 4 приведены расчетные распределения по сечению канала степени ионизационной неравновесности дуговой плазмы, определяемой как  $\delta = n_e/n_e^{\text{Саха}}$ , где  $n_e^{\text{Саха}}$  — равновесная концентрация электронов, вычисляемая на основе уравнения Саха с электронной температурой, условия квазинейтральности и закона парциальных давлений. Расчетные данные свидетельствуют о том, что плазма столба дуги с высокой степенью точности является не только термически (см. рис. 3), но также ионизационно равновесной. Дуговая плазма в

предслое является существенно неравновесной, причем величина  $\delta$ , характеризующая степень ионизационной неравновесности плазмы, вначале несколько увеличивается, а затем, по мере приближения к стенке канала, резко падает (концентрация электронов на границе слоя пространственного заряда оказывается на два-три порядка меньше равновесной). Важным обстоятельством здесь является то, что при рассматриваемых параметрах системы области ионизационной и термической неравновесности плазмы практически совпадают, а их размер снижается с увеличением  $I$  и уменьшением  $R$  (см. рис. 3, 4). Здесь следует отметить, что для выбранных значений тока дуги и радиуса канала размер области термической и ионизационной неравновесности дуговой плазмы в канале сопла плазматрона составляет 20...35 % величины  $R$ .

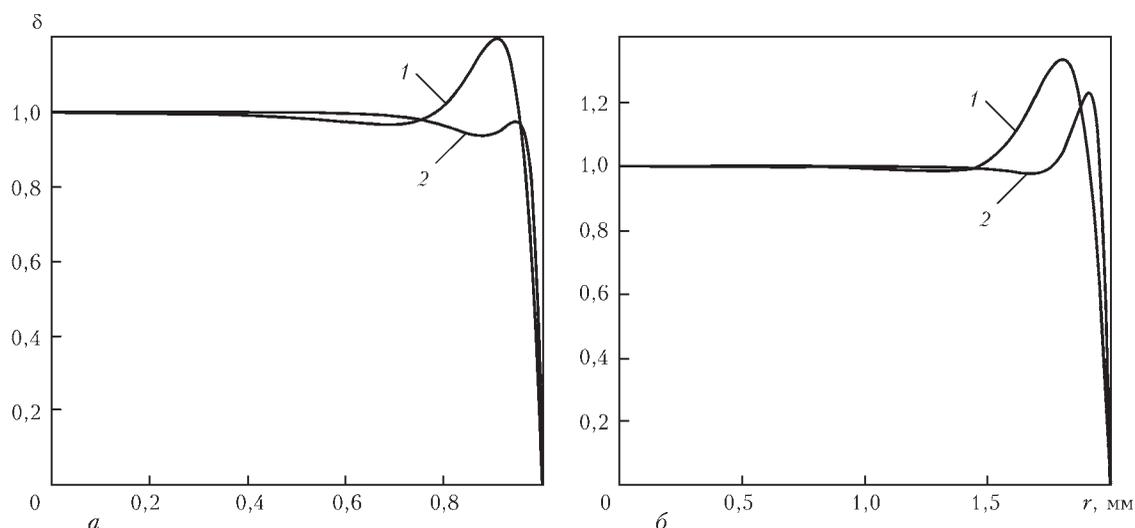


Рис. 4. Радиальные распределения степени ионизационной неравновесности дуговой плазмы в канале сопла плазматрона: а —  $R = 1$  мм;  $G = 2$  л/мин; 1 —  $I = 50$  А, 2 — 100 А; б —  $R = 2$  мм;  $G = 5$  л/мин; 1 —  $I = 100$  А, 2 — 200 А

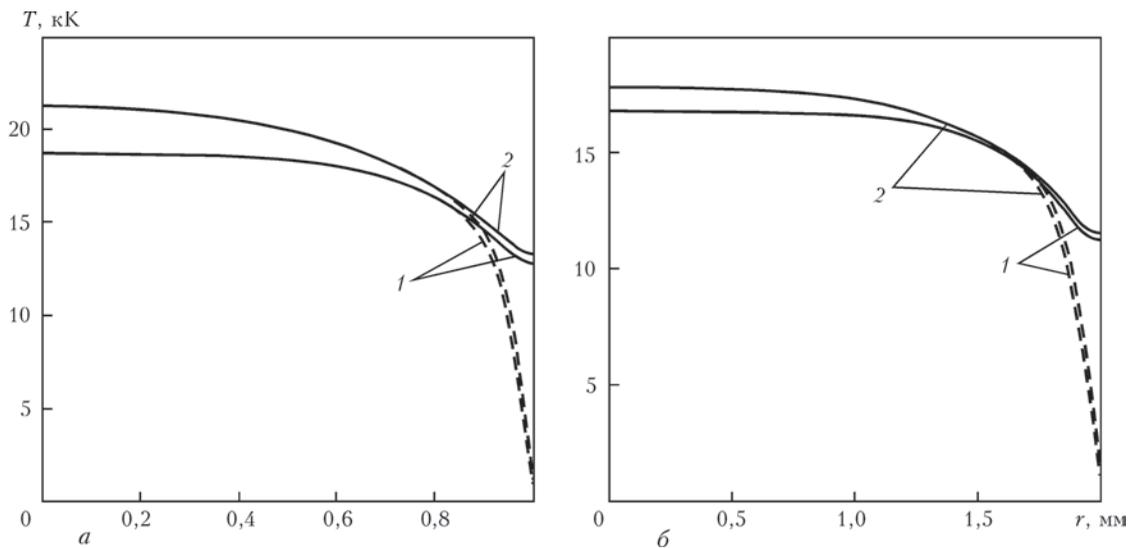


Рис. 5. Радиальные распределения температуры электронов (сплошные кривые) и тяжелых частиц (штриховые кривые) дуговой плазмы в канале сопла плазматрона: *a* —  $R = 1$  мм;  $G = 2$  л/мин;  $I = 100$  А; *б* —  $R = 2$  мм;  $G = 5$  л/мин;  $I = 200$  А; 1 — 3-х, 2 — 4-х компонентная плазма

С повышением температуры плазмы столба дуги в канале сопла при увеличении  $I$  (уменьшении  $R$ ) существенный вклад в формирование ее характеристик начинают вносить двухзарядные ионы, наличие которых может быть учтено в рамках модели четырехкомпонентной плазмы. На рис. 5 показано сравнение расчетных распределений температуры электронов и тяжелых частиц дуговой плазмы по сечению канала, полученных при использовании моделей трех- и четырехкомпонентной плазмы. Как следует из представленных результатов расчета, температуры компонент плазмы в столбе дуги, вычисленные с учетом двухзарядных ионов, заметно превышают соответствующие значения для трехкомпонентной плазмы, при этом плазма столба дуги остается практически равновесной. В пристеночной области отмеченное

различие уменьшается, вплоть до практически полного совпадения температур (отдельно для электронов и для тяжелой компоненты плазмы). Причиной этого является снижение роли двухзарядных ионов вблизи стенки канала, концентрация которых оказывается здесь пренебрежимо малой.

На рис. 6 представлены расчетные зависимости радиальных распределений абсолютных значений аксиальной компоненты плотности электрического тока для дуги в канале. Наряду с очевидным увеличением плотности тока с ростом  $I$  и уменьшением  $R$  (см. также [7, 8]) можно отметить локальное повышение  $|j_z|$  вблизи стенки канала, которое наиболее ярко проявляется при больших токах и малых радиусах канала (см. сплошные кривые на рис. 6, *a*) и обусловлено увеличением

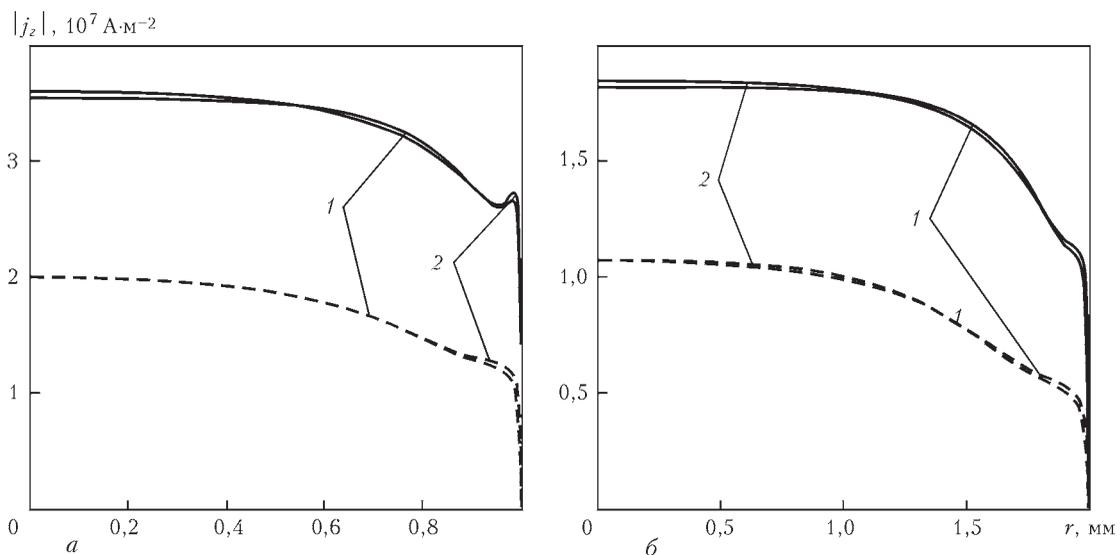


Рис. 6. Радиальные распределения плотности электрического тока для дуги в канале сопла плазматрона: *a* —  $R = 1$  мм;  $G = 2$  л/мин;  $I = 50$  А (штриховые), 100 А (сплошные кривые); *б* —  $R = 2$  мм;  $G = 5$  л/мин;  $I = 100$  А (штриховые), 200 А (сплошные кривые); 1 — 3-х, 2 — 4-х компонентная плазма

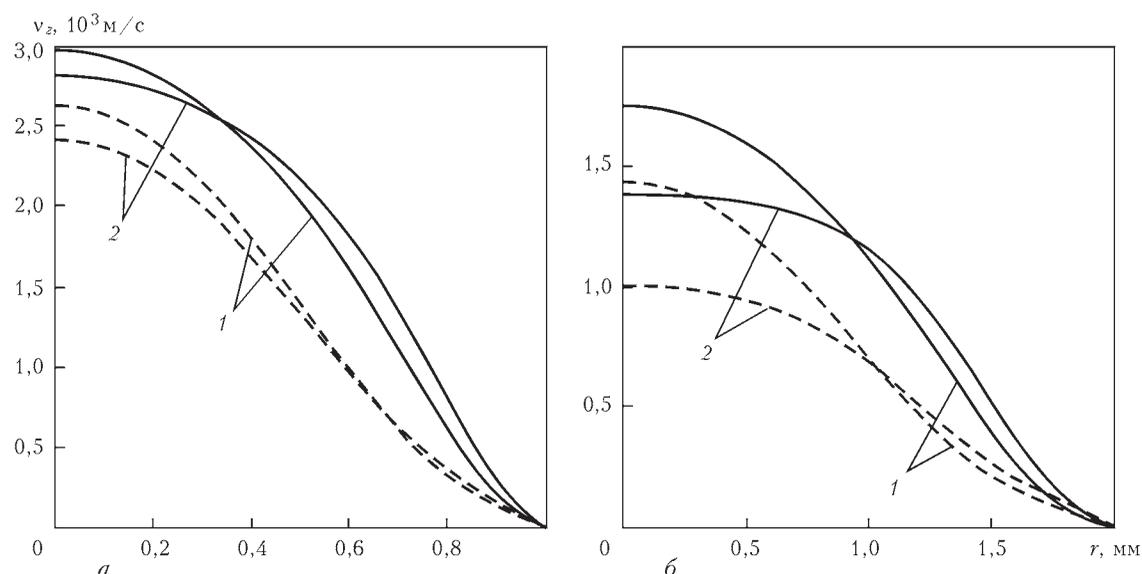


Рис. 7. Радиальные распределения среднемассовой скорости дуговой плазмы в канале сопла плазмотрона: а —  $R = 1$  мм;  $G = 2$  л/мин;  $I = 50$  А (штриховые), 100 А (сплошные кривые); б —  $R = 2$  мм;  $G = 5$  л/мин;  $I = 100$  А (штриховые), 200 А (сплошные кривые); 1 — 3-х; 2 — 4-х компонентная плазма

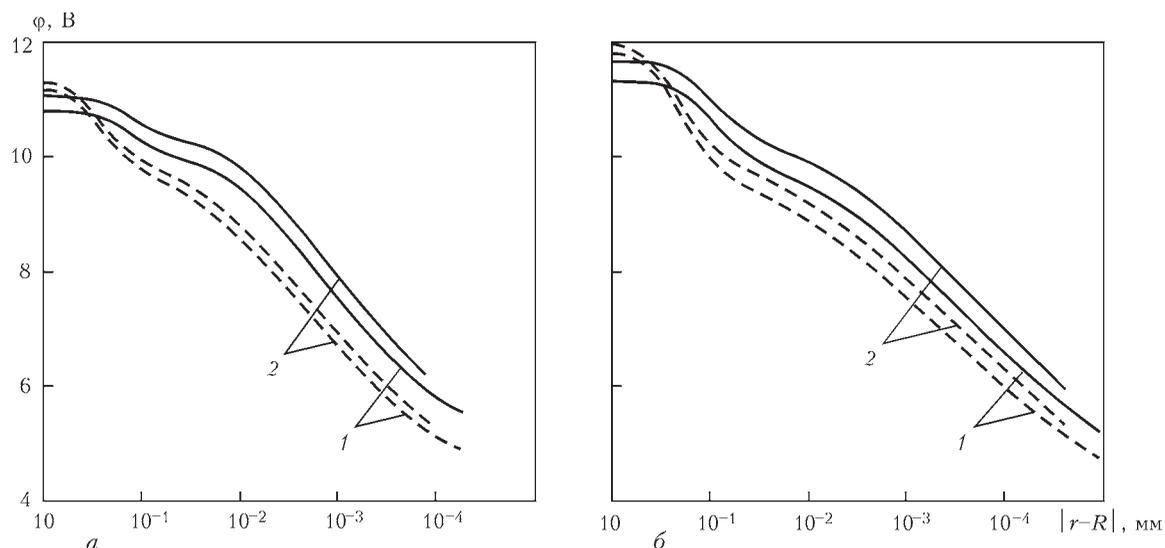


Рис. 8. Радиальные распределения электрического потенциала дуговой плазмы в канале сопла плазмотрона: а —  $R = 1$  мм;  $G = 2$  л/мин;  $I = 50$  А (штриховые), 100 А (сплошные кривые); б —  $R = 2$  мм;  $G = 5$  л/мин;  $I = 100$  А (штриховые), 200 А (сплошные кривые); 1 — 3-х; 2 — 4-х компонентная плазма

аксиальной компоненты скорости электронов в предслое плазмы за счет снижения частоты их соударений с тяжелыми частицами. Отличие же результатов расчета плотности электрического тока

в рамках моделей 3-х и 4-х компонентной плазмы оказывается практически не существенным.

Рассмотрим влияние тока дуги, радиуса канала и расхода плазмообразующего газа на радиальное

**Тепловой поток из плазмы на стенку канала и падение потенциала в слое пространственного заряда**

		$I, A$		50		100		200	
		3-комп.	4-комп.	3-комп.	4-комп.	3-комп.	4-комп.		
1 ( $G = 2$ л/мин)	$q_w, \text{МВт/м}^2$	2,115	2,184	11,73	13,14	—	—		
	$\Delta\phi_s, \text{В}$	4,46	4,57	5,10	5,31	—	—		
2 ( $G = 5$ л/мин)	$q_w, \text{МВт/м}^2$	—	—	0,260	0,221	1,614	1,448		
	$\Delta\phi_s, \text{В}$	—	—	4,00	4,08	4,45	4,60		

распределение аксиальной компоненты средне-массовой скорости

$$v_z = \frac{\sum_{\alpha=n,i+,i++} m_\alpha n_\alpha v_\alpha^z}{\sum_{\alpha=n,i+,i++} m_\alpha n_\alpha}$$

дуговой плазмы в канале. Скорость плазмы на оси канала практически пропорционально увеличивается с ростом отношения расхода плазмообразующего газа к площади поперечного сечения канала (см. также [7]) и в меньшей степени — с увеличением тока дуги. Разница между значениями  $v_z$ , рассчитанными в рамках моделей трех- и четырехкомпонентной плазмы, в отличие от  $|j_z|$ , оказывается существенной (см. рис. 7) и проявляется, в основном, в столбе дуги. При этом величина  $v_z$  для трехкомпонентной плазмы в приосевой зоне столба дуги превышает соответствующие значения в случае четырехкомпонентной плазмы, а в пристеночной области — наоборот. Данный эффект связан с более высокими значениями коэффициента вязкости для четырехкомпонентной плазмы по сравнению с трехкомпонентной.

Перейдем теперь к рассмотрению распределения электрического потенциала дуговой плазмы по сечению канала (см. рис. 8). Как следует из расчетных данных, представленных на этом рисунке, потенциал плазмы на оси канала превышает потенциал стенки, условно принятый за ноль, на величину 11...12 В, причем в случае использования модели четырехкомпонентной плазмы расчетные значения потенциала на оси столба дуги оказываются несколько выше, чем при использовании модели трехкомпонентной плазмы. Необходимо отметить, что указанные значения разности потенциалов между осью дуги и стенкой канала являются суммой падений напряжения в столбе дуги и предслое плазмы с вычисленным по формуле (29) падением напряжения в слое пространственного заряда, соответствующие значения которого приведены в таблице. Там же приведены значения такой важной с практической точки зрения характеристики, как тепловой поток из плазмы на стенку канала, рассчитанные по формуле (31).

**Верификация модели.** Рассмотрим адекватность разработанной модели процессов переноса энергии, импульса, массы и заряда в неравновесной плазме электрической дуги в канале сопла плазмотрона путем сравнения расчетных результатов, полученных в рамках модели трехкомпонентной дуговой плазмы, с имеющимися экспериментальными данными [8]. Расчет характеристик дуговой плазмы проводился при параметрах системы, соответствующих условиям проведения экспериментов [8], а именно: ток дуги  $I = 40 \dots 200$  А; радиус канала  $R =$

$= 2,5$  мм; объемный расход плазмообразующего газа (Ar)  $G = 0,07$  л/мин; температура стенки канала  $T_w = 500$  К. Результаты расчета радиальных распределений температуры электронов и тяжелых частиц, концентрации электронов плазмы, а также зависимости напряженности продольного

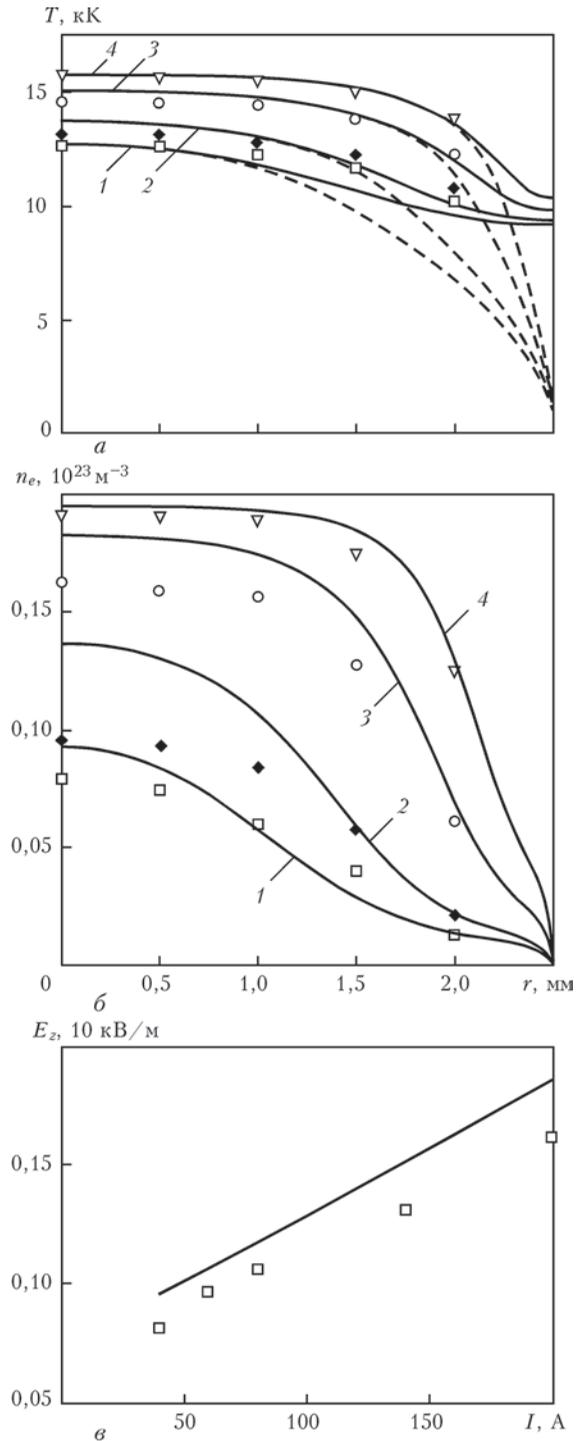


Рис. 9. Сравнение расчетных данных (сплошные кривые) с экспериментальными (маркеры) для дуги в канале радиусом 2,5 мм, продуваемом потоком Ar с расходом 0,07 л/мин, при токах 60 А ( $\square$ ), 80 А ( $\blacksquare$ ), 140 А ( $\circ$ ), 200 А ( $\Delta$ ): *a* — радиальные распределения температуры электронов; *b* — радиальные распределения концентрации электронов; *c* — зависимость аксиальной компоненты электрического поля от тока дуги

электрического поля от тока дуги представлены на рис. 9. Как следует из сравнения расчетных значений температуры и концентрации электронов с приведенными на этом же рисунке экспериментальными данными наблюдается вполне удовлетворительное их соответствие (максимальные относительные погрешности составляют 5 и 35 % соответственно). Максимальная относительная погрешность при сравнении расчетных значений аксиальной компоненты электрического поля с экспериментальными не превышает 10 %. Это свидетельствует о достаточно высокой достоверности результатов, получаемых с помощью предложенной модели.

### Выводы

Проведенный на основе предложенной математической модели неравновесной плазмы электрической дуги в асимптотической области канала, продуваемого ламинарным потоком инертного газа, численный анализ характеристик аргоновой дуги в канале сопла плазмотрона прямого действия при различных значениях тока дуги, радиуса канала и расхода плазмообразующего газа позволяет сделать следующие выводы:

1. Результаты расчетов характеристик рассматриваемой плазмы в рамках дрейфово-диффузионного приближения практически совпадают с результатами моделирования на основе полной системы многожидкостных уравнений (при учете конвективных членов), что позволяет рекомендовать такой упрощенный подход для моделирования процессов переноса энергии, импульса, массы и заряда в неравновесной дуговой плазме.

2. Расчеты характеристик плазмы аргоновой дуги в канале сопла плазмотрона при значениях тока дуги и радиуса канала в диапазоне  $I/R > 50$  А/мм требуют учета присутствия в плазме двухзарядных ионов. Такой учет позволяет также рассчитывать характеристики плазменной дуги при воздействии на нее сфокусированного пучка излучения CO<sub>2</sub>-лазера, распространяющегося вдоль оси канала, в условиях гибридной лазерно-плазменной сварки.

3. Расчеты показали, что, в отличие от центральных областей канала, где дуговая плазма является практически равновесной, плазма в пристеночной области оказывается существенно неравновесной, причем как термически, так и ионизационно. Кроме того, потенциал стенки канала

оказывается существенно ниже соответствующего значения потенциала дуговой плазмы на оси канала. Соответствующая разность потенциалов может составлять 11...12 В в зависимости от выбранных значений тока дуги, радиуса канала и расхода плазмообразующего газа.

4. Сравнение результатов моделирования характеристик неравновесной плазмы аргоновой дуги в канале сопла плазмотрона с имеющимися экспериментальными данными показало вполне удовлетворительное их соответствие, что свидетельствует об адекватности предложенной математической модели.

*Данная работа выполнена при финансовой поддержке в рамках программы иностранных экспертов в КНР № WQ20124400119, проекта научно-исследовательской инновационной группы провинции Гуандун (КНР) № 201101C0104901263 и международного проекта Министерства науки и техники КНР № 2013DFR70160.*

1. Meier E.T., Shumlak U. A general nonlinear fluid model for reacting plasma-neutral mixtures // *Physics of Plasma*. — 2012. — **19**. — 072508 (11 p).
2. Benilov M.S. The ion flux from a thermal plasma to a surface // *J. Phys. D: Appl. Phys.* — 1995. — **28**. — P. 286–294.
3. Benilov M.S., Marotta A. A model of the cathode region of atmospheric pressure arcs // *Ibid.* — 1995. — **28**. — P. 1869–1882.
4. Almeida M.S., Benilov M.S., Naidis G.V. Simulation of the layer of non-equilibrium ionization in a high-pressure argon plasma with multiply-charged ions // *Ibid.* — 2000. — **33**. — P. 960–967.
5. Almeida N.A., Benilov M.S., Naidis G.V. Unified modelling of near-cathode plasma layers in high-pressure arc discharges // *Ibid.* — 2008. — **41**. — 245201 (26 p).
6. *Investigating near-anode plasma layers of very high-pressure arc discharges* / N.A. Almeida, M.S. Benilov, U. Hechtfisher et al. // *Ibid.* — 2009. — **42**. — 045210 (11 p).
7. *Низкотемпературная плазма* / В.С. Энгельшт, В.Ц. Гурович, Г.А. Десятков и др. — Новосибирск: Наука, 1990. — Т.1. Теория столба электрической дуги. — 376 с.
8. A two-dimensional nonequilibrium model of cascaded arc plasma flows / J.J. Beulens, D. Milojevic, D.C. Schram et al. // *Phys. Fluids B*. — 1991. — 3(9). — P. 2548–2557.
9. Игнатов А.В., Семенов И.Л. Характеристики неравновесной дуговой плазмы в канале сопла плазмотрона // *Труды VIII Международной конференции молодых ученых «Сварка и родственные технологии», Ворзель, 2015.*
10. Benilov M.S. Multifluid equations of a plasma with various species of positive ions and the Bohm criterion // *J. Phys. D: Appl. Phys.* — 1996. — **29**. — P. — 364–368.
11. Mantueffel T.A., White A.B. The numerical solution of second-order boundary value problems on nonuniform meshes // *Mathematics of computation*. — 1986. — **47**. — P. 511–535.

### 3.1.7. ЧИСЛЕННЫЙ АНАЛИЗ ХАРАКТЕРИСТИК ПЛАЗМЫ СЖАТОЙ И СВОБОДНОГОРЯЩЕЙ ДУГИ С ТУГОПЛАВКИМ КАТОДОМ\*

И.В. КРИВЦУН, И.В. КРИКЕНТ, В.Ф. ДЕМЧЕНКО

Одним из способов повышения эффективности электродугового воздействия на металлы и, как следствие, увеличения глубины проплавления и скорости сварки неплавящимся электродом является использование сжатой (плазменной) дуги вместо свободногорящей. Ограничение поперечных размеров столба дуги с тугоплавким катодом стенкой канала сопла плазмотрона может приводить к существенному повышению плотности электрического тока и теплового потока, вводимого дугой в свариваемый металл, а изменение расхода плазмообразующего газа дает возможность в широких пределах варьировать динамическое воздействие потока дуговой плазмы на поверхность сварочной ванны. Для эффективного практического использования плазменной дуги в качестве сварочного источника тепла необходимо располагать достоверной информацией о распределенных характеристиках плазмы сжатой дуги, а также характеристиках ее теплового, электромагнитного и газодинамического воздействия на свариваемый металл. Поскольку экспериментальное определение таких, важных с практической точки зрения, характеристик плазменной дуги, как распределения плотности электрического тока, теплового потока и газодинамического давления плазмы по поверхности сварочной ванны, затруднено вследствие высоких значений температуры дуговой плазмы и температуры указанной поверхности, малости геометрических размеров анодной области дуги и ряда других факторов, весьма актуальным представляется исследование плазменной дуги методами математического моделирования (см., например, [1–6]). Поэтому целью настоящей работы является детальный численный анализ распределенных характеристик плазмы столба и анодной области сжатой дуги в зависимости от режима ее горения, а также их сравнение с соответствующими характеристиками для свободногорящей дуги.

Рассмотрим стационарную электрическую дугу с тугоплавким катодом (W) и водоохлаждаемым (неиспаряющимся) анодом (Cu), горящую в потоке аргона при атмосферном давлении. Будем исследовать два варианта — плазменную дугу, сжатую стенкой цилиндрического канала сопла плазмотрона (рис. 1, а), и свободногорящую дугу (рис. 1, б). При выборе математической модели

дуговой плазмы будем предполагать, что плазма столба дуги в обоих случаях является изотермической и однокомпонентной, содержащей только частицы защитного или плазмообразующего газа (Ar). Для численного анализа характеристик такой плазмы можно использовать самосогласованную математическую модель процессов энерго-, массо- и электропереноса в столбе и анодной области сварочной дуги, предложенную в работе [7] и редуцированную с учетом указанных предположений как описано в [8]. Предполагая также, что распределения характеристик плазмы как сжатой, так и свободногорящей дуги являются осесимметричными, для расчета тепловых, газодинамических и электромагнитных характеристик в обоих случаях можно использовать одну и ту же систему уравнений, явный вид которых в цилиндрической системе координат приведен в работе [8]. Граничные условия для искомых функций  $\{v, u, T, \phi\}$ , здесь  $v, u$  — радиальная и аксиальная компоненты скорости дуговой плазмы,  $T$  — ее температура,  $\phi$  — электрический потенциал плазмы, задаются на границах расчетной области  $\Omega = \{0 < r < R, 0 < z < L\}$ , где  $R$  — радиус расчетной области,  $L$  — длина свободногорящей дуги/открытого участка сжатой дуги (см. рис. 1), следующим образом.

Условия для скорости, температуры плазмы и электрического потенциала на оси симметрии системы ( $r = 0$ ) задаются тривиальным образом:

$$v|_{r=0} = 0; \quad \left. \frac{\partial u}{\partial r} \right|_{r=0} = \left. \frac{\partial T}{\partial r} \right|_{r=0} = \left. \frac{\partial \phi}{\partial r} \right|_{r=0} = 0. \quad (1)$$

На внешней границе расчетной области ( $r = R$ ) для скорости плазмы и электрического потенциала можем записать [8]:

$$\left. \frac{\partial(\rho v r)}{\partial r} \right|_{r=R} = 0; \quad u|_{r=R} = 0; \quad \left. \frac{\partial \phi}{\partial r} \right|_{r=R} = 0, \quad (2)$$

где  $\rho$  — массовая плотность плазмы.

Граничное условие для температуры плазмы при  $r = R$  зададим в зависимости от направления движения потока плазмы на этой границе [8]:

$$\begin{aligned} T|_{r=R} = T_0 \quad \text{при } v|_{r=R} \leq 0; \\ \left. \frac{\partial T}{\partial r} \right|_{r=R} = 0 \quad \text{при } v|_{r=R} > 0, \end{aligned} \quad (3)$$

где  $T_0$  — температура окружающего газа.

\* Автоматическая сварка. — 2016. — № 11. — С. 3–10.

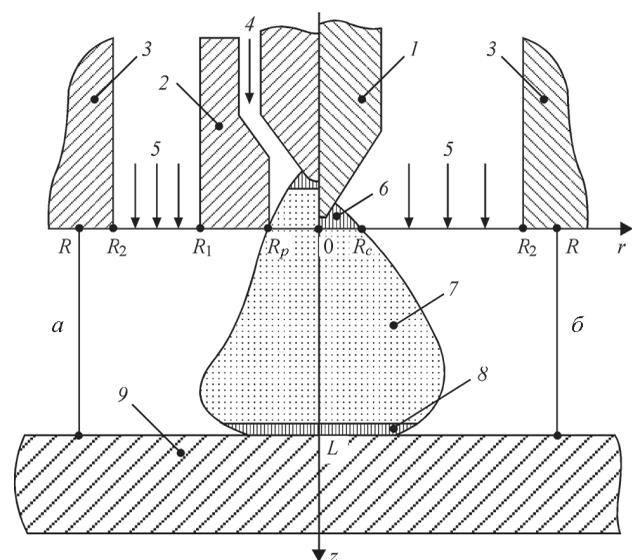


Рис. 1. Схема к расчету характеристик сжатой (плазменной) (а) и свободногорящей (б) дуги с тупоплавким катодом: 1 — термокотод; 2 — плазмобластуяющее сопло; 3 — сопло для подачи защитного газа; 4 — плазмобластуяющий газ; 5 — защитный газ; 6 — катодная область; 7 — столб дуги; 8 — анодный слой; 9 — водоохлаждаемый анод

На границе плазмы столба дуги с анодным слоем, который предполагается бесконечно тонким ( $z = L$ ), используем условие энергетического баланса [7, 8], скорректированное с учетом работы выхода материала анода  $\phi_m$ :

$$-\chi \frac{\partial T}{\partial z} \Big|_{z=L} + j_a \frac{k}{e} \left( \frac{5}{2} - \delta \right) T \Big|_{z=L} = (\Delta\phi - \phi_m) j_a + q_a, \quad (4)$$

где  $\chi$  — коэффициент теплопроводности плазмы;  $j_a = -j_z \Big|_{z=L}$  — плотность электрического тока на аноде;  $k$  — постоянная Больцмана;  $e$  — заряд электрона;  $\delta$  — постоянная термодиффузии электронов в дуговой плазме;  $\Delta\phi$  — разность потенциалов между внешней границей анодного слоя и поверхностью анода;  $q_a$  — тепловой поток в анод, определяемые согласно модели анодной области [7] при  $T_{ea} = T_a$ , где  $T_{ea}$  — температура электронов в анодном слое,  $T_a = T \Big|_{z=L}$  — температура дуговой плазмы на его границе со столбом дуги.

С хорошим приближением электрический потенциал поверхности анода можно считать постоянным и положить, например, равным нулю, тогда граничное условие для потенциала плазмы на границе столба дуги с анодным слоем ( $z = L$ ) можно записать в виде:

$$\phi \Big|_{z=L} = \Delta\phi. \quad (5)$$

Граничные условия в плоскости  $z = 0$  для свободногорящей дуги задаются аналогично тому, как это было сделано в работе [8]. В частности, в зоне катодной привязки дуги ( $r \leq R_c$ ) (см. рис. 1, б) для температуры и электрического потенциала дуговой плазмы принимаются условия:

$$T \Big|_{z=0} = T_c(r); \quad \sigma \frac{\partial \phi}{\partial z} \Big|_{z=0} = j_c(r), \quad (6)$$

где  $\sigma$  — удельная электропроводность плазмы, а распределения температуры плазмы  $T_c(r)$  и плотности тока  $j_c(r)$  на границе катодной области со столбом дуги выбираются согласно рекомендациям [9].

При  $R_c < r \leq R$  можем записать:

$$T \Big|_{z=0} = T_0; \quad \frac{\partial \phi}{\partial z} \Big|_{z=0} = 0. \quad (7)$$

Радиальная компонента вектора скорости плазмы при  $z = 0$  полагается равной нулю, а условия для аксиальной компоненты вектора скорости задаются следующим образом:

$$\begin{aligned} u \Big|_0 &= u_0 \quad \text{при } r < R_2; \\ u \Big|_0 &= u_0 = 0 \quad \text{при } R_2 \leq r \leq R, \end{aligned} \quad (8)$$

где  $u_0$  — скорость защитного газа, определяемая его расходом и внутренним радиусом защитного сопла  $R_2$  (см. рис. 1, б).

Что касается граничных условий во входном сечении расчетной области ( $z = 0$ ) для сжатой (плазменной) дуги, то они задаются следующим образом. Предполагая, что расстояние от рабочего конца катода до среза плазмобластуяющего канала (см. рис. 1, а) существенно превышает его радиус  $R_p$ , можно считать, что на выходе из канала реализуется одномерное (в направлении оси  $OZ$ ) течение дуговой плазмы, температура и скорость которой зависят только от радиальной координаты, радиальные компоненты скорости плазмы и напряженности электрического поля равны нулю, а градиент давления  $dp/dz$  и аксиальная компонента электрического поля  $E_z$  являются постоянными по сечению канала [1]. В этом случае распределения температуры  $T(r)$  и аксиальной компоненты скорости плазмы  $u(r)$  на срезе канала ( $r \leq R_p$ ) находятся путем решения одномерных уравнений:

$$\frac{1}{r} \frac{d}{dr} \left( r \chi \frac{dT}{dr} \right) + \sigma E_z^2 - \psi = 0; \quad (9)$$

$$\frac{1}{r} \frac{d}{dr} \left( r \eta \frac{du}{dr} \right) - \frac{dp}{dz} = 0. \quad (10)$$

Здесь  $\psi$  — потери энергии плазмы на излучение;  $\eta$  — коэффициент динамической вязкости плазмы, а величина аксиальной компоненты электрического поля (градиента электрического потенциала)  $E_z = -(d\phi/dz)$  и градиента давления  $dp/dz$  определяются из интегральных соотношений:

$$I = 2\pi E_z \int_0^{R_p} \sigma r dr; \quad G = 2\pi \int_0^{R_p} \rho u r dr, \quad (11)$$

где  $I$  — ток дуги;  $G$  — массовый расход плазмобластуяющего газа.

Краевые условия для уравнений (9), (10) выбираются в соответствии с условиями симметрии тече-

ния (1) и условиями «прилипания» на охлаждаемой стенке плазмформирующего канала, что дает:

$$\begin{aligned} \frac{\partial T}{\partial r} \Big|_{r=0} &= \frac{\partial u}{\partial r} \Big|_{r=0} \text{ при } r = 0; \\ T &= T_0; u = 0 \text{ при } r = R_p. \end{aligned} \quad (12)$$

При  $R_p < r \leq R$  граничные условия для температуры и электрического потенциала совпадают с (7), радиальная компонента вектора скорости плазмы полагается равной нулю, а условия для аксиальной компоненты скорости задаются следующим образом:

$$\begin{aligned} u \Big|_{z=0} &= 0 \text{ при } R_p \leq r \leq R_1; \\ u \Big|_{z=0} &= u_0 \text{ при } R_1 < r < R_2; \\ u \Big|_{z=0} &= 0 \text{ при } R_2 \leq r \leq R, \end{aligned} \quad (13)$$

где  $u_0$  — скорость защитного газа в случае сжатой дуги, определяемая его расходом, а также внутренним  $R_1$  и внешним  $R_2$  радиусами сопла для его подачи (см. рис. 1, а).

Исходная система уравнений [8], совместно с граничными условиями (1) – (8) для свободнотгорящей дуги и (1) – (5), (9) – (13) для плазменной дуги решалась численно, методом конечных разностей. При определении температурных зависимостей термодинамических свойств, транспортных коэффициентов и излучательной способности дуговой плазмы использовались расчетные данные для изотермической аргоновой плазмы атмосферного давления, приведенные в работе [10]. При численном решении газодинамической и тепловой задач использовался совместный лагранжево-эйлеровый метод [11, 12], адаптированный к условиям сжимаемой среды.

Сравнительный численный анализ характеристик дуговой плазмы, а также характеристик ее теплового, электромагнитного и газодинамического воздействия на поверхность анода для сжатой (плазменной) и свободнотгорящей дуги проводился при следующих параметрах: ток дуги  $I = 100, 150, 200$  А; длина свободнотгорящей дуги/длина открытого участка плазменной дуги  $L = 3$  мм; диаметр канала сопла плазмотрона  $d = 2R_p = 2, 3, 4$  мм; массовый расход плазмобразующего газа (Ar) варьировался в диапазоне  $G = 0,10 \dots 0,75 \cdot 10^{-4}$  кг/с, что соответствует объемному расходу  $0,34 \dots 2,55$  л/мин. В случае плазменной дуги внутренний и внешний радиусы кольцевого сопла для подачи защитного газа (Ar)  $R_1 = 4,4$  мм,  $R_2 = 7,7$  мм (см. рис. 1, а); скорость защитного газа  $u_0 = 0,65$  м/с. В случае свободнотгорящей дуги  $R_2 = 7,7$  мм (см. рис. 1, б);  $u_0 = 0,5$  м/с. В обоих случаях радиус расчетной области  $R$  выбирался равным 8 мм; температура поверхности водохлаждаемого анода, температура стенок плазмформирующего и защитного сопел, а также температура подаваемого защитного газа  $T_0$  принималась равной 500 К.

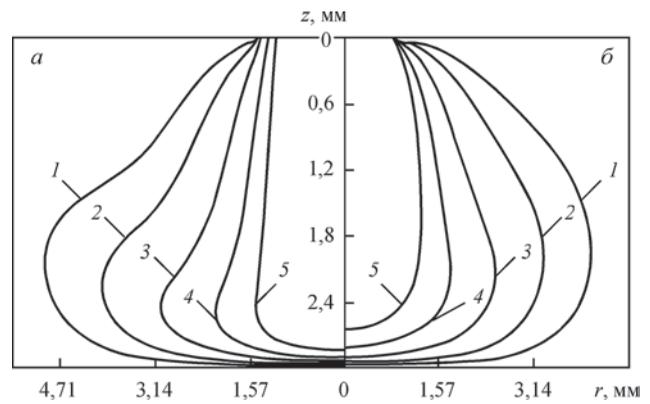


Рис. 2. Изолинии температуры плазмы столба сжатой (а) и свободнотгорящей (б) аргоновой дуги с тупоплавким катодом (W) и водохлаждаемым анодом (Cu) при токе  $I = 150$  А, длине дуги открытого участка  $L = 3$  мм, диаметре плазмформирующего канала  $d = 3$  мм и расходе плазмобразующего газа (Ar)  $G = 0,4 \cdot 10^{-4}$  кг/с (1,36 л/мин): 1 —  $T = 10$ ; 2 — 12; 3 — 14; 4 — 16; 5 — 18 К

На рис. 2 приведены изолинии температуры плазмы столба сжатой (см. рис. 2, а) и свободнотгорящей (см. рис. 2, б) дуги. Как следует из представленных на этом рисунке расчетных данных, обжатие начального участка плазменной дуги стенкой канала, продуваемого потоком плазмобразующего газа, приводит к некоторому вытягиванию изотерм вдоль оси дуги и, соответственно, к увеличению длины высокотемпературной ( $T \geq 16000$  К) области столба по сравнению со свободнотгорящей дугой. Что касается радиальных распределений температуры дуговой плазмы, то в случае 100-амперной дуги, формируемой плазмтроном с диаметром канала сопла 2 мм, температура в центре столба оказывается несколько выше соответствующей температуры для свободнотгорящей дуги, незначительно увеличиваясь с ростом расхода плазмобразующего газа (рис. 3, а). Для случая  $I = 200$  А,  $d = 4$  мм температура в центре плазменной дуги оказывается немного ниже, чем для свободнотгорящей (при сохранении тенденции к слабому возрастанию осевого значения с ростом  $G$ , показанному на рис. 3, б), что свидетельствует об ослаблении эффекта сжатия столба дуги при соответствующем увеличении тока и диаметра плазмформирующего канала.

Более ярко отмеченная особенность проявляется в расчетных распределениях плотности электрического тока в столбе дуги, приведенных на рис. 4, причем в обоих рассматриваемых случаях плотность тока в центре столба плазменной дуги оказывается меньше соответствующих значений для свободнотгорящей (см. рис. 4). Важным обстоятельством при этом является изменение характера радиального распределения величины  $|j_z|$  для сжатой дуги по сравнению со свободнотгорящей, а именно, появление «плато» в соответствующих распределениях вблизи оси столба (см. сплошные кривые на рис. 4).

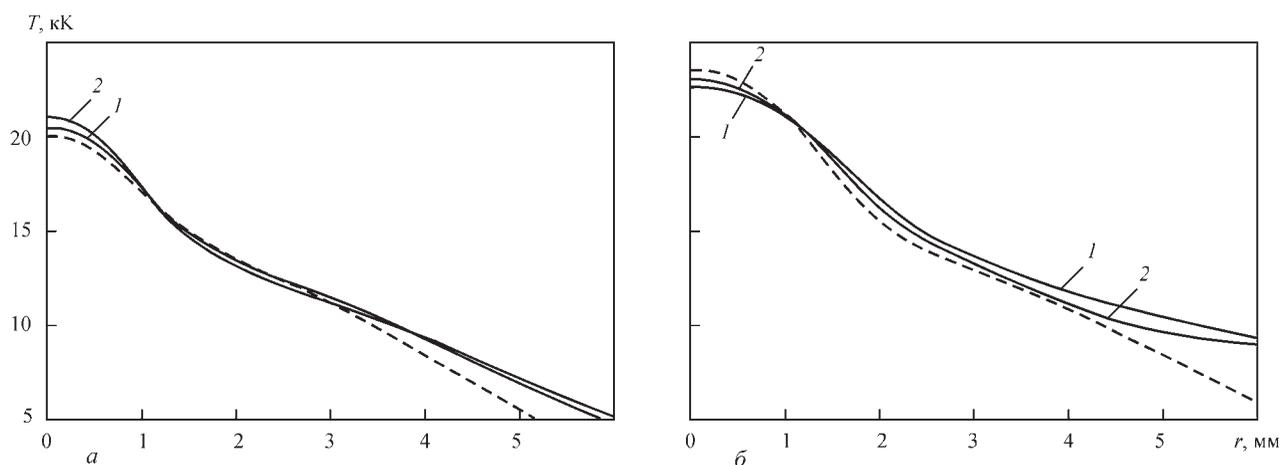


Рис. 3. Радиальные распределения температуры плазмы в сечении  $z = 1,5$  мм столба плазменной дуги: а —  $I = 100$  А;  $d = 2$  мм; 1 —  $G = 0,1 \cdot 10^{-4}$  кг/с (0,34 л/мин), 2 —  $G = 0,2 \cdot 10^{-4}$  кг/с (0,68 л/мин); б —  $I = 200$  А;  $d = 4$  мм; 1 —  $G = 0,4 \cdot 10^{-4}$  кг/с (1,36 л/мин), 2 —  $G = 0,75 \cdot 10^{-4}$  кг/с (2,55 л/мин) (штриховые кривые — соответствующие распределения для свободногорящей дуги)

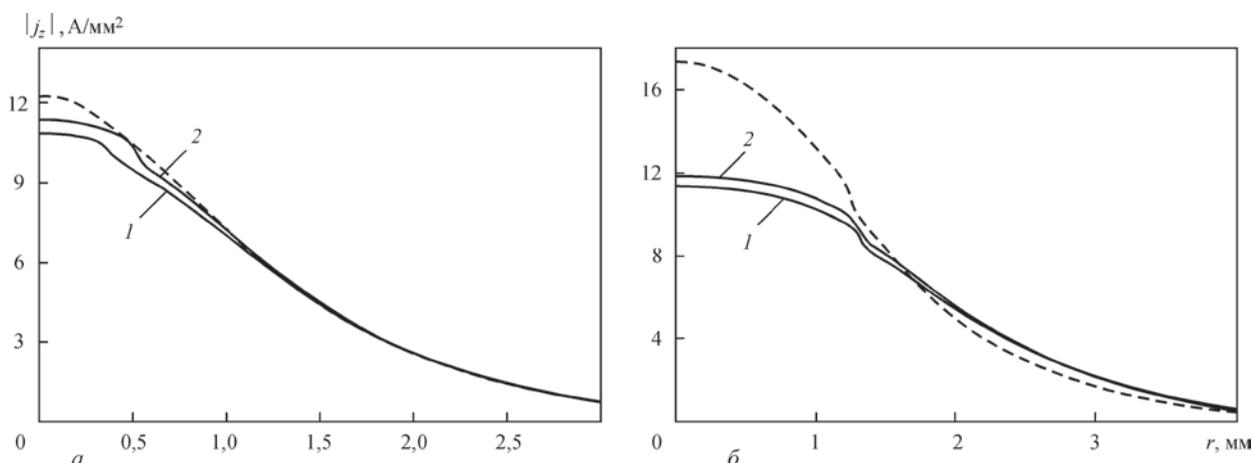


Рис. 4. Радиальные распределения аксиальной компоненты плотности электрического тока в сечении  $z = 1,5$  мм столба плазменной и свободногорящей дуги (параметры и обозначения те же, что и на рис. 3)

На рис. 5 представлены радиальные распределения аксиальной компоненты скорости дуговой плазмы в среднем сечении столба сжатой и свободногорящей дуги ( $z = 1,5$  мм). Как следует из приведенных на этом рисунке расчетных данных, скорость плазмы в столбе сжатой дуги значительно

превышает скорость дуговой плазмы для свободногорящей дуги, несколько повышаясь с увеличением тока плазменной дуги и диаметра плазмформирующего канала (ср. соответствующие сплошные кривые на рис. 5), и существенно (почти пропорци-

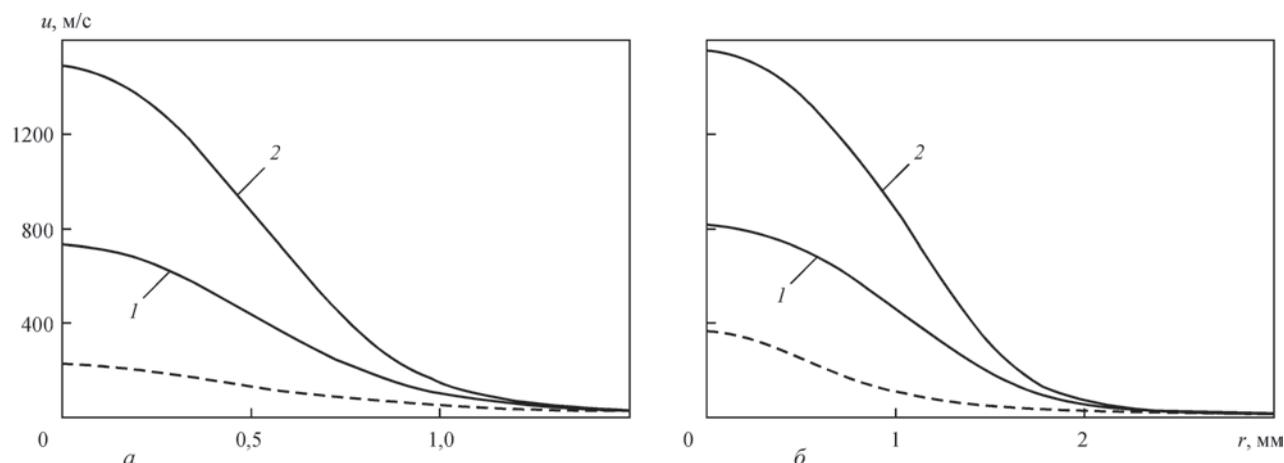


Рис. 5. Радиальные распределения аксиальной компоненты скорости плазмы в сечении  $z = 1,5$  мм столба плазменной и свободногорящей дуги (параметры и обозначения те же, что и на рис. 3)

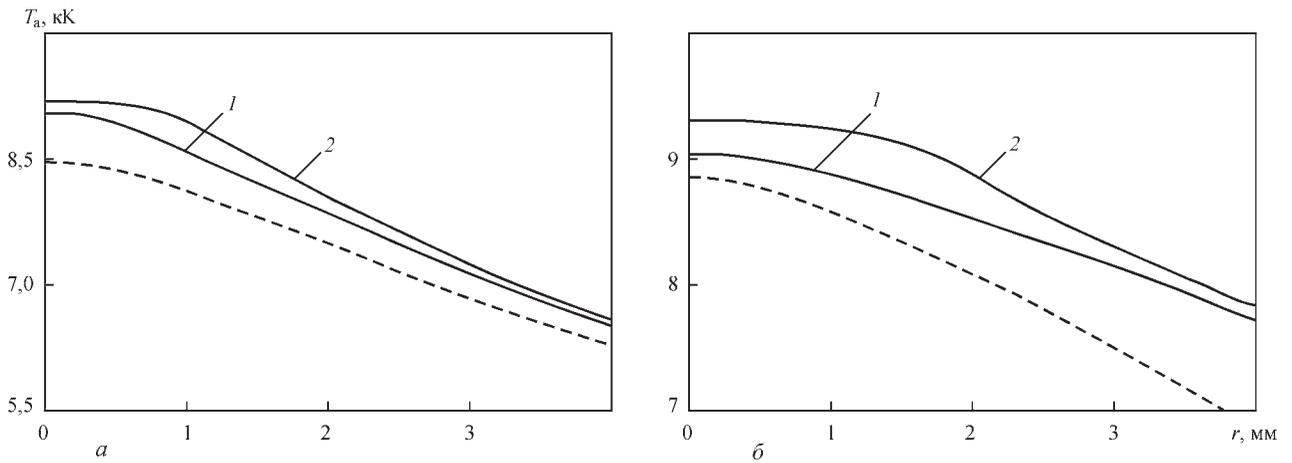


Рис. 6. Радиальные распределения температуры плазмы на границе анодного слоя плазменной дуги: *a* —  $I = 100$  А;  $d = 2$  мм; 1 —  $G = 0,1 \cdot 10^{-4}$  кг/с (0,34 л/мин), 2 —  $G = 0,2 \cdot 10^{-4}$  кг/с (0,68 л/мин); *б* —  $I = 200$  А;  $d = 4$  мм; 1 —  $G = 0,4 \cdot 10^{-4}$  кг/с (1,36 л/мин), 2 —  $G = 0,75 \cdot 10^{-4}$  кг/с (2,55 л/мин) (штриховые кривые — соответствующие распределения для свободногорящей дуги)

онально) возрастая при увеличении расхода плазмообразующего газа (ср. кривые 1, 2 на рис. 5).

Прежде чем перейти к анализу характеристик прианодной плазмы необходимо отметить, что одной из причин описанных выше особенностей поведения радиальных распределений температуры плазмы и плотности электрического тока в столбе сжатой дуги при увеличении тока и диаметра плазмоформирующего канала по отношению к соответствующим распределениям для свободногорящей дуги может быть выбор граничных условий для температуры и скорости плазмы на срезе канала сопла плазмотрона в виде (9), (10). Так, при малых значениях диаметра канала использование предположения об одномерности течения дуговой плазмы на выходе канала и, соответственно, использование условий (9), (10) представляется достаточно обоснованным, тогда как при увеличении  $R_p$  более корректные результаты могут быть получены путем решения исходных уравнений во всей области, включая область дуговой плазмы внутри канала сопла плазмотрона (см. рис. 1, *a*), что предполагается сделать на следующем этапе исследований.

На рис. 6, 8 приведены расчетные распределения характеристик дуговой плазмы на границе анодного слоя со столбом дуги, а на рис. 7, 9, 10 — распределенные характеристики ее электрического, теплового и динамического воздействия на поверхность анода. В отличие от радиальных распределений температуры плазмы в столбе дуги (см. рис. 3), температура дуговой плазмы вблизи анода сжатой дуги оказывается заметно выше температуры прианодной плазмы для свободногорящей дуги, увеличиваясь с ростом расхода плазмообразующего газа, при этом профиль  $T_a(r)$  с возрастанием  $G$  становится более «наполненным» (см. рис. 6). Это связано с более эффективным переносом тепловой энергии в сторону анода высокоскоростным потоком плазмы сжатой дуги по сравнению с относительно слабым конвективным переносом тепловой энергии в случае свободногорящей дуги (см. рис. 5).

Распределения  $j_a(r)$ , представленные на рис. 7, свидетельствуют о более высокой степени контрагирования анодной области 100-амперной плазменной дуги по сравнению со свободногорящей, тогда

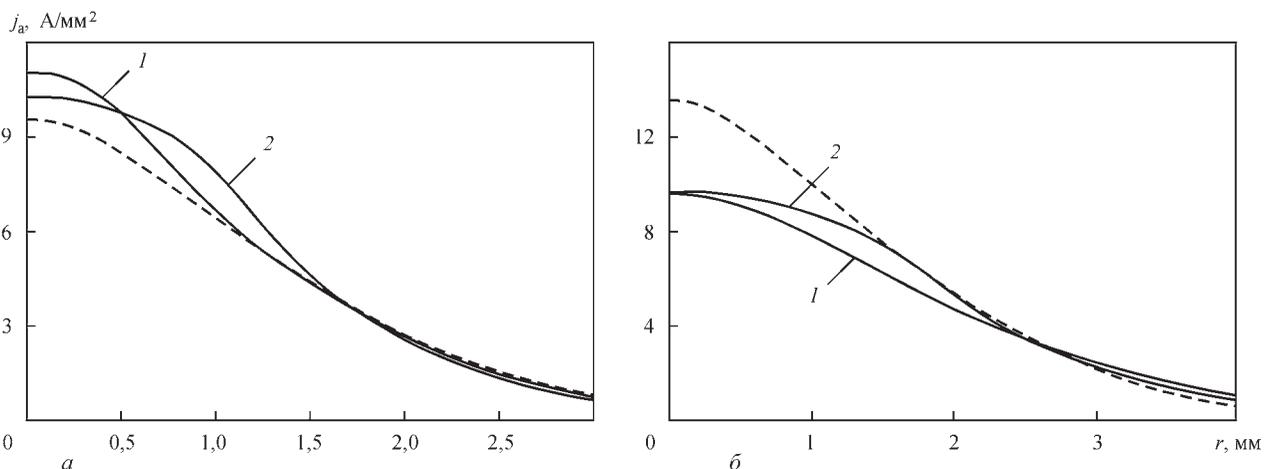


Рис. 7. Радиальные распределения плотности электрического тока на аноде плазменной (*a*) и свободногорящей (*б*) дуги (параметры и обозначения те же, что и на рис. 6)

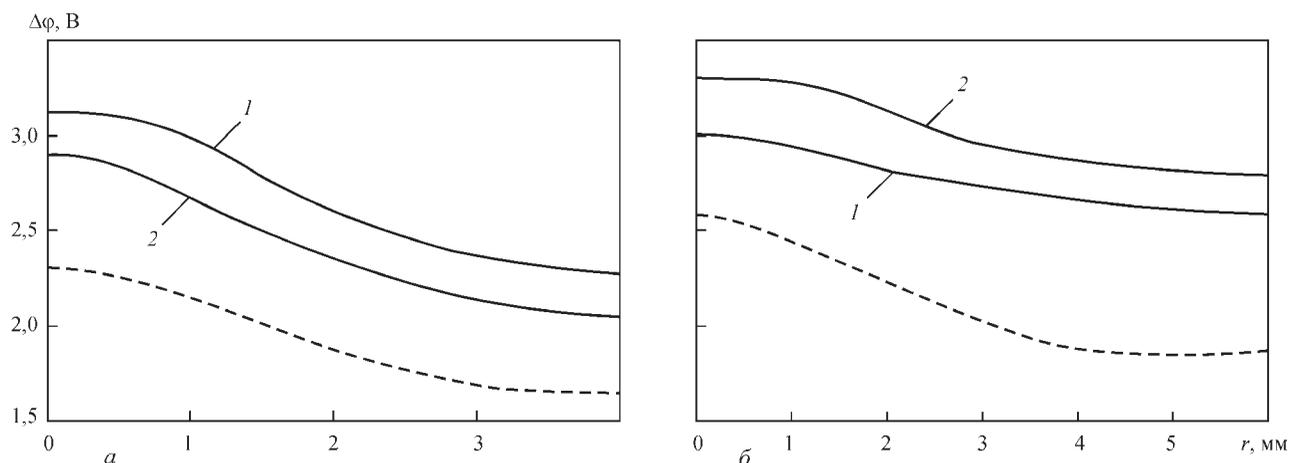


Рис. 8. Радиальные распределения потенциала плазмы на границе анодного слоя плазменной и свободногорящей дуги (потенциал поверхности анода принят постоянным и равным нулю, параметры и обозначения те же, что и на рис. 6)

как при  $I = 200$  А наблюдается обратная картина (ср. рис. 7). Кроме того, аналогично радиальным распределениям температуры прианодной плазмы, профили распределения плотности электрического тока на аноде плазменной дуги с ростом расхода плазмообразующего газа становятся более «наполненными» за счет некоторого снижения плотности тока на оси (ср. кривые 1, 2 на рис. 7). Причиной этого являются не только отмеченные выше особенности поведения распределений  $T_a(r)$  для сжатой дуги (см. рис. 6), но и перестройка радиальных распределений потенциала плазмы на границе столба с анодным слоем плазменной дуги по сравнению со свободногорящей (рис. 8). Как показано в работе [13], это приводит к изменению радиальной компоненты напряженности электрического поля  $E_r = - (d\phi/dr)$ , в рассматриваемом случае — к ее уменьшению в приосевой зоне анодной области (см. рис. 8), и, как следствие, вектора плотности электрического тока в прианодной дуговой плазме, определяющего картину протекания тока между плазмой и поверхностью анода.

На рис. 9 приведены радиальные распределения теплового потока, вводимого дугой в анод. В случае 100-амперной плазменной дуги ( $d = 2$  мм)

величина  $q_a$  существенно превышает соответствующие значения для свободногорящей дуги, причем с ростом расхода плазмообразующего газа наблюдается непропорциональное по радиальной координате увеличение плотности теплового потока, приводящее к тому, что его профиль становится более наполненным (см. рис. 9, а). При  $I = 200$  А ( $d = 4$  мм) осевое значение теплового потока, вводимого в анод сжатой дугой, может быть как меньше величины  $q_a(0)$  для свободногорящей дуги (при малом расходе плазмообразующего газа), так и превышать его (при увеличении  $G$ ), как показано на рис. 9, б. Что касается интегральных значений мощности, вкладываемой дугой в анод

$$Q_a = 2\pi \int_0^{\infty} q_a r dr,$$

то во всех рассматриваемых случаях эта величина для плазменной дуги оказывается существенно выше, чем для свободногорящей и возрастает с ростом расхода плазмообразующего газа, как следует из расчетных данных, представленных в таблице. Основной причиной этого является интенсивный перенос тепловой энергии из высокотемпературной области столба сжатой дуги в сторону анода, осуществляемый более высоко-

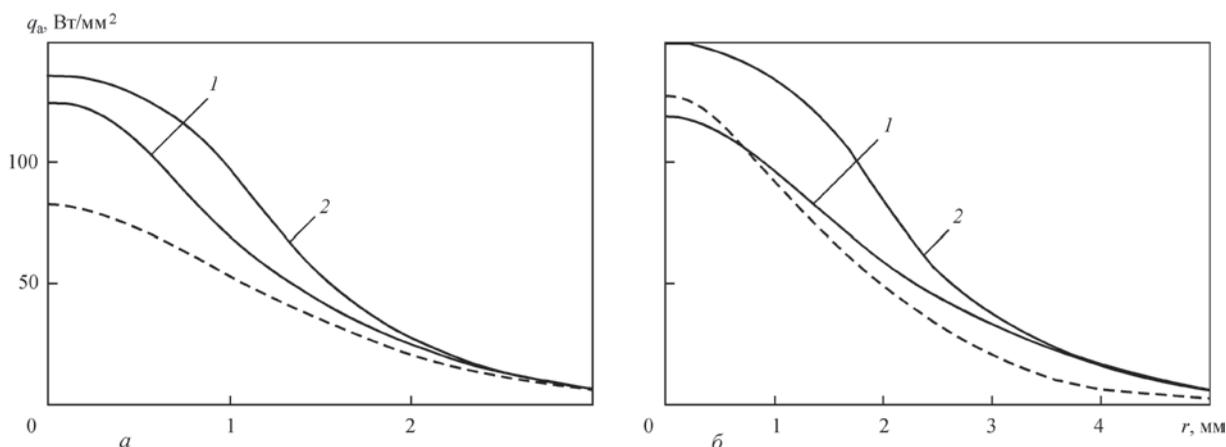


Рис. 9. Радиальные распределения теплового потока в анод для плазменной и свободногорящей дуги (параметры и обозначения те же, что и на рис. 6)

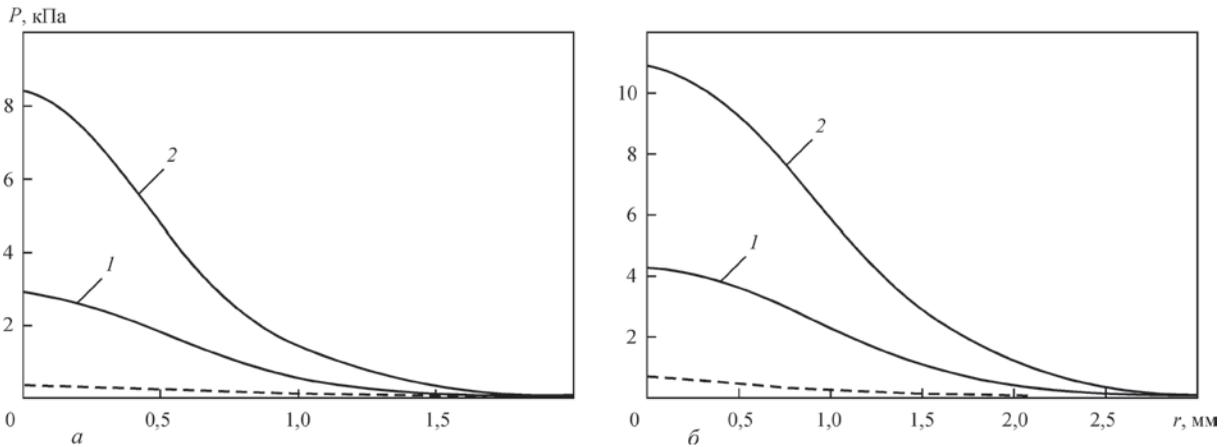


Рис. 10. Радиальные распределения газодинамического давления потока плазмы на поверхность анода для плазменной и свободногорящей дуги (параметры и обозначения те же, что и на рис. 6)

**Мощность  $Q_a$ , вкладываемая в анод сжатой (плазменной) и свободногорящей аргоновой дугой**

Тип дуги	$I = 100$ А ( $d = 2$ мм)	$I = 200$ А ( $d = 4$ мм)
Свободногорящая	789 Вт	1724 Вт
Сжатая (плазменная)	999 Вт ( $G = 0,34$ л/мин)	2518 Вт ( $G = 1,36$ л/мин)
	1187 Вт ( $G = 0,68$ л/мин)	3139 Вт ( $G = 2,55$ л/мин)

скоростным потоком дуговой плазмы, чем в случае свободногорящей дуги (см. рис. 5).

Еще одной важной характеристикой воздействия дуги на поверхность анода является газодинамическое давление  $P$  потока дуговой плазмы на указанную поверхность. Расчетные распределения величины  $P$  вдоль анодной поверхности приведены на рис. 10. Как следует из представленных на этом рисунке расчетных данных, газодинамическое давление на поверхность анода плазмы сжатой дуги существенно превышает соответствующие значения для свободногорящей дуги, увеличиваясь с ростом тока плазменной дуги и диаметра канала сопла плазматрона (ср. соответствующие сплошные кривые на рис. 10, а, б), и существенно возрастая при увеличении расхода плазмообразующего газа (ср. кривые 1 и 2 на рис. 10, а, б).

В целом, результаты моделирования, представленные в таблице и на рис. 7, 9, 10, позволяют сделать вывод о том, что изменение расхода плазмообразующего газа при плазменной сварке является эффективным способом воздействия не только на величину и распределение газодинамического давления плазмы сжатой дуги на поверхность сварочной ванны, но и на соответствующие характеристики ее теплового и электромагнитного воздействия на свариваемый металл.

1. Низкотемпературная плазма / В. С. Энгельшт, В. Ц. Гурович, Г. А. Десятков [и др.]. — Новосибирск: Наука, 1990. — Т. 1. Теория столба электрической дуги. — 376 с.

2. A two-dimensional nonequilibrium model of cascaded arc plasma flows / J. J. Beulens, D. Milojevic, D. C. Schram [et al.] // Phys. Fluids B. — 1991. — 3, № 9. — P. 2548–2557.

3. Dowden J. Plasma arc welding: a mathematical model of the arc / J. Dowden, P. Kapadia // Journal of Physics D: Applied Physics. — 1994. — 27, № 5. — P. 902–910.

4. TIG and plasma arc modelling: a survey / J. Wendelstorf, I. Decker, H. Wohlfahrt [et al.] // Mathematical Modelling of Weld Phenomena 3. — London: The Institute of Materials, 1996. — P. 848–897.

5. Jenista J. Numerical model of the anode region of high-current electric arcs / J. Jenista, J. V. R. Heberlein, E. Pfender // IEEE Trans. on Plasma Science. — 1997. — 25, No 5. — P. 883–890.

6. Schnick M. Numerical investigations of the influence of design parameters, gas composition and electric current in Plasma Arc Welding (PAW) / M. Schnick, U. Füssel, A. Spille-Kohoff // Welding in the World. — 2010. — 54, Is. 3. — P. 87–96.

7. Кривцун И. В. Модель процессов тепло-, массо- и электропереноса в анодной области и столбе сварочной дуги с тугоплавким катодом / И. В. Кривцун, В. Ф. Демченко, И. В. Крикент // Автоматическая сварка. — 2010. — № 6. — С. 3–11.

8. Крикент И. В. Моделирование процессов тепло-, массо- и электропереноса в столбе и анодной области дуги с тугоплавким катодом / И. В. Крикент, И. В. Кривцун, В. Ф. Демченко // Автоматическая сварка. — 2012. — № 3. — С. 7–11.

9. Investigation of cathode spot behaviour of atmospheric argon arcs by mathematical modeling / J. Wendelstorf, G. Simon, I. Decker [et al.] // Proc. of the 12th Int. Conf. on Gas Discharges and their Applications. Germany, Greifswald, 1997. — Vol. 1. — P. 62–65.

10. Boulos M. I. Thermal plasmas: Fundamentals and applications / M. I. Boulos, P. Fauchais, E. Pfender. — New York and London: Plenum Press, 1997. — Vol. 1. — 454 p.

11. Ляшко И. И. Вариант метода расщепления уравнений динамики вязкой несжимаемой жидкости на лагранжево-эйлеровых сетках / И. И. Ляшко, В. Ф. Демченко, С. А. Вакуленко // Доклады АН УССР. Серия А. — 1981. — № 7. — С. 43–47.

12. Демченко В. Ф. Лагранжево-эйлеровый метод численного решения многомерных задач конвективной диффузии / В. Ф. Демченко, А. Б. Лесной // Доповіди НАНУ. — 2000. — № 11. — С. 71–75.

13. Взаимодействие пучка излучения CO<sub>2</sub>-лазера с плазмой электрической дуги при гибридной (лазер + ТИГ) сварке / И. В. Кривцун, И. В. Крикент, В. Ф. Демченко [и др.] // Автоматическая сварка. — 2015. — № 3–4. — С. 7–16.

## 3.2. ВЗАИМОДЕЙСТВИЕ ПОТОКА ДУГОВОЙ ПЛАЗМЫ С ДИСПЕРСНЫМИ МАТЕРИАЛАМИ ПРИ ПЛАЗМЕННОМ НАПЫЛЕНИИ ПОКРЫТИЙ

Представленные ниже работы посвящены разработке математических моделей и соответствующего программного обеспечения, а также компьютерному моделированию процессов теплового и динамического взаимодействия турбулентного потока плазмы, создаваемого дуговыми плазмотронами косвенного действия, с частицами различных дисперсных материалов при плазменно-порошковом напылении покрытий.

В работе [3.2.1] предложена комплексная математическая модель физических процессов в системе «плазменная струя–напыляемые частицы» при плазменном напылении покрытий. Она состоит из модели для численного исследования характеристик электрической дуги в плазмотроне косвенного действия с гладким каналом и генерируемой таким плазмотроном турбулентной плазменной струи, а также модели, описывающей движение и нагрев напыляемых частиц в струе плазмы с известными (вычисленными с помощью первой модели) распределениями тепловых и газодинамических характеристик. Для компьютерной реализации предложенной комплексной модели создано специализированное программное обеспечение (CASPS, версии 2.0 и 3.1), имеющее удобный графический интерфейс пользователя. Данное программное обеспечение представляет собой пакет прикладных программ из двух взаимосвязанных модулей: моделирования плазменной струи и моделирования напыляемых частиц. Оно позволяет моделировать процесс плазменного напыления при использовании определенных плазмообразующих сред ( $\text{Ar}$ ,  $\text{N}_2$ ,  $\text{Ar} + \text{H}_2$ ,  $\text{Ar} + \text{He}$ ) и напыляемых материалов ( $\text{Al}$ ,  $\text{Cu}$ ,  $\text{Mo}$ ,  $\text{Ni}$ ,  $\text{Ti}$ ,  $\text{Al}_2\text{O}_3$ ,  $\text{Cr}_2\text{O}_3$ ,  $\text{Fe}_3\text{O}_4$ ,  $\text{TiO}_2$ ,  $\text{ZrO}_2$ ,  $\text{Cr}_3\text{C}_2$ ,  $\text{TiC}$ ,  $\text{WC}$ ,  $\text{CaF}_2$ ,  $\text{AlCuFe}$ ). С помощью разработанного программного обеспечения выполнено детальное компьютерное моделирование процессов плазменного напыления частиц никеля и  $\text{Al}_2\text{O}_3$  при использовании в качестве плазмообразующего газа аргона и азота. Для тех же условий проведены экспериментальные исследования процессов напыления и качества получаемых покрытий, в частности, с помощью инструмента ISSO-1 измерены скорости и траектории напыляемых частиц. Результаты компьютерного моделирования находятся в хорошем соответствии с полученными экспериментальными данными.

Работа [3.2.2] посвящена разработке математической модели для численного исследования динамики нагрева и движения в плазменной струе композиционных частиц порошка с учетом выделения тепла в объеме частиц в результате протекания химической реакции между их исходными компонентами. Создано специальное программное обеспечение для компьютерной реализации модели плазменного нагрева частиц с внутренним источником тепла, при этом для расчета характеристик турбулентной плазменной струи, траекторий и скоростей движения частиц использовано программное обеспечение CASPS, детально описанное в [3.2.1]. Проведен численный анализ особенностей нагрева и движения в плазменной струе, генерируемой плазмотроном с диаметром канала 6 мм, при токе 450 А и расходе плазмообразующего газа (80 %  $\text{Ar} + 20$  %  $\text{H}_2$ ) 55 л/мин, композиционных частиц Ni–Al различного диаметра (40...70 мкм) с учетом тепловыделения в объеме частицы вследствие экзотермической реакции образования интерметаллида. Показано существенное влияние теплоты такой реакции на динамику плазменного нагрева рассматриваемых частиц.

В работах [3.2.3, 3.2.4] описаны основные физические процессы, определяющие тепловое воздействие плазменной струи на частицы дисперсных материалов при плазменном напылении покрытий. В [3.2.3] проанализированы различные критериальные зависимости, используемые для расчета конвективно-кондуктивной составляющей теплового потока через поверхность сферической частицы, обтекаемой потоком слабоионизированной плазмы атмосферного давления (горячего газа). Предложена методика расчета характеристик радиационного теплообмена плазмы с поверхностью металлической частицы. В широком диапазоне параметров невозмущенного плазменного потока (аргоновая плазма) и температуры поверхности частицы (алюминий) проведен численный анализ рассмотренных составляющих потока тепла в частицу. Показано существенное влияние радиационного теплообмена на результирующий тепловой поток через поверхность напыляемой частицы. Работа [3.2.4] посвящена исследованию особенностей теплообмена ионизированного газа с частицей дисперсного материала, в том числе при учете испарения материала частицы. Предложен подход для расчета как потоков энергии электронов и ионов окружающей плазмы на поверхность частицы, так и потока энергии, уносимой испаряющимся в конвективном режиме материалом с указанной поверхности. Проведен детальный численный анализ составляющих и полного потока энергии через поверхность алюминиевой частицы, находящейся в аргоновой плазме атмосферного давления, в зависимости от температуры электронов приповерхностной плазмы и температуры поверхности частицы.

### 3.2.1. КОМПЬЮТЕРНОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ПРОЦЕССА ПЛАЗМЕННОГО НАПЫЛЕНИЯ\*

Ю.С. БОРИСОВ, И.В. КРИВЦУН, А.Ф. МУЖИЧЕНКО, Е. ЛЮГШАЙДЕР, У. ЭРИТТ

До последнего времени основной методикой при разработке практических технологий плазменного нанесения покрытий служил прямой эксперимент с поиском оптимальных условий. Это связано со значительными затратами времени и средств, причем не всегда можно полагаться на то, что достигнут действительно наилучший результат. В связи с этим все большее внимание обращает на себя разработка систем компьютерного моделирования [1, 2] процесса плазменного напыления, позволяющих выполнить объективный анализ влияния различных факторов на условия нагрева и движения частиц в плазменной струе, а также выбрать наиболее рациональную комбинацию этих факторов. Такое использование компьютерного моделирования представляет собой реальный путь перехода от чисто экспериментального подхода, применяемого при отработке технологии плазменного нанесения покрытий, к автоматизированному выбору его оптимальных параметров.

При разработке компьютерных моделей процесса плазменного напыления можно выделить два подхода: с одной стороны, детальное теоретическое исследование и численное моделирование отдельных физико-химических явлений, с другой — создание математических моделей и программного обеспечения для компьютерного моделирования процесса в целом. Примером

второго подхода может служить разработанное в ИЭС им. Е. О. Патона НАН Украины программное обеспечение CASPSP (версии 2.0 [3] и 3.1). Оно предназначено для компьютерного моделирования турбулентных плазменных струй, используемых при нанесении покрытий, а также моделирования нагрева и движения напыляемых частиц в таких струях.

Данное программное обеспечение представляет собой пакет прикладных программ, состоящий из двух взаимосвязанных модулей:

- моделирование плазменной струи;
- моделирование напыляемых частиц.

Первый модуль предназначен для моделирования дозвуковых плазменных струй, генерируемых плазмотронами косвенного действия и истекающих в открытое пространство (рис. 1). Этот модуль позволяет рассчитывать и отображать на дисплее пространственные распределения температуры и скорости свободной плазменной струи (рис. 2) в зависимости от геометрических размеров сопла-анода плазмотрона и параметров режима его работы (ток дуги, состав и расход плазмообразующего газа).

Второй модуль служит для моделирования поведения напыляемых частиц (рис. 3) в плазменной струе с предварительно вычисленными пространственными распределениями температуры и ско-

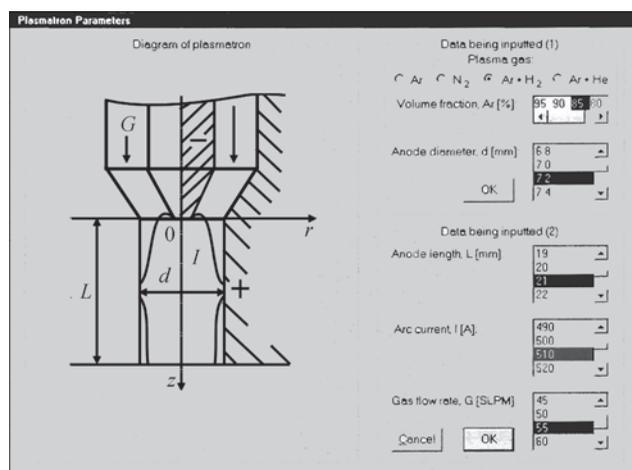


Рис. 1. Расчетная схема плазмотрона и параметры, используемые при моделировании плазменной струи

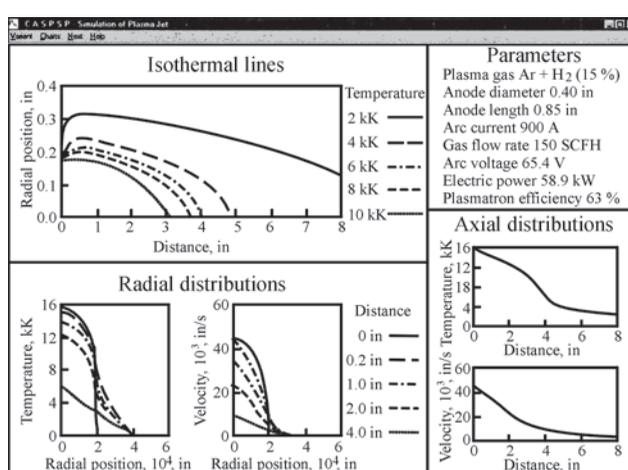


Рис. 2. Графическое представление результатов моделирования плазменной струи

\*Автоматическая сварка. — 2000. — № 12. — С. 42–51.

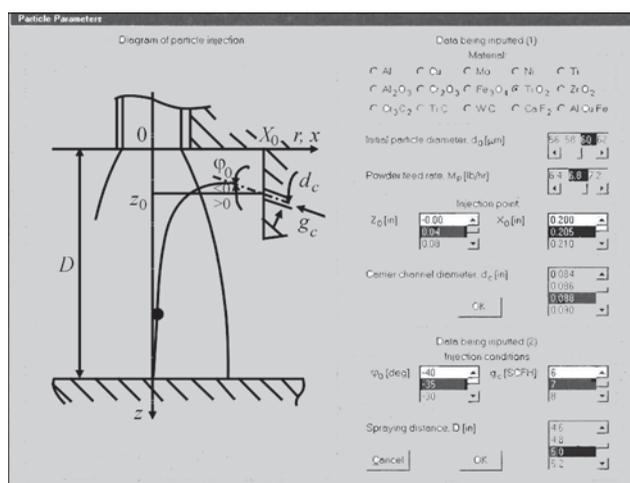


Рис. 3. Схема ввода напыляемых частиц в струю и параметры, используемые при их моделировании

Он позволяет рассчитывать и отображать траекторию, скорость и параметры теплового состояния напыляемой частицы (рис. 4) в зависимости от состава ее материала, начального диаметра и условий ввода в струю. Следует отметить, что в новой версии CASPSP (3.1) предусмотрена возможность учета снижения температуры и скорости плазменной струи за счет загрузки последней напыляемым материалом.

Разработанное программное обеспечение имеет Windows 9x/NT/2000 интерфейс пользователя (англоязычный), который включает следующие системы для каждого модуля:

- управляющее меню;
- система ввода-вывода и обработки данных (рис. 1, 3);
- система графического отображения и печати результатов (рис. 2, 4);
- система помощи.

Новая версия программного обеспечения допускает также выбор различных единиц измерения для вводимых и выводимых данных;

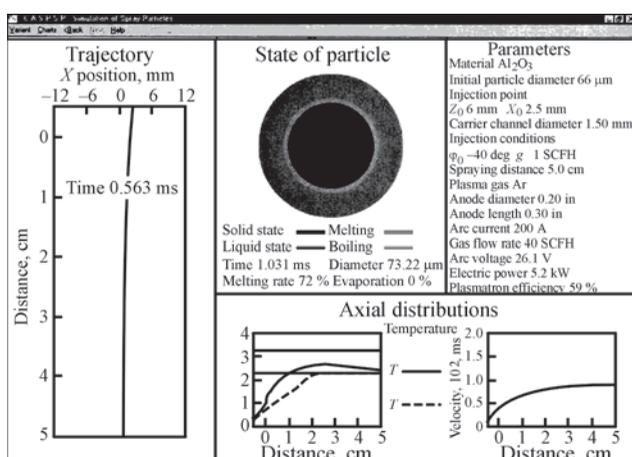


Рис. 4. Графическое представление результатов моделирования напыляемых частиц

- размеры (см\in);
- температуры (K\F\C);
- расход газов (л\мин\SCFH);
- расход порошков (кг\ч\lb/hr).

Наконец, она позволяет моделировать процесс плазменного напыления при использовании различных плазмообразующих сред.

• Ar • N<sub>2</sub> • Ar + H<sub>2</sub> • Ar + He (рис. 1), а также напыляемых материалов:

- Al • Cu • Mo • Ni • Ti • Al<sub>2</sub>O<sub>3</sub> •
- Cr<sub>2</sub>O<sub>3</sub> • Fe<sub>3</sub>O<sub>4</sub> • TiO<sub>2</sub> • ZrO<sub>2</sub> •
- Cr<sub>3</sub>C<sub>2</sub> • TiC • WC • CaF<sub>2</sub> •
- AlCuFe (рис. 3).

**Моделирование плазменной струи.** В основе расчетных программ для первого модуля CASPSP лежит математическая модель газодинамики и теплообмена для турбулентного течения дуговой плазмы, описываемого системой магнитогидродинамических (МГД) уравнений [4]. Известно, что особенностью плазменных потоков, создаваемых плазмотронами косвенного действия, является наличие двух участков течения, которые отличаются по характеру протекающих физических явлений. На первом происходит нагрев и ускорение плазмообразующего газа электрической дугой (электродуговой участок), на втором — инерционное движение бестоковой плазмы (инерционный участок). Тепловые и газодинамические характеристики плазменной струи определяются в основном процессами на электродуговом участке течения, которые в свою очередь зависят от конструкции и режима работы плазмотрона. Поэтому корректное описание и компьютерное моделирование плазменных струй, используемых для нанесения покрытий, невозможно без учета всего комплекса электродуговых процессов, протекающих в плазмотроне.

Рассмотрим вначале электродуговой участок течения плазмы в плазмотроне с гладким каналом, схема которого представлена на рис. 1. Предполагаем, что дуга горит в турбулентном потоке плазмообразующего газа между тугоплавким штыревым катодом и медным цилиндрическим соплом-анодом. Обозначим: *d* — диаметр плазмформирующего канала; *L* — его длина; *I* — ток дуги; *G* — объемный расход плазмообразующего газа (при стандартных условиях). Для математического описания физических процессов в плазмотронах с аксиальной подачей плазмообразующего газа примем следующие допущения:

1) рассматриваемая плазменная система обладает цилиндрической симметрией, а протекающие процессы являются стационарными;

2) плазма находится в состоянии локального термодинамического равновесия, а ее собственное излучение — объемное;

3) работой сил давления и вязкой диссипацией можно пренебречь, а основными механизмами выделения и переноса энергии в плазме следует считать джоулево тепловыделение (на дуговом участке), теплопроводность и конвекцию (естественная конвекция в расчет не принимается);

4) течение плазмы вязкое дозвуковое, режим течения — турбулентный; внешние магнитные поля отсутствуют.

Учитывая также, что в плазматронах рассматриваемой схемы течение газа происходит преимущественно в осевом направлении, а радиальные градиенты температуры и скорости существенно больше аксиальных, для расчета тепловых и газодинамических характеристик плазмы будем использовать приближение пограничного слоя [5]. Полагая турбулентность гидродинамической (пренебрегая пульсациями электромагнитных величин) и считая пульсации давления малыми, при использовании гипотезы Буссинеска можно показать, что система МГД уравнений в приближении турбулентного пограничного слоя для осредненных по времени значений температуры и скорости плазмы имеет вид [2, 4]

$$\rho C_p \left( \bar{v} \frac{\partial T}{\partial r} + u \frac{\partial T}{\partial z} \right) = \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left( r \bar{\chi} \frac{\partial T}{\partial r} \right) + \sigma E^2 - \psi; \quad (1)$$

$$\rho \left( \bar{v} \frac{\partial u}{\partial r} + u \frac{\partial u}{\partial z} \right) = \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left( r \bar{\eta} \frac{\partial u}{\partial r} \right) - \frac{\partial}{\partial z} \left( p + \mu_0 \frac{H^2}{2} \right); \quad (2)$$

$$\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (r \rho \bar{v}) + \frac{\partial}{\partial z} (\rho u) = 0. \quad (3)$$

Здесь  $T$  — осредненная температура плазмы;  $\bar{v} = (\rho v + \rho' v')/\rho$ , где  $v, \rho$  — осредненные радиальная скорость и плотность плазмы;  $\rho'$  и  $v'$  — пульсации плотности и радиальной скорости;  $u$  — осредненная аксиальная скорость плазмы;  $p$  — давление;  $\sigma, C_p$  — удельные электропроводность и теплоемкость плазмы при постоянном давлении;  $\psi$  — объемная плотность мощности собственного излучения;  $\bar{\eta}$  и  $\bar{\chi}$  — полные коэффициенты динамической вязкости и теплопроводности плазмы, представляющие собой соответственно суммы молекулярной и турбулентной вязкости и теплопроводности;  $E$  — осевая составляющая напряженности электрического поля;  $\mu_0$  — универсальная магнитная постоянная;  $H$  — азимутальная составляющая магнитного поля тока дуги:

$$H = \frac{1}{r} E \int_0^r \sigma r dr. \quad (4)$$

В рамках используемого приближения пограничного слоя осевая составляющая напряженности электрического поля дуги практически постоянна по сечению канала [4] и определяется из условия сохранения полного тока

$$I = 2\pi E \int_0^{R_C} \sigma r dr, \quad (5)$$

где  $R_C$  — радиус расчетной области для дугового участка,  $R_C = d/2$ .

На дуговом участке течения распределение давления определяется с учетом его магнитной составляющей:

$$p = p_{\text{ext}} - \int_z^L \frac{dp_C}{dz} dz + \mu_0 E \int_r^{R_C} \sigma H dr, \quad (6)$$

где  $p_{\text{ext}}$  — давление во внешней среде. Градиент газостатического давления  $dp_C/dz$  в приближении пограничного слоя также постоянен по сечению канала [5] и определяется из условия сохранения полного расхода газа через плазматрон:

$$\rho_0 G = 2\pi \int_0^{R_C} \rho u r dr, \quad (7)$$

где  $\rho_0$  — массовая плотность плазмообразующего газа при стандартных условиях.

Система уравнений (1)–(7) должна быть дополнена уравнением состояния и зависимостями молекулярных коэффициентов переноса, теплофизических параметров и радиационных потерь плазмообразующего газа от температуры и давления:

$$\begin{aligned} \rho &= \rho(T, p); & C_p &= C_p(T, p); & \chi &= \chi(T, p); \\ \eta &= \eta(T, p); & \sigma &= \sigma(T, p); & \psi &= \psi(T, p). \end{aligned} \quad (8)$$

Подробные таблицы указанных величин для используемых плазмообразующих газов и смесей приведены, например, в [4, 6]. Здесь следует напомнить, что входящие в уравнение (1), (2) суммарные коэффициенты динамической вязкости и теплопроводности плазмы имеют вид

$$\bar{\eta} = \eta + \eta_t, \quad \bar{\chi} = \chi + \chi_t, \quad (9)$$

где индекс  $t$  относится к турбулентным составляющим указанных коэффициентов переноса.

Для определений турбулентной вязкости  $\eta_t$  воспользуемся комбинированной алгебраической моделью турбулентности. Как показано в [4], она наилучшим образом согласуется с экспериментом по всему комплексу параметров электродуговых течений в канале, продуваемом турбулентным потоком газа. При этом используются:

1) в центральной области канала — модель Прандтля [7]:

$$\eta_t = \rho l_m \left| \frac{\partial u}{\partial r} \right|, \quad (10)$$

где  $l_m = 0,41(R_C - r)$  — длина пути смещения;

2) в пристеночной области — модель Дайсслера [8]:

$$\frac{\eta_t}{\eta} = 0,0154u^+Y^+[-\exp(0,0154u^+Y^+)], \quad (11)$$

где

$$u^+ = \frac{u}{v^+}, \quad Y^+ = \frac{\rho(R_C - r)}{\eta} v^+, \quad v^+ = \sqrt{\left(\eta \frac{\partial u}{\partial r}\right)_{R_C} / \rho_{R_C}}. \quad (12)$$

Граница области применимости формулы (11) определяется условием  $0 < Y^+ < 26$ . При  $Y^+ > 26$  используется формула (10).

Коэффициент турбулентной теплопроводности  $\chi_t$  может быть выражен через коэффициент турбулентной вязкости с помощью соотношения:

$$\chi_t = \eta_t \frac{C_p}{Pr_t}, \quad (13)$$

где  $Pr_t$  — турбулентное число Прандтля, которое выбирается согласно рекомендациям [9] или принимается равным единице [4].

Для описания характеристик турбулентного потока плазмы на инерционном участке течения внутри сопла-анода плазмотрона ( $L_a < z < L$ , где  $L_a$  — длина дуги) в приведенных выше уравнениях следует положить  $E = H = 0$ . В этом случае система уравнений (1)–(3) совместно с соотношениями (6), (7) переходит в обычную систему газодинамических уравнений турбулентного пограничного слоя для внутренних течений [10]. Выражения для турбулентных коэффициентов переноса на инерционном участке течения плазмы внутри канала остаются теми же, что и на дуговом участке — (10)–(13).

Эта же система газодинамических уравнений может быть использована и для описания инерционного участка плазменной струи вне канала плазмотрона ( $z > L$ ). Полагая, что дозвуковая струя истекает в покоящуюся среду, давление в которой постоянно, в уравнении (2) принимаем  $\partial p / \partial z = 0$ ,  $p = p_{ext}$ . Тогда исходная система уравнений при  $E = H = 0$  будет описывать бестоковую струю в приближении турбулентного пограничного слоя.

Для определения турбулентной вязкости в случае свободной затопленной (истекающей в покоящуюся среду) струи будем использовать модель [11]

$$\eta_t = \rho \gamma F r_{1/2} \hat{u}. \quad (14)$$

Здесь функция перемежаемости

$$\gamma = \begin{cases} 1, & 0 < r/r_{1/2} < 0,8; \\ 0,5^m, & r/r_{1/2} > 0,8, \end{cases} \quad (15)$$

где  $m = r/r_{1/2} - 0,8$ ;  $F = 0,015(1 + 2,13\hat{u})$ ;  $\hat{u}$  — отношение аксиальной скорости в струе к усредненной скорости истечения плазмы из отверстия сопла-анода. Параметр  $r_{1/2}$  — это расстояние от

оси струи до точки, в которой аксиальная скорость убывает до значения, равного половине такового на оси струи. Что касается коэффициента турбулентной теплопроводности для открытого участка струи, то его можно по-прежнему вычислять с помощью соотношения (13).

Для решения системы параболических уравнений (1)–(3) в пределах канала плазмотрона необходимо задать соответствующие краевые и начальные (входные) условия на границах расчетной области  $0 < r < R_C = d/2$ ;  $0 < z < L$  (рис. 1). Граничные условия на оси канала выбираются из соображений, что система обладает цилиндрической симметрией, т. е. при  $r = 0$ ,  $0 < z < L$

$$\frac{\partial T}{\partial r} = 0, \quad \frac{\partial u}{\partial r} = 0, \quad \bar{v} = 0. \quad (16)$$

На внешней границе расчетной области вне пределов анодного пятна дуги полагаем, что температура газа равна температуре охлаждаемой стенки канала и выполняется условие «прилипания», т. е. при  $r = R_C$

$$T = T_w, \quad u = 0, \quad (17)$$

где  $T_w$  — температура стенки. В пределах области привязки дуги к аноду предполагаем, что  $T = T_a$ , где  $T_a$  — температура плазмы вблизи поверхности медного анода, определяемая из экспериментальных данных [12, 13].

В начальном сечении канала при  $0 < r < R_C$ ,  $z = 0$  положим

$$T(r, 0) = \begin{cases} T_0[1 - (r/r_c)^4] + T_w, & 0 < r < r_c; \\ T_w, & r_c < r < R_C, \end{cases} \quad (18)$$

где  $r_c$  — радиус катодной области дуги, определяемый из условия:

$$I = \pi r_c^2 j_c. \quad (19)$$

Здесь  $j_c$  — плотность тока на катоде, задаваемая на основе экспериментальных данных для тугоплавких (вольфрамовых) катодов, работающих в различных газах [13]. Радиальное распределение аксиальной скорости плазмообразующего газа в начальном сечении расчетной области также задается модельной зависимостью

$$u(r, 0) = u_0 \left[ 1 - \left( \frac{r}{R_C} \right)^2 \right]. \quad (20)$$

Параметры  $T_0$  и  $u_0$  в распределениях (18), (20) выбираем таким образом, чтобы удовлетворить соотношение

$$IU_c - Q_c = 2\pi \int_0^{R_C} \rho u h r dr, \quad (21)$$

соответствующее интегральному балансу энергии между катодом и плазмой, и условию (7). В нем

### 3.2. ВЗАИМОДЕЙСТВИЕ ДУГОВОЙ ПЛАЗМЫ С ДИСПЕРСНЫМИ МАТЕРИАЛАМИ

$U_c$  и  $Q_c$  — соответственно катодное падение напряжения и мощность, вносимая дугой в катод, их значения берем из эксперимента в зависимости от тока дуги и вида газа [13];  $h$  — энтальпия плазмообразующего газа.

В качестве соотношения, определяющего длину дуги  $L_a$  (границу дугового и инерционного участков течения плазмы), используется условие

$$U_c + \int_0^{L_a} Edz + U_a = U, \quad (22)$$

где  $U_a$  — анодное падение напряжения (его значения для дуги с медным водоохлаждаемым анодом, горящей в различных плазмообразующих газах, можно найти, например, в [12]);  $U$  — полное напряжение на дуге, зависящее от ее тока, состава и расхода плазмообразующего газа. Обобщенные вольт-амперные характеристики  $U = f(d, I, G)$  рассматриваемого плазматрона с гладким каналом при работе на различных газах приведены в [14, 15] и используются для расчета полной электрической мощности плазматрона  $P = IU$  и его КПД, равного  $W/P$ , где  $W$  — поток энтальпии плазмы, который определяется правой частью уравнения (21) при  $z = L$ .

Граничные условия для открытого участка плазменной струи выбираются следующим образом. На ее оси, т. е. при  $r = 0$  граничные условия остаются теми же, что и внутри канала плазматрона. На внешней границе расчетной области принимаются условия гладкого сопряжения с окружающей средой. Для затопленной струи при  $r = R_c, z > L$ :

$$T = T_{\text{ext}}; \quad u = 0. \quad (23)$$

Величина  $R_c$  на открытом участке струи выбирается такой, чтобы при  $r = R_c$  и любом  $z$

$$\frac{\partial T}{\partial r} = \delta; \quad \frac{\partial u}{\partial r} = \delta, \quad (24)$$

где  $\delta$  — некая малая величина.

Система уравнений (1)–(3) совместно с соотношениями (4)–(15) и граничными условиями (16)–(24) полностью определяет тепловые и газодинамические характеристики турбулентного потока плазмы как на дуговом, так и на инерционном участке течения. Таким образом, приведенные уравнения составляют основу математической модели для расчета пространственных распределений температуры и скорости дозвуковых турбулентных плазменных струй, генерируемых плазменных струй для напыления, в зависимости от режима работы и вида плазмообразующего газа.

Для сравнения результатов компьютерного моделирования плазменной струи с известными экспериментальными данными при помощи разрабо-

танного программного обеспечения был проведен расчет характеристик дозвуковой струи аргона, создаваемой плазматроном Miller SG-100. Исследовали стационарную турбулентную плазменную струю, истекающую в атмосферу аргона, при следующих условиях: диаметр сопла-анода плазматрона 8,5 мм, его длина 30 мм, ток дуги 400 А, расход аргона  $9,57 \cdot 10^{-4}$  кг/с (35 л/мин). Результаты зондовых и спектрометрических измерений температуры и скорости плазмы для такой струи приведены в [16]. Расчеты показали, что интегральные характеристики (напряжение на дуге 24,0 В, КПД плазматрона 44 %) находятся в хорошем соответствии с приведенными в [16] экспериментальными данными (соответственно 23,9 В и 42,2 %).

Распределение осевых температуры и скорости плазмы по длине струи рассматриваемого плазматрона (расчетные и экспериментальные значения) приведены на рис. 5. При этом имеет место достаточно хорошее соответствие расчетной осевой температуры (верхний график) с экспериментально наблюдаемой. Что касается осевой скорости плазмы (рис. 5, нижний график), то ее значения, измеренные в начальных сечениях струи, оказываются несколько выше расчетных. Кроме того, реальное снижение осевой скорости по длине струи происходит быстрее, чем это предсказывается математической моделью. Это расхождение может быть связано, например, с тем, что в плазматроне Miller SG-100 используется вихревая подача плазмообразующего газа, тогда как рассматриваемая математическая модель описывает струю при аксиальном течении газа в плазматроне.

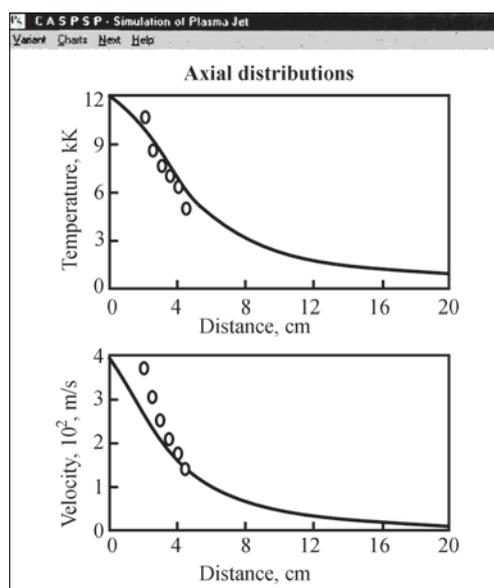


Рис. 5. Рассчитанные распределения осевых значений температуры (вверху) и скорости плазмы (внизу) по длине аргоновой струи;  $\circ$  — экспериментальные данные [16]

Рассчитанные радиальные профили температуры и скорости плазмы на различных расстояниях от среза сопла-анода плазмотрона практически совпадают с соответствующими распределениями, полученными в результате зондовых измерений, и с достаточной точностью могут быть представлены в виде гауссовых кривых [16]. Таким образом, результаты моделирования турбулентной плазменной струи с использованием программного обеспечения CASPSP находятся в хорошем соответствии с имеющимися экспериментальными данными.

**Моделирование напыляемых частиц.** В основе расчетных программ для второго модуля CASPSP лежит математическая модель нагрева и движения напыляемой частицы, которая описывается нестационарным нелинейным уравнением теплопроводности и уравнением движения частицы в потоке плазмы [2]. Основным допущением, использованным при построении данной математической модели, является то, что частица имеет сферическую форму, а распределение температуры в ее объеме является сферически-симметричным.

Рассмотрим поведение одной такой сферической частицы в плазменной струе с известными распределениями температуры и скорости плазмы в зависимости от свойств материала частицы, ее начального диаметра и условий ввода частицы в плазменный поток. Пусть частица с начальным диаметром  $d_0$  вводится в струю так, как показано на рис. 3. При этом  $X_0, Z_0$  — координаты точки ввода;  $\varphi_0$  — угол ввода частицы (отсчитывается от горизонтали);  $d_c$  — диаметр транспортирующего канала;  $g_c$  — объемный расход транспортирующего газа;  $D$  — дистанция напыления. В данном случае расчет нагрева напыляемой частицы в плазменной струе сводится к интегрированию нестационарного уравнения теплопроводности

$$\rho_p C_{ep} \frac{\partial T_p}{\partial t} = \frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial r} \left( r^2 \chi_p \frac{\partial T_p}{\partial r} \right). \quad (25)$$

Здесь  $T_p(r, t)$  — пространственно-временное распределение температуры в объеме частицы;  $t$  — время, отсчитываемое от момента ее вылета из транспортирующего канала;  $\rho_p(T_p)$  — плотность;  $\chi_p(T_p)$  — коэффициент теплопроводности;  $C_{ep}(T_p)$  — эффективная теплоемкость материала частицы, определяемая с учетом скрытой теплоты плавления и парообразования:

$$C_{ep} = c_{ep} + W_m \delta(T_p - T_m) + W_b \delta(T_p - T_b), \quad (26)$$

где  $c_p(T_p)$  — удельная теплоемкость;  $W_m$  и  $W_b$  — скрытая теплота плавления и парообразования;  $T_m$  и  $T_b$  — температура плавления и кипения материала частицы;  $\delta(x)$  — дельта-функция.

Уравнение (25) решается при начальном условии

$$T_p(r) \Big|_{t=0} = T_0, \quad (27)$$

где  $T_0$  — начальная температура частицы (полагается равной температуре транспортирующего газа) и следующих граничных условиях:

$$\frac{\partial T_p}{\partial r} \Big|_{r=0} = 0, \quad -\chi \frac{\partial T_p}{\partial r} \Big|_{r=a} = q. \quad (28)$$

Здесь  $q(t)$  — тепловой поток, вводимый плазмой через поверхность частицы;  $a(t)$  — ее текущий радиус, который может изменяться во времени при испарении и плавлении частицы за счет различия плотности материала в твердом и жидком состоянии. Предполагается, что испарение материала происходит с поверхности частицы, как только ее температура, согласно (26), начинает превышать  $T_b$ . Принимаем также, что скорость испарения не ограничивается скоростью разлета пара, а радиус частицы в каждый момент времени определяется как расстояние от ее центра до точек, в которых достигается указанная температура. Кроме того, допускается, что наличие пара вокруг частицы не ограничивает поступающий в нее тепловой поток.

Обмен энергией между плазмой и частицей описывается на основе комбинированной модели конвективно-радиационного теплообмена [17], согласно которой

$$q = \alpha(\tilde{T} - T_s) + \xi \sigma_0(\tilde{T}^4 - T_s^4), \quad (29)$$

где  $\tilde{T}$  — температура плазмы в точке нахождения частицы, вычисляемая с учетом локального снижения температуры исходной струи за счет ее загрузки напыляемым материалом;  $T_s$  — температура поверхности частицы;  $\alpha$  — коэффициент теплообмена;  $\xi$  — степень черноты материала частицы;  $\sigma_0$  — постоянная Стефана–Больцмана. Коэффициент конвективного теплообмена для сферической частицы может быть рассчитан на основе критериальной зависимости [18] для обтекания сферы:

$$Nu = 2 \frac{\chi_s}{\chi} + 0,5 Re^{0,5} Pr^{0,4} \left( \frac{\rho \eta}{\rho_s \eta_s} \right)^{0,2}. \quad (30)$$

Здесь  $Nu = 2\alpha a/\chi$  — число Нуссельта;  $Re = (\rho \mathbf{\bar{u}} - \mathbf{w}|2a)/\eta$  — число Рейнольдса, вычисляемые с использованием текущих значений радиуса и скорости частицы;  $Pr = (C_p \eta)/\chi$  — число Прандтля;  $\chi, \eta, \rho, C_p$  — коэффициенты переноса, плотность и теплоемкость плазмы, определяемые в точке нахождения частицы (индекс  $s$  обозначает соответствующие свойства плазмы при температуре поверхности частицы);  $\mathbf{\bar{u}}$  — скорость плазменного

## 3.2. ВЗАИМОДЕЙСТВИЕ ДУГОВОЙ ПЛАЗМЫ С ДИСПЕРСНЫМИ МАТЕРИАЛАМИ

потока в точке нахождения частицы, вычисляемая с учетом снижения скорости плазмы за счет загрузки струи напыляемым материалом;  $\mathbf{w} = (w_x, w_y, w_z)$  — скорость частицы.

При описании движения напыляемых частиц будем считать, что на каждую из них в потоке плазмы действует только сила аэродинамического сопротивления

$$\mathbf{F} = 0,5C_d S \rho (\tilde{\mathbf{u}} - \mathbf{w}) |\tilde{\mathbf{u}} - \mathbf{w}|, \quad (31)$$

где  $C_d$  — коэффициент лобового сопротивления;  $S = \pi a^2$  — миделево сечение частицы. При определении  $C_d$  сферической частицы воспользуемся критериальными зависимостями [18]:

$$\begin{aligned} C_d &= 24 \text{Re}^{-1}, \quad \text{Re} < 0,2; \\ C_d &= 24 \text{Re}^{-1} + 3,6 \text{Re}^{-0,317}, \quad 0,2 < \text{Re} < 4; \\ C_d &= 24 \text{Re}^{-1} + 4 \text{Re}^{0,333}, \quad 4 < \text{Re} < 400. \end{aligned} \quad (32)$$

Тогда расчет скорости и траектории движения напыляемой частицы в плазменной струе сводится к решению следующей системы дифференциальных уравнений:

$$\frac{d(m\mathbf{w})}{dt} = \mathbf{F}, \quad \frac{d\mathbf{r}}{dt} = \mathbf{w}, \quad (33)$$

где  $m(t)$  и  $\mathbf{r}(t) = (x, y, z)$  — текущие значения соответственно массы и радиус-вектора частицы.

Уравнения (27) интегрируются при следующих начальных условиях:

$$\begin{aligned} x|_{t=0} &= X_0; \quad y|_{t=0} = 0; \quad z|_{t=0} = Z_0; \\ w_x|_{t=0} &= -w_0 \cos \varphi_0; \quad w_y|_{t=0} = 0; \\ w_z|_{t=0} &= -w_0 \sin \varphi_0. \end{aligned} \quad (34)$$

Здесь  $w_0$  — начальная скорость частицы в потоке транспортирующего газа:

$$w_0 = k \frac{4g_c}{\pi d_c^2}, \quad (35)$$

где  $k \approx 0,5$  — коэффициент, зависящий от размеров транспортирующего канала, состава и расхода транспортирующего газа и напыляемого материала, а также диаметра частиц.

Для приближенного определения снижения температуры и скорости плазмы в исходной струе за счет ее загрузки напыляемым материалом используются следующие соотношения:

$$\begin{aligned} \int_T^T C_p dT &= K \frac{h_p}{m_0}, \\ \tilde{u} &= u - K(w_z - w_0 \sin \varphi_0); \quad K \frac{M_p}{\rho_0 G}, \end{aligned} \quad (36)$$

где  $T, u$  — невозмущенные значения температуры и скорости плазмы в точке нахождения частицы;  $h_p$  — текущее значение энтальпии ее материала;  $K$  — коэффициент загрузки струи порошком;  $M_p$ ,

$\rho_0 G$  — массовый расход соответственно напыляемого материала и плазмообразующего газа.

Этим исчерпывается описание математической модели нагрева и движения сферической частицы в плазменной струе с известными (предварительно рассчитанными) пространственными распределениями температуры и скорости плазмы. Данная модель позволяет определять траекторию и скорость движения напыляемых частиц, распределение температуры в их объеме и степень проплавления, а также потерю массы на испарение (в зависимости от типа напыляемого материала и его расхода, исходного диаметра и условий ввода частиц в струю).

Для сравнения результатов компьютерного моделирования с экспериментальными данными при помощи разработанного программного обеспечения было проведено моделирование процессов плазменного напыления частиц никеля и оксида алюминия [19]. При выполнении расчетов необходимые параметры режима напыления соответствовали экспериментальным условиям, приведенным в табл. 1. В экспериментах использовали плазмотрон с гладким каналом сопла-анода диаметром 6 мм и длиной 12 мм для аргона и 21 мм для азота. Условия подачи порошка (рис. 3) были следующими:  $X_0 = 4$  мм,  $Z_0 = 2$  мм;  $\varphi_0 = 0$  °C;  $d_c = 2$  мм;  $q_c = 4$  л/мин и  $M_p = 1$  кг/ч для оксида алюминия и соответственно 2 л/мин и 2 кг/ч для никеля. Скорости частиц измеряли в экспериментах № 9 и 10, но при этом условия ввода частиц были несколько иными:  $X_0 = 10$  мм,  $Z_0 = 6$  мм;  $\varphi_0 = -15$ °.

Металлографические исследования образцов, напыленных в экспериментах № 1–8, показали, что покрытие формируется во всех случаях, кроме № 1, при этом толщина напыленного слоя зависит от условий проведения эксперимента (табл. 1). Качество получаемого покрытия в зависимости от режимов напыления определяли по пористости напыленного слоя и наличию в нем нерасплавленных частиц. Наилучшие результаты были получены в экспериментах № 4 (для оксида алюминия) и 7 (для никеля).

Результаты расчетов характеристик напыляемых частиц вблизи поверхности образца для указанных выше условий проведения экспериментов представлены в табл. 2. Сравнение результатов моделирования с полученными экспериментальными данными показало, что рассчитываемые характеристики напыляемых частиц (температура, скорость, степень проплавления и др.) находятся в достаточно хорошем соответствии с качеством получаемого в данном эксперименте покрытия. Так, для эксперимента № 1 было установлено, что

Таблица 1. Экспериментальные условия плазменного напыления Ni и Al<sub>2</sub>O<sub>3</sub>

№ эксперимента	Плазмообразующий газ		Электрические параметры		Напыляемые частицы		Дистанция напыления, мм	Толщина покрытия, мкм
	состав	расход, л/мин	ток, А	напряжение, В	материал	размер, мкм		
1	Ar	50	300	35	Al <sub>2</sub> O <sub>3</sub>	16–40	125	–
2	Ar	50	400	34–35	Al <sub>2</sub> O <sub>3</sub>	16–40	125	5
3	Ar	30	520	31–33	Al <sub>2</sub> O <sub>3</sub>	16–40	125	30–35
4	N <sub>2</sub>	30	300	70	Al <sub>2</sub> O <sub>3</sub>	16–40	125	50
5	Ar	50	300	35	Ni	40–70	150	12
6	Ar	50	380	35	Ni	40–70	150	40
7	Ar	30	520	31–32	Ni	40–70	150	120
8	N <sub>2</sub>	30	300	70	Ni	40–70	150	60–68
9	Ar	30	600	25–27	Al <sub>2</sub> O <sub>3</sub>	45–50	150	–
10	Ar	30	600	25–27	Ni	40–50	150	–

Таблица 2. Результаты компьютерного моделирования процессов плазменного напыления Ni и Al<sub>2</sub>O<sub>3</sub>

№ эксперимента	Электрические параметры		Напыляемые частицы		Температура, К		Степень проплавления, %	Потери на испарение, %	Скорость частицы, м/с	Расстояние частицы от струи, мм
	напряжение, В	мощность, кВт	материал	размер, мкм	поверхности частицы	центра частицы				
1	34,4	10,3	Al <sub>2</sub> O <sub>3</sub>	16	820	820	0	0	21,2	5,1
				30	2000	2000	0	0	128,9	1,5
				40	2330	2330	0	0	155,1	–0,1
2	33,6	13,4	Al <sub>2</sub> O <sub>3</sub>	16	750	750	0	0	7,6	6,0
				30	2300	2310	0	0	131,8	4,8
				40	3040	3070	100	0	167,8	0,8
3	27,4	14,2	Al <sub>2</sub> O <sub>3</sub>	16	1270	1270	0	0	12,8	5,3
				30	3250	3230	100	55	110,0	2,4
				40	3250	3260	100	99	53,3	1,3
4	69,9	21,0	Al <sub>2</sub> O <sub>3</sub>	16	3220	3250	100	46	78,5	3,0
				30	3270	3230	100	66	194,2	–0,3
				40	3250	3230	100	49	155,4	–3,0
5	34,4	10,3	Ni	40	1630	1630	0	0	92,8	0,8
				60	2230	2230	100	0	94,7	–1,7
				70	2510	2520	100	0	88,2	–3,0
6	33,7	12,8	Ni	40	1720	1720	0	0	95,7	1,8
				60	3050	3050	100	0	103,6	–0,8
				70	3050	3050	100	0	98,1	–2,1
7	27,4	14,2	Ni	40	3070	3070	100	0	100,8	1,4
				60	3080	3060	100	0	93,6	–2,3
				70	3080	3060	100	8	83,0	–4,0
8	69,9	21,0	Ni	40	3070	3070	100	0	107,4	–2,4
				60	3070	3060	100	0	77,8	–6,3
				70	3060	3060	100	0	65,8	–8,3
9	27,1	16,3	Al <sub>2</sub> O <sub>3</sub>	48	1850	1860	0	0	46,4	4,9
10	27,1	16,3	Ni	46	1560	1560	0	0	41,6	4,9

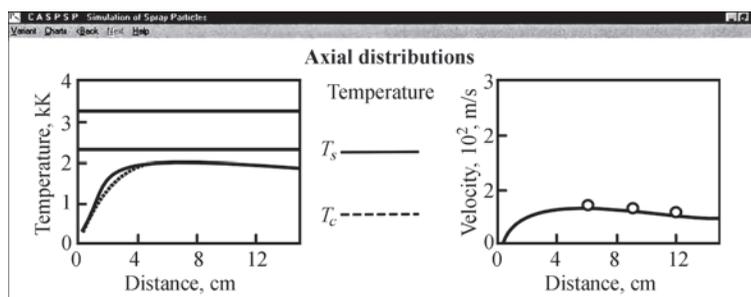


Рис. 6. Зависимости расчетных температур центра  $T_c$  и поверхности  $T_s$  частицы  $\text{Al}_2\text{O}_3$  (слева) и ее скорости (справа) от расстояния до среза плазматрона (начальный диаметр частицы 48 мкм, условия эксперимента № 9);  $\circ$  — экспериментальные данные [19]

степень проплавления частиц оксида алюминия, подлетающих к поверхности образца, равна нулю (табл. 2). Это соответствует тому факту, что при данных условиях напыления покрытие не формируется. При проведении вычислений для эксперимента № 2 оказалось, что только некоторые частицы полностью расплавляются (табл. 2), что соответствует малой толщине получаемого в этих условиях покрытия (табл. 1). Наилучшие результаты при моделировании процесса напыления оксида алюминия получаются для режимов эксперимента № 4. Все частицы оказываются полностью расплавленными и имеют достаточно большие скорости (табл. 2), что соответствует наибольшей толщине и высокому качеству покрытия, получаемого экспериментально. Единственным недостатком данного режима напыления может быть незначительное испарение частиц (табл. 2).

Достаточно хорошее соответствие результатов расчета с экспериментальными данными наблюдается и в случае напыления никеля. Так, предсказываемое в результате моделирования снижение количества непроплавленных частиц, повышение их температуры и скорости вблизи поверхности образца соответствуют увеличению толщины покрытия и его плотности, наблюдающемуся в экспериментах № 5–7 (табл. 1).

Для проверки результатов расчета скорости напыляемых частиц были проведены ее прямые измерения с использованием прибора ISSO-1 В. В основе его работы лежит принцип вращающегося

зеркала. Для предотвращения засветки изображения частиц излучением плазменной струи в экспериментах по измерению скорости они вводились в струю с меньшими начальными скоростями ( $g_c = 1$  л/мин). Расчетные распределения температуры и скорости частиц по длине струи, а также соответствующие экспериментальные значения скорости для условий экспериментов № 9 и 10 представлены соответственно на рис. 6 и 7 [19]. Как видно из графиков, изображенных на указанных рисунках справа, наблюдается хорошее соответствие расчетных и экспериментально наблюдаемых значений.

Сравнение результатов компьютерного моделирования процессов плазменного нанесения покрытий никеля и оксида алюминия при различных режимах напыления с экспериментальными данными свидетельствует о вполне удовлетворительном их соответствии. Это позволяет утверждать, что программное обеспечение CASPSP может успешно использоваться для компьютерной оценки основных характеристик плазменной струи и напыляемых частиц в зависимости от режимов процесса плазменного нанесения покрытий. Оно может быть полезным и инженерам-технологам при разработке различных технологий плазменного напыления, а также использоваться в качестве учебного пособия при подготовке инженерно-технического персонала соответствующих специальностей.

*В заключение авторы выражают благодарность European Commission, INTAS Program*

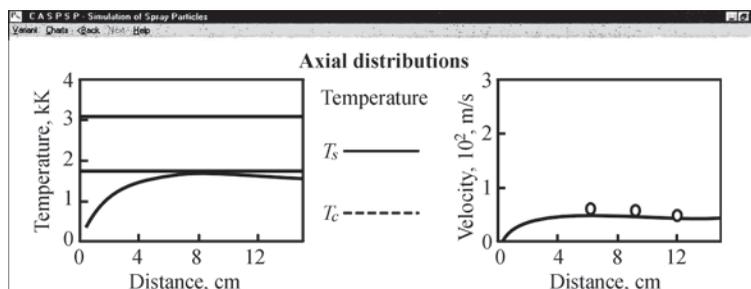


Рис. 7. Зависимости расчетных температур центра  $T_c$  и поверхности  $T_s$  частицы Ni (слева) и ее скорости (справа) от расстояния до среза плазматрона (начальный диаметр частицы 46 мкм, условия эксперимента № 10);  $\circ$  — экспериментальные данные [19]

(Project 94-672) за финансовую поддержку работ по созданию программного обеспечения CASPSP.

1. Pfender E., Chang C. H. Plasma spray jets and plasma-particulate interaction: modeling and experiments // Proc. of the 15<sup>th</sup> Intern. thermal spray conf., Nice, France, 1998. — P. 315–327.
2. Computer-aided simulation and experimental study of dusted plasma jets emitting into limited space / Yu. S. Borisov, A. V. Chernyshov, I. V. Krivtsun et al. // Proc. of the National thermal spray conf., Boston, USA, 1994. — P. 361–366.
3. Borisov Yu. S., Krivtsun I. V., Muzhichenko A. F. Software package for computer-aided simulation of plasma spraying process // Abstracts of the 5<sup>th</sup> Eur. conf. on thermal plasma processes, St.-Peterburg, Russia, 1998. — P. 91.
4. Теория столба электрической дуги / Под ред. М. Ф. Жукова. — Новосибирск: Наука, 1990. — 376 с.
5. Лойцянский Л. Г. Механика жидкости и газа. — М.: Наука, 1973. — 847 с.
6. Boulos M. I., Fauchais P., Pfender E. Thermal plasmas: Fundamentals and applications/ — New York: London: Plenum press, 1994. — Vol. 1. — 467 p.
7. Prandtl L. Ueber die ausgebildete turbulenz // Proc. of the 2<sup>nd</sup> Intern. congress for applied mechanics, Zurich, 1926. — P. 62–74.
8. Deissler R. D. Analysis of turbulent heat transfer, mass transfer and friction in smooth tubes at high Prandtl and Schmidt numbers // NASA Report, 1959. — 210 p.
9. Иевлев В. М. Турбулентное движение высокотемпературных сплошных сред. — М.: Наука, 1975. — 254 с.
10. Андерсон Д., Таннехил Дж., Плетчер Р. Вычислительная гидродинамика и теплообмен. — М.: Мир, 1990. — Т. 1. — 384 с.
11. Hwang S. S., Pletcher R. H. Prediction of turbulent jets and plumes in flowing ambient // Engineering research institute technical rep. 79003/HTS-15. — Des Moines: Iowa State University, 1978.
12. Анодные процессы в сильноточном дуговом разряде / Г. А. Дюжев, В. А. Немчинский и др. // Химия плазмы. — 1983. — № 10. — С. 169–209.
13. Приэлектродные процессы в дуговых разрядах / М. Ф. Жуков, Н. П. Козлов, А. В. Пустогаров и др. — Новосибирск: Наука, 1982. — 157 с.
14. Жуков М. Ф., Смоляков В. Я., Урюков Б. А. Электродуговые нагреватели газа (плазмотроны). — М.: Наука, 1973. — 232 с.
15. Донской А. В., Клубникин В. С. Электроплазменные процессы и установки в машиностроении. — Л.: Машиностроение, 1979. — 221 с.
16. Chen W. L. T. Enthalpy probe and spectrometric measurements for Miller SG-100 subsonic plasma jet // High temperature laboratory, Department of mechanical engineering. — Minneapolis: University of Minnesota, 1990.
17. Кутателадзе С. С. Основы теории теплообмена. — М.: Атомиздат, 1979. — 416 с.
18. Цветков Ю. В., Панфилов С. А. Низкотемпературная плазма в процессах восстановления. — М.: Наука, 1980. — 359 с.
19. Comparison of computer modeling and measurements in plasma spraying of Ni and Al<sub>2</sub>O<sub>3</sub> / Yu. Borisov, I. Krivtsun, A. Muzhichenko et al. // Proc. of the 13<sup>th</sup> Intern. conf. on surface modification technologies, Singapore, 1999. — P. 183–188.

### 3.2.2. МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ПРОЦЕССА ПЛАЗМЕННОГО НАПЫЛЕНИЯ КОМПОЗИЦИОННЫХ ПОРОШКОВ С УЧЕТОМ ЭКЗОТЕРМИЧЕСКОЙ РЕАКЦИИ СИНТЕЗА МАТЕРИАЛА ПОКРЫТИЯ\*

Ю.С. БОРИСОВ, А.С. ЗАЦЕРКОВНЫЙ, И.В. КРИВЦУН

Правильный выбор совокупности технологических параметров, определяющих режим напыления, играет важную роль для получения качественных покрытий. Детальное теоретическое исследование отдельных физико-химических явлений, происходящих при нанесении покрытий плазмой, и создание на его основе соответствующих математических моделей позволяет предсказать влияние различных факторов на ход процесса в целом и во многих случаях избежать излишних финансовых затрат на проведение прямых экспериментов.

Для поиска оптимальных условий нагрева и движения напыляемых частиц необходимо прогнозировать динамику взаимодействия частицы с плазменной струей, а также процессы, протекающие внутри частицы. Важная технологическая особенность напыления с возможностью экзотермической реакции между наполнителями композиционных порошков заключается в использовании внутренних энергетических ресурсов частиц порошка при протекании реакции синтеза материала покрытия. В этом случае возможность прогнозирования и управления результирующими характеристиками покрытий может быть обеспечена путем создания специализированной математической модели плазменного нагрева частицы композиционного порошка с учетом термохимических преобразований внутри нее и их влияния на процесс плазменного напыления. Принципиальное отличие такой модели от разработанной ранее состоит в том, что она должна описывать нагрев частицы под воздействием двух источников тепла — внешнего (в виде теплового потока от плазменной струи) и внутреннего (в виде теплоты реакции синтеза). Кроме того, состав и структура частицы, а следовательно, и ее теплофизические характеристики могут существенно изменяться в процессе нагрева по мере протекания химической реакции.

Рассмотрим модель нагрева сферической частицы, состоящей из экзотермически реагирую-

щего композиционного материала, движущейся в плазменной струе с известными (предварительно вычисленными) распределениями температуры и скорости плазмы. Для расчета траектории и скорости движения частицы в струе используем разработанную ранее математическую модель [1], основанную на решении уравнения движения частицы в потоке плазмы под действием силы аэродинамического сопротивления. Для нахождения температурного поля в объеме частицы используем нестационарное уравнение теплопроводности с объемным источником тепла [2, 3]:

$$\rho \bar{C} \frac{\partial T}{\partial t} = \frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial r} \left( r^2 \chi \frac{\partial T}{\partial r} \right) + \rho W_p \Phi(T, \eta). \quad (1)$$

Здесь  $\rho(T)$  — массовая плотность частицы;  $\bar{C}(T)$  — ее эффективная удельная теплоемкость;  $T(r, t)$  — пространственно-временное распределение температуры в частице (где  $r$  — координата;  $t$  — время);  $\chi(T)$  — коэффициент теплопроводности композиционного материала;  $W_p$  — удельная теплота экзотермической реакции синтеза материала покрытия;  $\Phi(T, \eta)$  — скорость выделения тепла в результате протекания указанной реакции. Для ее определения можно использовать, например, закон, справедливый для гомогенных реакций [2]:

$$\Phi(T, \eta) = K_0 \exp\left(-\frac{E}{RT}\right) (1 - \eta)^n, \quad (2)$$

$$\frac{\partial \eta}{\partial t} = \Phi(T, \eta), \quad (3)$$

где  $\eta$  — степень превращения исходных компонентов в конечный продукт;  $K_0$  — предэкспоненциальный фактор;  $E$  — энергия активации;  $R$  — универсальная газовая постоянная;  $n$  — порядок реакции.

Уравнение (3) решается при начальном условии  $\eta|_{t=t_n} = 0$ , где  $t_n$  — время начала химической реакции, определяемое как время достижения материалом частицы температуры начала реакции  $T_p$  (с учетом времени ретардации [4]).

Уравнение (1) решается при начальном условии

\*Автоматическая сварка. — 2004. — № 1. — С. 23–26.

$$T(r)|_{r=0} = T_0 \quad (4)$$

(здесь  $T_0$  — исходная температура частицы), а также при следующих граничных условиях:

$$\left. \frac{\partial T}{\partial r} \right|_{r=0} = 0; \quad \left( \chi \frac{\partial T}{\partial r} \right) \Big|_{r=a} = q, \quad (5)$$

где  $q(t)$  — плотность теплового потока, вводимого плазмой через поверхность частицы [1];  $a(t)$  — ее текущий радиус. При начальном радиусе  $a_0 = d_0/2$ , где  $d_0$  — начальный диаметр частицы, который может изменяться во времени в результате химического превращения пористого композиционного материала в плотный конечный продукт реакции, его плавления или испарения.

Предполагаем, что исходная частица композиционного порошка представляет собой смесь более мелких частиц двух различных материалов и имеет начальную пористость  $v_0$ . Тогда для определения плотности такого композиционного материала можно использовать выражение

$$\rho = \frac{1 - v_0}{m_1 / \rho_1 + m_2 / \rho_2}, \quad (6)$$

где  $\rho_1, \rho_2$  — плотность исходных компонентов композиционного порошка;  $m_1, m_2$  — их массовая доля.

Эффективная удельная теплоемкость композиционного материала, рассчитываемая с учетом степени его превращения, может быть записана в виде

$$\bar{C}(T) = (1 - \eta) \bar{C}_n(T) + \eta \bar{C}_n(T). \quad (7)$$

Эффективная удельная теплоемкость прореагировавшей  $\bar{C}_n(T)$  и непрореагировавшей  $\bar{C}_n(T)$  части материала частицы, рассчитывается по следующим формулам:

$$\begin{aligned} \bar{C}_n(T) = & c_n(T) + W_n^m \delta(T - T_n^m) + \\ & + m_1 W_1^b \delta(T - T_1^b) + m_2 W_2^b \delta(T - T_2^b), \end{aligned} \quad (8)$$

где  $c_n(T)$  — удельная теплоемкость прореагировавшего материала;  $W_n^m$  — его скрытая теплота плавления;  $W_1^b, W_2^b$  — скрытая теплота кипения каждого из компонентов;  $T_n^m$  — температура плавления прореагировавшего материала;  $T_1^b, T_2^b$  — температура кипения каждого компонента смеси;

где  $c_1(T), c_2(T)$  — удельная теплоемкость компонентов смеси;  $W_1^m, W_2^m$  — их скрытая теплота плавления;  $T_1^m, T_2^m$  — соответствующие температуры плавления. Везде под  $\delta(x)$  понимается  $\delta$ -функция.

$$\begin{aligned} \bar{C}_n(T) = & [c_1(T) + W_1^m \delta(T - T_1^m)] m_1 + \\ & + [c_2(T) + W_2^m \delta(T - T_2^m)] m_2, \end{aligned} \quad (9)$$

С помощью описанной математической модели проведены расчеты траектории, скорости движения и температурного поля композиционных частиц Ni–Al, содержащих исходные компоненты в массовых долях  $m_1 = 0,69$  (Ni) и  $m_2 = 0,31$  (Al), имеющих начальную пористость  $v_0 = 0,3$  и исходный диаметр 40...70 мкм, применительно к условиям напыления в плазменной струе смеси Ag + 20 % H<sub>2</sub>, генерируемой плазмотроном с диаметром канала сопла-анода  $d = 6$  мм, при токе дуги  $I = 450$  А, расходе плазмообразующей смеси  $G = 55$  л/мин (при этом напряжение на дуге составляет  $U_d = 64,2$  В, электрическая мощность плазмотрона  $P = 28,9$  кВт, КПД 62 %) и дистанции напыления 10 см. Расчет пространственных распределений температуры и скорости плазмы в рассматриваемой струе выполнен с помощью программного обеспечения CASPSP [1]. Для численного решения уравнения теплопроводности (1) использовали метод Кранка–Николсона [5] с дроблением шага по времени для полного учета скрытой теплоты плавления и испарения материала.

Значения коэффициентов лобового сопротивления и теплообмена частицы с плазмой, необходимые для решения уравнения движения и уравнения теплопроводности, вычисляли с помощью известных критериальных зависимостей, полученных для случая обтекания сферической частицы [6]. Значения теплофизических параметров алюминия и никеля, используемые для расчетов, приведены в таблице.

**Теплофизические свойства компонентов**

Компоненты композиционного материала	Удельная теплоемкость $c$ , Дж/(кг·К)	Плотность $\rho$ , кг/м <sup>3</sup>	Теплопроводность $\chi$ , Вт/(м·К)	Скрытая теплота, Дж/кг		Температура, К	
				плавления $W^m \cdot 10^{-6}$	парообразования $W^b \cdot 10^{-7}$	плавления $T^m$	кипения $T^b$
Алюминий:							
твердый	$766 + 0,459T$	2620	$254,7 - 0,0412T$	0,397	1,089	934	2720
жидкий	1178	2080	106,4				
Никель:							
твердый	$506,2 + 0,71T - 1,59 \cdot 10^{-7} T^2$	8900	$67,3 - 0,033T + 8,8 \cdot 10^{-6} T^2$	0,302	0,638	1726	3073
жидкий	662,6	7910	69				

## 3.2. ВЗАИМОДЕЙСТВИЕ ДУГОВОЙ ПЛАЗМЫ С ДИСПЕРСНЫМИ МАТЕРИАЛАМИ

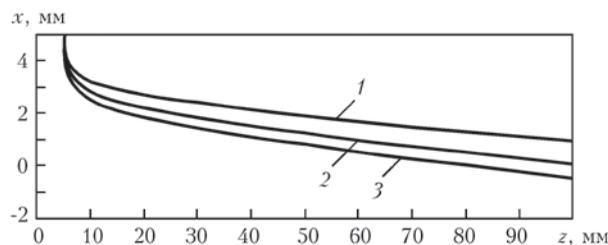


Рис. 1. Траектории движения частиц композиционного порошка Ni–Al различного диаметра в плазменной струе: 1 —  $d_0 = 40$ ; 2 — 55; 3 — 70 мкм

Теплопроводность  $\chi$  пористого композиционного материала Ni–Al принималась равной  $\chi_{Ni}(0,8 - v_0)$  [7], удельная теплота реакции образования интерметаллида AlNi составляла  $W_p = 1,66 \cdot 10^6$  Дж/кг, порядок реакции  $n = 1$ ; энергия активации —  $E = 76 \cdot 10^3$  Дж/моль; фактор  $K_0$ , определяющий скорость выделения тепла в процессе реакции, варьировался в диапазоне от 0 до  $1 \cdot 10^6$  с<sup>-1</sup> [2]. Плотность образующегося интерметаллида AlNi выбиралась равной 5945 кг/м<sup>3</sup>, его теплопроводность — 90 Вт/(м·К), а удельная теплоемкость прореагировавшего материала  $c_n(T) = 526,67 + 113,32 \cdot 10^{-3}T - 13,19 \cdot 10^{-5}T^2$  Дж/(кг·К) [2].

Условия ввода частиц в струю были следующими: расстояние точки ввода от оси плазматрона составляет  $x_0 = 5$  мм, а от его среза —  $z_0 = 0,5$  см; угол ввода, отсчитываемый от горизонтали,  $\varphi = 0^\circ$ ; диаметр транспортирующего канала  $d_c = 2$  мм; расход транспортирующего газа  $g_c = 2,2$  л/мин, порошка  $M_p = 1 \dots 10$  кг/ч.

На рис. 1 представлены рассчитанные траектории движения частиц композиционного порошка Ni–Al разного диаметра, которые свидетельствуют о существенном влиянии начального диаметра (массы) частицы на ее траекторию. Условия ввода частиц в струю выбирали таким образом, чтобы при среднем значении диаметра частицы ( $d_0 = 55$  мкм) получить минимальное отклонение ее конечного положения на дистанции напыления от оси струи (рис. 1, кривая 2). За счет большей

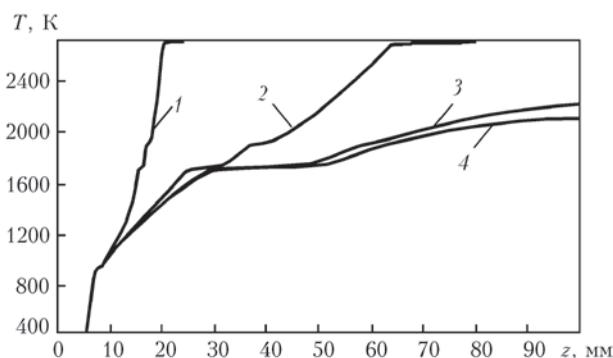


Рис. 2. Влияние скорости выделения теплоты реакции в частице композиционного порошка Ni–Al ( $d_0 = 55$  мкм) на динамику ее нагрева в плазменной струе: 1 —  $K_0 = 1 \cdot 10^6$ ; 2 —  $1 \cdot 10^5$ ; 3 —  $1 \cdot 10^4$  с<sup>-1</sup>; 4 — без учета выделения теплоты реакции

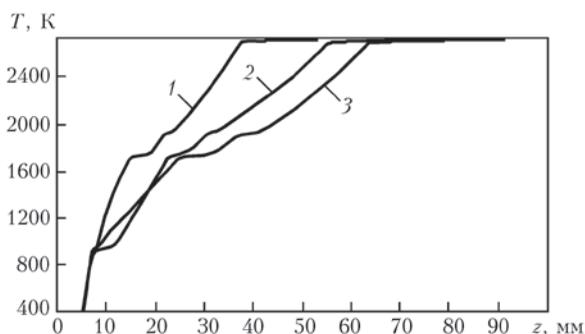


Рис. 3. Влияние исходного диаметра частиц композиционного порошка Ni–Al на динамику их нагрева в плазменной струе ( $K_0 = 1 \cdot 10^5$  с<sup>-1</sup>): 1 —  $d_0 = 40$ ; 2 — 70; 3 — 55 мкм

инерции частицы с диаметром  $d_0 = 70$  мкм попадают в более горячие участки плазменной струи, благодаря чему обеспечивается их лучшее прогревание, и наоборот, у частиц с меньшим диаметром ( $d_0 = 40$  мкм) происходит теплообмен с менее горячими участками, что позволяет избежать перегрева и потерю массы на испарение.

При фиксированном диаметре частицы ( $d_0 = 55$  мкм) проводили расчеты температурного поля в частице для различных значений предэкспоненциального фактора  $K_0$ , характеризующего скорость выделения тепловой энергии за счет протекания химической реакции. Из рис. 2 следует, что при  $K_0 = 1 \cdot 10^6$  с<sup>-1</sup> внутренний источник тепла вносит существенный вклад в динамику нагрева частицы уже на начальном участке ее движения (на рис. 2–4 приведены расчетные кривые температуры в центре и на поверхности частиц по дистанции напыления). Совместное действие двух источников тепловой энергии приводит в этих условиях к излишнему перегреву частицы вплоть до кипения, т. е. к неэффективному использованию теплоты реакции синтеза.

Снижение значений  $K_0$  до  $1 \cdot 10^5$  с<sup>-1</sup> сдвигает достижение зоны перегрева до точки 6,5 см по пути движения частицы, что означает увеличение полезной доли тепла, вносимого внутренним источ-

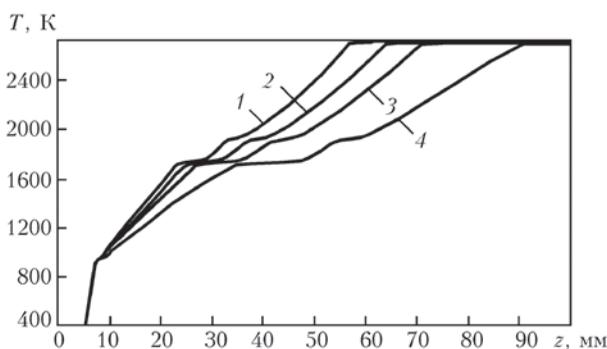


Рис. 4. Динамика нагрева частиц композиционного порошка Ni–Al в плазменной струе при различной загрузке струи порошком ( $d_0 = 55$  мкм,  $K_0 = 1 \cdot 10^5$  с<sup>-1</sup>): 1 —  $M_p = 1$ ; 2 — 3; 3 — 5; 4 — 10 кг/ч

ником. При  $K_0 = 1 \cdot 10^4 \text{ с}^{-1}$  развитие процесса экзотермического синтеза затормаживается настолько, что температурная кривая для такой частицы мало отличается от частицы Ni–Al без учета выделения тепла за счет реакции синтеза. Эти результаты позволяют заключить, что изменение интенсивности развития процесса экзотермического синтеза в композиционных частицах в условиях плазменного напыления может существенно сказаться на динамике нагрева напыляемого материала.

На рис. 3 представлены результаты оценки влияния размера частиц композиционного порошка на динамику их нагрева. Хотя в этом случае отличие кривых нагрева для частиц диаметром 40, 55 и 70 мкм не так велико, как при изменении  $K_0$ , однако следует отметить, что увеличение размера частиц способствует некоторой задержке в развитии процесса синтеза. При определенных условиях это может привести к тому, что в момент достижения поверхности напыляемой основы частицы разного диаметра будут иметь не только различную температуру, но и различную степень завершенности процесса синтеза.

Аналогичный эффект достигается при увеличении расхода порошка напыляемого материала (рис. 4). При повышении расхода порошка происходит замедленное развитие процесса синтеза. Поскольку при этом срабатывает эффект охлаждения плазменной струи, то очевидно, что аналогичный результат будет иметь место и при снижении полезной мощности плазмотрона.

Таким образом, результаты численных экспериментов свидетельствуют о значительном влиянии теплоты химической реакции синтеза мате-

риала покрытия на динамику плазменного нагрева частиц в процессе напыления композиционного порошка. Математическая модель, предложенная в настоящей работе, позволяет учитывать вклад термохимического взаимодействия компонентов частиц порошка и прогнозировать динамику нагрева, скорость движения и траекторию напыляемых частиц в зависимости от различных входных параметров. Программная реализации этой модели дает возможность автоматизировать процесс проведения численных экспериментов по плазменному напылению экзотермически реагирующих композиционных порошков и может служить инструментом для решения инженерных задач по выбору оптимальных параметров получения покрытий из материалов такого типа.

1. *Компьютерное моделирование процесса плазменного напыления* / Ю. С. Борисов, И. В. Кривцун, А. Ф. Мужиченко и др. // Автомат. сварка. — 2000. — № 12. — С. 42–51.
2. *Итин В. И., Найбороденко Ю. С.* Высокотемпературный синтез интерметаллических соединений. — Томск: Изд-во Томск, ун-та, 1989. — 212 с.
3. *Shaw K. G., McCoy K. P., Trogolo J. A.* Fabrication composite spray powders using reaction synthesis // Proc. of 7th National thermal spray conf., June 20–24, 1994. — Boston, 1994. — P. 509–514.
4. *Шоршоров М. Х.* Физико-химическое взаимодействие компонентов в композиционных материалах // Композиционные материалы. — М.: Наука, 1981. — С. 11–18.
5. *Андерсон Д., Таннехилл Дж., Плетчер Р.* Вычислительная гидромеханика и теплообмен. — М.: Мир, 1990. — Т. 1. — 384 с.
6. *Цветков Ю. В., Панфилов С. А.* Низкотемпературная плазма в процессах восстановления. — М.: Наука, 1980. — 359 с.
7. *Дульнев Г. Н., Заричняк Ю. П.* Теплопроводность смесей и композиционных материалов. — Л.: Энергия, 1974. — 264 с.

### 3.2.3. КОНВЕКТИВНО-КОНДУКТИВНЫЙ И РАДИАЦИОННЫЙ ТЕПЛООБМЕН ПОТОКА ПЛАЗМЫ С ЧАСТИЦАМИ ДИСПЕРСНОГО МАТЕРИАЛА В УСЛОВИЯХ ПЛАЗМЕННОГО НАПЫЛЕНИЯ\*

Ю.С. БОРИСОВ, А.С. ЗАЦЕРКОВНЫЙ, И.В. КРИВЦУН

Сложность экспериментального исследования процессов, протекающих в системе плазменная струя–дисперсный материал при плазменном напылении покрытий, обуславливает необходимость теоретического изучения и численного анализа совокупности факторов, определяющих тепловое и динамическое воздействие потока ионизированного газа (плазмы) на частицы напыляемого материала. Существует множество подходов и моделей для расчета теплового потока из плазмы в обтекаемую ею одиночную частицу, в которых учитываются различные механизмы теплообмена в рассматриваемой системе [1–5]. Выбор той или иной модели теплообмена, дающей приемлемое совпадение расчетных и экспериментальных данных, во многом определяется давлением, температурой и скоростью набегающего потока плазмы, температурой поверхности частицы, ее формой и размерами. В условиях плазменного напыления указанные характеристики могут претерпевать значительные изменения по мере движения напыляемой частицы в плазменной струе, в результате чего вклад каждого из механизмов теплообмена в результирующий поток тепла из плазмы на поверхность частицы может существенным образом изменяться по дистанции напыления. Поэтому представляет интерес сравнительный анализ этих механизмов в широком диапазоне изменения температуры плазмы, а следовательно, и степени ее ионизации, температуры частицы и их относительной скорости.

Целью данной работы является анализ отдельных процессов теплового воздействия потока ионизированного газа на частицу дисперсного материала в характерных для условий дозвукового плазменного напыления диапазонах значения температур плазмы (от 3000 до 15000 К) и поверхности частицы (от комнатной до температуры кипения материала и выше), а также их относительной скорости (от 0 до 600 м/с).

Рассмотрим основные механизмы обмена энергией между потоком изотермической плаз-

мы при атмосферном давлении и помещенной в него частицей дисперсного материала, которая имеет сферическую форму. Предположим, что радиус частицы  $a$  существенно больше характерной длины свободного пробега  $\bar{\lambda}$  частиц окружающей плазмы (число Кнудсена  $Kn = \bar{\lambda} / a \ll 1$ ). Например, для аргоновой плазмы атмосферного давления, имеющей температуру около 10000 К, это условие выполняется при  $a > 25$  мкм [2]. В рассматриваемых условиях энергообмен между плазмой и частицей дисперсного материала определяется совокупностью следующих физических процессов:

- конвективно-кондуктивным теплообменом набегающего потока с поверхностью частицы, обусловленным передачей поверхности материала энергии теплового (хаотического) движения частиц плазмы;
- обменом энергией теплового излучения между плазмой и частицей;
- передачей поверхности материала потенциальной энергии заряженных частиц плазмы (энергии, выделяющейся при рекомбинации ионов), энергии направленного движения электронов, достигающих поверхности, а также дополнительной кинетической энергии ионов, которую они приобретают в электрическом поле, формирующемся вблизи поверхности частицы;
- охлаждением поверхности частицы за счет уноса потоком пара энергии испарения атомов ее материала.

В случае обтекания частицы плазмой молекулярных газов необходимо также учитывать передачу поверхности материала частицы потенциальной энергии атомов газа, выделяющейся при образовании молекул. Если в дальнейшем ограничиться рассмотрением плазмы атомарных (инертных) газов, то локальный энергетический баланс поверхности сферической частицы, находящейся в плазменном потоке, можно записать следующим образом:

\*Автоматическая сварка. — 2005. — № 6. — С. 7–11.

$$-\left(\chi_m \frac{\partial T_m}{\partial r}\right)_{r=a} = Q_c + Q_r + Q_i + Q_e - Q_v,$$

где  $\chi_m$  — коэффициент теплопроводности материала частицы;  $T_m(r)$  — температурное поле в частице, которое предполагается сферически симметричным;  $r$  — расстояние от центра частицы;  $Q_c$  — конвективно-кондуктивный тепловой поток из плазмы в частицу;  $Q_r$  — результирующая плотность потока энергии теплового излучения (предполагается, что тепловое излучение плазмы поглощается в тонком приповерхностном слое материала частицы);  $Q_i$ ,  $Q_e$  — плотность потоков энергии, приносимой на поверхность частицы соответственно ионами и электронами плазмы;  $Q_v$  — плотность потока энергии испарения, уносимой с поверхности частицы струей пара.

Исследуем конвективно-кондуктивный и радиационный теплообмен в рассматриваемой системе. При описании конвективно-кондуктивной составляющей теплообмена плазма может рассматриваться как сплошная среда, характеризующаяся при заданной температуре определенными значениями теплофизических параметров и коэффициентов переноса. В этом случае для расчета  $Q_c$  можно использовать ньютоновскую модель теплообмена [6]:

$$Q_c = \alpha(T_p - T_{ms}), \quad (1)$$

где  $\alpha$  — коэффициент теплообмена;  $T_p$  — температура невозмущенного потока плазмы;  $T_{ms}$  — температура поверхности частицы.

Коэффициент теплообмена для сферической частицы может быть рассчитан, если известно число Нуссельта [7]:

$$Nu = (\alpha d) / \chi, \quad (2)$$

где  $d = 2a$  — диаметр частицы;  $\chi$  — коэффициент теплопроводности плазмы, вычисленный при температуре невозмущенного потока.

Для определения числа  $Nu$  существует большое количество критериальных зависимостей (например, [8]), которые при одних и тех же режимах обтекания частицы отличаются друг от друга. Обобщенную форму записи наиболее характерных из них можно представить в следующем виде [1]:

$$Nu = A + B Re^m Pr^n, \quad (3)$$

где  $Re$  — число Рейнольдса, имеющее вид  $(\rho u d) / \eta$ ;  $Pr$  — число Прандтля, имеющее вид  $(C_p \eta) / \chi$ ;  $u$  — невозмущенная скорость плазменного потока по отношению к частице;  $\rho$ ,  $\eta$ ,  $C_p$  — соответственно плотность, коэффициент динамической вязкости и удельная теплоемкость плазмы при температуре невозмущенного потока. Первое слагаемое в правой части выражения (3) описывает теплообмен

между плазмой и частицей за счет кондуктивной теплопроводности, а второе — за счет конвективного переноса энергии теплового движения частиц плазмы. Величины  $A$  и  $B$  так же, как и показатели степени  $m$ ,  $n$  при числах  $Re$  и  $Pr$ , изменяются в достаточно широких пределах [1, 8]. Так, например, в работе [9] предложена критериальная зависимость

$$Nu = 2 + 0,6 Re^{1/2} Pr^{1/3}, \quad (4)$$

с помощью которой достаточно хорошо описан конвективно-кондуктивный теплообмен в рассматриваемой системе при небольшом различии температуры невозмущенного потока плазмы и температуры поверхности частицы. Для оценок числа  $Nu$  при значительном разрыве  $T_p$  и  $T_{ms}$  и больших значениях скорости набегающего потока ( $Re = 45$ ) в [1] предложено ввести в конвективную составляющую приведенной зависимости поправку, учитывающую изменение плотности и вязкости плазмы по толщине теплового пограничного слоя вокруг частицы:

$$Nu = 2 + 0,6 Re^{1/2} Pr^{1/3} \left(\frac{\rho \eta}{\rho_s \eta_s}\right)^{0,2}, \quad (5)$$

а в работе [10] предложено использовать подобную поправку для всего выражения (4):

$$Nu = (2 + 0,6 Re^{1/2} Pr^{1/3}) \left(\frac{\rho \eta}{\rho_s \eta_s}\right)^{0,6}. \quad (6)$$

Здесь и далее величины с индексом  $s$  означают соответствующие свойства плазмы, определенные при температуре поверхности частицы.

Проведенный в работах [1, 11] анализ нагрева сферических частиц в высокотемпературном плазменном потоке показал, что в области малых значений числа  $Re$  выражения (4), (5) могут давать завышенные значения числа  $Nu$  по сравнению со значениями, определенными экспериментально. Причиной этого является существенное изменение в пределах теплового пограничного слоя коэффициента теплопроводности плазмы, определяющего кондуктивный теплообмен. Для устранения этой неточности в [1] предложено ввести поправку к кондуктивной составляющей критериальной зависимости (5) в виде отношения коэффициентов теплопроводности плазмы при температуре поверхности частицы и температуре невозмущенного потока:

$$Nu = 2 \frac{\chi_s}{\chi} + 0,6 Re^{1/2} Pr^{1/3} \left(\frac{\rho \eta}{\rho_s \eta_s}\right)^{0,2}. \quad (7)$$

Близкая зависимость, полученная на основе обработки экспериментальных данных по поперечному обтеканию цилиндров и сфер потоком

## 3.2. ВЗАИМОДЕЙСТВИЕ ДУГОВОЙ ПЛАЗМЫ С ДИСПЕРСНЫМИ МАТЕРИАЛАМИ

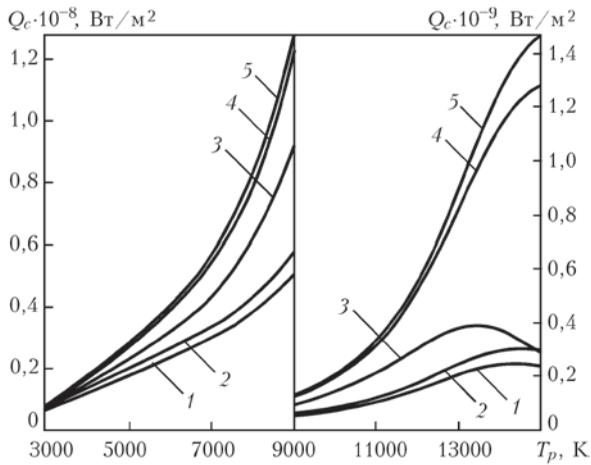


Рис. 1. Зависимость конвективно-кондуктивной составляющей теплового потока в частицу от температуры плазмы при  $u = 300$  м/с и  $T_{ms} = 2000$  К, рассчитанная на основе различных выражений для числа Nu: 1 — по формуле (8); 2 — (7); 3 — (6); 4 — (5); 5 — (4)

аргоновой плазмы атмосферного давления, ранее предложена в работе [11]:

$$Nu = 2 \frac{\chi_s}{\chi} + 0,5 Re^{0,5} Pr^{0,4} \left( \frac{\rho \eta}{\rho_s \eta_s} \right)^{0,2} \quad (8)$$

На рис. 1–3 представлены результаты численного анализа зависимостей теплового потока  $Q_c$ , вводимого в частицу радиусом  $a = 30$  мкм изотермической аргоновой плазмы атмосферного давления, от температуры и скорости невозмущенного потока плазмы, а также от температуры поверхности частицы. Расчеты выполнены по (1) и (2) при использовании различных форм записи числа Nu (4)–(8), необходимые значения теплофизических свойств и коэффициентов переноса аргоновой плазмы взяты из работы [12]. Полученные расчетные данные показали, что при небольшом различии в значениях  $T_p$  и  $T_{ms}$  все рассмотренные критериальные зависимости дают малые, близкие по величине значения теплового потока в частицу (см. рис. 1). При увеличении разности температур  $T_p$ ,  $T_{ms}$  значения  $Q_c$  вначале возрастают. Затем при использовании критериальных зависимостей (6)–(8) наблюдается некоторое снижение расчетных значений теплового потока, причем влияние поправочных коэффициентов в формулах (5)–(8) на  $Q_c$  весьма существенно (см. рис. 1, 3). Это связано со значительными изменениями плотности, коэффициентов теплопроводности и динамической вязкости аргона в исследуемом диапазоне изменения температур  $T_{ms}$ ,  $T_p$ . Что касается  $u$ , то ее увеличение сопровождается монотонным возрастанием значений теплового потока в частицу, происходящим примерно одинаково для всех рассматриваемых форм записи числа Nu (см. рис. 2). В дальнейшем для расчета  $Q_c$  в рамках данной

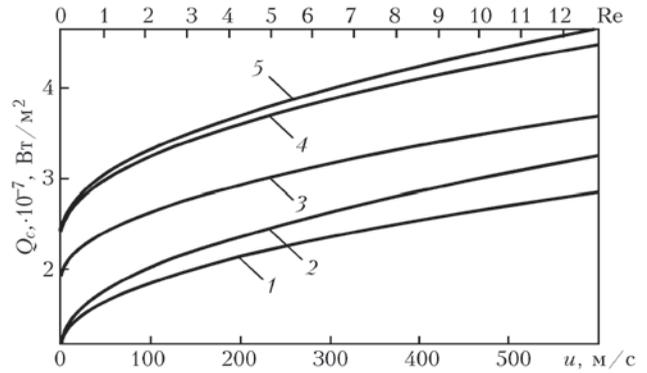


Рис. 2. Зависимость конвективно-кондуктивной составляющей теплового потока от скорости плазмы относительно частицы при  $T_p = 6000$  К и  $T_{ms} = 2000$  К (см. обозначения рис. 1)

работы используется критериальная зависимость (8), которая дает наилучшее совпадение с экспериментальными данными в случае обтекания частицы потоком аргоновой плазмы [11].

Теплофизические процессы при плазменном напылении протекают в диапазоне температур, где важную роль может играть радиационный теплообмен между плазменной струей и частицами напыляемого материала. Исследуем эту составляющую энергообмена с учетом сделанного ранее предположения, что излучение плазмы, падающее на частицу, поглощается в тонком приповерхностном слое ее материала (данное предположение оправдано, например, для металлических частиц радиусом более 1 мкм [13]). В рассматриваемом случае  $Q_r$  может быть вычислена с помощью известного соотношения [6]:

$$Q_r = \xi \sigma_0 (T_p^4 - T_{ms}^4), \quad (9)$$

где  $\xi$  — усредненная по спектру теплового излучения приведенная степень черноты для системы плазма–поверхность частицы;  $\sigma_0$  — постоянная Стефана–Больцмана.

Для оценки приведенной степени черноты  $\xi$ , определяющей эффективность радиационного

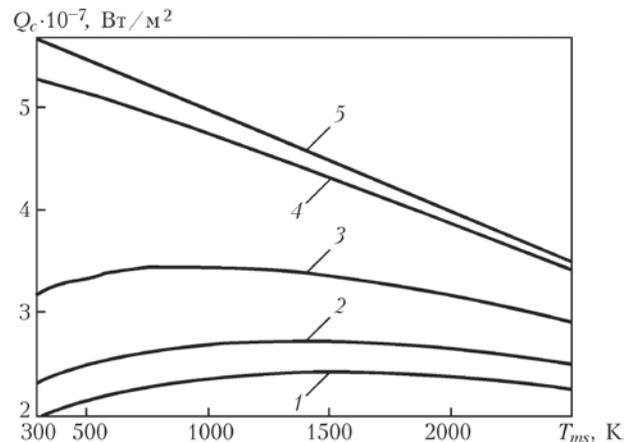


Рис. 3. Зависимость конвективно-кондуктивной составляющей теплового потока в частицу от температуры ее поверхности при  $T_p = 6000$  К,  $u = 300$  м/с (см. обозначения рис. 1)

теплообмена между плотной плазмой (плазмой атмосферного давления) и помещенной в нее металлической частицей, можно воспользоваться формулой из работы [14], описывающей теплообмен излучением между двумя поверхностями — поверхностью металла, которую при рассматриваемых условиях ( $a > 25$  мкм) можно считать практически плоской и имеющей температуру  $T_{ms}$ , и граничащей с ней поверхностью плазмы, предполагаемой полуограниченной и пространственно-однородной с температурой  $T_p$ :

$$Q_r = \frac{h}{4\pi^3 c^2} \int_0^\infty \xi_\omega \omega^3 \times \left[ \frac{1}{\exp\left(\frac{h\omega}{kT_p}\right) - 1} - \frac{1}{\exp\left(\frac{h\omega}{kT_{ms}}\right) - 1} \right] d\omega, \quad (10)$$

где  $h$  — постоянная Планка, деленная на  $2\pi$ ;  $c$  — скорость света;  $\omega$  — частота излучения;  $k$  — постоянная Больцмана;  $\xi_\omega$  — спектральное распределение приведенной степени черноты, которое в случае двух плоскопараллельных поверхностей может быть определено с помощью соотношения

$$\xi_\omega = \int_0^{\pi/2} (\xi_\omega^\perp + \xi_\omega^\parallel) \cos \vartheta \sin \vartheta d\vartheta, \quad (11)$$

где

$$\xi_\omega^{\perp,\parallel} = \frac{\Gamma_{m\omega}^{\perp,\parallel} \Gamma_{p\omega}^{\perp,\parallel}}{\Gamma_{m\omega}^{\perp,\parallel} + \Gamma_{p\omega}^{\perp,\parallel} - \Gamma_{m\omega}^{\perp,\parallel} \Gamma_{p\omega}^{\perp,\parallel}};$$

$\vartheta$  — угол падения;  $\Gamma_{m,p\omega}^{\perp,\parallel}(T_{ms,p}, \vartheta)$  — соответствующие указанным значениям температуры и угла падения коэффициенты поглощения плоских электромагнитных волн полуограниченной изотропной плазмоподобной средой (индекс  $m$  соответствует

металлу, а индекс  $p$  — плазме) для двух независимых поляризацій, вычисляемые как [15]

$$\Gamma_{m,p\omega}^{\perp,\parallel} = -\frac{4\text{Re}(r_{m,p\omega}^{\perp,\parallel})}{|1 - r_{m,p\omega}^{\perp,\parallel}|^2}, \quad (12)$$

причем знаки  $\perp$  и  $\parallel$  соответствуют случаю падения волны с вектором электрического поля соответственно перпендикулярным и параллельным плоскости падения. Величины  $r_{m,p\omega}^{\perp,\parallel}$  пропорциональные поверхностным импедансам полуограниченного металла (плазмы) [15], в пренебрежении пространственной дисперсией диэлектрической проницаемости обеих сред могут быть записаны следующим образом:

$$r_{m,p\omega}^\perp = -\frac{\cos \vartheta}{\sqrt{\varepsilon_{m,p}(\omega) - \sin^2 \vartheta}}; \quad (13)$$

$$r_{m,p\omega}^\parallel = -\frac{\sqrt{\varepsilon_{m,p}(\omega) - \sin^2 \vartheta}}{\varepsilon_m(\omega) \cos \vartheta},$$

где  $\varepsilon_{m,p}(\omega)$  — комплексная диэлектрическая проницаемость неограниченного металла (плазмы) на частоте  $\omega$ , которая в используемом приближении «холодной» плазмоподобной среды имеет вид

$$\varepsilon_{m,p}(\omega) = 1 - \frac{\omega_{m,pe}^2}{\omega(\omega + iv_{m,pe})}, \quad (14)$$

где  $\omega_{m,pe} = \left( \frac{4\pi e^2 n_{m,pe}}{m_e} \right)^{1/2}$  и  $v_{m,pe}$  — соответственно плазменная и эффективная частота столкновений электронов в металле (плазме);  $n_{m,pe}$  — их концентрация, зависящая от температуры соответствующей среды;  $e$  и  $m_e$  — заряд и масса электрона.

Прежде, чем провести количественный анализ роли радиационной составляющей теплообмена в полном энергетическом балансе поверхности напыляемой частицы, определим значение  $\xi$ , приравнивая результаты вычисления теплового потока  $Q_r$  по (9) и (10) с использованием выражений (11)–(14). Так, например, в случае частицы алюминия, находящейся в аргоновой плазме атмосферного давления, находим, что приведенная степень черноты  $\xi$  для данной системы изменяется от 0,11 при  $T_{ms} = 1000$  К до 0,17 при  $T_{ms} = 2500$  К и незначительно зависит от температуры плазмы в диапазоне  $T = 5000 \dots 15000$  К (использованные в расчетах зависимости  $n_{m,pe}$  и  $v_{m,pe}$  от температуры взяты из работ [16, 17]).

Результаты расчетов  $Q_r$  для рассматриваемой системы представлены на рис. 4. Для сравнения на этом же рисунке приведена зависимость  $Q_c$  и суммарного теплового потока в частицу, имеющую фиксированную температуру поверхности  $T_{ms} = 2000$  К, от температуры невозмущенного

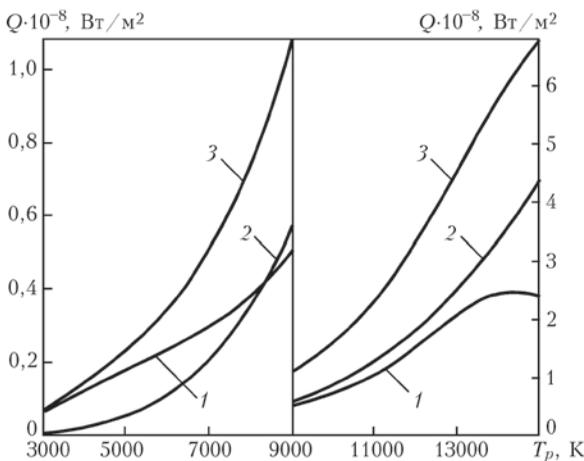


Рис. 4. Влияние радиационного теплообмена на плотность  $Q$  теплового потока из плазмы в алюминиевую частицу радиусом 30 мкм при  $u = 300$  м/с и  $T_{ms} = 2000$  К: 1 —  $Q_c(T_p)$ ; 2 —  $Q_r(T_p)$ ; 3 — их сумма

потока плазмы  $T_p$ . Как следует из представленных расчетных кривых, при  $T_p > 8000$  К теплообмен излучением вносит более существенный вклад в общий тепловой поток, чем его конвективно-кондуктивная составляющая. Этот эффект особенно заметен при высоких температурах плазмы, поскольку при  $T_p > 14000$  К значения  $Q_c$  несколько снижаются за счет поправочного коэффициента  $\chi_s/\chi$  в выражении для числа Nu (8), тогда как значения  $Q_r$  продолжают возрастать.

### Выводы

1. Проведенный численный анализ конвективно-кондуктивной составляющей теплового потока из аргоновой плазмы при атмосферном давлении в обтекаемую ею сферическую частицу дисперсного материала свидетельствует о значительном разбросе расчетных данных, полученных с использованием различных критериальных зависимостей. При больших значениях относительной скорости, а также разницы температур невозмущенного плазменного потока и поверхности частицы наилучшее совпадение с экспериментальными данными дает критериальная зависимость, учитывающая изменение плотности, коэффициентов вязкости и теплопроводности плазмы по толщине теплового пограничного слоя вокруг частицы.

2. При высоких температурах плазмы теплообмен излучением между плазменной струей атмосферного давления и поверхностью напыляемой частицы может играть важную роль в общем энергетическом балансе частицы и его необходимо учитывать при анализе процесса нагрева порошковых материалов в условиях плазменного напыления. В частности, при нагреве алюминиевых частиц потоком аргоновой плазмы, имеющей температуру выше 8000 К, радиационная составляющая теплового потока в частицу оказывается более существенной, чем конвективно-кондуктивная.

1. Донской А. В., Клубицкий В. С. Электроплазменные процессы и установки в машиностроении. — Л.: Машиностроение, 1979. — 221 с.

2. Гнедовец А. Г., Лохов Ю. Н., Углов А. А. Теплофизические задачи обработки частиц тугоплавких металлов в горячем газе // Физика и химия обраб. материалов. — 1979. — № 6. — С. 36–43.
3. Bourdin E., Fauchais P., Boulos M. Transient heat conduction under plasma conditions // Intern. J. Heat Mass Transfer. — 1983. — **26**, № 4. — P. 567–582.
4. Volatilization of metal powders in plasma sprays / A. Vardelle, M. Vardelle, H. Zhang et al. // J. of Thermal Spray Technology. — 2002. — **11**, № 2. — P. 244–252.
5. Shimanovich V. D., Smyaglikov I. P., Zolotovskiy A. I. An effect of near-cathode region plasma of an argon arc on metal particles // Progress in plasma processing of materials 2003: Proc. of the 7th European conf. on thermal plasma processes, Strasbourg, June 18–21, 2003. — New York: Begell House Inc., 2003. — P. 257–262.
6. Кутателадзе С. С. Основы теории теплообмена. — М.: Атомиздат, 1979. — 416 с.
7. Ландау Л. Д., Lifshits E. M. Теоретическая физика. — В 10 т. — Т. 6: Гидродинамика. — М.: Наука, 1986. — 736 с.
8. Буров И. С. К расчету теплообмена частиц дисперсного материала с плазменными потоками // Физика и химия обраб. материалов. — 1979. — № 4. — С. 42–49.
9. Ranz W. E., Marshall W. R. Evaporation from drops // Chem. Eng. Progr. — 1952. — № 48. — P. 141–146, 173–180.
10. Fiszdon J. K. Melting of powder grains in a plasma fume // Intern. J. Heat Mass Transfer. — 1979. — № 22. — P. 749–761.
11. Физика и техника низкотемпературной плазмы / С. В. Дресвин, А. В. Донской, В. М. Гольдфарб и др. — М.: Атомиздат, 1972. — 352 с.
12. Boulos M. I., Fauchais P., Pfender E. Thermal plasmas: Fundamentals and applications. — New York; London: Plenum press, 1997. — Vol. 1. — 454 p.
13. Bushma A. I., Krivtsov I. V. Peculiarities of absorption and scattering of different wavelength laser radiation by fine spherical particles // Laser technologies in welding and materials processing: Proc. of Intern. conf., May 19–23, 2003, Katsiveli, Crimea. — Kiev: E. O. Paton Electric Welding Institute, 2003. — P. 103–107.
14. Хир К. Статистическая механика, кинетическая теория и стохастические процессы. — М.: Мир, 1976. — 600 с.
15. О влиянии слоистых диэлектрических покрытий на поглощательные свойства ограниченных плазмоподобных сред / В. С. Гвоздецкий, А. Г. Загородний, И. В. Кривцун и др. // Радиотехника и электроника. — 1987. — **32**, № 11. — С. 2372–2381.
16. Miller J. C. Optical properties of liquid metals at high temperatures // Phil. Mag. — 1969. — № 20. — P. 1115–1132.
17. Расчет энергетических коэффициентов поглощения и отражения электромагнитного излучения при лазерной сварке / В. С. Гвоздецкий, Г. М. Корчинский, И. В. Кривцун и др. // Автомат. сварка. — 1986. — № 5. — С. 33–37.

### 3.2.4. ОСОБЕННОСТИ ТЕПЛООБМЕНА ИОНИЗИРОВАННОГО ГАЗА С ИСПАРЯЮЩЕЙСЯ ЧАСТИЦЕЙ В УСЛОВИЯХ ПЛАЗМЕННОГО НАПЫЛЕНИЯ\*

Ю.С. БОРИСОВ, А.С. ЗАЦЕРКОВНЫЙ, И.В. КРИВЦУН

Существует множество подходов и моделей для расчета теплового потока из плазмы в обтекаемую ею одиночную частицу, в которых учитываются различные механизмы теплообмена в рассматриваемой системе. Основные механизмы обмена энергией между потоком изотермической плазмы атмосферного давления и частицей дисперсного материала применительно к условиям плазменного напыления покрытий описаны в работе [1]. Там же предложено выражение для определения энергетического баланса поверхности сферической частицы, находящейся в потоке плазмы атомарного газа:

$$-\left(\chi_m \frac{\partial T_m}{\partial r}\right)_{r=a} = Q_c + Q_r + Q_i + Q_e - Q_v, \quad (1)$$

где  $\chi_m$  — коэффициент теплопроводности материала частицы;  $a$  — радиус частицы;  $T_m(r)$  — температурное поле в частице;  $Q_c$  — конвективно-кондуктивный тепловой поток из плазмы в частицу;  $Q_r$  — результирующий поток энергии теплового излучения;  $Q_i$ ,  $Q_e$  — потоки энергии, переносимой на поверхность частицы соответственно ионами и электронами плазмы;  $e$  — заряд электрона;  $Q_v$  — поток энергии испарения, уносимой с по-

верхности частицы струей расширяющегося пара. В работе [1] проведен детальный анализ конвективно-кондуктивной и радиационной составляющих теплообмена в рассматриваемой системе. В частности, показано, что у алюминиевой частицы, обтекаемой аргоновой плазмой атмосферного давления, при температуре невозмущенного плазменного потока  $T_p > 8000$  К величина  $Q_r$  вносит более существенный вклад в энергетический баланс поверхности частицы, чем его конвективно-кондуктивная составляющая  $Q_c$ .

Настоящая работа посвящена исследованию остальных составляющих энергетического баланса (1) в случае обтекания частицы потоком плазмы инертного газа при условии, что радиус частицы значительно больше характерной длины свободного пробега  $\bar{\lambda}$  частиц окружающей плазмы. Наряду с радиационным теплообменом при высокой температуре, а следовательно, и степени ионизации плазменного потока важную роль в энергобалансе поверхности частицы могут играть электронная и ионная компоненты плазмы. Это связано с тем, что, кроме энергии теплового движения, которая учтена при вычислении  $Q_c$ , электроны, достигающие поверхности частицы, передают ей энергию своего направленного движения, а ионы передают как кинетическую энергию, приобретаемую ими в электрическом поле, формирующемся вблизи поверхности частицы, так и внутреннюю энергию, выделяющуюся при их поверхностной рекомбинации [2]. Следует особо отметить, что за счет испарения материала частицы при значениях температуры ее поверхности  $T_{ms}$ , близких к температуре кипения  $T_b$ , приповерхностная плазма может стать многокомпонентной, содержащей наряду с частицами плазмообразующего газа атомы и ионы испаренного материала.

Для описания этих процессов и анализа тепловых потоков  $Q_i$ ,  $Q_e$  используем метод, подробно изложенный в работе [3], согласно которому плазма, окружающая частицу, условно делится на несколько зон (рис. 1). Первая зона, непосред-

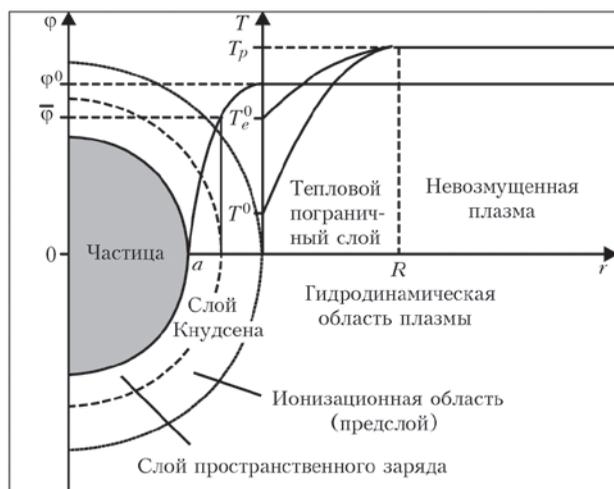


Рис. 1. Структура приповерхностной плазмы, распределение потенциала, температуры электронов и тяжелых частиц плазмы (см. обозначения в тексте)

\*Автоматическая сварка. — 2005. — № 7. — С. 20–27.

### 3.2. ВЗАИМОДЕЙСТВИЕ ДУГОВОЙ ПЛАЗМЫ С ДИСПЕРСНЫМИ МАТЕРИАЛАМИ

ственно примыкающая к поверхности частицы, — слой пространственного заряда, где нарушается условие квазинейтральности плазмы и возникает основное падение потенциала между плазмой и частицей. Этот слой можно считать бесстолкновительным, поскольку при рассматриваемых в данной работе условиях его толщина, соизмеримая с радиусом Дебая  $r_D \leq 1 \cdot 10^{-1}$  мкм [3], оказывается существенно меньше характерной длины свободного пробега частиц плазмы  $\bar{\lambda} \leq 10$  мкм (оценки проведены для аргоновой плазмы атмосферного давления при температуре 10000 К).

Вторая зона — ионизационная область неизолированной квазинейтральной плазмы, или предслой, где происходит генерация заряженных частиц за счет ионизации электронами плазмы атомов газа, десорбирующихся с поверхности частицы, и испаряющихся атомов ее материала. Образующиеся здесь ионы ускоряются по направлению к поверхности частицы электрическим полем, создаваемым более подвижными электронами, и рекомбинируют вблизи указанной поверхности. Таким образом, в пределах данной области нарушаются условия локального ионизационного равновесия плазмы. Кроме того, здесь происходит заметное изменение потенциала плазмы, которое может быть соизмеримо с его падением в слое пространственного заряда [3].

На расстоянии от поверхности частицы, равном нескольким длинам свободного пробега частиц плазмы, проходит граница слоя Кнудсена (см. рис. 1), за которой начинается гидродинамическая область течения, где устанавливается локальное термодинамическое равновесие как по поступательным, так и внутренним степеням свободы плазменных частиц. Поскольку предполагается, что толщина слоя Кнудсена меньше радиуса напыляемой частицы, этот слой, а тем более слой пространственного заряда, будем в дальнейшем считать плоскими.

В рамках описанного подхода плазма фактически состоит из двух основных областей — неравновесной (слой Кнудсена) и равновесной (гидродинамическая область течения), для которой первая область играет роль поверхности разрыва [3]. Следует отметить, что гидродинамическая область плазмы так же, как и слой Кнудсена, может быть условно разделена на две зоны (см. рис. 1) — тепловой пограничный слой, в пределах которого происходит выравнивание температуры электронов  $T_e$  и тяжелых частиц  $T$  с температурой невозмущенного плазменного потока  $T_p$ , и область невозмущенной плазмы.

Для расчета величин  $Q_e$ ,  $Q_i$ , входящих в баланс энергии (1), необходимо определить потоки энергии электронов и ионов на поверхность частицы при условии, что суммарная плотность электрического тока между плазмой и этой поверхностью равна нулю, поскольку частица имеет «плавающий» потенциал. Считая, что перенос тока в слое Кнудсена осуществляется только электронами и ионами, приходящими на поверхность частицы из плазмы (предполагается, что все ионы, попавшие на поверхность, рекомбинируют там и возвращаются назад в плазму в виде атомов, потоки электронов, эмитируемых материалом частицы, и электронов, отраженных от ее поверхности, отсутствуют), это условие можно записать в виде

$$j_e - \sum_{\alpha=g,m} j_{i\alpha} = 0, \quad (2)$$

где  $j_e$  — плотность тока плазменных электронов, достигающих поверхности частицы;  $j_{i\alpha} = e\bar{n}_{i\alpha}\bar{V}_{i\alpha}$  — плотность тока ионов сорта  $\alpha$  ( $\alpha = g$  соответствует ионам плазмообразующего газа,  $\alpha = m$  — ионам материала частицы);  $\bar{n}_{i\alpha}$ ,  $\bar{V}_{i\alpha}$  — соответственно концентрация и скорость ионов на границе предслоя с бесстолкновительным слоем пространственного заряда.

При рассматриваемых условиях распределение концентрации электронов в слое Кнудсена может быть принято бoльцмановским с температурой  $T_e^0$ , постоянной по его толщине [3]. Кроме того, поскольку потенциал плазмы выше потенциала поверхности частицы, электроны тормозятся электрическим полем вблизи указанной поверхности. В этом случае плотность тока электронов, достигающих поверхности частицы, может быть вычислена с помощью известного соотношения:

$$j_e = \frac{1}{4} en_e^0 v_{Te}^0 \exp\left(-\frac{e\varphi^0}{kT_e^0}\right), \quad (3)$$

где  $n_e^0$  и  $v_{Te}^0 = \sqrt{8kT_e^0/\pi m_e}$  — соответственно концентрация и тепловая скорость электронов на внешней границе слоя Кнудсена;  $k$  — постоянная Больцмана;  $\varphi^0 > 0$  — потенциал плазмы относительно поверхности частицы (см. рис. 1);  $m_e$  — масса электрона.

Для вычисления значений ионных токов, текущих на поверхность частицы, необходимо рассмотреть процессы в ионизационной области. С этой целью используем подход, предложенный в работе [4], который основывается на предположении, что ионы в предслое плазмы интенсивно максвеллизируются и приобретают общую скорость направленного движения, значение которой на границе

ионизационной области и слоя пространственного заряда определяется следующим выражением [3]:

$$\bar{V}_{i\alpha} = \bar{V}_i = \sqrt{\frac{\sum_{\alpha=g,m} (1+T^0/T_e^0)n_{i\alpha}^0}{kT_e^0 \sum_{\alpha=g,m} M_{\alpha} n_{i\alpha}^0}}. \quad (4)$$

Здесь  $n_{i\alpha}^0$  — концентрации ионов плазмы на внешней границе слоя Кнудсена (для ионов всех сортов);  $M_{\alpha}$  — масса соответствующего иона (атома);  $T^0$  — температура тяжелых частиц плазмы, предполагаемая постоянной в пределах предслоя. В рамках используемого подхода концентрация заряженных частиц на внешней границе слоя пространственного заряда (с учетом квазинейтральности плазмы в ионизационной области) определяется следующим образом [3]:

$$\bar{n}_e = n_e^0 \exp\left(-\frac{1}{2}\right); \bar{n}_{i\alpha} = n_{i\alpha}^0 \exp\left(-\frac{1}{2}\right); \alpha = g, m. \quad (5)$$

Тогда, используя (4), (5), можно записать выражения для плотности ионных токов на поверхности частицы в виде

$$j_{i\alpha} = en_{i\alpha}^0 \exp\left(-\frac{1}{2}\right) \bar{V}_i, \quad \alpha = g, m. \quad (6)$$

Полученные выражения для  $j_{i\alpha}$  отличаются от использованных в работе [2] тем, что позволяют учесть снижение концентрации ионов в пределах предслоя, а также то обстоятельство, что и скорость ионов на его внутренней границе должна удовлетворять критерию образования слоя пространственного заряда, т. е. критерию Бома [5].

Определив электронную и ионные составляющие электрического тока, текущего из плазмы на поверхность частицы, можно найти потенциал плазмы относительно этой поверхности. Подставляя (3) и (6) в условие (2) и учитывая квазинейтральность плазмы на внешней границе слоя Кнудсена, получаем

$$\phi^0 = \bar{\phi} + \frac{1}{2} \frac{kT_e^0}{e},$$

где

$$\bar{\phi} = \frac{kT_e^0}{e} \ln \sqrt{\frac{\sum_{\alpha=g,m} M_{\alpha} n_{i\alpha}^0}{2\pi m_e \sum_{\alpha=g,m} (1+T^0/T_e^0)n_{i\alpha}^0}} -$$

значение потенциала на границе ионизационной области со слоем пространственного заряда (см. рис. 1).

Расчет величин  $j_e$  и  $j_{i\alpha}$  требует знания температур  $T_e^0$ ,  $T^0$  и концентраций  $n_e^0$ ,  $n_{i\alpha}^0$  заряженных частиц плазмы на границе слоя Кнудсена с тепловым пограничным слоем. Поскольку предполагается, что плазма в гидродинамической области является ионизационно-равновесной и может содержать,

кроме атомов и ионов плазмообразующего газа, частицы испаренного материала, состав такой многокомпонентной плазмы можно определить, используя следующую систему уравнений [3]:  
уравнения Саха

$$\frac{n_e^0 n_{i\alpha}^0}{n_{n\alpha}^0} = \left(\frac{m_e kT_e^0}{2\pi\hbar^2}\right)^{3/2} \frac{2\theta_{i\alpha}}{\theta_{n\alpha}} \times \exp\left[-\frac{e(U_{\alpha} - \Delta U)}{kT_e^0}\right], \quad \alpha = g, m, \quad (7)$$

где  $n_{n\alpha}^0$  — концентрация атомов сорта  $\alpha$ ;  $\theta_{n\alpha}$ ,  $\theta_{i\alpha}$  — статистические суммы атомов и ионов сорта  $\alpha$ ;  $U_{\alpha}$  — соответствующие значения потенциалов ионизации;  $\Delta U = 2e/r_D$  — снижение потенциалов ионизации, обусловленное взаимодействием заряженных частиц в плазме; условие квазинейтральности плазмы

$$n_e^0 = \sum_{\alpha=g,m} n_{i\alpha}^0; \quad (8)$$

закон Дальтона

$$p = n_e^0 kT_e^0 + \sum_{\alpha=g,m} (n_{n\alpha}^0 + n_{i\alpha}^0) kT_e^0, \quad (9)$$

где  $p$  — газостатическое давление плазмы (с учетом электронного давления). В диффузионном режиме испарения материала частицы эта величина может быть принята равной внешнему (атмосферному) давлению  $p^0$ . Для замыкания системы уравнений (7)–(9) необходимо еще одно условие, определяющее концентрацию частиц пара, которые присутствуют в приповерхностной плазме. Предполагая, что скорость диффузии пара мала, т. е. состояние пара близко к насыщению, в качестве такого условия можно выбрать равенство парциального давления тяжелых частиц испаренного материала на внешней границе слоя Кнудсена давлению насыщенного пара  $p_s$  над поверхностью частицы, имеющей температуру  $T_{ms}$ :

$$(n_{nm}^0 + n_{im}^0) kT_e^0 = p_s \equiv p^0 \left(\frac{T_b}{T_{ms}}\right)^{1/2} \times \exp\left[\frac{\lambda_v}{k} \left(\frac{1}{T_b} - \frac{1}{T_{ms}}\right)\right], \quad (10)$$

где  $\lambda_v$  — работа выхода атома материала частицы, положив при этом  $T^0 = T_{ms}$ .

Значение температуры электронов  $T_e^0$  на границе слоя Кнудсена можно определить путем совместного решения уравнения баланса энергии электронной компоненты плазмы в тепловом пограничном слое

$$\frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial r} \left( r^2 \chi_e \frac{\partial T_e^0}{\partial r} \right) - \beta(T_e^0 - T) = 0 \quad (11)$$

## 3.2. ВЗАИМОДЕЙСТВИЕ ДУГОВОЙ ПЛАЗМЫ С ДИСПЕРСНЫМИ МАТЕРИАЛАМИ

и соответствующего уравнения для температуры тяжелых частиц

$$\frac{1}{r^2} - \frac{\partial}{\partial r} \left( r^2 \bar{\chi} \frac{\partial T}{\partial r} \right) + \beta (T_e - T) = 0. \quad (12)$$

Здесь  $\chi_e$  — коэффициент электронной теплопроводности;  $\bar{\chi}$  — коэффициент теплопроводности тяжелых частиц (атомов и ионов);  $\beta$  — коэффициент энергообмена электронов с тяжелой компонентой плазмы [6], при вычислении которого отношение концентрации частиц пара к полной концентрации всех тяжелых частиц плазмы в пределах теплового пограничного слоя будем приближенно считать постоянным, равным своему значению на границе слоя Кнудсена  $\delta_m^0 = (n_{nm}^0 + n_{im}^0) / \sum_{\alpha=g,m} (n_{n\alpha}^0 + n_{i\alpha}^0)$ . Еще одним приближением, принятым при записи уравнений (11), (12), является пренебрежение конвективным переносом энергии, что, как свидетельствует дальнейший численный анализ, допустимо при скорости набегающего потока плазмы относительно частицы  $u < 250$  м/с.

Учитывая принятое ранее допущение о малости толщины слоя Кнудсена по сравнению с радиусом напыляемой частицы, будем решать данные уравнения в области  $a \leq r \leq R$ , где  $R$  — внешний радиус теплового пограничного слоя (см. рис. 1). Краевые условия на границе указанного слоя со слоем Кнудсена могут быть заданы следующим образом:

$$\left( \chi_e \frac{\partial T_e}{\partial r} \right)_{r=a} = j_e \left( \varphi^0 + \frac{2kT_e^0}{e} \right) + \sum_{\alpha=g,m} j_{i\alpha} \left( \frac{2kT_e^0}{2e} + U_\alpha \right); \quad T|_{r=a} = T_{ms}. \quad (13)$$

Первое условие (13) представляет собой баланс энергии в ионизационной области плазмы. Член в левой части данного условия описывает энергию, переносимую в эту область плазменными электронами, первый член в правой части — энергию, уносимую электронами на поверхность частицы, а второй — энергию, затрачиваемую на ионизацию и ускорение ионов в пределах ионизационной области.

В качестве граничных условий при  $r = R$  принимаются условия равенства температуры электронов и тяжелых частиц плазмы температуре невозмущенного потока:

$$T_e|_{r=R} = T|_{r=R} = T_p, \quad (14)$$

а само значение  $R$  выбирается таким, чтобы выполнялись условия гладкого сопряжения:

$$\left. \frac{\partial T_e}{\partial r} \right|_{r=R}; \quad \left. \frac{\partial T}{\partial r} \right|_{r=R} < \varepsilon,$$

где  $\varepsilon$  — некоторая малая величина. Расчеты показали, что у частицы радиусом  $a = 30$  мкм, на-

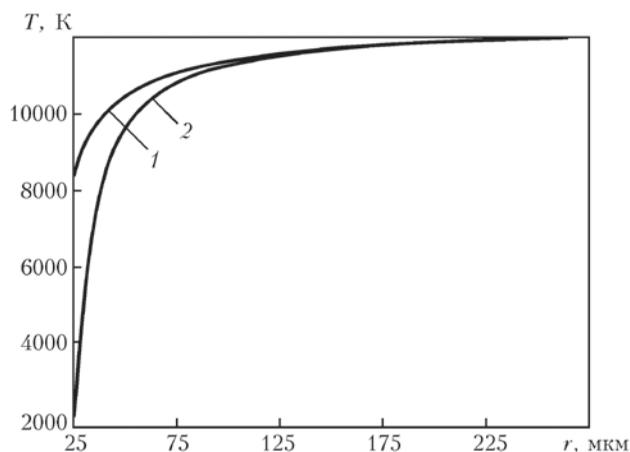


Рис. 2. Радиальные распределения температуры электронов  $T_e$  (1) и температуры тяжелой компоненты плазмы  $T$  (2) в пределах теплового пограничного слоя

ходящейся в аргоновой плазме атмосферного давления, эти условия достаточно хорошо выполняются при  $R \geq 250$  мкм во всем рассматриваемом диапазоне значений  $T_p$  и  $T_{ms}$ .

Полученные при численном решении краевой задачи (11)–(14) распределения температур  $T_e$  и  $T$  по толщине теплового пограничного слоя вокруг алюминиевой частицы радиусом 30 мкм ( $T_{ms} = 1800$  К), помещенной в аргоновую плазму ( $T_p = 12000$  К), представлено на рис. 2 (необходимые температурные зависимости  $\chi_e$ ,  $\bar{\chi}$  и  $\beta$  рассчитаны по методике, описанной в [7]). Как следует из приведенных на этом рисунке данных, температура электронов на внешней границе слоя Кнудсена  $T_e^0$  оказывается значительно ниже температуры невозмущенной плазмы и при выбранных значениях параметров составляет приблизительно 8000 К. При указанном значении  $T_{ms}$  плазма вблизи поверхности практически не содержит атомов и ионов материала частицы ( $\delta_m^0 \cong 0,001$ ), т. е. является однокомпонентной. На рис. 3 показана зависимость расчетных значений  $T_e^0$  от  $T_p$  при различных значениях температуры поверхности частицы. Результаты расчетов свидетельствуют о существенном влиянии многокомпонентности приповерхностной плазмы, связанной с наличием в ней более легкоионизируемых атомов металлического пара (потенциал ионизации аргона и алюминия соответственно равен 15,76 и 5,98 эВ), на температуру электронов и степень ионизации такой плазмы. Так, например, с повышением температуры поверхности частицы  $T_{ms}$  и соответствующим увеличением согласно (10) концентрации частиц пара в окружающей плазме наблюдается все более заметное снижение температуры электронов на границе слоя Кнудсена по сравнению с соответствующим значением  $T_p$  (рис. 3), тогда

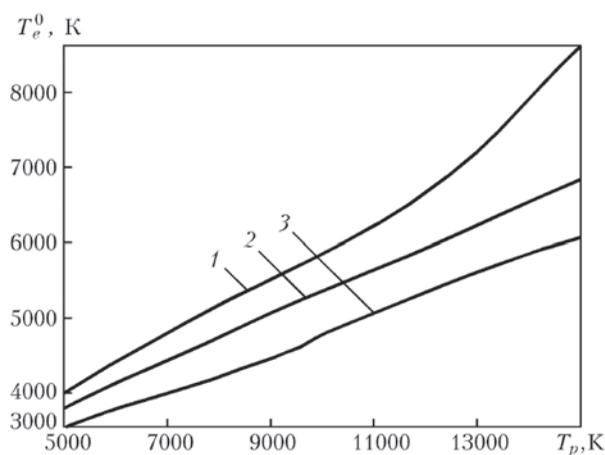


Рис. 3. Зависимость температуры электронов на внешней границе слоя Кнудсена от температуры невозмущенной аргоновой плазмы при различных значениях температуры поверхности алюминиевой частицы радиусом 30 мкм: 1 —  $T_{ms} = 2000$  К ( $\delta_m^0 = 0,009$ ); 2 — 2200 К (0,047); 3 — 2500 К (0,325)

как значение  $n_e^0$ , наоборот, возрастает. Кроме того, увеличение  $\delta_m^0$  приводит к некоторому уменьшению потенциала плазмы  $\phi^0$  относительно поверхности частицы от 2,79 (при  $T_{ms} = 2000$  К) до 2,21 В (при  $T_{ms} = 2500$  К). В обоих случаях  $T_p = 12000$  К.

Определив таким образом параметры плазмы на внешней границе слоя Кнудсена, необходимые для расчета электронного и ионного токов на поверхность частицы, можно найти соответствующие потоки энергии  $Q_e$  и  $Q_i$ . В частности, поток энергии, переносимой электронами плазмы, способными преодолеть потенциальный барьер  $\phi^0$ , может быть представлен в  $j_e(\phi^0 + 2kT_e^0/e)$  (это выражение отличается от использованного в [2] наличием члена  $j_e\phi^0$ , который может давать существенный вклад в тепловой поток). Поскольку энергия теплового (хаотического) движения фактически учтена при вычислении  $Q_c$ , выражение для  $Q_e$  можем записать следующим образом:

$$Q_e = j_e(\phi^0 + \phi_m), \quad (15)$$

где  $\phi_m$  — работа выхода электронов для данного материала частицы. В (15) предполагается, что все электроны, достигшие поверхности частицы, поглощаются ее материалом (с выделением работы выхода), а коэффициент аккомодации этой поверхностью кинетической энергии электронов равен единице.

Далее, учитывая энергию направленного движения ионов, приобретаемую ими в слое пространственного заряда, для  $Q_i$  можем записать

$$Q_i = \sum_{\alpha=g,m} j_{i\alpha}(\bar{\phi} + U_\alpha - \phi_m). \quad (16)$$

При записи выражения (16) предполагается, что коэффициент аккомодации энергии ионов поверхностью частицы также равен единице.

На рис. 4 представлена зависимость тепловых потоков энергии  $Q_i$ ,  $Q_e$  на поверхность алюминиевой частицы ( $a = 30$  мкм,  $T_{ms} = 2000$  К) от температуры невозмущенного потока плазмы (аргоновая плазма атмосферного давления). Для сравнения здесь же показаны кривые  $Q_c$ , рассчитанные с помощью критериальной формулы [8], которая дает наилучшее совпадение с экспериментальными данными в случае обтекания частицы потоком аргоновой плазмы, и кривые  $Q_p$ , рассчитанные по методике, описанной в работе [1]. Приведенные на рис. 4 расчетные кривые свидетельствуют о том, что при высоких значениях температуры плазмы ( $T_p > 10000$  К) ионная и электронная составляющие теплового потока могут вносить существенный вклад в суммарный поток тепла из плазмы на поверхность частицы.

Влияние многокомпонентности приповерхностной плазмы, обусловленной наличием в ней атомов и ионов испаренного материала, на рассматриваемые составляющие теплового потока, представлено на рис. 5, где приведены кривые  $Q_i(T_n)$  и  $Q_e(T_p)$  при различных значениях температуры поверхности частицы. Кривые 2, 4 на этом рисунке соответствуют ионному и электронному тепловым потокам, вычисленным при  $T_{ms} = 1800$  К. В этом случае приповерхностная плазма содержит пренебрежимо малое ( $\delta_m^0 \cong 0,001$ ) количество частиц металла (алюминия) и указанные тепловые потоки формируются в основном за счет заряженных частиц плазмообразующего газа (аргона). При  $T_{ms} = 2400$  К содержание пара в приповерхностной плазме намного выше ( $\delta_m^0 = 0,180$ ), т. е. плазма становится существенно многокомпонентной, что при  $T > 10000$  К приводит к более высоким значениям тепловых потоков  $Q_i$  и  $Q_e$  (ср. кри-

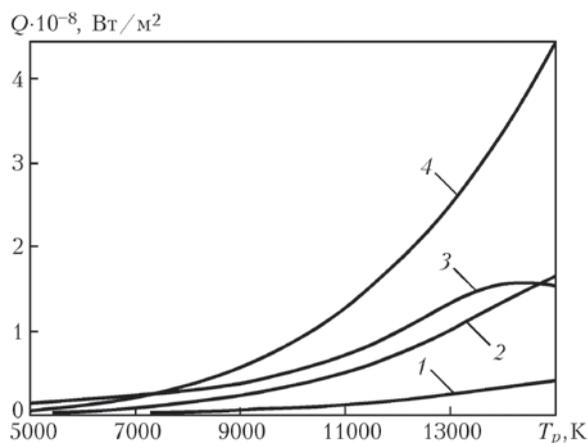


Рис. 4. Зависимость составляющих теплового потока  $Q$  на поверхность частицы от температуры невозмущенной аргоновой плазмы  $T_p$ : 1 —  $Q_e$ ; 2 —  $Q_i$ ; 3 —  $Q_c$  (при  $u = 100$  м/с); 4 —  $Q_p$

### 3.2. ВЗАИМОДЕЙСТВИЕ ДУГОВОЙ ПЛАЗМЫ С ДИСПЕРСНЫМИ МАТЕРИАЛАМИ

вые 1–4 рис. 5). Это связано с тем, что несмотря на соответствующее снижение  $T_e^0$  по отношению к  $T_p$  (см. рис. 2, 3) увеличение содержания в плазме легкоионизируемых атомов металла с ростом  $T_{ms}$  приводит к увеличению концентрации заряженных частиц, определяющих согласно (3), (6), (15), (16) указанные тепловые потоки.

Если температура поверхности частицы превышает температуру кипения ее материала (давление насыщенного пара становится больше атмосферного), начинается расширение пара, который оттесняет плазму внешнего газа, и диффузионный режим испарения сменяется конвективным. В результате приповерхностная плазма снова становится однокомпонентной, но при этом содержит только частицы испаренного материала. Состав такой плазмы можно рассчитать с помощью уравнений (7)–(9), положив в них  $n_{ng} = n_{ig} = 0$  и дополнив эту систему уравнений соотношениями, определяющими концентрацию и температуру тяжелых частиц расширяющегося пара вблизи поверхности частицы. При конвективном режиме испарения для нахождения  $n_{nm}^0 + n_{im}^0$  и  $T_0$  будем использовать выражения, полученные в работе [9] применительно к случаю поверхностного испарения в среду с противодействием:

$$\begin{aligned} \frac{n_{nm}^0 + n_{im}^0}{n_{ms}} &= \\ &= \left\{ \left( \gamma_m^2 + \frac{1}{2} \right) \exp(\gamma_m^2) [1 - \Phi(\gamma_m)] - \frac{\gamma_m}{\sqrt{\pi}} \right\} \times \\ &\times \sqrt{\frac{T_{ms}}{T_0}} + \frac{1}{2} \{ 1 - \gamma_m \sqrt{\pi} \exp(\gamma_m^2) [1 - \Phi(\gamma_m)] \}; \frac{T_{ms}}{T_0}; \\ \frac{T_0}{T_{ms}} &= 1 + \frac{\gamma_m^2 \pi}{32} \left( 1 - \sqrt{1 + \frac{64}{\gamma_m^2 \pi}} \right). \end{aligned} \quad (17)$$

Здесь  $n_{ms} = p_s/kT_{ms}$  — концентрация насыщенного пара, соответствующая данной температуре поверхности частицы;

$$\gamma_m = v^0 \left( \frac{M_m}{2kT_0} \right)^{1/2},$$

где  $v^0$  — скорость разлета ионизированного пара на внешней границе слоя Кнудсена;  $M_m$  — масса атома металла;  $\Phi(x) = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_0^x \exp(-\xi^2) d\xi$  — интеграл вероятности. Следует отметить, что  $v^0$  является внешним параметром и определяется условиями расширения пара в гидродинамической области. Кроме того, согласно работе [9], указанная величина должна удовлетворять условию  $M \leq 1$ , где  $M = v^0/s^0$  — число Маха;  $s^0 = \sqrt{5kT_0/3M_m}$  — местная скорость звука. Для численной оценки  $v^0$  будем приближенно считать, что в случае небольших

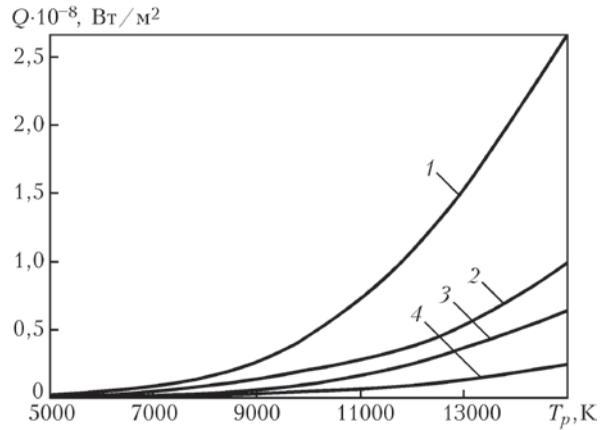


Рис. 5. Зависимость потоков энергии ионов (1, 2) и электронов (3, 4) на поверхность алюминиевой частицы радиусом 30 мкм от температуры невозмущенной плазмы  $T_p$ : 1, 3 —  $T_{ms} = 2400$  К ( $\delta_m^0 = 0,180$ ); 2, 4 —  $1800$  К ( $\delta_m^0 = 0,001$ )

значений числа Маха расширение ионизированного пара происходит в условиях, когда давление на границе слоя Кнудсена с тепловым пограничным слоем постоянно и равно внешнему давлению, т. е. при  $n_e^0 k T_e^0 + (n_{nm}^0 + n_{im}^0) k T_0 = p^0$ , где зависимость величин  $n_{nm}^0 + n_{im}^0$ ,  $T_0$  от безразмерной скорости  $\gamma_m$  определяется соотношениями (17).

Температура электронов, входящая в (7), (9), может быть определена путем решения уравнений баланса энергии электронов и тяжелой компоненты плазмы в пределах теплового пограничного слоя с учетом конвективного охлаждения приповерхностной плазмы потоком пара:

$$\begin{aligned} \frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial r} \left( r^2 n_e \left[ \frac{5}{2} k T_e + e U_m \right] v \right) &= \\ &= \frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial r} \left( r^2 \chi_e \frac{\partial T_e}{\partial r} \right) - \beta (T_e - T); \\ \frac{5}{2} k (n_{nm} + n_{im}) v \frac{\partial T}{\partial r} &= \\ &= \frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial r} \left( r^2 \chi \frac{\partial T}{\partial r} \right) + \beta (T_e - T), \end{aligned} \quad (18)$$

где скорость разлета и суммарная концентрация тяжелых частиц пара связаны уравнением непрерывности, что дает  $(n_{nm} + n_{im})v = \frac{(n_{nm}^0 + n_{im}^0)v^0 \alpha^2}{r^2}$ .

Краевые условия для уравнений (18) на внешней границе теплового пограничного слоя (при  $r = R$ ) сохраняют вид (14), тогда как условия на границе этого слоя со слоем Кнудсена несколько изменяются по сравнению с (13):

$$\begin{aligned} \left( \chi_e \frac{\partial T_e}{\partial r} \right) \Big|_{r=a} &= j_e \left( \varphi^0 + \frac{2kT_e^0}{e} \right) + j_{im} \left( \frac{2kT_e^0}{e} + U_m \right) + \\ &+ n_e^0 \left( \frac{5}{2} k T_e^0 + e U_m \right) v^0; \quad T|_{r=a} = T^0. \end{aligned}$$

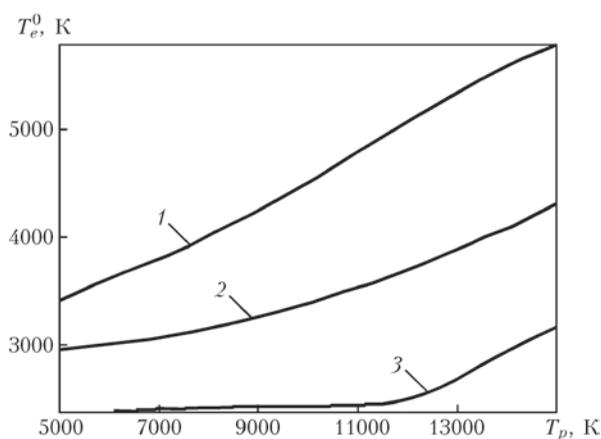


Рис. 6. Зависимость температуры электронов на внешней границе слоя Кнудсена от температуры невозмущенной аргоновой плазмы при различных значениях температуры поверхности алюминиевой частицы радиусом 30 мкм: 1 —  $T_{ms} = 2700$  К (диффузионный режим испарения материала частицы); 2 — 2750 К ( $M = 0,09$ ); 3 — 2800 К ( $M = 0,26$ )

Здесь первое условие, описывающее баланс энергии ионизационной области плазмы, записано с учетом энергии, уносимой из этой области электронной компонентой ионизированного пара при его расширении.

Численное решение уравнений (18) для алюминиевой частицы, находящейся в струе аргоновой плазмы, показывает, что результирующие значения температуры электронов на границе слоя Кнудсена при конвективном режиме испарения материала частицы оказываются существенно ниже, чем при диффузионном (ср. кривые 1–3 рис. 6), что связано с охлаждением плазмы потоком расширяющегося пара. В результате степень ионизации приповерхностной плазмы снижается настолько, что тепловые потоки  $Q_i$  и  $Q_e$ , пропорциональные концентрациям заряженных частиц на границе слоя Кнудсена, становятся пренебрежимо малыми. Кроме того, при конвективном режиме испарения (за счет интенсивного выноса

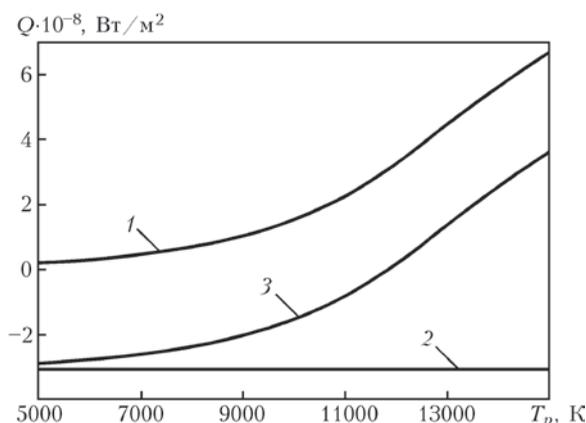


Рис. 7. Результирующий тепловой поток (3) и его составляющие (1 —  $Q_i$ ; 2 —  $Q_c$ ) при конвективном режиме испарения материала частицы

потоком пара тепловой энергии частиц плазмы из пограничного слоя) должен снижаться и конвективно-кондуктивный тепловой поток  $Q_c$ . Вместо них существенную роль в энергетическом балансе частицы начинает играть испарительное охлаждение ее поверхности. Зная концентрацию тяжелых частиц пара и скорость его разлета на внешней границе слоя Кнудсена, можно вычислить энергию, уносимую с единицы поверхности частицы потоком пара. Пренебрегая тепловой энергией частиц пара по сравнению с энергией испарения для расчета величины  $Q_v$  можем использовать следующее выражение [10]:

$$Q_v = (n_{nm}^0 + n_{im}^0) v^0 \lambda_v. \quad (19)$$

Отметим здесь, что, поскольку в режиме расширения пара значения концентрации ионов на внешней границе слоя Кнудсена ничтожно малы, значение  $n_{im}^0$  в выражении (19) можно положить равным нулю.

Результаты расчетов теплового потока  $Q_v$  для алюминиевой частицы радиусом 30 мкм, находящейся в потоке аргоновой плазмы атмосферного давления и имеющей температуру поверхности  $T_{ms} = 2800$  К ( $T_p = 2720$  К), представлены на рис. 7 (поскольку указанный тепловой поток описывает потерю энергии частицей, он был взят со знаком минус). Здесь же приведены соответствующие кривые  $Q_r(T_p)$  и результирующего теплового потока через поверхность частицы. Как следует из рисунка, влияние  $T_p$  на величину  $Q_v$  практически не проявляется (кривая 2, рис. 7), что, как уже было отмечено, связано с существенным снижением степени ионизации приповерхностной плазмы за счет ее охлаждения потоком расширяющегося пара. Величина  $Q_r$ , наоборот, заметно возрастает с увеличением  $T_p$  (1), что приводит к изменению

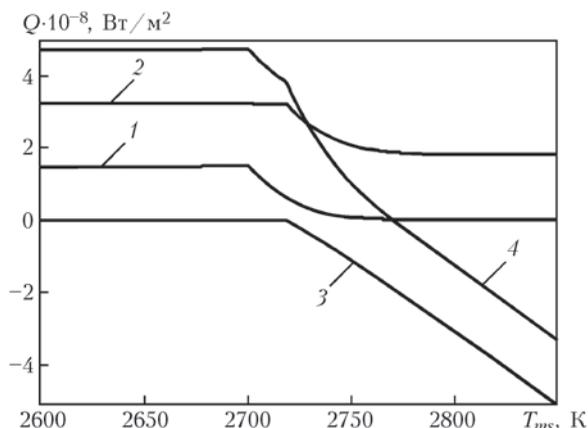


Рис. 8. Зависимость суммарного теплового потока через поверхность алюминиевой частицы ( $a = 30$  мкм), находящейся в потоке аргоновой плазмы ( $T_p = 12000$  К;  $u = 300$  м/с), и его составляющих от  $T_{ms}$ : 1 —  $Q_i + Q_e$ ; 2 —  $Q_c + Q_r$ ; 3 —  $Q_v$ ; 4 — результирующий тепловой поток

знака результирующего теплового потока (3). В итоге при  $T_p < 12500$  К данная частица охлаждается, а при более высоких значениях температуры окружающей плазмы — нагревается.

Расчетная зависимость всех составляющих и суммарного теплового потока на поверхность алюминиевой частицы, находящейся в аргоновой плазме, от  $T_{ms}$  показаны на рис. 8. Приведенные на этом рисунке данные позволяют проанализировать вклад каждой из составляющих теплообмена для рассматриваемой системы в полный энергетический баланс поверхности частицы, имеющей температуру, близкую к температуре кипения ее материала, и свидетельствуют о решающей роли испарительного охлаждения частицы при  $T_{ms} > T_b$ .

В целом, разработанная математическая модель позволяет проводить численный анализ как отдельных составляющих теплового баланса поверхности напыляемой частицы, так и результирующего теплового воздействия плазменной струи на частицу дисперсного материала в широком диапазоне значений температур плазмы и поверхности частицы, а также их относительной скорости, характерных для условий дозвукового плазменного напыления.

#### Выводы

1. Учет многокомпонентности приповерхностной плазмы, обусловленной наличием в ней испаренных атомов и ионов материала частицы, снижения температуры электронов на границе слоя Кнудсена по отношению к температуре невозмущенной плазмы и других факторов, определяющих упомянутые тепловые потоки, позволяет более корректно провести анализ нагрева частицы, движущейся в струе низкотемпературной плазмы при наличии испарения ее материала.

2. Проведенный численный анализ показал, что при высоких температурах плазменной струи потоки энергии электронной и ионной компонент плазмы могут играть заметную роль в полном энергетическом балансе напыляемой частицы. Так, например, при обтекании алюминиевой частицы по током аргоновой плазмы атмосферного давления, имеющей температуру выше 10000 К, указанные потоки составляют 20...50 % соответствующего значения конвективно-кондуктивного теплового потока на поверхность частицы и их необходимо учитывать при анализе нагрева частиц в рассматриваемых условиях.

3. Потоки энергии ионов и электронов плазмы на поверхность частицы существенно зависят от

температуры указанной поверхности, что обусловлено многокомпонентностью приповерхностной плазмы, связанной с наличием в ней испаренных атомов и ионов материала частицы. В частности, при температуре поверхности алюминиевой частицы 2500 К эти потоки почти вдвое превышают соответствующие значения для частицы, имеющей температуру поверхности 1800 К.

4. Если температура поверхности напыляемой частицы превышает температуру кипения ее материала, то определяющим фактором в энергетическом балансе частицы является испарительное охлаждение, связанное с уносом энергии испарения атомов ее материала потоком расширяющегося пара. Расчеты показали, что, например, в случае алюминиевой частицы, помещенной в аргоновую плазму с температурой 12000 К, результирующий тепловой поток на поверхность частицы становится равным нулю при температуре ее поверхности 2770 К и при дальнейшем увеличении этой температуры нагрев частицы сменяется охлаждением.

1. Борисов Ю. С., Зацерковный А. С., Кривцун И. В. Конвективно-кондуктивный и радиационный теплообмен потока плазмы с частицами дисперсного материала в условиях плазменного напыления // Автомат. сварка. — 2005. — № 6. — С. 7–11.
2. Shimanovich V. D., Smyaglikov I. P., Zolotovskiy A. I. An effect of near-cathode region plasma of an argon arc on metal particles // Progress in plasma processing of materials 2003: Proc. of the 7th European conf. on thermal plasma processes, France, Strasbourg, June 18–21, 2003. — New York: Begell House Inc., 2003. — P. 257–262.
3. Кривцун И. В. Модель испарения металла при дуговой, лазерной и лазерно-дуговой сварке // Автомат. сварка. — 2001. — № 3. — С. 3–10.
4. Зондовые измерения в низкотемпературной плотной плазме при высоких степенях ионизации / Ф. Г. Бакшт, Г. А. Дюжев, Н. К. Митрофанов и др. // Журн. техн. физики. — 1973. — 43, № 12. — С. 2574–2583.
5. Bohm D. The characteristics of electrical discharges in magnetic fields / Ed. A. Guthrie, R. K. Wakerling. — New York: McGraw-Hill, 1949. — 77 p.
6. Жоанов В. М. Явления переноса в многокомпонентной плазме. — М.: Энергоиздат, 1982. — 176 с.
7. Моделирование процессов переноса в многокомпонентной плазме столба сварочной дуги / В. С. Гвоздецкий, В. Ф. Демченко, И. В. Кривцун и др. // Пробл. сварки и спец. электрометаллургии. — Киев: Наук. думка, 1990. — С. 221–229.
8. Физика и техника низкотемпературной плазмы / С. В. Дресвин, А. В. Донской, В. М. Гольдфарб и др. — М.: Атомиздат, 1972. — 352 с.
9. Knight Ch. J. Theoretical modeling of rapid surface vaporization with back pressure // AIAA J. — 1979. — 17, № 5. — P. 519–523.
10. Воздействие лазерного излучения на материалы / Р. В. Арутюнян, В. Ю. Баранов, Л. А. Большов и др. — М.: Наука, 1989. — 367 с.

### 3.3. ПРОЦЕССЫ ВЗАИМОДЕЙСТВИЯ ДУГОВОЙ ПЛАЗМЫ С ПРОВОЛОЧНЫМИ МАТЕРИАЛАМИ ПРИ ПЛАЗМЕННО-ДУГОВОМ НАПЫЛЕНИИ

Ниже представлена подборка работ, посвященных математическому описанию и численному моделированию процессов нагрева, плавления и диспергирования проволочных материалов под действием дуговой плазмы, формируемой плазмотроном с тугоплавким катодом, и внешней (распыляемой) проволокой-анодом.

В работе [3.3.1] предложена математическая модель для описания процессов плазменно-дугового нагрева, плавления и испарения сплошной металлической проволоки-анода, подаваемой с постоянной скоростью под срез сопла плазмотрона. С помощью этой модели и разработанного для ее компьютерной реализации программного обеспечения выполнен численный анализ составляющих и суммарного теплового потока, вводимого в стальную проволоку-анод плазмой сжатой аргоновой дуги, тепловые и газодинамические характеристики которой рассчитаны с помощью модели, описанной в [3.1.1–3.1.3]. Установлено, что нагрев распыляемой проволоки прежде всего обусловлен воздействием на нее набегающего плазменного потока. Численно исследовано влияние режима работы плазмотрона и скорости подачи проволоки на распределение температуры по ее длине, плавление и испарение ее материала.

Работа [3.3.2] посвящена разработке математической модели, описывающей формирование слоя расплавленного металла на торце проволоки-анода при плазменно-дуговом проволочном напылении. Путем численного моделирования проанализировано влияние параметров режима работы плазмотрона (ток плазменной дуги 160...240 А, плазмообразующий газ аргон, его расход 1,0...1,5 м<sup>3</sup>/ч), скорости подачи (6...15 м/мин) и диаметра (1,2...1,6 мм) стальной проволоки на положение ее расплавленного конца относительно оси плазмотрона, а также толщину удерживаемого на торце проволоки слоя расплава, температуру и скорость течения металла в нем.

В работах [3.3.3, 3.3.5] рассмотрены процессы нагрева и движения в турбулентной плазменной струе, формируемой дуговым плазмотроном с внешней проволокой-анодом, расплавленных частиц, которые срываются с конца проволоки, с учетом их деформации и дробления в плазменном потоке. Для численного моделирования указанных процессов предложена математическая модель и разработано специализированное программное обеспечение, с помощью которых проведено компьютерное моделирование динамики нагрева и движения частиц жидкого металла в условиях плазменно-дугового напыления покрытий при следующих параметрах режима: ток плазменной дуги 200...240 А, плазмообразующий газ аргон, его расход 1,0...1,8 м<sup>3</sup>/ч, обдувающий газ воздух, диаметр и скорость подачи стальной проволоки соответственно 1,2...1,6 мм и 5...15 м/мин. Отмечено существенное влияние деформации расплавленных частиц на их взаимодействие с турбулентной плазменной струей. Показано, что частицы, формирующие покрытие (на дистанции напыления 150 мм), имеют значительно меньшие размеры (80...140 мкм при скорости подачи проволоки 7 м/мин и 60...90 мкм при скорости подачи 9 м/мин), чем размеры капель, срывающихся с расплавленного торца проволоки (600...750 мкм). Это объясняется дроблением капель и их «осколков» при движении в турбулентном плазменном потоке. Сравнение расчетных значений размеров частиц, формирующих покрытие, с приведенными в работе [3.3.5] экспериментальными данными демонстрирует вполне удовлетворительное их соответствие.

Работа [3.3.4] посвящена разработке математической модели формирования и отрыва капель расплавленного металла проволоки при плазменно-дуговом проволочном напылении. Для описания течения и распада струи жидкого металла, формирующейся на торце распыляемой проволоки, как описано в [3.3.2], предложено использовать модель тонкой струи [1.3.1, 1.3.3]. При этом в качестве основной силы, действующей вдоль оси течения, выбрана сила вязкого трения потока дуговой плазмы о поверхность струи. Разработан алгоритм численного решения уравнений модели и программное обеспечение для его компьютерной реализации. Проведено детальное численное исследование процессов каплеобразования в зависимости от параметров режима напыления. В частности, установлено, что при токе плазменной дуги 200 А, расходе плазмообразующего газа (Ar) 1 м<sup>3</sup>/ч и диаметре распыляемой (стальной) проволоки 1,4 мм существуют три режима течения и распада струи жидкого металла на ее торце: струйное течение расплава при скорости подачи проволоки 5...7 м/мин; формирование и отрыв капель примерно одинакового размера при скорости подачи 8...11 м/мин; формирование и отрыв существенно отличающихся по размерам капель при скорости подачи 12...15 м/мин.

### 3.3.1. НАГРЕВ И ПЛАВЛЕНИЕ ПРОВОЛОКИ-АНОДА ПРИ ПЛАЗМЕННО-ДУГОВОМ НАПЫЛЕНИИ\*

М.Ю. ХАРЛАМОВ, И.В. КРИВЦУН, В.Н. КОРЖИК, С.В. ПЕТРОВ

При плазменно-дуговом напылении покрытий нагрев проволочного материала, его плавление и образование мелкодисперсных напыляемых частиц происходит как в результате энергии, выделяющейся в анодном пятне дуги, замыкаемой на проволоке, и соответствующего протекания через нее электрического тока, так и за счет энергии, вводимой в проволоку при поперечном обтекании ее потоком дуговой плазмы [1]. В результате эффективность процесса плавления проволоки существенно возрастает по сравнению, например, с традиционным способом электродуговой металлизации [1]. По указанным причинам производительность и стабильность процесса плазменно-дугового напыления во многом будут определяться условиями теплообмена между проволокой-анодом и воздействующими на нее источниками тепла. Знание основных закономерностей нагрева и плавления электродной проволоки при плазменно-дуговом напылении покрытий позволит создать эффективные системы управления данным технологическим процессом, которые дадут возможность не только управлять производительностью процесса, но и регулировать длительность пребывания металла в жидком состоянии, размер формируемых капель и т. д. Поэтому большое значение для дальнейшего совершенствования процесса плазменно-дугового проволочного напыления, повышения его производительности и качества получаемых покрытий имеет разработка математических моделей, описывающих процессы, которые протекают при нагреве и плавлении проволоки-анода, а также математическое моделирование указанных процессов. В настоящее время достаточно хорошо изучено тепловое состояние электродной проволоки, нагреваемой протекающим через нее электрическим током и теплом, вводимым электрической дугой. В частности, получены аналитические выражения для определения температурных полей в плавящемся электроде при сварке [2], исследованы температурные поля в электродной проволоке с покрытием [3], подробно проанализированы процессы тепло-, массо- и электропереноса в системе плавящийся электрод–дуга–сварочная ванна [4, 5 и др.]. В то же время особенности дополнительного теплового воздействия поперечного потока плазмы на плавящуюся токоведущую проволоку (наряду

с нагревом электрической дугой и омическим нагревом) исследованы недостаточно.

Целью данной работы является разработка математической модели, описывающей тепловое взаимодействие анодной области электрической дуги, потока плазмы и электрического тока с проволокой-анодом в условиях плазменно-дугового проволочного напыления.

Рассмотрим температурное поле предельного состояния, устанавливающееся в проволоке-аноде, которая подается с постоянной скоростью. Переходные тепловые процессы, связанные с изменением или флуктуацией параметров режима напыления, такие как ток плазменной дуги или скорость подачи проволоки, также могут представлять определенный интерес, однако при устойчивой работе плазматрона и устройства подачи проволоки в последней устанавливается некоторое квазистационарное температурное поле, описание которого позволит выявить основные закономерности нагрева и плавления проволоки при исследуемом процессе напыления.

Схема процесса плазменно-дугового напыления, использованная нами при построении математической модели нагрева токоведущей проволоки, показана на рис. 1. Сплошная проволока круглого сечения радиусом  $R_w$  подается под срез сопла плазматрона со скоростью  $v_w$ . Считаем, что формируемая плазматроном электрическая дуга замыкается на правом конце проволоки, являющейся анодом дуги, причем тепловой поток, вводимый в проволоку через анодное пятно, равномерно распределен по ее сечению  $z = L_w$ . Кроме того, вся проволока нагревается протекающим через нее током дуги  $I$ . Предполагается, что проволока расположена попе-

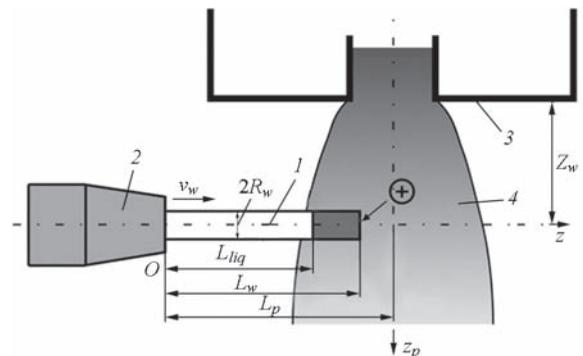


Рис. 1. Расчетная схема процесса нагрева проволоки при плазменно-дуговом напылении: 1 — проволока-анод; 2 — мундштук; 3 — сопло плазматрона; 4 — поток плазмы

\*Автоматическая сварка. — 2011. — № 5. — С. 5–11.

речно обтекающему ее плазменному потоку на расстоянии  $Z_w$  от среза сопла плазмотрона, а выходное сечение мундштука устройства подачи проволоки находится на расстоянии  $L_p$  от оси плазмотрона. Полагается также, что скорость плавления проволоки равна скорости ее подачи, а расплавленный металл, пересекающий сечение  $z = L_w$ , отрывается и уносится плазменным потоком.

В условиях плазменно-дугового напыления тепловое состояние проволоки-анода определяется совокупностью следующих физических процессов: конвективно-кондуктивным теплообменом плазменного потока и окружающего газа с боковой поверхностью проволоки; обменом энергией теплового излучения между плазмой и поверхностью проволоки; действием электрической дуги, вводящей тепло через анодное пятно; объемным джоулевым нагревом проволоки протекающим электрическим током; потерями тепла с расплавленным металлом, уносимым плазменным потоком; охлаждением поверхности проволоки за счет уноса потоком пара энергии испарения атомов ее материала.

Полагая, что температурное поле в проволоке характеризуется осевой симметрией, задача его нахождения сводится к решению квазистационарного уравнения теплопроводности, записанного в цилиндрической системе координат:

$$\gamma_w C_w v_w \frac{\partial T_w}{\partial z} = \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left( \chi_w r \frac{\partial T_w}{\partial r} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left( \chi_w \frac{\partial T_w}{\partial z} \right) + j^2 \rho_w, \quad (1)$$

где  $T_w(r, z)$  — пространственное распределение температуры в проволоке;  $\gamma_w(T)$ ,  $C_w(T)$ ,  $\chi_w(T)$ ,  $\rho_w(T)$  — соответственно плотность, эффективная удельная теплоемкость, коэффициент теплопроводности и удельное электрическое сопротивление материала проволоки;  $j$  — плотность электрического тока.

Рассмотрим постановку граничных условий для уравнения (1). С учетом оговоренных выше механизмов теплообмена граничное условие на поверхности проволоки (при  $r = R_w$ ) может быть представлено следующим образом:

$$\left( -\chi_w \frac{\partial T_w}{\partial r} \right) \Big|_{r=R_w} = Q_c + Q_r - Q_v, \quad (2)$$

где  $Q_c$  — плотность потока энергии за счет конвективно-кондуктивного теплообмена проволоки с плазмой и газом окружающей среды;  $Q_r$  — плотность потока энергии теплового излучения плазмы, поглощаемой поверхностью проволоки;  $Q_v$  — плотность потока энергии испарения, уносимой с поверхности проволоки.

На оси проволоки ставились условия симметрии

$$\frac{\partial T_w}{\partial r} = 0. \quad (3)$$

Полагая, что из мундштука проволока выходит с температурой  $T_0$ , граничное условие при  $z = 0$  запишется следующим образом:

$$T_w(r, 0) = T_0. \quad (4)$$

При определении граничного условия на расплавленном конце проволоки необходимо учитывать тепло, выделяемое в области анодной привязки дуги, а также потери тепла, связанные с испарением материала проволоки и отрывом расплава плазменной струей. В результате граничное условие при  $z = L_w$  определится, как

$$\left( -\chi_w \frac{\partial T_w}{\partial z} \right) \Big|_{z=L_w} = Q_a - Q_v - Q_t, \quad (5)$$

где  $Q_a$  — удельный тепловой поток от дуги в анод;  $Q_t$  — потери тепла, связанные с отрывом и уносом расплавленного материала проволоки.

Рассмотрим более подробно указанные выше составляющие теплообмена. Расчетный участок проволоки находится как в области действия высокотемпературного ядра плазменного потока, нагревающего проволоку, так и относительно холодных периферийных участков течения, через которые тепло от проволоки отводится. Полагая, что пространственные распределения температуры  $T_p = T_p(z)$  и скорости  $u_p = u_p(z)$  плазмы по длине проволоки известны (например, вычислены на основе модели [6]), конвективно-кондуктивный тепловой поток при данных условиях можно определить согласно ньютоновой модели теплообмена [7]:

$$Q_c = \alpha(T_p - T_{ws}), \quad (6)$$

где  $\alpha$  — коэффициент теплоотдачи;  $T_{ws}(z) = T_w(R_w, z)$  — температура поверхности проволоки.

Коэффициент теплоотдачи  $\alpha$  связан с числом Нуссельта  $Nu$ , характеризующим конвективный теплообмен, следующим образом:

$$\alpha = Nu \chi_p / (2R_w), \quad (7)$$

где  $\chi_p(T)$  — коэффициент теплопроводности плазмы.

Число Нуссельта при поперечном обтекании цилиндра потоком аргоновой плазмы согласно [8] определяется выражением

$$Nu = 0,5 Re^{0,5} Pr^{0,4} (\gamma_p \eta_p / \gamma_{pw} \eta_{pw})^{0,2}, \quad (8)$$

$$Re = \frac{2R_w \gamma_p u_p}{\eta_p}, \quad Pr = \frac{C_p \eta_p}{\chi_p},$$

где  $Re$ ,  $Pr$  — числа Рейнольдса и Прандтля соответственно;  $\gamma_p(T)$ ,  $\eta_p(T)$ ,  $C_p(T)$  — плотность, динамическая вязкость и удельная теплоемкость плазмы при постоянном давлении, вычисленные при температуре невозмущенного потока;  $\gamma_{pw} = \gamma_p(T_{ws})$ ,  $\eta_{pw} = \eta_p(T_{ws})$  — плотность и вязкость плазмы при температуре поверхности проволоки. Плотность теплового потока за счет радиационного теплообмена может быть вычислена с помощью известного соотношения [7]

$$Q_r = \beta \sigma_0 (T_p^4 - T_{ws}^4), \quad (9)$$

где  $\beta$  — коэффициент черноты материала проволоки;  $\sigma_0$  — постоянная Стефана-Больцмана. Тепловой поток за счет испарения материала с поверхности проволоки может быть рассчитан с помощью выражения

$$Q_v = \varepsilon n u, \quad (10)$$

где  $\varepsilon$  — скрытая теплота испарения в расчете на один атом;  $n, u$  — концентрация и скорость атомов металлического пара вблизи испаряющейся поверхности, вычисляемые по методике из работы [9].

Удельный тепловой поток в анод  $Q_a$  определяется рядом технологических параметров, таких как ток дуги, состав электродной проволоки, род плазмообразующего газа и др., и составляет в рассматриваемых условиях порядка  $(0,8...1,5) \cdot 10^9$  Вт/м<sup>2</sup> [10].

Потери тепла  $Q_l$  можно определить исходя из сделанного предположения о том, что скорость движения фронта плавления и соответственно отрыва расплавленного материала проволоки, равна скорости подачи материала проволоки  $v_w$ . Тогда

$$Q_l = C_w \gamma_w v_w T_w(r, L). \quad (11)$$

В результате пространственное распределение температуры в расходуемой проволоке-аноде при плазменно-дуговом напылении может быть определено путем решения уравнения (1) с граничными условиями (2)–(5) и замыкающими соотношениями (6)–(11).

Математическая формулировка поставленной задачи может быть представлена и в более простой форме. Так, хотя температура по поперечному сечению проволоки распределена неравномерно, данный перепад незначительный. Связано это с большой теплопроводностью материала распыляемой проволоки, а также с достаточно малым ее диаметром (порядка 1...2 мм). Тогда, интегрируя уравнение (1) по радиусу, получаем следующее одномерное уравнение теплопроводности:

$$\gamma_w C_w v_w \frac{\partial \bar{T}_w}{\partial z} = \frac{\partial}{\partial z} \left( \chi_w \frac{\partial \bar{T}_w}{\partial z} \right) + W, \quad (12)$$

где  $\bar{T}_w(z)$  — усредненная по сечению температура проволоки;  $W$  — мощность тепловых источников.

Левое и правое граничные условия для уравнения (12) сохраняют вид (4) и (5) с тем отличием, что в указанных соотношениях вместо температуры проволоки  $T_w(r, z)$  фигурирует усредненная по ее сечению температура  $\bar{T}_w(z)$ . Тепловые потоки через боковую поверхность проволоки, фигурирующие в условии (2), после интегрирования уравнения (1) преобразуются к объемным источникам тепла. Мощность этих источников определяется формулой

$$W = [I^2 \rho_w / (\pi R_w^2) + 2\pi R_w (Q_c + Q_r - Q_v)] / \pi R_w^2. \quad (13)$$

На этом описание модели нагрева и плавления проволоки при плазменно-дуговом проволочном напылении можно считать завершенным.

Рассмотрим теперь методику решения поставленной задачи. Ввиду того, что коэффициенты уравнения (12), граничное условие (5) и замыкающие соотношения (6)–(11) нелинейны, получить аналитическое решение данного уравнения весьма затруднительно. Поэтому рассматриваемая задача решалась численно методом конечных разностей [11, 12]. Уравнение (12) аппроксимировалось по трехточечной схеме, для аппроксимации конвективного члена использовали несимметричные разности против скорости движения проволоки. Для улучшения сходимости решения применяли метод нижней релаксации [12]. При расчетах не осуществлялось явное выделение границы фаз в проволоке, а использовали метод сквозного счета [11]. В связи с этим вместо удельной теплоемкости материала проволоки  $C_w(T)$  использовали эффективную теплоемкость  $\bar{C}_w(T)$ , учитывающую скрытую теплоту плавления:

$$\bar{C}_w(T) = C_w(T) + W_w^m \delta(T - T_w^m), \quad (14)$$

где  $T_w^m$  — температура плавления;  $W_w^m$  — скрытая теплота плавления материала проволоки;  $\delta(x)$  — дельта-функция.

Для оценки теплового состояния проволоки при напылении необходимо знать распределения тепловых и газодинамических характеристик потока дуговой плазмы в области нахождения проволоки. Эти характеристики рассчитаны с помощью созданного ранее программного обеспечения [6], предназначенного для количественной оценки параметров турбулентного течения дуговой плазмы в условиях плазменно-дугового напыления. При проведении расчетов полагалось, что проволока-анод расположена на расстоянии  $Z_w = 6,3$  мм от среза сопла плазматрона. Распределения тепловых и газодинамических характеристик плазмы в данном сечении при различных режимах работы плазматрона приведены на рис. 2.

Численные исследования проводили для стальной проволоки, теплофизические параметры которой были взяты из работы [4]. Параметры проволоки и режимы напыления варьировали в следующих пределах: диаметр проволоки 1,4...1,6 мм, скорость подачи 6...15 м/мин, ток дуги 160...240 А, расход плазмообразующего газа (аргона) 1...1,5 м<sup>3</sup>/ч. Расстояние от торца проволоки до оси плазменной струи изменялось в пределах 0...1 мм, вылет (расстояние от мундштука до расплавленного конца проволоки) принимали равным 12 мм.

Рассмотрим результаты моделирования. Достаточно важным при анализе теплового состояния проволоки в процессе напыления является оценка различных составляющих ее теплообмена с дуго-

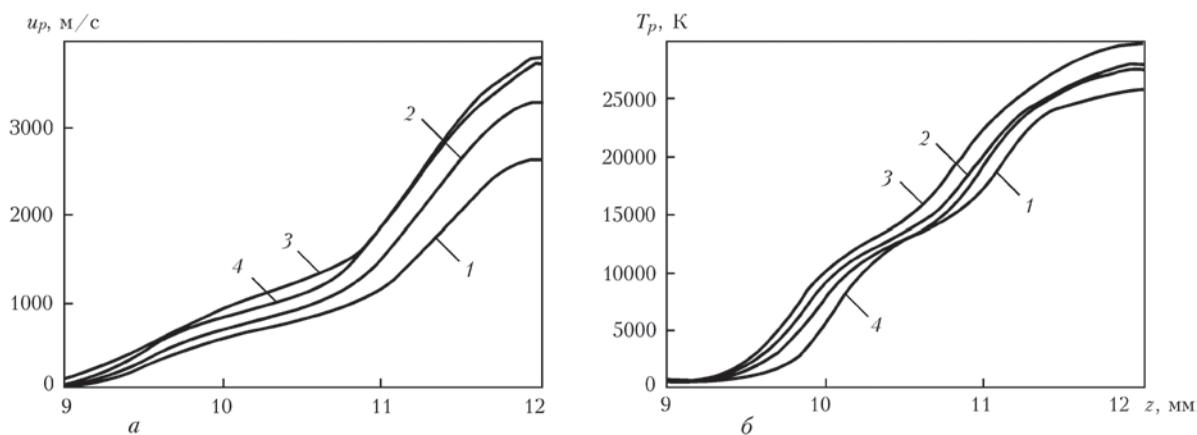


Рис. 2. Распределение скорости (а) и температуры (б) плазмы вдоль расплываемой проволоки-анода (расплавленный конец проволоки располагается на оси плазменной струи): 1 —  $I = 160$ ; 2, 4 — 200; 3 — 240 А при расходе аргона  $1 \text{ м}^3/\text{ч}$ ; 4 — расход аргона  $1,5 \text{ м}^3/\text{ч}$

вой плазмой. В рамках рассматриваемой задачи взаимодействие проволоки с внешними тепловыми источниками осуществляется через боковую поверхность проволоки и расплав на ее торце.

Нагрев боковой поверхности проволоки обеспечивается двумя составляющими — конвективным и радиационным теплообменом с обтекающей проволоку плазменной струей (рис. 3). Вклад этих составляющих в энергетический баланс поверхности расплываемой проволоки приблизительно одинаков, причем вблизи ее расплавленного конца интенсивность указанных тепловых источников существенно возрастает, что связано с высокими значениями температуры (до 30000 К) и скорости (до 3800 м/с) плазмы в приосевой зоне струи. В результате в области  $11 < z < 11,9$  мм температура проволоки может превышать температуру кипения ее материала (3133 К). При этом происходит интенсивное испарение материала проволоки, приводящее к ее охлаждению (рис. 3, кривая 4). В свою очередь это ведет к падению суммарного теплового потока через боковую поверхность

проволоки (рис. 3, кривая 1). В отдаленных от оси струи участках проволоки происходит обратная ситуация — температура проволоки оказывается незначительной, поскольку она охлаждается обтекающим ее холодным газом.

Отдельно следует рассмотреть тепловой баланс участка поверхности проволоки вблизи сечения  $z = L_w$  (см. рис. 3), а также непосредственно в этом сечении (рис. 4). Из рис. 3 видно, что на этом участке ( $11,7 < z < 12$  мм) роль испарительного охлаждения существенно снижается и соответствующий результирующий тепловой поток в проволоку возрастает. Ввиду прямой зависимости значений потерь тепла, связанных с испарением материала проволоки, от температуры, такая ситуация обусловлена резким снижением температуры поверхности проволоки в данной области (рис. 5–8), что связано с достаточно интенсивным отводом тепла через сечение  $z = L_w$ . Причем с увеличением температуры тепловые потери здесь также возрастают (рис. 4). При небольших значениях температуры в указанном сечении потери тепла обусловлены преимущественно отрывом расплавленного материала проволоки поперечным плазменным потоком. При более высоких температурах ключевую роль в тепловом балансе рассматриваемого сечения играет испарительное охлаждение.

Влияние еще одного теплового источника — энергии, выделяемой при протекании через проволоку электрического тока, оказывается малосущественным. В частности, вблизи расплавленного конца проволоки вклад джоулева нагрева составляет менее 1 % совокупного действия всех источников (13), нагревающих проволоку. Таким образом, при плазменно-дуговом напылении нагрев и плавление проволоки обеспечивается прежде всего воздействием высокотемпературной высокоскоростной плазменной струи.

На рис. 5–8 представлены температурные поля в проволоке, полученные при варьировании технологических параметров режима напыления. Влия-

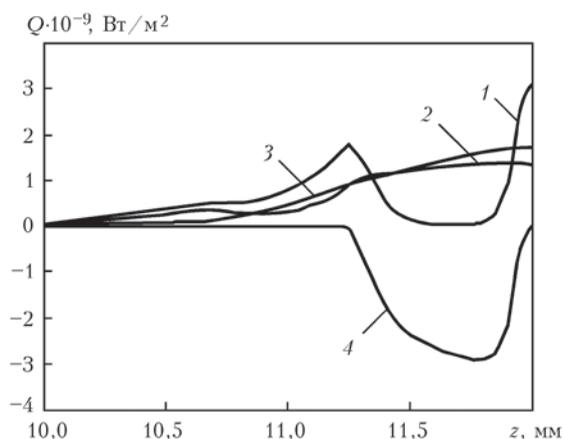


Рис. 3. Распределение по длине проволоки составляющих теплового потока к ее поверхности ( $I = 200$  А; расход аргона  $1 \text{ м}^3/\text{ч}$ ;  $2R_w = 1,4$  мм;  $v_w = 9$  м/с, расплавленный конец проволоки расположен на оси плазменной струи): 1 — суммарный тепловой поток; 2 —  $Q_c$ ; 3 —  $Q_r$ ; 4 —  $Q_v$

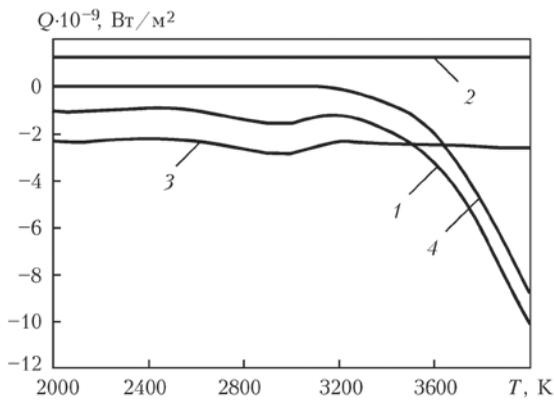


Рис. 4. Суммарный тепловой поток (1), вводимый через сечение  $z = L_w$ , и его отдельные составляющие (2 —  $Q_r$ ; 3 —  $Q_i$ ; 4 —  $Q_v$ ) в зависимости от температуры расплава в указанном сечении

ние диаметра проволоки на температурное поле предельного состояния показано на рис. 5. Как следует из приведенных на этом рисунке расчетных данных, в случае нагрева проволоки с большим диаметром длина участка, нагретого выше определенной температуры, уменьшается. Подобная ситуация наблюдается и при увеличении скорости подачи проволоки. Уменьшение длины высокотемпературной области вблизи расплавленного конца проволоки (рис. 6) в данном случае является следствием того, что скорость подачи проволоки в дугу превышает скорость распространения тепла в проволоке за счет механизма теплопроводности. К тому же при увеличении скорости подачи потери тепла с каплями расплавленного материала возрастают. В результате при скорости подачи 15 м/мин размер расплавленной области составляет 0,8 мм, а при скорости подачи 5 м/мин — 1,35 мм.

Описанные выше результаты были получены при условии, что расплавленный конец проволоки располагается на оси плазменной струи ( $L_w = L_p$ ). Рассмотрим, как на тепловое состояние проволоки влияет смещение ее конца относительно оси плазменной струи. Как следует из рис. 7, положение расплавленного конца проволоки в

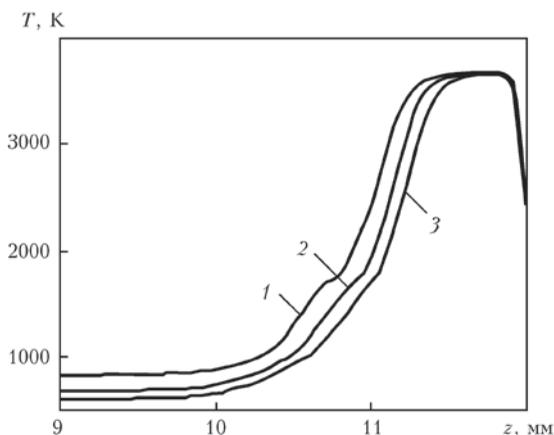


Рис. 5. Распределение температуры по длине проволоки в зависимости от ее диаметра: 1 — 1,2; 2 — 1,4; 3 — 1,6 мм

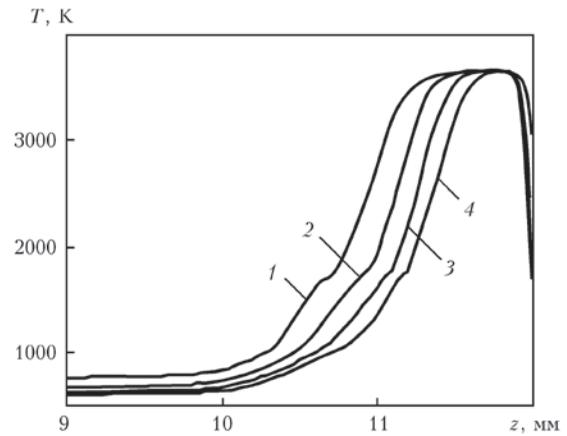


Рис. 6. Распределение температуры в проволоке при различных скоростях ее подачи: 1 — 5; 2 — 9; 3 — 12; 4 — 15 м/мин

значительной степени сказывается на размере областей нагрева и плавления. Так, при подаче проволоки за ось плазменной струи площадь боковой поверхности, находящейся под воздействием ядра струи, увеличивается. Учитывая, что нагрев проволоки обеспечивается преимущественно за счет действия конвективно-кондуктивного и лучистого теплообмена, количество теплоты, накапливаемой в проволоке, возрастает. В результате, например, при  $L_w - L_p = 0,5$  мм (рис. 7, кривая 3) длина расплавленной области составляет 1,55 мм. В случае, когда расплавленный конец проволоки не доходит до оси струи, находясь тем самым на периферии плазменного потока, доля конвективно-кондуктивного и радиационного нагрева проволоки существенно уменьшается. Так, при  $L_w - L_p = -0,5$  мм длина расплавленной области составляет 0,55 мм (рис. 7, кривая 1). Полученные результаты свидетельствуют о том, что рассматриваемый процесс плазменно-дугового напыления характеризуется возможностями саморегулирования, а именно, при поддерживаемых стабильными

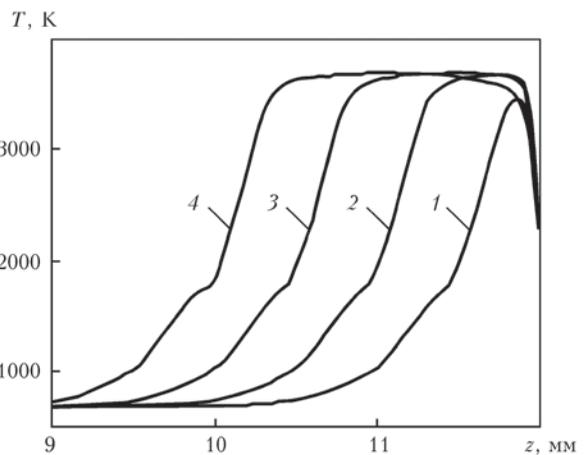


Рис. 7. Распределение температуры по длине проволоки в зависимости от смещения ее расплавленного конца относительно оси плазменной струи: 1 —  $L_w - L_p = -0,5$ ; 2 — 0; 3 — 0,5; 4 — 1 мм

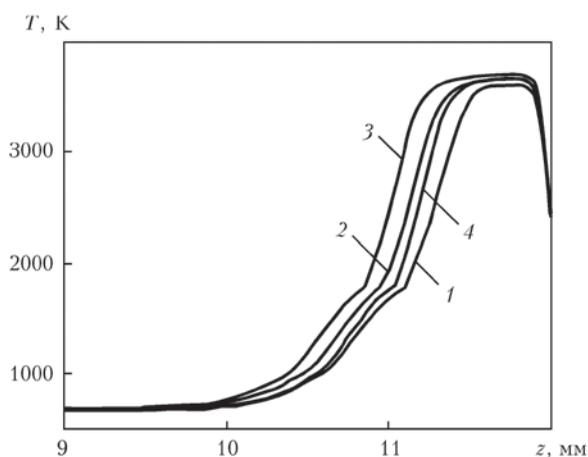


Рис. 8. Распределение температуры по длине проволоки при различных режимах работы плазматрона: 1 —  $I = 160$ ; 2, 4 — 200; 3 — 240 А, расход аргона 1 м<sup>3</sup>/ч; 4 — расход аргона 1,5 м<sup>3</sup>/ч

параметрах режима напыления устанавливаются определенное положение расплавленного конца проволоки относительно оси плазматрона и длина удерживаемого на ее торце расплава. Возможные флуктуации параметров режима в процессе напыления приводят к соответствующему изменению указанных характеристик. Однако при этом поступающего тепла будет либо недостаточно для ее нагрева и плавления и в результате она придет в свое оптимальное положение, либо, в случае выхода проволоки за ось струи, интенсивность нагрева проволоки существенно увеличится и размер области расплавленного металла возрастает до тех пор, пока сможет удерживаться на торце проволоки. Отрыв расплава плазменной струей уменьшает длину проволоки, в результате ее конец также придет в оптимальное положение по отношению к оси струи.

Наконец, на рис. 8 показано влияние режима работы плазматрона на нагрев и плавление распыляемой проволоки. При больших значениях тока дуги скорость и температура плазмы оказываются выше соответственно возрастает роль конвективно-кондуктивного и радиационного теплообмена в энергетическом балансе проволоки и длина ее расплавленного участка. Увеличение расхода газа прежде всего ведет к повышению скорости плазмы. В этом случае длина расплавленного участка несколько уменьшается.

### Выводы

1. Разработанная математическая модель может быть использована для прогнозирования температурного поля и объема расплавленного металла токоведущей проволоки при плазменно-дуговом напылении.

2. Путем математического моделирования установлено, что нагрев и плавление проволоки-анода при плазменно-дуговом напылении обусловлены прежде всего воздействием обтекающего проволоку высокотемпературного плазменного потока.

3. Предложенная модель позволила установить зависимости пространственного распределения температуры и объема расплавленного металла проволоки от таких параметров режима напыления, как ток дуги, расход плазмообразующего газа и скорость подачи проволоки.

4. Для построения полной самосогласованной модели процесса плазменно-дугового напыления необходима разработка модели течения расплава на торце проволоки и формирования капель электродного металла, которая совместно с моделями плазменного потока и нагрева проволоки позволит прогнозировать размер, начальную температуру и скорость ввода в плазменную струю образуемых в результате плавления проволоки дисперсных частиц.

1. Кудинов В. В., Бобров Г. В. Нанесение покрытий напылением. Теория, технология и оборудование. — М.: Металлургия, 1992. — 432 с.
2. Рыкалин Н. Н. Расчеты тепловых процессов при сварке. — М.: Машгиз, 1951. — 286 с.
3. An improved model of cored wire injection in steel melts / S. Sanyal, S. Chandra, S. Kumar et al. // ISIJ Intern. (The Iron and Steel Institute of Japan). — 2004. — 44, № 7. — P. 1157–1166.
4. Hu J., Tsai H. L. Heat and mass transfer in gas metal arc welding. Pt I: The arc // Intern. J. of Heat and Mass Transfer. — 2007. 50. — P. 833–846.
5. Hu J., Tsai H. L. Heat and mass transfer in gas metal arc welding. Pt II: The metal // Ibid. — 2007. — 50. — P. 808–820.
6. Математическая модель дуговой плазмы, генерируемой плазматроном с проволокой-анодом / М. Ю. Харламов, И. В. Кривцун, В. Н. Коржик и др. // Автомат. сварка. — 2007. — № 12. — С. 14–20.
7. Юдаев Б. Н. Техническая термодинамика. Теплопередача: Учеб. для неэнерг. спец. вузов. — М.: Высш. шк., 1988. — 479 с.
8. Физика и техника низкотемпературной плазмы / С. В. Дресвин, А. В. Донской, В. М. Гольдфарб, В. С. Клубникин / Под общ. ред. С. В. Дресвина. — М.: Атомиздат, 1972. — 352 с.
9. Knight Ch. J. Theoretical modeling of rapid surface vaporization with back pressure // AIAA J. — 1979. — 17, № 5. — P. 519–523.
10. Nemchinsky V. A. Plasma parameters near a small anode in a high-pressure arc (gas metal arc welding) // J. Phys. D: Appl. Phys. — 1994. — 27. — P. 2515–2521.
11. Самарский А. А., Вабищевич П. Н. Вычислительная теплопередача. — М.: Едиториал УРСС, 2003. — 784 с.
12. Андерсон Д., Таннехилл Дж., Плетчер Р. Вычислительная гидромеханика и теплообмен. — М.: Мир, 1990. — Т. 1. — 384 с.

### 3.3.2. ФОРМИРОВАНИЕ ПЛЕНКИ ЖИДКОГО МЕТАЛЛА НА ТОРЦЕ ПРОВОЛОКИ-АНОДА ПРИ ПЛАЗМЕННО-ДУГОВОМ НАПЫЛЕНИИ\*

М.Ю. ХАРЛАМОВ, И.В. КРИВЦУН, В.Н. КОРЖИК, С.В. ПЕТРОВ

Стабильность процесса плазменно-дугового проволочного напыления, а также формирование заданных показателей качества покрытий во многом определяются условиями, при которых осуществляется образование сосредоточенного потока частиц распыляемого материала. При этом параметры формируемых дисперсных частиц главным образом зависят от интенсивности процессов теплового и газодинамического взаимодействия плавящейся проволоки-анода с обтекающим ее потоком дуговой плазмы. Поэтому детальное изучение указанных процессов, в том числе разработка соответствующих математических моделей, имеет большое значение для дальнейшего развития технологии плазменно-дугового напыления.

Вопросам распыления проволочных материалов в научно-технической литературе уделено недостаточно внимания, причем имеющиеся работы в основном посвящены процессу электродуговой металлизации [1–3]. Полученные в указанных работах результаты малоприменимы для процесса плазменно-дугового напыления, поскольку он отличается иным расположением распыляемой проволоки относительно дуги (последние образуют между собой угол  $70...90^\circ$ ), а также высокими значениями температуры (до 30000 К) и скорости (до 4000 м/с) плазмы, обтекающей проволоку [4].

Для условий плазменно-дугового напыления ранее предложена модель тепловых процессов в сплошной металлической проволоке-аноде, подаваемой в плазменную дугу за срезом сопла плазмотрона [5]. Эта модель позволяет прогнозировать температурное поле и вычислять объем расплавленного металла в зависимости от параметров режима работы плазмотрона, скорости подачи и диаметра проволоки, а также ее пространственного положения относительно среза плазмформирующего сопла и расстояния расплавленного конца проволоки от оси плазменной струи. Однако получаемая в рамках данной модели толщина зоны расплава может значительно отличаться от наблюдаемой в экспериментах. Причиной этого является то, что жидкий металл на конце проволоки находится под значительным динамическим воздействием плазменного потока, в результате чего

только часть расплава удерживается на конце проволоки, образуя жидкую прослойку, а часть сносится в тонкую струю — так называемый язык [1]. При этом расплавленный конец проволоки занимает такое положение относительно оси плазменной струи, которое соответствует толщине жидкой прослойки, обеспечивающей баланс теплового и динамического воздействия плазмы на расплавленный металл. Другими словами, для корректного определения параметров удерживаемой на конце распыляемой проволоки прослойки жидкого металла, а также расстояния расплавленного конца проволоки от оси плазменной струи необходимо согласовать расчеты в рамках тепловой модели [5] с расчетами газодинамического воздействия на расплавленный металл поперечного плазменного потока. Разработка такой самосогласованной модели и является целью данной работы.

При построении математической модели формирования пленки расплавленного металла на торце распыляемой проволоки-анода в условиях плазменно-дугового напыления предположим, что сплошная металлическая проволока круглого сечения радиусом  $R_w$  подается в плазменную дугу с постоянной скоростью  $v_w$  перпендикулярно оси симметрии плазменного потока (рис. 1). Дуга замыкается на правом конце проволоки, являющейся анодом. Примем также, что фронт плавления является плоским (плоскость  $z_b = 0$ ) и расположен параллельно оси плазменного потока на расстоянии  $L_p$  от нее, а скорость плавления проволоки равна скорости ее подачи. Под действием анодного пятна дуги и обтекающего проволоку высокотемпературного потока плазмы она нагревается и на ее конце образуется объем расплавленного металла толщиной  $L_{liq}$ , который сносится в тонкую струю обтекающим проволоку плазменным потоком. Положим, что верхняя часть удерживаемой на торце проволоки жидкой прослойки под действием набегающего плазменного потока принимает форму шарового сегмента с высотой  $L_b$  и радиусом  $R_b$  шара, образующего сегмент с центром в точке, расположенной на расстоянии  $L_0$  от фронта плавления ( $R_b = L_0 + L_b$ ;  $R_b^2 = L_0^2 + R_w^2$  (рис. 1).

\*Автоматическая сварка. — 2011. — № 12. — С. 3–8.

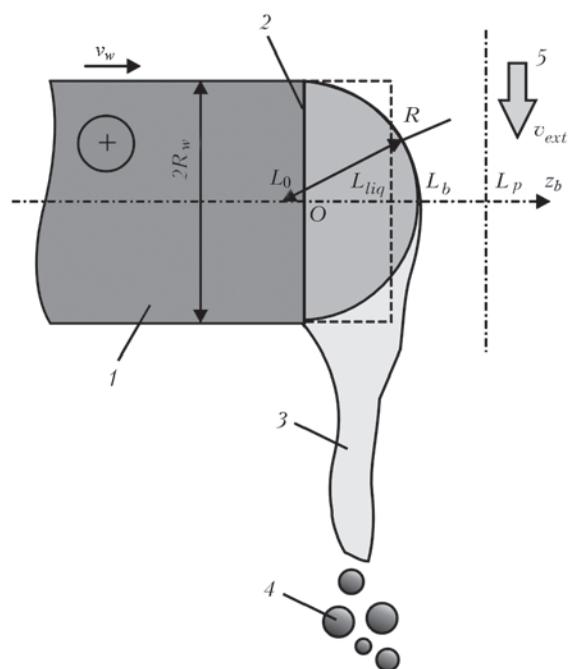


Рис. 1. Схема формирования жидкой прослойки на торце токоведущей проволоки при плазменно-дуговом напылении: 1 — токоведущая проволока; 2 — граница плавления; 3 — струя расплавленного металла («язык»); 4 — напыляемые частицы; 5 — плазменный поток

В результате уноса части расплава с конца проволоки условия теплового баланса в ней нарушаются. Стремясь к равновесному состоянию, проволока займет такое пространственное положение относительно оси плазменной струи, определяемое, например, расстоянием  $L_p - L_b$ , при котором объем удерживаемой на конце проволоки жидкой прослойки  $V_b$  будет соответствовать объему расплавленного металла проволоки  $V_{liq} = \pi R_w^2 L_{liq}$ , т. е. будет выполняться условие  $V_b = V_{liq}$ . Ставится задача определения пространственного расположения проволоки, при котором достигается выполнение указанного условия при заданных параметрах режима напыления, вычисление объема удерживаемой на конце проволоки жидкой прослойки, температуры, а также скорости течения расплавленного металла.

Перейдем к построению модели формирования жидкой прослойки на торце проволоки. Толщина  $L_{liq}$  и соответственно объем  $V_{liq}$  слоя расплавленного металла в зависимости от расстояния расплавленного конца проволоки до оси плазменной струи  $L_p - L_{liq}$  при прочих заданных параметрах режима напыления могут быть определены из модели теплового состояния проволоки [5].

Для оценки толщины жидкой прослойки, удерживаемой на торце проволоки, рассмотрим взаимодействие двух потоков — вязкого течения несжимаемой жидкости (расплавленного металла) вдоль границы плавления проволоки и турбулент-

ного течения дуговой плазмы вдоль поверхности жидкого металла с границей раздела сред при  $z_b = L_b$  (рис. 1). Предположим, что основной силой, действующей на расплав со стороны плазменного потока, является сила вязкого трения. Учитывая, что течение расплава происходит в спутном плазменном потоке, вязкостные силы на границе раздела сред имеют превалирующее значение, поэтому такое приближение можно считать вполне оправданным.

В плазменном потоке в непосредственной близости от границы жидкого металла образуется пограничный слой [6], для которого характерно резкое изменение основных параметров течения в поперечном направлении. В частности, скорость плазмы от своего значения во внешнем потоке изменяется до значения скорости течения жидкого материала проволоки на границе раздела сред (предполагается выполнение условия «прилипания»).

С учетом турбулентного характера течения плазмы [4] в рассматриваемом пограничном слое можно выделить несколько подобластей [7]. Внешний слой является областью полностью развитого турбулентного течения, свойства которого зависят от предыстории потока. Внутренняя область турбулентного пограничного слоя в общем случае состоит из вязкого подслоя, переходной области и области логарифмического профиля скорости. Течению во внутренней области соответствует универсальный характер распределения скорости, что служит основой для построения специальных пристеночных функций, связывающих параметры течения с расстоянием от границы раздела сред [6, 7].

С учетом малости толщины жидкой прослойки течение жидкого металла в ней можно считать практически ламинарным и предположить, что здесь имеет место линейная зависимость тангенциальной составляющей скорости [6, 7]:

$$v_{liq}(z_b) = \frac{z_b}{L_b} v_m, \quad (1)$$

где  $v_m$  — скорость течения расплава на границе раздела сред (при  $z_b = L_b$ ). Величина  $v_m$  может быть связана с параметрами обтекающего проволоку плазменного потока, исходя из допущения о том, что касательные напряжения в плазме и расплаве на границе раздела сред равны между собой:

$$\eta_{liq} \left. \frac{\partial v_{liq}}{\partial z_b} \right|_{L_b} = \eta_p \left. \frac{\partial v_p}{\partial z_b} \right|_{L_b}, \quad (2)$$

где  $\eta_p, \eta_{liq}$  — коэффициенты динамической вязкости плазмы и расплавленного металла проволоки соответственно;  $v_p(z_p)$  — распределение касательной (относительно поверхности расплава) скоро-

### 3.3. ВЗАИМОДЕЙСТВИЕ ДУГОВОЙ ПЛАЗМЫ С ПРОВОЛОЧНЫМИ МАТЕРИАЛАМИ

сти плазмы вдоль оси  $z_b$ . Для нахождения  $v_p(z_p)$  используем логарифмическую пристеночную функцию, которая часто применяется при описании параметров течения в пристеночных областях [7, 8]. Применительно к рассматриваемым нами условиям обтекания данную функцию можно записать следующим образом:

$$v^+ = \frac{1}{\text{Kar}} \ln(Ey^+). \quad (3)$$

Здесь  $v^+ = \bar{v}_p / v^*$  — безразмерная касательная скорость плазмы;  $\bar{v}_p(z_b) = v_p(z_b) - v_m$  — скорость течения плазмы относительно скорости течения расплава;  $v^*$  — динамическая скорость, определяемая как

$$v^* = \sqrt{\tau_p / \rho_p}, \quad (4)$$

где

$$\tau_p = \left( \eta_p \frac{\partial u}{\partial r} \right)_{L_b}$$

— напряжение трения в плазме на обтекаемой поверхности;  $\rho_p$  — плотность плазмы;  $\text{Kar} \approx 0,41$  — постоянная Кармана;  $E$  — постоянная, определяющая степень шероховатости стенки (для гладкой стенки  $E = 8,8$  [7]);  $y^+$  — безразмерное расстояние от границы раздела, определяемое как

$$y^+ = \frac{\rho_p(z_b - L_b)}{\eta_p} v^*.$$

Примем, что переход от скорости течения расплава (условие «прилипания») до скорости невозмущенного потока плазмы, которая может быть определена, например, по модели [4], осуществляется в области  $0 \leq y^+ < 400$  [8]. Тогда на основании выражения (3) касательное напряжение в плазме можно представить следующим образом:

$$\tau_p(v_m) = \frac{\bar{v}_{ext}^2(v_m)}{\left( \frac{1}{\text{Kar}} \ln(Ey^+) \right)^2} \rho_p = \frac{\bar{v}_{ext}^2(v_m) \rho_p}{396,71}, \quad (5)$$

где  $\bar{v}_{ext}(v_m) = v_{ext} - v_m$  — скорость течения невозмущенного потока плазмы вблизи торца проволоки  $v_{ext}$  относительно скорости течения расплава  $v_m$ . В итоге для определения толщины жидкой прослойки  $L_b$  необходимо рассмотреть баланс массы расплавленного материала проволоки. Учитывая принятое допущение, что расплавленный металл на верхней части торца проволоки принимает форму шарового сегмента, расход жидкого материала проволоки через плоскость, проходящую через ось  $z_b$  перпендикулярно оси плазменной струи, можно определить как

$$G_2 = 2\rho_w \int_0^{L_b} v_{liq}(z_b) \int_0^{y(z_b)} dy dz_b, \quad (6)$$

где  $y(z_b) = \sqrt{R_w^2 - 2((R_w^2 - L_b^2)/(2L_b))z_b - z_b^2}$  — кривая пересечения шарового сегмента с указанной плоскостью;  $\rho_w$  — плотность металла проволоки. В свою очередь, исходя из условия постоянства и равенства скоростей подачи и плавления проволоки, количество материала проволоки, расплавляющегося за единицу времени и, следовательно, пересекающего сечение  $z_b = 0$  определяется выражением

$$G_1 = \rho_w v_w S_w, \quad (7)$$

где  $S_w = \pi R_w^2$  — площадь сечения проволоки.

Тогда, учитывая, что в рассматриваемую половину шарового сегмента поступает половина расплавляемого материала проволоки, приходим к следующему соотношению:

$$G_1 / 2 = G_2, \quad (8)$$

Подставляя в (8) выражения (6) и (7), а также с учетом предположения (1), получаем зависимость максимальной скорости течения расплава от толщины его прослойки на торце проволоки:

$$v_m(L_p) = \frac{S_w}{4} \frac{v_w L_b}{L_b y(z_b)} \int_0^{z_b} \int_0^{y(z_b)} dy dz_b. \quad (9)$$

Теперь условие (8) можем переписать следующим образом:

$$\frac{v_w S_w}{2} = 2 \frac{\tau_p(v_m(L_b)) L_b}{\eta_{liq}} \int_0^{z_b} \int_0^{y(z_b)} dy dz_b, \quad (10)$$

откуда и может быть определена толщина  $L_b$  жидкой прослойки на торце проволоки. Уравнение (10), замыкаемое соотношениями (5) и (9), можно решить одним из численных методов решения нелинейных уравнений [9]. Для этого может быть использован простейший метод дихотомии или, учитывая, что первообразная подынтегрального выражения в (5) и (9) выражается аналитически, итерационный метод Ньютона.

Используя модель тепловых процессов в проволоке [5] для определения объема ее расплавленной части  $V_{liq}$ , а также выражение (10), на основе которого определяется объем удерживаемой на торце проволоки жидкой прослойки

$$V_b = \pi \int_0^{L_b} [y(z_b)]^2 dz_b, \quad (11)$$

можно определить, какое положение расплавленного конца проволоки относительно оси плазменной струи устанавливается при заданном режиме напыления. Для этого, фиксируя параметры режима и варьируя лишь величину  $L_b$ , на основе модели [5] получаем зависимость  $V_{liq} = V_{liq}(L_p - L_{liq})$ , а на основе выражений (10), (11) — зависимость  $V_b = V_b(L_b)$  и находим такое положение проволоки, при котором выполняется их равенство. Это усло-

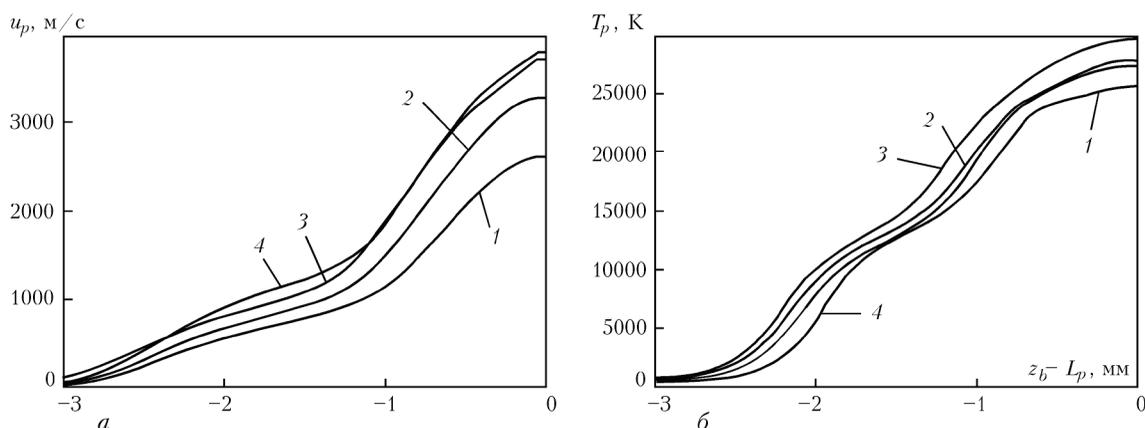


Рис. 2. Распределение аксиальной компоненты скорости (а) и температуры (б) дуговой плазмы вдоль проволоки-анода: 1 —  $I = 160$ ; 2 — 200; 3 — 240 А ( $G_{Ar} = 1,0 \text{ м}^3/\text{ч}$ ); 4 —  $G_{Ar} = 1,5 \text{ м}^3/\text{ч}$  ( $I = 200 \text{ А}$ )

вие, по сути, является связующим звеном между моделями теплового [5] и газодинамического взаимодействия проволоки с поперечно обтекающим ее плазменным потоком и позволяет определять расстояние, на котором отстоит расплавленный конец проволоки от оси плазменной струи в зависимости от значений параметров режима напыления. В свою очередь на основе этой величины с помощью выражений (1), (9), (11) и модели [5] могут быть определены характеристики жидкого металла, удерживаемого на конце проволоки, в том числе скорость его течения и температура. Указанные характеристики будут оказывать непосредственное влияние на размеры и температуру срывающихся с конца проволоки капель, а также определять место их ввода в плазменный поток.

Проведем численный анализ влияния параметров режима напыления на характеристики жидкой прослойки, удерживаемой на торце распыляемой проволоки-анода, а также пространственное положение последней. Расчеты проводили применительно к условиям плазменно-дугового напыления стальной проволоки, теплофизические характеристики которой взяты из работы [10]. Выбраны

**Параметры жидкой прослойки, удерживаемой на торце распыляемой проволоки-анода, при плазменно-дуговом напылении покрытий**

$I, \text{ А}$	$G_{Ar}, \text{ м}^3/\text{ч}$	$2R_w, \text{ мм}$	$v_w, \text{ м/мин}$	$L_p - L_b, \text{ мм}$	$L_b, \text{ мм}$	$v_m, \text{ м/с}$	$T, \text{ К}$
200	1,0	1,4	5	1,054	0,113	1,81	2070
			6	0,893	0,117	2,05	1931
			7	0,798	0,127	2,42	1774
			9	0,686	0,129	2,64	1773
			12	0,550	0,133	3,07	1774
			15	0,428	0,141	3,61	1774
		1,2	9	0,811	0,125	2,10	1775
	1,6	9	0,604	0,131	2,68	1774	
160	1,0	1,4	9	0,526	0,140	2,18	1776
240	1,0	1,4	9	0,829	0,118	2,61	1773
200	1,5	1,4	9	0,684	0,109	2,83	1774

следующие параметры режима напыления [4]: ток дуги  $I = 160...240 \text{ А}$ , расход плазмообразующего газа (аргона)  $G_{Ar} = 1,0...1,5 \text{ м}^3/\text{ч}$ , скорость подачи проволоки  $6...15 \text{ м/мин}$ , диаметр проволоки  $1,2...1,6 \text{ мм}$ . Предполагалось, что проволока-анод расположена на расстоянии  $6,3 \text{ мм}$  от среза сопла плазмотрона перпендикулярно оси плазменного потока. Распределения скорости и температуры невозмущенного потока плазмы вдоль проволоки-анода для различных режимов работы плазмотрона были предварительно рассчитаны на основе модели [4] и представлены на рис. 2.

Как видно из рис. 2, значения скорости и температуры плазмы достаточно резко изменяются в поперечном направлении относительно оси плазменной струи. Поэтому от пространственного положения расплавленного конца проволоки относительно оси плазменного потока существенно зависят условия вязкого и теплового взаимодействия потока плазмы с проволокой. Чем ближе к оси струи, тем большим оказывается тепловой поток в проволоку и тем больше возрастают силы вязкого трения, действующие на поверхность расплава, снося жидкий металл с конца проволоки. Поэтому необходимо отметить, что на режимах напыления, при которых распространение тепла в проволоке затруднено, ее расплавленный конец располагается ближе к оси плазменной струи. Например, при увеличении скорости подачи области нагрева и расплавления проволоки уменьшаются и проволока поступает к оси плазменной струи до тех пор, пока объем жидкого металла сможет удерживаться на ее торце. Такая же ситуация должна наблюдаться и при использовании проволоки большего диаметра.

Влияние режима работы плазмотрона на положение расплавленного конца проволоки относительно оси плазменной струи, а также толщину жидкой прослойки, удерживаемой на торце

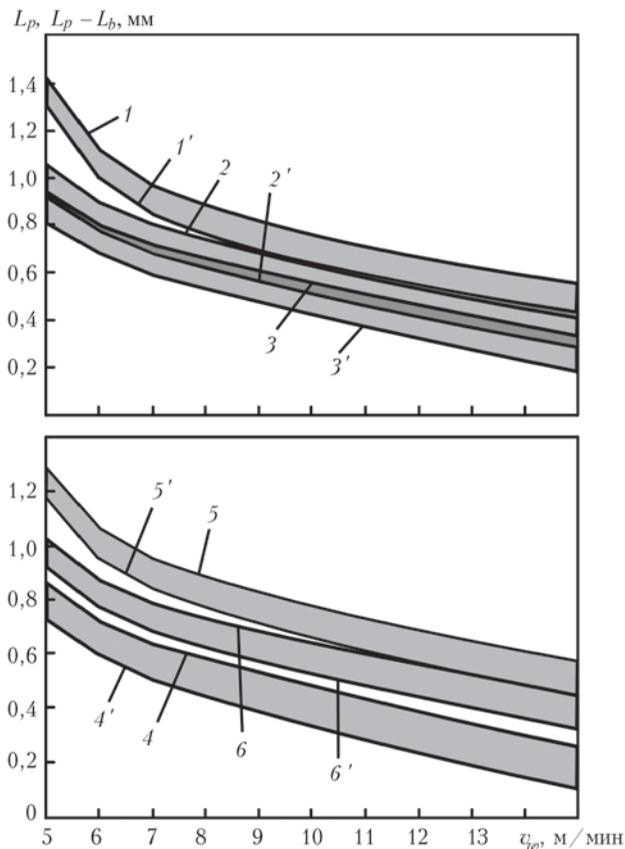


Рис. 3. Влияние скорости подачи проволоки на расстояние плоскости плавления проволоки  $L_p$  (1–6) и расстояние расплавленного конца проволоки  $L_p - L_b$  (1'–6') от оси плазменной струи при различных параметрах режима напыления:  $2R_w = 1,2$  (1; 1'), 1,4 (2; 2'), 1,6 (3; 3') мм при  $I = 200$  А,  $G_{Ar} = 1,0$  м<sup>3</sup>/ч;  $I = 160$  (4; 4'), 240 (5; 5') А при  $2R_w = 1,4$  мм,  $G_{Ar} = 1,0$  м<sup>3</sup>/ч;  $G_{Ar} = 1,5$  м<sup>3</sup>/ч (6; 6') при  $2R_w = 1,4$  мм,  $I = 200$  А

проволоки, можно проиллюстрировать с помощью рис. 3. Для всех рассматриваемых режимов расплавленный конец проволоки расположен на расстоянии 0,1...1,4 мм от оси струи при толщине прослойки 0,10...0,15 мм. Увеличение тока дуги приводит к повышению скорости и температуры плазмы (см. рис. 2), при этом возрастают конвективно-кондуктивные и радиационные тепловые потоки в проволоку, а также повышается интенсивность силы вязкого трения, действующая на жидкий металл на торце проволоки. В результате увеличившийся объем расплава не сможет удерживаться на конце проволоки, часть его сносится плазменным потоком, а конец проволоки займет новое равновесное положение, дальше от оси плазменного потока. При повышении расхода плазмообразующего газа скорость потока возрастает, однако температурный профиль оказывается более сжатым к оси струи (см. рис. 2, кривые 2 и 4). При этом плавление проволоки происходит при расположении конца проволоки в приосевых участках плазменной струи, а повышение интенсивности динамического воздействия плазменно-

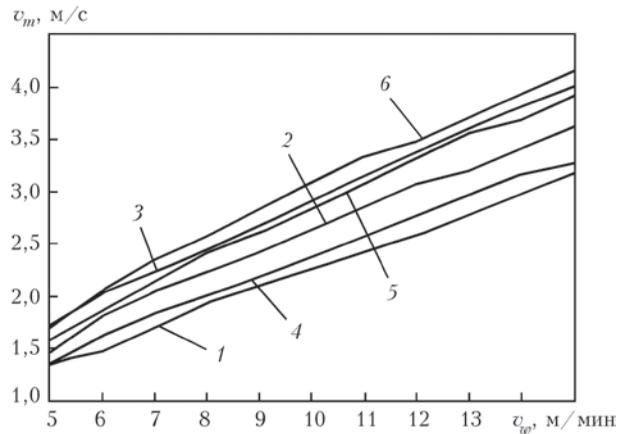


Рис. 4. Зависимость скорости течения расплава в жидкой прослойке на торце проволоки от скорости ее подачи при различных диаметрах проволоки-анода и режимах работы плазмотрона:  $2R_w = 1,2$  (1), 1,4 (2), 1,6 (3) мм при  $I = 200$  А,  $G_{Ar} = 1,0$  м<sup>3</sup>/ч;  $I = 160$  (4), 240 (5) А при  $2R_w = 1,4$  мм,  $G_{Ar} = 1,0$  м<sup>3</sup>/ч;  $G_{Ar} = 1,5$  м<sup>3</sup>/ч (6) при  $2R_w = 1,4$  мм,  $I = 200$  А

го потока приведет к уменьшению объема жидкой прослойки, удерживаемой на конце проволоки, а следовательно, и ее толщины (рис. 3).

Расплавленный материал проволоки увлекается плазменным потоком, образуя струю жидкого металла, которая при дальнейшем течении ввиду действия внешних и внутренних возмущающих факторов распадается на отдельные капли — дисперсные частицы напыляемого материала. При этом от поперечных размеров жидкой прослойки и скорости течения расплава зависят характеристики течения указанной струи, а следовательно, и условия каплеобразования. В свою очередь скорость течения расплава связана с количеством расплавляемого в единицу времени материала проволоки, а также устанавливающейся толщиной жидкой прослойки, что иллюстрируют, например, зависимости на рис. 4.

Параметры жидкой прослойки при плазменно-дуговом напылении приведены в таблице. Как видно, для большинства режимов перегрев жидкого металла выше температуры плавления не превышает 20 К, поскольку расплавившийся материал не успевает существенно перегреться и сразу сносится плазменным потоком с конца проволоки. Перегрев металла в жидкой прослойке на 200...250 К выше точки плавления характерен, как правило, для режимов напыления с низкими скоростями подачи проволоки, при которых заметную роль в распространении тепла в проволоке играет механизм теплопроводности.

#### Выводы

1. Усовершенствована математическая модель теплового состояния проволоки-анода при плазменно-дуговом напылении покрытий путем учета

газодинамического воздействия на проволоку обтекающего ее плазменного потока. Такая самосоглашенная модель позволяет определять пространственное положение проволоки относительно оси плазматрона, а также характеристики удерживаемой на конце проволоки жидкой прослойки, включая ее толщину и скорость течения расплава в зависимости от параметров режима напыления.

2. Расстояние, на которое расплавленный конец проволоки отстоит от оси плазменного потока, определяется условием равенства объема расплавленной части проволоки объему прослойки жидкого металла, которая может удерживаться на торце проволоки при ее поперечном обтекании плазменным потоком, и составляет в рассматриваемых условиях 0,1...1,4 мм при толщине прослойки 0,10...0,15 мм в зависимости от параметров режима напыления.

3. При плазменно-дуговом напылении покрытий температура металла на расплавленном конце проволоки достигает 1780...2100 К, при этом для большинства режимов напыления перегрев жидкого металла выше температуры плавления (1773 К) незначительный и не превышает 20 К, поскольку образующийся расплав сносится плазменным потоком из зоны взаимодействия и общее теплосодержание проволоки не увеличивается.

1. *Коробов Ю. С.* Оценка сил, действующих на распыляемый материал при электрометаллизации // Автомат. сварка. — 2004. — № 7. — С. 23–27.
2. *Коробов Ю. С., Бороненков В.Н.* Кинетика взаимодействия напыляемого металла с кислородом при электродуговой металллизации // Свароч. пр-во. — 2003. — № 7. — С. 30–36.
3. *Процесс* плавления и распыления материала электродов при электродуговой металллизации / В. А. Вахалин, С. Б. Масленков, В. В. Кудинов и др. // Физика и химия обраб. материалов. — 1981. — № 3. — С. 58–63.
4. *Математическая* модель дуговой плазмы, генерируемой плазмотроном с проволокой-анодом / М. Ю. Харламов, И. В. Кривцун, В. Н. Коржик и др. // Автомат. сварка. — 2007. — № 12. — С. 14–20.
5. *Нагрев* и плавление проволоки-анода при плазменно-дуговом напылении / М. Ю. Харламов, И. В. Кривцун, В. Н. Коржик и др. // Там же. — 2011. — № 5. — С. 5–11.
6. *Лойцянский Л.Г.* Механика жидкости и газа. — М.: Наука, 1973. — 847 с.
7. *Волков К.Н.* Граничные условия на стенке и сеточная зависимость решения в расчетах турбулентных течений на неструктурированных сетках // Вычислит. методы и программирование. — 2006. — 7, № 1. — С. 211–223.
8. *Wilcox D. C.* Turbulence modeling for CFD. — La Canada: DCW Industries Inc., 1994. — 460 p.
9. *Калиткин Н.Н.* Численные методы: Уч. пособие. — М.: Наука, 1978. — 512 с.
10. *Hu J., Tsai H.L.* Heat and mass transfer in gas metal arc welding. Pt II: The metal // Int. J. Heat and Mass Transfer. — 2007. — 50. — P. 808–820.

### 3.3.3. ЧИСЛЕННОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ДВИЖЕНИЯ, НАГРЕВА И ДРОБЛЕНИЯ ЧАСТИЦ, ФОРМИРУЮЩИХСЯ ПРИ ДИСПЕРГИРОВАНИИ ПРОВОЛОКИ, В УСЛОВИЯХ ПЛАЗМЕННО-ДУГОВОГО НАПЫЛЕНИЯ\*

М.Ю. ХАРЛАМОВ, И.В. КРИВЦУН, В.Н. КОРЖИК

При исследовании процесса плазменно-дугового проволочного напыления [1], а также ряда других плазменных и электродуговых процессов (например, процесса получения ультрадисперсных порошков путем плазменно-дугового диспергирования прутков и проволок), необходимо учитывать то обстоятельство, что образующиеся в результате распыления проволоки дисперсные частицы попадают в высокоскоростной плазменный поток в расплавленном состоянии. Такие частицы, перемещаясь в плазме, находятся в иных условиях по сравнению с частицами, которые вводятся в плазменный поток в твердой фазе, как, например, при плазменном порошковом напылении [2]. В частности, изменяется интенсивность динамического и теплового воздействия потока плазмы на частицы, поскольку жидкие частицы подвержены деформациям, приводящим к распаду частиц на более мелкие [3] и т. д. Поэтому большое значение для дальнейшего развития плазменных и плазменно-дуговых технологий обработки материалов, связанных с распылением прутков и проволок, имеет теоретическое исследование и математическое моделирование физических процессов, протекающих при движении в потоке плазмы расплавленных (жидких) частиц.

В последнее время вопросам исследования движения и нагрева дисперсных частиц в плазменных потоках уделяется большое внимание, что вызвано значительным интересом промышленности к процессам газотермического напыления покрытий различного назначения. Поскольку именно скорость и температура напыляемых частиц являются определяющими факторами в формировании структуры и свойств напыленных покрытий, для численного анализа указанных факторов были разработаны различные математические модели, описывающие ускорение, траекторию движения, а также нагрев и плавление твердых частиц в плазменной струе [4–7]. Были исследованы особенности теплового взаимодействия плазмы с испаряющимися и экзотермически реагирующими частицами дисперсно-

го материала [7]. Изучен нагрев мелкодисперсных частиц, находящихся под воздействием лазерного излучения [8]. Однако в указанных работах остались не рассмотренными особенности динамического и теплового взаимодействия плазменного потока с жидкими частицами. В настоящей работе предложены математические модели и приведены результаты численного исследования процессов движения, нагрева и дробления расплавленных частиц, образующихся при распылении проволоки в условиях плазменно-дугового напыления.

**Уравнения движения и нагрева расплавленных частиц в плазменном потоке.** Рассмотрим основные уравнения, описывающие поведение жидких частиц — капель расплавленного металла, сформировавшихся на конце распыляемой проволоки при плазменно-дуговом напылении. Будем полагать, что исходные параметры частиц, попадающих в плазменную струю, определяются исходя из условий динамического и теплового взаимодействия потока дуговой плазмы с распыляемой проволокой. В частности, примем, что точка ввода частиц в плазменный поток  $x_0, z_0$  (рис. 1) совпадает с местоположением расплавленного конца проволоки относительно оси плазменной струи, которое определялось по модели формирования прослойки жидкого металла на торце проволоки [9]. Модель [9] также используется для определения начальной температуры частиц  $T_0$ , которая полагалась равной температуре расплава, удерживаемого на торце проволоки. В свою очередь, начальные значения диаметра  $d_0$  и скорости  $w_0$  частицы определяются на основе модели струйного течения расплавленного металла проволоки и формирования капель жидкого металла в спутном высокоскоростном плазменном потоке [10].

После отрыва с расплавленного конца проволоки, движение капли в плазменной струе будет описываться следующими уравнениями [4]:

$$\frac{d(m\mathbf{w})}{dt} = \mathbf{F}; \quad \frac{d\mathbf{r}}{dt} = \mathbf{w}, \quad (1)$$

\*Сб. тр. VI Межд. конф. «Математическое моделирование и информационные технологии в сварке и родственных процессах» (29 мая–1 июня, Кацивели, Крым, Украина). — 2012. — С. 147–155.

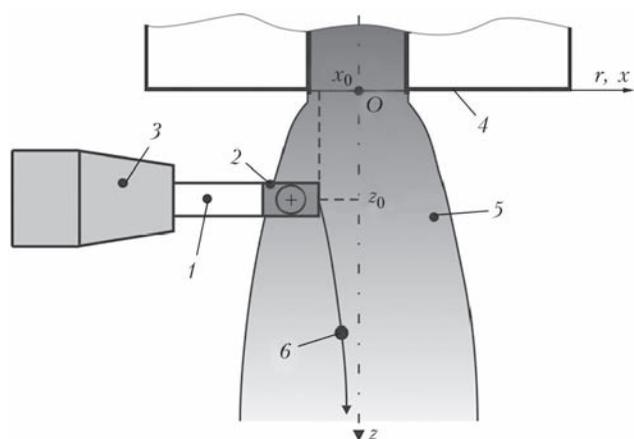


Рис. 1. Схема ввода в плазменный поток и движения частиц (капель расплавленного металла) при плазменно-дуговом проволоочном напылении: 1 — распыляемая проволока-анод; 2 — расплавленная часть проволоки; 3 — мундштук; 4 — сопло плазматрона; 5 — плазменная струя; 6 — частица

где  $m(t)$ ,  $\mathbf{w}(t) = (w_x, w_y, w_z)$  и  $\mathbf{r}(t) = (x, y, z)$  — текущие значения массы ( $m(0) \equiv m_0 = \frac{4}{3}\pi d_0^3 \rho_m$ , где  $\rho_m$  — плотность расплавленного материала частицы), векторы скорости и радиус-векторы положения частицы в выбранной декартовой системе координат;  $\mathbf{F}(t)$  — сила, действующая на частицу в данный момент времени.

Будем считать, что основной силой, действующей на жидкую частицу в потоке плазмы, является сила аэродинамического сопротивления [11]:

$$\mathbf{F} = 0,5C_d S \rho (\mathbf{v} - \mathbf{w})|\mathbf{v} - \mathbf{w}|. \quad (2)$$

Здесь  $C_d$  — коэффициент лобового сопротивления;  $S$  — площадь миделева сечения частицы;  $\mathbf{v}$  — вектор невозмущенной скорости плазмы в точке нахождения частицы;  $\rho$  — плотность плазмы. При этом, используя допущение об осесимметричности плазменного потока, абсолютную величину относительной скорости будем определять как

$$\Delta u = |\mathbf{v} - \mathbf{w}| = \sqrt{(v_r - w_x)^2 + (v_z - w_z)^2}. \quad (3)$$

К особенностям движения жидких частиц в потоке плазмы следует отнести то, что под воздействием потока частица деформируется, при этом изменяется ее миделево сечение, а следовательно, и сила аэродинамического сопротивления  $\mathbf{F}$ , действующая на такую частицу [3, 12]. Положим, что при движении в плазменном потоке жидкая частица, деформируясь, может принимать форму сжатого сфероида, геометрические размеры которого будем характеризовать безразмерным параметром

$$y = \frac{d_{mid}}{d_0}, \quad (4)$$

представляющим собой отношение диаметра миделева сечения частицы  $d_{mid}$  к ее исходному диаметру. При этом площадь миделева сечения будет определяться как

$$S = \pi d_0^2 y^2 / 4. \quad (5)$$

Для учета изменения формы жидкой частицы при ее движении в плазменном потоке воспользуемся уравнением, предложенным в работе [12]:

$$\frac{d^2 y}{d\tilde{t}^2} + \frac{40}{Re} \frac{dy}{d\tilde{t}} + \frac{64}{We} (y-1) = 2C_2. \quad (6)$$

Здесь  $\tilde{t} = t / t^*$  — безразмерное время;

$$t^* = \frac{d_0}{\Delta u} \sqrt{\frac{\rho_m}{\rho}}$$

— характерное время дробления [3, 12];  $C_2 = 2/3$ ;  $Re$ ,  $We$  — числа Рейнольдса и Вебера, определяемые как

$$Re = (\rho \Delta u 2d_0) / \eta; \quad (7)$$

$$We = \frac{\Delta u^2 d_0 \rho}{\sigma}, \quad (8)$$

где  $\eta$  — динамическая вязкость плазмы в точке нахождения частицы;  $\sigma$  — коэффициент поверхностного натяжения расплавленного материала частицы. Начальные условия, необходимые для решения уравнения (6), зададим следующим образом:

$$y(0) = 1; \quad \left. \frac{dy}{d\tilde{t}} \right|_{\tilde{t}=0} = 0. \quad (9)$$

Уравнение (6) позволяет определять изменение площади миделева сечения жидкой частицы, помещенной в поток плазмы. Что касается коэффициента аэродинамического сопротивления  $C_d$  для частицы, имеющей форму сфероида, то его можно вычислять путем линейной интерполяции по известным выражениям для вычисления коэффициентов аэродинамического сопротивления сферы  $C_{d,1}$  и диска  $C_{d,2}$  [12]:

$$C_d = (1-f)C_{d,1} + fC_{d,2}, \quad (10)$$

где  $f = 1 - E^2$  — коэффициент формы частицы;  $E$  — коэффициент пропорциональности (соотношение сторон), который в рассматриваемом случае есть  $E = 1/y^3$ .

Для определения коэффициента аэродинамического сопротивления сферической частицы будем использовать следующие критериальные зависимости [13]:

$$C_{d,1} = \begin{cases} 24 Re^{-1}, & Re < 0,2; \\ 24 Re^{-1} + 3,6 Re^{-0,317}, & 0,2 < Re < 4; \\ 24 Re^{-1} + 4 Re^{-0,333}, & 4 < Re < 400. \end{cases} \quad (11)$$

Коэффициент сопротивления для диска определяется как [12]:

$$C_{d,2} = 1,1 + \frac{64}{\pi Re}. \quad (12)$$

Тепловое состояние жидкой частицы при плазменно-дуговом напылении будем определять при помощи нестационарного уравнения теплопроводности с учетом конвективно-кондуктивного и радиационного теплообмена плазменного потока с поверхностью частицы, а также потерь тепла, связанных с уносом потоком пара энергии испарения атомов ее материала. При этом в первом приближении для расчета температурного поля сделаем

допущение о сферической форме частицы. Тогда нестационарное уравнение теплопроводности для определения пространственно-временного распределения температуры в такой частице будет иметь вид

$$\rho_m \bar{C}_m \frac{\partial T_m}{\partial t} = \frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial r} \left( r^2 \chi_m \frac{\partial T_m}{\partial r} \right), \quad (13)$$

где  $T_m(r, t)$  — распределение температуры в частице;  $\chi_m(T)$  и  $\bar{C}_m(T)$  — коэффициент теплопроводности и эффективная теплоемкость ее материала, определяемая (при необходимости) с учетом скрытой теплоты фазового перехода как

$$\bar{C}_m = c_m(T) + W^{(m)} \delta(T - T^{(m)}), \quad (14)$$

где  $c_m(T)$  — удельная теплоемкость материала;  $T^{(m)}$ ,  $W^{(m)}$  — температура и скрытая теплота кристаллизации;  $\delta(x)$  — дельта-функция.

Краевые условия к уравнению (13) записываются в следующем виде:

$$\left( \chi_m \frac{\partial T_m}{\partial r} \right) \Big|_{r=a} = Q_c + Q_r - Q_v; \quad \frac{\partial T_m}{\partial r} \Big|_{r=0} = 0, \quad (15)$$

где  $a(t)$  — текущий радиус, который может меняться в результате испарения материала частицы;  $Q_c(t)$ ,  $Q_r(t)$ , и  $Q_v(t)$  — конвективно-кондуктивный и радиационный тепловые потоки, а также потери тепла, связанные с поверхностным испарением материала частицы.

Начальное условие, необходимое для решения уравнения (13), задается в виде

$$T_m(r)|_{t=0} = T_0 \geq T^{(m)}, \quad (16)$$

где  $T_0$  — начальная температура частицы, которая принималась равной температуре расплава, срываемого с конца расплавленной проволоки и определялась с помощью модели [9].

Рассмотрим составляющие теплообмена между плазмой и частицей. Плотность потока энергии за счет конвективно-кондуктивного теплообмена плазмы с поверхностью частицы определяется на основе ньютоновской модели теплообмена [14]:

$$Q_c = \alpha(T_p - T_{ms}), \quad (17)$$

где  $T_p$  — температура невозмущенного потока плазмы;  $T_{ms}$  — температура поверхности частицы;  $\alpha$  — коэффициент теплообмена, связанный с числом Нуссельта соотношением [11]:

$$Nu = (ad)/\chi, \quad (18)$$

где  $d = 2a$  — текущий диаметр частицы;  $\chi$  — коэффициент теплопроводности плазмы, вычисленный при температуре невозмущенного потока. Коэффициент конвективного теплообмена  $Nu$  рассчитывался на основе зависимости

$$Nu = 2 \frac{\chi_s}{\chi} + 0,5 Re^{0,5} Pr^{0,4} \left( \frac{\rho \eta}{\rho_s \eta_s} \right)^{0,2}, \quad (19)$$

предложенной в [15] для случая обтекания сферы потоком аргоновой плазмы атмосферного давления. Здесь  $\chi_s$ ,  $\rho_s$ ,  $\eta_s$  — коэффициенты вязкости, те-

плопроводности и плотность плазмы при температуре поверхности частицы.

Для определения плотности потока энергии теплового излучения использовалось выражение [14]

$$Q_r = \beta \sigma_0 (T_p^4 - T_{ms}^4), \quad (20)$$

где  $\beta$  — коэффициент черноты материала проволоки;  $\sigma_0$  — постоянная Стефана–Больцмана.

Тепловой поток за счет испарения материала с поверхности расплава может быть вычислен с помощью выражения

$$Q_v = \varepsilon n u, \quad (21)$$

где  $\varepsilon$  — скрытая теплота испарения в расчете на один атом;  $n$ ,  $u$  — концентрация и скорость атомов металлического пара вблизи испаряющейся поверхности, определяемые по методике, описанной в работе [16].

**Результаты моделирования движения и нагрева расплавленных частиц при плазменно-дуговом напылении.** Перейдем к рассмотрению результатов численного исследования процессов ускорения и нагрева расплавленных частиц, движущихся в плазменной струе, генерируемой плазмотроном с внешней расплавленной проволокой-анодом. Для определения траектории, скорости движения и теплового состояния напыляемых частиц необходимо знать пространственные распределения тепловых и газодинамических характеристик такой струи. Данные характеристики были предварительно рассчитаны при помощи созданного ранее программного обеспечения [1], предназначенного для количественной оценки параметров турбулентного течения дуговой плазмы, генерируемой плазмотронами прямого и косвенного действия. При расчетах использовались следующие параметры режима работы плазмотрона: ток дуги  $I = 240$  А; расход плазмообразующего газа (Ar)  $G_1 = 1,8$  м<sup>3</sup>/ч; расход обдувающего газа (воздух)  $G_2 = 20$  м<sup>3</sup>/ч. Соответствующие распределения скорости и температуры плазмы вдоль оси плазменной струи приведены на рис. 2.

Ранее было установлено [10], что при плазменно-дуговом распылении стальной проволоки диаметром 1,2–1,6 мм со скоростью подачи 5–15 м/мин формируются капли диаметром 600–750 мкм, с начальной скоростью 0,75–2,5 м/с и температурой, незначительно превышающей температуру плавления (~1773 К). Поэтому при проведении расчетов принималось, что расплавленные частицы вводятся в плазменный поток со следующими параметрами:  $d_0 = 650$  мкм;  $w_0 = 1,5$  м/с;  $T_0 = 1773$  К. Предполагалось также, что расплавленный конец проволоки располагается на расстоянии  $z_0 = 6,3$  мм от среза сопла плазмотрона, при  $x_0 = 0$  (т. е. на оси симметрии плазменной струи).

Результаты расчетов характеристик расплавленных частиц при их движении в плазменном

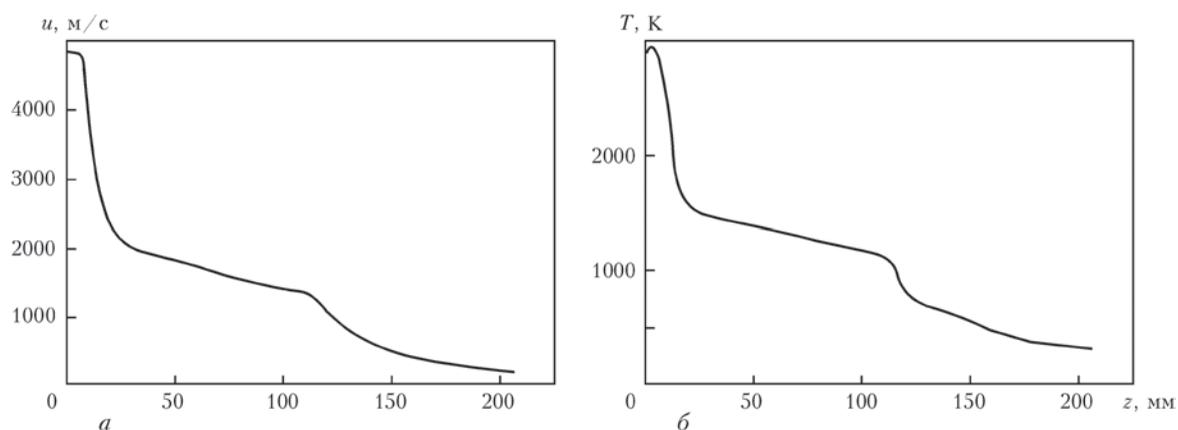


Рис. 2. Продольные изменения скорости (а) и температуры (б) дуговой плазмы во внешней области течения (вне сопла плазммотрона) при  $I = 240$  А;  $G(\text{Ar}) = 1,8$  м<sup>3</sup>/ч;  $G(\text{воздух}) = 20$  м<sup>3</sup>/ч

потоке в условиях плазменно-дугового напыления представлены на рис. 3–5. Так, на рис. 3 приведены расчетные значения скорости частиц при их движении вдоль дистанции напыления. Кривая 1 соответствует результатам, полученным с учетом деформации расплавленной частицы, движущейся в плазменном потоке, а кривые 2, 3 — без учета деформации, т. е. для условий движения твердых сферических частиц ( $\gamma = 1$ , а для вычисления  $C_d$  использовались выражения (11)). Как следует из представленных на рис. 3 расчетных данных, учет деформации расплавленных частиц, движущихся в плазменном потоке, приводит к качественно и количественно иным результатам (ср. кривые 1, 2). Сферическая капля-частица, попадающая в плазменный поток, испытывает значительное динамическое воздействие со стороны плазмы, при этом распределение давления на поверхности частицы оказывается неравномерным, что приводит к постепенной деформации капли в сжатый сфероид. Силы поверхностного натяжения стремятся вернуть частице начальную сферическую форму и, как правило, при относительно малых значениях числа Вебера, капля начинает испытывать периодические деформации (рис. 4). По результатам расчетов расплавленная стальная частица диаметром 650 мкм, помещенная в плазменный

поток с распределениями скорости и температуры плазмы, показанными на рис. 2, деформируется до сжатого сфероида с максимальным соотношением  $d_{mid}/d_0$  вплоть до 3,7. Отметим, что описанные результаты получены без учета возможного дробления частиц, которое при указанных значениях  $u$  и  $We$  также может иметь место. В процессе деформации растет сила аэродинамического сопротивления, действующая на расплавленную частицу, и разгон такой частицы протекает интенсивнее, чем в случае частицы сферической формы, что демонстрируют кривые 1, 2 на рис. 3. В то же время, ввиду осцилляции формы расплавленных частиц, их ускорение оказывается немонокотным.

Для сравнения на рис. 3 приведены также расчетные значения скорости движения стальной сферической частицы диаметром 100 мкм вдоль дистанции напыления. Частицы такого диаметра близки к размерам частиц порошков, используемых, например, при плазменно-порошковом напылении (диапазон диаметров частиц 10–100 мкм [2]). Как следует из рис. 3, разгон в плазменной струе частицы диаметром 100 мкм ввиду меньшей массы протекает более интенсивно и на дистанции напыления 150 мм ее скорость достигает значения ~205 м/с, тогда как сферическая частица диаметром 650 мкм успевает разогнаться всего лишь до скоро-

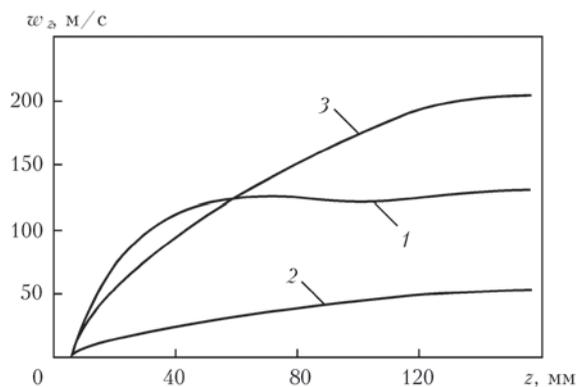


Рис. 3. Изменение скорости движения расплавленных частиц вдоль оси плазменной струи: 1, 2 — диаметр частиц 650; 3 — 100 мкм ( $I$  — с учетом; 2, 3 — без учета деформации частиц)

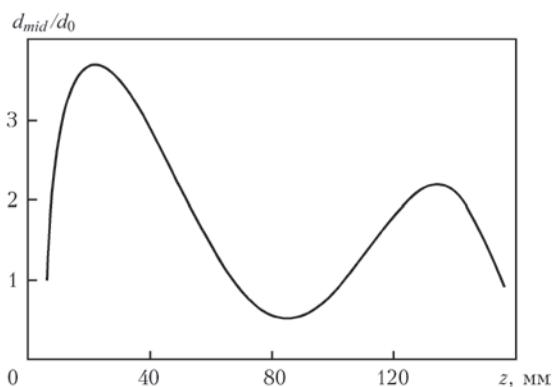


Рис. 4. Изменение относительного диаметра миделевого сечения расплавленной частицы, имеющей начальный диаметр 650 мкм, при ее движении вдоль дистанции напыления

сти  $\sim 53$  м/с. Деформирующаяся частица диаметром 650 мкм, попадая в высокоскоростной плазменный поток, на начальной стадии движения испытывает значительные деформации, что ведет к существенному возрастанию сил, действующих на такую частицу со стороны плазмы и, как следствие, к ее более интенсивному ускорению по сравнению со сферической частицей меньшего диаметра.

Рассмотрим теперь особенности нагрева расплавленных частиц в условиях плазменно-дугового напыления. Изменения температуры центра и температуры поверхности частицы при ее движении вдоль дистанции напыления показаны на рис. 5. Несмотря на то, что при проведении расчетов температурного поля частиц использовалось предположение об их сферической форме, решение уравнений движения (1) осуществлялось как с учетом деформации расплавленных частиц, т. е. при совместном решении уравнений (1) и (6), так и при условии  $y = 1$ , что сказывалось на условиях теплообмена частиц с плазмой. Коснемся в первую очередь результатов, полученных без учета деформации частиц, движущихся в плазменном потоке (кривые 2, 2' и 3, 3' на рис. 5). Как следует из рис. 5, поверхность частиц попадающих в высокотемпературный ( $T > 25$  кК) плазменный поток в расплавленном состоянии достаточно быстро (на дистанции 5–10 мм) достигает температуры кипения материала ( $T = 3133$  К). При этом частицы относительно небольшого диаметра (100 мкм) прогреваются по объему практически равномерно, тогда как температура в центре частицы-капли диаметром 650 мкм некоторое время незначительно превышает температуру плавления материала и затем растет монотонно, достигая на дистанции напыления 150 мм значений  $\sim 3090$  К. Что касается варианта расчета с учетом деформации расплавленных частиц (см. кривые 1, 1' на рис. 5), то в данном случае, ввиду их большей скорости по сравнению со сферическими частицами аналогичного диаметра, значения коэффициента конвективного теплообмена  $\alpha$  оказываются меньшими, кроме того такие частицы быстрее перемешаются в область плазменной струи с температурой значительно меньшей температуры плазмы вблизи области анодной привязки дуги на распыляемой проволоке. В результате интенсивность теплообмена поверхности частиц с плазмой падает и в итоге согласно результатам расчетов такие частицы не нагреваются до температуры кипения, имея температуру поверхности  $\sim 2370$  К.

На рис. 5 также приведены результаты моделирования теплового состояния частицы диаметром 650 мкм, попадающей в плазменный поток в «холодном» состоянии (при  $T_0 = 300$  К). Показано, что такие частицы прогреваются в плазменной струе, генерируемой плазмотроном с внешней проволокой-ано-

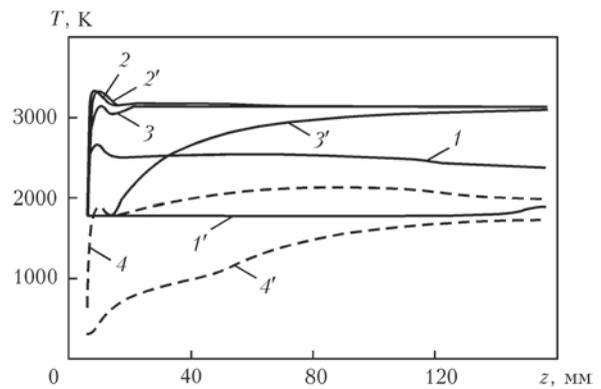


Рис. 5. Изменение температуры поверхности (1–4) и центра (1'–4') частиц при их движении вдоль оси плазменной струи: 1, 1' — диаметр частиц 650 мкм (с учетом деформации); 2, 2' — 100 мкм; 3, 3' — 650 мкм (без учета деформации); 4, 4' — 650 мкм ( $T_0 = 300$  К)

дом, до температур, незначительно превышающих температуру плавления материала частицы.

**Дробление расплавленных частиц в плазменном потоке.** Приведенные выше результаты были получены без учета возможного дробления расплавленных частиц в плазменном потоке, что может иметь место в условиях плазменно-дугового напыления. В частности, как показывают эксперименты, размер срываемых с расплавленного конца проволоки капель оказывается значительно больше размеров частиц, формирующих покрытие. О разрушении капель говорят также результаты исследования родственного процесса — электродуговой металлизации [17], согласно которым с торцов электродов срываются капли диаметром 500–800 мкм, а на рабочей дистанции диаметр капель составляет 10–300 мкм.

Среди характерных параметров, определяющих устойчивость и разрушение капель, наиболее важным является число Вебера [3, 18]. Изменение числа Вебера по дистанции напыления для частицы диаметром 650 мкм показано на рис. 6. В зависимости от значений  $We$  выделяется несколько режимов (или механизмов дробления) [3, 19, 20]. Согласно современным представлениям можно привести следующую классификацию механизмов дробления, ограниченных критическими числами  $We^*$  [20]:

- вибрационное дробление (vibrational breakup)  $We = 8 \div 12$ ;
- дробление по типу «парашют» (bag breakup)  $12 < We < 50$ ;
- дробление по типу «парашют» со струйкой (bag-and-stamen breakup)  $50 < We < 100$ ;
- срыв пограничного слоя жидкости с экватора капли (sheet stripping)  $100 < We < 350$ ;
- срыв микрокапель с гребешков волн, возникающих на наветренной поверхности капли (wave crest stripping)  $We > 350$ ;
- катастрофическое дробление (catastrophic breakup)  $We > 350$ .

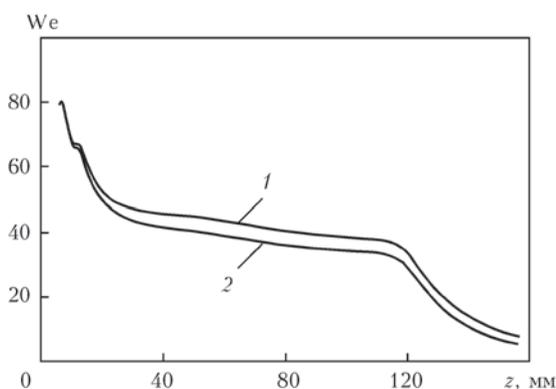


Рис. 6. Изменение значения числа Ве для частиц с исходным диаметром 650 мкм по дистанции напыления: 1 — без учета; 2 — с учетом деформации частицы

Согласно результатам, приведенным на рис. 6, при плазменно-дуговом напылении частицы могут дробиться на основе механизма вибрационного дробления (что, как правило, возможно при небольшой относительной скорости, например, на периферии струи), а также механизмов дробления по типу парашют и парашют со струйкой.

Отметим, что приведенные выше диапазоны значений числа Ве достаточно условны и в литературе критические значения  $We^*$  (при которых осуществляется тот или иной механизм дробления) имеют большой разброс [18]. Связано это с тем, что при исследованиях зачастую не учитываются физические свойства капель, условия, в которых происходит их аэродинамическое разрушение (ускоряющиеся и тормозящиеся потоки), не учитывается задержка дробления (время индукции) и др., что, в конечном итоге, может привести к существенным ошибкам при проведении расчетов. Кроме того, значения  $We^*$  зависят и от закона обтекания. В настоящее время наиболее изученным является условие обтекания капли, при котором происходит быстрое увеличение относительной скорости и ее последующее плавное уменьшение к моменту дробления, что соответствует условиям, в которых находятся расплавленные частицы при плазменно-дуговом напылении.

В работе [18] была предложена обобщающая зависимость для определения  $We^*$ , при котором происходит разрушение капли, учитывающая влияние скорости изменения аэродинамического воздействия, которая и использовалась при построении модели дробления расплавленных частиц в плазменной струе. При этом для количественного учета полного суммарного воздействия потока на каплю-частицу вводится некое усредненное по времени число подобия [18]

$$H = t_k^{-1} \int_0^{t_{cr}} We(t) dt, \quad (22)$$

где интеграл берется от начала действия аэродинамических сил на каплю до момента  $t_{cr}$  достижения критических значений числа Вебера  $We^*$ . Здесь  $t$  — время;  $t_k$  — период собственных колебаний капли, который, согласно [3], можно определить как

$$t_k = 0,25\pi \left\{ \frac{\sigma}{\rho_m d^3} - 6,25 \frac{\eta_m^2}{(\rho_m d^2)^2} \right\}^{-0,5}, \quad (23)$$

где  $\eta_m$  — вязкость материала капли.

В свою очередь, для определения значения  $We^*$ , при котором происходит разрушение капли, воспользуемся выражением [18]

$$We^* = \begin{cases} 13,54 - 0,442L \text{ при } H \leq H', \\ (17,04 - 0,556L) \exp(-0,028 + \\ + 0,00486L)H \text{ при } H' \leq H \leq 12,7, \\ L = \ln Lp, H' = 6,41 - 0,331L, \end{cases} \quad (24)$$

где

$$Lp = \frac{d\rho_m \sigma}{\eta_m}$$

— число Лапласа.

Дробление капель происходит не мгновенно, а имеет определенный временной интервал, называемый временем индукции [3], которое может быть определено, как [18]:

$$\frac{t_u}{t_k} = \begin{cases} 3,29 - 0,136L - (0,391 - 0,0181L)H \\ \text{при } H'' < H < H^*, \\ 0,84 \text{ при } H > H^*, \\ H'' = 3,53 - 0,198L, H^* = 6,41 - 0,155L. \end{cases} \quad (25)$$

Именно выражения (22)–(25) использовались для определения критического значения числа Вебера, а также времени индукции в последующих расчетах.

Для учета дробления расплавленных частиц при их движении в плазменной струе сделаем несколько допущений. Будем полагать, что скорость образующихся фрагментов равна скорости исходной капли перед ее дроблением, а их форма сферическая. Температуру фрагментов положим равной среднеобъемной температуре исходной частицы, определяемой как

$$T_0 = \frac{1}{a^3} \int_0^a T(r)r^2 dr, \quad (26)$$

что может быть объяснено перемешиванием жидкого металла капли в процессе ее разрушения. И, наконец, для фрагментов частицы должен соблюдаться баланс массы:

$$m_0 = \sum_{i=1}^{N_f} m_i, \quad (27)$$

где  $m_i$  — масса  $i$ -го фрагмента;  $N_f$  — количество образованных фрагментов.

Большого внимания заслуживает вопрос распределения осколков частиц по размерам, что на

### 3.3. ВЗАИМОДЕЙСТВИЕ ДУГОВОЙ ПЛАЗМЫ С ПРОВОЛОЧНЫМИ МАТЕРИАЛАМИ

данный момент изучено совершенно недостаточно [18]. Существующие модели дробления делятся на статистические [21, 22], в которых используются функции распределения вероятностей, а также феноменологические [23], обычно представляющие собой простые алгебраические выражения. При этом нет четких рекомендаций по выбору той или иной модели дробления для определенных условий нагружения.

При моделировании движения и нагрева частиц в плазменной струе с учетом их возможного дробления воспользуемся результатами работы [24]. В частности, согласно модели [24], среднее число фрагментов может быть определено по формуле

$$N_f \approx (aWe + 1)^3, \quad (28)$$

где  $a = 0,016$  — эмпирическая константа. В свою очередь, в зависимости от количества сформированных фрагментов, их распределение по размерам можно представить как один из вариантов, приведенных на рис. 7 [24].

Перейдем к рассмотрению результатов моделирования движения расплавленных частиц в плазменной струе с учетом их деформации и возможного дробления. Результаты расчетов изменения скорости движения частиц и их фрагментов вдоль дистанции напыления приведены на рис. 8. Рассмотрим, в первую очередь, результаты, полученные без учета деформации частиц (см. рис 8, а). Так, частица с исходным диаметром 650 мкм, попадая в плазменный поток ввиду высокой относительной скорости сразу достигает критических значений числа Вебера и по прошествии времени индукции, для рассматриваемых условий составившего 0,86 мс, распадается на фрагменты, переместившись вдоль дистанции напыления на ~4 мм. В последующем наблюдается многократное вторичное дробление фрагментов. Уменьшение массы фрагментов по сравнению с массой исходной частицы интенсифицирует динамику

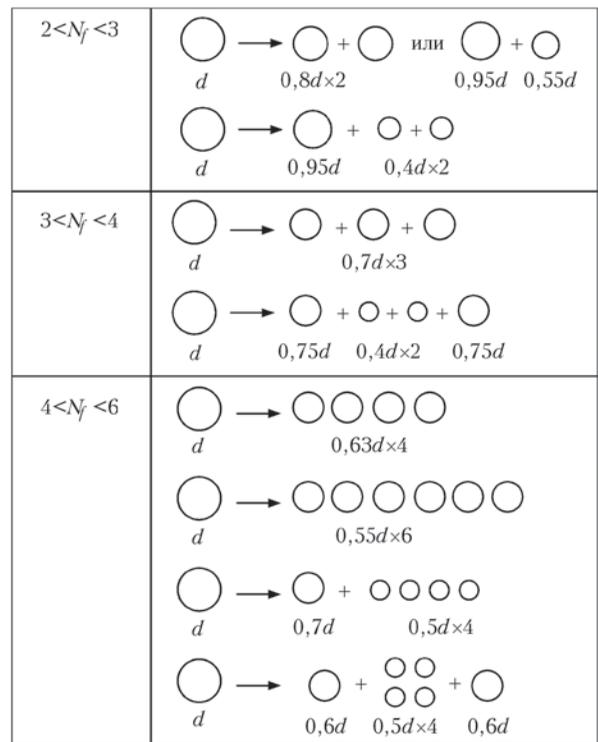


Рис. 7. Схема дробления частиц на фрагменты [24], использованная при проведении расчетов

ускорения и нагрева образовавшихся фрагментов в плазменной струе. В итоге на рабочей дистанции напыления скорость частиц достигает значений 300–500 м/с, причем все частицы прогреваются до температуры кипения материала. Получено следующее распределение частиц по размерам на рабочей дистанции напыления (150 мм): 32 (16,6 %), 38 (33,3 %), 46 (16,6 %) и 48 (33,3 %) мкм.

При учете деформации частиц меньшими оказываются значения числа We, увеличивается время индукции. Все это сказывается и на условиях дробления, при которых распад исходной частицы и вторичное дробление ее фрагментов осуществляется существенно реже. При этом на дистанции напыления 150 мм распределение по размерам фрагментов частицы, имеющей исходный

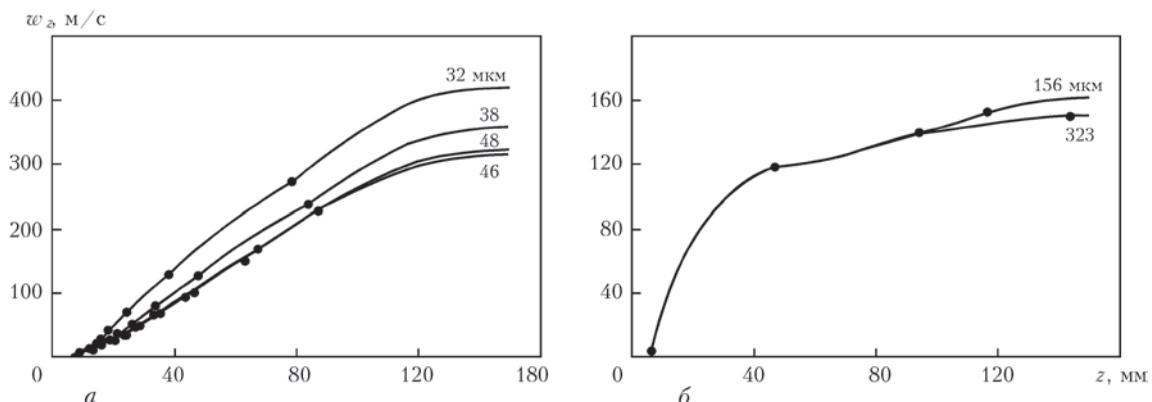


Рис. 8. Изменение скорости частиц и их фрагментов при движении вдоль дистанции напыления: а — без учета; б — с учетом деформации частиц

диаметр 650 мкм, будет выглядеть следующим образом: 156 (50 %), 187 (25 %), 323 мкм (25 %).

### Выводы

1. Сформулирована математическая модель, описывающая процессы теплового и динамического взаимодействия плазменной струи с жидкими частицами, сформированными при распылении проволок и анода в условиях плазменно-дугового напыления покрытий. Данная модель позволяет определять скорость, траекторию движения, тепловое состояние, а также степень деформации расплавленных частиц с учетом их возможного дробления в плазменной струе.

2. Проведенные расчеты показали, что при плазменно-дуговом напылении расплавленные частицы, попадающие в плазменный поток, значительно деформируются под действием аэродинамических сил, что приводит к увеличению силы лобового сопротивления, действующей на частицы и, как следствие, к их большему ускорению и по достижении критических условий, дроблению частицы на фрагменты.

3. Учет деформации, а также дробления расплавленных частиц движущихся в плазменном потоке позволяет удовлетворительно объяснить формирование фрагментов, оказывающихся значительно меньше (в 4 и более раз) размеров капель, срывающихся с расплавленного конца распыляемой проволоки при плазменно-дуговом напылении покрытий.

1. Математическая модель дуговой плазмы генерируемой плазмотроном с проволокой-анодом / М.Ю. Харламов, И.В. Кривцун, В.Н. Коржик и др. // Автомат. сварка. — 2007. — № 12. — С. 14–20.
2. Кудинов В.В., Бобров Г.В. Нанесение покрытий напылением. Теория, технология и оборудование. — М.: Металлургия, 1992. — 432 с.
3. Нигматулин Р.И. Динамика многофазных сред. Ч. 1. — М.: Наука, 1987. — 464 с.
4. Компьютерное моделирование процесса плазменного напыления / Ю.С. Борисов, И.В. Кривцун, А.Ф. Мужиченко и др. // Автомат. сварка. — 2000. — № 12. — С. 42–51.
5. Computational study and experimental comparison of the in-flight particle behavior for an external injection plasma spray process / K. Remesh, S. C. M. Yu, H. W. Ng, C. C. Berndt // J. of Thermal Spray Technology. — 2003. — 12, № 4. — P. 508–522.
6. Li H.-P., Chen X. Three-dimensional simulation of a plasma jet with transverse particle and carrier gas injection // Thin Solid Films. — 2001. — 390. — P. 175–180.
7. Борисов Ю.С., Зацерковный А.С., Кривцун И.В. Математическое моделирование процесса плазменного напыления

- композиционных порошков с учетом экзотермической реакции синтеза материала покрытия // Автомат. сварка. — 2004. — № 1. — С. 23–27.
8. Бушма А.И., Зельниченко А.Т., Кривцун И.В. Сравнительный анализ лазерного, плазменного и комбинированного способов нагрева мелкодисперсных керамических частиц // Там же. — 2004. — № 5. — С. 14–17.
  9. Формирование прослойки жидкого металла на торце проволоки-анода при плазменно-дуговом напылении / М.Ю. Харламов, И.В. Кривцун, В.Н. Коржик и др. // Там же. — 2011. — № 12. — С. 3–8.
  10. Семёнов А.П., Харламов М.Ю. Моделирование процессов формирования капли, течения и распада струи жидкости // Вестник Восточноукр. национ. ун-та им. В. Даля. — 2011. — № 3. — С. 193–206.
  11. Ландау Л.Д., Лифшиц Е.М. Гидродинамика. — М.: Наука, 1986. — 736 с.
  12. Schmehl R. Advanced modeling of droplet deformation and breakup for cfd analysis of mixture preparation // LASSEurope, 2002 (Zürich, Schweiz, 09.09.–11.09.2002).
  13. Цветков Ю.В., Панфилов С.А. Низкотемпературная плазма в процессах восстановления. — М.: Наука, 1980. — 359 с.
  14. Кутателадзе С.С. Основы теории теплообмена. — М.: Атомиздат, 1979. — 416 с.
  15. Физика и техника низкотемпературной плазмы / С.В. Дресвин, А.В. Донской, В.М. Гольдфарб и др. — М.: Атомиздат, 1972. — 352 с.
  16. Knight Ch.J. Theoretical modeling of rapid surface vaporization with back pressure // AIAA J. — 1979. — 17, № 5. — P. 519–523.
  17. Коробов Ю.С. Оценка сил, действующих на распыляемый материал при электрометаллизации // Автомат. сварка. — 2004. — № 7. — С. 23–27.
  18. Подвысоцкий А.М., Дубровский В.В. Критические условия разрушения капель газовым потоком // Физика аэродисперсных систем. — 1998. — Выпуск 37. — С. 32–37.
  19. Ивандяев А.И., Кутушев А.Г., Нигматулин Р.И. Газовая динамика многофазных сред. Ударные и детонационные волны в газовзвезях // Сб.: «Механика жидкости и газа», Т. 16. Итоги науки и техники. — М.: ВИНТИ АН СССР, 1981. — С. 209–287.
  20. Pilch M., Erdman C.A. Use of breakup time data and velocity history data to predict the maximum size of stable fragments for acceleration-induced breakup of liquid drop // Int. J. Multiphase Flow. — 1987. — 13. — P. 741–757
  21. Mathematical framework for higher order breakage scenarios / J.M. Marchetti, L.E. Patruno, H.A. Jakobsen et al. // Chemical Engineering Science. — 2010. — 65. — P. 5881–5886.
  22. A review of statistical models for the break-up of an immiscible fluid immersed into a fully developed turbulent flow / J.C. Lasheras, C. Eastwood, C. Martinez-Bazan, J.L. Montanes // Int. J. of Multiphase Flow. — 2002. — 28, Issue 2. — P. 247–278.
  23. Considerations on bubble fragmentation models / C. Martinez-Bazan, J. Rodriguez-Rodriguez, G.B. Deane et al. // Journal of Fluid Mechanics. — 2010. — 661. — P. 159–177.
  24. Drop break-up in turbulent pipe flowdownstream of a restriction / S. Galinata, O. Masbernata, P. Guiraudb et al. // Chemical Engineering Sci. — 2005. — 60. — P. 6511–6528.

### 3.3.4. DYNAMIC MODEL OF THE WIRE DISPERSION PROCESS IN PLASMA-ARC SPRAYING\*

M.Yu. KHARLAMOV, I.V. KRIVTSUN, V.N. KORZHYK

Formation of a two-phase flow is a key problem in thermal spraying of coatings, as characteristics of this flow determine both values of productivity and stability of the spraying process and quality of the resulting coatings (Ref 1). Successful solution of this problem depends in many respects on the conditions of introduction of a spraying material into the gas or plasma flow. Whereas traditionally much consideration is given to the introduction of powder materials (Ref 1, 2), the processes of spraying of wire materials remain little studied, in a number of cases, e.g., in electric-arc metalizing (wire-arc spraying) (Ref 3), this leading to certain difficulties in formation of a concentrated flow of particles. At the same time, new promising methods are being developed now for thermal spraying using wire materials (Ref 4–7). An example of such a method is plasma-arc spraying of coatings (Ref 7), where the current-conducting anode wire continuously fed to the plasma arc behind the plasmatron nozzle section is sprayed, as shown in Fig. 1. Therefore, it is of high scientific and practical interest to comprehensively investigate the physical processes occurring in dispersion of the molten wire materials.

Dispersion of the anode wire in spraying is a complex intricate process, which includes heating and melting of the wire, formation of a liquid film at its tip, entrainment of the molten material by the plasma flow leading to formation of a jet flow, and its decomposition into droplets, i.e., dispersed particles of the spraying materials. Up to now the majority of the efforts dedicated to theoretical studies and mathematical modelling of interaction of the electric arc, gas flow, and anode wire leading to formation of droplets have made in the field of the arc-welding process. For example, the mathematical models describing the processes of formation and transfer of the electrode metal droplets in metal-arc welding are available (Ref 8–11). However, results obtained in the aforementioned studies are not applicable to the process of plasma-arc spraying, as it differs by the position of sprayed wire relative to the arc which formed angle from 70 to 90°, as well as more high values of temperature (up to 30,000 K) and velocity (up to 4000 m/s) of plasma flow (Ref 12). As to the theoretical investigation of the processes of wire thermal spraying, it is worthy to

note here studies on mathematical modelling of plasma-arc (Ref 12–15) and wire-arc (Ref 16–18) spraying. Mathematical models of the plasma flow generated by the arc plasmatron with an external anode wire (Ref 12, 13), as well as of the processes of heating and melting of the anode wire, and formation of a liquid film at its tip (Ref 14, 15) have been developed. Papers (Ref 16–18) are devoted to the modelling of the formation of the gas flow, as well as thermal and dynamic interaction of the gas flow sprayed liquid particles during wire-arc spraying. However, there are lack of detailed understanding of the mechanisms controlling the primary atomization of liquid metal from the wire tips. Therefore, usually researchers are used the experimental droplet-size distributions (Ref 17, 18), or

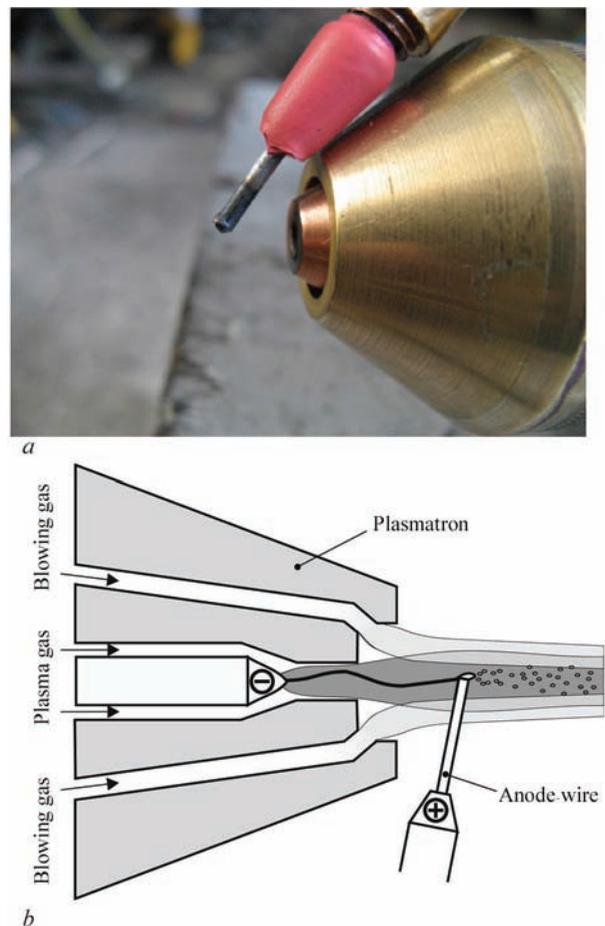


Fig. 1. Appearance of the plasmatron (a) and flow diagram of the process (b) of plasma-arc wire spraying using external anode wire

\*Journal of Thermal Spray Technology. — 2014. — Vol. 23, № 3, February. — P. 420–430.

the simplified relation (Ref 16), allowing to estimate the size of detaching droplets according to parameters of spray operation mode, and polarity of the electrode wire (cathode or anode). There are only few studies dedicated to investigation of the effect of the forces acting on the spraying material (Ref 3, 19) during wire-arc spraying. At the same time, processes of formation of droplets under conditions of wire and rod spraying are little studied as yet. Therefore, this study will present the mathematical model and detailed numerical investigations of the processes of formation and detachment of droplets of the molten wire material under conditions of plasma-arc spraying.

**Mathematical model.** To develop the mathematical model of the process of dispersion of the spraying wire, we will use the diagram shown in Fig. 2. The solid metal wire of a circular section with radius  $R_w$  is fed to the constricted (plasma) arc at speed  $v_w$  normal to the plasma flow symmetry axis. The plasma arc is fixed to the tip of the wire serving as anode. The wire is heated and melted (Ref 14) under the effect of the anode spot of the arc and high-temperature plasma flow around the wire, and the molten metal layer with characteristic thickness  $L_b$ , which can be determined by the procedure described in (Ref 15), is formed at the wire tip. Assume that the melting front is flat and located parallel to the plasma flow symmetry axis (see Fig. 2), and the wire melting rate is equal to its feed speed. In this case the molten material of the wire is entrained by the plasma flow to form a jet of the molten metal, the axis of which is located at distance  $L_p$  from the plasma flow axis, which can be determined by the procedure in (Ref 15). Assume also that the

main force affecting the melt on the side of the plasma flow is a viscous friction force. Considering that flowing of the melt jet occurs in a wake plasma flow, the viscous forces near the molten metal-arc plasma interface will accelerate the melt in a plasma motion direction. While further flowing, this jet will split into droplets, i.e., dispersed particles of the spraying material.

To describe flowing and splitting of the jet of the molten wire metal, we will assume that the hydrodynamic system under consideration is axisymmetric and jet flow of a molten metal is laminar. In this case we can show that flowing of the molten metal jet can be described to a high degree of accuracy by the system of one-dimensional Navier–Stokes equations for a thin jet (Ref 20, 21), which is written down allowing for the viscous friction force affecting the melt on the side of the plasma flow:

$$\frac{\partial v}{\partial t} + v \frac{\partial v}{\partial z} = -\frac{1}{\rho_w} \frac{\partial p}{\partial z} + 3v_w \frac{1}{h^2} \frac{\partial}{\partial z} \left( h^2 \frac{\partial v}{\partial z} \right) - \frac{2\tau_p(v)}{h\rho_w}, \quad -L_d < z < 0; \quad (1)$$

$$\frac{\partial F}{\partial t} + \frac{\partial(vF)}{\partial z} = 0, \quad (2)$$

where  $v = v(z, t)$  is the axial component of the flow rate of the melt;  $p$  is the pressure in the melt;  $h = h(z, t)$  is the radius of the cross section of the jet;  $F(z, t) = \pi h^2(z, t)$  is its cross-section area;  $\tau_p(v)$  is the friction stress on the streamlined surface;  $\rho_w$  and  $v_w$  are the density and kinematic viscosity of the molten wire metal; and  $L_d$  is the full length of the jet.

The value of pressure in the jet is determined by the following expression:

$$p = 2\sigma K + p_{\text{ext}}, \quad (3)$$

where  $\sigma$  is the surface tension coefficient;  $K = 0.5(K_1 + K_2)$  is the mean, and  $K_1$ ;  $K_2$  are main curvatures of the jet surface; and  $p_{\text{ext}}$  is the pressure in the external environment. In turn, the curvatures of the surface can be expressed in terms of such parameters as length of the arc of generatrix  $s$  of the jet surface counted out from point  $z = -L_d$ , angle  $\theta$  formed by the tangent to this surface and  $r$ -axis (see Fig. 2), and jet radius  $h$ :

$$K_1 = d\theta / ds; \quad K_2 = h^{-1} \sin \theta. \quad (4)$$

The values of  $s$  and  $\theta$  are related to each other by the following equations:

$$\frac{dz}{ds} = \sin \theta; \quad \frac{dh}{ds} = \cos \theta. \quad (5)$$

For justification of applicability of model of the thin jet used for the description of the jet flow of a molten wire material, instead of full system of the hydrodynamic equations, comparison of experimental profiles of a water drop at the stage of its formation before detachment at the slow expiration from a tube

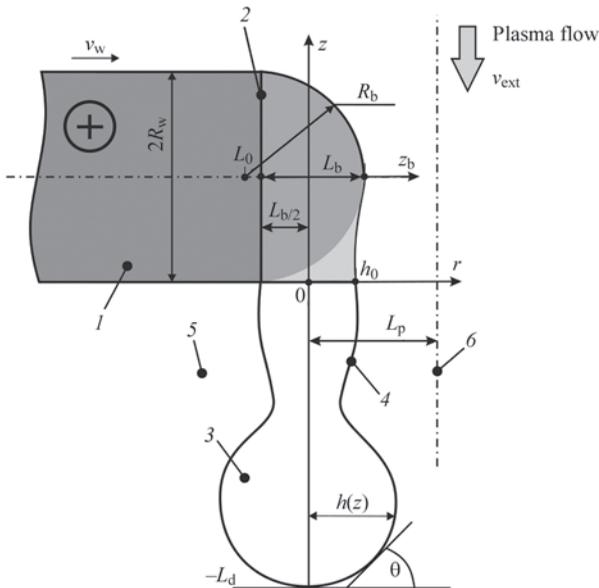


Fig. 2. Schematic of formation of the molten wire metal jet in plasma-arc spraying: 1 — non-melted wire; 2 — melting front; 3 — melt; 4 — melt-plasma flow interface; 5 — plasma flow region; 6 — symmetry axis of plasma flow generated by plasmatron

with a diameter of 5.2 mm (Ref 22) with results of calculations on the specified model were carried out (Fig. 3). Thus, instead of volume force  $F_z = -2\tau_p(v)/h$  in Eq. (1) gravity force  $F_z = -\rho g$  was used. As can be seen from Fig. 3, results of calculations agree with the experimental observations.

To close the system of Eqs (1) and (2) it is necessary to set an expression for viscous stresses in the plasma on the streamlined surface of the molten metal jet  $\tau_p(z)$ . For this we use the results of (Ref 15). Thus, considering that the boundary layer in the plasma flow along the surface of liquid metal is turbulent (Ref 12), distribution of the velocity of the plasma near the medium interface can be described using a logarithmic near-wall function (Ref 15, 23)

$$v^+ = \frac{1}{\text{Kar}} \ln(Ey^+). \quad (6)$$

Here,  $v^+ = \bar{v}_p / v^*$  is the dimensionless tangential (relative to melt surface) velocity of plasma;  $\bar{v}_p(r) = v_p(r) - v$  is the velocity of plasma flow relative to the melt flow velocity;  $v^*$  is the dynamic velocity determined as

$$v^* = \sqrt{\tau_p / \rho_p}, \quad (7)$$

where

$$\tau_p = \left( \eta_p \frac{\partial v_p}{\partial r} \right),$$

$\eta_p$  is the coefficient of dynamic viscosity of plasma;  $\rho_p$  is the plasma density;  $\text{Kar} \approx 0.41$  is Karman constant;  $E$  is the constant determining the degree of wall roughness [for smooth wall  $E = 8.8$  (Ref 15)];  $y^+$  is the dimensionless distance from the interface  $h(z)$ , determined as

$$y^+ = \frac{\rho_p(r-h)}{\eta_p} v^*.$$

Assume that the transition from the melt flowing velocity («sticking» condition) to the velocity of the undisturbed plasma flow, which can be determined, for instance, by model (Ref 12), occurs in region  $0 \leq y^+ < 400$  (Ref 23). Then, based on expression (6) tangential stress in the plasma can be presented as follows:

$$\tau_p(z) = \frac{\bar{v}_{\text{ext}}^2(z)}{\left( \frac{1}{\text{Kar}} \ln(Ey^+) \right)^2} \rho_p = \frac{\bar{v}_{\text{ext}}^2(z) \rho_p}{396.71}, \quad (8)$$

where  $\bar{v}_{\text{ext}}(v) = v_{\text{ext}} - v$  is the flow velocity of undisturbed plasma stream near the metal/plasma boundary surface of thin metal jet, relative to the melt velocity  $v$ .

Equations (1) and (2) should be supplemented with initial and boundary conditions. In particular, at the initial section ( $z = 0$ ) it is necessary to set the jet radius and rate of arrival of the molten wire metal. Here, we will allow for the assumption made in (Ref 15) that the liquid film held at the wire tip takes the shape

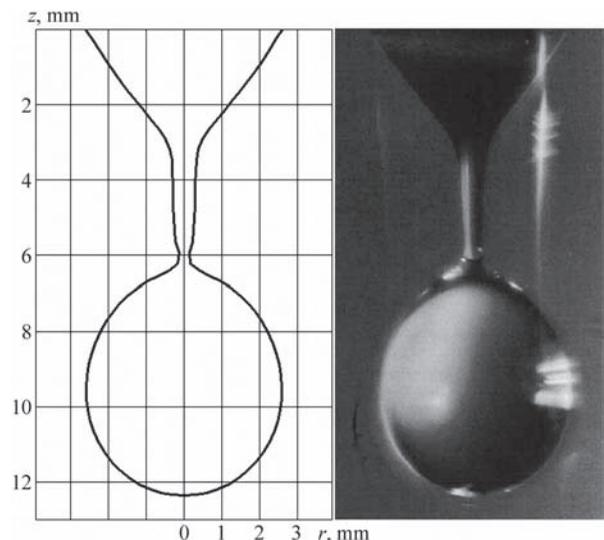


Fig. 3. Comparison of the calculated and experimental profiles of a water drop

of a spherical segment with thickness  $L_b$  (see Fig. 2) under the effect of the ambient plasma flow. We will assume that the liquid film carried away from the wire tip is transformed near the edge of the melted wire tip into the axisymmetric jet of a circular section. Then the area of the jet in initial section  $F(0, t)$  and, hence,  $h_0 = h(0, t)$  can be determined from the equivalent value of the cross-section area of the spherical segment held at the wire tip:

$$h_0 = \sqrt{\frac{2}{\pi} \int_0^{L_b} \int_0^{y(z_b)} dy dz_b}, \quad (9)$$

where  $y(z_b) = \sqrt{R_w^2 - 2((R_w^2 - L_b^2)/(2L_b))z_b - z_b^2}$  is the generatrix of the spherical segment boundary; and  $z_b$  is the symmetry axis of the spherical segment (on the melting boundary  $z_b = 0$ , i.e. at  $r = -L_{b/2}$ ). In turn, the mass rate of melting of the anode wire being known

$$G_1 = \rho_w v_w S_w, \quad (10)$$

where  $S_w = \pi R_w^2$  is the cross-section area of the wire, the rate of arrival of the molten metal to the jet can be determined using the following expression:

$$v_0 = v(0, t) = G_1 / (\pi h_0^2 \rho_w). \quad (11)$$

The model related to estimation of the thickness of the molten metal film  $L_b$ , at the tip of sprayed anode-wire described in detail in paper (Ref 15). For this we consider the mass balance of molten wire material. Taking into account the assumption (Ref 15) that the molten metal in the upper part of the wire tip takes the shape of a segment of a sphere, flow rate of liquid wire material passing through circular segment in the line of plasma flow can be determined as

$$G_2 = 2\rho_w \int_0^{L_b} v_{\text{liq}}(z_b) \int_0^{y(z_b)} dy dz_b. \quad (12)$$

Dependence  $v_{\text{liq}}(z_b)$  describes the distribution of melt flow velocity in the liquid interlayer at the wire tip along the axis  $z_b$ . Considering the smallness of liquid interlayer thickness, flowing of liquid metal in it can be considered to be practically laminar, and a linear dependence of tangential component of velocity can be assumed here (Ref 15)

$$v_{\text{liq}}(z_b) = \frac{z_b}{L_b} v_m, \quad (13)$$

where  $v_m$  is the melt flow velocity on the medium interface (at  $z_b = L_b$ ).

Considering that half of the molten wire material flow through the half of the segment of a sphere under study, we will come to the following relationship:

$$G_1 / 2 = G_2. \quad (14)$$

Substituting expressions (10) and (12) into (14), and considering assumption (13), we can obtain the dependence of maximum melt flow velocity on its melt layer thickness on the wire tip:

$$v_m(L_b) = \frac{S_w}{4} \frac{v_w L_b}{L_b \int_0^{z_b} \int_0^{y(z_b)} dy dz_b}. \quad (15)$$

Then, proceeding from the assumption that tangential stresses in the plasma and melt on the medium interface are equal:

$$\eta_w \left. \frac{\partial v_{\text{liq}}}{\partial z_b} \right|_{L_b} = \eta_p \left. \frac{\partial v_p}{\partial z_b} \right|_{L_b}, \quad (16)$$

where  $\eta_w$  is the dynamic viscosity of molten metal of the wire, Eq (14) can be rewritten as follows:

$$\frac{v_w S_w}{2} = 2 \frac{\tau_p (v_m(L_b)) L_b}{\eta_w} \int_0^{z_b} \int_0^{y(z_b)} dy dz_b. \quad (17)$$

The last equation can be used to determine the thickness of a liquid interlayer on the wire tip.

The following boundary conditions are set for the lower end of the jet:

$$v(-L_d, t) = -\frac{dL_d}{dt}; h(-L_d, t) = 0; \theta(-L_d, t) = 0. \quad (18)$$

The shape of a droplet being in hydrostatic equilibrium is used as the initial conditions

$$h(z, 0) = h(z); v(z, 0) = 0; \theta(z, 0) = \theta(z); z \in (-L^0, 0), \quad (19)$$

where  $L_d^0$  is the height of the droplet, the volume of which was selected to be sufficiently small;  $\tilde{h} = \tilde{h}(z)$  and  $\tilde{\theta} = \tilde{\theta}(z)$  are calculated using the equilibrium model (Ref 24).

Detachment of the droplet at point  $z = z^*$  was fixed when the following condition was met:

$$h(z^*) \leq h^*, \quad (20)$$

where  $h^* \rightarrow 0$ . In this case, the volume of the detaching droplet can be determined by the following relationship:

$$V^* = \pi \int_{-L_d}^{z^*} h^2(z, t) dz \quad (21)$$

and it is assumed that the following conditions are met:

$$h(z^*) = 0; L_d = z^*. \quad (22)$$

**Numerical method.** The posed boundary problem was solved numerically by the finite difference method. The numerical solution procedure is described in detail in (Ref 21). Let discuss the main approaches used at creation of algorithms of the numerical solution of the equations of a thin jet (1–5, 9, 11, 18), and (19).

In the present problem the domain of integration over the space of Eq (1) changes in time, therefore it is expedient to pass to the dimensionless variables. Let  $\bar{z} = z / L_d$ ,  $\bar{f} = F / a^2$ ,  $\bar{L}_d = L_d / a$ ,  $\bar{K} = aK$ ,  $\bar{t} = t \sqrt{g / a}$ ,  $\bar{v} = v / \sqrt{ga}$ , where  $a = h_0$  is the jet base. Then, the equations of flow of a thin jet under the influence of the cocurrent gas stream, recorded relatively to the dimensionless variables take the form

$$\left(\frac{a}{\alpha}\right)^2 \frac{D\bar{v}}{D\bar{t}} = -\frac{1}{\bar{L}_d} \frac{\partial 2\bar{K}}{\partial \bar{z}} + \frac{\chi}{\bar{L}_d^2 \bar{f}} \frac{\partial}{\partial \bar{z}} \left( \bar{f} \frac{\partial \bar{v}}{\partial \bar{z}} \right) - \frac{2a\tau_p}{\sigma h}, \quad -1 < \bar{z} < 0, \quad (23)$$

$$\frac{\partial(\bar{L}_d \bar{f})}{\partial \bar{t}} + \frac{\partial}{\partial \bar{z}} \left( \bar{f} \bar{v} - \frac{d\bar{L}_d}{d\bar{t}} \bar{f} \bar{z} \right) = 0, \quad (24)$$

$$\frac{1}{\bar{L}_d} \sin(\theta) \frac{\partial(\sqrt{\bar{f}})}{\partial \bar{z}} = \cos(\theta), \quad (25)$$

$$\bar{v}(-\bar{L}_d, \bar{t}) = -\frac{d\bar{L}_d}{d\bar{t}}, \quad \bar{v}(0, \bar{t}) = -\frac{v_0}{\sqrt{ga}}, \quad (26)$$

$$\bar{f}(-1, \bar{t}) = 0, \quad \bar{f}(0, \bar{t}) = 1, \quad \theta(-1, \bar{t}) = 0,$$

$$\bar{f}(\bar{z}, 0) = \bar{f}_0(\bar{z}), \quad \bar{v}(\bar{z}, 0) = 0, \quad \bar{z} \in (-L_d^0, 0), \quad (27)$$

where

$$2\bar{K} = -\frac{1}{\bar{L}_d} \frac{\partial(\cos(\theta))}{\partial \bar{z}} + \frac{\sin(\theta)}{\sqrt{\bar{f}}}, \quad \frac{D}{D\bar{t}} = \frac{\partial}{\partial \bar{t}} + \bar{v} \frac{\partial}{\partial \bar{z}}$$

is the substantial derivative,  $\chi = 3\nu\rho\sqrt{ga} / \sigma$ ,  $\alpha = \sqrt{\sigma / \rho g}$  is the capillary constant.

On the integration interval  $-1 \leq \bar{z} \leq 0$  introduce an uniform spatial mesh  $\omega_{\bar{z}} = \{\bar{z} = -1 + (i-1)\Delta\bar{z}, \quad i = \overline{1, N}, (N-1)\Delta\bar{z} = 1\}$  with step  $\Delta\bar{z}$ , as the dimensionless time step  $x$  can be introduced. The substantial derivative in (23) is approximated by a local Lagrangian grid. Difference analogs of Eqs (23–27) can be written as

$$\begin{aligned} & -\frac{1}{\bar{L}_d} \frac{\cos(\theta_{i+1}) - \cos(\theta_i)}{\Delta\bar{z}^2} + \frac{1}{2\Delta\bar{z}} \left( \frac{\sin(\theta_{i+1})}{\sqrt{\bar{f}_{i+1}}} - 3\bar{K}_0 \right) + \\ & + \frac{\bar{L}_d}{2} \left( \frac{a}{\alpha} \right)^2 \frac{\bar{v}_i - \bar{v}_{i+1}}{\bar{\tau}} + \frac{2a\tau_p}{\sigma\sqrt{\bar{f}_i}} = 0, \quad i = 1; \end{aligned} \quad (28)$$

$$\begin{aligned} & \frac{1}{2\Delta\bar{z}} \left( \frac{\sin(\theta_{i+1})}{\sqrt{\bar{f}_{i+1}}} - \frac{\sin(\theta_{i-1})}{\sqrt{\bar{f}_{i-1}}} \right) - \frac{1}{\bar{L}_d \Delta\bar{z}^2} (\cos(\theta_{i+1}) - \\ & - 2\cos(\theta_i) + \cos(\theta_{i-1})) + \bar{L}_d \left( \frac{a}{\alpha} \right)^2 \left( 1 + \frac{\bar{v}_i - \bar{v}_{i-1}}{\tau} \right) - \\ & - \chi \left( \frac{\bar{v}_{i+1} - 2\bar{v}_i + \bar{v}_{i-1}}{\bar{L}_d \Delta\bar{z}^2} + \frac{\text{ctg}(\theta_i) (\bar{v}_{i+1} - \bar{v}_{i-1})}{\sqrt{\bar{f}_i} \Delta\bar{z}} \right) + \\ & + \frac{2a\tau_i}{\sigma\sqrt{\bar{f}_i}} = 0, \quad i = \overline{2, N-1}; \end{aligned} \quad (29)$$

$$\begin{aligned} & \frac{\Delta\bar{z}}{\bar{\tau}} \left( \bar{L}_d \frac{\bar{f}_{i+1} + \bar{f}_i}{2} - \bar{L}_d \frac{\bar{f}_{i+1} + \bar{f}_i}{2} \right) + \\ & + \bar{f}_{i+1} \left( \bar{v}_{i+1} - \bar{z}_{i+1} \frac{\bar{L}_d - \bar{L}_d}{\bar{\tau}} \right) + \bar{f}_i \left( \bar{z}_i \frac{\bar{L}_d - \bar{L}_d}{\bar{\tau}} - \bar{v}_i \right) = 0, \\ & \quad i = \overline{1, N-1}; \end{aligned} \quad (30)$$

$$\begin{aligned} & \frac{\sin(\theta_{i+1}) + \sin(\theta_i)}{2} \frac{\bar{f}_{i+1} - \bar{f}_i}{\Delta\bar{z}} - \\ & - \bar{L}_d \left( \sqrt{\bar{f}_{i+1}} \cos(\theta_{i+1}) + \sqrt{\bar{f}_i} \cos(\theta_i) \right) = 0, \quad i = \overline{1, N-1}; \end{aligned} \quad (31)$$

$$\bar{v}_1 = -\frac{\bar{L}_d - \bar{L}_d}{\bar{\tau}}, \quad \bar{v}_N = -\frac{v_e}{\sqrt{ga}}, \quad \bar{f}_1 = 0, \quad \bar{f}_N = 1, \quad \theta_1 = 0; \quad (32)$$

$$\bar{v}_i = 0, \quad \bar{f}_i = \bar{f}_0(\bar{z}_i), \quad i = \overline{1, N}. \quad (33)$$

In Eqs (28–33) the following notation for grid functions were introduced:  $g_i = g(\bar{z}_i, \bar{t}_k)$ ,  $g = \bar{v}, \bar{f}, \theta$ ;  $\bar{g}_i = g(\bar{z}_i, \bar{t}_{k-1})$ ,  $g = \bar{v}, \bar{f}$ ;  $\tau_i = \tau_p(v_i)$ ;  $\bar{v}_i = v(\bar{z}_i, \bar{t}_{k-1})$ . Here,  $\bar{z}_i$  is the local Lagrangian mesh node at the time  $\bar{t} = \bar{t}_{k-1}$ . The solving of the system of nonlinear Eqs (28–32), in which unknowns are  $\bar{K}_0$ ,  $\bar{L}_d$ ,  $\bar{f}_1$ ,  $\theta_1$ ,  $\bar{v}_1, \dots, \theta_N, \bar{v}_N$ , was done by Newton's method.

**Results and discussions.** Now, we will consider peculiarities of formation of droplets of the molten wire metal based on the results of numerical modelling by using the described mathematical model. Calculations were made for a steel wire, whose thermal-physical characteristics were taken from study (Ref 8), at the following spraying parameters: arc

current  $I = 160\text{--}240$  A, plasma gas (Ar) flow rate  $G = 1.0\text{--}1.5$  m<sup>3</sup>/h, wire feed speed 6–15 m/min, and wire diameter 1.2–1.6 mm. Characteristics of the plasma flow were calculated by the procedure described in (Ref 12, 13). The values of thickness and metal flow rate  $v_m$  in the liquid film held at the tip of the wire, its position relative to the plasma jet axis, and corresponding initial characteristics of the melt jet for different spraying parameters are given in Table (Ref 15).

It is of interest to analyse the very mechanism of formation of droplets from a thin jet of the melt under conditions of plasma-arc wire spraying. For example, Fig. 4 shows distributions of the rate of the molten metal flow in the jet, as well as profiles of cross-section of the jet at different time moments in formation of the first droplet. As follows from the presented calculation data, at the initial stage of the flow the rate decreases from that of the molten metal arriving to the jet to that at its end equal to the rate of elongation of the jet (see curves 1 and 2 in Fig. 4, a). As a result, the metal coming to the jet is gradually transported to its end, and a neck forms near the jet base (see curve 3 in Fig. 4, b). Moreover, decrease in radius of the jet within the neck region leads to increase in Laplace pressure in the liquid metal and intensification of viscous forces on the side of the plasma flow. The metal from the neck region starts actively flowing out into the forming droplet (see curves 3 and 4 in Fig. 4, a) until the radius of the neck reaches a critical value, at which the surface tension forces can no longer hold the droplet at the jet end (see curve 4 in Fig. 4, b). It is in this way that detachment of the droplet, i.e., the dispersed spraying material particle, takes place.

The results of modelling dynamics of formation of molten metal droplets for different wire feed speeds are shown in Fig. 5. As follows from the calculation results presented in this figure, characteristics of flowing of the jet can differ substantially for different values of the feed speed. For instance, each set of values of the spraying process parameters has certain bound-

**Parameters of flow of the melt in liquid film at the wire tip and in the initial section of the jet at different spraying parameters**

No.	$I$ , A	$G$ (Ar), m <sup>3</sup> /h	$2R_w$ , mm	$v_w$ , m/min	$L_p$ , mm	$L_b$ , mm	$v_m$ , m/s	$h_0$ , mm	$v_0$ , m/s
1	200	1.0	1.4	6	0.835	0.113	1.81	0.184	1.45
2				7	0.740	0.117	2.05	0.187	1.64
3				9	0.622	0.127	2.42	0.195	1.94
4				10	0.573	0.129	2.64	0.197	2.11
5				12	0.482	0.133	3.07	0.199	2.47
6				15	0.356	0.141	3.61	0.206	2.90
7			1.2	9	0.748	0.125	2.10	0.179	1.69
8			1.6	9	0.537	0.131	2.68	0.212	2.16
9	160	1.0	1.4	9	0.455	0.140	2.18	0.205	1.75
10	240	1.0	1.4	9	0.770	0.118	2.61	0.187	2.09
11	200	1.5	1.4	9	0.628	0.109	2.83	0.180	2.27

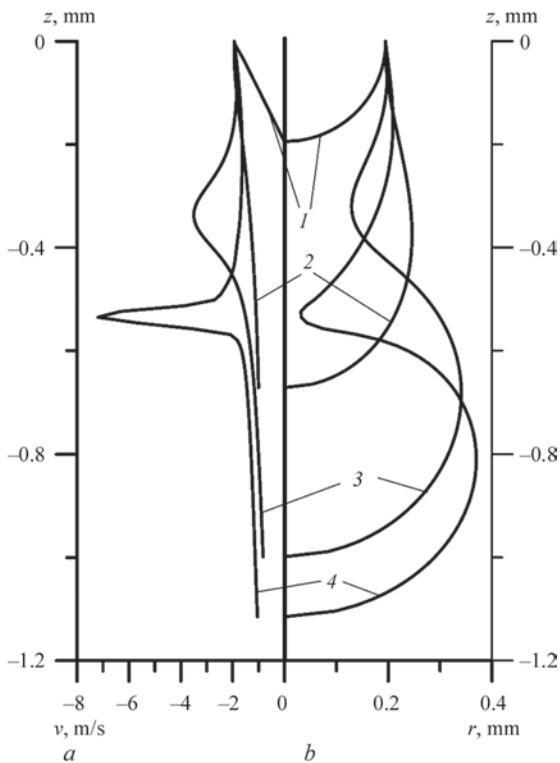


Fig. 4. Distributions of flow rate (a) and radius of the molten wire metal jet (b) along the jet axis at different time moments of formation of the first droplet: 1 — 0; 2 — 0.347; 3 — 0.708; 4 — 0.874 ms; plasma arc current 200 A; Ar flow rate 1 m<sup>3</sup>/h; wire diameter 1.4 mm; wire feed speed 9 m/min

ary values of the wire feed speed, at which the volume consumption of the molten metal arriving to the jet coincides with the rate of growth of the droplet volume (see, e.g. Fig. 5, at  $v_w = 9$  m/min). In this case the forming droplets have approximately identical sizes, and length of the jet varies but insignificantly, thus reflecting the process of growth of the volume and detachment of the droplet. At higher values of the wire feed speed, the volume of the molten metal arriving to the jet exceeds the rate of growth of the volume of the droplet at the jet end, this resulting in a gradual increase of its length (see Fig. 5, at  $v_w = 12$  and 15 m/min). Disturbances caused by the effect of the surface tension forces start accumulating on the jet surface. Propagation of the disturbances leads to formation of many necks and regions of expansion of the jet. As a rule, this is accompanied by breaking of the jet near the wire tip, as shown in Fig. 6, i.e., the forming droplet has a rather big volume and, upon getting into the plasma flow, it may split into finer droplets due to the effect of the gas-dynamic forces. Plots of time variations in the jet length related to detachment of the droplets are shown in Fig. 7 for a number of values of the wire feed speed.

While generalising the results of modelling of flowing of the molten metal jet and formation of drop-

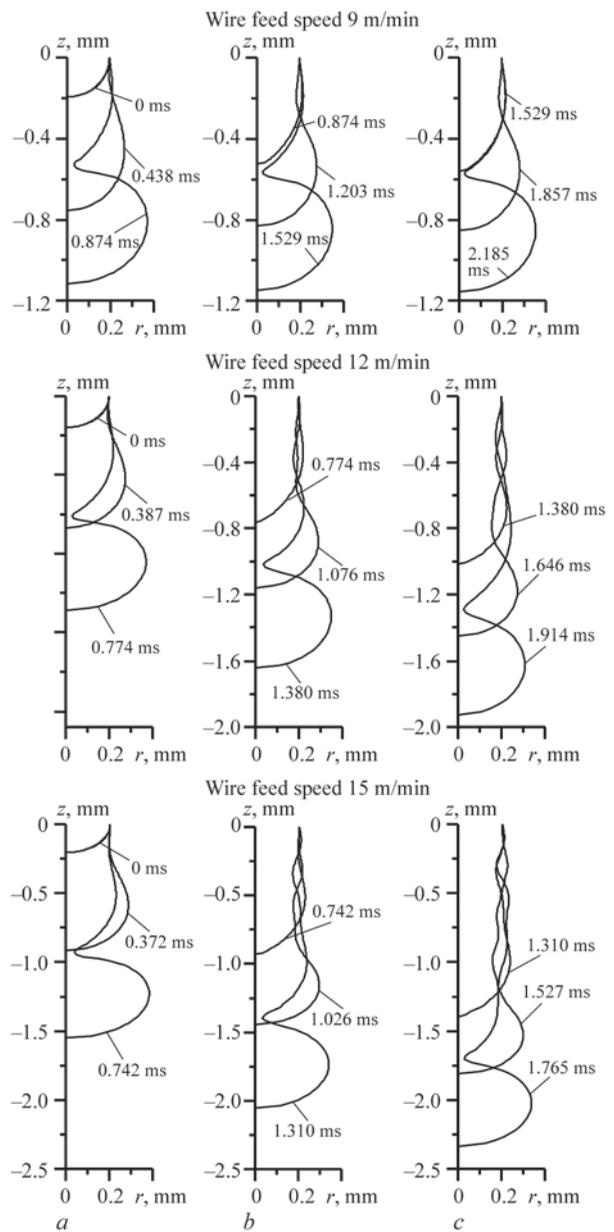


Fig. 5. Dynamics of formation of the first (a), second (b), and third (c) droplets at different wire feed speeds (9, 12, and 15 m/min); plasma arc current 200 A; Ar flow rate 1 m<sup>3</sup>/h; wire diameter 1.4 mm

lets, i.e., spraying particles, note that three, most characteristic types of the melt flow can be distinguished in plasma-arc wire spraying. The first one, as a rule, is typical of small-diameter wires (1.2–1.4 mm) fed at relatively low speeds (5–7 m/min), spraying material consumption of 0.7–1.3 g/s, arc current of about 200 A, and plasma gas flow rate of 1 m<sup>3</sup>/h. In this case the molten wire tip is located at a distance of 0.7–1.0 mm from the plasma jet axis (see Table), i.e., outside the zone of the intensive gas-dynamic and thermal effect on the side of the plasma flow. Under such conditions the molten metal jet starts extending in length (see curve 1 in Fig. 7), and actually the jet-type metal transfer without atomization takes place.

The second type of flowing and splitting of the jet occurs at a wire feed speed of 8–12 m/min and wire diameter of 1.4–1.6 mm, this corresponding to a consumption of 1.3–2.1 g/s and being characterised by a stable process of formation of droplets, i.e., their stable sizes and detachment intervals (see curve 2 in Fig. 7, 5 at  $v_w = 9$  m/min). This type of wire spraying is most preferable in terms of formation of droplets of an identical size and, hence, homogeneous coatings.

Finally, the third type of the flow takes place at high wire feed speeds (12–15 m/min), when the jet length varies in a cyclic manner, i.e., formation of droplets occurs at a regular alternation of the processes of growth of the length of the jet and processes of its breaking (see Fig. 5 at  $v_w = 12$  and 15 m/min, and curve 3 in Fig. 7). In the latter case formation of satellite droplets accompanying detachment of the coarse droplets and, as a rule, preceding breaking of the jet is observed.

Consider now some statistical characteristics of the processes of formation and detachment of droplets in plasma-arc wire spraying. Figure 8 shows the calculated distributions of the detaching droplets in size and initial velocities for the above three types of flowing of the molten wire metal. For example, Fig. 8, *a*, corresponds to a case of extension of the melt jet with its periodic breaking. In this case the coarse droplets, 750  $\mu\text{m}$  or more in diameter, are formed, their initial velocity being 0.7–0.8 m/s. At a wire feed speed of 9 m/min (see Fig. 8, *b*) practically similar droplets with an average diameter of 670  $\mu\text{m}$  detach from the wire tip at a velocity of about 1.31 m/s. At the higher wire feed speeds (see Fig. 8, *c*) the forming droplets may be substantially different in size and initial velocity. Droplets with a diameter of 600–800  $\mu\text{m}$  form in breaking of the extending melt jet held at the wire tip. Breaking of the main jet (see Fig. 7) is often accompanied by subsequent detachment of finer satellite droplets with a diameter of 400–500  $\mu\text{m}$  or less.

The averaged characteristics of the process of formation of droplets, i.e., spraying particles, in plasma-arc spraying are shown in Fig. 9. As seen from the calculation data presented in this figure, spraying of the steel wire results in formation of mostly the droplets that correspond in volume to the spherical droplets 600–750  $\mu\text{m}$  in diameter at a breaking interval of 0.4–0.8 ms. The highest effect on parameters of the forming droplets in plasma-arc wire spraying is exerted by the amount of the material melted and arriving into the jet per time unit, i.e., diameter of the spraying wire and its feed speed, as well as operation mode of the plasmatron. For example, the temperature and rate of the plasma flow grow with increase in the arc current and plasma gas flow rate. This leads to increase in the

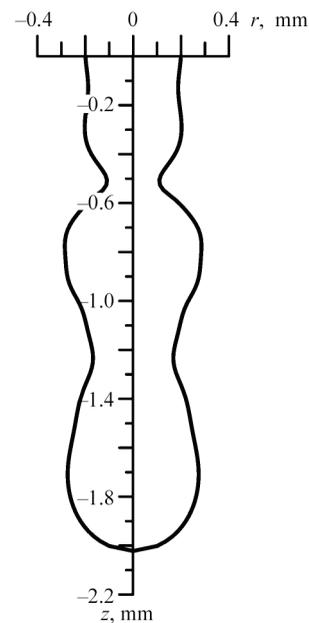


Fig. 6. Profile of the molten metal jet at a moment of its breaking near the wire tip: arc current 200 A; Ar flow rate 1  $\text{m}^3/\text{h}$ ; wire diameter 1.4 mm; wire feed speed 12 m/min;  $t = 3.86$  ms

intensity of the viscous friction forces on the plasma side acting on the melt that forms at the wire tip. Size of the liquid film held at the tip and, hence, thickness of the jet and diameter of the forming droplets decrease. The interval of detachment of the droplets depends most significantly on the wire feed speed, increase in the values of which leads to intensification of the processes occurring in the molten metal jet.

**Comparisons with experimental data.** An important stage in the development of the mathematical model is comparison of obtained calculated results with the experimental data. Note that carrying out the experimental work on the study of the formation of droplets in plasma-arc spraying is complicated by the rapidity of taking place processes, as well as a high level of radiation of arc plasma in studied area, and other factors. In this regard, it is possible to note only a relatively small number of papers devoted to the experimental studies of spraying of wires during re-

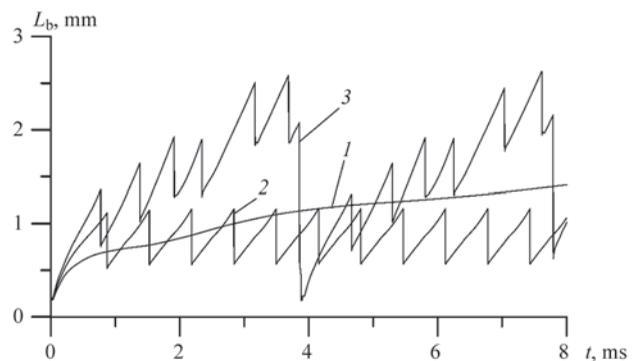


Fig. 7. Variations in length of the molten metal jet with time: 1 — wire feed speed 6; 2 — 9; 3 — 12 m/min; arc current 200 A; Ar flow rate 1  $\text{m}^3/\text{h}$ ; wire diameter 1.4 mm

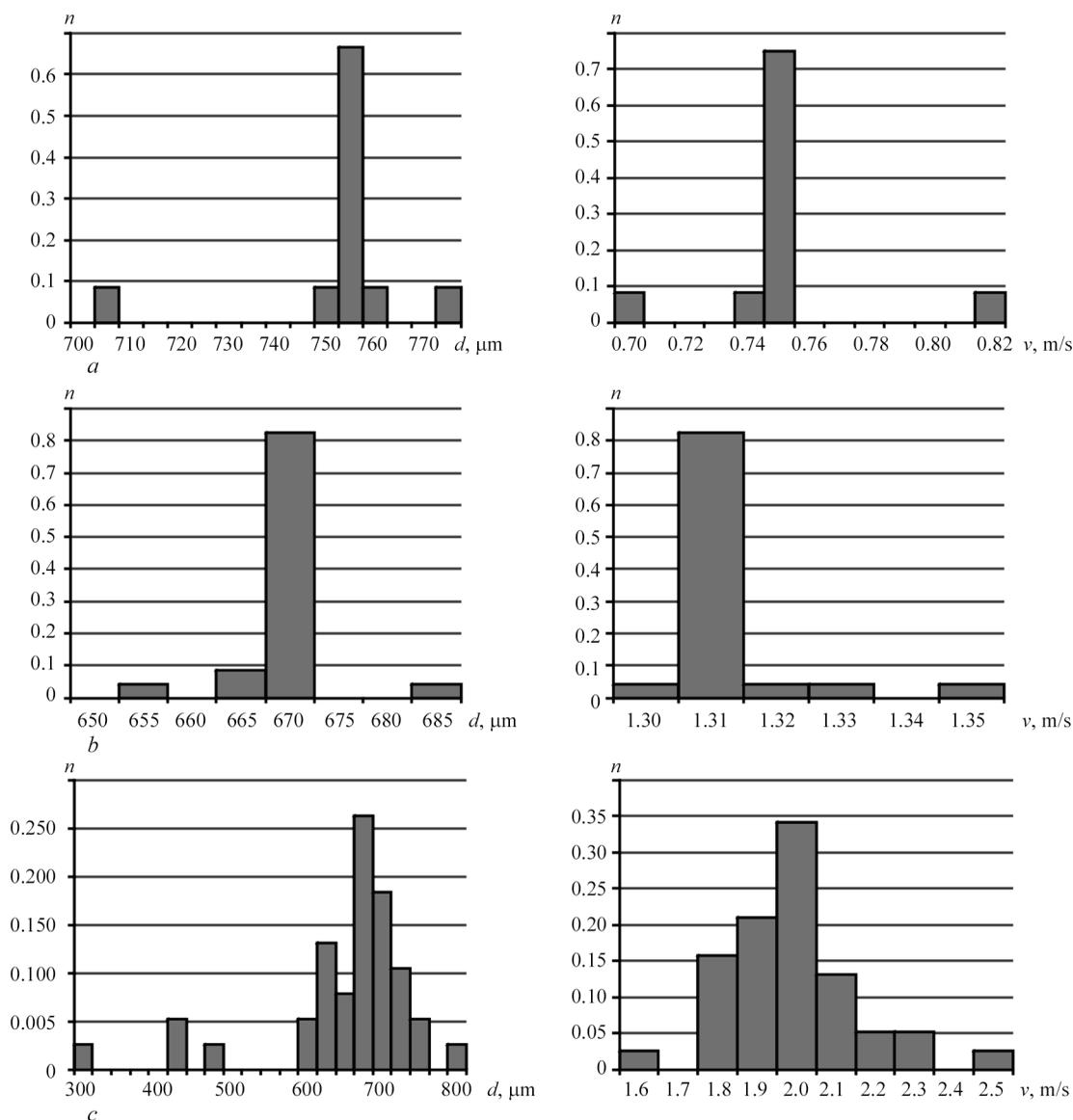


Fig. 8. Distribution of forming droplets in size and initial velocity depending on the wire feed speed: 7 (a); 9 (b); 12 (c) m/min; arc current 200 A; Ar flow rate 1 m<sup>3</sup>/h; wire diameter 1.4 mm

lated process of wire-arc spraying. For example, in (Ref 25–28) investigations of the process of wire-arc spraying by high-speed imaging of the formation and transport of droplets from the tip of the electrodes were conducted. It is shown that during wire-arc spraying the size of droplets detached from the cathode wire is much smaller than the size of droplets detached from the anode wire. In the case of the anode (Ref 25, 26), the diffuse arc attachment heats a large part of the wire surface, creating a small layer of molten metal on the wire. When the molten metal on the wire electrode is stretched in the direction parallel to the jet axis the forces acting on the liquid sheet in opposing directions lead to its breakup. Disturbance on the liquid metal/gas surface of anode sheet which is enhanced by aerodynamic forces leading to the breakup of the thin metal sheet (primary atomization) and formation of ligaments (larger liquid drops), which may

break up in gas stream into smaller drops (secondary atomization) (Ref 25). This scheme of wire atomization qualitatively corresponds to the calculated results received for the plasma-arc spraying. In (Ref 25) in addition to a qualitative description of the formation of droplets, effects of operation parameters on length of anode and cathode sheets, as well as on anode and cathode breakup time were experimentally investigated. It is established that length of an anode sheet is 3.2–4.7 mm, with the breakup time 0.63–2.8 ms, and length of a cathode sheet is 1.3–3.7 mm with the breakup time 0.48–0.9 ms. Unfortunately, obtained in (Ref 25) experimental data cannot be used to estimate the volume or medium-volume diameter of the produced drops after its breaks away from wire tips. Results of calculations (see Fig. 6, 7) show that during plasma-arc spraying the melt jet is pulled at the length of 0.4–3 mm. These results is close to obtained

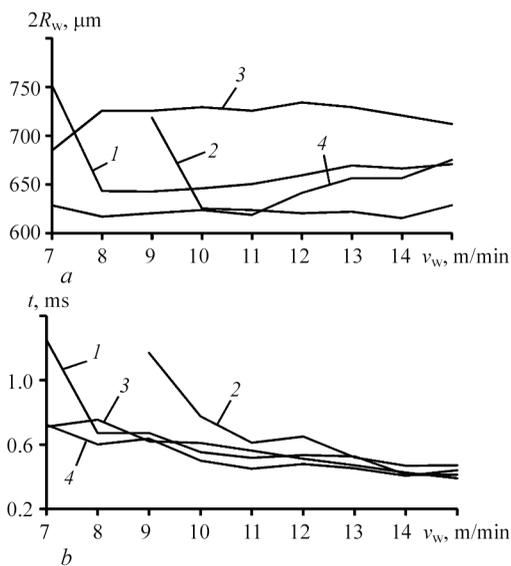


Fig. 9. Effect of the wire feed speed on the average diameter (a) and interval of detachment (b) of forming droplets: 1 — wire diameter 1.4; 2 — 1.2; 3 — 1.6 mm; arc current 200 A; 4 — wire diameter 1.4 mm; arc current 240 A

in (Ref 25) experimental data, however incorrectly to carry out their direct comparison, in view of various conditions of spraying processes.

Another approach to the experimental investigation of the formation of droplets during wire-arc spraying used in (Ref 3) and consisted of measurement of arc voltage trace behavior by oscillograph. This allowed to detect the moments of droplets breakup, and, assuming a constant speed of wire fed to the arc, to estimate the sizes of formed droplets. Thus, according to study (Ref 3), during wire-arc spraying the droplets corresponding in mass to the 500–800  $\mu\text{m}$  diameter ones detach from the steel electrode tips at a detachment interval of 0.5–0.8 ms. The values are in good agreement with the calculated results shown in Fig. 9. Let's note, also, that in contrast to the wire-arc spraying oscillography for plasma-arc spraying does not allow to interpret received results unambiguously. This is due to the fact that during plasma-arc spraying is only one wire atomizing and changes of the thickness of the melt at the wire tip does not significantly affected on the length of the plasma arc. So by the signals latched by oscilloscope it is difficult to separate the moments the droplets breakup from the failure of random fluctuations in the arc voltage.

#### Conclusions

1. The mathematical model was developed, describing hydrodynamic processes occurring in flowing of the jet and formation of liquid metal droplets in a wake high-velocity plasma flow. Using it in combination with the earlier developed models of the plasma jet and thermal state of the wire allows stating the development of the complete mathematical model of the

physical processes occurring in spraying of the anode wire under conditions of plasma-arc wire spraying. This provides the possibility of conducting a detailed quantitative analysis of the processes of heating and melting of the wire, as well as formation and detachment of the molten metal droplets depending on the spraying process parameters.

2. As shown by the conducted numerical analysis, plasma-arc spraying of steel wire results in formation of droplets with a diameter of 600–750  $\mu\text{m}$  and detachment interval of 0.4–0.8 ms. Parameters of the process of formation of the droplets can be adjusted by varying the spraying material consumption (wire feed speed and diameter) and operation mode of the plasmatron.

3. Three types of flowing and splitting of the molten wire metal jet may occur in plasma-arc spraying: jet flow of metal (at wire feed speeds of 5–7 m/min and arc current of about 200 A); formation of droplets of almost identical sizes (at wire feed speeds of 8–12 m/min), and, finally, formation of droplets substantially differing in size (at wire feed speeds of 12–15 m/min).

4. To predict thermal and dynamic characteristics of the particles flying to the workpiece surface, it is necessary to analyse the processes of heating, acceleration, deformation, and splitting of the molten metal droplets in a turbulent plasma flow.

1. Pawlowski L. *Science and Engineering of Thermal Spray Coatings*, 2nd ed., Wiley, Chichester, 2008, 656 p.
2. Heimann R.B. *Plasma Spray Coating: Principles and Applications*, 2nd ed., Wiley-VCH, Weinheim, 2008, p. 427.
3. Korobov Yu.S. Estimation of Forces Affecting the Spray Metal in Electric Arc Metallising, *Paton Weld. J.*, 2004, 7, p. 21–25.
4. Bobzina K., Ernsta F., Richardta K., Schlaefera T., Verpoortb C. and Flores G. Thermal Spraying of Cylinder Bores with the Plasma Transferred Wire Arc process, *Surf. Coat. Technol.*, 2008, 202(18), p. 4438–4443.
5. Wilden J., Bergmann J. P., Jahn S., Reich S., Knapp S., van Rodijnen F., Fischer G. A New Method for the Production of Particle Reinforced Coatings, *Thermal Spray 2007: Global Coating Solutions*, B.R. Marple, M.M. Hyland, Y.-C. Lau, C.-J. Li, R.S. Lima and G. Montavon, Eds, 14–16 May, 2007 (Beijing, People's Republic of China), ASM International, 2007, p. 359–364.
6. Wielage B., Rupprecht C., Paczkowski G., Menzen R., Weissenfels G., Bernhardt H.-U., Runkel M. A New Way in HVOF Technology: CFD Optimized TOPGUN AIRJET for Powder and Wire, *Thermal Spray 2008: Crossing Borders*, E. Lugscheider, Ed., 2–4 June, 2008 (Maastricht, The Netherlands), ASM International, 2007, p. 135–140.
7. Korzhyk V.N., Kharlamov M.Yu., Petrov S.V., Krivtun I.V., Demyanov A.I., Ryabovolok Yu.V. and Shevchenko V.E. Technology and Equipment for Plasma-Arc Spraying of Responsible Details of Railway Transport, *Visnik of the V. Dahl East Ukrainian National University*, 2011, No. 14, p. 76–82. [in Russian].

8. Hu J. and Tsai H.L. Heat and Mass Transfer in Gas Metal Arc Welding. Part I: The Arc, *Int. J. Heat Mass Transf.*, 2007, 50(5–6), p. 833–846.
9. Fan H.G. and Kovacevic R. A Unified Model of Transport Phenomena in Gas Metal Arc Welding Including Electrode, Arc Plasma and Molten Pool, *J. Phys. D: Appl. Phys.*, 2004, 37, p. 2531–2544.
10. Haidar J. and Lowke J.J. Predictions of Metal Droplet Formation in Arc Welding, *J. Appl. Phys.*, 1996, 29, p. 2951–2960.
11. Nemchinsky V. Size and Shape of the Liquid Droplet at the Molten Tip of an Arc Electrode, *J. Phys. D.*, 1994, 27, p. 1433–1442.
12. Kharlamov M.Yu., Krivtsun I.V., Korzhyk V.N., Petrov S.V. and Demianov A.I. Mathematical Model of Arc Plasma Generated by Plasmatron with Anode Wire, *Paton Weld. J.*, 2007, 12, p. 9–14.
13. Kharlamov M.Yu., Krivtsun I.V., Korzhyk V.N., Petrov S.V. and Demianov A.I. Effect of the Type of Concurrent Gas Flow on Characteristics of the Arc Plasma Generated by Plasmatron with Anode Wire, *Paton Weld. J.*, 2008, 6, p. 14–18.
14. Kharlamov M.Yu., Krivtsun I.V., Korzhyk V.N. and Petrov S.V. Heating and Melting of Anode Wire in Plasma Arc Spraying, *Paton Weld. J.*, 2011, 5, p. 2–7.
15. Kharlamov M.Yu., Krivtsun I.V., Korzhyk V.N. and Petrov S.V. Formation of Liquid Metal Film at the Tip of Wire-anode in Plasma-Arc Spraying, *Paton Weld. J.*, 2011, 12, p. 2–6.
16. Kelkar M. and Heberlein J. Wire-Arc Spray Modeling, *Plasma Chem. Plasma Process.*, 2002, 22(1), p. 1–25.
17. Bolot R., Planche M.-P., Liao H. and Coddet C. A Three-Dimensional Model of the Wire-Arc Spray Process and its Experimental Validation, *J. Mater. Process. Technol.*, 2008, 200, p. 94–105.
18. Chon Y., Liang X., Wei S., Chen X. and Xu B. Numerical simulation of the Twin-Wire Arc Spraying Process: Modeling the High Velocity Gas Flow Field Distribution and Droplets Transport, *J. Therm. Spray Technol.*, 2012, 21(2), p. 263–274.
19. Ageev V.A., Belashchenko V.E., Feldman I.E. and Chernouvanov A.V. Analysis of the Methods for Controlling Parameters of the Spraying Particles in Arc Metallising, *Svarochnoye Proizvodstvo*, 1989, 12, p. 30–32, [in Russian].
20. Eggers J. and Dupont T.F. Drop Formation in a One-dimensional Approximation of the Navier-Stokes Equation, *J. Fluid Mech.*, 1994, 262, p. 205–221.
21. Semenov A.P., Kharlamov M.Y. Modelling of the Processes of Formation of Droplets, Flow and Splitting of the Liquid Jet, *Visnik of the V. Dahl East Ukrainian National University*, 2011, No. 3, p. 193–206. [in Russian].
22. Peregrine D.H., Shoker G. and Symon A. The Bifurcation of Liquid Bridges, *J. Fluid Mech.*, 1990, 212, p. 25–39.
23. Wilcox D.C. Turbulence Modeling for CFD. DCW Industries Inc., La Canada, CA, 1994, 460 p.
24. Wente H. The Stability of the Axially Symmetric Pendant Drop, *Pac. J. Math.*, 1980, 88(2), p. 421–470.
25. Hussary N.A. and Heberlein J.V.R. Effect of System Parameters on Metal Breakup and Particle Formation in the Wire Arc Spray Process, *J. Therm. Spray Technol.*, 2007, 16(1), p. 140–152.
26. Hussary N.A. and Heberlein J.V.R. Atomization and Particle-Jet Interactions in the Wire-Arc Spraying Process, *J. Therm. Spray Technol.*, 2001, 10(4), p. 604–610.
27. Pourmousa A., Mostaghimi J., Abedini A. and Chandra S. Particle Size Distribution in a Wire-Arc Spraying System, *J. Therm. Spray Technol.*, 2005, 14(4), p. 502–510.
28. Gedzevicius I. and Valiulis A.V. Analysis of Wire Arc Spraying Process Variables on Coatings Properties, *J. Mater. Process. Technol.*, 2006, 175, p. 206–211.

### 3.3.5. SIMULATION OF MOTION, HEATING, AND BREAKUP OF MOLTEN METAL DROPLETS IN THE PLASMA JET AT PLASMA-ARC SPRAYING\*

M.Yu. KHARLAMOV, I.V. KRIVTSUN, V.N. KORZHYK, Y.V. RYABOVOLYK, O.I. DEMYANOV

**Introduction.** Industry has recently shown considerable interest in plasma and plasma-arc processes associated with spraying of wires and rods. In particular, the problems of spraying wire and rod consumables are encountered in the processes of coating deposition, as well as producing superfine powders. The fact that already completely molten metal particles penetrate into the flow should be regarded as one of the features of coating spray deposition using wire consumables, unlike the processes of thermal powder spraying, in which powder particles in the solid state are injected into the flow of gas or plasma (Ref 1). Moreover, plasma-arc wire spraying opens up broad capabilities of controlling the characteristics of droplets detached from the tip of sprayed wire or rod by changing the conditions of their feeding into the plasma arc. Alongside that, it should be noted that molten metal particles moving in the high-speed plasma jet are deformed and inner motion develops in them, leading to their destruction with formation of finer fragments (Ref 2). Thermal and dynamic interaction of plasma flow with liquid particles also can differ from its respective interaction with solid particles. All this affects the final result of the spraying process. In particular, the structure and properties of coatings formed in such a spraying process are determined in many respects by the dimensions, velocity, and temperature of liquid particles at their collision with the substrate. On the other hand, in a similar process of dispersion of wire and rods to produce fine and superfine powders, it is necessary to achieve the specified fractional composition of disperse phase. Therefore, study of the processes occurring during movement of molten metal particles in the plasma flow is of great importance for further development of plasma and plasma-arc material processing technologies, associated with spraying of wire materials.

At present, the best studied processes are those of motion and heating of solid spherical particles in the gas and plasma flows. Mathematical models describing acceleration and movement trajectories, as well as heating and melting of such particles in the plasma jet, have been developed (Ref 3–6). Features of ther-

mal interaction of plasma with evaporating and exothermally reacting particles of dispersed material have been investigated (Ref 6). Heating of dispersed particles which are exposed to laser irradiation, as well as combined laser-plasma impact, has been studied (Ref 7). As for behavior of molten particles in the plasma jet, this question has been investigated to a much smaller degree. In particular, one can mention study (Ref 8) which proposes the mathematical model of movement, heating, and oxidation of particles at wire-arc spraying (electric-arc metalizing). At the same time, many features of gas-dynamic and thermal interaction of liquid particles with plasma flow still have not been studied. Therefore, the objective of this study is to develop mathematical models, as well as conducting detailed numerical analysis of the processes of movement, heating, and fragmentation of molten metal droplets in the plasma jet for the conditions of plasma-arc wire spraying.

**Models of liquid particle movement and heating in the plasma jet.** Let us consider the main equations, describing the behavior of molten metal droplets, detached from the sprayed wire tip by the plasma flow. We will assume that the initial parameters of droplets entering the plasma jet are determined proceeding from the conditions of dynamic and thermal interaction of the arc plasma flow with the wire material. In particular, we will assume that the coordinates of the point of liquid particle entering the plasma flow  $x_0, z_0$  (Fig. 1) coincide with the position of molten wire tip, which can be determined from the model presented in (Ref 9). The same model is used to determine initial droplet temperature  $T_0$ , which is taken to be equal to the temperature of the melt contained at sprayed wire tip. In its turn, initial values of diameter  $d_0$  and velocity  $w_0$  of movement of a liquid particle formed at wire dispersion are determined on the basis of a model of jet flow of molten wire metal and formation of molten metal droplets in the concurrent high-velocity gas flow (Ref 10).

We will use the approximation of the low-dusted jet to describe the influence of plasma jet on a droplet of molten metal at its motion, heating, and breakup in

\*Journal of Thermal Spray Technology. — 2015. — Vol. 24, Issue 4. — P. 659–670.

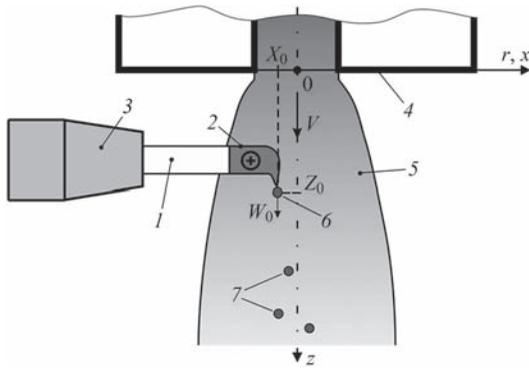


Fig. 1. Schematic of particle entering into the plasma flow in plasma-arc wire spraying: 1 — sprayed wire; 2 — molten part of the wire; 3 — holder; 4 — plasmatron nozzle; 5 — plasma jet; 6 — droplet detaching from molten wire tip; 7 — droplets-particles in the plasma flow

the plasma jet (Ref 7, 11), i.e., the effect of the loss of momentum and energy of the jet due to its interaction with the entire set of particles (droplets) will be neglected. In addition, it is assumed that collisions of the particle and its fragments with other particles (fragments) are improbable.

After detachment of droplets, their movement in the plasma jet is described by the following equations (Ref 3):

$$\frac{d(m\mathbf{w})}{dt} = \mathbf{F}; \quad \frac{d\mathbf{r}}{dt} = \mathbf{w}. \quad (1)$$

Here,  $m(t)$ ,  $\mathbf{w}(t) = (w_x, w_y, w_z)$  and  $\mathbf{r}(t) = (x, y, z)$  are the current values of mass ( $m(0) \equiv m_0 = (4/3)\pi d_0^3 \rho_m$ , where  $\rho_m$  is the molten metal density), velocity vector, and radius-vector of particle position in the selected Cartesian system of coordinates (see Fig. 1);  $\mathbf{F}(t)$  is the resulting force acting on the liquid particle from the plasma side.

It was assumed that the main force acting on the particle is the aerodynamic drag force (Ref 12):

$$\mathbf{F} = 0.5C_d S \rho (\mathbf{v} - \mathbf{w}) |\mathbf{v} - \mathbf{w}|, \quad (2)$$

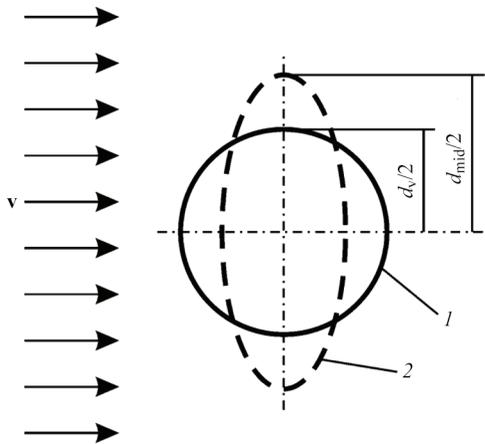


Fig. 2. Schematic representation of molten particle shape at particle movement in the plasma jet: 1 — sphere (undeformed state); 2 — oblate spheroid (deformed state)

where  $C_d$  is the aerodynamic drag coefficient;  $S$  is the cross-sectional area of the particle;  $\mathbf{v}$  is the vector of undisturbed plasma velocity in the particle location point;  $\rho$  is the plasma density.

One of the features of liquid particles motion in the gas (plasma) flow is the fact that as a result of flow influence the particle is deformed, thus changing its midsection, as well as coefficient  $C_d$ . This leads to a change of the aerodynamic drag force  $\mathbf{F}$  acting on the particle (Ref 2, 13, 14). Let us assume that when moving in the plasma jet, the liquid particle, while deforming, takes the shape of an ellipsoid of revolution (oblate spheroid) (Fig. 2), the geometrical dimensions of which will be characterized by dimensionless parameter

$$y = \frac{d_{\text{mid}}}{d_V}, \quad (3)$$

which is the ratio of particle midsection diameter  $d_{\text{mid}}$  to diameter of a sphere of equivalent volume  $d_V$ . Thus, particle midsection area will be given by

$$S = \pi d_V^2 y^2 / 4. \quad (4)$$

To take into account the changes of liquid particle shape at its movement in the plasma flow, we will use the equation proposed in the study (Ref 13):

$$\begin{aligned} & \frac{\pi^2 + \frac{16}{y^6} \frac{d^2 y}{dt^2} - \frac{48}{\pi^2 + 16} \frac{1}{y^7} \left( \frac{dy}{dt} \right)^2}{\pi^2 + 16} + \\ & + \frac{40}{\text{Re}_{\text{def}}} \frac{1}{y^2} \frac{dy}{dt} + \frac{20}{\text{We}} \frac{1}{S_0} \frac{dS}{dy} = \frac{2C_2}{y}. \end{aligned} \quad (5)$$

Here,  $\tilde{t} = t / t^*$  is the dimensionless time;

$$t^* = \frac{d_V}{|\mathbf{v} - \mathbf{w}|} \sqrt{\frac{\rho_m}{\rho}}$$

is the characteristic breakup time (Ref 2);  $C_2 = 2/3$ ;  $\text{Re}_{\text{def}} = |\mathbf{v} - \mathbf{w}| d_V / \eta_m \sqrt{\rho \rho_m}$  is the Reynolds number for melt flow in the droplet (Ref 13);  $\eta_m$  is the dynamic viscosity of molten particle material;  $\text{We}$  is the Weber number, defined as

$$\text{We} = \frac{|\mathbf{v} - \mathbf{w}|^2 d_V \rho}{\sigma}, \quad (6)$$

where  $\sigma$  is the coefficient of surface tension of the droplet liquid metal. Initial conditions required for solution of Eq (5) are assigned as follows:

$$y(0) = 1, \quad \left. \frac{dy}{d\tilde{t}} \right|_{\tilde{t}=0} = 0. \quad (7)$$

Let us describe the method of calculation of aerodynamic drag coefficient  $C_d$  for the liquid particle, which would allow for the features of plasma and plasma-arc processes of wire spraying. In particular, it is necessary to take into account droplet deformation, as well as a broad range of variation of the Reynolds number  $\text{Re}$ , determined as

$$\text{Re} = (\rho |\mathbf{v} - \mathbf{w}| d_v) / \eta, \quad (8)$$

where  $\eta$  is the dynamic viscosity of plasma in the point of particle location. For this purpose, we will use interpolation polynomial proposed in (Ref 15). This polynomial allows the calculation of  $C_d$  for an ellipsoid by the known aerodynamic drag coefficients for disk  $C_{d_{\text{disk}}}$ , sphere  $C_{d_{\text{sphere}}}$  and flattened spheroid with form factor  $E = 0.5$ ,  $C_{d_{0.5}}$ :

$$C_d = 2(E-1)(E-0.5)C_{d_{\text{disk}}} - 4E(E-1)C_{d_{0.5}} + 2E(E-0.5)C_{d_{\text{sphere}}}, \quad (9)$$

where  $E = 1/y^3$  is the aspect ratio of the particle shape ( $E = 1$  for a sphere,  $E \approx 0$  for a disk). As a result, expression (9) takes into account the droplet shape change at its movement in the plasma flow, using known dependencies for determination of  $C_{d_{\text{disk}}}$ ,  $C_{d_{\text{sphere}}}$  and  $C_{d_{0.5}}$  values. In particular, to determine the aerodynamic drag coefficient of a spherical particle  $C_{d_{\text{sphere}}}$ , we will use dependencies (Ref 14), allowing calculations to be performed for a large range of variation of the number Re:

$$C_{d_{\text{sphere}}} = \begin{cases} 24 \text{Re}^{-1}, & \text{Re} < 0.01; \\ 24 \text{Re}^{-1}(1 + 0.1315 \text{Re}^{0.82-0.05 \lg \text{Re}}), & 0.01 < \text{Re} \leq 20; \\ 24 \text{Re}^{-1}(1 + 0.1935 \text{Re}^{0.6305}), & 20 < \text{Re} \leq 260; \\ 10^{1.6425-1.1242 \lg \text{Re}+0.1558 \lg^2 \text{Re}}, & 260 < \text{Re} \leq 1500; \\ 10^{-2.4751+2.5558 \lg \text{Re}-0.9295 \lg^2 \text{Re}+0.1049 \lg^3 \text{Re}}, & 1500 < \text{Re} \leq 1.2 \cdot 10^4. \end{cases} \quad (10)$$

We will determine aerodynamic drag coefficient of a disk  $C_{d_{\text{disk}}}$  from expression (Ref 16)

$$C_{d_{\text{disk}}} = \begin{cases} 64\pi^{-1} \text{Re}^{-1}(1 + 0.138 \text{Re}^{0.792}), & 1.5 \leq \text{Re} \leq 100; \\ 64\pi^{-1} \text{Re}^{-1}(1 + 0.00871 \text{Re}^{1.393}), & 100 \leq \text{Re} \leq 300; \\ 1.17, & \text{Re} > 300, \end{cases} \quad (11)$$

and for drag coefficient of a flattened ellipsoid  $C_{d_{0.5}}$  we will use the following formula (Ref 16)

$$\lg_{10} C_{d_{0.5}} = 2.0351 - 1.660 \lg_{10} \text{Re} + 0.398 (\lg_{10} \text{Re})^2 - 0.0306 (\lg_{10} \text{Re})^3. \quad (12)$$

The thermal state of particles at plasma-arc spraying is determined from the non-stationary heat conduction equation, allowing for the influence of convective, conductive and radiation heat exchange of plasma flow with particle surface, as well as heat

losses associated with removal of the energy of particle material atom evaporation by vapor flow. In the first approximation, for temperature field calculation we will assume a spherical shape of a particle, using current value of diameter of a sphere of equivalent volume  $d_v$ . Use of this approximation is caused by a task to receive, first of all, an average temperature field in a particle that would allow tracking changes in its thermal state at particle movement along the spraying distance, taking into account the possible fragmentation, as well as assessment of the mean bulk temperature of the material forming the coating.

Considering the made assumptions, the non-stationary heat conduction equation for determination of space-time distribution of temperature in such a particle will look like

$$\rho_m \bar{C}_m \frac{\partial T_m}{\partial t} = \frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial r} \left( r^2 \chi_m \frac{\partial T_m}{\partial r} \right). \quad (13)$$

Here,  $T_m(r, t)$  is the space-time distribution of temperature in the particle;  $\chi_m(T)$  and  $\bar{C}_m(T)$  are the coefficient of heat conductivity and effective heat capacity of particle material, determined as

$$\bar{C}_m = c_m(T) + W^{(m)} \delta(T - T^{(m)}), \quad (14)$$

where  $c_m(T)$  is the specific heat capacity of material;  $T^{(m)}$  is the melting temperature;  $W^{(m)}$  is the latent heat of melting;  $\delta(x)$  is the delta-function. The essence of the effective heat capacity determined by formula (14) is set forth in the study (Ref 17): substitution of (14) into the heat conduction Eq (13) transforms the latter into enthalpy form, allowing application of the shock-capturing method, without the need for obvious allocation of interface boundaries.

Boundary conditions for Eq (13) have the following form:

$$-\left( \chi_m \frac{\partial T_m}{\partial r} \right) \Big|_{r=a} = Q_c + Q_r - Q_v, \quad \frac{\partial T_m}{\partial r} \Big|_{r=0} = 0, \quad (15)$$

where  $a(t) = d_v(t)/2$  is the current radius which can vary as a result of particle material evaporation;  $Q_c(t)$ ,  $Q_r(t)$ , and  $Q_v(t)$  are the convective-conductive, and radiation heat flows, as well as specific heat losses associated with surface evaporation of particle material.

Initial condition, required for solution of Eq (13), is assigned as

$$T_m(r) \Big|_{t=0} = T_0 \geq T^{(m)}, \quad (16)$$

where  $T_0$  is the initial particle temperature, taken to be equal to the temperature of the melt, detached from the sprayed wire tip, which can be determined by model (Ref 9).

Let us determine the components of heat exchange between plasma and particles. So, the density of energy flow due to convective-conductive heat exchange

of particle surface with the plasma can be determined on the basis of Newtonian model of heat transfer (Ref 18):

$$Q_c = \alpha(T_p - T_{ms}), \quad (17)$$

where  $T_p$  is the temperature of undisturbed plasma flow,  $T_{ms}$  is the temperature of particle surface,  $\alpha$  is the heat exchange coefficient related to Nusselt number by the following relationship (Ref 2, 3):

$$Nu = (\alpha d_v) / \chi, \quad (18)$$

where  $\chi$  is the coefficient of heat conductivity of plasma calculated at the temperature of undisturbed flow. Nu number can be calculated based on the following dependence (Ref 19):

$$Nu = 2 \frac{\chi_s}{\chi} + 0.5 Re^{0.5} Pr^{0.4} \left( \frac{\rho \eta}{\rho_s \eta_s} \right)^{0.2}. \quad (19)$$

Here,  $Pr = (C_p \eta) / \chi$  is the Prandtl number;  $C_p$  is the heat capacity of plasma in the point of particle location; index  $s$  denotes plasma properties determined at particle surface temperature.

The resulting thermal radiation energy flux is calculated from the following expression (Ref 18):

$$Q_r = \beta \sigma_0 (T_p^4 - T_{ms}^4), \quad (20)$$

where  $\beta$  is the degree of blackness of wire material;  $\sigma_0$  is the Stefan–Boltzmann constant.

Heat flux due to material evaporation from molten particle surface can be calculated by the following expression:

$$Q_v = \varepsilon nu, \quad (21)$$

where  $\varepsilon$  is the latent heat of evaporation per one atom;  $n$ ,  $u$  are the concentration and velocity of metal vapor atoms near the evaporating surface, determined by the procedure described in (Ref 20).

### Breakup of molten particles in the plasma jet.

Let us consider the conditions, at which molten particle breakup takes place in the plasma flow. Weber number  $We$  is the most important of the characteristic parameters, determining the stability and destruction of droplets (Ref 2, 21). Depending on  $We$  values, several breakup modes (or mechanisms) are determined, limited by critical values of  $We^*$  number (Ref 2, 22):

- (1) vibrational breakup  $We = 8-12$ ;
- (2) bag breakup  $12 < We < 50$ ;
- (3) bag-and-stamen breakup  $50 < We < 100$ ;
- (4) sheet stripping  $100 < We < 350$ ;
- (5) wave crest stripping  $We > 350$ ;
- (6) catastrophic breakup  $We > 350$ .

Performed quantitative estimates show that in plasma-arc wire spraying Weber number for a molten particle moving in the plasma flow can vary in the range of 0–80 (Ref 23). That is, under the conditions of plasma-arc spraying, the most characteristic modes

of liquid particle breakup are vibrational breakup, as well as bag and bag-and-stamen breakup.

Note that the above ranges of  $We$  number values are quite conditional and in literature the critical  $We^*$  values (at which a particular breakup mechanism is manifested) show considerable scatter (Ref 21). Nonetheless, in study (Ref 21) a generalized dependence is proposed for  $We^*$  determination, which exactly was used to construct the model of molten particle breakup in the plasma jet. A similarity criterion, based on averaged in time Weber number, is introduced (Ref. 11) for quantitatively allowing of the interaction of the flow on droplet-particle

$$H = t_k^{-1} \int_0^{t_{cr}} We(t) dt, \quad (22)$$

where the integral is taken from the start of the action of aerodynamic forces on the droplet up to moment  $t_{cr}$  of achievement of critical values of Weber number  $We^*$ . Here,  $t_k$  is the period of natural vibrations of the droplet, which according to (Ref 2) can be defined as

$$t_k = 0.25\pi \left\{ \frac{\sigma}{\rho_m d_v^3} - 6.25 \frac{\eta_m^2}{\rho_m d_v^2} \right\}^{-0.5}. \quad (23)$$

In its turn,  $We^*$  value, at which droplet breakup takes place, was determined using equation (Ref 21)

$$We^* = \begin{cases} 13.54 - 0.442L, & \text{if } H \leq H', \\ (17.04 - 0.556L) \exp(-0.028 + \\ + 0.00486L)H, & \text{if } H' \leq H \leq 12.7, \end{cases} \quad (24)$$

$$L = \ln La, \quad H' = 6.41 - 0.331L,$$

where  $La = d_v \rho_m \sigma / \eta_m$  is the Laplace number.

Droplet breakup occurs not instantly, but has a certain time interval, which starts from moment  $t_{cr}$  of the droplet reaching critical values of  $We$  number and ends after complete breakup of the droplet. Studies (Ref 2, 21, 22) give some results of measurement of the time of droplet total destruction  $t_b$  (breakup time), dependent in the general case on determinant breakup criteria ( $We$ ,  $La$  numbers, etc.), as well as breakup mode. In this study, we will determine  $t_b$  value using the results of (Ref 22)

$$\tilde{t}_b = t_b / t^* = \begin{cases} 6(We - 12)^{-0.25}, & 12 \leq We \leq 18, \\ 2.45(We - 12)^{-0.25}, & 18 \leq We \leq 45, \\ 14.1(We - 12)^{-0.25}, & 45 \leq We \leq 351, \\ 0.766(We - 12)^{-0.25}, & 351 \leq We \leq 2670, \\ 5.5, & We \geq 2670. \end{cases} \quad (25)$$

In addition, important time characteristics of the process of droplet breakup include time of breakup induction  $t_i$  (breakup delay), after which breakup becomes noticeable (Ref 2) and which is calculated from moment  $t_{cr}$ . Time  $t_i$  was used in calculations to determine the upper time limit of the applicability of Eq 5, allowing for the change of shape of a molten

particle, which began to break up. Value  $t_1$  was found from the following equation (Ref 24)

$$\tilde{t}_1 = t_1 / t^* = 1.5. \quad (26)$$

It was believed that the particle is breaking up after time  $t_b$  has elapsed since the moment of molten particle achieving critical values of Weber number. Here, it was assumed that the velocity of forming fragments is equal to that of the particle before its breakup, and fragments have a spherical shape. Initial temperature  $(T_i)_0$  of fragments was taken to be equal to volume-averaged temperature of initial particle at the moment of particle breakup, defined as

$$T = \frac{3}{a^3} \int_0^a T(r) r^2 dr. \quad (27)$$

This is attributable to mixing of droplet liquid metal during its breakup. In addition, a mandatory condition for particle fragment formation is the mass balance:

$$m_0 = \sum_{i=1}^{n_f} m_i, \quad (28)$$

where  $m_i$  is the mass of  $i$ -th fragment;  $n_f$  is the number of formed fragments.

Considerable attention should be given to questions related to the number of forming fragments, as well as their size distributions that are now absolutely insufficiently studied. Binary breakup model is often used in modeling flows with droplet breakup, i.e., it is assumed that at occurrence of critical conditions the initial droplet is divided into two, the volume (mass) of which is determined by the specified law of distribution (Ref 25, 26). At the same time, liquid droplet breaking up by the gas flow usually leads to the formation of a multitude of fragments (Ref 2, 27), the number of which is determined by breakup mode, as well as other factors. Therefore, application of higher order breakage scenarios for description of droplet behavior in the plasma flow would be more correct. An approximate estimate of the number of fragments formed at droplet breakup can be made, using expression (Ref 28) applicable for a wide range of multi-phase flows

$$n_f = 2 + 0.9 \left[ \left( \frac{d_v}{d_{cr}} \right) - 1 \right], \quad (29)$$

where  $d_{cr}$  is the stable maximum droplet diameter, at which its breakup will not proceed and which can be assessed as follows (Ref 22):

$$d_{cr} = We^* \frac{\sigma}{\rho |\mathbf{v} - \mathbf{w}|^2}. \quad (30)$$

To determine sizes of fragments formed at droplet breakup, we will use the breakage distribution function offered in one of the few studies devoted to the multiple breakups of particles (Ref 29):

$$h(\varphi_1, \varphi_2, \dots, \varphi_{n_f-1}, k) = \frac{A_p \varphi_1^p \varphi_2^p, \dots, \varphi_{n_f-1}^p \left( k - \sum_{i=1}^{n_f-1} \varphi_i \right)^p}{k^{n_f p + n_f - 1}}, \quad (31)$$

where  $k$ ,  $\varphi_i$  are the volumes of initial droplets and fragments, respectively;  $p$  is the constant, which was taken to be equal to 1 in calculations (Ref 29).

**Modeling results.** The described model was used at numerical analysis of behavior of molten metal particles in the plasma jet, formed by the plasmatron with the external anode wire. Thermal and gas-dynamic characteristics of plasma jet, required for calculations, were precalculated using an earlier developed mathematical model (Ref 30), at the following operating modes of the plasmatron: arc current  $I = 200$  A; plasma gas flow rate (Ar)  $G_1 = 1$  m<sup>3</sup>/h; blowing gas (air) flow rate  $G_2 = 20$  m<sup>3</sup>/h. Initial parameters of molten particles detached from the wire tip, including their average diameter  $\bar{d}_0$ , velocity  $\bar{w}_{x0}$ , and temperature  $\bar{T}_0$ , as well as the point of their entering into the plasma flow  $(x_0, z_0)$ , were determined on the basis of models (Ref 9, 10). During calculations, it was assumed that solid wire from low-carbon steel is sprayed. Wire properties were taken from (Ref 31), its diameter being equal to 1.4 mm, rate of its feeding into the arc was 7–12 m/min, and distance from the wire to plasmatron nozzle edge was 6.3 mm. Data on initial parameters of particles detached from molten wire tip into the plasma flow are summarized in Table 1. Taking into account the specified parameters of modeling of plasma-arc spraying process, we can estimate the applicability of the low-dusted jet approximation, used in the model. This approximation is well justifiable, if the volume fraction of dispersed phase  $\kappa$  does not exceed  $4 \cdot 10^{-4}$  (Ref 7, 11). In plasma-arc spraying, the estimated wire volumetric rate is  $(6-12) \cdot 10^{-4}$  m<sup>3</sup>/h and total gas flow rate is about 21 m<sup>3</sup>/h. In these conditions, the volume fraction of a disperse phase is  $(3-6) \cdot 10^{-5}$  and justifies the use of the low-dusted jet approximation.

Results of computer modeling of molten metal droplet behavior under the considered conditions are presented in Fig. 3 to 6. Figure 3 gives the calculated values of velocity and temperature of the droplet formed at spraying of 1.4 mm diameter wire at the feed rate of 9 m/min, as well as of fragments formed at droplet breakup at their movement along spraying distance in the region of  $6.3 \leq z \leq 35$  mm. As is seen, molten metal droplet, entering into the high-velocity high-temperature plasma flow, is exposed to critical conditions leading to its fast destruction. During breaking up the destroyed droplet has enough time to move for about 7 mm in the plasma flow and after that, for the case

Table 1. Initial parameters of droplets-molten particles detached from the sprayed wire tip

No	$I, A$	$G(Ar), m^3/h$	$D_w, mm$	$v_w, m/min$	$\bar{d}_0, \mu m$	$\bar{w}_{x0}, m/s$	$\bar{T}_0, K$	$z_0, mm$	$x_0, mm$
1	200	1.0	1.4	7	755	0.75	1774.39	6.3	0.74
2				9	670	1.31	1773.39		0.62
3				12	650	1.85	1774.10		0.48

shown in Fig. 3, it breaks up into 6 fragments of 248, 306, 356, 396, 400, and 440  $\mu m$  diameter. Reduction of fragment mass, compared to that of the initial droplet, intensifies acceleration and heating of formed fragments in the plasma jet. Finer fragments (of 248, 306, 356  $\mu m$  diameter) also break up shortly, while larger ones (396, 400 and 440  $\mu m$ ) have enough time to cover a longer distance in the plasma jet before their destruction. Further on, multiple secondary breakups of fragments are observed (see Fig. 3). The finest fragments are heated fast enough over their volume up to material boiling temperature, which results in part of formed fragments starting to loose their mass at distance  $z > 30 mm$ , due to material evaporation from the surface.

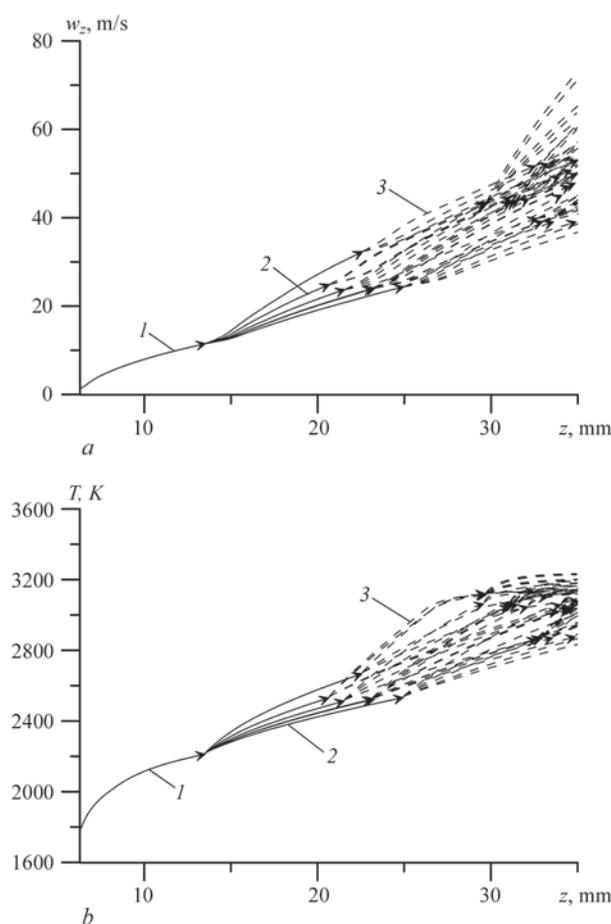


Fig. 3. Change of movement speed (a) and average temperature (b) of initial molten particle, as well as its fragments formed as a result of breakup at movement along spraying distance: 1 — initial droplet ( $w_0 = 1.31 m/s, d_0 = 670 \mu m$ ); 2 — initial droplet fragments; 3 — secondary fragments formed at subsequent breakups

Generalized data on acceleration, heating, and breakup of molten particles and their fragments in the plasma flow are given in Fig. 4. In particular, this Figure shows calculated values of the number of particles in each section of the jet, as well as change of averaged values of velocity, temperature, average diameter, and Weber number along the spraying distance for particles in polydisperse flow, formed at breaking up of a droplet detached from the sprayed wire tip under the plasma-arc spraying conditions. The results are given for three modes, differing by wire feed rate  $v_w$  and, therefore, also by initial parameters of the droplets detached from the sprayed wire tip (see Table 1). As is seen from the given calculation results, multiple breakups of particles and their fragments moving in the plasma jet take place at plasma-arc spraying. In particular, about 200–300 fragments of average diameter of 90–110  $\mu m$  are formed from the initial droplets of 670–755  $\mu m$  diameter over spraying distance of 150 mm, as a result of multiple breakups.

Proceeding from calculation results two most characteristic regions of breakup of liquid particles and their fragments can be singled out. In the first region (near plasmatron nozzle edge), which is characterized by high values of plasma velocity and temperature and at the considered spraying mode has the length of about 60 mm, the most intensive particle breakup takes place (see Fig. 4, c, d). In this region, Weber number for particles is significantly higher than the critical value of Weber number  $We^*$ , leading to their intensive breakup. In the second region (at  $z > 60 mm$ , see Fig. 4), changes in the particle flow are caused by the reduction (as a result of fragmentation) of particles sizes and by the reduction of the relative velocity of the plasma and particles at increased distance from the nozzle of the plasma torch. Molten particles undergo gradual increase of the aerodynamic drag force due to the change of particle shape that after a certain time can also lead to their destruction. Particles breakup practically always stops at a distance of about 120 mm from the plasmatron nozzle edge; as under corresponding flowing conditions, the time of development of particle deformation and breakup processes becomes commensurable or exceeds the time required for the particles to reach the sprayed surface.

Breakup processes have an essential influence on thermal and dynamic characteristics of sprayed

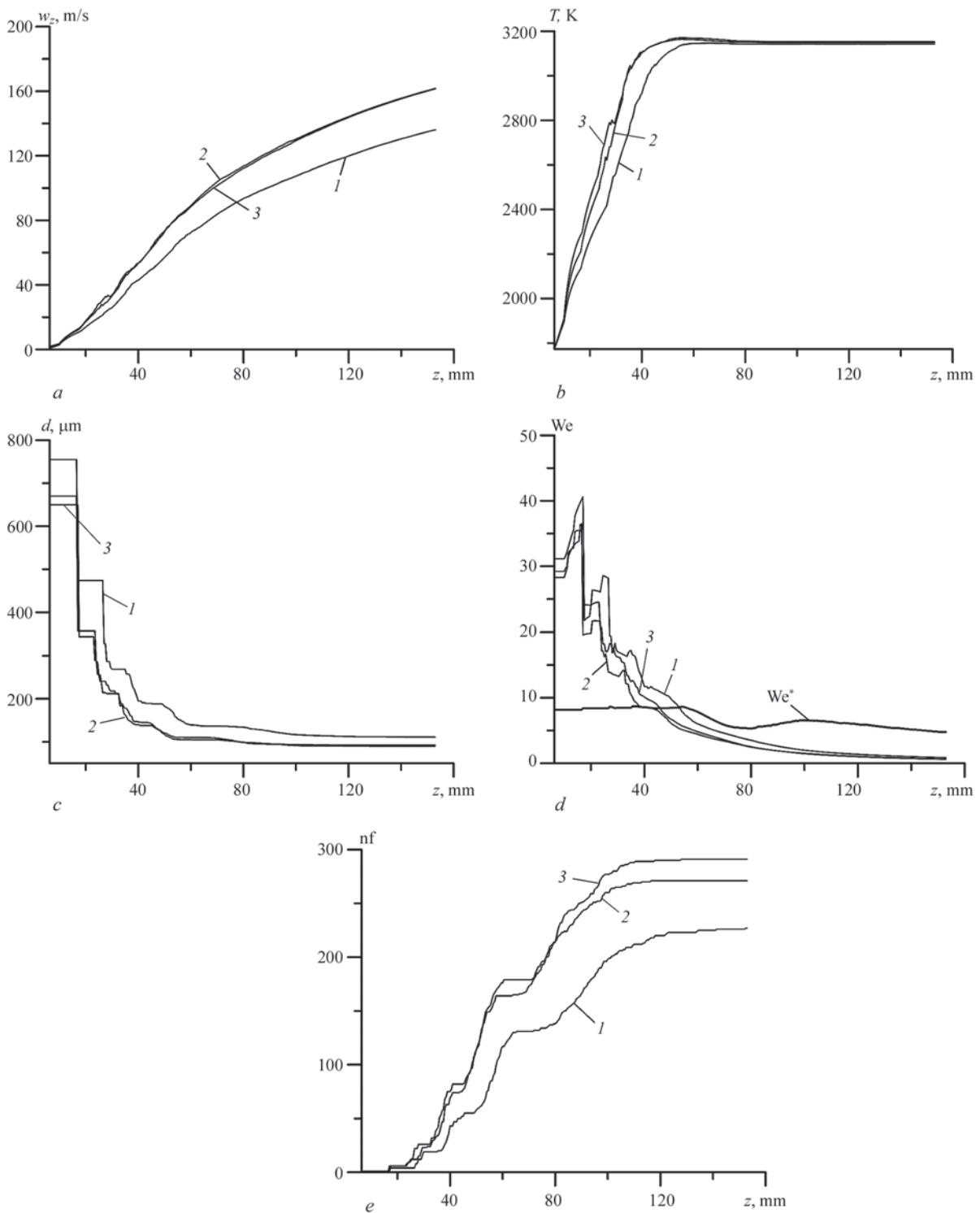


Fig. 4. Change of average values of velocity (a), volume-averaged temperature (b), diameter (c), Weber number (d), as well as number of particles (e) in the dispersed flow, formed at breakup of a droplet detached from the sprayed wire tip along spraying distance: 1 —  $d_0 = 755 \mu\text{m}$ ,  $w_0 = 0.75 \text{ m/s}$ ; 2 —  $d_0 = 670 \mu\text{m}$ ,  $w_0 = 1.31 \text{ m/s}$ ; 3 —  $d_0 = 650 \mu\text{m}$ ,  $w_0 = 1.85 \text{ m/s}$

particles. As a result of intensive breakup, practically all the particles in the flow reach boiling temperature already at the distance of  $\sim 80 \text{ mm}$  from plasmatron nozzle edge (see Fig. 4, b). The magnitude of particles acceleration decreases even despite the reduction of the mass of particles as a result of their breakup, which is associated with lowering of plasma jet velocity (Ref 30).

Trajectories of molten particles movement in the plasma jet are of great interest in terms of prediction of spraying material distribution over the spraying spot. As multiple breakups of the initial droplet detached from the molten wire tip result in formation of a cluster consisting of several hundreds of particles of different size, it is extremely difficult to analyze the individual trajectories of their movement. Instead,

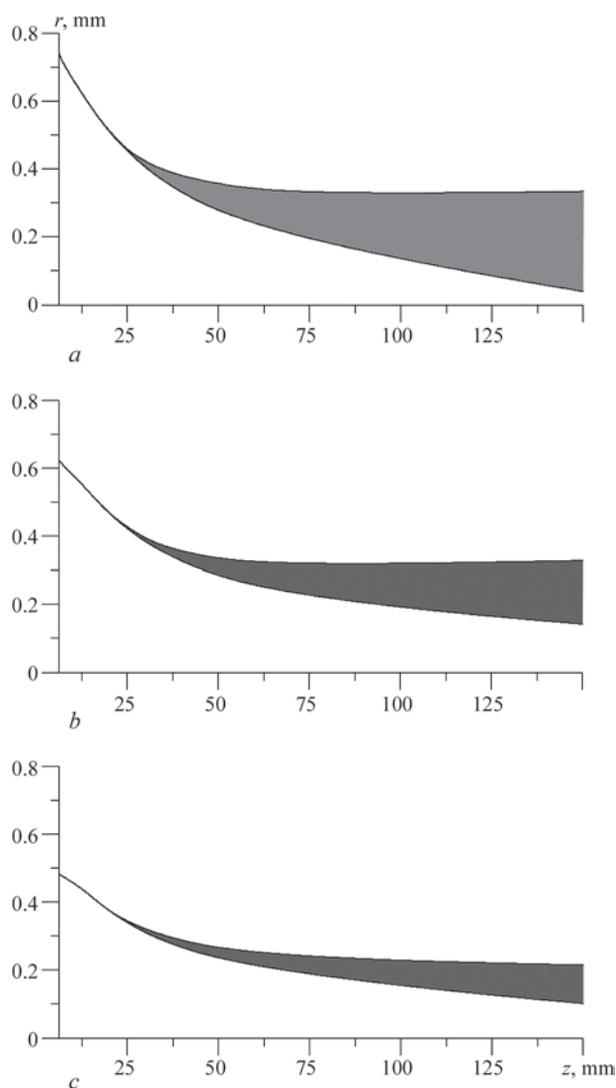


Fig. 5. Regions of motion of the fragments of molten droplet detached from the wire tip ( $r$  — distance from the axis of symmetry,  $z$  — distance from the edge of the plasma torch):  $a$  —  $d_0 = 755 \mu\text{m}$ ,  $w_0 = 0.75 \text{ m/s}$ ;  $b$  —  $d_0 = 670 \mu\text{m}$ ,  $w_0 = 1.31 \text{ m/s}$ ;  $c$  —  $d_0 = 650 \mu\text{m}$ ,  $w_0 = 1.85 \text{ m/s}$

Fig. 5 shows regions in a plane passing through the wire and the plasma jet axis, in which movement of fragments of initial droplet (fragments spread area) takes place. As is seen from the presented results, the width of fragment movement area gradually increases, when fragments approach the substrate. Transverse dimensions of the region, in which their movement takes place, depend on initial particle size, as well as the point of its entering the plasma flow that is determined by spraying mode parameters. In particular, at breaking off of a large-diameter particle from the molten wire tip that corresponds to low wire feed rates, the fragment spread area becomes wider, along with considerable displacement of particle entrance region relative to the plasma jet axis (see Fig. 5).

Finally, let us consider the distributions of particles, formed as a result of breakup at distance  $z = 150 \text{ mm}$  from plasmatron edge (assumed spraying

distance), by velocities, temperatures, and dimensions (Fig. 6). Distribution data can be useful at analysis of the conditions of coating deposition, formation of their structure and properties. As follows from this Figure, in spraying mode #1 (see Table 1), when wire feed rate is equal to  $7 \text{ m/min}$ , the main bulk of particles approaching the substrate has the dimensions of  $80\text{--}140 \mu\text{m}$ . At increase of wire feed rate up to  $9 \text{ m/min}$  (mode #2), the main bulk of particles is of  $60\text{--}90 \mu\text{m}$  size. Here, dispersion of particle distribution by velocity and temperature turns out to be smaller, i.e., coating will be formed by a flow of particles of practically the same size, having close values of velocity and temperature. Note that part of particles approaching the substrate has the velocity exceeding that of the main particles bulk by  $1.5\text{--}2$  times and more. Accordingly, such particle sizes turn out to be much smaller than the average particle size in a dispersed flow. As to particle temperature, as was mentioned above at analysis of results shown in Fig. 4, the greater part of them at the moment of collision with the substrate has the temperature, corresponding to material boiling temperature ( $3133 \text{ K}$ ), or slightly exceeding it which is typical for particles of smaller-sized fractions.

Proceeding from the calculated data, it is possible to estimate the probability of collision of droplets and their fragments at their motion in a plasma jet. The following expression can be used

$$P_c(T \in (t, t + dt)) = N\pi\bar{d}^2\bar{v}dt, \quad (32)$$

determining probability of collision  $P_c$  during time  $dt$  of particles of an average diameter  $\bar{d}$ , velocity  $\bar{v}$ , and volume concentration  $N$ . Considering that the calculated average particle diameter is approximately  $100 \mu\text{m}$ , their average motion velocity is  $70 \text{ m/s}$ , and choosing  $dt$  equal to the average in-flight time of particles, the average number of particles in the flow is in the interval of  $[700\text{--}1200]$  (depending on wire feed rate). Consequently, the probability of their collision is in the interval of  $(7\text{--}12)\cdot 10^{-3}$ , which justifies the assumption of non-colliding particles and fragments.

*Comparison with experimental data.* Comparison of calculated size distribution of particles at spraying distance with experimentally measured ones was performed for experimental verification of the proposed mathematical model of heating, movement, and breakup of molten particles. Experimental study of the process of plasma-arc wire spraying was performed using steel wire of  $1.6\text{-mm}$  diameter (Sv-08A). Particles were collected by spraying of a wire into water, and particle size distribution was determined by mesh analysis with particle separation into  $25\text{--}45$ ,  $45\text{--}75$ ,  $75\text{--}100$ , and more than  $100 \mu\text{m}$  fractions with their

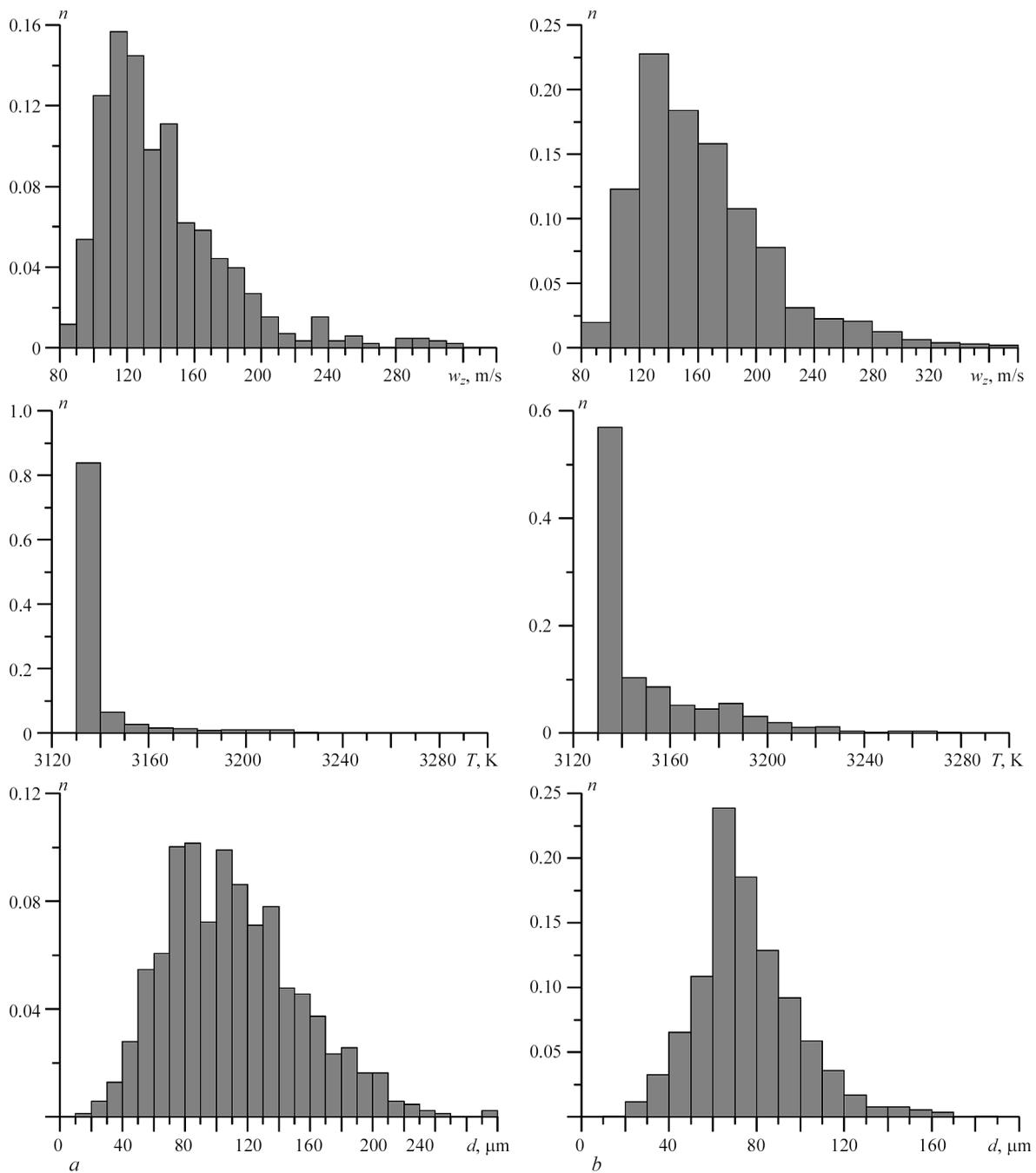


Fig. 6. Distribution of particles formed at breakup of a droplet detached from the sprayed wire tip, by velocities, volume-averaged temperatures and diameters at spraying distance of 150 mm: *a* —  $d_0 = 755 \mu\text{m}$ ,  $w_0 = 0.75 \text{ m/s}$ ; *b* —  $d_0 = 670 \mu\text{m}$ ,  $w_0 = 1.31 \text{ m/s}$

subsequent weighing. Experimental conditions are summarized in Table 2.

At computer modeling of the process of plasma-arc spraying for mode parameters given in Table 2, characteristics of plasma jet generated by the plasmatron (Ref 30) and parameters of droplets stripped off the wire (Ref 9, 10) were determined, and then their behavior in the plasma jet was modeled. Figure 7 gives experimentally determined and corresponding to them calculated values of particle mass fraction  $m$  within the above-mentioned fractions. As follows from comparison of the data given in this Figure, the proposed mathematical model quite well describes

behavior of molten particles in the plasma flow, allowing for their breakup. At the same time, certain discrepancy between the calculated and experimental data concerning formation of fragments of very small sizes ( $< 45 \mu\text{m}$ ) should be noted. One can say that

**Table 2. Experimental conditions of plasma-arc spraying**

No	Current, A	Voltage, V	Flow rate, Ar, l/min	Wire feed rate, m/min	Wire diameter, mm	Distance to wire, $z_0$ , mm
1	260	60	20	9	1.6	10
2	220	55				10
3	300	62				10
4	220	60				12

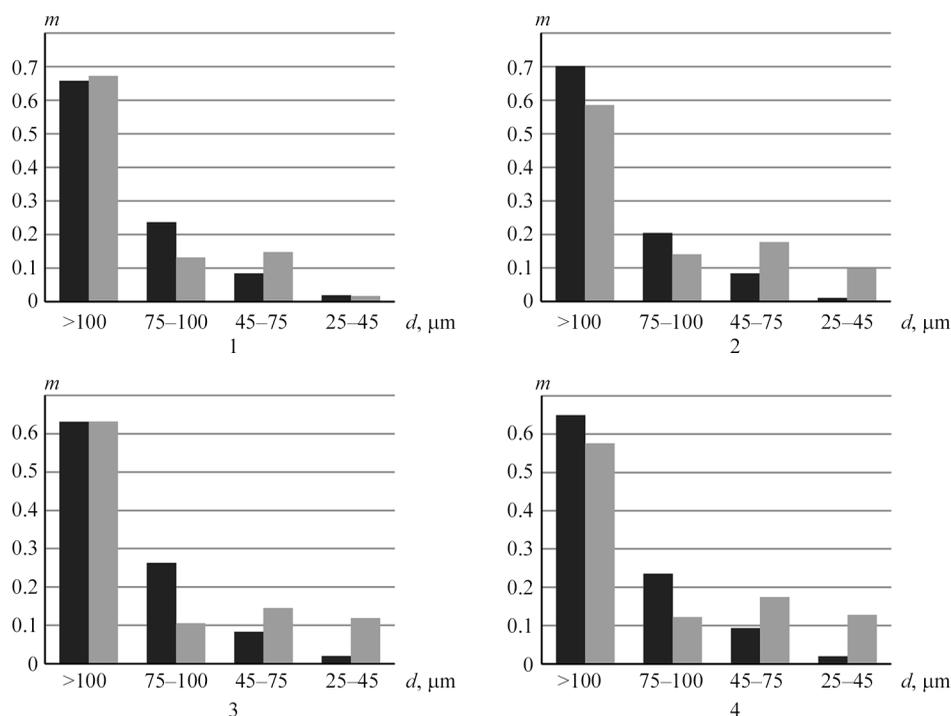


Fig. 7. Comparison of calculated (dark grey bar) and experimental (light grey bar) data by size distribution of products of plasma-arc spraying of wire at spraying distance of 150 mm (histograms 1–4 correspond to spraying modes given in Table 2)

analysis of experimental results of spraying into water requires taking into account the not-spherical form of solidified particles due to deformation of droplets when they collide with the water. Furthermore, it suggests the need for further development of the models of liquid particle breaking up in the plasma flow. In particular, it concerns breakup criteria and time characteristics, as well as breakage distribution function.

### Conclusions

1. The mathematical model was developed, describing the processes of heat and dynamic interaction of plasma jet with molten particles formed at plasma-arc spraying of wire consumables. This model allows determination of velocity, trajectories and heat state of liquid particles, allowing for their aerodynamic breakup in the plasma. Comparison of results of computer modeling of molten metal particle behavior in the plasma jet with experimental data showed that they are in quite good agreement.

2. Allowing for deformation and breakup of molten particles within the proposed model provides an explanation for formation of fragments of dimensions much smaller (by 6 or more times) than those of the droplets, detached from the molten wire tip in plasma-arc spraying that is observed experimentally.

3. Breakup of molten metal droplets detached from the sprayed wire proceeds by the following scenario. In the first region of plasma jet (at  $z < 60$  mm), when Weber number for the particles exceeds the critical value, their breakup is practically instantaneous, then

(at  $60 \text{ mm} < z < 120 \text{ mm}$ ) the fragments are exposed to smoothly increasing of aerodynamic drag force due to a change of their shape that, after a certain time, leads to their subsequent breakup, which is over at about 120-mm distance from plasmatron nozzle edge.

4. Numerical analysis of molten particle behavior in plasma-arc wire spraying showed that at plasmatron operation at 200 A current and plasma gas flow rate of  $1 \text{ m}^3/\text{h}$  the optimum wire feeding rate into the plasma arc (in terms of achieving the most uniform dispersed composition of particles forming the coating) is 9 m/min and more, at which the greater part of the particles at spraying distance of 150 mm will have a diameter of 50–100  $\mu\text{m}$  and the velocity of collision with the substrate of 100–180 m/s, at temperature slightly higher than temperature of their material boiling (3133 K).

1. Pawlowski L. *Science and Engineering of Thermal Spray Coatings*, 2nd ed., Wiley, New York, 2008.
2. Nigmatulin R.I. *Dynamics of Multiphase Media*, Vol 1, Taylor & Francis, Philadelphia, 1990.
3. Borisov Yu.S., Krivtsun I.V., Muzhichenko A.F., Lugscheider E. and Eritt U. Computer Modelling of the Plasma Spraying Process, *Paton Weld. J.*, 2000, 12, p. 40–50.
4. Remesh K., Yu S. C. M., Ng H. W. and Berndt C. C. Computational Study and Experimental Comparison of the In-flight Particle Behavior for an External Injection Plasma Spray Process, *J. Therm. Spray Technol.*, 2003, 12(4), p. 508–522.
5. Li H.-P. and Chen X. Three-dimensional Simulation of a Plasma Jet with Transverse Particle and Carrier Gas Injection, *Thin Solid Films*, 2001, 390, p. 175–180.
6. Borisov Yu.S., Zatserkovny A.S. and Krivtsun I.V. Mathematical Modelling of the Process of Plasma Spraying of Compos-

- ite Powders Allowing for the Exothermic Reaction of Synthesis of Coating Material, *Paton Weld. J.*, 2004, **1**, p. 22–24.
7. Borisov Yu., Bushma A. and Krivtsun I. Modeling of Motion and Heating of Powder Particles in Laser, Plasma, and Hybrid Spraying, *J. Therm. Spray Technol.*, 2006, **15**(4), p. 553–558.
  8. Korobov Yu.S., Boronenkov V.N. Calculation of the parameters of movement, heating and oxidation of particles at electric-arc metalizing, *Svarochnoje proizvodstvo*, 1998, No 9, p. 9–13 (in Russian).
  9. Kharlamov M.Yu., Krivtsun I.V., Korzhik V.N. and Petrov S.V. Formation of Liquid Metal Film at the Tip of Wire-anode in Plasma-arc Spraying, *Paton Weld. J.*, 2011, **12**, p. 2–6.
  10. Kharlamov M.Yu., Krivtsun I.V. and Korzhyk V.N. Dynamic Model of the Wire Dispersion Process in Plasma-Arc Spraying, *J. Therm. Spray Technol.*, 2014, **23**(3), p. 420–430.
  11. Pfender E. and Chang C.H. Plasma Spray Jets and Plasma-Particulate Interaction: Modeling and Experiments, *Thermal Spray: Meeting the Challenges of the 21st Century*, C. Coddet, Ed., May 25–29, 1998 (Nice, France), ASM International, Materials Park, 1998, p. 315–327.
  12. Landau L.D., Lifshitz E.M. *Fluid Mechanics*, 2nd ed. (Course of Theoretical Physics, Vol. 6), Butterworth-Heinemann, Boston, 1987.
  13. Schmehl R. Advanced Modeling of Droplet Deformation and Breakup for CFD Analysis of Mixture Preparation, *ILASS-Europe 2002, September 9–11, 2002* (Zürich, Schweiz), ILASS, 2002, p. 1–10. <http://www.ilasseurope.org/ICLASS/ilass2002/papers/012.pdf>.
  14. Clift R., Grace J.R., Weber M.E. *Bubbles, Droplets, and Particles*, Dover Publications, New York, 2005.
  15. O'Donnell B.J. and Helenbrook B.T. Drag on Ellipsoids at Finite Reynolds Number, *Atomization Sprays*, 2005, **15**(4), p. 363–376.
  16. Michaelides E.E. *Particles, Bubbles and Droplets: Their Motion, Heat and Mass Transfer*, World Scientific Publ., New Jersey, 2006.
  17. Samarskii A.A. and Moiseyenko B.D. An Economic Continuous Calculation Scheme for the Stefan Multidimensional Problem, *USSR Comput Math. Math. Phys.*, 1965, **5**(5), p. 43–58.
  18. Kutateladze S.S. *Fundamentals of Heat Transfer*, Academic Press, New York, 1963.
  19. Dresvin S.V., Donskoj A.V., Goldfarb V.M. and Klubnikin V.S. *Physics and Technology of Low-temperature Plasma*, Atomizdat, 1972 (in Russian).
  20. Knight Ch.J. Theoretical Modeling of Rapid Surface Vaporization with Back Pressure, *AIAA J.*, 1979, **17**(5), p. 519–523.
  21. Podvisotskii A.M., Dubrovskii V.V. Critical Conditions of Droplet Breakup by Gas Flow, *Phys. Aerodispersed Syst.*, 1998, **37**, p. 32–37, (in Russian). [http://phys.onu.edu.ua/files/journals/fas/articles/37/fas37\\_podvisockiy.pdf](http://phys.onu.edu.ua/files/journals/fas/articles/37/fas37_podvisockiy.pdf).
  22. Pilch M. and Erdman C.A. Use of Breakup Time Data and Velocity History Data to Predict the Maximum Size of Stable Fragments for Acceleration-induced Breakup of Liquid Droplet, *Int. J. Multiphase Flow*, 1987, **13**, p. 741–757.
  23. Kharlamov M.Yu., Krivtsun I.V. and Korzhyk V.N. Numerical Simulation of Movement, Heating and Breakup of Particles, Formed at Wire Dispersion Under the Conditions of Plasma-arc Spraying, *Mathematical Modeling and Information Technologies in Welding and Related Processes: Proceedings of 6th Intern. Conf.*, V.I. Makhnenko, Ed., May 29–June 1, 2012, (Katsiveli, Crimea, Ukraine), E.O. Paton Electric Welding Institute of the NAS of Ukraine, 2012, p. 147–155.
  24. Guildenbecher D.R., Lopez-Rivera C. and Sojka P.E. Secondary Atomization, *Exp. Fluids*, 2009, **46**(3), p. 371–402.
  25. Lasheras C., Eastwood C., Martinez-Bazan C. and Montanes J.L. A Review of Statistical Models for the Break-up of an Immiscible Fluid Immersed into a Fully Developed Turbulent Flow, *Int. J. Multiphase Flow*, 2002, **28**(2), p. 247–278.
  26. Marchetti J.M., Patruno L.E., Jakobsen H.A. and Svendsen H.F. Mathematical Framework for Higher Order Breakage Scenarios, *Chem. Eng. Sci.*, 2010, **65**, p. 5881–5886.
  27. Andersson R. and Andersson B. On the Breakup of Fluid Particles in Turbulent Flows, *AIChE J.*, 2006, **52**(6), p. 2020–2030.
  28. Bahmanyar H. and Slater M.J. Studies of Droplet Break-up in Liquid-Liquid Systems in a Rotating Disc Contactor. Part I: Condition of no Mass Transfer, *Chem. Eng. Technol.*, 1991, **14**, p. 79–89.
  29. Hill P.J. and Ng K.M. Statistics of Multiple Particle Breakage, *AIChE J.*, 1996, **42**(6), p. 1600–1611.
  30. Kharlamov M.Yu., Krivtsun I.V., Korzhik V.N., Petrov S.V. and Demianov A.I. Mathematical Model of Arc Plasma Generated by Plasmatron with Anode Wire, *Paton Weld. J.*, 2007, **12**, p. 9–14.
  31. Hu J. and Tsai H.L. Heat and Mass Transfer in Gas Metal Arc Welding. Part I: The Arc, *Int. J. Heat Mass Transfer*, 2007, **50**(5–6), p. 833–846.



## **Раздел 4**

---

### **ГИБРИДНЫЕ ЛАЗЕРНО-ДУГОВЫЕ И ЛАЗЕРНО-ПЛАЗМЕННЫЕ ПРОЦЕССЫ СВАРКИ И ОБРАБОТКИ МАТЕРИАЛОВ**

Статьи и доклады данного раздела посвящены теоретическому исследованию и математическому моделированию физических процессов, протекающих при гибридной лазерно-дуговой (лазерно-плазменной) сварке и обработке материалов. Основное внимание в них уделено вопросам непосредственного взаимодействия сфокусированного излучения  $\text{CO}_2$ -лазера с плазмой электрической дуги, формированию в этой системе особого типа газового разряда — комбинированного лазерно-дугового разряда и его использованию для генерации низкотемпературной плазмы с особыми свойствами при помощи специальных устройств — интегрированных горелок и плазмотронов прямого и косвенного действия. Кроме того, в ряде работ рассмотрены процессы комбинированного воздействия дуговой плазмы и взаимодействующего с ней лазерного пучка на компактные и дисперсные материалы при гибридной сварке, порошковой наплавке и напылении покрытий.

#### **4.1. ВЗАИМОДЕЙСТВИЕ ЛАЗЕРНОГО ИЗЛУЧЕНИЯ С ДУГОВОЙ ПЛАЗМОЙ, ЛАЗЕРНО-ДУГОВОЙ РАЗРЯД И ПЛАЗМОТРОНЫ НА ЕГО ОСНОВЕ**

Представленные ниже работы в основном касаются проблемы взаимодействия сфокусированного пучка излучения  $\text{CO}_2$ -лазера непрерывного действия с плазмой электрической дуги постоянного тока, горящей в потоке инертного газа атмосферного давления, при коаксиальном объединении пучка и дуги с помощью интегрированных горелок или плазмотронов.

В работе [4.1.1] предложена одномерная математическая модель плазмы столба электрической дуги в канале сопла плазмотрона, продуваемого ламинарным потоком инертного газа, на которую воздействует сфокусированный пучок лазерного излучения, распространяющийся вдоль оси канала. Для описания столба такого разряда использована модель равновесной плазмы, а взаимодействие лазерного излучения с дуговой плазмой описано в рамках модели обратно-тормозного поглощения. На основе предложенной модели проведен детальный численный анализ влияния гауссова пучка излучения  $\text{CO}_2$ -лазера (мощность излучения до 1,5 кВт, эффективный радиус пучка 0,5 мм) на характеристики плазмы аргоновой дуги в канале (ток дуги в диапазоне 5...200 А, радиус канала 2,5 мм). Установлено существенное влияние дополнительного лазерного нагрева дуговой плазмы на радиальные распределения ее температуры, плотности электрического тока, скорости и газодинамического давления плазменного потока. Впервые показано, что при определенных условиях в рассматриваемой системе реализуется особый тип газового разряда — комбинированный лазерно-дуговой разряд, характеристики которого существенно отличаются от таковых для обычного дугового разряда и оптического разряда, поддерживаемого лазерным излучением. Необходимым условием реализации такого разряда является соизмеримость энергии, вкладываемой в дуговую плазму лазерным пучком, с энергией, которая выделяется в ней в результате протекания электрического тока.

В работе [4.1.2] предложено использовать комбинированный лазерно-дуговой разряд для создания нового класса генераторов низкотемпературной плазмы — интегрированных лазерно-дуговых плазмотронов для реализации гибридных лазерно-плазменных процессов сварки, резки, наплавки, напыления, термообработки поверхности и др. Разработаны 2D математическая модель физических процессов, протекающих при взаимодействии сфокусированного лазерного пучка с плазмой столба электрической дуги, соосно объединяемых в лазерно-дуговом плазмотроне прямого действия, а также модель катодных процессов для трубчатого тугоплавкого катода специальной конструкции, позволяющей обеспечивать такое объединение. Основу первой модели составили записанные в приближении пограничного слоя уравнения магнитной газовой динамики равновесной дуговой плазмы с учетом ее дополнительного локального нагрева сфокусированным лазерным излучением, а также параболическое уравнение для определения комплексной амплитуды электрического поля лазерного пучка при его распространении и поглощении в неоднородной плазме. Для моделирования катодных процессов использован подход, детально описанный в работе [4.1.3] и учитывающий комплекс взаимосвязанных физических явлений, которые протекают в теле катода, на его поверхности и в неравновесной прикатодной плазме. Определенная в результате решения уравнений модели катодных процессов температура плазмы на внешней границе катодного слоя выбрана в качестве граничного условия для модели столба комбинированного разряда. Предложенная комплексная модель позволяет самосогласованным образом определять пространственные распределения температуры, плотности электрического тока, скорости и другие характеристики плазмы, генерируемой с помощью лазерно-дугового плазмотрона, а также пространственное распределение интенсивности взаимодействующего с ней лазерного пучка.

Работа [4.1.3] посвящена разработке модели катодных процессов для трубчатого термоэмиссионного катода лазерно-дугового плазмотрона осесимметричной схемы. Данная модель позволяет учитывать дополнительный нагрев рабочей поверхности катода пропускаемым через него сфокусированным лазерным пучком. Проведено детальное компьютерное моделирование катодных процессов для рассматриваемого катода. Показано, что с помощью дополнительного лазерного нагрева внутренней поверхности трубчатого термокатада можно эффективно управлять характеристиками катодных процессов и, как следствие, характеристиками плазмы в прикатодной области разряда. Полученные результаты положены в основу создания конструкции катодного узла лазерно-дугового плазмотрона для порошковой наплавки. Экспериментальные исследования данного плазмотрона продемонстрировали высокую стабильность его работы и стойкость разработанного трубчатого термокатада.

В докладе [4.1.4] подробно описаны математические модели и проведено детальное численное исследование физических процессов, которые протекают при взаимодействии сфокусированного лазерного пучка с плазмой столба сжатой дуги, объединяемых с помощью интегрированного лазерно-дугового плазмотрона. Предложена также модель процессов их совместного воздействия на обрабатываемый материал при гибридной лазерно-плазменной сварке и термообработке поверхности. Выполнены теоретические исследования, разработаны математические модели и проведен численный анализ процессов взаимодействия потока дуговой плазмы и лазерного излучения с различными дисперсными материалами при плазменном, лазерном и лазерно-плазменном порошковом напылении. Разработаны принципы построения и методы расчета лазерно-дуговых плазмотронов прямого и косвенного действия (в том числе при работе в турбулентном режиме течения плазмообразующего газа), предназначенные для практической реализации гибридных технологических процессов сварки, наплавки, термообработки поверхности и нанесения покрытий.

В работах [4.1.5, 4.1.6] предложена самосогласованная математическая модель процессов энерго-, массо- и электропереноса в плазме столба и анодной области свободногорящей электрической дуги с тугоплавким катодом при сварке в инертном газе (ТИГ), на которую воздействует сфокусированный пучок излучения  $\text{CO}_2$ -лазера, распространяющийся вдоль столба дуги. Для математического описания протекающих в такой системе физических процессов использована однотемпературная модель дуговой плазмы, учитывающая ее дополнительный нагрев в результате поглощения сфокусированного лазерного излучения, а также ее многокомпонентность, связанную с испарением металла с поверхности анода [4.1.5]. Проанализировано влияние мощности лазерного пучка и температуры поверхности анода на тепловые и электромагнитные характеристики столба и анодной области аргоновой дуги с тугоплавким катодом. Показано, что в результате дополнительного локального нагрева дуговой плазмы лазерным

излучением ее температура в приосевой зоне столба дуги может возрасти на 5000...10000 К по сравнению с обычной дугой при ТИГ сварке. Это приводит к существенной перестройке пространственных распределений электрического потенциала и плотности электрического тока в прианодной зоне столба дуги, а также плотности теплового потока, вводимого дугой в анод, изменяя тем самым распределенные и интегральные характеристики ее теплового и динамического воздействия на свариваемый металл. Установлено, что в результате воздействия сфокусированного лазерного пучка на дуговую плазму возникает эффект контрагирования электрического тока в центре области анодной привязки дуги и соответствующего повышения плотности теплового потока, вводимого дугой в анод при гибридной (ТИГ + CO<sub>2</sub>-лазер) сварке. Это увеличивает долю вкладываемой в свариваемый металл энергии, которая расходуется на его плавление, а следовательно, повышает проплавляющую способность лазерно-дугового источника тепла. Показано, что испарение металла анода несколько ослабляет эффект контрагирования электрического тока в прианодной области дуги, находящейся под воздействием сфокусированного лазерного пучка [4.1.5]. Исследовано влияние поглощения и рефракции лазерного излучения в дуговой плазме на характеристики взаимодействующего с ней лазерного пучка и его тепловое воздействие на поверхность свариваемого металла при гибридной (ТИГ + CO<sub>2</sub>-лазер) сварке. Показано, что поглощение лазерного пучка в дуговой плазме заметно уменьшает мощность излучения, доходящую до поверхности свариваемого металла, при этом размер пятна фокусировки пучка на указанной поверхности практически не изменяется, т.е. рефракция пучка в дуговой плазме оказывается малосущественной.

В работе [4.1.7] предложена математическая модель процессов переноса энергии, импульса, массы и заряда в неравновесной плазме комбинированного лазерно-дугового разряда, возникающего при воздействии на электрическую дугу в цилиндрическом канале, который продувается потоком инертного газа, сфокусированного излучения CO<sub>2</sub>-лазера, распространяющегося вдоль оси канала. В основу модели положены записанные в дрейфово-диффузионном приближении многожидкостные уравнения для неизотермической, ионизационно-неравновесной дуговой плазмы с учетом наличия в ней двухзарядных ионов плазмообразующего газа, а также дополнительного нагрева плазмы вследствие обратнo-тормозного поглощения лазерного излучения. Такой подход позволяет с единых позиций описывать процессы, протекающие как в центральной области канала (в плазме столба комбинированного разряда), так и в пристеночной области (в ионизационном слое плазмы) вплоть до границы слоя пространственного заряда, непосредственно примыкающего к стенке канала. Учет процессов, протекающих в слое пространственного заряда, предполагаемом бесстолкновительным, и определение характеристик теплового и электрического взаимодействия плазмы разряда со стенкой канала осуществляются с помощью соответствующих граничных условий на границе указанного слоя. Предложенная модель позволяет рассчитывать характеристики плазмы рассматриваемого лазерно-дугового разряда в широком диапазоне значений тока дуги, радиуса канала, мощности и условий фокусировки лазерного пучка. Численное решение уравнений модели проводили методом конечных объемов, для компьютерной реализации которого создано соответствующее программное обеспечение. Проведен численный анализ радиальных распределений характеристик плазмы комбинированного разряда в канале, продуваемом потоком аргона, напряженности продольного электрического поля в разряде и теплового потока из плазмы на стенку канала при различных значениях тока дуги, радиуса канала, расхода плазмообразующего газа и мощности лазерного пучка. Показано, что в результате локального лазерного нагрева плазмы электрической дуги в канале сопла плазмотрона в ней возникает относительно высокотемпературная область, локализованная в зоне воздействия на плазму лазерного пучка. Относительный прирост осевых значений температуры плазмы в результате поглощения лазерного пучка увеличивается с повышением его мощности и снижается при увеличении отношений тока разряда и радиуса пучка к радиусу канала. Такое изменение радиальных распределений температуры плазмы при постоянном расходе плазмообразующего газа заметно увеличивает ее скорость. Что касается плотности электрического тока в разряде, то она под действием сфокусированного лазерного излучения изменяется менее существенно.

### 4.1.1. РАСЧЕТНАЯ ОЦЕНКА ВЛИЯНИЯ ЛАЗЕРНОГО ИЗЛУЧЕНИЯ НА ХАРАКТЕРИСТИКИ ПЛАЗМЫ СТОЛБА ДУГИ В КАНАЛЕ СОПЛА\*

В.С. ГВОЗДЕЦКИЙ, И.В. КРИВЦУН, А.А. СВИРГУН, М.И. ЧИЖЕНКО

В современной технологии обработки металлов все более широко применяются комбинированные лазерно-дуговые процессы сварки, резки и термической обработки [1–5], при которых на изделие наряду с лазерным излучением воздействует электрическая дуга. Использование электрической дуги приводит к улучшению условий передачи энергии лазерного излучения металлу, вследствие чего эффективность соответствующего лазерного процесса значительно повышается [6], особенно при применении лазеров небольшой мощности. Вместе с тем, если сфокусированный лазерный пучок проходит через плазму электрической дуги [7, 8], то за счет поглощения в плазме его энергии может происходить существенное изменение теплового режима горения дугового разряда. В этом случае изменяются не только полная энергия, вводимая дугой в изделие при лазерно-дуговой обработке, но и, что особенно важно, ее пространственное распределение [1, 3]. Вообще говоря, если мощность, вводимая в дугу посредством лазерного излучения, соизмерима с ее электрической мощностью, то реализуется особый вид разряда — комбинированный лазерно-дуговой разряд.

Вопросам экспериментального и теоретического исследования обычной электрической дуги посвящена обширная литература (см., например, работу [9] и приведенный в ней список, литературных источников). Также подробно изучены различные формы оптического разряда, поддерживаемого лазерным излучением [10]. В то же время особенности комбинированного лазерно-дугового разряда исследованы недостаточно. В связи с этим в настоящей работе рассматривается влияние лазерного пучка, проходящего через плазму электрической дуги, на ее распределенные (температура, скорость, потока, плотность тока и др.) и интегральные (напряженность электрического поля и вводимая мощность) характеристики применительно к  $\text{CO}_2$ -лазеру.

Рассмотрим наиболее простой случай — дугу постоянного тока, горящую в цилиндрическом канале, вдоль оси которого распространяется ла-

зерный пучок. Подобная конфигурация разряда имеет место, например, в устройстве для лазерно-плазменной обработки, предложенном в работе [8]. Дуга горит в потоке плазмообразующего газа между кольцеобразным неплавящимся катодом, закрепленным на нижнем торце лазерной горелки, и анодом-изделием. Сжимающее действие на столб дуги оказывает дополнительное охлаждаемое водой наружное сопло, через которое подается также защитный газ.

Для упрощения математической модели исследуемого разряда примем следующие допущения:

- канал имеет достаточно большую длину, т.е. учетом процессов в приэлектродных областях можно пренебречь, а плазменный столб можно считать аксиально-симметричным и однородным вдоль оси;
- дуга горит в ламинарном, соосном потоке газа, расход которого считается известным;
- давление газа — порядка атмосферного, поэтому можно предположить, что плазма находится в состоянии локального термодинамического равновесия, собственное излучение выносится из плазмы и поглощается стенками канала, а перенос энергии в столбе осуществляется только посредством теплопроводности;
- параллельно оси разряда распространяется излучение лазера непрерывного действия, причем наличие плазмы не влияет на пространственное распределение его интенсивности (т.е. принимается приближение слабого поглощения [10]).

При принятых допущениях состояние плазменного столба описывается следующей системой уравнений:

$$\frac{1}{r} \frac{d}{dr} \left( r \chi \frac{\partial T}{\partial r} \right) + \sigma E^2 + \mu P - U = 0; \quad (1)$$

$$\frac{1}{r} \frac{d}{dr} \left( r \eta \frac{\partial u}{\partial r} \right) - \frac{dp}{dz} = 0; \quad (2)$$

где  $r$  — радиальная координата;  $T(r)$  — температура;  $u(r)$  — аксиальная скорость плазмы;  $\chi(T)$  — теплопроводность;  $\sigma(T)$  — удельная электрическая

\*Автоматическая сварка. — 1990. — № 8. — С. 8–14.

проводимость;  $\mu(T)$  — коэффициент поглощения лазерного излучения;  $U(T)$  — объемная плотность мощности излучения;  $\eta(T)$  — коэффициент динамической вязкости плазмы;  $E$  — напряженность электрического поля;  $dp/dz$  — градиент газостатического давления в канале;  $P(r)$  — распределение мощности в лазерном пучке. В рамках используемой модели значения  $E$  и  $dp/dz$ , так же как и в случае приближения пограничного слоя [9], постоянны по сечению разряда и определяются из условий сохранения полного тока

$$I = 2\pi E \int_0^R \sigma r dr \quad (3)$$

и полного расхода газа через канал

$$G = 2\pi \int_0^R \rho u r dr. \quad (4)$$

Здесь  $I$  — ток дуги;  $G$  — расход газа;  $\rho(T)$  — плотность плазмы;  $R$  — радиус канала сопла.

Граничные условия для уравнений (1), (2) выбираются исходя из соображений, что разряд характеризуется цилиндрической симметрией, т. е. градиенты температуры и скорости плазмы на оси равны нулю:

$$\left. \frac{\partial T}{\partial r} \right|_{r=0} = 0; \quad \left. \frac{du}{\partial r} \right|_{r=0} = 0, \quad (5)$$

а на внешней границе температура газа равна температуре охлаждаемой стенки канала, и выполняется условие «прилипания»:

$$T|_{r=R} = T_w; \quad u|_{r=R} = 0, \quad (6)$$

где  $T_w$  — температура охлаждаемых стенок канала.

Система уравнений (1)–(4) совместно с крайевыми условиями (5), (6) и заданным распределением мощности лазерного излучения полностью определяет температуру, скорость плазмы, напряженность электрического поля и другие характеристики столба дуги в канале, на которую воздействует лазерный пучок.

Возможности аналитического решения подобных нелинейных краевых задач весьма ограничены, поэтому приведенная выше система уравнений решалась численно. При этом было учтено то обстоятельство, что уравнения (1) и (2) могут рассматриваться независимо друг от друга. В частности, интегрируя формально уравнение движения плазмы, с учетом соответствующих граничных условий и интегрального соотношения (4) нетрудно показать, что

$$u(r) = \frac{Gy(r)}{R} = \frac{2\pi \int_0^R \rho y r dr}{R}, \quad (7)$$

где

$$y(r) = \int_r^R \frac{r'}{\eta} dr'. \quad (8)$$

Полученные выражения можно использовать для определения профиля аксиальной скорости плазмы, если известно распределение ее температуры. Таким образом, поставленная задача сводится к отысканию решения уравнения баланса энергии.

Для численного решения стационарного уравнения теплопроводности (1) использовался метод установления [11]. Аппроксимация соответствующего нестационарного уравнения проводилась по неявной двухслойной разностной схеме на равномерной сетке по пространству и времени. Устойчивость используемой схемы исследовалась путем уменьшения шага разностной сетки. Шаг выбирался таким образом, что дальнейшее его уменьшение не сказывалось на виде решения в пределах задаваемой точности. Кроме того, для контроля правильности получаемого численного решения проверялось выполнение с заданной точностью условия баланса полной энергии в разряде

$$2\pi \int_0^R (\sigma E^2 + \mu P - U) r dr = 2\pi R q_w, \quad (9)$$

где

$$q_w = -\chi \left. \frac{\partial T}{\partial r} \right|_{r=R}$$

— кондуктивный тепловой поток из плазмы на стенку канала.

В качестве объекта численного исследования в настоящей работе была выбрана электрическая дуга, горящая в цилиндрическом канале, вдоль оси которого распространяется параллельный пучок излучения с длиной волны  $\lambda = 10,6$  мкм, характерный для  $\text{CO}_2$ -лазера. Распределение мощности по сечению пучка задавалось в виде

$$P(r) = P_0 \exp[-2(r/r_F)^2], \quad (10)$$

что соответствует излучению основной моды [6]. Здесь  $r_F$  — эффективный радиус лазерного пучка, а значение  $P_0$  определяется из условия

$$Q = 2\pi \int_0^\infty P r dr, \quad (11)$$

где  $Q$  — полная мощность лазерного излучения. При проведении расчетов ток дуги варьировали в интервале  $5 \text{ А} \leq I \leq 200 \text{ А}$ , мощность лазерного луча — в диапазоне  $Q \leq 1,5 \text{ кВт}$ . Радиус канала  $R = 2,5 \text{ мм}$ , а значение  $r_F$  выбиралось равным  $0,5 \text{ мм}$  (значения  $R$  и  $r_F$  должны удовлетворять очевидному условию  $r_F < R$ ). Давление на выходе из канала атмосферное, рабочий газ — аргон, расход которого задавался в интервале  $0,01 \text{ г/с} \leq G \leq 0,1 \text{ г/с}$ , значение  $T_w = 300 \text{ К}$ .

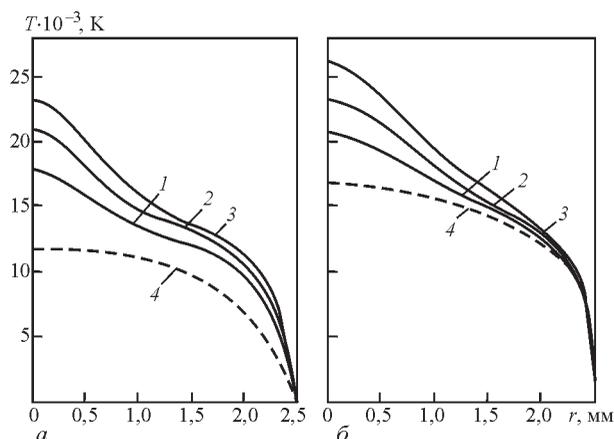


Рис. 1. Радиальные распределения температуры плазмы в разряде: *a* —  $I = 25$  А; *b* —  $125$  А; 1 —  $Q = 0,5$  кВт; 2 —  $1$  кВт; 3 —  $1,5$  кВт; 4 —  $Q = 0$

Посредством численного решения уравнения баланса энергии находили распределение температуры по сечению канала и определяли соответствующее значение напряженности электрического поля в плазме, а затем с помощью соотношения

$$j(r) = \sigma[T(r)]E \quad (12)$$

вычисляли плотность тока в разряде. Далее путем численного интегрирования по формулам (7), (8) с использованием полученного распределения температуры находили профиль аксиальной скорости плазмы. Рассчитывались также распределения массовой скорости  $\rho u$  и газодинамического давления  $\rho u^2/2$  по сечению столба.

Использованные в расчетах температурные зависимости коэффициентов переноса  $\chi(T)$ ,  $\sigma(T)$ ,  $\eta(T)$  и плотности  $\rho(T)$  аргоновой плазмы взяты из работы [12], а соответствующий коэффициент поглощения  $\mu(T)$  и радиационные потери  $U(T)$  определяли по формулам Бибермана–Нормана [13]. При расчете указанных показателей давление принималось постоянным ( $p = 0,1$  МПа), так как во всем рассматриваемом диапазоне параметров разряда изменение газостатического давления по длине канала,

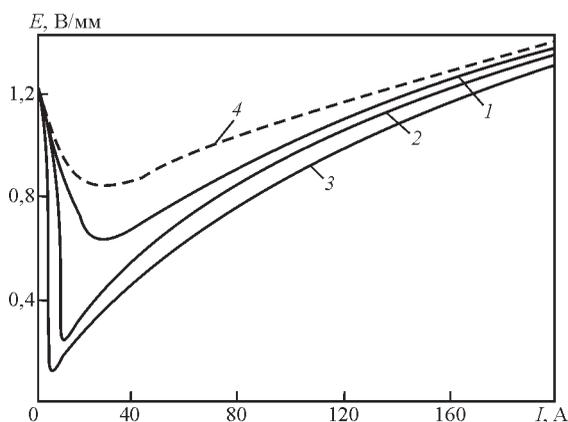


Рис. 2. Вольт-амперные характеристики столба лазерно-дугового разряда: 1 —  $Q = 0,25$  кВт; 2 —  $0,5$  кВт; 3 —  $1$  кВт; 4 —  $Q = 0$

а также добавка к давлению за счет взаимодействия тока с собственным магнитным полем составляют менее 1 % атмосферного давления.

На рис. 1 представлены расчетные профили температуры плазмы для обычного дугового разряда в канале и при воздействии на него лазерного пучка. Как видно из приведенных кривых, действие лазерного излучения на плазму столба дуги приводит к увеличению температуры ее центральных областей. Это связано с дополнительным локальным нагревом плазмы в результате поглощения энергии лазерного пучка, причем с ростом мощности излучения указанная температура повышается. Поведение функций  $T(r)$  на периферии разряда зависит от тока дуги (для дуги в канале наиболее удобным критерием значения тока является отношение  $I/d$  [9], где  $d$  — внутренний диаметр канала). В случае небольших токов ( $I/d \leq 10$  А/мм) здесь также наблюдается заметный рост температуры плазмы при повышении  $Q$  (рис. 1, *a*). С увеличением тока дуги повышение температуры периферийных областей столба при воздействии лазерного излучения становится менее заметным (рис. 1, *b*). В целом приведенные на рис. 1 данные свидетельствуют о существенном возрастании температуры плазмы столба дуги, испытывающей воздействие лазерного пучка. Это позволяет использовать лазерно-дуговой разряд в качестве высококонцентрированного источника тепла для различных технологических процессов.

Вызванный общим повышением температуры рост электрической проводимости плазмы должен приводить, согласно соотношению (3), к уменьшению напряженности поля, необходимой для поддержания заданного тока. Представленные на рис. 2 расчетные вольт-амперные характеристики разряда полностью подтверждают это предположение. Снижение напряженности поля в столбе под воздействием лазерного излучения зависит не только от мощности излучения, но и от тока дуги. Резкий спад  $E$  при малых токах обусловлен ростом температуры на периферии разряда (т. е. в относительно низкотемпературной области), где даже небольшое увеличение температуры плазмы приводит к существенному повышению ее электрической проводимости [12]. Увеличение температуры в центральных областях дуги влияет на напряженность поля в значительно меньшей степени, так как при относительно высоких температурах и постоянном давлении проводимость плазмы слабо зависит от температуры [12]. Это приводит к тому, что в слабосжатых дугах (при  $I/d \leq 5$  А/мм) плотность тока под воздействием лазерного излучения уменьшается в центральных областях и

возрастает вблизи стенок канала (рис. 3, а). Однако при больших токах увеличение проводимости плазмы на оси становится более существенным фактором, чем снижение напряженности поля в разряде, вследствие чего рассчитанная по формуле (12) плотность тока в центральных областях дуги несколько повышается (рис. 3, б).

На рис. 4 приведены радиальные распределения гидродинамических характеристик плазмы в рассматриваемом разряде. Увеличение скорости потока при неизменном расходе газа через канал, наблюдающееся под действием лазерного пучка (рис. 4, а), также связано с изменением теплового режима горения дугового разряда. Дополнительный нагрев дуги лазерным излучением приводит к отмеченному выше росту температуры плазмы, вязкость которой при этом существенно уменьшается [12]. В результате гидродинамическая скорость, рассчитанная по формулам (7), (8), возрастает, причем наиболее значительное повышение скорости плазмы с увеличением мощности излучения происходит в центральных областях дуги. Поведение функций  $u(r)$  на периферии разряда аналогично поведению соответствующих функций  $T(r)$  (рис. 1) и также зависит от тока дуги. Следует отметить, что повышение плотности энергии в лазерном пучке за счет уменьшения параметра  $r_F$  при фиксированной мощности излучения приводит к возрастанию максимальных значений температуры, плотности тока и снижению скорости плазмы в лазерно-дуговом разряде.

Наряду со значительным повышением скорости потока увеличение температуры дуговой плазмы, вызванное воздействием лазерного излучения, приводит к уменьшению ее плотности [12]. Поэтому происходящее в таком случае перераспределение массовой скорости  $\rho u$ , при сохранении полного расхода, не столь существенно. Напомним, что в рамках используемой модели разряда изменение полного расхода газа через канал вызывает, согласно выражению (7), лишь пропорциональное изменение скорости плазмы, не нарушая при этом вида пространственного распределения  $u(r)$  и  $\rho u(r)$ .

Как видно из рис. 4, б, увеличение мощности лазерного пучка, взаимодействующего с дугой, приводит к быстрому росту газодинамического давления потока плазмы, которое в отличие от массовой скорости является квадратичной функцией  $u$ . При этом повышается не только полное давление дуговой плазмы на обрабатываемое изделие, но и (что не менее важно) увеличивается степень концентрации силового воздействия дуги.

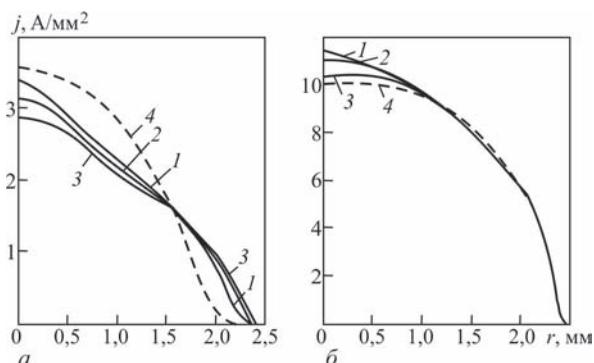


Рис. 3. Распределение плотности тока по сечению разряда (обозначения см. на рис. 1)

На рис. 5 приведены зависимости осевых значений температуры, плотности тока и скорости плазмы в столбе от мощности  $Q$  лазерного пучка при различных токах дуги. На рисунке показана также зависимость от  $Q$  параметра

$$\gamma = \frac{EI}{EI + \bar{\mu}Q}, \quad (13)$$

характеризующего отношение энергии, выделяющейся в разряде за счет протекания тока, к полной энергии, вводимой в плазму, в зависимости от мощности лазерного излучения. Здесь  $\bar{\mu}$  — усредненный по сечению столба коэффициент поглощения энергии пучка:

$$\bar{\mu} = \frac{2\pi \int_0^R \mu P r dr}{Q}. \quad (14)$$

При токе  $I = 10$  А (рис. 5, кривые 1) и  $Q \approx 0,8$  кВт наблюдается скачкообразное изменение значений  $T_0, j_0, u_0$  и  $\gamma$ , связанное с быстрым ростом коэффициента поглощения лазерного излучения аргоновой плазмой при  $T \geq 11000$  К. Следовательно, с ростом мощности лазерного пучка, воздействующего на слабосжатую дугу ( $I/d \leq 5$  А/мм), происходят резкое увеличение энергии пучка, поглощаемой плазмой, и соответствующее уменьшение необходимой для поддержания разряда электрической мощности  $EI$ . Другими слова-

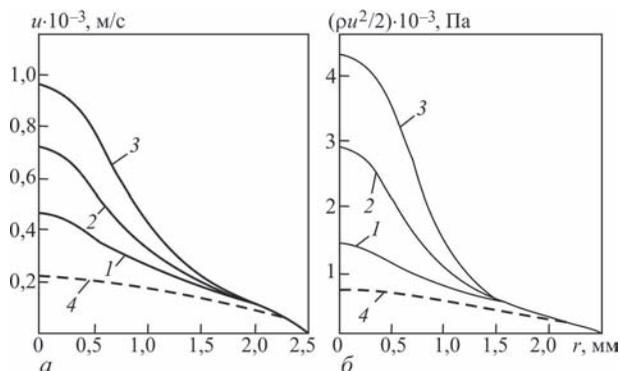


Рис. 4. Распределения скорости (а) и газодинамического давления (б) потока плазмы в канале ( $I = 50$  А,  $G = 0,1$  г/с); обозначения см. на рис. 1

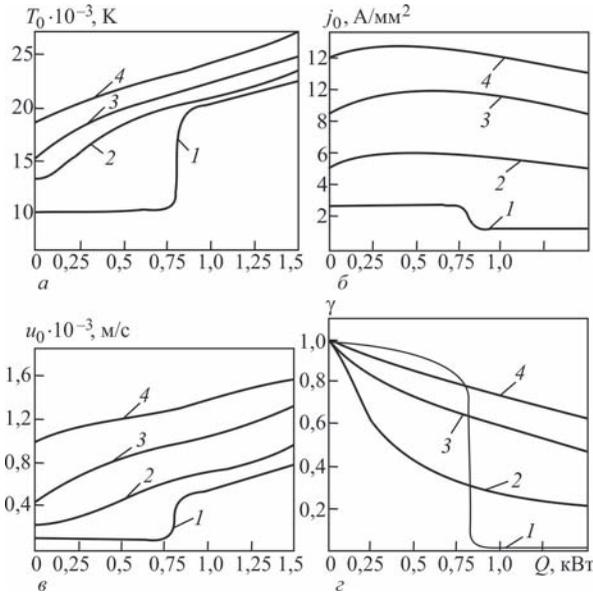


Рис. 5. Зависимости температуры (а), плотности тока (б) и скорости плазмы (в) на оси столба, а также параметра  $\gamma$  (г) от мощности лазерного излучения ( $G = 0,1$  г/с): 1 —  $I = 10$  А; 2 — 50 А; 3 — 100 А; 4 — 150 А

ми, электрическая дуга скачкообразно переходит в оптический разряд, поддерживаемый лазерным излучением. Переход от одного вида разряда к другому происходит и при больших токах (рис. 5, з), однако в этом случае он осуществляется более плавно. Температура, скорость, а следовательно, и газодинамическое давление плазмы на оси столба увеличиваются с ростом мощности лазерного излучения, плотность же тока вначале повышается, а затем снижается (рис. 5, а–в). В сильносжатых дугах ( $I/d \geq 40$  А/мм) осевая температура плазмы превышает 20000 К и ее дальнейшее увеличение, вызванное воздействием лазерного излучения, приводит к снижению проводимости плазмы [12],

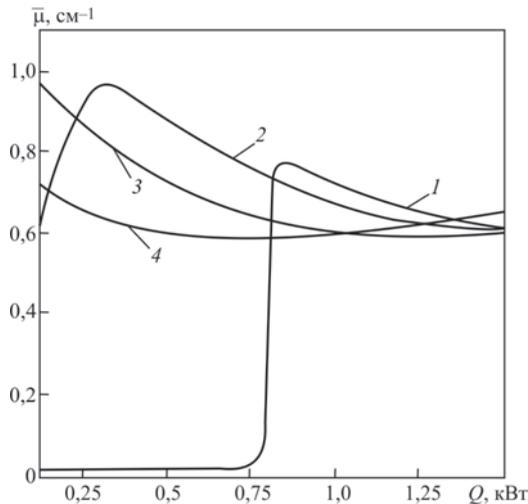


Рис. 6. Зависимость усредненного коэффициента поглощения лазерного пучка плазмой столба электрической дуги от мощности лазерного излучения ( $G = 0,1$  г/с; обозначения см. на рис. 5)

в результате чего плотность тока на оси  $j_0$  становится медленно убывающей функцией  $Q$ . Таким образом, действие лазерного излучения на плазму дугового разряда в канале существенно зависит от степени сжатия дуги и наиболее эффективно при  $I/d \leq 30$  А/мм.

Вернемся к рис. 5, з. Различный ход зависимостей  $\gamma(Q)$ , представленных на этом рисунке, при малых и больших токах позволяет также объяснить рассмотренные ранее особенности поведения функций  $T(r)$  на периферии дугового разряда при воздействии на него лазерного излучения. Так, например, скачкообразное уменьшение параметра  $\gamma$  для слабосжатых дуг (рис. 5, з, кривая 1) означает резкое возрастание полной мощности, вводимой в разряд, что, согласно условию баланса энергии (9), приводит к необходимости соответствующего увеличения градиента температуры плазмы вблизи стенки канала (рис. 1, а).

Наряду с рассмотренным воздействием лазерного излучения на плазму столба электрической дуги следует, вообще говоря, учитывать и обратное влияние дуговой плазмы на распространяющийся в ней лазерный пучок. Плотность мощности сфокусированного пучка при распространении в плазме изменяется как за счет рефракции, так и вследствие поглощения плазмой его энергии [14]. В рамках используемого в настоящей работе приближения параллельного лазерного пучка рефракция не учитывается, а ослабление пучка в плазме дугового разряда можно оценить при помощи соотношения

$$Q_l = Q_0 \exp(-\bar{\mu}l). \quad (15)$$

Здесь  $Q_l$  — мощность лазерного излучения, прошедшего плазменный столб длиной  $l$ ;  $Q_0$  — исходная мощность пучка. Следовательно, при оценке полного теплового воздействия лазерно-дугового разряда на обрабатываемое изделие наряду с нагревом металла электрической дугой необходимо также учитывать его нагрев лазерным излучением, исходя при этом из соответствующего значения  $Q_l$ .

Зависимости значений  $\bar{\mu}$  от мощности излучения при различных токах дуги представлены на рис. 6. Как видно из приведенных на рисунке кривых, усредненный коэффициент поглощения лазерного пучка для слабосжатых дуг ( $I/d \leq 5$  А/мм) сильно зависит от его мощности. Это связано с отмеченным ростом локального поглощения излучения  $\text{CO}_2$ -лазера аргоновой плазмой при  $T \geq 11000$  К. С возрастанием значения  $I/d$  зависимость  $\bar{\mu}$  от мощности падающего излучения становится менее существенной, что объясняется более высокими температурами плазмы, при которых поглощение слабо зависит от температуры.

В целом результаты численного исследования воздействия лазерного пучка на плазму столба дугового разряда в канале свидетельствуют о значительном влиянии излучения  $\text{CO}_2$ -лазера на основные характеристики столба аргоновой дуги такие, как температура, плотность тока, скорость и газодинамическое давление плазмы, причем воздействие лазерного излучения наиболее эффективно при  $I/d \leq 30$  А/мм. Таким образом, при рассматриваемой реализации комбинированного процесса лазерный пучок является не только одним из источников нагрева обрабатываемого изделия, но и инструментом управления технологическими характеристиками плазмы дуги. Это позволяет использовать лазерно-дуговой разряд в качестве управляемого источника теплового и силового воздействия с высокой плотностью энергии для сварки, резки и различных видов термической обработки металлов.

1. *Steen W. M., Eboo M.* Arc augmented laser welding // *Metal Constr.* — 1979. — **11**, N 7. — P. 332–333, 335.
2. *Steen W. M.* Arc augmented laser processing of materials // *J. Appl. Physics.* — 1980. — **51**, N 11. — P. 5636–5641.
3. *Diebold T. P., Albright C. E.* «Laser-GTA» welding of aluminium alloy 5052 // *Weld. J.* — 1984. — **63**, N 6. — P. 18–24.
4. *TIG or MIG arc augmented laser welding of thick mild steel plate / J. Matsuda, A. Utsumi, M. Katsumura, et al.* // *Joining and Materials.* — 1988. — **1**, N 1. — P. 31–34.
5. *Селезнев Ю. Н., Журавель В. М.* Лазерно-дуговая обработка деталей // *Автомоб. пром-сть.* — 1988. — №2. — С. 23–24.
6. *Дьюли У.* Лазерная технология и анализ материалов. — М.: Мир, 1986. — 504 с.
7. *Заявка 60-216989 Япония, МКИ<sup>4</sup> В 23 К 26/14.* Установка для лазерной обработки / С. Хосиноути, М. Канаока, А. Фукада. — Оpubл. 30.10.85.
8. *Заявка 60-234782 Япония, МКИ<sup>4</sup> В 23 К 26/00, В 23 К 26/14.* Установка для обработки лазерным лучом / М. Канаока, С. Хосиноути. — Оpubл. 21.11.85.
9. *Теория термической электродуговой плазмы / М. Ф. Жуков, Б. А. Урюков, В. С. Энгельшт и др.* — Ч. 1.: Методы математического исследования плазмы. — Новосибирск: Наука, 1987. — 288 с.
10. *Райзер Ю. П.* Лазерная искра и распространение разрядов. — М.: Наука, 1974. — 308 с.
11. *Самарский А. А., Николаев Е. С.* Методы решения сеточных уравнений. — М.: Наука, 1978. — 592 с.
12. *Гвоздецкий В. С., Кривцун И. В., Чиженко М. И.* Расчет теплофизических свойств и коэффициентов переноса термической плазмы при сварке в Ag–Ne-смеси // *Применение математических методов в сварке.* — Киев: ИЭС им. Е. О. Патона АН УССР, 1988. — С. 21–28.
13. *Биберман Л. М., Норман Г. Э.* Непрерывные спектры атомарных газов и плазмы // *Успехи физ. наук.* — 1967. — **91**, вып. 2. — С. 193–246.
14. *Веденов А. А., Гладуш Г. Г.* Физические процессы при лазерной обработке материалов. — М.: Энергоатомиздат, 1985. — 208 с.

## 4.1.2. ОСНОВЫ РАСЧЕТА ЛАЗЕРНО-ДУГОВЫХ ПЛАЗМОТРОНОВ\*

И.В. КРИВЦУН, М.И. ЧИЖЕНКО

Комбинированные лазерно-дуговые процессы соединения и обработки материалов, основанные на совместном использовании лазерного излучения и электрической дуги, появились в конце 70-х годов [1–7]. При практической реализации таких процессов дуга может гореть как с той стороны изделия, на которую направлен лазерный луч [1, 3, 4], так и с противоположной [2, 3]. Происходящий в обоих случаях нагрев металла электрической дугой приводит к росту его температуры и, как следствие, к увеличению коэффициента поглощения лазерного излучения. Таким образом, применение дополнительного дугового нагрева способствует повышению эффективности соответствующего лазерного процесса, что особенно важно при использовании лазеров небольшой мощности [8].

В том случае, когда дуговой разряд и лазерный пучок воздействуют на изделие с одной стороны, основанием дуги на его поверхности, как правило, становится генерируемая лазерным излучением приповерхностная плазма. Это приводит к улучшению пространственной стабилизации пятна дуги на поверхности металла и повышению устойчивости ее горения при малых токах и больших скоростях перемещения относительно изделия [3, 7]. В результате использование электрической дуги в сочетании с лазерным пучком позволяет значительно увеличить производительность дуговых способов сварки и термообработки.

Если сфокусированный лазерный пучок проходит через столб дуги, то наряду с отмеченными явлениями, происходящими на поверхности обрабатываемого материала, может наблюдаться существенное изменение полного энергетического баланса дугового разряда, связанное с дополнительным выделением энергии в объеме дуговой плазмы за счет поглощения лазерного излучения. Теоретические исследования, выполненные в Институте электросварки им. Е. О. Патона, позволили установить, что при взаимодействии лазерного пучка с плазмой электрической дуги возможно возникновение газового разряда особого типа — комбинированного лазерно-дугового разряда [9–14]. Необходимым условием возникновения такого разряда является соизмеримость энергии, вклады-

ваемой в дуговую плазму лазерным излучением, с энергией, выделяющейся в ней за счет протекания электрического тока. При выполнении указанного условия происходят не только интегральные, но и значительные локальные изменения в энергетическом балансе столба дуги, связанные с локальным характером нагрева плазмы сфокусированным лазерным пучком. Поэтому как интегральные, так и распределенные характеристики плазмы комбинированного разряда существенным образом отличаются от соответствующих характеристик исходной дуговой плазмы. Что касается характеристик лазерного пучка, взаимодействующего с плазмой, то и они при возникновении лазерно-дугового разряда претерпевают существенные изменения. Это происходит за счет дополнительной фокусировки и поглощения лазерного излучения в плазме комбинированного разряда.

При практической реализации лазерно-дугового разряда возникает вопрос о выборе необходимых параметров лазерного пучка, режима горения дугового разряда и способа объединения пучка и дуги. Энергия, которая может быть вложена лазерным излучением в дуговую плазму, зависит от длины волны излучения, мощности используемого лазерного пучка и поглощательных свойств дуговой плазмы. Коэффициент поглощения лазерного излучения выбранной длины волны в плазме столба дуги, в свою очередь, зависит от температуры плазмы и рода используемого газа [15]. Весьма эффективным способом повышения температуры плазмы столба дуги является сжатие дуги путем ограничения поперечных размеров ее столба стенками канала. Данный способ позволяет не только сравнительно легко получать дуговую плазму с температурой, необходимой для возникновения комбинированного разряда, но и управлять этой температурой, а следовательно, и поглощательными свойствами плазмы за счет изменения тока, расхода и состава плазмообразующего газа. Это дает возможность, варьируя указанные условия горения дуги, эффективно воздействовать на характеристики плазмы комбинированного разряда и на характеристики взаимодействующего с ней лазерного пучка. Таким образом, использование для создания лазерно-дугового разряда электрической

\*Автоматическая сварка. — 1997. — № 1. — С. 16–23.

дуги, стабилизированной стенками канала, вместо свободноточащей дуги, расширит диапазон режимов горения комбинированного разряда, а также возможности управления его параметрами.

Наиболее рациональной схемой реализации комбинированного разряда на основе сжатой (плазменной) дуги является схема с введением лазерного пучка в плазму столба дуги по оси стабилизирующего канала [14, 16]. Такая схема предполагает прохождение лазерным пучком в дуговой плазме достаточного расстояния, позволяющего обеспечить энергетический уровень лазерного излучения, необходимый для возникновения лазерно-дугового разряда. С другой стороны, при использовании комбинированного разряда, реализованного по такой схеме, для сварки, резки или термообработки материалов в отличие от способа лазерно-плазменной сварки, описанного в работе [17], достигается требуемая коаксиальность воздействия лазерного пучка и дуги на поверхность изделия. Следует также отметить, что лазерно-плазменная сварка, резка и термообработка поверхности (т. е. процессы, использующие комбинированный разряд, созданный на основе сжатой дуги), обладая всеми преимуществами известных лазерно-дуговых процессов, будут отличаться более широкими возможностями управления характеристиками плазмы и лазерного пучка как источников теплового и динамического воздействия на поверхность обрабатываемого материала.

К сожалению, применить традиционные дуговые плазмотроны для реализации комбинированного разряда по описанной выше схеме практически невозможно. Соосное объединение лазерного пучка с плазмой столба сжатой дуги требует создания специальных устройств — лазерно-дуговых плазмотронов, основной особенностью которых является конструкция катодного узла (трубчатый тугоплавкий катод или система штыревых катодов, расположенных по окружности), позволяющая вводить лазерный пучок в дуговую плазму вдоль оси плазмформирующего канала. Прототипом такого плазмотрона может служить устройство, предложенное в работе [18] и предназначенное для лазерно-плазменной сварки и резки. Лазерно-дуговые плазмотроны не только позволяют обеспечить комбинированное воздействие лазерного пучка и дуги на изделие в пределах общей зоны нагрева, но и по существу будут являться плазменными генераторами нового класса, действующими на основе комбинированного разряда как особого типа газового разряда [14, 16]. С этой точки зрения открываются перспективы использования лазерно-дуговых плазмотронов не

только в процессах соединения и обработки материалов, связанных с воздействием на поверхность изделия, но и в технологических процессах, использующих весь объем плазмы, таких как плазмохимия, напыление и наплавка. По аналогии с дуговыми генераторами плазмы лазерно-дуговые плазмотроны могут быть прямого действия (когда изделие служит анодом дуги) и косвенного действия, т. е. генерирующими бестоковую плазменную струю.

Рассмотрим разряд, реализующийся в лазерно-дуговом плазмотроне прямого действия, схема которого приведена на рисунке. Дуга постоянного тока горит с трубчатого тугоплавкого катода 4 и на начальном участке стабилизируется стенкой соосного с катодом водоохлаждаемого плазмформирующего сопла 3. Через отверстие катода в разряд вводится сфокусированный пучок 5 излучения  $\text{CO}_2$ -лазера непрерывного действия, распространяющийся вдоль оси плазмотрона. Плазмообразующий газ подается в плазмформирующий канал как через отверстие катода, так и в зазор между катодом и стенкой сопла, причем соответствующие расходы газа могут варьироваться независимо друг от друга. Открытый участок разряда, простирающийся от среза сопла до поверхности анода (изделия) 1, обдувается потоком защитного газа 8. Давление во внешней среде — атмосферное.

Физические явления, происходящие в таком устройстве, можно представить следующим образом. Благодаря процессам теплопроводности и вязкости температура осевого потока плазмообра-

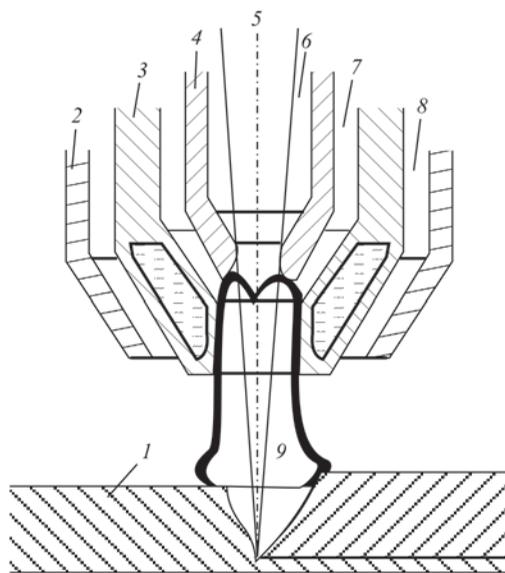


Схема лазерно-дугового плазмотрона: 1 — обрабатываемое изделие (анод); 2 — сопло для подачи защитного газа; 3 — водоохлаждаемое плазмформирующее сопло; 4 — тугоплавкий трубчатый катод; 5 — сфокусированный лазерный пучок; 6, 7 — плазмообразующий газ; 8 — защитный газ; 9 — комбинированный лазерно-дуговой разряд

зующего газа, подаваемого в отверстие катода, повышается, и он вовлекается в кольцевой поток дуговой плазмы. В результате столб дуги сжимается и заполняет все сечение плазмформирующего канала. Следует отметить, что в зависимости от геометрических размеров катода, расхода плазмобразующего газа и тока дуги это происходит на различных расстояниях от катода. Попадая в дуговую плазму, сфокусированное лазерное излучение начинает поглощаться, вызывая тем самым ее дополнительный локальный (в связи с малыми поперечными размерами пучка) нагрев. Если мощность, вкладываемая в плазму лазерным излучением, соизмерима с мощностью, выделяющейся в ней за счет протекания электрического тока, то происходит настолько существенное изменение характеристик дуговой плазмы, что разряд на этом участке по существу перестает быть дуговым и становится комбинированным [14]. Ослабление лазерного пучка за счет поглощения энергии в плазме приводит к постепенному снижению его вклада в энергетический баланс комбинированного разряда. В результате, начиная с некоторого расстояния от катода, все характеристики плазмы лазерно-дугового разряда снова перестраиваются, постепенно приближаясь к виду, характерному для обычной плазменной дуги.

Для математического описания процессов, протекающих при взаимодействии лазерного пучка с плазмой электрической дуги в лазерно-дуговом плазмотроне, примем следующие допущения: а) рассматриваемая плазменная система обладает цилиндрической симметрией, а протекающие процессы являются стационарными; б) плазма находится в состоянии локального термодинамического равновесия и является оптически тонкой для собственного излучения; в) основными механизмами нагрева плазмы являются джоулево тепловыделение и поглощение энергии лазерного излучения (работой сил давления и вязкой диссипацией можно пренебречь), а перенос энергии в столбе происходит за счет теплопроводности и конвекции; г) течение плазмы вязкое, дозвуковое, режим течения ламинарный, естественная конвекция в расчет не принимается, внешние магнитные поля отсутствуют; д) анод расположен на достаточном удалении от среза сопла плазмотрона, так что при расчете характеристик исследуемого разряда можно не учитывать прианодные процессы и отраженное от поверхности анода лазерное излучение.

Поскольку в плазмотронах рассматриваемой схемы (рисунок) течение газа происходит преимущественно в осевом направлении, а радиальные

градиенты температуры и скорости существенно больше аксиальных, для расчета характеристик генерируемой плазмы можно использовать систему магнитогазодинамических уравнений в приближении пограничного слоя [19]. С учетом сделанных предположений уравнения энергии, движения и непрерывности плазмы лазерно-дугового разряда в цилиндрической системе координат, ось  $OZ$  которой совпадает с осью плазмотрона и направлена в сторону изделия, можно записать в следующем виде [14]:

$$\rho C_p \left( u_r \frac{\partial T}{\partial r} + u_z \frac{\partial T}{\partial z} \right) = \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left( r \chi \frac{\partial T}{\partial r} \right) + \frac{j^2}{\sigma} + \kappa_\omega < S > - \psi; \quad (1)$$

$$\rho \left( u_r \frac{\partial u_z}{\partial z} + u_z \frac{\partial u_z}{\partial z} \right) = \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left( r \eta \frac{\partial u_z}{\partial r} \right) - \frac{\partial}{\partial z} \left( p + \frac{\mu_0 H_\phi^2}{2} \right); \quad (2)$$

$$\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (r \rho u_r) + \frac{\partial}{\partial z} (\rho u_z) = 0, \quad (3)$$

где  $\rho$  — плотность плазмы;  $C_p$  — удельная теплоемкость при постоянном давлении;  $T(r, z)$  — температура;  $u_r(r, z)$ ,  $u_z(r, z)$  — соответственно радиальная и аксиальная составляющие скорости плазмы;  $\chi$  — коэффициент теплопроводности;  $\sigma$  — удельная электропроводность;  $\kappa_\omega$  — коэффициент поглощения лазерного излучения;  $\psi$  — объемная плотность мощности собственного излучения;  $\eta$  — коэффициент динамической вязкости плазмы;  $p(r, z)$  — давление;  $\mu_0$  — универсальная магнитная постоянная.

Члены  $j^2/\sigma$  и  $\psi$  в уравнении (1) описывают соответственно нагрев плазмы протекающим током и потери энергии на собственное излучение плазмы. Радиальная компонента плотности тока  $j_r(r, z)$  вычисляется с помощью уравнения

$$j_r = - \frac{\partial H_\phi}{\partial z}, \quad (4)$$

где  $H_\phi(r, z)$  — азимутальная составляющая магнитного поля тока дуги:

$$H_\phi = \frac{1}{r} \int_0^r j_z r dr. \quad (5)$$

Аксиальная компонента плотности тока  $j_z(r, z)$  находится из закона Ома:

$$j_z = \sigma E_z. \quad (6)$$

где  $E_z(r, z)$  — осевая составляющая напряженности электрического поля. В рамках используемого приближения пограничного слоя величина  $E_z$  практически постоянна по сечению токового канала и определяется из условия сохранения полного тока

$$I = 2\pi E_z \int_0^R \sigma r dr, \quad (7)$$

где  $I$  — ток дуги. Интегрирование в (7) проводится по всему поперечному размеру расчетной области, поскольку за пределами токового канала проводимость плазмы практически равна нулю. Расчетная область для интегрирования уравнений (1)–(3) имеет переменный поперечный размер  $R(z)$  и определяется исходя из конструкции конкретного плазмотрона, при этом плоскость  $z = 0$  выбирается на рабочем торце катода.

Распределение давления в канале рассчитывается с учетом магнитного давления, что дает

$$p = p_{ext} - \int_z^L \frac{dp_c}{dz} dz + \mu_0 E_z \int_r^R \sigma H_\phi dr, \quad (8)$$

где  $p_{ext}$  — давление газа во внешней среде;  $L$  — расстояние от среза катода до начала открытого участка разряда. Градиент газостатического давления  $dp_c/dz(z)$  в приближении пограничного слоя постоянен по сечению канала плазмотрона и находится из условия сохранения полного расхода плазмообразующего газа через канал

$$G = 2\pi \int_0^R \rho u_z r dr, \quad (9)$$

где  $G = G_1 + G_2$ ;  $G_1$  и  $G_2$  — массовые расходы плазмообразующего газа  $\delta$  и  $\gamma$  соответственно (см. рисунок). На открытом участке разряда давление определяется соотношением

$$p = p_{ext} + \mu_0 E_z \int_r^R \sigma H_\phi dr. \quad (10)$$

Слагаемое  $\kappa_\omega \langle S \rangle$  в уравнении (1) описывает выделение энергии в плазме за счет поглощения лазерного излучения, причем, поскольку плазма предполагается цилиндрически симметричной, а распределение интенсивности излучения в исходном лазерном пучке может не обладать цилиндрической симметрией, при расчете этой энергии используется усредненное по углу распределение интенсивности лазерного излучения  $\langle S \rangle(r, z)$ :

$$\langle S \rangle = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} S d\phi. \quad (11)$$

Поэтому для замыкания исходной системы уравнений необходимо определить пространственное распределение интенсивности излучения  $S(r, \phi, z)$  в лазерном пучке с учетом его рефракции и поглощения в плазме разряда.

Полагая, что относительное изменение параметров плазмы на расстояниях одного порядка с длиной волны лазерного излучения мало, и учитывая допущение об отсутствии отраженного от поверхности анода излучения, для описания рас-

пространения пучка в неоднородной плазме будем использовать квазиоптическое приближение [20]. Лазерный пучок представим в виде квазиплоской электромагнитной волны, поток энергии в которой направлен вдоль оси плазмотрона, и будем считать, что электрическое поле волны имеет только поперечную составляющую:

$$E_\omega = \text{Re}\{A_\omega \exp[i(k_\omega z - \omega t)]\}, \quad (12)$$

где  $A_\omega(r, \phi, z)$  — медленно меняющаяся комплексная амплитуда поля;  $k_\omega = 2\pi/\lambda$  — волновой вектор;  $\omega$  — частота;  $\lambda$  — длина волны лазерного излучения в отсутствие плазмы. В этом случае параболическое уравнение для амплитуды поля пучка, распространяющегося в плазме, в цилиндрической системе координат имеет вид [20]

$$\begin{aligned} -2ik_\omega \frac{\partial A_\omega}{\partial z} = \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \times \\ \times \left( r \frac{\partial A_\omega}{\partial r} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 A_\omega}{\partial \phi^2} + k_\omega^2 (\epsilon_\omega - 1) A_\omega \right), \end{aligned} \quad (13)$$

где  $\epsilon_\omega(r, z) = \epsilon'_\omega(r, z) + i\epsilon''_\omega(r, z)$  — комплексная диэлектрическая проницаемость плазмы рассматриваемого разряда на частоте лазерного излучения. Искомая величина  $S$  представляет собой среднее по времени значение аксиальной составляющей плотности потока электромагнитной энергии пучка и связана с комплексной амплитудой электрического поля соотношением [21]

$$S = \frac{1}{2} \sqrt{\frac{\epsilon_0}{\mu_0}} |A_\omega|^2, \quad (14)$$

где  $\epsilon_0$  — диэлектрическая проницаемость вакуума.

Таким образом, мы имеем замкнутую систему уравнений, описывающую взаимодействие лазерного пучка с плазмой столба электрической дуги в лазерно-дуговом плазмотроне. Эта система уравнений должна быть дополнена соответствующими зависимостями термодинамических параметров, коэффициентов переноса и оптических свойств плазмы от температуры и давления [14, 15, 19].

Уравнения пограничного слоя (1)–(3) совместно с уравнениями (4)–(10) могут быть использованы для описания плазмы лазерно-дугового разряда не только в ламинарном, но и в турбулентном режиме течения, возникающем при увеличении расхода плазмообразующего газа. Турбулентный режим течения может реализовываться, например, в лазерно-дуговых плазмотронах для напыления. В этом случае, полагая турбулентность гидродинамической (т. е. пренебрегая пульсациями электромагнитных величин) и считая пульсации давления малыми, можно показать [19, 22], что система уравнений пограничного слоя для усредненных по времени значений температуры и скорости

плазмы сохраняет свой вид, если вместо  $\chi$  и  $\eta$  в (1), (2) использовать соответственно

$$\bar{\eta} = \eta + \eta_i; \quad \bar{\chi} = \chi + \chi_i. \quad (15)$$

Здесь  $\eta_i$  — коэффициент турбулентной вязкости;  $\chi_i$  — коэффициент турбулентной теплопроводности; для их определения существуют различные алгебраические (эмпирические) модели [19].

Приведенная система уравнений позволяет также описывать бестоковую плазменную струю, создаваемую с помощью лазерно-дугового плазмотрона косвенного действия, когда анодом дуги является сопло плазмотрона. В этом случае единственным механизмом нагрева плазмы на бестоковом участке является поглощение энергии лазерного излучения и отсутствуют ускоряющие плазму электромагнитные силы. Следовательно, для описания процессов в плазменной струе, поддерживаемой лазерным излучением, можно использовать уравнения (1)–(3), (10), приняв  $j_r = j_z = 0$  и  $H_\phi = 0$ , а для описания взаимодействующего с ней лазерного пучка использовать уравнения (11), (13), (14), которые остаются без изменений.

Для решения системы параболических уравнений (1)–(3) необходимо задать соответствующие краевые и начальные (входные) условия на границах расчетной области [ $z \geq 0, 0 \leq r \leq R(z)$ ]. Граничные условия на оси разряда выбираются из соображения, что плазменная система обладает цилиндрической симметрией. Предполагается, что на внешней границе расчетной области в пределах сопла плазмотрона что температура плазмообразующего газа равна температуре стенки и выполняется условие «прилипания», а на открытом участке разряда принимаются условия гладкого сопряжения с окружающей средой [14, 19]. Что касается уравнения (13), то при его решении в случае аксиально-симметричного распределения интенсивности излучения в исходном лазерном пучке (мода ТЕМ<sub>00</sub>) используются граничные условия, приведенные в [11, 14]. Корректная постановка начальных условий во входной плоскости ( $z = 0$ ) расчетной области (в частности, определение характеристик плазмы вблизи катода) невозможна без детального рассмотрения катодных процессов для трубчатого термоэмиссионного катода лазерно-дугового плазмотрона.

При описании катодных процессов в лазерно-дуговом плазмотроне будем использовать наиболее общий подход, заключающийся в учете всего комплекса взаимосвязанных физических явлений, протекающих в теле катода, на его поверхности и в прикатодной плазме [23]. Согласно работе [24–25], прикатодную область рас-

сматриваемого разряда условно разделим на два слоя — квазинейтральный ионизационный слой и слой пространственного заряда, в котором нарушается условие квазинейтральности плазмы. Слой пространственного заряда, непосредственно примыкающий к поверхности катода, имеет протяженность менее длины свободного пробега электронов, и на него приходится основная часть катодного падения потенциала. Электроны, эмитируемые катодом, ускоряются полем пространственного заряда и приобретают энергию, достаточную для ионизации атомов плазмообразующего газа. Ионы, образующиеся в ионизационном слое, и часть электронов плазмы (так называемые «обратные» электроны) попадают на катод и отдают ему энергию, необходимую для нагрева катода и обеспечения тока термоэмиссии.

Температуры электронов и тяжелых частиц в прикатодной области разряда предполагаются одинаковыми и постоянными в пределах ионизационного слоя [26], а их концентрации определяются из уравнения Саха, условия квазинейтральности и из уравнения состояния плазмы:

$$\frac{n_e n_i}{n_a} = K_I; \quad (16)$$

$$n_e = n_i; \quad (17)$$

$$p = (n_e + n_i + n_a)kT, \quad (18)$$

где  $n_e, n_i, n_a$  — соответственно концентрации электронов, ионов и атомов плазмообразующего газа в прикатодной области;  $K_I(T)$  — константа равновесия для реакции ионизации;  $T$  и  $p$  — температура и давление плазмы в ионизационном слое, принимаемые равными соответствующим значениям на его границе со столбом разряда;  $k$  — постоянная Больцмана. Неравновесность плазмы на границе ионизационного слоя и слоя пространственного заряда учитывается путем умножения концентраций заряженных частиц, полученных в результате решения системы уравнений (16)–(18), на некий эмпирический коэффициент  $\beta$ , который выбирается в соответствии с известными экспериментальными данными [23, 27].

Для математического описания тепловых процессов в теле тугоплавкого трубчатого катода будем использовать нелинейное стационарное уравнение теплопроводности с учетом джоулева тепловыделения:

$$\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left( r \chi_k \frac{\partial T_k}{\partial r} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left( \lambda_k \frac{\partial T_k}{\partial z} \right) + \frac{j^2}{\sigma_k} = 0, \quad (19)$$

где  $T_k(r, z)$  — температура катода;  $\chi_k$  — коэффициент теплопроводности материала катода;  $\sigma_k$  —

удельная электропроводность материала катода. Распределение плотности тока в теле катода  $j_{\kappa}(r, z)$  может быть найдено из уравнения непрерывности тока в металле [23]. Граничные условия для уравнения (19) на части поверхности катода вне области привязки дуги определяются условиями теплообмена на этой части поверхности, которые, в свою очередь, зависят от конструкции и способа охлаждения катодного узла конкретного лазерно-дугового плазмотрона, расхода и теплофизических свойств используемого плазмообразующего газа. В области привязки дуги, охватывающей не только поверхность рабочего торца катода, но и смежную с ней часть внутренней цилиндрической поверхности выходного отверстия катода (см. рисунок), распределение нормальной к поверхности катода составляющей теплового потока  $q_{\kappa}(r_{\text{п}}, z_{\text{п}})$ , вносимого дугой, определяется выражением [25]

$$q_{\kappa} = j_i \left( U_{\kappa} + V_i - \bar{\varphi} + \frac{2kT}{e} \right) + j_{e0} \left( \bar{\varphi} + \frac{2kT_{\kappa}}{e} \right) - j_{e\kappa} \left( \bar{\varphi} + \frac{2kT_{\kappa}}{e} \right). \quad (20)$$

Здесь  $T_{\kappa}(r_{\text{п}}, z_{\text{п}})$  — температура рабочей поверхности катода ( $r_{\text{п}}$  и  $z_{\text{п}}$  — координаты точки на этой поверхности);  $U_{\kappa}(r_{\text{п}}, z_{\text{п}})$  — катодное падение потенциала;  $V_i$  — потенциал ионизации плазмообразующего газа;  $e$  — заряд электрона;  $\bar{\varphi}(r_{\text{п}}, z_{\text{п}})$  — эффективная работа выхода электронов с поправкой Шоттки:

$$\bar{\varphi} = \varphi_{\kappa} - \sqrt{\frac{eE_{\kappa}}{\pi\varepsilon}} \quad (21)$$

где  $\varphi_{\kappa}$  — работа выхода материала катода;  $E_{\kappa}(r_{\text{п}}, z_{\text{п}})$  — напряженность электрического поля у поверхности катода, определяемая по формуле Маккоуна [28]

$$E_{\kappa}^2 = \sqrt{\frac{8m_e U_{\kappa}}{\varepsilon_0^2 e}} \left( j_i \sqrt{\frac{M}{m_e}} + j_{e0} - j_{e\kappa} \right). \quad (22)$$

Распределение нормальной к поверхности катода компоненты плотности тока в области привязки дуги  $j_{\kappa}(r_{\text{п}}, z_{\text{п}})$  вычисляется из соотношения

$$j_{\kappa} = j_i - j_{e0} + j_{e\kappa}, \quad (23)$$

где  $j_i = \frac{1}{4} e \bar{n} \sqrt{\frac{8kT}{\pi M}}$  — плотность ионного тока из плазмы на катод;

$$j_{e0}(r_{\text{п}}, z_{\text{п}}) = \frac{1}{4} \alpha_e e \bar{n} \sqrt{\frac{8kT}{\pi m_e}} \exp \left[ -\frac{eU_{\kappa}(r_{\text{п}}, z_{\text{п}})}{kT} \right] —$$

плотность тока «обратных» электронов;

$$j_{e\kappa}(r_{\text{п}}, z_{\text{п}}) = RT_{\kappa}^2(r_{\text{п}}, z_{\text{п}}) \exp \left[ -\frac{e\bar{\varphi}(r_{\text{п}}, z_{\text{п}})}{kT_{\kappa}(r_{\text{п}}, z_{\text{п}})} \right] —$$

плотность тока эмиссии с поверхности катода;  $\bar{n} = \beta n_e = \beta n_i$  — неравновесная концентрация заряженных частиц на границе ионизационного слоя и слоя пространственного заряда;  $M$  — масса иона плазмообразующего газа;  $\alpha_e$  — коэффициент аккомодации электронов [29];  $m_e$  — масса электрона;  $R$  — постоянная Ричардсона.

Уравнение баланса энергии в ионизационном слое используется в виде [25]

$$j_{e\kappa} \left( U_{\kappa} + \frac{2kT_{\kappa}}{e} \right) = j_i \left( V_i + \frac{2kT_{\kappa}}{e} \right) + j_{e0} \left( U_{\kappa} + \frac{2kT_{\kappa}}{e} \right) + \left( \frac{5}{2} - \delta_e \right) j_{\kappa} \frac{kT}{e}, \quad (24)$$

где  $\delta_e$  — постоянная термодиффузии электронов [30]. Левая часть уравнения (24) описывает энергию, приносимую в этот слой электронами эмиссии, первые два члена в правой части — энергию, уносимую из прикатодной плазмы на катод соответственно ионами и «обратными» электронами, наконец последнее слагаемое описывает энергию, уносимую в столб разряда. Что касается энергии, вкладываемой в прикатодную область комбинированного разряда лазерным излучением, то при рассматриваемой конструкции катода лазерно-дугового плазмотрона (рисунок) она оказывается малой и может не учитываться в уравнении (24).

Для замыкания системы уравнений (16)–(24), описывающей катодные процессы, необходимо определить температуру плазмы в ионизационном слое. С этой целью, согласно [24], предположим, что на границе столба с ионизационным слоем температура плазмы такова, что сумма катодного падения напряжения, усредненного по пятну привязки, и напряжения на участке разряда внутри выходного отверстия катода минимальна. При этом усредненное значение катодного падения определяется из уравнений (21)–(24), в которых используется среднее значение плотности тока в катодной области

$$\langle j_{\kappa} \rangle = \frac{I}{S_{\text{п}}} \quad (25)$$

(где  $S_{\text{п}}$  — площадь привязки дуги на катоде), а также среднее значение температуры его поверхности, обеспечивающее при искомой температуре плазмы указанную плотность тока.

Падение напряжение  $\delta U_c$  на участке разряда внутри отверстия в катоде определяется путем решения системы уравнений (1)–(14) в области  $(-L_{\text{к1}} \leq z \leq 0, 0 \leq z \leq R_{\text{к1}})$ , где  $L_{\text{к1}}$  и  $R_{\text{к1}}$  — соответственно длина и радиус выходного отверстия катода. Температура плазмообразующего газа на внутренней поверхности катода задается равной температуре поверхности последнего вне области

привязки разряда и искомой температуре плазмы в пределах этой области. Остальные граничные условия для уравнений (1)–(3) остаются такими же, как и в отношении разряда в канале плазмформирующего сопла. Распределение скорости плазмообразующего газа  $b$  во входной плоскости ( $z = -L_{к1}$ ) отверстия в катоде (рисунок) вычисляется исходя из предположения, что течение газа здесь является однородным, а его температура принимается равной температуре окружающей среды. Распределение комплексной амплитуды поля лазерного излучения в указанной плоскости, являющееся начальным условием для уравнения (13), определяется мощностью и модой исходного лазерного пучка [14, 20]. Необходимое для нахождения  $\delta U_c$  значение аксиальной составляющей напряженности электрического поля на рассматриваемом участке разряда вычисляется из условия (7), в котором  $I$  является функцией от  $z$ :

$$I = 2\pi R_{ki} \int_{z_{ni}}^z j_k dz_n, \quad (26)$$

где  $z_{ni}$  — координата границы области привязки разряда внутри выходного отверстия в катоде.

Найденное таким образом значение температуры плазмы на границе ионизационного слоя со столбом разряда используется в качестве начального условия для уравнения (1) в области привязки дуги к рабочему торцу катода ( $z = 0$ ). Вне области привязки температура плазмообразующего газа под катодом, аналогично тому, как это было сделано выше, выбирается равной температуре его поверхности. Скорость плазмы под катодом полагается равной нулю. Аксиальная компонента скорости плазмообразующего газа  $7$  (рисунок) во входной плоскости ( $z = 0$ ) считается постоянной и вычисляется из условия сохранения значения расхода газа через зазор между катодом и стенкой плазмформирующего сопла, а его температура принимается равной температуре окружающей среды. Что касается начальных распределений характеристик плазмы и лазерного пучка на срезе выходного отверстия катода, то они определяются в результате совместного решения уравнений (1)–(14), (26), описывающих участок комбинированного разряда внутри указанного отверстия, и уравнений (16)–(25), описывающих катодные процессы на тупоплавком трубчатом катоде. Этим исчерпывается постановка начальных условий во входной плоскости расчетной области для комбинированного разряда в лазерно-дуговом плазмотроне.

В заключение отметим, что рассматриваемая конструкция трубчатого катода позволяет, наряду с нагревом катода дугой, для дополнительного нагрева внутренней поверхности его рабочего конца

использовать часть мощности лазерного пучка, проходящего через отверстие в катоде. С одной стороны, такой способ нагрева позволит производить предварительный лазерный разогрев катода до температур, обеспечивающих минимальную эрозию при зажигании дуги. С другой стороны, он откроет новые возможности управления катодными явлениями, а следовательно, и характеристиками плазмы на начальном участке комбинированного разряда в процессе работы лазерно-дугового плазмотрона. Для учета комбинированного нагрева катода граничное условие на его внутренней поверхности следует скорректировать, введя в правую часть выражения (20) дополнительное слагаемое  $q_n(z_n)$ , описывающее распределение мощности лазерного излучения, поглощаемой катодом.

Приведенная в настоящей работе система уравнений для описания процессов взаимодействия сфокусированного лазерного пучка с плазмой столба электрической дуги, а также катодных процессов на тупоплавком трубчатом катоде составляет основу математической модели лазерно-дугового генератора плазмы. Данная модель позволяет определять распределения температуры, скорости, напряженности поля и других характеристик плазмы, генерируемой с помощью такого устройства, а также пространственное распределение интенсивности излучения взаимодействующего с ней лазерного пучка. Полученные результаты будут полезны при разработке конструкций и выборе оптимальных режимов работы лазерно-дуговых плазмотронов для различных технологических процессов.

*В заключение авторы выражают благодарность проф. В. С. Гвоздецкому за участие в обсуждении концепции создания лазерно-дуговых плазмотронов.*

1. Пат. 1547172 Великобритании, МКИВ В 23 К 26/00 (В 23 К 9/00). Methods and apparatus for cutting, welding, drilling and surface treating / W. M. Steen — Оpubл. 06.06.79.
2. Steen W. M., Eboo M. Arc augmented laser welding // Metal Construction. — 1979. — 11. — № 7. — P. 332–335.
3. Steen W. M. Arc augmented laser processing of materials // J. Appl. Phys. — 1980. — 51. — № 11. — P. 5636–5641.
4. Заявка 56-49195 Японии, МКИ<sup>3</sup> В 23 К 26/00 (В 23 К 9/00). Способ сварки с применением лазера и неплавящегося электрода / М. Хамадзаки. — Оpubл. 20.11.81. — Яп.
5. Заявка 59-66991 Японии, МКИ<sup>3</sup> В 23 К 26/12 (В 23 9/16). Способ сварки с применением лазера и плавящегося электрода / М. Хамадзаки. — Оpubл. 16.04.84. — Яп.
6. TIG or MIG arc augmented laser welding of thick mild steel plate / J. Matsuda, A. Utsumi, M. Katsumura et al. // Joining and Materials. — 1988. — 1. — № 1. P. 31–34.
7. Diebold T. P., Albright C. E. «Laser-GTA» welding of aluminum alloy 5052 // Welding J. — 1984. — 63. — № 6. — P. 18–24.

8. Дьюли У. Лазерная технология и анализ материалов. — М.: Мир, 1986. — 504 с.
9. Лазерно-дуговой разряд в канале / В. С. Гвоздецкий, И. В. Кривцун, М. И. Чиженко, А. А. Свиргун // Киев: ИЭС им. Е. О. Патона, 1989. — 32 с. (Препр. ИЭС-89-6).
10. Расчетная оценка влияния лазерного излучения на характеристики плазмы столба дуги в канале сопла / В. С. Гвоздецкий, И. В. Кривцун, М. И. Чиженко, А. А. Свиргун // Автомат. сварка. — 1990. — № 8. С. 8–14.
11. Гвоздецкий В. С., Кривцун И. В., Чиженко М. И. Численное исследование характеристик разряда в канале лазерно-дугового плазматрона // Киев : ИЭС им. Е. О. Патона, 1991. — 44 с. (Препр. ИЭС-91-2).
12. Гвоздецкий В. С., Кривцун И. В., Чиженко М. И. Взаимодействие лазерного пучка с плазмой электрической дуги // Тез. докл. VIII Всесоюз. конф. по физике низкотемператур. плазмы (Минск, 17–20 сентября 1991 г.). — Минск: АНК «ИТМО им. А. В. Лыкова АН БССР», 1991. — Ч. 3. — С. 31–32.
13. Гвоздецкий В. С., Кривцун И. В., Чиженко М. И. Расчет характеристик лазерно-дугового разряда в потоке аргона // Тез. докл. I Междунар. конф. по физике дуги и источникам питания (Киев, 17–21 февраля 1992 г.). — Киев: ИЭС им. Е. О. Патона, 1992. — С. 24–25.
14. Laser-Arc Discharge: Theory and Applications / V. S. Gvozdetzky, I. V. Krivtsun, M. I. Chizhenko, L. M. Yarinich // Welding and Surfacing Rev. — Harwood, 1995. — 148 p.
15. Райзер Ю. П. Физика газового разряда. — М.: Наука, 1987. — 592 с.
16. Патон Б. Е. Совершенствование способов сварки — один из путей повышение качества и экономичности сварных конструкций // Автомат. сварка. — 1995. — № 11. — С. 3–11.
17. Walduck R. P., Biffin J. Plasma arc augmented laser welding // Weld. and Met. Fabrication. — 1994. — 62. № 4. — P. 172, 174, 176.
18. Заявка 60-234782 Японии, МКИ<sup>4</sup> В 23 К 26/00 (В 23 К 26/14). Установка для обработки лазерным лучом / М. Канаока, С. Хосиноути. — Опубл. 21.11.85. — Яп.
19. Теория столба электрической дуги / В. С. Энгельшт, В. Ц. Гурович, Г. А. Десятков и др. — Новосибирск: Наука, 1990. — 376 с.
20. Ярив А. Квантовая электроника. — М.: Совет. радио, 1980. — 488 с.
21. Ландау Л. Д., Лифшиц Е. М. Электродинамика сплошных сред. — М.: Наука, 1982. — 620 с.
22. Андерсон Д., Таннехил Дж., Плетчер Р. Вычислительная гидродинамика и теплообмен. — Т. 1. — М.: Мир, 1990. — 384 с.
23. Приэлектродные процессы в дуговых разрядах / М. Ф. Жуков, Н. П. Козлов, А. В. Пустогаров и др. — Новосибирск: Наука, 1982. — 157 с.
24. Мойжес Б. Я., Немчинский В. А. К теории дуги высокого давления на тугоплавком катоде. Ч. I // Журн. техн. физики. — 1972. — Т. 12. — С. 1001–1009.
25. Мойжес Б. Я., Немчинский В. А. К теории дуги высокого давления на тугоплавком катоде. Ч. II // Там же. — 1973. — Т. 13. — С. 2309–2317.
26. Об оптимизации термокатода дугового разряда / А. М. Зимин, Н. П. Козлов, В. И. Хвесюк, А. А. Щербаков // Теплофизика высок. температур. — 1982. — 20. — № 3. — С. 442–446.
27. Пятницкий Л. Н., Хаустович Г. П., Коробкин В. В. Распределение параметров плазмы по длине аргоновой дуги // Там же. — 1974. — 12. — № 4. — С. 876–878.
28. MacKeown S. S. The cathode drop in an electric arc // Phys. Rev. — 1929. — 34. — P. 611–614.
29. Добрецов Л. Н., Гомоюнова М. В. Эмиссионная электроника. — М.: Наука, 1966. — 564 с.
30. Жданов В. М. Явления переноса в многокомпонентной плазме. — М.: Энергоиздат, 1982. — 177 с.

### 4.1.3. ОСОБЕННОСТИ РАБОТЫ ТРУБЧАТОГО ТЕРМОКАТОДА, ПОДОГРЕВАЕМОГО ЛАЗЕРНЫМ ИЗЛУЧЕНИЕМ\*

И.В. КРИВЦУН

Известно, что взаимодействие лазерного пучка с дуговой плазмой может приводить к возникновению особого типа газового разряда — комбинированного лазерно-дугового разряда [1], который является основой нового класса плазмотронов, применяемых для гибридных лазерно-плазменных способов сварки и обработки материалов [2–4]. Эти устройства отличаются от известных дуговых и оптических (лазерных) плазмотронов дополнительными возможностями управления как характеристиками плазмы (за счет изменения параметров лазерного пучка), так и лазерного пучка (за счет изменения режима горения дуги). Кроме того, лазерно-дуговые плазмотроны позволяют существенно повысить пространственно-временную

стабильность параметров генерируемой плазмы и снизить опасность двойного дугообразования, что делает их весьма перспективными при реализации различных технологических процессии [5].

Основной особенностью лазерно-дуговых плазмотронов осесимметричной схемы [2–5] является конструкция катодного узла, например, тугоплавкий трубчатый катод (рис. 1) или система штыревых катодов, расположенных по окружности, что дает возможность вводить сфокусированный лазерный пучок в дуговую плазму вдоль оси плазмформирующего канала. Использование трубчатого термокатада позволяет также для дополнительного нагрева (наряду с дуговым нагревом) внутренней поверхности рабочего конца катода использовать периферийные лучи лазерного пучка, проходящего через катод (рис. 1). С одной стороны, можно осуществлять предварительный лазерный разогрев поверхности катода до температур, обеспечивающих минимальную пусковую эрозию его материала при инициализации дуги, с другой, открывается новый путь для управления катодными процессами, а следовательно, и характеристиками плазмы в прикатодной области комбинированного разряда. Поэтому исследование особенностей работы трубчатого термокатада при атмосферном давлении внешнего газа, связанных с лазерным подогревом рабочего конца такого катода, представляется актуальной задачей.

Целью настоящей работы является разработка математической модели и детальное численное исследование катодных процессов для случая трубчатого термокатада, подогреваемого лазерным излучением. При моделировании этих процессов для рассматриваемого типа катода будем использовать наиболее общий подход, заключающийся в самосогласованном учете всего комплекса взаимосвязанных физических явлений, протекающих в теле катода, на его поверхности и в прикатодном слое плазмы [6].

Прикатодный слой плазмы условно можно разделить на две зоны: квазинейтральную ионизационную область, в которой происходит генерация заряженных частиц, и слой пространственного заряда, на который приходится основная часть катодного падения потенциала. Слой пространственного заряда, непосредственно примыкающий к поверх-

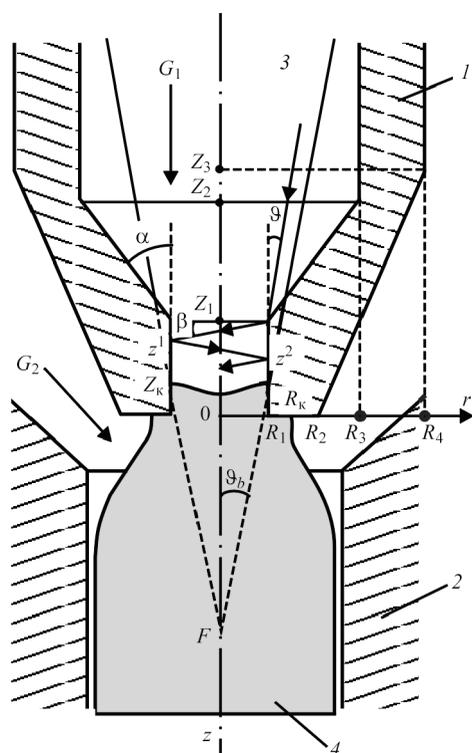


Рис. 1. Схема трубчатого термокатада лазерно-дугового плазмотрона: 1 — тугоплавкий трубчатый катод; 2 — плазмформирующее сопло; 3 — лазерный пучок; 4 — комбинированный лазерно-дуговой разряд;  $G_1$ ,  $G_2$  — расходы соответственно внутреннего и внешнего плазмобразующего газа;  $R_1, \dots, R_4$  и  $Z_1, \dots, Z_3$  — координаты точек, определяющих форму поверхности катода;  $R_k, Z_k$  — координаты точек, определяющих размер области катодной привязки дуги

\*Автоматическая сварка. — 2001. — № 10. — С. 56–62.

ности катода, имеет толщину, приблизительно равную дебаевскому радиусу, и может рассматриваться как бесстолкновительный, поскольку при давлении окружающего газа, близком к атмосферному, длина свободного пробега частиц оказывается существенно больше дебаевского радиуса [7]. Электроны, эмитируемые катодом, ускоряются электрическим полем пространственного заряда и приобретают энергию, достаточную для ионизации атомов плазмообразующего газа в столкновительном ионизационном слое. Образующиеся ионы и высокоэнергетические электроны плазмы, которые способны преодолеть катодное падение потенциала (так называемые обратные электроны), попадают на поверхность катода и отдают ему энергию, необходимую для его нагрева и обеспечения тока термоэмиссии.

Как уже было отмечено выше, кроме поступления энергии через пятно дуги, рассматриваемая конструкция трубчатого термокатада позволяет использовать для нагрева его внутренней поверхности часть мощности лазерного пучка, пропускаемого через отверстие в катоде. С этой целью геометрические параметры данной поверхности следует выбирать такими, чтобы периферийные лучи пучка, отразившись от внутренней конической поверхности катода, попали в его цилиндрическое выходное отверстие и имели там достаточное количество отражений для полного поглощения их материалом катода.

Для расчета результирующего температурного поля в теле катода, которое предполагается осесимметричным, воспользуемся стационарным квазилинейным уравнением теплопроводности с учетом джоулева тепловыделения:

$$\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left( r \chi_{\kappa} \frac{\partial T_{\kappa}}{\partial r} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left( \chi_{\kappa} \frac{\partial T_{\kappa}}{\partial z} \right) + \rho_{\kappa} j_{\kappa}^2 = 0, \quad (1)$$

где  $T_{\kappa}(r, z)$  — распределение температуры в теле катода;  $\chi_{\kappa}(T_{\kappa})$  — коэффициент теплопроводности;  $\rho_{\kappa}(T_{\kappa})$  — удельное электрическое сопротивление материала катода;  $j_{\kappa}(r, z) = -\nabla \Phi_{\kappa} / \rho_{\kappa}$  — плотность тока в катоде.

Здесь распределение электрического потенциала  $\Phi_{\kappa}(r, z)$  может быть найдено с помощью уравнения неразрывности тока в металле

$$\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left( r \frac{\partial \Phi_{\kappa}}{\partial r} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left( \frac{\partial \Phi_{\kappa}}{\partial z} \right) = 0. \quad (2)$$

Краевые условия на поверхности катода для уравнений (1), (2) задаются исходя из следующих соображений. Предполагается, что рассматриваемый тугоплавкий катод запрессован в медную водоохлаждаемую обойму. Тогда при

$$z = -L_{\text{в}}; \quad R_3 \leq r \leq R_4,$$

где  $L_{\text{в}}$  — длина вылета катода, можно считать

$$T_{\kappa} = T_{\text{в}}; \quad \Phi_{\kappa} = 0, \quad (3)$$

где  $T_{\text{в}}$  — температура охлаждающей воды. На внешней поверхности катода вне зоны привязки дуги принимаются условия наличия конвективно-радиационного теплообмена с окружающим газом, а также отсутствия нормальной к этой поверхности компоненты плотности электрического тока. Таким образом, при  $r = R_4$ ;  $-L_{\text{в}} \leq z < Z_3$ ,  $r = R_2 + \frac{(R_4 - R_2)z}{Z_3}$ ;  $Z_3 \leq z < 0$  и  $R_{\kappa} < r \leq R_2$ ;  $z = 0$  (см. рис. 1) граничные условия имеют вид

$$-\chi_{\kappa} \nabla_{\text{н}} T_{\kappa} = \alpha_{\kappa_2} (T_{\kappa} - T_2) + \varepsilon_{\kappa} \sigma_0 (T_{\kappa}^4 - T_2^4); \quad \nabla_{\text{н}} \Phi_{\kappa} = 0, \quad (4)$$

где  $\nabla_{\text{н}}$  — нормальная к поверхности катода составляющая градиента температуры;  $\alpha_{\kappa_2}$  — коэффициент теплообмена поверхности катода с внешним потоком плазмообразующего газа;  $T_2$  — температура этого газа;  $\varepsilon_{\kappa}$  — степень черноты материала катода;  $\sigma_0$  — постоянная Стефана–Больцмана. Краевые условия на внутренней поверхности катода вне зоны контакта с плазмой, т. е. при  $r = R_3$ ;  $-L_{\text{в}} \leq z < Z_2$ ,  $r = R_1 + \frac{(R_3 - R_1)(z - Z_1)}{Z_2 - Z_1}$ ;  $Z_2 \leq z < Z_1$  и  $r = R_1$ ;  $Z_1 \leq z < Z_{\kappa}$  (см. рис. 1), выбираются аналогично (4)

$$-\chi_{\kappa} \nabla_{\text{н}} T_{\kappa} = -\alpha_{\kappa_1} (T_{\kappa} - T_1) - \varepsilon_{\kappa} \sigma_0 (T_{\kappa}^2 - T_1^4); \quad \nabla_{\text{н}} \Phi_{\kappa} = 0, \quad (5)$$

где  $\alpha_{\kappa_1}$  — коэффициент теплообмена поверхности катода с внутренним потоком плазмообразующего газа;  $T_1$  — его температура.\*

Граничные условия в области катодной привязки разряда (см. рис. 1) задаются в виде

$$-\chi_{\kappa} \frac{\partial T_{\kappa}}{\partial z} = -q_{\kappa}^{\text{д}}; \quad -\sigma_{\kappa} \frac{\partial \Phi_{\kappa}}{\partial z} = -j_{\kappa} \quad (6)$$

при  $R_1 \leq r \leq R_{\kappa}$ ;  $z = 0$ ,

$$-\chi_{\kappa} \frac{\partial T_{\kappa}}{\partial r} = q_{\kappa}^{\text{д}}; \quad -\sigma_{\kappa} \frac{\partial \Phi_{\kappa}}{\partial r} = -j_{\kappa} \quad (7)$$

при  $r = R_{\kappa}$ ;  $Z_{\kappa} \leq z \leq 0$ ,

где  $q_{\kappa}^{\text{д}}$  — плотность теплового потока, вносимого в катод дугой;  $j_{\kappa}$  — плотность тока на поверхности катода ( $q_{\kappa}^{\text{д}}$  и  $j_{\kappa}$  предполагаются распределенными по области катодной привязки).

Распределение теплового потока дуги  $q_{\kappa}^{\text{д}}(r_s, z_s)$  по поверхности катодной привязки разряда (здесь  $r_s$  и  $z_s$  — координаты точки на этой поверхности) можно найти с помощью системы уравнений, при-

\*Значения  $\alpha_{\kappa_1}$  и  $\alpha_{\kappa_2}$ , а также соответствующие значения температур  $T_1(z)$  и  $T_2(z)$  определяются в зависимости от расходов  $G_1$  и  $G_2$  используемого плазмообразующего газа, а также условий его подачи и теплофизических свойств.

веденных в [3]. Для учета дополнительного лазерного нагрева внутренней поверхности катода краевые условия (5), (7) для уравнения теплопроводности необходимо скорректировать, добавив в правые части указанных условий член  $q_k^l$ , описывающий распределение мощности лазерного излучения, поглощаемой внутренней конической поверхностью катода и поверхностью его выходного отверстия.

Прежде, чем определить распределение мощности излучения, поглощаемой внутренней поверхностью катода, рассмотрим условие, при котором все лучи лазерного пучка, отраженные конической частью этой поверхности, попадают в выходное отверстие катода. Если

$$F^2 \gg [\lambda / (\pi \vartheta_b^2)]^2$$

(здесь  $\lambda$  — длина волны лазерного излучения;  $\vartheta_b$  — угол фокусировки лазерного пучка), то такой пучок в области  $z < 0$  можно представить в виде совокупности сферически сходящихся в точку пересечения фокальной плоскости с осью пучка прямолинейных лучей, каждый из которых характеризуется своим значением угла  $\vartheta$  (см. рис. 1). Определив  $\vartheta_b$  как угол, в пределах которого распространяется 99 % мощности лазерного излучения, и приняв его малым ( $\text{tg } \vartheta_b \approx \vartheta_b$ ), искомое условие для лучей, попадающих на внутреннюю коническую поверхность катода, можно записать в виде:

$$R_1[(\text{tg } \alpha - 2\vartheta)\text{tg } \beta + 1] + (F - Z_1)(\text{tg } \alpha \text{tg } \beta - 1)\vartheta \geq 0; \quad (8)$$

$$\left( \frac{R_1}{F - Z_1} \leq \vartheta \leq \vartheta_b \right).$$

В этом случае положение сопряженных точек для отраженных лучей в выходном отверстии катода (см. рис. 1) можно определить с помощью рекуррентных соотношений:

$$z^1(\vartheta) = Z_1 + \frac{R_1[(\text{tg } \alpha - 2\vartheta)\text{tg } \beta + 1] + (F - Z_1)(\text{tg } \alpha \text{tg } \beta - 1)\vartheta}{\text{tg } \alpha - \vartheta}; \quad (9)$$

$$z^{i+1}(\vartheta) = z^i(\vartheta) + 2R_1 \text{tg } \beta \quad (i = 1, 2, 3, \dots),$$

где  $\beta(\vartheta) = \frac{\pi}{2} - 2\alpha + \vartheta$  — угол наклона отраженных лучей относительно горизонтальной плоскости. Эти лучи имеют в выходном канале катода не менее  $n$  отражений при условии:

$$z^n(\vartheta) \leq 0; \quad \left( \frac{R_1}{F - Z_1} \leq \vartheta \leq \vartheta_b \right), \quad (10)$$

а требуемое для их эффективного (не менее 90 %) поглощения катодной поверхностью количество

$n$  отражений лучей в пределах выходного канала можно оценить с помощью соотношения

$$(1 - \Gamma)^{n+1} \leq 0,1, \quad (11)$$

где  $\Gamma$  — коэффициент поглощения лазерного излучения волны данной длины материалом поверхности катода\*.

При выполнении условия (8) распределение теплового потока  $q_k^l(R_1, z)$ , вводимого лазерным излучением, по длине выходного отверстия катода ( $Z_1 \leq z \leq 0$ ) можно записать следующим образом:

$$q_k^l = \int_{\frac{R_1}{F - Z_1}}^{\vartheta_b} \sum_{i=1}^{\infty} \delta[z - z^i(\vartheta)] \theta[-z^i(\vartheta)] S^i(\vartheta) \cos \beta \Gamma^i(\vartheta) d\vartheta. \quad (12)$$

Здесь  $\delta(x)$  — дельта-функция;

$$\theta(x) = \begin{cases} 1 & \text{при } x \geq 0, \\ 0 & \text{при } x < 0; \end{cases}$$

$S^i(\vartheta)$  — интенсивность падающего лазерного излучения для соответствующих сопряженных точек поверхности выходного канала;  $\Gamma^i(\vartheta) \equiv \Gamma\{T_k[R_1, z^i(\vartheta)]\}$  — значения коэффициента поглощения лазерного излучения материалом катода в этих же точках. Без учета поглощения отраженных лучей в плазме при  $z \leq Z_k$  значения интенсивности падающего излучения для всех сопряженных точек  $z^i(\vartheta)$  могут быть найдены с помощью рекуррентных соотношений:

$$S^1(\vartheta) = S^0(\vartheta) \frac{\text{tg } \alpha}{\cos \beta} R(\vartheta) \frac{[(F - Z_1)\text{tg } \alpha - R_1]^2 \vartheta}{R_1 z_1^1 (\text{tg } \alpha - \vartheta)^3}; \quad (13)$$

$$S^{i+1}(\vartheta) = S^i(\vartheta) [1 - \Gamma^i(\vartheta)] \frac{z_1^i}{z_1^{i+1}} \quad (i = 1, 2, 3 \dots),$$

в которых использованы следующие обозначения:

$z_1^i \equiv \frac{dz^i}{d\vartheta}$ ;  $S^0(\vartheta)$  — интенсивность излучения исходного лазерного пучка  $S^0(r, z)$  в точке падения луча, имеющего угол  $\vartheta$ , на внутреннюю коническую поверхность катода, т. е. при

$$r = \frac{[(F - Z_1)\text{tg } \alpha - R_1]\vartheta}{\text{tg } \alpha - \vartheta}; \quad z = \frac{Z_1 \text{tg } \alpha - F\vartheta + R_1}{\text{tg } \alpha - \vartheta};$$

$R(\vartheta)$  — коэффициент отражения лазерного излучения в этой же точке поверхности. Используя принятые обозначения для плотности теплового потока  $q_k^l(\vartheta)$ , вводимого лазерным излучением через коническую часть внутренней поверхности катода ( $z < Z_1$ ) в точке падения луча  $\vartheta$ , имеем

$$q_k^l = S^0(\vartheta) \sin \alpha [1 - R(\vartheta)]. \quad (14)$$

Отметим, что распределения теплового потока (12), (14) предполагаются осесимметричными, поэтому для лазерных пучков с азимутальными вариациями интенсивности излучения при определении зависимости  $S^0(\vartheta)$  следует использовать

\*Поскольку угол падения отраженных лучей на поверхность отверстия мал, здесь и далее под  $\Gamma$  будем понимать независящее от поляризации излучения значение коэффициента поглощения при нормальном падении лучей, соответствующее локальному значению температуры поверхности.

усредненное по азимуту распределение интенсивности исходного пучка. Что касается коэффициента отражения  $R(\vartheta)$ , то, поскольку угол падения лучей на внутреннюю коническую поверхность (он приближенно равен  $\pi/2 - \alpha$ ), не является малым, данный коэффициент будет зависеть не только от температуры поверхности в точке падения соответствующего луча, но и от поляризации излучения в исходном лазерном пучке. Чтобы избежать возникающей при этом азимутальной зависимости  $q_k^n(\vartheta)$ , в качестве  $R(\vartheta)$  в (13), (14) можно приближенно использовать соответствующее значение коэффициента отражения для неполяризованного излучения, имеющего угол падения  $\pi/2 - \alpha$ .

На основе предложенной математической модели было проведено численное исследование катодных процессов для трубчатого термокатода лазерно-дугового плазмотрона [5]. Данный плазмотрон проектировался для работы на токах дуги  $100 \leq I \leq 300$  А с использованием пучка излучения  $\text{CO}_2$ -лазера, имеющего моду  $\text{TEM}_{20}$ , мощность  $Q^0 \leq 5$  кВт и угол фокусировки  $\vartheta_b = 0,053$ , определяемый, как указано выше. При разработке конструкции катодного узла внешние размеры трубчатого катода (см. рис. 1) выбраны следующими:  $R_2 = 2,0$  мм;  $R_4 = 4,5$  мм;  $Z_3 = -5,0$  мм;  $L_b = 20$  мм. При этом предусматривалась возможность регулировки лазерного нагрева рабочего конца катода. С этой целью радиус цилиндрического выходного отверстия катода  $R_1$  был взят равным 1 мм, а расстояние от плоскости  $z = Z_1$  до фокуса исходного пучка  $f = F - Z_1$  предполагалось варьировать в диапазоне  $16 \leq f \leq 24$  мм. Для указанных значений  $R_1$  и  $\vartheta_b$  заметный нагрев катода лазерным излучением будет наблюдаться при  $f \leq 19$  мм. Зависимость мощности лазерного излучения, приходящейся на внутреннюю поверхность катода  $\Delta Q^0$  от его положения относительно фокальной плоскости пучка, имеющего моду  $\text{TEM}_{20}$ , приведена на рис. 2. Здесь следует отметить, что дальнейшее увеличение расстояния от фокуса исходного пучка до катода ( $f > 24$  мм) нецелесообразно, поскольку это, наряду с ростом  $\Delta Q^0$ , приводит к существенному дифракционному искажению пучка, прошедшего через отверстие катода.

Угол  $\alpha$  раскрытия внутренней конической поверхности катода и длину его выходного отверстия  $-Z_1$  (см. рис. 1) выбирали из условий оптимального использования мощности, отбираемой у лазерного пучка для нагрева поверхности выходного канала катода. При этом использовали условия (8), (10), (11), означающие, что отраженные конической частью внутренней поверхности катода периферийные лучи лазерного пучка попадают в выходное отверстие катода и имеют там количество отражений, достаточное для их эффективного поглощения. Поскольку коэффициент

поглощения лазерного излучения с длиной волны  $\lambda = 10,6$  мкм поверхностью вольфрамового катода при температуре от 2000 до 3000 К и нормальном падении равен  $\Gamma \approx 0,1$  [8], требуемое для выполнения условия (11) количество отражений лучей в пределах выходного канала катода должно составлять не менее 20. Исходя из этого были определены оптимальные (для всего диапазона изменения значений  $f$ ) значения геометрических параметров внутренней поверхности катода:  $\alpha = 42,5^\circ$ ;  $Z_1 = -2$  мм;  $R_3 = 3$  мм.

В качестве материала катода был выбран активированный вольфрам ( $\text{W} + 1\% \text{Y}_2\text{O}_3$ ), имеющий работу выхода  $\varphi_k = 3,3$  эВ [9]. Используемые в расчетах температурные зависимости коэффициента теплопроводности  $\chi_k$ , удельного электрического сопротивления  $\rho_k$ , степени черноты  $\epsilon_k$ , а также коэффициентов поглощения  $\Gamma$  (при нормальном падении) и отражения  $R$  (при угле падения  $47,5^\circ$ ) неполяризованного излучения  $\text{CO}_2$ -лазера для вольфрама определены на основе данных работ [10, 11].

Расход плазмообразующего газа (аргона), продуваемого через отверстие в катоде, был принят равным 0,5 л/мин (при стандартных условиях), а расход газа, подаваемого через зазор между катодом и плазмформирующим соплом, варьировался в диапазоне 1,5...3,5 л/мин. Усредненные по сечению каналов значения температур внутреннего  $T_1(z)$  и внешнего  $T_2(z)$  потоков аргона определяли с учетом нагрева газа от поверхности катода. При этом начальная температура плазмообразующего газа предполагалась равной температуре воды, охлаждающей катод:  $T_1(-L_b) = T_2(-L_b) = T_b = 300$  К. Для вычисления входящих в (4), (5) коэффициентов теплообмена  $\alpha_k$  и  $\alpha_{k_2}$  были использованы критериальные зависимости [12]:

$$\alpha_{k_j} = \text{Nu}_j \frac{\chi(T_j)}{D_j} \left[ \frac{\eta(T_j)}{\eta(T_k)} \right]^{0,14} \quad \text{при } j=1, 2, \quad (15)$$

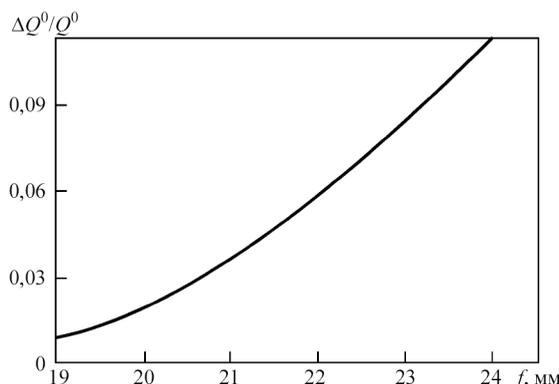


Рис. 2. Часть мощности лазерного пучка, приходящаяся на внутреннюю поверхность трубчатого катода, как функция его положения относительно фокальной плоскости исходного пучка (обозначения см. и тексте)

где  $Nu_1 \cong 4$ ,  $Nu_2 \cong 5$  — числа Нуссельта соответственно для внутреннего и внешнего потоков газа;  $D_1$ ,  $D_2$  — соответственно внутренний и внешний диаметры катода;  $\chi$ ,  $\eta$  — температурные зависимости коэффициентов переноса для аргона [1].

Результаты численного моделирования работы исследуемого трубчатого термокатада как в обыч-

ном дуговом режиме, так и в режиме с лазерным подогревом его рабочего конца представлены на рис. 3–7. В частности, на рис. 3 показано распределение по рабочей поверхности катода температуры, плотности тока и теплового потока, вводимого дугой, при отсутствии лазерного нагрева катода. Как следует из рис. 3, *а, б*, увеличение тока сопровождается повышением температуры поверхности катода и площади катодной привязки дуги, причем увеличение этой площади при  $I > 200$  А происходит в большей степени за счет торца катода. Это связано с тем, что дальнейшее заглупление дуги в выходное отверстие катода становится энергетически невыгодным, поскольку сопровождается значительным ростом напряжения на участке плазмы внутри указанного отверстия.

При увеличении тока дуги от 100 до 300 А средняя плотность тока на катоде

$$\langle j_k \rangle = I / S_k,$$

где  $S_k = \pi(R_k^2 + 2R_1Z_k - R_1^2)$  — площадь катодной привязки разряда (см. рис 1) возрастает с 19,2 до 29,2 А/мм<sup>2</sup>. Что касается средней плотности теплового потока, направленного в катод,

$$\langle q_k^d \rangle = Q_k^d / S_k,$$

где  $Q_k^d$  — полный тепловой поток от дуги, вычисляемый путем интегрирования  $q_k^d$  по площади привязки дуги к катоду, то она, наоборот, уменьшается с 70,9 (при  $I = 100$  А) до 37,8 Вт/мм<sup>2</sup> (при  $I = 300$  А). Кроме того, в отличие от распределений  $T_k$  и  $j_k$ , имеющих максимальные значения в точках  $r = R_1$ ;  $z = 0$  (рис. 3, *а, б*), максимальные значения теплового потока  $q_k^d$  наблюдаются на периферии области привязки дуги (рис. 3, *в*). Следует отметить, что подобное распределение теплового потока на катоде имеет место и для сплошных (нетрубчатых) термокатадов [13].

На рис. 4 приведена зависимость от тока дуги среднего катодного падения потенциала  $\langle V_k \rangle$ , рассчитанного с помощью усредненных по области катодной привязки значений составляющих плотности тока на катоде, температуры его поверхности, обеспечивающей соответствующую среднюю плотность тока эмиссии, и средней температуры плазмы в ионизационном слое. Для нахождения последней использовали уравнение баланса энергии прикатодной плазмы [3], записанное относительно соответствующих усредненных величин. Как следует из приведенной расчетной зависимости, для исследуемого трубчатого катода  $\langle V_k \rangle$  уменьшается с ростом тока, что вообще характерно для термокатадов [6].

Влияние дополнительного лазерного нагрева рабочего конца рассматриваемого катода на характер протекания катодных процессов может быть

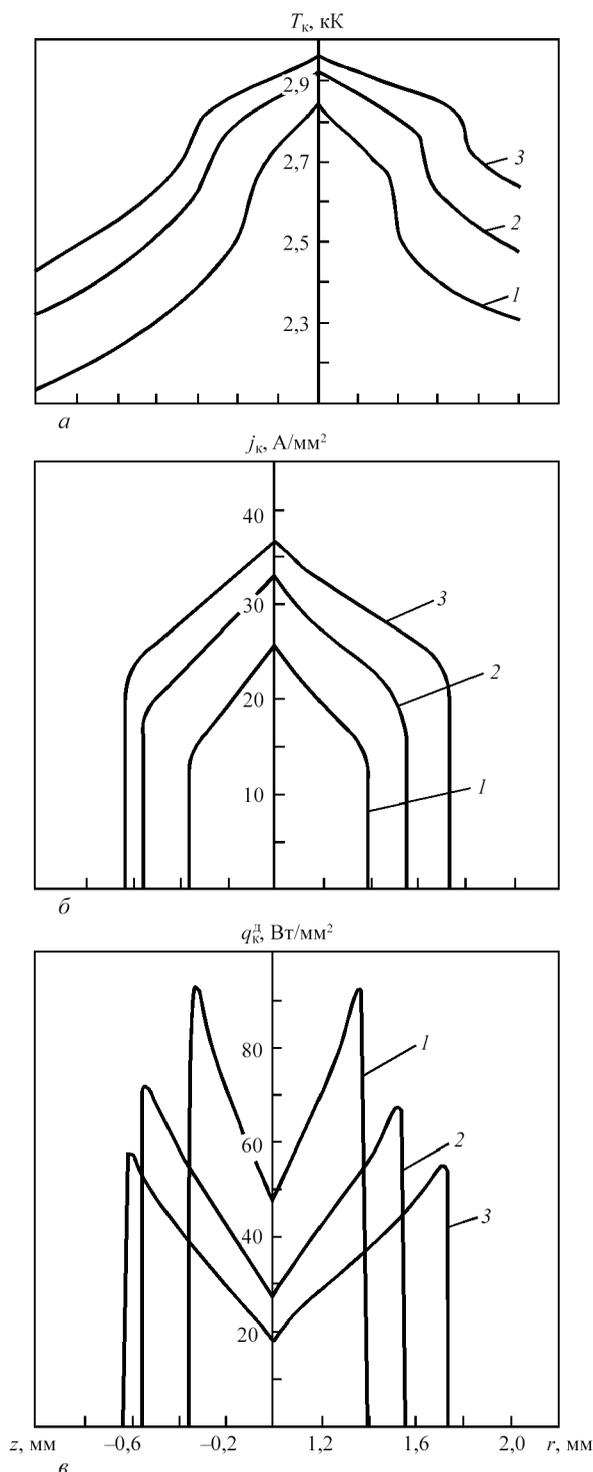


Рис. 3. Распределение температуры (*а*), плотности электрического тока (*б*) и плотности теплового потока, вводимого дугой (*в*), по поверхности трубчатого термокатада, работающего на различном токе ( $G_2 = 2,5$  л/мин,  $Q^0 = 0$  или  $F < 17$  мм): 1 —  $I = 100$ ; 2 — 200; 3 — 300 А

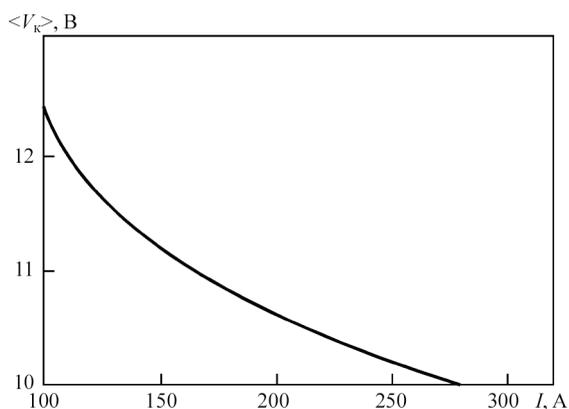


Рис. 4. Среднее катодное падение потенциала как функция тока дуги для трубчатого термокатода (остальные параметры режима работы катода см. на рис. 3)

проиллюстрировано с помощью рис. 5–7. Так, например, на рис. 5 показано распределение по рабочей поверхности катода температуры, плотности тока и тепловых потоков, вводимых соответственно дугой и лазерным пучком, при различных значениях мощности поглощаемого катодом лазерного излучения  $Q_K^Л$ , определяемой как интеграл от  $q_K^Л$  по внутренней поверхности катода. Происходящий с увеличением расстояния  $F$  рост  $Q_K^Л$  (кривая 2 на рис. 6) вызывает некоторое повышение температуры поверхности катода, особенно заметное внутри его выходного отверстия (рис. 5, а). Проявляющаяся при этом немонотонность распределения температуры, а вместе с ней  $j_K$  и  $q_K^Л$  (рис. 5, б, в) по длине выходного канала катода связана с неоднородностью нагрева его поверхности лазерным излучением (рис. 5, з), усиливающейся с ростом  $F$  (ср. кривые 1 и 2 на рис. 5, з).

Важной особенностью катодных процессов для рассматриваемого катода является снижение плотности теплового потока, вводимого в катод дугой, при увеличении  $Q_K^Л$  и неизменном токе (рис. 5, в). Средняя плотность теплового потока на катоде  $\langle q_K^Л \rangle$  изменяется при этом от 37,8 ( $F < 17$  мм) до 13,4 Вт/мм<sup>2</sup> ( $F = 22$  мм), а  $Q_K^Л$  уменьшается таким образом, что полное тепловложение в катод  $Q_K^{\text{tot}} = Q_K^Д + Q_K^Л + q_K^j$  увеличивается с ростом  $F$  весьма незначительно (кривая 3 на рис. 6). Здесь следует отметить, что мощность, выделяющаяся в теле катода за счет протекания тока  $Q_K^j$ , не превышает 10 % от  $Q_K^{\text{tot}}$ .

Что касается средней плотности тока на катоде, то, поскольку площадь катодной привязки при увеличении  $Q_K^Л$  и неизменном ( $I = 300$  А) токе дуги несколько убывает, средняя плотность тока  $\langle j_K \rangle$  возрастает с 29,2 ( $F < 17$  мм) до 37,4 А/мм<sup>2</sup> ( $F = 22$  мм). При этом область катодной привязки разряда смещается с торца катода на его вну-

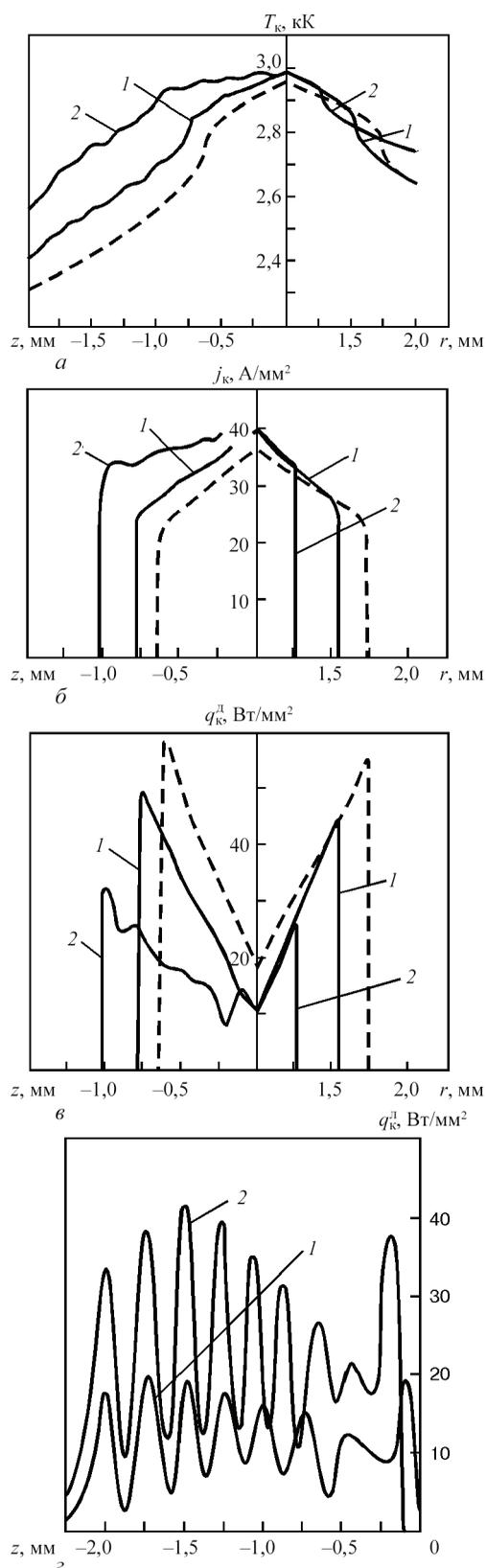


Рис. 5. Распределение температуры (а), плотности электрического тока (б), плотности теплового потока, вводимого дугой (в) и лазерным пучком (з), по поверхности трубчатого термокатода, подогреваемого лазерным излучением ( $I = 300$  А;  $Q^0 = 5$  кВт;  $G_2 = 2,5$  л/мин) при различном расстоянии от среза катода до фокальной плоскости исходного лазерного пучка: 1 —  $F = 19$  мм ( $Q_K^Л = 166$  Вт); 2 — 21 мм ( $Q_K^Л = 325$  Вт); штриховые кривые —  $F < 17$  мм ( $Q_K^Л = 0$ )

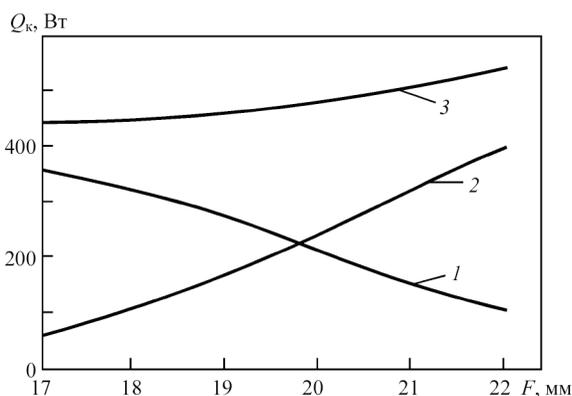


Рис. 6. Составляющие полного теплового потока, вводимого в катод, работающий в лазерно-дуговом режиме, как функции расстояния от катода до фокальной плоскости лазерного пучка: 1 —  $Q_k^l$ ; 2 —  $Q_k^p$ ; 3 —  $Q_k^{\text{tot}}$  (остальные параметры режима работы катода те же, что и на рис. 5)

тренную, более нагретую поверхность (рис. 5, б). Такое заглубление разряда в отверстие катода становится возможным благодаря происходящему здесь локальному снижению катодного падения потенциала (см., например, зависимость среднего катодного падения от значений  $F$ , а значит, и от  $Q_k^l$ , показанного на рис. 7). Это приводит к существенному росту той части полного тока разряда, которая течет на катод в пределах его выходного канала. Так, например, при  $I = 300$  А;  $Q^0 = 5$  кВт;  $F = 21$  мм ( $Q_k^p = 325$  Вт) эта часть тока составляет около 230 А, а плотность тока в плазме на срезе выходного отверстия катода достигает приблизительно  $100$  А/мм<sup>2</sup>, что значительно больше, чем на поверхности катода. Следовательно, используя дополнительный лазерный нагрев внутренней поверхности трубчатого термокатада, можно эффективно управлять распределением плотности тока, а значит, и концентрацией энергии в плазме вблизи такого катода. Это дает возможность существенно повысить плотность энергии, вводимой дугой в изделие, не только при лазерно-плазменной обработке материалов (за счет использования в комбинированном процессе плазменной дуги), но и при комбинированной лазерно-дуговой сварке с использованием короткой свободнотеряющей дуги с тугоплавким трубчатым катодом, подогреваемым лазерным излучением. В последнем случае роль плазмформирующего сопла будет играть выходной канал такого катода.

В целом результаты численного моделирования катодных явлений для трубчатого термокатада свидетельствуют о возможности повышения температуры поверхности катода и плотности тока в области катодной привязки дуги, изменения положения этой области и, как следствие всего этого, перераспределения плотности тока в прикатодной плазме за счет дополнительного регулируемого нагрева рабочей поверхности катода пропускае-

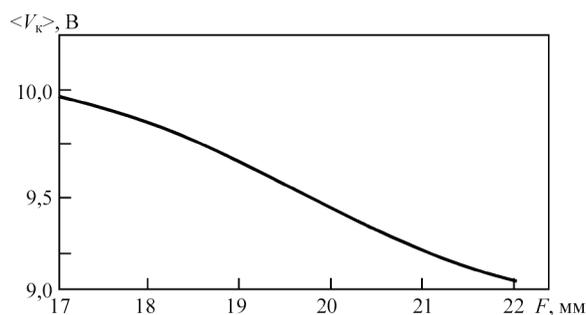


Рис. 7. Среднее катодное падение потенциала для трубчатого термокатада, подогреваемого лазерным излучением, как функция расстояния катода от фокальной плоскости лазерного пучка (параметры те же, что и на рис. 5)

мым через него лазерным пучком. Полученные расчетные данные были положены в основу создания конструкции катодного узла интегрированного лазерно-дугового плазмотрона для порошковой наплавки [5]. Экспериментальные исследования разработанного плазмотрона подтвердили результаты моделирования катодных процессов, а также продемонстрировали высокую стабильность работы трубчатого термокатада, подогреваемого лазерным излучением, и отсутствие заметной эрозии его материала после более чем восьмичасовой работы с многократными включениями дуги.

1. *Laser-Arc Discharge: Theory and Applications* / V. S. Gvozdetzky, I. V. Krivtsun, M. I. Chizhenko, L. M. Yarinich // *Welding and Surfacing Rev.*: Harwood Acad. publ., 1995. — 148 p.
2. Патон Б. Е. Совершенствование способов сварки — один из путей повышения качества и экономичности сварных конструкций // *Автомат. сварка*. — 1995. — № 11. — С. 3–11.
3. Кривицун И. В., Чиженко М. И. Основы расчета лазерно-дуговых плазмотронов // Там же. — 1997. — № 1. — С. 16–23.
4. Пат. 5700989 США, МКП<sup>6</sup> И 23 К 26 00, 10 00. Combined laser and plasma arc welding torch / I. S. Dykhno, I. V. Krivtsun, G. N. Ignatchenko. — Оpubл. 23.12.97
5. Сом А. И., Кривицун И. В. Лазер + плазма; поиск новых возможностей в наплавке // *Автомат. сварка*. — 2000. — № 12. — С. 36–41.
6. *Приэлектродные процессы в дуговых разрядах* / М. Ф. Жуков, Н. П. Козлов, А. В. Пустогаров и др. — Новосибирск: Наука, 1982. — 157 с.
7. Кривицун И. В. Модель испарения металла при дуговой, лазерной и лазерно-дуговой сварке // *Автомат. сварка*. — 2001. — № 3. — С. 3–10.
8. Дьюли У. Лазерная технология и анализ материалов. — М.: Мир, 1986. — 504 с.
9. Фоменко В. С. Эмиссионные свойства материалов: Справочник. — Киев: Наук. думка, 1981. — 339 с.
10. *Таблицы физических величин: Справочник* / Под ред. И. К. Киикоина. — М.: Атомиздат, 1976. — 1008 с.
11. Носков М. М. Оптические и магнитооптические свойства металлов. — Свердловск: УНЦ АН СССР, 1983. — 219 с.
12. *Кутателадзе С. С. Основы теории теплообмена*. — М.: Атомиздат, 1979. — 416 с.
13. Мойжес Б. Я., Немчинский В. А. К теории дуги высокого давления на тугоплавком катоде II // *Журн. техн. физики*. — 1973. — 43, № 11. — С. 2309–2317.

#### 4.1.4. МОДЕЛИРОВАНИЕ КОМБИНИРОВАННЫХ ЛАЗЕРНО-ПЛАЗМЕННЫХ ПРОЦЕССОВ ОБРАБОТКИ МАТЕРИАЛОВ И УСТРОЙСТВ ДЛЯ ИХ РЕАЛИЗАЦИИ\*

И.В. КРИВЦУН

**Введение.** В последнее время все большее развитие получают комбинированные лазерно-дуговые и лазерно-плазменные процессы сварки, резки и модификации поверхности, реализуемые путем совместного воздействия на изделие лазерного пучка и электрической, в том числе сжатой (плазменной), дуги [1–9]. При практической реализации большинства комбинированных процессов оба источника тепла воздействуют на металл в пределах общей зоны нагрева, причем дуга может гореть как с той стороны изделия, на которую направлен лазерный пучок, так и с противоположной. Происходящий в обоих случаях нагрев металла электрической дугой приводит к локальному повышению его температуры и, как следствие, к увеличению коэффициента поглощения лазерного излучения. В итоге эффективность соответствующего лазерного процесса возрастает, что особенно важно при использовании лазеров небольшой мощности.

При расположении источников тепла с одной стороны изделия пространственная стабилизация активного пятна дуги в результате локализации дуговой плазмы в зоне образования (под воздействием лазерного излучения) плазменного факела приводит к повышению устойчивости горения дуги при малых токах и больших скоростях ее перемещения относительно изделия и как результат к значительному росту производительности дуговой (плазменной) сварки и обработки металлов.

Если лазерный пучок проходит через столб дуги, то наряду с отмеченными явлениями, происходящими на поверхности обрабатываемого металла, может наблюдаться изменение полного энергетического баланса дугового разряда, связанное с дополнительным выделением энергии в объеме дуговой плазмы вследствие поглощения лазерного излучения. В том случае, когда мощность, вносимая в дугу лазерным пучком, соизмерима с ее электрической мощностью, реализуется промежуточный (между оптическим и дуговым) тип газового разряда — комбинированный лазерно-дуговой разряд [10, 11]. Интегральные и особенно локальные характери-

сти плазмы такого разряда существенно отличаются от соответствующих характеристик исходной дуговой плазмы. Что касается характеристик лазерного пучка, то они также претерпевают существенные изменения в результате поглощения и рефракции лазерного излучения в плазме разряда. Как следствие, энергия, вводимая в изделие при лазерно-дуговой или лазерно-плазменной обработке, не сводится к простой сумме энергокладов лазерного и дугового источников тепла, взятых в отдельности. Поэтому всестороннее рассмотрение комбинированного воздействия на материалы невозможно без детального теоретического исследования и математического моделирования процессов взаимодействия лазерного пучка и электродуговой плазмы.

**Взаимодействие лазерного пучка с плазмой столба сжатой дуги. Комбинированный лазерно-дуговой разряд.** Рассматривается взаимодействие сфокусированного пучка излучения  $\text{CO}_2$ -лазера непрерывного действия с плазмой столба электрической дуги постоянного тока, объединяемых в специальном плазмотроне с аксиальным потоком газа (рис. 1). При построении математической модели разряда, возникающего при таком взаимодействии, принимаются следующие допущения:

- плазменная система имеет цилиндрическую симметрию, внешние магнитные поля отсутствуют, протекающие процессы стационарны;
- лазерный пучок является гауссовым ( $\text{TEM}_{00}$ -мода), ось пучка совпадает с осью плазмотрона;
- плазма находится в состоянии локального термодинамического равновесия, собственное излучение плазмы — объемное;
- основными механизмами нагрева плазмы являются джоулево тепловыделение и обратное тормозное поглощение лазерного излучения, а перенос энергии в столбе происходит в результате теплопроводности и конвекции;
- течение плазмы вязкое, дозвуковое, режим течения — ламинарный.

Для расчета характеристик плазмы исследуемого разряда используется система магнитогазо-

\*Сб. тр. Межд. конф. «Математическое моделирование и информационные технологии в сварке и родственных процессах» (16–20 сент., Кацивели, Крым, Украина). — 2002. — С. 37–50.

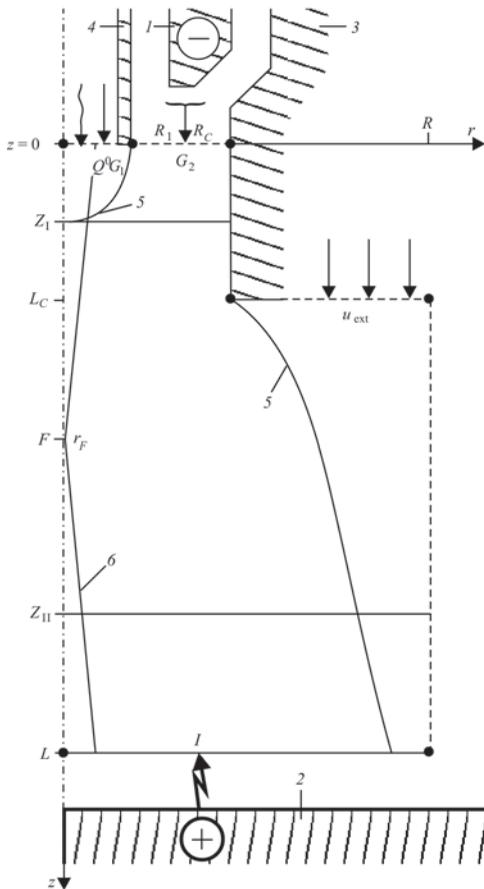


Рис. 1. Схема соосного объединения лазерного пучка с плазмой столба дуги: 1 — катод; 2 — анод; 3 — сопло плазмотрона; 4 — катодный насадок; 5 — границы плазмы; 6 — граница лазерного пучка

динамических (МГД) уравнений в приближении пограничного слоя [10]:

$$\rho C_p \left( v \frac{\partial T}{\partial r} + u \frac{\partial T}{\partial z} \right) = \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left( r \chi \frac{\partial T}{\partial r} \right) + \frac{j^2}{\sigma} + \kappa_{\omega} S - \psi; \quad (1)$$

$$\rho \left( v \frac{\partial u}{\partial r} + u \frac{\partial u}{\partial z} \right) = \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left( r \eta \frac{\partial u}{\partial r} \right) - \frac{\partial}{\partial z} \left( p + \mu^0 \frac{H^2}{2} \right); \quad (2)$$

$$\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (r \rho v) + \frac{\partial}{\partial z} (\rho u) = 0. \quad (3)$$

Здесь  $T$  — температура;  $u, v$  — аксиальная и радиальная составляющие скорости плазмы;  $\rho$  — плотность;  $C_p$  — удельная теплоемкость;  $\chi$  — коэффициент теплопроводности;  $\sigma$  — электропроводность;  $\kappa_{\omega}$  — коэффициент поглощения лазерного излучения;  $\psi$  — плотность мощности собственного излучения плазмы;  $\eta$  — коэффициент вязкости;  $p$  — давление;  $\mu^0$  — универсальная магнитная постоянная;  $H$  — напряженность магнитного поля тока дуги. Члены  $j^2/\sigma$  и  $\kappa_{\omega} S$  в уравнении (1), где  $j$  — аксиальная составляющая плотности тока в разряде, а  $S$  — интенсивность излучения в лазер-

ном пучке, описывают выделение энергии в плазме соответственно в результате протекания электрического тока и поглощения лазерного излучения.

Распределение плотности тока в разряде находится с помощью закона Ома, а осевая составляющая напряженности электрического поля  $E$  определяется из интегрального условия сохранения полного тока  $I$ . Величина  $S$  связана с комплексной амплитудой  $A_{\omega}$  электрического поля лазерного пучка. В предположении, что относительное изменение параметров плазмы на расстояниях порядка длины волны  $\lambda$  лазерного излучения мало, для нахождения  $A_{\omega}$  используется параболическое уравнение [10]

$$-2ik \frac{\partial A_{\omega}}{\partial z} = \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left( r \frac{\partial A_{\omega}}{\partial r} \right) + k^2 (\epsilon_{\omega} - 1) A_{\omega}. \quad (4)$$

Здесь  $k$  — волновой вектор, равный  $2\pi/\lambda$ ;  $\epsilon_{\omega}$  — комплексная диэлектрическая проницаемость плазмы на частоте лазерного излучения, равная  $\epsilon'_{\omega} + i\epsilon''_{\omega}$ .

Распределение давления в разряде вычисляется с учетом магнитного давления, а градиент газостатического давления на стенке канала ( $0 \leq z \leq L_c$ ) — из условия сохранения полного расхода плазмообразующего газа  $G = G_1 + G_2$  (рис. 1).

Краевые условия, необходимые для решения дифференциальных уравнений (1)–(4), на оси разряда выбираются из соображений, что система обладает цилиндрической симметрией. На внешней границе расчетной области в пределах канала полагается, что температура газа равна температуре стенки и выполняется условие «прилипания». На боковой границе открытого участка разряда ( $z > L_c$ ) принимаются условия гладкого сопряжения с окружающей средой. Предполагается также, что радиус лазерного пучка существенно меньше радиуса расчетной области.

Во входном сечении расчетной области ( $z = 0$ ) задаются радиальные распределения температуры и скорости плазмы, а также комплексной амплитуды электрического поля исходного лазерного пучка. При определении явного вида зависимостей  $T(r, 0)$  и  $u(r, 0)$  предполагается, что катод плазмотрона имеет внутренний цилиндрический насадок (рис. 1), через отверстие которого в канал истекает однородный поток холодного газа. Распределения  $T(r, 0)$  и  $u(r, 0)$  в пределах электродного сопла, образуемого стенками канала и насадка, находятся путем решения одномерных уравнений энергии и движения дуговой плазмы. Явный вид зависимости  $A_{\omega}(r, 0)$  задается в предположении, что в разряд вводится сфокусированный гауссов пучок лазерного излучения мощностью  $Q^0$ , имеющий минимальную полуширину  $r_f$  в плоскости  $z = F$  (рис. 1).

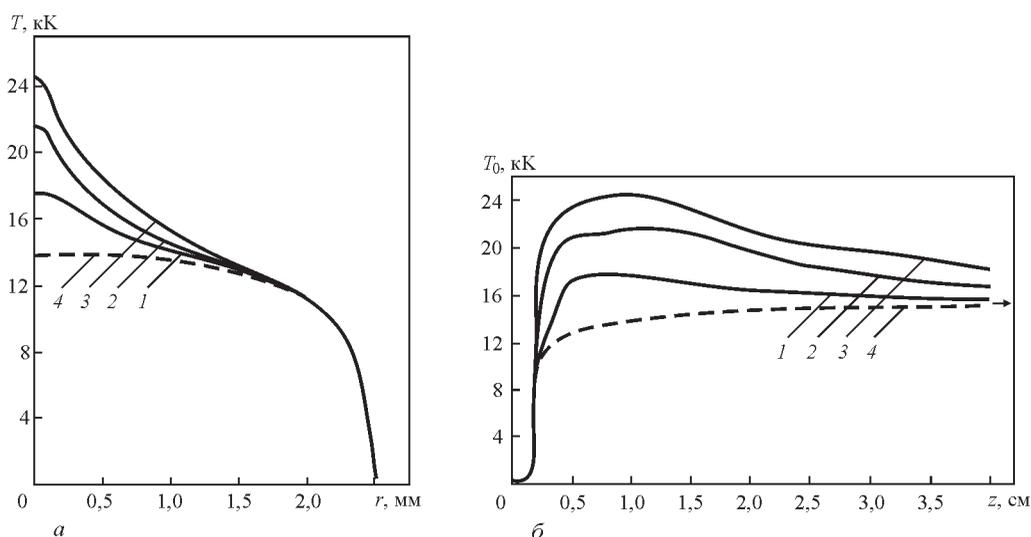


Рис. 2. Радиальные профили температуры плазмы в сечении  $z = 10$  мм (а) и распределение осевой температуры по длине канала (б) при  $R_c = 2,5$  мм ( $R_1 = 1$  мм),  $I = 100$  А,  $G = 0,1$  г/с ( $G_1 = 0,01$  г/с),  $r_f = 0,2$  мм,  $F = 10$  мм: 1 —  $Q^0 = 0,5$ ; 2 — 1,0; 3 — 1,5; 4 — 0 кВт

Для замыкания исходной системы уравнений необходимо определить зависимости термодинамических параметров, коэффициентов переноса и оптических свойств плазмы от температуры, давления и состава плазмообразующей среды. С этой целью разработана методика расчета свойств термически равновесной плазмы, содержащей две атомарные газовые компоненты (аргон и гелий). Данная методика включает определение ионизационного состава плазмы на основе уравнений Саха, закона парциальных давлений и условия квазинейтральности; расчет удельной теплоемкости (с учетом ионизационной составляющей) и плотности плазмы; вычисление коэффициентов теплопроводности, вязкости и электропроводности многокомпонентной плазмы в 13-моментном приближении метода Грэда; расчет излучательных потерь (рекомбинационно-тормозное излучение), коэффициента поглощения лазерного излучения (обратнотормозное поглощение) и комплексной диэлектрической проницаемости плазмы [10]. Проведены расчеты указанных свойств Ag-He плазмы атмосферного давления в диапазоне температур 300...25000 К при различных соотношениях компонент в исходной смеси. Результаты расчетов хорошо согласуются с известными экспериментальными данными.

На основе описанной математической модели выполнено численное моделирование рассматриваемого разряда в аргоне и его смесях с гелием при следующих параметрах:  $I = 5...250$  А;  $R_c = 2,5$  и 4 мм ( $R_1 = 1$  и 1,5 мм);  $L_c = 4$  и 1,5 см;  $G = 0,05...0,3$  г/с ( $G_1 = 0,01...0,075$  г/с);  $Q^0 = 0...1,5$  кВт;  $r_f = 0,2...0,5$  мм;  $F = 5...20$  мм. Как показали расчеты, воздействие сфокусированно-

го излучения  $\text{CO}_2$ -лазера на плазму столба аргоновой дуги приводит к увеличению температуры ее центральных областей (рис. 2, а), что можно объяснить локальным нагревом плазмы лазерным пучком. Начиная с некоторого сечения  $z = Z_1$  (см. рис. 1), являющегося началом области лазерно-дугового взаимодействия, температура  $T_0$  на оси разряда резко возрастает до значений, существенно превышающих температуру плазмы обычной дуги в канале (рис. 2, б). Пройдя через максимум,  $T_0$  по мере увеличения  $z$  начинает плавно снижаться (что соответствует началу переходной области  $z = Z_{II}$ ), стремясь к своему асимптотическому значению. Снижение температуры при  $z > Z_{II}$  обусловлено уменьшением нагрева плазмы лазерным пучком вследствие его ослабления при распространении в поглощающей среде. Следовательно, на начальном участке дуги в канале, находящейся под воздействием сфокусированного излучения  $\text{CO}_2$ -лазера, вблизи оси пучка формируется относительно высокотемпературная область разряда, причем максимальная температура плазмы, достигаемая в таком разряде, увеличивается с повышением  $Q^0$ .

Вызванный локальным повышением температуры рост электропроводности плазмы приводит к уменьшению напряженности электрического поля, необходимой для поддержания заданного тока дуги, и, как следствие, к перераспределению плотности тока в разряде. В рассматриваемых условиях увеличение  $\sigma$  вблизи оси дуги оказывается более существенным фактором, чем снижение постоянной по сечению разряда величины  $E$ , поэтому плотность тока возрастает в центре и несколько снижается у стенки канала. Отмеченное измене-

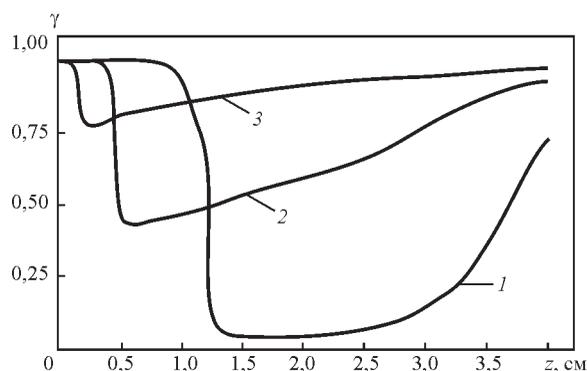


Рис. 3. Распределение параметра  $\gamma$  по длине разряда при  $Q^0 = 1$  кВт: 1 —  $I = 10$ ; 2 — 50; 3 — 150 А (остальные параметры те же, что и на рис. 2)

ние теплового режима горения разряда приводит также к увеличению аксиальной составляющей скорости плазмы вблизи оси канала, связанному с резким снижением коэффициента вязкости аргона при  $T > 10000$  К, уменьшением плотности плазмы и повышением роли электромагнитных сил в формировании плазменного потока.

Таким образом, при воздействии на плазму столба дуги сфокусированного пучка излучения  $CO_2$ -лазера может происходить настолько существенная перестройка тепловых, электрических и газодинамических характеристик дуговой плазмы, что разряд по существу перестает быть дуговым и возникает новый вид газового разряда — комбинированный лазерно-дуговой разряд. Пространственные распределения характеристик плазмы такого разряда зависят не только от мощности лазерного пучка, но и от тока дуги. Более того, при малых токах ( $I < 10$  А) и  $Q^0 < 0,7$  кВт возникновение лазерно-дугового разряда в рассматриваемой системе вообще невозможно, поскольку температура плазмы в этих условиях не превышает 10000 К и поглощение излучения  $CO_2$ -лазера пренебрежимо мало. Однако именно в случае небольших токов ( $10 \text{ А} < I < 25 \text{ А}$ ), при

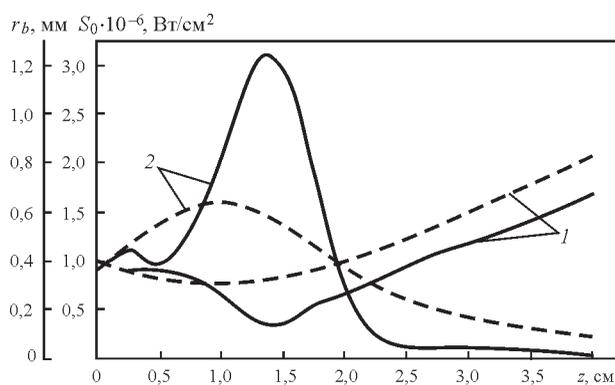


Рис. 4. Распределение радиуса лазерного пучка  $r_b$  (1) и интенсивности излучения  $S_0$  (2) на его оси по длине разряда при  $Q^0 = 1$  кВт: штриховые кривые — для исходного пучка; остальные параметры те же, что и на рис. 2

условии, что мощность лазерного пучка достаточно для возникновения комбинированного разряда, наблюдаются наиболее резкие относительные изменения характеристик дуговой плазмы.

Для количественной оценки относительной роли лазерной и дуговой составляющих в энергетическом балансе разряда удобно использовать параметр

$$\gamma = EI / \left( EI + 2\pi \int_0^{R_C} \kappa_{\omega} S r dr \right), \quad (5)$$

характеризующий долю энергии, которая выделяется в некотором сечении разряда за счет протекания тока, от полной энергии, подводимой к плазме в этом же сечении (рис. 3). Происходящее при небольших значениях  $I$  резкое уменьшение параметра  $\gamma$  в начальных сечениях области лазерно-дугового взаимодействия означает, что здесь осуществляется практически скачкообразный переход разряда, поддерживаемого преимущественно протекающим током ( $\gamma > 0,5$ ), в другой вид разряда, существующий в основном благодаря нагреву плазмы лазерным пучком ( $\gamma < 0,5$ ). Необходимо подчеркнуть, что лазерно-дуговой разряд на участке, где плазма нагревается преимущественно лазерным излучением, нельзя отождествлять с непрерывным оптическим разрядом, так как при выбранных параметрах лазерного пучка и скорости набегающего потока газа стационарный оптический разряд в аргоне атмосферного давления не может существовать.

Наряду с изменением характеристик дуговой плазмы под воздействием лазерного пучка наблюдается перераспределение интенсивности излучения в самом пучке, обусловленное поглощением и рефракцией лазерного излучения в оптически неоднородной плазме. Как показывают расчеты, в начале области лазерно-дугового взаимодействия происходит некоторое уширение пучка, которое в совокупности с его поглощением приводит к заметному снижению интенсивности лазерного излучения (рис. 4). Такая дефокусировка пучка вызвана тем, что в начальных сечениях этой области, где температура плазмы уже имеет максимум на оси разряда, но еще не превышает 16500 К (что соответствует минимальному значению  $\epsilon'_{\omega}$  для аргоновой плазмы), лазерный пучок распространяется в среде с минимумом  $\epsilon'_{\omega}$ , а следовательно, и с минимумом показателя преломления на его оси. Происходящее под влиянием лазерного нагрева увеличение осевой температуры плазмы выше указанного значения приводит к тому, что минимум ее диэлектрической проницаемости смещается к периферии разряда. В результате вблизи оси пучка образуется область с  $\partial \epsilon'_{\omega} / \partial r < 0$  (рис. 5,

кривая 1), играющая роль собирающей линзы для его центральных лучей, тогда как периферийные лучи пучка все еще испытывают дефокусировку. Увеличиваясь в диаметре с ростом  $z$  в результате прогрева плазмы лазерным пучком, плазменная линза (область с  $\partial \epsilon'_\omega / \partial r < 0$ ) постепенно заполняет собой все сечение пучка (рис. 5, кривые 2, 3), что означает переход к его интенсивной фокусировке по всему сечению. При этом эффективный радиус лазерного пучка уменьшается настолько, что, несмотря на поглощение пучка в плазме, максимальная интенсивность излучения на его оси возрастает и почти вдвое превышает соответствующее значение в фокусе исходного пучка, а само положение фокуса смещается на расстояние  $\Delta f \approx 4$  мм (см. рис. 4).

Принципиальное влияние на поведение лазерного пучка в дуговой плазме оказывает его мощность. В случае малых мощностей излучения ( $Q^0 < 0,3$  кВт) и  $I < 100$  А температура плазмы на оси разряда не поднимается выше 16500 К и пучок распространяется в среде с  $\partial \epsilon'_\omega / \partial r > 0$ , т. е. испытывает постоянное уширение. Иными словами, эффект дополнительной фокусировки лазерного пучка в дуговой плазме носит пороговый характер по мощности лазерного излучения и проявляется только при возникновении лазерно-дугового разряда. Поведение лазерного пучка в плазме зависит не только от мощности пучка, но и от тока дуги, а также картины течения газа на начальном участке канала плазмотрона.

Важным фактором, влияющим на характеристики плазмы комбинированного разряда и взаимодействующего с ней лазерного пучка, является состав плазмообразующего газа. Так, увеличение в рассматриваемой (Ar-He) смеси процентного содержания гелия, имеющего более низкий коэффициент поглощения, приводит к снижению роли лазерного нагрева плазмы в энергобалансе разряда, тогда как роль джоулева тепла, наоборот, повышается. В результате влияние излучения  $\text{CO}_2$ -лазера на характеристики дуговой плазмы ослабляется и для реализации комбинированного разряда в этих условиях требуется более высокая мощность лазерного пучка. С другой стороны, добавка гелия к аргону заметно ослабляет эффект фокусировки пучка в плазме, а при увеличении содержания гелия до 50 % указанный эффект исчезает полностью.

Что касается закономерностей лазерно-дугового взаимодействия на открытом участке разряда, то качественно они те же, что и на участке, стабилизированном стенкой канала. Выявленные в ходе моделирования отличия в их количественном проявлении прежде всего связаны с измене-

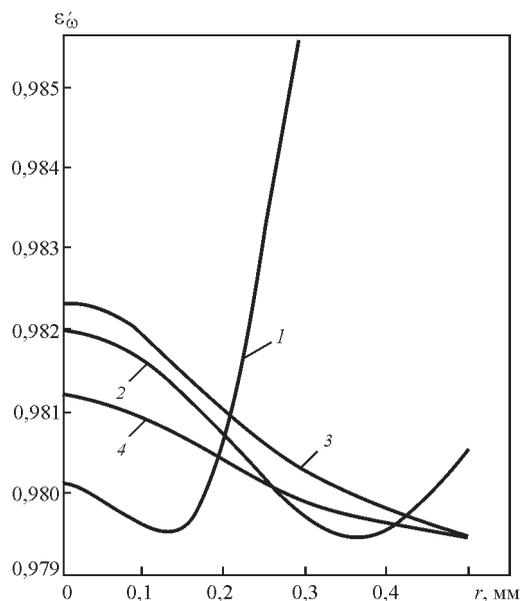


Рис. 5. Радиальные профили диэлектрической проницаемости плазмы при  $Q^0 = 1$  кВт: 1 —  $z = 3$ ; 2 — 5; 3 — 10; 4 — 20 мм (остальные параметры те же, что и на рис. 2)

нием характеристик самой дуговой плазмы при изменении способа стабилизации столба дуги и свидетельствуют лишь о различной степени взаимного влияния пучка и дуги в лазерно-дуговых процессах, реализуемых с использованием открытой либо сжатой дуги [10, 11].

**Интегрированные плазмотроны для лазерно-плазменной обработки материалов.** Лазерно-дуговой разряд как источник тепла для обработки материалов, обладающий широкими возможностями управления концентрацией тепловой и электромагнитной энергии, может быть положен в основу создания нового класса плазменных устройств — интегрированных лазерно-дуговых плазмотронов [11, 12] для реализации комбинированных процессов сварки, резки, наплавки, напыления, термообработки поверхности и др. Известны различные схемы построения интегрированных плазмотронов на основе соосного объединения лазерного пучка и плазменной дуги (рис. 6). Отличительная особенность таких устройств — конструкция катодного узла, позволяющая вводить лазерный пучок в дуговую плазму вдоль оси плазмформирующего канала. С этой целью катодный узел выполняется либо в виде системы штыревых термокатодов (рис. 6, а), либо в виде трубчатого термоэмиссионного или термохимического катода (рис. 6, б).

По аналогии с дуговыми интегрированные плазмотроны могут быть прямого и косвенного действия, причем последние можно разделить на плазмотроны с самоустанавливающейся либо с фиксированной длиной дуги. Интегрированные плазмотроны прямого действия могут использо-

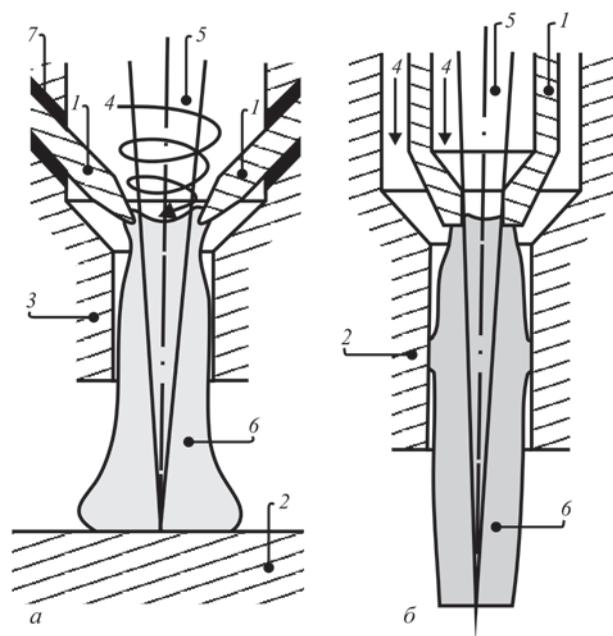


Рис. 6. Схемы интегрированных плазмотронов прямого (а) и косвенного (б) действия: 1 — катод; 2 — анод; 3 — плазмформирующее сопло; 4 — плазмообразующий газ; 5 — лазерный пучок; 6 — плазма; 7 — изолятор

ваться для лазерно-плазменной сварки, наплавки и резки металлов, а косвенного действия — для обработки диэлектрических материалов, закалки металлических поверхностей, нанесения покрытий и др.

В зависимости от расхода плазмообразующего газа лазерно-дуговые плазмотроны можно разделить на работающие в ламинарном или турбулентном режиме течения. Как в дуговых плазмотронах, в них можно использовать различные способы пространственной стабилизации разряда (например, вихревую газовую стабилизацию). При выборе способа стабилизации следует помнить, что за счет воздействия на дуговую плазму пучка излучения  $\text{CO}_2$ -лазера в ней формируется высокотемпературная токопроводящая область, жестко связанная с осью пучка. Это само по себе делает комбинированный разряд пространственно более стабильным, чем дуговой.

Для численного моделирования процессов, протекающих в лазерно-дуговых плазмотронах осесимметричной схемы, разработаны математические модели комбинированного разряда в плазмотронах с ламинарным [11, 13] и турбулентным [11] течением плазмообразующего газа. В основу равновесной ЛТР модели плазмы стационарного лазерно-дугового разряда в ламинарном потоке газа положена полная система МГД уравнений, обобщающая систему (1)–(3) на случай соизмеримых значений аксиальных и радиальных градиентов характеристик плазмы и позволяющая учесть закрутку газа в плазмотроне [11]. Данная система уравнений дополняется уравнениями Максвелла и законом Ома для нахождения напряженностей

электрического и магнитного полей и плотности тока в разряде, а также параболическим уравнением для определения амплитуды электрического поля лазерного пучка, обобщающим уравнение (4) на случай пучков с азимутальными вариациями интенсивности излучения (TEM<sub>mn</sub>-моды).

Предложена равновесная модель разряда в интегрированных плазмотронах с дозвуковым турбулентным течением газа. Показано, что для описания плазмы комбинированного разряда в условиях, когда влияние факторов электромагнитной природы на характер турбулентности несущественно и справедливо приближение пограничного слоя, можно использовать систему уравнений (1)–(3) относительно осредненных значений температуры и скорости плазмы, заменив коэффициенты вязкости и теплопроводности следующими выражениями:  $\bar{\eta} = \eta + \eta_t$ ;  $\bar{\chi} = \chi + \chi_t$ . Здесь  $\eta$ ,  $\chi$  — коэффициенты молекулярной вязкости и теплопроводности плазмы, а  $\eta_t$  и  $\chi_t$  — турбулентные составляющие указанных коэффициентов, которые могут быть определены на основе алгебраических моделей. Для вычисления  $\eta_t$  в пределах канала плазмотрона можно использовать комбинированную модель турбулентности — модель Прандтля в приосевой области канала и модель Дайслера в пристеночной области, а на открытом участке течения — модель Мадни–Плетчера для круглой соосной струи. Коэффициент турбулентной теплопроводности  $\chi_t$ , связанный с  $\eta_t$  через турбулентное число Прандтля  $\text{Pr}_t$ , может быть вычислен при условии  $\text{Pr}_t = 1$ . Полученная таким образом система уравнений позволяет рассчитывать характеристики плазмы и взаимодействующего с ней лазерного пучка как на дуговом, так и на бестоковом участке течения, т. е. в плазменной струе, создаваемой лазерно-дуговыми плазмотронами косвенного действия.

Корректная постановка граничных условий вблизи катода для всех моделей разряда в лазерно-дуговых плазмотронах невозможна без исследования катодных явлений применительно к конкретной конструкции катодного узла плазмотрона. С этой целью разработана модель катодных процессов для трубчатого термоэмиссионного катода (рис. 7) интегрированного плазмотрона [11, 13]. При построении модели использовался наиболее общий подход, заключающийся в самосогласованном учете комплекса взаимосвязанных физических процессов, которые протекают в теле катода, на его поверхности и в прикатодной плазме.

Прикатодная плазма условно делится на две зоны: квазинейтральный ионизационный слой (предслой), где происходит генерация заряженных частиц, и бесстолкновительный слой пространственного заряда, где формируется основная часть катодного падения потенциала. Электроны,

эмитируемые катодом, ускоряются электрическим полем пространственного заряда и приобретают энергию, достаточную для ионизации атомов газа в столкновительном ионизационном слое. Образующиеся здесь ионы и высокоэнергетические электроны плазмы, способные преодолеть катодное падение потенциала, попадают на поверхность катода и передают ему энергию, необходимую для нагрева катода и обеспечения тока термоэмиссии. Предложенная конструкция трубчатого катода позволяет использовать для дополнительного нагрева внутренней поверхности его рабочего конца часть мощности лазерного пучка, пропускаемого через отверстие в катоде (рис. 7). С этой целью геометрические параметры указанной поверхности выбираются таким образом, чтобы периферийные лучи пучка, отразившись от внутренней конической поверхности, попадали в цилиндрическое выходное отверстие и испытывали там достаточное количество отражений для их полного поглощения материалом катода.

Для расчета температурного поля катода  $T^c(r, z)$  используется стационарное уравнение теплопроводности с учетом джоулева тепловыделения в теле катода. При задании краевых условий на поверхности катода предполагается, что он запрессован в медную водоохлаждаемую обойму. Это позволяет использовать условия идеального теплового контакта. На поверхности катода вне зоны привязки дуги принимаются условия конвективно-радиационного теплообмена с окружающим газом. Для учета лазерного нагрева катода граничные условия в пределах его выходного отверстия записываются с учетом теплового потока  $q_c^l$ , вводимого лазерным излучением. В зоне катодной привязки дуги задаются самосогласованные граничные условия, определяемые расчетными распределениями теплового потока  $q_c^a$ , вводимого дугой, и плотности тока  $j_c$  на катоде.

Распределения величин  $q_c^a$  и  $j_c$  по поверхности катода, граничащей с плазмой, вычисляются с помощью следующих соотношений:

$$q_c^a = j_i \left( V_c - \bar{\varphi}_c + U + \frac{2k_B T}{e} \right) + j_e \left( \bar{\varphi}_c + \frac{2k_B T_e}{e} \right) - j_{em} \left( \bar{\varphi}_c + \frac{2k_B T^c}{e} \right), \quad j_c = j_i - j_e + j_{em}. \quad (6)$$

Здесь

$$j_i = en_e \sqrt{\frac{k_B T_e}{M}} \exp \left[ -\frac{1}{2} \right];$$

$$j_e = \frac{1}{4} en_e \sqrt{\frac{8k_B T_e}{\pi m_e}} \exp \left[ -\frac{eV_c}{k_B T_e} \right];$$

$$j_{em} = A_R T^c \exp \left[ -\frac{e\bar{\varphi}_c}{k_B T^c} \right] \quad -$$

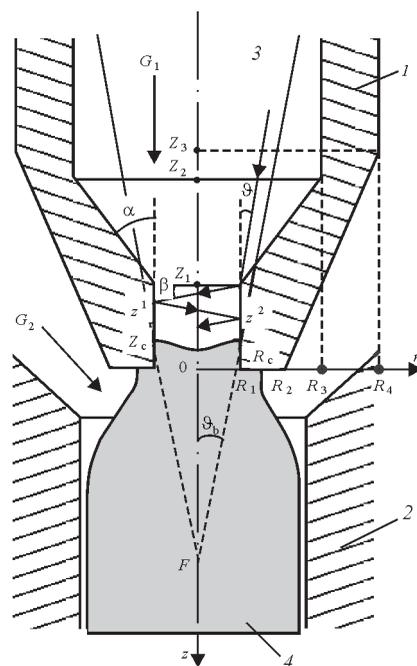


Рис. 7. Схема трубчатого термоэмиссионного катода интегрированного плазмотрона: 1 — катод; 2 — плазмформирующее сопло; 3 — лазерный пучок; 4 — плазма

локальные значения плотностей ионного тока на катод, тока «обратных» электронов и тока термоэмиссии;  $V_c$ ,  $\bar{\varphi}_c$  — локальные значения катодного падения потенциала и работы выхода катода с поправкой Шоттки, определяемые на основе решения одномерного уравнения Пуассона в слое пространственного заряда;  $U$  — потенциал ионизации атомов плазмообразующего газа;  $k_B$ ,  $A_R$  — постоянные соответственно Больцмана и Ричардсона;  $T$ ,  $T_e$ ,  $n_e$  — локальные значения температуры тяжелых частиц плазмы, температуры электронов и их концентрации на внешней границе предслоя;  $M$  — масса атома газа;  $e$ ,  $m_e$  — заряд и масса электрона.

Следует отметить, что распределение  $j_c$  по области катодной привязки разряда должно удовлетворять интегральному выражению для полного тока дуги  $I$ .

Для нахождения распределения концентрации электронов на внешней границе ионизационного слоя используется допущение о наличии частичного локально-термодинамического равновесия (ЧЛТР). В этом случае состав плазмы определяется с помощью уравнения Саха, уравнения состояния и условия квазинейтральности. Входящие в эти уравнения температуры электронов и тяжелых частиц считаются постоянными по толщине прикатодного слоя плазмы, причем  $T$  принимается равной локальному значению температуры поверхности катода, а распределение  $T_e$  вдоль границы предслоя находится из уравнения баланса энергии

$$j_{em} \left( V_c + \frac{2k_B T^c}{e} \right) = j_i \left( U + \frac{2k_B T}{e} \right) + j_e \left( V_c + \frac{2k_B T_e}{e} \right) + j_c \left( \frac{5}{2} - \alpha_{T_e} \right) \frac{k_B T_e}{e}, \quad (7)$$

где  $\alpha_{T_e}$  — постоянная термодиффузии. Найденное распределение температуры плазмы служит не только для замыкания модели катодных процессов, но и является граничным условием вблизи катода для описанных выше моделей лазерно-дугового разряда.

Распределение плотности теплового потока, вводимого лазерным излучением, по длине выходного канала катода можно записать следующим образом:

$$q_c^l = \int_{\frac{R_1}{F-Z_1}}^{\vartheta_b} \sum_i \delta[z - z^i(\vartheta)] S^i(\vartheta) \cos \beta \Gamma_{\omega}^i(\vartheta) d\vartheta, \quad (8)$$

где  $\delta(x)$  — дельта-функция;  $S^i$  — интенсивность падающего излучения в сопряженных точках  $z^i$  для отраженных лучей пучка в выходном канале катода (см. рис. 7);  $\Gamma_{\omega}^i$  — коэффициент поглощения лазерного излучения материалом катода в этих точках, а остальные обозначения соответствуют использованным на рис. 7.

С помощью разработанной модели проведено численное моделирование катодных процессов для трубчатого катода из активированного вольфрама ( $W + 1\% Y_2O_3$ ), работающего в атмосфере аргона, с изменяемым нагревом рабочего конца катода пучком излучения  $CO_2$ -лазера при следующих параметрах:  $I = 100 \dots 300$  А;  $R_1 = 1$  мм;  $R_2 = 2$  мм;  $R_3 = 3$  мм;  $R_4 = 4,5$  мм;  $Z_1 = -2$  мм;  $Z_3 = -5$  мм;  $\alpha = 42,5^\circ$ ; длина вылета катода равна 20 мм;  $G_1 = 0,5$  л/мин;  $G_2 = 1,5 \dots 3,5$  л/мин;  $Q^0 = 0 \dots 5$  кВт;  $\vartheta_b = 0,053$ ;  $F = 14 \dots 22$  мм (для выбранных значений  $R_1$ ,  $Z_1$  и  $\vartheta_b$  нагрев катода лазерным излучением наблюдается при  $F > 17$  мм). Влияние лазерного подогрева катода на характер протекания катодных процессов при различных значениях расстояния  $F$ , а значит, и мощности  $Q_c^l$  поглощаемого катодом лазерного излучения (определяемой как интеграл от  $q_c^a$  по внутренней поверхности катода) показано на рис. 8. Происходящий при увеличении  $F$  рост  $Q_c^l$  вызывает повышение температуры поверхности катода, особенно заметное внутри его выходного канала. Наблюдающаяся здесь неоднородность распределений  $T^c$ ,  $j_c$  и  $q_c^a$  (рис. 8, а–в) связана с неоднородностью нагрева внутренней поверхности катода лазерным излучением, усиливающейся с ростом  $F$  (рис. 8, з).

Важной особенностью катодных процессов для исследуемого катода является снижение  $q_c^a$  при

увеличении  $Q_c^l$  и неизменном токе дуги (рис. 8, в). Средняя плотность теплового потока  $\bar{q}_c^a$  изменяется при этом от 38 ( $F < 17$  мм) до 13 Вт/мм<sup>2</sup> ( $F = 22$  мм), а интегральная мощность, вводимая дугой, уменьшается таким образом, что полный энерговыход в катод увеличивается с ростом  $F$  весьма незначительно. Что касается плотности тока на катоде, то, поскольку площадь области привязки дуги с ростом  $Q_c^l$  несколько убывает, — соответственно возрастает, а сама область смещается с торца катода на его внутреннюю, более нагретую поверхность (рис. 8, б). Заглубление разряда в отверстие катода, которое становится возможным благодаря происходящему здесь снижению  $V_c$ , приводит к увеличению части полного тока, текущей на катод в пределах его выходного канала. Так, например, при  $I = 300$  А,  $Q_c^l = 325$  Вт ( $F = 21$  мм) эта часть тока составляет 230 А, а плотность тока в плазме на срезе выходного отверстия катода достигает значений порядка 102 А/мм<sup>2</sup>, что значительно больше, чем на его поверхности. Следовательно, используя регулируемый лазерный нагрев трубчатого термокатода, можно эффективно управлять распределением плотности тока, а значит, и концентрацией энергии в плазме вблизи такого катода.

Наряду с численным анализом катодных процессов проведено полное моделирование разряда в лазерно-дуговом плазмотроне с рассматриваемым катодом при следующих параметрах: радиус канала плазмформирующего сопла  $R_{C1} = 3$  мм; его длина  $L_{C1} = 5,5$  мм;  $G_2 = 2,5$  л/мин; расстояние от среза плазмотрона до поверхности анода  $D = 4 \dots 12$  мм (значения остальных параметров соответствуют указанным выше). Расчеты проводили на основе ЛТР-модели комбинированного разряда в ламинарном потоке газа. При постановке граничных условий вблизи поверхности трубчатого катода использовались расчетные распределения плотности тока и температуры плазмы в прикатодной области. Результаты моделирования процессов на катоде и в столбе лазерно-дугового разряда были положены в основу разработки конструкции и создания опытного образца интегрированного плазмотрона для лазерно-плазменной порошковой наплавки [14].

Экспериментальные исследования разработанного плазмотрона показали, что при токах дуги 100...280 А и мощности лазерного излучения до 4 кВт плазмотрон работает устойчиво. Были изменены вольт-амперные характеристики лазерно-дугового разряда с медным водоохлаждаемым анодом при различных значениях  $Q^0$ . Как и следовало ожидать по результатам моделирования, напряжение на дуге уменьшается под влиянием лазерного

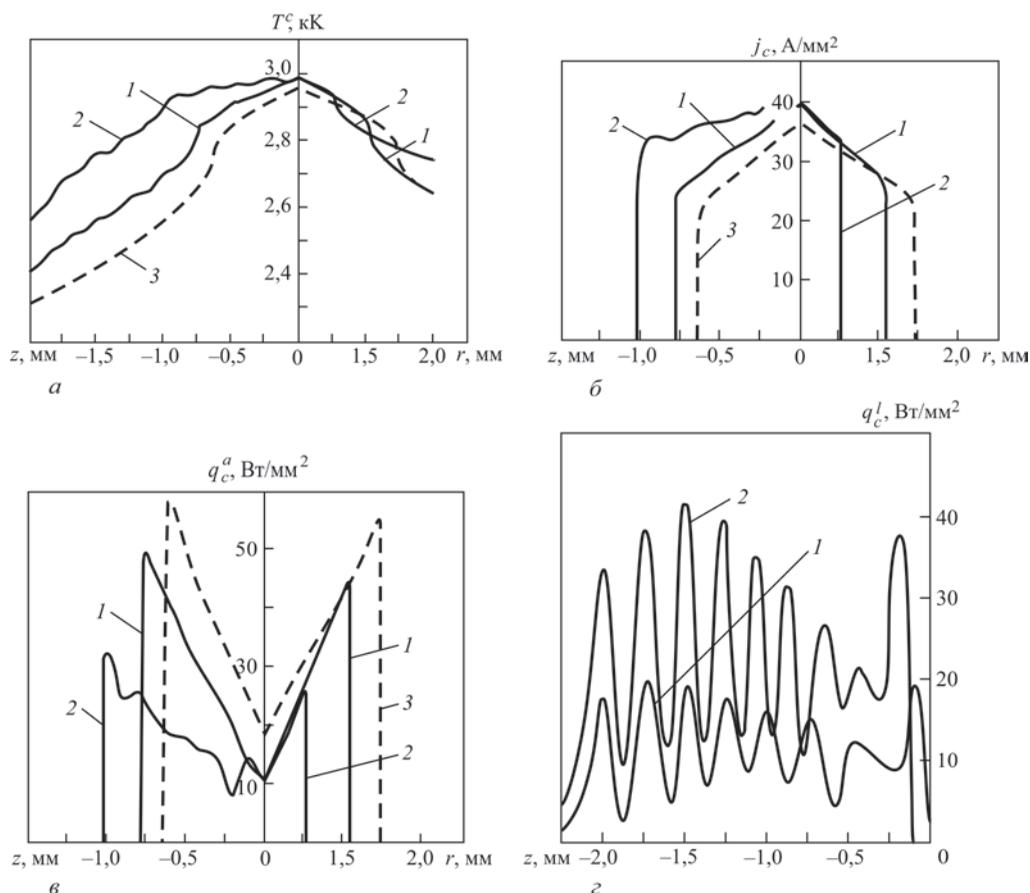


Рис. 8. Распределение температуры катода (а), плотности тока (б), плотности теплового потока, вводимого дугой (в) и лазерным пучком (г), по поверхности трубчатого термо катода при  $I = 300$  А,  $Q^0 = 5$  кВт,  $G_2 = 2,5$  л/мин: 1 —  $F = 19$  мм ( $Q_c^l = 166$  Вт); 2 — 21 мм (325 Вт); 3 —  $F < 17$  мм ( $Q_c^l = 0$ )

пучка, причем основное его снижение происходит в диапазоне  $Q^0 = 0 \dots 2,5$  кВт (рис. 9). Приведенная на этом рисунке расчетная зависимость полного напряжения на разряде от мощности лазерного пучка демонстрирует вполне удовлетворительное совпадение с экспериментом.

**Дуговое (плазменное), лазерное и комбинированное воздействие на металлы при сварке и термообработке поверхности.** Рассматриваются процессы теплового и динамического воздействия плазмы и лазерного пучка на поверхность металла при дуговой, лазерной, а также лазерно-дуговой сварке и термообработке металлов в атмосфере инертных газов. Воздействие на металлы таких концентрированных источников тепла, как лазерный пучок, электрическая дуга или их комбинация, может сопровождаться нагревом поверхности до температур, сравнимых с температурой кипения. Подобный нагрев вызывает заметное испарение металла в окружающую среду, в результате чего она становится многокомпонентной, содержащей частицы внешнего газа и частицы металлического пара. Важным фактором, влияющим на процессы испарения металла в рассматриваемых условиях, является то, что внешняя по отношению к металлу среда существенно ионизирована.

Для описания дуговой, лазерной и комбинированной плазмы, граничащей с поверхностью испаряющегося металла, предложен единый подход (аналогичный использованному при моделировании катодных процессов), в рамках которого приповерхностный (кнудсеновский) слой плазмы условно делится на две зоны (рис. 10). Внешняя граница этого слоя, за которой начинается гидродинамическая область плазмы, находится на расстоянии от поверхности, равном нескольким

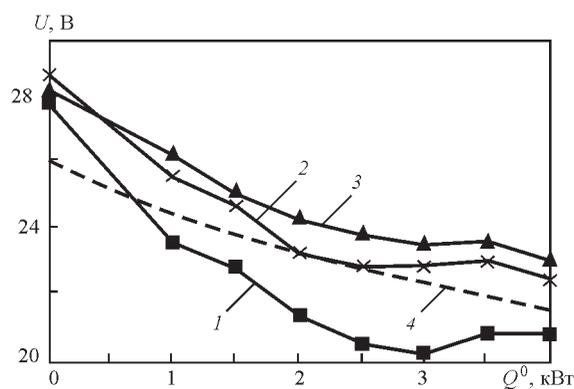


Рис. 9. Зависимости напряжения на разряде в лазерно-дуговом плазматроне от мощности лазерного пучка при  $D = 8$  мм,  $F = 16$  мм: 1 —  $I = 150$ ; 2 — 200; 3 — 250 А; 4 — расчет при  $I = 200$  А

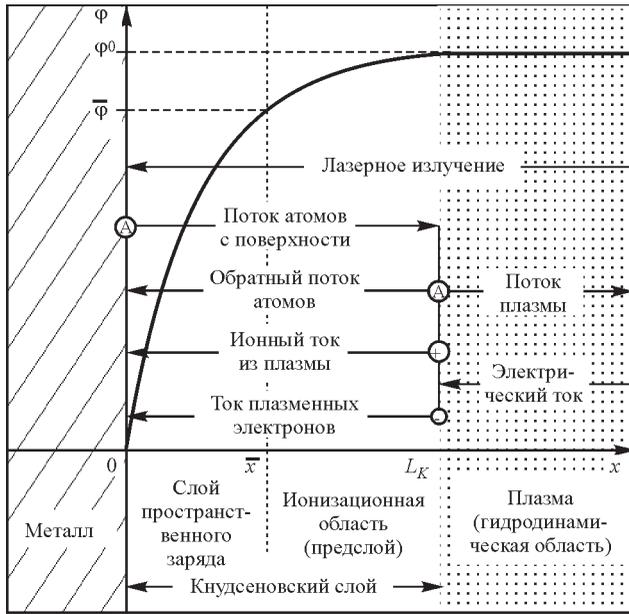


Рис. 10. Структура приповерхностной плазмы, потоки частиц и распределение потенциала в пределах кнудсеновского слоя длинам свободного пробега частиц, что при атмосферном давлении внешнего газа значительно меньше размеров зоны контакта плазмы с поверхностью металла и радиуса кривизны этой поверхности. Поэтому кнудсеновский слой можно считать плоским и квазиодномерным. Расчет характеристик плазмы на границе данного слоя с гидродинамической областью проводится путем введения определенных предположений относительно вида функций распределения частиц на границах слоя и использования балансных соотношений для потоков тяжелых частиц, потоков их импульса и энергии [15].

На внешней границе кнудсеновского слоя предполагается выполнение условий ЧЛТР (двухтемпературное приближение) для многокомпонентной плазмы, характеризующейся параметрами:  $n_e^0, T_e$  — концентрация и температура электронов;  $n_{\alpha Z}^0$  — концентрации атомов ( $Z = 0$ ) и ионов ( $Z \geq 1$ ) газа ( $\alpha = g$ ) и металлического пара ( $\alpha = m$ );  $T$  — температура тяжелой компоненты плазмы;  $u_m$  — среднемассовая скорость частиц пара;  $j$  — нормальная к поверхности металла компонента плотности электрического тока, которая может быть представлена в следующем виде:

$$j = j_e - j_i \equiv \frac{1}{4} en_e^0 \sqrt{\frac{8k_B T_e}{\pi m_e}} \exp\left[-\frac{e\phi^0}{k_B T_e}\right] - \sum_{\alpha=g,m; Z \geq 1} j_{\alpha Z}, \quad (9)$$

где  $\phi^0$  — потенциал плазмы относительно металла, а остальные обозначения соответствуют принятым ранее. Предполагается также, что если между плазмой и металлом протекает электрический ток

(дуговая или комбинированная сварка), то металл является анодом дуги. В случае лазерной сварки или обработки материалов бестоковой плазменной струей этот ток полагается равным нулю.

С учетом того, что длина свободного пробега ионов относительно кулоновских столкновений в предслое плазмы значительно меньше соответствующей длины для столкновений ионов с атомами и длины свободного пробега атомов по отношению к актам ионизации, для вычисления ионных токов  $j_{\alpha Z}$ , текущих на поверхность металла, можно получить выражения:

$$j_{\alpha Z} = Z e n_{\alpha Z}^0 \exp\left(-\frac{1}{2}\right) \bar{V}_i, \quad \alpha = g, m; Z \geq 1; \quad (10)$$

$$\bar{V}_i = \sqrt{\frac{\sum_{\alpha=g,m; Z \geq 1} (Z + T/T_e) n_{\alpha Z}^0}{k_B T_e \sum_{\alpha=g,m; Z \geq 1} M_{\alpha} n_{\alpha Z}^0}}.$$

Здесь следует отметить, что скорость ионов  $\bar{V}_i$  на внешней границе слоя пространственного заряда должна удовлетворять критерию образования этого слоя (критерию Бома). Тогда, подставив полученные выражения в формулу (9), можно найти полное падение потенциала в кнудсеновском слое плазмы.

В качестве второй границы для получения балансных соотношений выбирается внешняя граница слоя пространственного заряда, являющегося в рассматриваемых условиях бесстолкновительным. Такой выбор обусловлен тем, что уже определены концентрации и скорость ионов (10), а функции распределения атомов газа и металла можно считать неизменными в пределах данного слоя. В этом случае, используя явный вид функций распределения тяжелых частиц на указанных границах, легко получить искомые балансные соотношения [15]:

$$n_{\alpha s} T_s^{1/2} = \left(n_{\alpha 0}^0 \left[2\gamma_{\alpha} \sqrt{\pi} + \beta_{\alpha 0} \times \left\{\exp(-\gamma_{\alpha}^2) - \gamma_{\alpha} \sqrt{\pi} [1 - \Phi(\gamma_{\alpha})]\right\}\right] T^{1/2} + \left(\sum_{Z \geq 1} n_{\alpha Z}^0 \left[2\gamma_{\alpha} \sqrt{\pi} + \exp\left(-\frac{1}{2}\right) w_{\alpha i}\right]\right) T^{1/2}, \quad (11)$$

$$\alpha = g, m; \gamma_g = 0; \gamma_m = \left(\frac{M_m u_m^2}{2k_B T}\right)^{1/2};$$

$$n_{\alpha s} T_s = \left(n_{\alpha 0}^0 \left[2(1 + 2\gamma_{\alpha}^2) + \beta_{\alpha 0} \times \left\{\frac{2\gamma_{\alpha}}{\sqrt{\pi}} \exp(-\gamma_{\alpha}^2) - (1 + 2\gamma_{\alpha}^2)[1 - \Phi(\gamma_{\alpha})]\right\}\right] + \sum_{Z \geq 1} n_{\alpha Z}^0 \left[2 \left(1 + 2\gamma_{\alpha}^2\right) - \exp\left(-\frac{1}{2}\right) \left(1 - \frac{w_{\alpha i}^2}{2\pi} - \frac{\gamma_{\alpha i} w_{\alpha i}}{\sqrt{\pi}}\right)\right]\right) T,$$

$$\begin{aligned}
 & \sum_{\alpha=g,m} \frac{n_{\alpha s} T_s^{3/2}}{\sqrt{M_\alpha}} = \\
 & = \sum_{\alpha=g,m} \left( \frac{n_{\alpha 0}^0}{\sqrt{M_\alpha}} \left[ \gamma_\alpha \left( \frac{5}{2} + \gamma_\alpha^2 \right) \sqrt{\pi} + \right. \right. \\
 & + \beta_{\alpha 0} \left. \left\{ \left( 1 + \frac{\gamma_\alpha^2}{2} \right) \exp(-\gamma_\alpha^2) - \frac{\gamma_\alpha}{2} \left( \frac{5}{2} + \gamma_\alpha^2 \right) \sqrt{\pi} \times \right. \right. \\
 & \quad \times \left. \left. \left[ 1 - \Phi(\gamma_\alpha) \right] \right\} \right] + \sum_{z \geq 1} \frac{n_{\alpha z}^0}{\sqrt{M_\alpha}} \times \\
 & \quad \times \left[ \gamma_\alpha \left( \frac{5}{2} + \gamma_\alpha^2 \right) \sqrt{\pi} + \exp\left(-\frac{1}{2}\right) \times \right. \\
 & \quad \times \left. \left\{ \left( 1 - \frac{w_{\alpha i}^2}{8\pi} + \frac{\gamma_{\alpha i}^2}{2} \right) w_{\alpha i} - \frac{\gamma_{\alpha i} \sqrt{\pi}}{2} \right\} \right] \left. \right] T_s^{3/2}, \\
 & \quad w_{\alpha i} \equiv \bar{v}_i \left( \frac{2\pi M_\alpha}{k_B T} \right)^{1/2} = \\
 & = \frac{2 \left\{ \exp(-\gamma_{\alpha i}^2) - \gamma_{\alpha i} \sqrt{\pi} \left[ 1 - \Phi(\gamma_{\alpha i}) \right] \right\}}{1 - \Phi(\gamma_{\alpha i})}, \quad \alpha = g, m.
 \end{aligned} \tag{13}$$

Здесь  $T_s$ ,  $n_{ms}$  — локальное значение температуры поверхности металла и соответствующая концентрация атомов насыщенного пара;  $\Phi(x)$  — интеграл вероятности. Соотношения (11)–(13) представляют собой систему пяти уравнений относительно неизвестных  $n_{m0}^0$ ,  $n_{gs}$ ,  $\beta_{m0}$ ,  $\beta_{g0}$  и  $T$ . Концентрации ионов  $n_{\alpha z}^0$ , входящие в эти уравнения, определяются из условия квазинейтральности плазмы, закона Дальтона и уравнений Саха, а температура электронов  $T_e$ , безразмерная скорость пара  $\gamma_m$  и температура поверхности  $T_s$  являются внешними параметрами.

До тех пор, пока парциальное давление ионизированного пара меньше внешнего давления  $p^0$ , атомы металла, покидающие его поверхность, могут диффундировать в окружающую плазму (диффузионный режим испарения), а давление на поверхность остается практически равным внешнему. В этом случае для определения  $T_e$ ,  $\gamma_m$  и  $j$  за пределами кнудсеновского слоя (в гидродинамической области) используется двухтемпературная модель многокомпонентной плазмы столба электрической дуги, оптического или комбинированного разряда с учетом взаимной диффузии частиц внешнего газа и металлического пара. Когда давление пара, увеличиваясь по мере повышения  $T_s$ , становится больше  $p^0$ , начинается разлет пара (конвективный режим испарения), при этом давление на поверхность расплава может намного превышать внешнее давление, а унос потоком пара энергии сублимации атомов с поверхности металла может играть важную роль в ее энергетическом балансе. В случае конвективного режима испарения система (11)–

(13) сводится к трем уравнениям (относительно  $n_{m0}^0$ ,  $\beta_{m0}$ ,  $T$ ), для замыкания которых используется модель однокомпонентной (металлической) ионизационно-равновесной плазмы.

Найденные с помощью балансных соотношений характеристики плазмы на границе слоя Кнудсена составляют основу для расчета потока тепла и давления плазмы на поверхность испаряющегося металла. В частности, на рис. 11 представлены результаты расчетов плотности теплового потока  $Q_p$ , вводимого в металл бестоковой (например, лазерной) плазмой при диффузионном режиме испарения ( $\gamma_m \approx 0$ ). Величина  $Q_p$  возрастает с повышением электронной температуры плазмы, причем в диапазоне  $T_e \leq 8000$  К увеличение температуры поверхности сопровождается существенным возрастанием теплового потока, тогда как при больших  $T_e$  влияние  $T_s$  на величину  $Q_p$  ослабляется. Полученные для бестоковой плазмы значения  $Q_p$  свидетельствуют о том, что при лазерной обработке металлов с образованием плазменного факела плотности мощности, вводимой лазерным пучком ( $Q_L \sim 10^6$  Вт/см<sup>2</sup>) и лазерной плазмой, могут быть соизмеримы.

Если между плазмой и металлом протекает электрический ток, как, например, в случае лазерно-дуговой сварки, плотность теплового потока  $Q_p$  оказывается выше, чем для бестоковой плазмы, увеличиваясь с ростом  $j$ . Следовательно, пропускание тока через лазерную плазму посредством возбуждения электрической дуги в зоне лазерного воздействия на изделие позволяет более эффективно передавать металлу энергию, запасенную в лазерной плазме.

Давление на границе кнудсеновского слоя остается постоянным ( $p = p^0$ ) до тех пор, пока температура поверхности металла такова, что соответствующее значение парциального давления пара меньше или равно  $p^0$ , и начинает расти вместе с дальнейшим увеличением  $T_s$ . Рост  $p$  сопровождается разлетом пара и увеличением давления на поверхность ванны расплава, которое определяет режим проплавления металла в процессе воздействия лазерного пучка, электрической дуги или их комбинации. Роль граничной температуры поверхности, при которой начинается разлет пара во внешнюю среду атмосферного давления, в отсутствие ионизации играет температура кипения металла  $T_b$ . Температура поверхности металла, выше которой давление на поверхность начинает превышать атмосферное, при наличии ионизации оказывается существенно меньше  $T_b$  и уменьшается с ростом  $T_e$  (рис. 12). Таким образом, при лазерной сварке металлов излучением небольшой

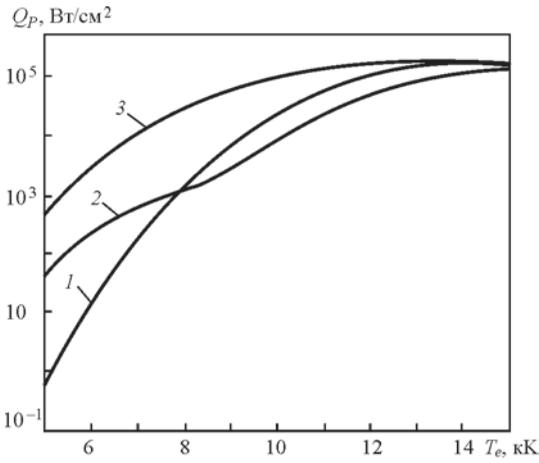


Рис. 11. Зависимость плотности теплового потока, вводимого в металл (Fe) бестоковой плазмой (Ar-Fe), от температуры электронов: 1 —  $T_s = 300$ ; 2 — 2200; 3 — 2800 К

мощности (не приводящим к образованию лазерной плазмы) использование внешнего ионизатора (электрической дуги) позволяет существенно снизить температуру поверхности, при которой происходит переход от теплопроводностного режима проплавления металла к более эффективному режиму глубокого проплавления.

Для замыкания описанной модели теплового и динамического воздействия на металлы электродуговой плазмы, лазерного пучка или их комбинации необходимо определить распределение температуры поверхности  $T_s$  обрабатываемого металла в зоне воздействия рассматриваемого источника тепла. С этой целью можно использовать уравнение теплопроводности в объеме металла совместно с уравнением, определяющим форму свободной поверхности ванны расплава, при самосогласованном задании в качестве граничных условий соответствующих распределений плотности теплового потока и давления на указанную поверхность.

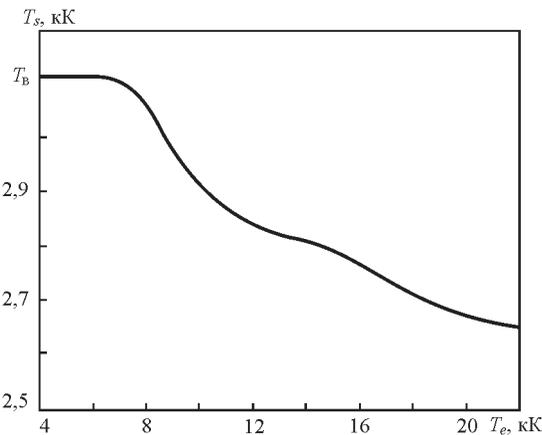


Рис. 12. Зависимость температуры поверхности металла (Fe), при которой давление ионизированного пара равно атмосферному, от температуры электронов в приповерхностной Ar-Fe плазме

**Взаимодействие лазерного излучения и потока дуговой плазмы с дисперсными материалами.** Рассмотрим особенности взаимодействия лазерного излучения с дисперсными материалами. При исследовании нагрева керамических частиц излучением CO<sub>2</sub>-лазера необходимо учитывать, что в отличие от металлов, поглощающих лазерное излучение в тонком приповерхностном слое, большинство керамических материалов, являющихся диэлектриками, достаточно прозрачно в ИК-диапазоне и при характерных размерах частиц порядка длины волны излучения поглощают его энергию во всем объеме частицы [16]. Кроме того, неравномерность нагрева частиц, обусловленная интерференционной структурой электромагнитного поля, возбуждаемого в частице лазерным излучением, может приводить к неоднородности распределения поглощательных свойств материала частицы, зависящих от температуры.

Для нахождения распределения мощности излучения  $D_p(r)$ , поглощаемой радиально-неоднородной сферической частицей радиусом  $a$ , использовался метод слой-аппроксимации, в рамках которого частица условно делится на  $N$  однородных слоев с диэлектрической проницаемостью  $\epsilon_s = \epsilon'_s + i\epsilon''_s$ , постоянной в пределах каждого слоя ( $a_{s-1} < r \leq a_s$ , где  $a_s$  и  $a_{s-1}$  — внешний и внутренний радиусы  $s$ -го слоя,  $s = 1, 2, \dots, N$ ). С помощью решения задачи дифракции плоской волны на слоисто-неоднородном шаре были получены следующие выражения для расчета поглощаемой мощности при  $a_{s-1} < r \leq a_s$  [16]:

$$D_p(r) = \frac{S^{inc} \epsilon_s^n}{8k} \sum_{m=1}^{\infty} (2m+1) \times$$

$$\times \sum_{\gamma=1,2} \left\{ \left| d_{\gamma}^{(s)} \right|^2 F_{\gamma}^{(s)}(r) + 2 \operatorname{Re} \left[ d_{\gamma}^{(s)} \tilde{d}_{\gamma}^{(s)*} H_{\gamma}^{(s)}(r) \right] + \right.$$

$$\left. + \left| \tilde{d}_{\gamma}^{(s)} \right|^2 G_{\gamma}^{(s)}(r) \right\}, F_1^{(s)} = k_s j_m(k_s r) k_s^* j_m^*(k_s r);$$

$$F_2^{(s)} = \frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial r} \left[ r j_m(k_s r) \right] \frac{\partial}{\partial r} \left[ r j_m^*(k_s r) \right] +$$

$$+ \frac{m(m+1)}{r^2} j_m(k_s r) j_m^*(k_s r);$$

$$H_{1,2}^{(s)} = F_{1,2}^{(s)}, j_m^*, j_m^{*'} \rightarrow n_m^*, n_m^{*'};$$

$$G_{1,2}^{(s)} = F_{1,2}^{(s)}, j_m, j_m', j_m^*, j_m^{*'} \rightarrow n_m, n_m', n_m^*, n_m^{*'}. \tag{14}$$

Здесь  $S^{inc}$  — интенсивность падающего на частицу лазерного излучения;  $j_m(x)$ ,  $n_m(x)$  — сферические функции Бесселя и Неймана  $m$ -го порядка;  $k_s = k \sqrt{\epsilon_s}$ , а величины  $d_{1,2}^{(s)}$ ,  $\tilde{d}_{1,2}^{(s)}$  находятся с помощью рекуррентных соотношений.

Были рассчитаны радиальные распределения поглощаемой мощности в однородных частицах Al<sub>2</sub>O<sub>3</sub>, SiO<sub>2</sub> и TiO<sub>2</sub>. В случае Al<sub>2</sub>O<sub>3</sub> и TiO<sub>2</sub> величина

$D_p$  убывает от поверхности частицы к ее центру, причем с увеличением  $a$ , особенно для частиц из сильно поглощающего материала ( $\text{TiO}_2$ ), неравномерность нагрева усиливается. Для частиц  $\text{SiO}_2$  максимум поглощения, расположенный внутри частицы, уменьшается с ростом ее радиуса (рис. 13), в результате чего нагрев частиц  $\text{SiO}_2$  при увеличении  $a$  происходит более равномерно.

Для расчета пространственно-временного распределения температуры  $T_p(r, t)$  в частице, нагреваемой лазерным излучением, использовалось нестационарное уравнение теплопроводности с распределенным источником тепла:

$$\rho_p \bar{C}_p \frac{\partial T_p}{\partial t} = \frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial r} \left( r^2 \chi_p \frac{\partial T_p}{\partial r} \right) + D_p. \quad (15)$$

Здесь  $\rho_p$  — плотность;  $\chi_p$  — коэффициент теплопроводности;  $\bar{C}_p$  — эффективная теплоемкость материала частицы, вычисляемая с учетом скрытой теплоты плавления и парообразования, а распределение  $D_p(r, t)$  рассчитывалось по формулам (14). В предположении, что частица находится в потоке холодного газа с температурой  $T_{\text{ext}}$ , краевые условия к уравнению (15) задавались в виде

$$\begin{aligned} T_p(r) \Big|_{r=0} = T_0; \quad \frac{\partial T_p}{\partial r} \Big|_{r=0} = 0; \\ - \left( \chi_p \frac{\partial T_p}{\partial r} \right) \Big|_{r=a} = \alpha_{\text{т}} (T_s - T_{\text{ext}}) + \beta_{\text{т}} \sigma_0 (T_s^4 - T_{\text{ext}}^4), \end{aligned} \quad (16)$$

где  $T_0$  — исходная температура частицы;  $\beta_{\text{т}}$  — степень черноты материала частицы;  $\sigma_0$  — постоянная Стефана–Больцмана;  $\alpha_{\text{т}}$  — коэффициент теплоотдачи, определяемый из критериальной зависимости. При проведении расчетов рассматривались случаи, когда оптические свойства материалов ( $\text{Al}_2\text{O}_3$ ,  $\text{SiO}_2$ ) изменялись с температурой и когда они были постоянными. В первом случае предполагалось, что действительная часть комплексной диэлектрической проницаемости материала не зависит от температуры, а мнимая часть, обратно пропорциональная длине свободного пробега фотонов,  $\varepsilon''(T_p) = A C_p(T_p) / \chi_p(T_p)$ , где постоянная  $A$  определяется по известному значению  $\varepsilon''$  при  $T_p = T_0 = 293$  К.

Как показали расчеты при  $S^{\text{inc}} = 10^6$  Вт/см<sup>2</sup>,  $a = 30$  мкм, неоднородное распределение источников тепла в частицах приводит к тому, что даже при  $\varepsilon = \text{const}$  температура поверхности частицы  $\text{Al}_2\text{O}_3$  растет быстрее, чем температура ее центра, тогда как в случае  $\text{SiO}_2$  наблюдается обратная картина (рис. 14). В соответствии с этим частица  $\text{SiO}_2$  нагревается таким образом, что при  $r = 1,5$  мкм реализуются условия взрывообразного испарения ее материала

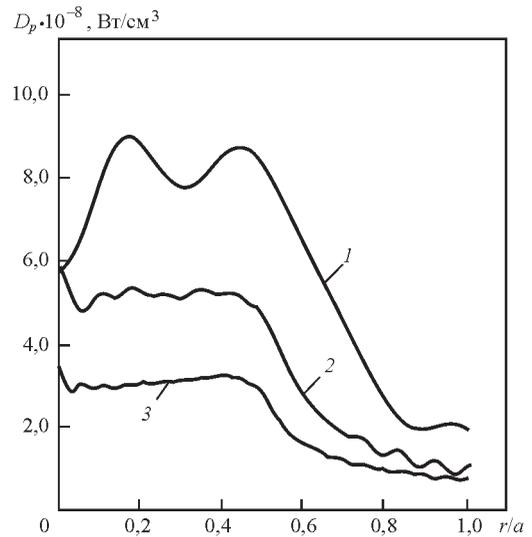


Рис. 13. Распределение поглощаемой мощности по объему частиц  $\text{SiO}_2$  при  $S^{\text{inc}} = 10^6$  Вт/см<sup>2</sup>: 1 —  $a = 10$ ; 2 — 30; 3 — 50 мкм

и радиус частицы скачкообразно уменьшается до указанного значения. Поглощаемая оставшимся материалом мощность излучения оказывается настолько малой, что частица начинает остывать.

При учете температурной зависимости оптических свойств материалов неоднородность нагрева частиц  $\text{Al}_2\text{O}_3$  усиливается, а частиц  $\text{SiO}_2$  несколько ослабляется (рис. 14). Это связано с перераспределением  $\varepsilon''$ , а следовательно, и  $D_p$  по объему частиц. Учет зависимости диссипативных свойств материалов от температуры приводит также к увеличению расчетной скорости нагрева частиц  $\text{Al}_2\text{O}_3$ , по сравнению с приближением однородных частиц, и к ее снижению в случае  $\text{SiO}_2$ . Причиной этого являются соответствующие изменения сечений поглощения  $Q^d$  лазерного излучения рассматриваемыми частицами в процессе их нагрева [16].

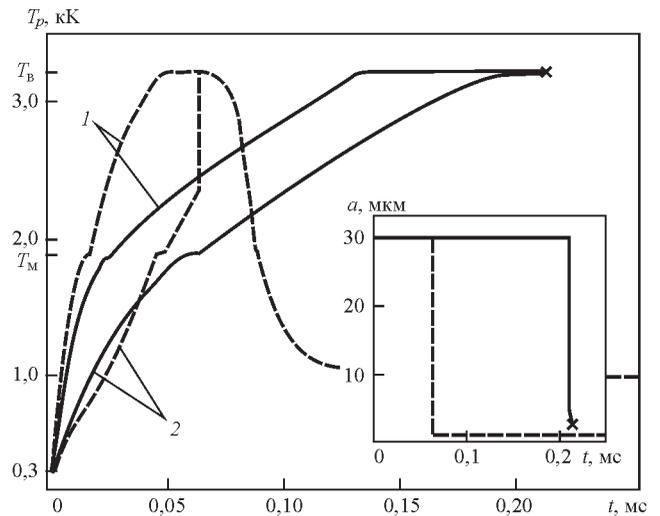


Рис. 14. Изменение во времени температуры и радиуса в центре (1) и на поверхности (2) частицы  $\text{SiO}_2$ : сплошная кривая —  $\varepsilon = \varepsilon' + i\varepsilon''(T_p)$ ; штриховая —  $\varepsilon = \text{const}$ ; × — тепловой взрыв частицы

Применительно к условиям плазменного напыления покрытий разработана математическая модель процессов нагрева и движения мелкодисперсных частиц в турбулентной плазменной струе, генерируемой дуговым плазмотроном косвенного действия (с гладким каналом). Моделирование такой струи в зависимости от размеров канала сопла-анода используемого плазмотрона, режима его работы и рода плазмообразующего газа проводится на основе системы уравнений для описания разряда в дозвуковом турбулентном потоке газа, предложенной выше. Расчет температурного поля напыляемой частицы (предполагаемой сферической) при движении в слабозапыленной струе с известными распределениями температуры и скорости плазмы осуществляется с использованием уравнения теплопроводности (15) без учета внутреннего источника тепла ( $D_p = 0$ ). Это уравнение решается при краевых условиях (16), где под  $T_{ext}$  следует понимать температуру плазмы в точке нахождения частицы. Расчет траектории и скорости частицы в зависимости от начального диаметра, материала частицы и условий ее ввода в струю сводится к решению уравнения движения частицы под действием силы аэродинамического сопротивления. Значения коэффициентов теплообмена и лобового сопротивления частицы вычисляются на основе критериальных зависимостей для обтекания сфер.

Для компьютерной реализации разработанной модели создано программное обеспечение CASPSP, представляющее собой пакет прикладных программ, позволяющих производить расчет характеристик турбулентных плазменных струй, а также моделировать процессы нагрева и движения напыляемых частиц [17]. Данное программное обеспечение предназначено для выбора оптимальных параметров режима напыления, имеет удобный интерфейс пользователя для работы в операционных системах Windows 9x/NT/2000 и может быть полезно при разработке различных технологий плазменного напыления.

Для оценки адекватности описанной математической модели и программного обеспечения для ее компьютерной реализации было проведено экспериментальное исследование и соответствующее компьютерное моделирование процессов плаз-

менного напыления частиц Ni и  $Al_2O_3$ . Показано вполне удовлетворительное соответствие расчетных данных с экспериментальными [17].

1. Steen W. M. Arc augmented laser processing of materials // J. Appl. Phys. — 1980. — **51**, N 11. — P. 5636–5641.
2. Diebold T. P., Albright C. E. «Laser-GTA» welding of aluminum alloy 5052 // Welding J. — 1984. — **63**, N 6. — P. 18–24.
3. TIG or MIG arc augmented laser welding of thick mild steel plate / J. Matsuda, A. Utsumi, M. Katsumura et al. // Joining and Materials. — 1988. — N 1. — P. 31–34.
4. Yoneda M., Katsumura M. Laser hybrid processing // J. JWS. — 1989. — **58**, N 6. — P. 427–434.
5. Walduck R. P., Biffin J. Plasma arc augmented laser welding // Welding and Metal Fabr. — 1994. — **62**, N 4. — P. 172–176.
6. Tusek J. Sinergic operation of welding arc and laser beam — for practical application or for scientific research only? // Varilna tehnika. — 1996. — **45**, N 2. — P. 39–46.
7. Dilthey U., Wieschemann A. Prospects by combining and coupling laser beam and arc welding processes // Rivista Italiana della Saldatura. — 2000. — **52**, N 6. — P. 749–759.
8. Коваленко В. С., Кривцун И. В. Комбіновані лазерно-дугові процеси обробки матеріалів. Ч. I. Ефекти комбінованої обробки і способи її реалізації // Наук. вісті НТУУ «КПІ». — 2001. — № 5. — С. 33–44.
9. Коваленко В. С., Кривцун И. В. Комбіновані лазерно-дугові процеси обробки матеріалів. Ч. II. Технологічні можливості комбінованого джерела тепла і взаємодія його складових // Там же. — № 6. — С. 47–66.
10. Laser-arc discharge: Theory and applications / V. S. Gvozdetzky, I. V. Krivtsun, M. I. Chizhenko et al. — Harwood Acad. publ. — 1995. — Vol. 3. — 148 p. — (Welding and Surfacing Reviews).
11. Seyffarth P., Krivtsun I. V. Laser-arc processes and their applications in welding and material treatment. — London: Taylor&Francis, 2002. — Vol. 1. — 200 p. — (Welding and Allied Processes).
12. Пат. 5700989 США, МКИ В23К 26/00, 10/00. Combined laser and plasma arc welding torch / I. S. Dykhno, I. V. Krivtsun, G. N. Ignatchenko. — Опубл. 23.12.97.
13. Кривцун И. В., Чиженко М. И. Основы расчета лазерно-дуговых плазмотронов // Автомат. сварка. — 1997. — № 1. — С. 16–23.
14. Сом А. И., Кривцун И. В. Лазер + плазма: поиск новых возможностей в наплавке // Там же. — 2000. — № 12. — С. 36–41.
15. Кривцун И. В. Модель испарения металла при дуговой, лазерной и лазерно-дуговой сварке // Там же. — 2001. — № 3. — С. 3–10.
16. Бушма А. И., Кривцун И. В. Особенности нагрева мелкодисперсных керамических частиц лазерным излучением // Физика и химия обраб. материалов. — 1992. — № 2. — С. 40–48.
17. Компьютерное моделирование процесса плазменного напыления / Ю. С. Борисов, И. В. Кривцун, А. Ф. Мужиченко и др. // Автомат. сварка. — 2000. — № 12. — С. 42–51.

### 4.1.5. ВЗАИМОДЕЙСТВИЕ ПУЧКА ИЗЛУЧЕНИЯ $\text{CO}_2$ -ЛАЗЕРА С ПЛАЗМОЙ ЭЛЕКТРИЧЕСКОЙ ДУГИ ПРИ ГИБРИДНОЙ (ЛАЗЕР + ТИГ) СВАРКЕ\*

И.В. КРИВЦУН, И.В. КРИКЕНТ, В.Ф. ДЕМЧЕНКО, У. РАЙСГЕН, А.Ф. ЗАБИРОВ, О.А. МОКРОВ

В последние десятилетия широкое распространение получили гибридные лазерно-дуговые процессы сварки, осуществляемые путем совместного воздействия на свариваемое изделие (в пределах общей зоны нагрева) сфокусированного лазерного пучка и электрической дуги [1, 2]. При практической реализации гибридных сварочных процессов наиболее часто используется дуга с плавящимся электродом (лазер + МИГ/МАГ) [2]. Вместе с тем значительный практический интерес представляют гибридные процессы, реализованные на основе дуги с неплавящимся электродом (лазер + ТИГ), а также плазменной дуги (лазер+плазма) [1]. Существенное значение при этом имеет не только тип сварочной дуги, используемой в гибридном процессе, но и характеристики лазерного пучка, в первую очередь, длина волны излучения  $\lambda$ . Это связано с сильной зависимостью коэффициента объемного поглощения лазерного излучения в дуговой плазме  $\kappa_\omega$  от длины его волны. При использовании в гибридном процессе коротковолнового излучения твердотельных или волоконных лазеров ( $\lambda \approx 1$  мкм) поглощение лазерного пучка в дуговой плазме является малосущественным ( $\kappa_\omega \sim 1 \text{ м}^{-1}$  [1]).

В этом случае под воздействием высококонцентрированного источника лазерного нагрева происходит интенсивное испарение металла с поверхности сварочной ванны, которое оказывает значительное влияние на состав, тепловые, газодинамические и электромагнитные характеристики плазмы дуги и, как следствие, приводит к изменению ее теплового и динамического взаимодействия со свариваемым металлом. При использовании в гибридных процессах излучения  $\text{CO}_2$ -лазеров ( $\lambda = 10,6$  мкм) существенными оказываются оба механизма взаимодействия, а именно: поглощение лазерного излучения в плазме столба дуги ( $\kappa_\omega \sim 100 \text{ м}^{-1}$  [1]) и испарение металла с поверхности расплава под воздействием сфокусированного лазерного пучка.

Объединение лазерного и дугового источников тепла при гибридной ( $\text{CO}_2$ -лазер + ТИГ) сварке может приводить к появлению синергетического

эффекта, который выражается в нарушении аддитивности теплового воздействия пучка и дуги на свариваемый металл, а также в интенсификации динамического воздействия сварочного тока на металлическую ванну. В результате энергия, используемая на плавление металла при гибридной сварке, может более чем в два раза превышать сумму соответствующих энергий при сварке каждым отдельно взятым источником тепла [1]. Физические факторы, вызывающие возникновение такого синергетического эффекта, до сих пор являются не раскрытыми и подлежат изучению с привлечением методов математического моделирования.

**Постановка задачи.** Целью настоящей работы является теоретическое исследование и математическое моделирование процессов непосредственного взаимодействия сфокусированного лазерного излучения с дуговой плазмой. В качестве исследуемого объекта выбрана стационарная аргоновая дуга атмосферного давления с тугоплавким вольфрамовым катодом и в общем случае испаряющимся анодом из низкоуглеродистой стали (испаряющийся элемент — железо), на которую, как показано на рис. 1, воздействует сфокусированный оптической системой гауссов пучок излучения  $\text{CO}_2$ -лазера непрерывного действия. Поскольку объект, являющийся результатом такого объединения лазерного пучка и электрической дуги, не обладает осевой симметрией (рис. 1), для упрощения его математической модели примем следующие допущения. Предположим, что, начиная с некоторого расстояния от анода ( $z = z_0$ ), столб дуги является осесимметричным, а характеристики дуговой плазмы близки к соответствующим характеристикам для дуги с тугоплавким катодом, расположенным перпендикулярно поверхности анода. Считаем также, что взаимодействие лазерного пучка с плазмой дуги происходит только при  $z > z_0$ . В соответствии с этим введем цилиндрическую систему координат  $(r, z)$  и выберем расчетные области для дуговой плазмы  $\Omega_p = \{0 \leq r \leq R_p, 0 \leq z \leq L\}$  и лазерного пучка  $\Omega_b = \{0 \leq r \leq R_b, z_0 \leq z \leq L\}$  (рис. 1).

\*Автоматическая сварка. — 2015. — № 3–4. — С. 7–16.

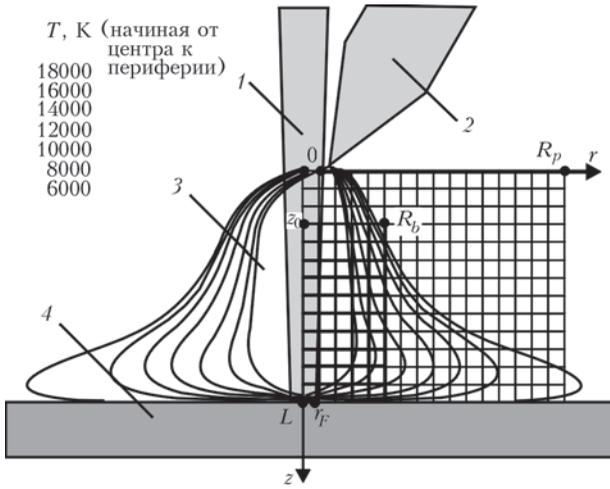


Рис. 1. Схема объединения в гибридном процессе сфокусированного лазерного пучка и электрической дуги с тугоплавким катодом, а также изолинии температуры для 150-амперной аргоновой дуги, взаимодействующей с пучком излучения  $\text{CO}_2$ -лазера мощностью 1500 Вт: 1 — лазерный пучок; 2 — тугоплавкий катод; 3 — столб дуги; 4 — свариваемый металл (анод)

**Основные уравнения.** Для математического описания процессов энерго-, массо- и электропереноса в такой модельной (осесимметричной) системе используем уравнения однетемпературной модели дуговой плазмы [3, 4]. Соответствующая система уравнений должна быть усовершенствована с учетом специфики исследуемого объекта и стационарности рассматриваемых процессов. При этом уравнения непрерывности и движения плазмы, а также уравнения электромагнитного поля тока дуги сохраняют свой вид [3], тогда как уравнение энергии с учетом дополнительного нагрева дуговой плазмы сфокусированным лазерным пучком следует записать в виде [1]

$$\begin{aligned} \rho C_p \left( v \frac{\partial T_p}{\partial r} + u \frac{\partial T_p}{\partial z} \right) = & \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left( r \chi \frac{\partial T_p}{\partial r} \right) + \\ & + \frac{\partial}{\partial z} \left( \chi \frac{\partial T_p}{\partial z} \right) + \\ & + \frac{k_B}{e} \left\{ j_r \frac{\partial [(5/2 - \delta) T_p]}{\partial r} + j_z \frac{\partial [(5/2 - \delta) T_p]}{\partial z} \right\} + \\ & + \frac{j_r^2 + j_z^2}{\sigma} + \kappa_\omega S - \psi, \end{aligned} \quad (1)$$

где  $\rho$  — массовая плотность плазмы;  $C_p$  — удельная теплоемкость плазмы с учетом энергии ионизации;  $v, u$  — радиальная и аксиальная компоненты скорости плазмы;  $T_p$  — температура плазмы;  $\chi$  — коэффициент теплопроводности плазмы;  $k_B$  — постоянная Больцмана;  $e$  — заряд электрона;  $j_r, j_z$  — радиальная и аксиальная компоненты плотности электрического тока в плазме;  $\delta$  — постоянная термодиффузии электронов;  $\sigma$  — удельная электропроводность плазмы;  $\psi$  — потери энергии на собственное излучение в приближении опти-

чески тонкой плазмы. В уравнении (1) выделение энергии в плазме столба дуги за счет поглощения лазерного излучения учитывается членом  $\kappa_\omega S$  в правой части, где  $\kappa_\omega$  — коэффициент объемного (обратно-тормозного) поглощения лазерного излучения дуговой плазмой;  $S$  — пространственное распределение интенсивности излучения в лазерном пучке, взаимодействующем с плазмой.

Рассмотрим уравнение, описывающее распределение интенсивности излучения  $S(r, z)$  в лазерном пучке с учетом его поглощения и рефракции в неоднородной дуговой плазме. Полагая, что относительное изменение параметров плазмы на расстояниях порядка длины волны лазерного излучения мало, а также отсутствует лазерное излучение, отраженное от поверхности анода, для описания распространения пучка в дуговой плазме используем квазиоптическое приближение. В этом случае уравнение для амплитуды поля лазерного пучка, предполагаемого гауссовым (осесимметричным), можно записать в виде [1]

$$-2ik \frac{\partial A_\omega}{\partial z} = \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left( r \frac{\partial A_\omega}{\partial r} \right) + k^2 (\epsilon_\omega - 1) A_\omega, \quad (2)$$

где  $k \equiv k_z = 2\pi/\lambda$  — волновой вектор лазерного излучения;  $A_\omega$  — комплексная амплитуда электрического поля лазерного пучка;  $\epsilon_\omega = \epsilon'_\omega + i\epsilon''_\omega$  — комплексная диэлектрическая проницаемость дуговой плазмы на частоте лазерного излучения  $\omega$ . Искомая величина  $S$  представляет собой среднее по времени значение аксиальной составляющей плотности потока электромагнитной энергии пучка и связана с комплексной амплитудой электрического поля  $A_\omega$  соотношением [1]

$$S(r, z) = \frac{1}{2} \sqrt{\frac{\epsilon^0}{\mu^0}} |A_\omega|^2, \quad (3)$$

где  $\epsilon^0$  — диэлектрическая проницаемость вакуума;  $\mu^0$  — универсальная магнитная постоянная. Для задания начального распределения  $A_\omega(r, z_0)$  примем, что при  $z = z_0$  в дуговую плазму вводится сфокусированный гауссов пучок лазерного излучения, который в отсутствие плазмы имеет минимальный радиус  $r_F$  на поверхности анода (см. рис. 1). Пространственное распределение комплексной амплитуды электрического поля такого пучка при  $z \leq z_0$  определяется выражением [1]

$$A_\omega = A_{\omega F} \frac{r_F}{r_z} \exp \left[ -\frac{r^2}{r_z^2} + i \left( k \frac{r^2}{2R_z} - \varphi_z \right) \right], \quad (4)$$

где

$$r_z^2 = r_F^2 \left[ 1 + \frac{(z-L)^2}{z_F^2} \right]; R_z = (z-L) \left[ 1 + \frac{z_F^2}{(z-L)^2} \right]; \quad (5)$$

$$\varphi_z = \arctg \left( \frac{z-L}{z_F} \right).$$

Постоянная  $A_{\omega F}$  в (4) находится из интегрального соотношения для полной мощности лазерного излучения в поперечном сечении пучка

$$Q(z) = 2\pi \int_0^{R_p} S(r, z) r dr, \quad (6)$$

что при учете (3) дает

$$A_{\omega F} = \sqrt{\frac{4Q^0}{\pi r_F^2} \left( \frac{\mu^0}{\varepsilon^0} \right)^{1/2}}, \quad (7)$$

где  $Q^0 = Q(z_0)$  — мощность исходного лазерного пучка.

При численном моделировании процессов переноса энергии, импульса, массы и заряда в исследуемой системе рассмотрим два характерных варианта теплового состояния анода, а именно: водоохлаждаемый (неиспаряющийся) анод с температурой поверхности  $T_s = 500$  К и диффузионно-испаряющийся анод. В последнем случае примем, что в пределах области анодной привязки дуги температура поверхности анода  $T_s = T_s(r)$  изменяется по экспоненциальному закону [4] и достигает в центре этой области 3000 К, т.е. не превышает температуры кипения железа, при которой испарение переходит в конвективный режим. Задав таким образом распределение температуры поверхности анода, для учета многокомпонентности дуговой плазмы, связанной с диффузионным испарением его материала, рассматриваемую модель следует дополнить уравнением конвективной диффузии ионизированного металлического пара, описывающим транспорт нейтральных атомов, одно- и двухзарядных ионов металла в плазме столба дуги [4]:

$$\begin{aligned} & \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (r m v) + \frac{\partial}{\partial z} (n_m u) = \\ & = \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left( r \left[ G_0 \frac{\partial \{n_m T_p\}}{\partial r} + \bar{G}_1 \frac{\partial \{K_1 n_m T_p\}}{\partial r} + \bar{G}_2 \frac{\partial \{K_2 n_m T_p\}}{\partial r} + \right. \right. \\ & \quad \left. \left. + \{b_1 K_1 + b_2 K_2\} n_m \frac{\partial \varphi}{\partial r} \right] \right) + \\ & \quad + \frac{\partial}{\partial z} \left( G_0 \frac{\partial [n_m T_p]}{\partial z} + \bar{G}_1 \frac{\partial [K_1 n_m T_p]}{\partial z} + \right. \\ & \quad \left. + \bar{G}_2 \frac{\partial [K_2 n_m T_p]}{\partial z} + \{b_1 K_1 + b_2 K_2\} n_m \frac{\partial \varphi}{\partial z} \right). \end{aligned} \quad (8)$$

Здесь  $n_m = n_{m0} + n_{m1} + n_{m2}$  — суммарная концентрация частиц металлического пара в дуговой плазме;

$$\bar{G}_1 = G_1 - G_0; \bar{G}_2 = G_2 - G_0; K_1 = \frac{n_{m1}}{n_m}; K_2 = \frac{n_{m2}}{n_m};$$

$$G_Z = \frac{D_Z}{T_p} \left( 1 - n_{mZ} \frac{M_m - \bar{M}_{mZ}}{\rho} \right); \bar{M}_{mZ} = \frac{\rho - M_m n_{mZ}}{n_0 - n_{mZ}}$$

( $Z = 0, 1, 2$ );  $D_Z$  — коэффициенты диффузии атомов ( $Z = 0$ ), одно- ( $Z = 1$ ) и двухзарядных ( $Z = 2$ ) ионов металла в многокомпонентной плазме;  $M_m$  — масса атома металла;  $n_0$  — суммарная концентрация частиц в плазме столба дуги;  $b_Z = (eZ/k_B) G_Z$  — подвижности ионов металла ( $Z = 1, 2$ ) в электрическом поле;  $\varphi$  — скалярный потенциал электрического поля в столбе дуги. Уравнение (8) описывает следующие виды переноса частиц металлического пара в дуговой плазме: конвективный перенос, концентрационную диффузию, термодиффузию, а также дрейф ионов пара в электрическом поле.

При численной реализации описанной модели процессов переноса энергии, импульса, массы и заряда требуется задать термодинамические, транспортные и оптические свойства многокомпонентной дуговой плазмы в зависимости от ее температуры, состава и давления. Для изотермической аргоновой плазмы атмосферного давления использовали данные, приведенные в [5]. Зависимости термодинамических и транспортных свойств Ag-Fe плазмы различного состава определяли по методике, предложенной в работе [6]. Соответствующие зависимости потерь энергии на собственное излучение, коэффициента объемного поглощения и комплексной диэлектрической проницаемости дуговой плазмы вычисляли, как описано в [1].

*Граничные условия.* Граничные условия для вектора скорости плазмы  $\vec{V} = \{v, 0, u\}$ , ее температуры  $T_p$ , потенциала электрического поля  $\varphi$ , концентрации частиц металлического пара  $n_m$  и амплитуды поля лазерного пучка  $A_{\omega}$  сформулируем следующим образом. В начальном сечении расчетной области для плазмы столба дуги (плоскость  $z = 0$ ) граничные условия для величин  $v$ ,  $u$ ,  $T_p$ ,  $\varphi$  и  $n_m$  зададим аналогично тому, как это сделано в работах [3, 4] для дуги с тугоплавким катодом, расположенным перпендикулярно поверхности анода. В частности, для компонент вектора скорости примем

$$v|_{z=0} = 0; u|_{z=0} = u_0, \quad (9)$$

где величина  $u_0$  определяется расходом защитного газа и диаметром сопла для его подачи.

Для температуры и электрического потенциала в прикатодной зоне столба дуги зададим условия:

$$T_p|_{z=0} = T_c(r); \quad \sigma \frac{\partial \varphi}{\partial z} \Big|_{z=0} = j_c(r), \quad (10)$$

где распределения температуры плазмы  $T_c(r)$  и плотности электрического тока вблизи катода  $j_c(r)$  выбираются согласно рекомендациям [7]. В зоне подачи защитного газа считаем, что

$$T_p|_{z=0} = T_0; \quad \frac{\partial \varphi}{\partial z} \Big|_{z=0} = 0, \quad (11)$$

где  $T_0$  — температура окружающей среды.

Принимая во внимание сделанное ранее допущение о том, что взаимодействие лазерного пучка с дуговой плазмой начинается при  $z = z_0$ , в уравнении (1) в области  $z < z_0$  положим  $S = 0$ , а начальное условие для уравнения (2) на верхней границе расчетной области  $\Omega_b$ , т.е. при  $z = z_0$  (см. рис. 1), зададим, как описано выше.

Что касается уравнения (8), то с учетом направления движения защитного газа и плазмы в прикатодной зоне столба дуги полагаем, что частицы испаренного металла анода не достигают плоскости  $z = 0$ , т.е. на верхней границе расчетной области  $\Omega_p$  (см. рис. 1) примем

$$n_m|_{z=0} = 0. \quad (12)$$

Для водоохлаждаемого (неиспаряющегося) анода на его поверхности (плоскость  $z = L$ ) задаются условия «прилипания», т.е. радиальная и аксиальная компоненты скорости потока плазмы полагаются равными нулю. Для испаряющегося анода следует учитывать течение прианодной плазмы, возникающее вследствие испарения атомов металла с поверхности анода и диффузии ионизированного металлического пара в столб дуги. Результаты расчета, выполненного в [4], показывают, что при  $T_s(0) = 3000$  К аксиальная компонента скорости движения многокомпонентной дуговой плазмы вблизи анода, обусловленная диффузионным испарением его материала, может достигать значения порядка 10 м/с. Это требует корректировки граничного условия для нормальной к поверхности анода компоненты вектора скорости плазмы на границе анодного слоя, которое в случае диффузионно-испаряющегося анода принимает вид [4]

$$u|_{z=L} = \frac{M_m \left[ Y_{m0z}(r, L) + Y_{m1z}(r, L) + Y_{m2z}(r, L) \right]}{\rho(r, L) - M_m \left[ n_{m0}(r, L) + n_{m1}(r, L) + n_{m2}(r, L) \right]}. \quad (13)$$

Здесь  $Y_{mz}(r, L)$  — радиальные распределения аксиальных компонент плотностей диффузионных потоков атомов и ионов металла, находящихся в

зарядовом состоянии  $Z$ , на границе столба с анодной областью дуги.

На границе плазмы столба дуги с анодным слоем, предполагаемым бесконечно тонким [8], можно записать следующее условие энергетического баланса:

$$-\chi \frac{\partial T_p}{\partial z} \Big|_{z=L} + j_a \frac{k_B}{e} \left( \frac{5}{2} - \delta \right) T_{pa} = \Delta \varphi_a j_a + q_a - j_a \bar{\varphi}, \quad (14)$$

где  $j_a = |j_z|_{z=L}$  — абсолютное значение плотности электрического тока на аноде;  $T_{pa} = T_p|_{z=L}$  — температура плазмы столба дуги на границе с анодной областью;  $\Delta \varphi_a$  — разность потенциала дуговой плазмы на внешней границе анодного слоя и потенциала поверхности анода;  $q_a$  — тепловой поток, вводимый дугой в анод;  $\bar{\varphi}$  — работа выхода металла анода. С хорошим приближением электрический потенциал поверхности анода можно считать постоянным и выбрать равным нулю, тогда граничное условие для потенциала плазмы на границе столба дуги с анодным слоем можно записать в виде [3]

$$\varphi|_{z=L} = \Delta \varphi_a. \quad (15)$$

Для вычисления величин  $\Delta \varphi_a$  и  $q_a$ , входящих в граничные условия (14), (15), воспользуемся моделью анодной области дуги, предложенной в [8]. Данная модель позволяет вычислять радиальные распределения теплового потока  $q_a$ , вводимого дугой в анод, а также анодного падения потенциала  $U_a = -\Delta \varphi_a$  в области анодной привязки дуги в зависимости от подлежащих определению радиальных распределений плотности электрического тока на аноде  $j_a$  и температуры плазмы на границе анодного слоя  $T_{pa}$ .

На границе плазмы столба дуги с анодным слоем (при  $z = L$ ) граничное условие для  $n_m = n_{m0} + n_{m1} + n_{m2}$  также может быть определено согласно модели анодной области дуги с испаряющимся анодом [8] в зависимости от локальных значений температуры прианодной плазмы, температуры поверхности анода и режима его испарения.

В рассматриваемом диффузионном режиме испарения с достаточной точностью можно считать, что локальные значения парциального давления атомов и ионов металлической компоненты плазмы  $p_m$  на указанной границе равны давлению насыщенного пара металла анода при соответствующем значении температуры его поверхности  $T_s$ :

$$p_m|_{z=L} = p_0 \exp \left\{ \frac{\lambda_v}{k_B} \left[ \frac{1}{T_B} - \frac{1}{T_s(r)} \right] \right\}, \quad (16)$$

где  $p_0$  — атмосферное давление;  $\lambda_v$  — энергия, затрачиваемая на переход одного атома металла из

жидкой фазы в паровую;  $T_B$  — температура кипения металла анода.

На оси симметрии системы (при  $r = 0$ ) граничные условия для скорости, температуры, электрического потенциала плазмы и концентрации частиц металлического пара, а также амплитуды электрического поля лазерного пучка, предполагаемого гауссовым, задаются стандартным образом (см., например, [1, 3, 4])

$$v|_{r=0} = 0; \left. \frac{\partial u}{\partial r} \right|_{r=0} = 0; \left. \frac{\partial T_p}{\partial r} \right|_{r=0} = 0; \left. \frac{\partial \varphi}{\partial r} \right|_{r=0} = 0; \left. \frac{\partial n_m}{\partial r} \right|_{r=0} = 0; \left. \frac{\partial A_\omega}{\partial r} \right|_{r=0} = 0. \quad (17)$$

На внешней границе расчетной области для плазмы (при  $r = R_p$ ) граничные условия для скорости и электрического потенциала запишем в виде [3]

$$\left. \frac{\partial(\rho v r)}{\partial r} \right|_{r=R_p} = 0; u|_{r=R_p} = 0; \left. \frac{\partial \varphi}{\partial r} \right|_{r=R_p} = 0. \quad (18)$$

Граничные условия для температуры и концентрации частиц металлического пара при  $r = R_p$  определим в зависимости от направления движения потока плазмы [3, 4]

$$T_p|_{r=R_p} = T_0; n_m|_{r=R_p} = 0 \text{ при } v|_{r=R_p} \leq 0; \left. \frac{\partial T_p}{\partial r} \right|_{r=R_p} = \left. \frac{\partial n_m}{\partial r} \right|_{r=R_p} = 0 \text{ при } v|_{r=R_p} > 0. \quad (19)$$

Наконец, предполагая, что поперечный размер лазерного пучка существенно меньше радиуса соответствующей расчетной области  $R_b$ , запишем

$$A_\omega|_{r=R_b} = 0. \quad (20)$$

Система дифференциальных уравнений, которые описывают перенос энергии, импульса, массы и заряда в многокомпонентной дуговой плазме, находящейся под воздействием сфокусированного лазерного пучка, с приведенными выше граничными условиями решалась численно с помощью совместного лагранжево-эйлерового метода [9, 10], адаптированного к условиям сжимаемой среды. При решении параболического уравнения (2) для комплексной амплитуды поля лазерного пучка использовали метод, подробно описанный в [1].

**Результаты моделирования.** Численное моделирование характеристик плазмы столба и анодной области электрической дуги с вольфрамовым катодом и стальным анодом, на которую воздействует сфокусированный пучок излучения  $\text{CO}_2$ -лазера, проводили при следующих параметрах системы: длина межэлектродного промежутка  $L = 4$  мм; ток

дуги  $I = 150$  А; защитный газ аргон, давление атмосферное; мощность исходного лазерного пучка  $Q^0$  варьировалась в диапазоне 500...1500 Вт, радиус пучка в плоскости фокусировки ( $z = L$ )  $r_F = 0,2$  мм, расстояние от катода до плоскости, где начинается взаимодействие лазерного пучка с дуговой плазмой  $z_0$ , выбиралось равным 1 мм.

*Дуговая плазма.* Вначале рассмотрим влияние поглощения лазерного излучения дуговой плазмой на тепловые и электрические характеристики столба и анодной области исследуемой дуги. Под воздействием сфокусированного пучка излучения  $\text{CO}_2$ -лазера в столбе дуги возникает локализованная вблизи оси пучка высокотемпературная область (рис. 2), максимальная температура плазмы в которой увеличивается с повышением мощности лазерного излучения, при этом радиус указанной области составляет величину порядка 0,5 мм. Так, на оси столба 150-амперной дуги (при  $z = 2,5$  мм) температура плазмы в отсутствие лазерного воздействия составляет 20700 К, тогда как под воздействием лазерного пучка мощностью  $Q^0 = 500$  и 1500 Вт она увеличивается соответственно до 25100 и 32800 К.

Эффект локального лазерного нагрева дуговой плазмы проявляется вплоть до границы столба с анодной областью дуги, что приводит к заметному увеличению осевых значений температуры прианодной плазмы. Влияние нагрева дуговой плазмы лазерным пучком на распределение ее температуры вдоль оси столба дуги (оси лазерного пучка) показано на рис. 3. Отметим, что температура поверхности анода (испарение его материала) практически не влияет на пространственное распределение температуры плазмы в столбе дуги, что соответствует выводам работы [4].

Изменение пространственного распределения температуры дуговой плазмы под воздействием сфокусированного лазерного излучения вызыва-

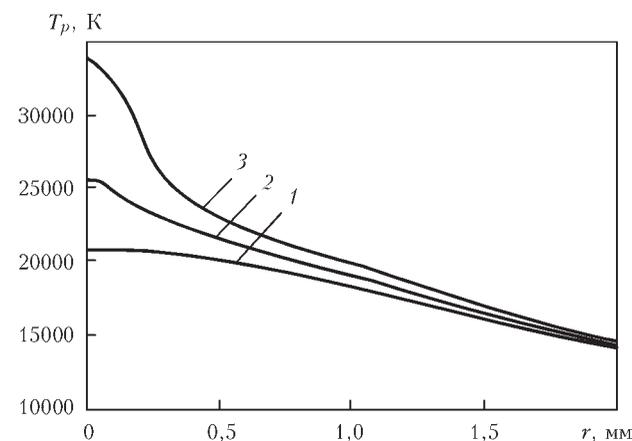


Рис. 2. Радиальные распределения температуры плазмы в поперечном сечении  $z = 2,5$  мм столба дуги при  $T_s = 500$  К: 1 —  $Q^0 = 0$ ; 2 — 500; 3 — 1500 Вт

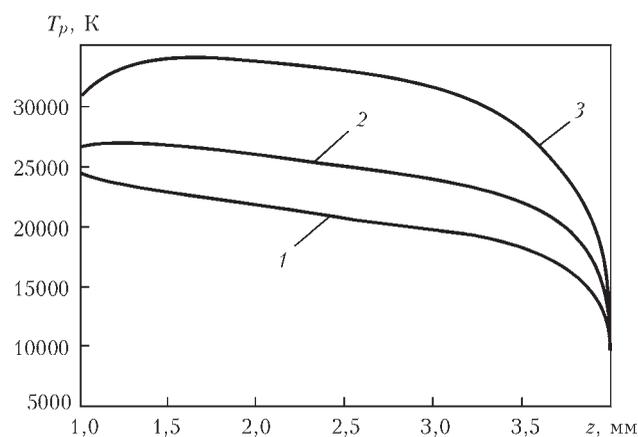


Рис. 3. Аксиальные распределения температуры плазмы на оси столба дуги при  $T_s = 500$  К: 1 —  $Q^0 = 0$ ; 2 — 500; 3 — 1500 Вт

ет заметное перераспределение плотности электрического тока в разряде. На рис. 4 приведены распределения абсолютного значения аксиальной компоненты плотности тока вдоль оси дуги, на которую воздействует пучок излучения  $\text{CO}_2$ -лазера различной мощности (кривая 1 —  $Q^0 = 1500$  Вт; 2 — 500), в сравнении с соответствующим распределением  $|j_z(0, z)|$  для обычной дуги (кривая 3).

Несмотря на то что под воздействием лазерного излучения температура плазмы в осевой зоне столба дуги существенно повышается (рис. 2, 3), плотность электрического тока на оси разряда в начальных сечениях области лазерно-дугового взаимодействия ( $0 < z < 3$  мм) сохраняется практически такой же, как и для обычной дуги. Влияние лазерного нагрева дуговой плазмы на распределение плотности тока в столбе дуги начинает сказываться по мере приближения к аноду. В прианодной зоне столба величина  $|j_z(0, z)|$  для дуги, находящейся под воздействием лазерного излучения, существенно возрастает, причем максимальное значение плотности тока на оси дуги увеличивается с ростом мощности исходного пучка (рис. 4). В

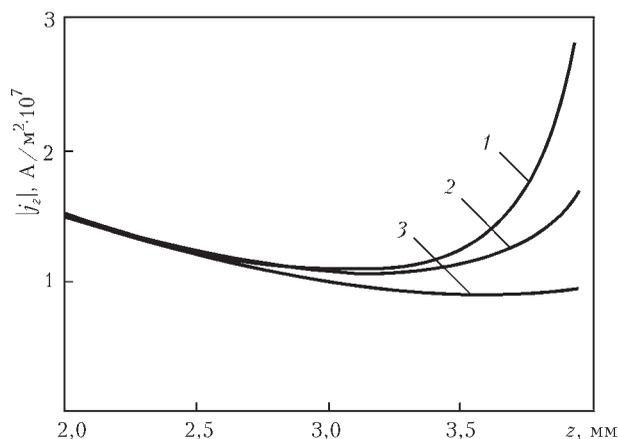


Рис. 4. Распределения абсолютного значения аксиальной компоненты плотности электрического тока на оси дуги вдоль ее столба при  $T_s = 500$  К: 1–3 — см. в тексте

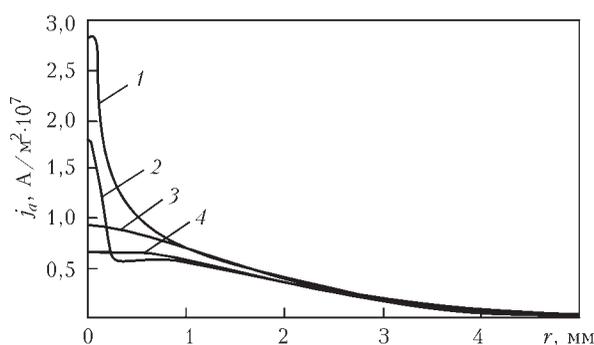


Рис. 5. Распределения плотности электрического тока на аноде: 1 —  $Q^0 = 1500$  Вт,  $T_s = 500$  К; 2 —  $Q^0 = 1500$  Вт,  $T_s(0) = 3000$  К; 3 —  $Q^0 = 0$ ,  $T_s = 500$  К; 4 —  $Q^0 = 0$ ,  $T_s(0) = 3000$  К

результате, например, при воздействии на 150-амперную дугу лазерного пучка мощностью 1500 Вт, плотность тока в центре области анодной привязки дуги может более чем в три раза превосходить соответствующее значение для обычной дуги при прочих равных условиях (рис. 5).

Тепловой поток  $q_a$ , вводимый дугой в анод, существенно зависит от плотности электрического тока на аноде [3, 4], поэтому характер распределения  $q_a(r)$ , приведенного на рис. 6, аналогичен распределению плотности тока на аноде (рис. 5). Так, при воздействии на 150-амперную дугу лазерным пучком мощностью 1500 Вт осевое значение плотности теплового потока, вводимого дугой в анод, возрастает почти в четыре раза. При повышении температуры анода (учете его испарения) эффект контрагирования электрического тока и соответственно плотности теплового потока на аноде несколько ослабевает, однако остается значительным по сравнению с дугой, не подвергающейся воздействию лазерного излучения (рис. 5, 6).

Для анализа эффекта контрагирования дуги вблизи поверхности анода рассмотрим радиальные распределения температуры прианодной плазмы  $T_{pa}$  (рис. 7) и падения потенциала электрического поля  $\Delta\phi_a$  на анодном слое (рис. 8) для дуги, находящейся под воздействием лазерного

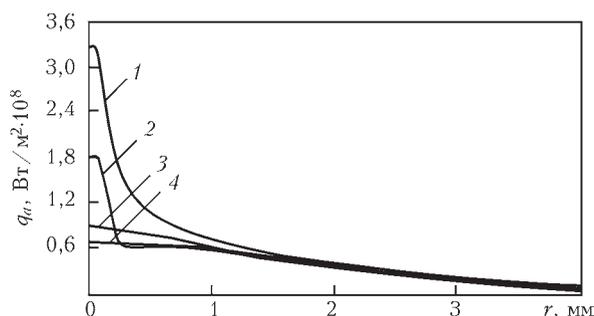


Рис. 6. Распределения теплового потока, вводимого дугой в анод, по его поверхности: 1 —  $Q^0 = 1500$  Вт,  $T_s = 500$  К; 2 —  $Q^0 = 1500$  Вт,  $T_s(0) = 3000$  К; 3 —  $Q^0 = 0$ ,  $T_s = 500$  К; 4 —  $Q^0 = 0$ ,  $T_s(0) = 3000$  К

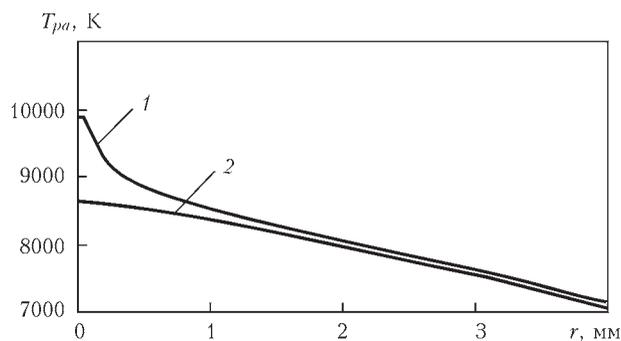


Рис. 7. Радиальные распределения температуры плазмы на границе анодного слоя при  $T_s = 500$  К: 1, 2 — см. в тексте

пучка мощностью  $Q^0 = 1500$  Вт (кривые 1) и для обычной дуги (кривые 2).

Известно [8], что анодное падение напряжения  $U_a = -\Delta\phi_a$  является отрицательным, зависящим от плотности тока на аноде, температуры анода и прианодной плазмы, причем таким образом, что скачок потенциала  $\Delta\phi_a$  заметно возрастает с повышением температуры плазмы вблизи анода и слабо снижается при увеличении плотности тока на аноде. При  $Q^0 = 1500$  Вт осевая температура плазмы на границе анодного слоя для дуги с неиспаряющимся анодом возрастает почти на 1200 К по сравнению с обычной дугой (рис. 7). Это обуславливает увеличение осевых значений потенциала плазмы на указанной границе и появление в распределении  $\Delta\phi_a(r)$  ярко выраженного максимума вблизи оси дуги (рис. 8, кривая 1). Резкое изменение  $\Delta\phi_a$  вдоль поверхности анода приводит к деформации линий равного потенциала в приосевой зоне прианодной плазмы, вследствие чего появляется значительная радиальная компонента вектора напряженности электрического поля и соответствующая радиальная компонента плотности тока. Наряду с возрастанием температуры (электропроводности плазмы), а также аксиальной компоненты напряженности электрического поля в указанной зоне, это приводит к существенному контрагированию электрического тока в области

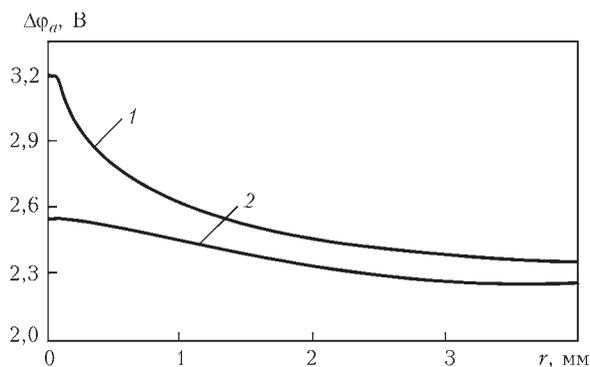


Рис. 8. Радиальные распределения падения электрического потенциала на анодном слое дуги при  $T_s = 500$  К: 1, 2 — см. в тексте

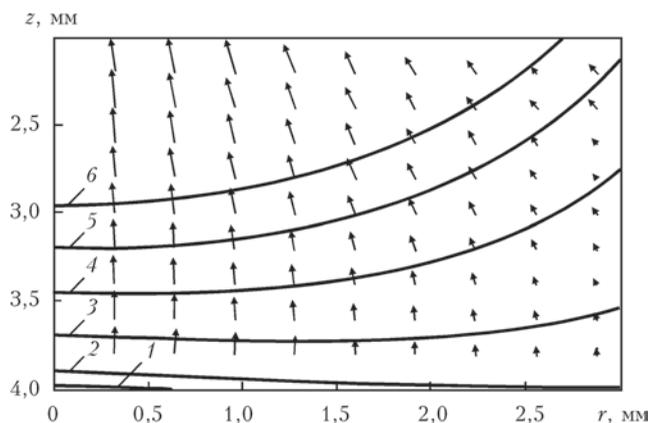


Рис. 9. Линии равного потенциала и векторное поле плотностей электрического тока в прианодной плазме обычной дуги ( $T_s = 500$  К): 1 —  $\phi = 2,5$ ; 2 — 2,25; 3 — 2; 4 — 1,75; 5 — 1,5; 6 — 1,25 В

анодной привязки дуги, находящейся под воздействием лазерного пучка (рис. 5) по сравнению с обычной дугой.

Описанные особенности влияния радиального распределения анодного падения потенциала на распределение электрического тока в плазме вблизи анода проиллюстрированы на рис. 9, 10, где представлены эквипотенциальные линии и векторные поля плотности тока в прианодной плазме для обычной дуги и для дуги, на которую воздействует сфокусированное лазерное излучение. Отметим, что в случае диффузионно испаряющегося анода ( $T_s(0) = 3000$  К) температура плазмы на границе с анодной областью дуги уменьшается по сравнению с водоохлаждаемым (неиспаряющимся) анодом как при наличии, так и при отсутствии лазерного воздействия. Вследствие этого эффект контрагирования тока дуги под действием лазерного пучка становится менее заметным (см. рис. 5).

*Лазерный пучок.* Рассмотрим влияние плазмы столба дуги на взаимодействующий с ней лазер-

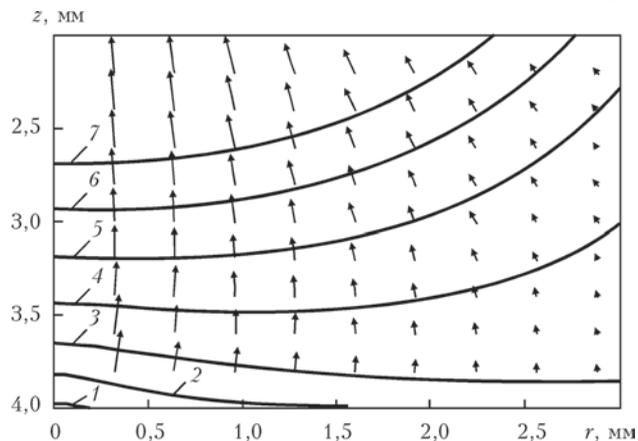


Рис. 10. Линии равного потенциала и векторное поле плотностей электрического тока в прианодной плазме обычной дуги ( $T_s = 500$  К), на которую воздействует лазерный пучок мощностью 1,5 кВт: 1 —  $\phi = 3$ ; 2 — 2,5; 3 — 2,25; 4 — 2; 5 — 1,75; 6 — 1,5; 7 — 1,25 В

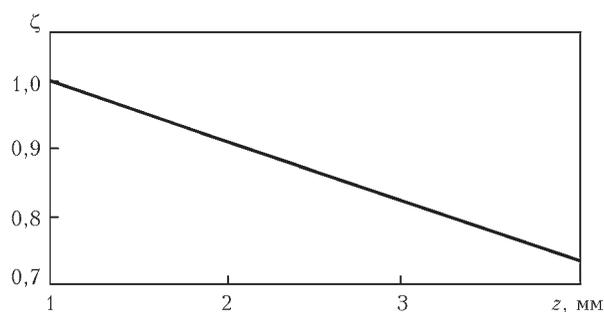


Рис. 11. Изменение коэффициента ослабления лазерного пучка в дуговой плазме по длине дуги

ный пучок. Пусть  $\zeta(z) = Q(z)/Q^0$  — коэффициент ослабления пучка за счет его поглощения в дуговой плазме, где  $Q(z)$  — мощность лазерного пучка в сечении дуги с аксиальной координатой  $z$ , вычисляемая по формуле (6). Вследствие поглощения пучка в столбе дуги до поверхности анода доходит около 74 % мощности лазерного излучения (рис. 11). Причем для выбранных параметров лазерного пучка и дуги эта величина слабо зависит от мощности исходного пучка и температуры поверхности анода.

Зная мощность излучения, дошедшую до анода  $Q(L)$ , и коэффициент поглощения лазерного излучения его поверхностью  $\Gamma$ , можно оценить мощность, вкладываемую в анод лазерным пучком  $Q_b = \Gamma Q(L)$ . Полагая, что анод является водоохлаждаемым, изготовленным из низкоуглеродистой стали, и выбирая  $\Gamma = 0,1$  [11], получаем  $Q_b = 110$  Вт при  $Q^0 = 1500$  Вт. Отметим, что при плавлении и интенсивном лазерном испарении металла анода возможно образование парогазового канала, который может поглощать практически всю мощность лазерного излучения, доходящую до поверхности анода. При этом мощность, вкладываемая в анод лазерным пучком при  $Q^0 = 1500$  Вт, может достигать значения  $Q_b = 1105$  Вт и быть соизмеримой с мощностью, сообщаемой такому аноду дугой.

Распределение интенсивности излучения вдоль оси сфокусированного лазерного пучка, взаимодействующего с дуговой плазмой, в сравнении с

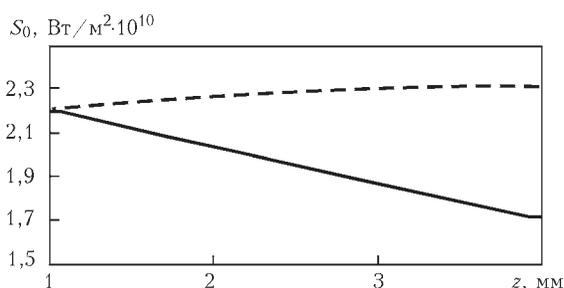


Рис. 12. Распределения интенсивности излучения на оси сфокусированного лазерного пучка мощностью 1500 Вт, распространяющегося в дуговой плазме (сплошная кривая), и для исходного пучка (штриховая)

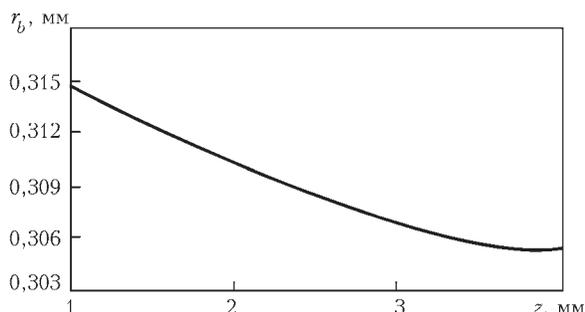


Рис. 13. Распределение эффективного радиуса лазерного пучка по его длине

соответствующим распределением для исходного пучка показано на рис. 12. В отличие от лазерного пучка, распространяющегося в воздухе (в отсутствие дуги), при распространении в дуговой плазме интенсивность лазерного излучения на оси пучка  $S_0 = S(0, z)$  снижается по мере приближения к поверхности анода.

Как следует из расчетных зависимостей, приведенных на рис. 11, 12, взаимодействие сфокусированного лазерного пучка с дуговой плазмой в рассматриваемых условиях в основном сводится к поглощению энергии пучка плазмой, при этом роль его рефракции в неоднородной дуговой плазме оказывается незначительной. Об этом свидетельствует также зависимость эффективного радиуса пучка  $r_b(z)$  (рис. 13), определяемого как расстояние от его оси, на котором интенсивность излучения составляет 1 % соответствующего значения  $S(0, z)$ . Эффективный радиус лазерного пучка, взаимодействующего с плазмой, практически не отличается от радиуса исходного пучка в соответствующем сечении и для рассматриваемых в данной работе условий не зависит от его мощности.

**Обсуждение.** Прогнозируемый математическим моделированием эффект контрагирования электрического тока на аноде и соответственно теплового потока в анод, возникающий при воздействии на аргоновую дугу с тугоплавким катодом сфокусированного пучка излучения  $CO_2$ -лазера, может иметь важные технологические следствия. Так, при воздействии на 150-амперную дугу лазерным пучком мощностью 1500 Вт, осевые значения указанных характеристик возрастают более чем в три раза. Таким образом, лазерное воздействие на рассматриваемую дугу делает ее более высококонцентрированным источником теплового и динамического воздействия на металл. Расчеты показывают, что дополнительный лазерный нагрев дуговой плазмы вызывает также заметное повышение полной мощности, вкладываемой дугой в анод

$$Q_a = \pi \int q_a r dr$$

Полный тепловой поток в анод от дуги в зависимости от мощности лазерного излучения и теплового состояния поверхности анода

$T_s(0)$ , К	$Q^0$ , Вт	$Q_a$ , Вт
500	0	1431,8
500	500	1494,0
500	1500	1564,4
3000	0	1478,6
3000	500	1526,1
3000	1500	1579,7

(таблица), причем с увеличением мощности лазерного пучка полный тепловой поток, вносимый дугой в анод, возрастает как для водоохлаждаемого, так и для диффузионно-испаряющегося анода.

Рассмотрим теперь механизм синергетического эффекта, возникающего при объединении лазерного и дугового источников тепла в условиях гибридной ( $\text{CO}_2$ -лазер+ТИГ) сварки. Данный эффект выражается в нарушении аддитивности теплового воздействия лазерного пучка и дуговой плазмы на свариваемый металл, вследствие чего энергия, используемая на плавление металла при гибридной сварке, может более чем в два раза превышать сумму соответствующих энергий при сварке каждым отдельно взятым источником тепла [1].

Как известно, в осесимметричном магнитном поле тока дуги движение расплавленного металла под действием силы Лоренца возбуждается ее вихревой составляющей  $\vec{F}_{rot}$ , имеющей центростремительное направление. Значение этой силы максимально на поверхности сварочной ванны и убывает при растекании электрического тока в объеме свариваемого металла. Возникающий при этом перепад давлений вызывает нисходящее течение расплава, переносящее перегретый металл от поверхности ванны к фронту плавления. При интенсивном течении расплава в направлении к донной части сварочной ванны повышается эффективность усвоения (использования на плавление металла) тепловой мощности, вводимой в анод обоими источниками тепла и соответственно этому увеличивается объем расплавленного металла. Приблизительно оценим влияние лазерно-дугового взаимодействия на распределение вихревой составляющей электромагнитной силы на поверхности расплавленного металла анода, полагая ее недеформируемой. Контрагирование дуги, которое выражается в существенном повышении плотности электрического тока на поверхности металла вблизи центра области анодной привязки дуги (см. рис. 5), приводит к резкому увеличению центростремительной составляющей силы Лоренца в указанной зоне (рис. 14). Причем ди-

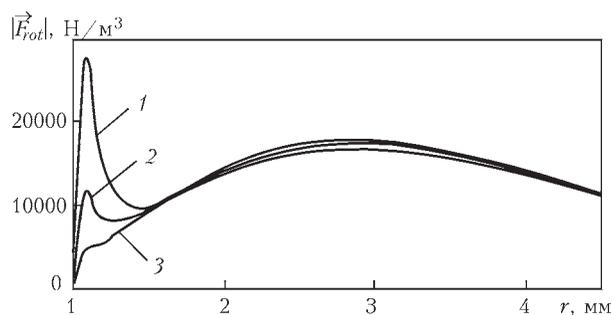


Рис. 14. Распределения вихревой составляющей силы Лоренца на поверхности анода при  $T_s = 500$  К: 1 —  $Q^0 = 1500$ ; 2 — 500 Вт; 3 — обычная дуга

намический эффект, обусловленный контрагированием тока дуги на поверхности анода, оказывается тем выше, чем больше мощность лазерного излучения.

Проведенная приближенная оценка электромагнитной силы, действующей на металл сварочной ванны, требует дальнейшего уточнения, прежде всего направленного на исследование тепловых, электромагнитных и газодинамических процессов при горении дуги на деформируемую под воздействием высоконцентрированного лазерного источника энергии поверхность расплавленного металла анода.

## Выводы

1. В результате дополнительного, локального нагрева дуговой плазмы сфокусированным лазерным пучком в столбе дуги возникает локализованная вблизи оси пучка высокотемпературная область, максимальная температура плазмы в которой увеличивается с повышением мощности лазерного излучения. Следует ожидать, что возникновение такой, жестко связанной с осью лазерного пучка, высокотемпературной области дуговой плазмы, обладающей высокой проводимостью, будет повышать пространственную стабильность дуги в условиях гибридного процесса ( $\text{CO}_2$ -лазер + ТИГ), что особенно важно при больших скоростях сварки.

2. Перераспределение электрического потенциала в дуговой плазме, происходящее за счет изменения пространственного распределения ее температуры под воздействием сфокусированного лазерного пучка, приводит к существенному повышению плотности тока в прианодной плазме, а также плотности теплового потока, вводимого дугой в анод, делая такую дугу более высоконцентрированным источником теплового и электромагнитного воздействия на свариваемый металл. Полная мощность, вкладываемая дугой в металл при гибридной ( $\text{CO}_2$ -лазер + ТИГ) сварке, превышает мощность, вкладываемую соответствующей дугой в условиях обычной сварки неплавящимся

электродом. Прогнозируемый вычислительным экспериментом эффект контрагирования тока дуги при гибридной сварке может приводить к существенному увеличению силы Лоренца, транспортирующей перегретый металл из центра области анодной привязки дуги на поверхности сварочной ванны к ее дну, что должно приводить к увеличению доли мощности каждого из используемых источников тепла, расходуемой на плавление свариваемого металла.

3. Взаимодействие сфокусированного пучка излучения CO<sub>2</sub>-лазера с плазмой аргоновой дуги с тугоплавким катодом приводит к некоторому уменьшению мощности излучения, доходящей до поверхности анода, в результате частичного поглощения лазерного излучения в плазме столба дуги. При этом рефракция пучка в неоднородной дуговой плазме оказывается малосущественной. Мощность, вкладываемая в свариваемый металл лазерным пучком при гибридной (CO<sub>2</sub>-лазер + ТИГ) сварке, может быть как больше, так и меньше мощности, вводимой в металл при лазерной сварке — в зависимости от условий поглощения, дошедшего до поверхности металла лазерного излучения, определяемых, например, возможностью формирования в сварочной ванне парогазового канала, более эффективно поглощающего лазерное излучение, чем плоская поверхность расплава.

*Данная работа выполнена в рамках совместного проекта RE-2755/20-1 «Самосогласованное моделирование гибридной (лазер-ТИГ) и (лазер-плазма) сварки в теплопроводностном режиме проплавления», финансируемого Немецким Исследовательским Обществом (DFG). Авторы*

*выражают свою благодарность DFG за финансовую поддержку этих исследований.*

1. Seyffarth P., Krivtsov I. V. Laser-arc processes and their applications in welding and material treatment. — London: Taylor and Francis Books, 2002. — Vol. 1. — 200 p. — (Welding and Allied Processes).
2. Dilthey U. Laser arc hybrid welding — an overview // Arc welding processes and production systems. — (Intern. Inst. of Welding; Doc. XII-1710). — Copenhagen, 2002. — P. 243–248.
3. Крикент И. В., Кривцун И. В., Демченко В. Ф. Моделирование процессов тепло-, массо- и электропереноса в столбе и анодной области дуги с тугоплавким катодом // Автомат. сварка. — 2012. — № 3. — С. 7–11.
4. Крикент И. В., Кривцун И. В., Демченко В. Ф. Моделирование электрической дуги с тугоплавким катодом и испаряющимся анодом // Там же. — 2014. — № 9. — С. 19–26.
5. Boulos M. I., Fauchais P., Pfender E. Thermal plasmas: Fundamentals and applications. — New York, London: Plenum press, 1997. — Vol. 1. — 454 p.
6. On the application of the theory of Lorentzian plasma to calculation of transport properties of multicomponent arc plasmas / I. V. Krivtsov, P. Porytsky, V. Demchenko et al. // Eur. Phys. J. D. — 2010. — 57. — P. 77–85.
7. Investigation of cathode spot behaviour of atmospheric argon arcs by mathematical modeling / J. Wendelstorf, G. Simon, I. Decker, et al. // Proc. of the 12th Int. conf. on gas discharges and their applications, Germany, Greifswald, 1997. — Vol. 1. — P. 62–65.
8. Кривцун И. В., Демченко В. Ф., Крикент И. В. Модель процессов тепло-, массо- и электропереноса в анодной области и столбе сварочной дуги с тугоплавким катодом // Автомат. сварка. — 2010. — № 6. — С. 3–11.
9. Ляшко И. И., Демченко В. Ф., Вакуленко С. А. Вариант метода расщепления уравнений динамики вязкой несжимаемой жидкости на лагранжево-эйлеровых сетках // Докл. АН УССР. Сер. А. — 1981. — № 7. — С. 43–47.
10. Демченко В. Ф., Лесной А. Б. Лагранжево-эйлеровый метод численного решения многомерных задач конвективной диффузии // Доп. НАНУ. — 2000. — № 11. — С. 71–75.
11. Gladush G.G., Smurov I. Physics of laser materials processing: Theory and Experiment. — Berlin Heidelberg: Springer-Verl., 2011. — 534 p.

### 4.1.6. INTERACTION OF CO<sub>2</sub>-LASER BEAM WITH ARGON PLASMA OF GAS TUNGSTEN ARC\*

U. REISGEN, A. ZABIROV, I. KRIVTSUN, V. DEMCHENKO, I. KRIKENT

**Introduction.** Hybrid laser-arc welding processes have been intensively investigated in the past few decades [1–12]. Their essence is in the combined action of both a focused laser beam and an electric arc on the workpiece (within the common heat input zone). Such a combination of two heat sources leads to a synergetic effect, which is associated with the interaction between the laser beam and arc plasma. This effect is manifested in violated additivity of their heat and dynamic impact on the metal being welded. As a result, the energy consumed for metal melting in hybrid laser-arc welding can exceed more than twice the sum of the respective energies in welding using the same heat sources separately.

Important features of arc behaviour in hybrid welding processes are spatial stabilization of the arc heat spot on the welded metal where the laser irradiates the surface, and arc constriction near the metal surface under the influence of the focused laser beam. Thus, the hybrid laser-arc heat source is highly concentrated and provides faster welding speeds compared to arc or laser heat sources taken separately at the effective power of each of them being equal to the respective total power of the sources without their interaction.

The main technological advantages of laser-arc welding compared to other laser processes consist of lowering butt fit-up requirements, increasing workpiece thickness and welding speed, as well as improving weld metal ductility. Compared to arc welding, the advantages of hybrid welding are an essential improvement to process stability at high welding speeds, increase of penetration depth and reduction of weld width, lowering of energy input and, as a consequence, reduction of workpiece deformation. In regards to the cost-effectiveness of hybrid laser-arc welding, it allows for the considerable reduction of capital investments required for a product unit due to partial replacement of expensive laser power by the less expensive electric arc power.

In practical implementation of hybrid welding processes, the most widely applied is gas metal arc (GMA) [4, 6, 7, 10–12]. However, hybrid processes based on gas tungsten arc (GTA) [1–3, 5, 6, 8, 12], as well as those with plasma transferred arc (PTA) [9, 12], can be of considerable interest for practical ap-

plications. An important feature is not only the type of welding arc used in the hybrid process, but also characteristics of the laser beam, primarily the laser radiation wavelength,  $\lambda$ . This is associated with a strong dependence of the volumetric absorption coefficient of laser radiation in the arc plasma  $\kappa_{\omega}$  on its wavelength. For example, in applications of short-wave radiation of solid state or fibreoptic lasers ( $\lambda \approx 1 \mu\text{m}$ ), direct interaction of the laser beam with the arc plasma is insignificant (inverse Bremsstrahlung absorption coefficient  $\kappa_{\omega} \sim 1 \text{ m}^{-1}$  [12]). The principal mechanism of their interaction is the intense evaporation of metal from the weld pool surface under the irradiation of the highly concentrated laser radiation, leading to changes in the composition, thermal, gas-dynamic and electromagnetic characteristics of the arc plasma and consequently, its heat and dynamic interaction with the metal being welded. When CO<sub>2</sub>-laser radiation ( $\lambda \approx 10.6 \mu\text{m}$ ) is used in hybrid processes, both interaction mechanisms play important roles, namely: absorption of laser radiation by arc column plasma ( $\kappa_{\omega} \sim 100 \text{ m}^{-1}$  [12]) and its additional heating, which leads to a change in spatial distributions of temperature and other characteristics of the arc plasma, and, the abovementioned laser-induced evaporation of metal from the melt surface.

**Problem statement.** The objective of the presented work was theoretical investigation and mathematical modelling of the processes of direct interaction between focused laser beam and arc plasma. Therefore, a stationary argon arc with refractory cathode (W) and water-cooled (non-evaporating) anode, which was exposed to a Gaussian beam (TEM<sub>00</sub> mode) of a continuous-wave CO<sub>2</sub>-laser focused by an optical system, was selected as the object of study (Fig. 1). Since the combination of a laser beam and an electric arc is not axially symmetrical, further assumptions were taken into account to simplify mathematical models:

- At  $z \geq z_0$  the arc column is axial symmetrical;
- At  $z \geq z_0$  the arc plasma characteristics are equal to corresponding GTA processes having electrodes oriented perpendicular to the workpiece surface;
- The arc plasma and electrode is perpendicular to workpiece;

\*Welding in the World. — 2015. — Vol. 59, № 5. — P. 611–622.

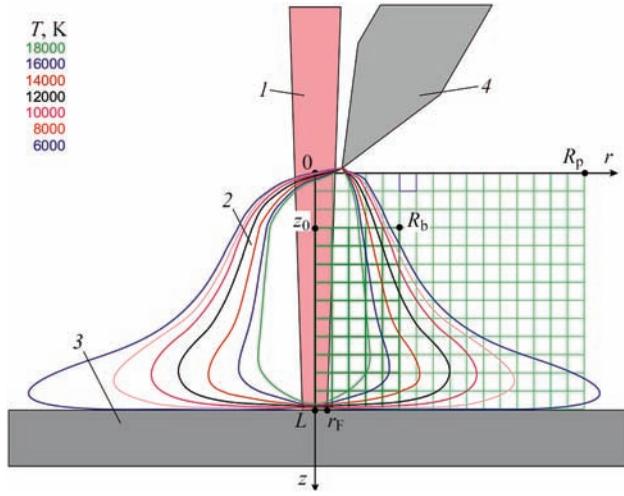


Fig. 1. Scheme of joining of focused laser beam and electric arc with tungsten cathode in hybrid process, and temperature contours for 150 A argon arc interacting with 1500 W CO<sub>2</sub>-laser beam: 1 — laser beam; 2 — arc column; 3 — water-cooled anode; 4 — tungsten cathode

- Interaction between the laser beam and the arc plasma occur only at  $z \geq z_0$ ;
- A cylindrical coordinates system  $(r, z)$  is used;
- The calculation domain for arc plasma is  $\Omega_p = \{0 < r < R_b, z_0 < z < L\}$ ;
- The calculation domain for the laser beam is  $\Omega_b = \{0 < r < R_b, z_0 < z < L\}$ .

**Basic equations.** For mathematical description of the energy, mass and charge transfer processes in such a model system (axially symmetrical), we used a single-temperature model of the arc plasma [13], allowing for additional heating by focused laser radiation [12]. Respective stationary equations in the selected cylindrical coordinate system become:

$$\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r}(r\rho v) + \frac{\partial}{\partial z}(\rho u) = 0, \quad (1)$$

where  $\rho$  is the mass plasma density;  $v, u$  are the radial and axial components of its velocity, respectively.

- Momentum conservation

$$\begin{aligned} \rho \left( v \frac{\partial v}{\partial r} + u \frac{\partial v}{\partial z} \right) &= -\frac{\partial p}{\partial r} - j_z B_\varphi + \\ &+ \frac{2}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left( r \eta \frac{\partial v}{\partial r} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left[ \eta \left( \frac{\partial u}{\partial r} + \frac{\partial v}{\partial z} \right) \right] - \\ &- 2\eta \frac{v}{r^2} - \frac{2}{3} \frac{\partial}{\partial r} \left\{ \eta \left[ \frac{1}{r} \frac{\partial(rv)}{\partial r} + \frac{\partial u}{\partial z} \right] \right\}; \end{aligned} \quad (2)$$

$$\begin{aligned} \rho \left( v \frac{\partial u}{\partial r} + u \frac{\partial u}{\partial z} \right) &= -\frac{\partial p}{\partial z} + j_r B_\varphi + \\ &+ 2\eta \frac{\partial}{\partial z} \left( \eta \frac{\partial u}{\partial z} \right) + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left[ r \eta \left( \frac{\partial u}{\partial r} + \frac{\partial v}{\partial z} \right) \right] - \\ &- \frac{2}{3} \frac{\partial}{\partial z} \left\{ \eta \left[ \frac{1}{r} \frac{\partial(rv)}{\partial r} + \frac{\partial u}{\partial z} \right] \right\}, \end{aligned} \quad (3)$$

where  $p$  is the pressure;  $j_z, j_r$  are the axial and radial components of electric current density in the arc plasma;  $B_\varphi$  — the azimuthal component of magnetic field

induction vector and  $\eta$  is the coefficient of plasma dynamic viscosity.

- Energy conservation (see [12])

$$\begin{aligned} \rho C_p \left( v \frac{\partial T_p}{\partial r} + u \frac{\partial T_p}{\partial z} \right) &= \\ &= \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left( r \chi \frac{\partial T_p}{\partial r} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left( \chi \frac{\partial T_p}{\partial z} \right) + \\ &+ \frac{k_B}{e} \left\{ j_r \frac{\partial[(5/2-\delta)T_p]}{\partial r} + j_z \frac{\partial[(5/2-\delta)T_p]}{\partial z} \right\} + \\ &+ \frac{j_r^2 + j_z^2}{\sigma} + \kappa_\omega S - \psi. \end{aligned} \quad (4)$$

Here,  $C_p$  is the specific heat capacity of the plasma, allowing for ionization energy;  $T_p$  is the plasma temperature;  $\chi$  is the heat conductivity coefficient;  $k_B$  is the Boltzmann constant;  $e$  is the electron charge;  $\delta$  is the thermodiffusion constant;  $\sigma$  is the plasma-specific electric conductivity and  $\psi$  are the energy losses for radiation in the approximation of optically thin plasma. The term  $\kappa_\omega S$  in the right-hand part of equation (4), where  $\kappa_\omega$  is the coefficient of inverse Bremsstrahlung absorption, and  $S$  is the spatial distribution of radiation intensity in the laser beam, describes additional energy release in the arc plasma due to laser radiation absorption [12].

- Equation for arc electromagnetic field

$$\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left( r \sigma \frac{\partial \varphi}{\partial r} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left( \sigma \frac{\partial \varphi}{\partial z} \right) = 0; \quad (5)$$

$$B_\varphi(r, z) = \frac{\mu^0}{r} \int_0^r j_z(\xi, z) \xi d\xi, \quad (6)$$

where  $\varphi$  is the scalar electric potential;  $\mu^0$  is the vacuum permeability;

$$j_r = -\sigma \frac{\partial \varphi}{\partial r}; \quad j_z = -\sigma \frac{\partial \varphi}{\partial z}. \quad (7)$$

In order to close the system of Eqs (1)–(7), it is necessary to determine the distribution of radiation intensity  $S(r, z)$  in the laser beam, allowing for the absorption and refraction in the arc plasma. Assuming that relative change of plasma parameters at distances of the order of laser radiation wave length is small, and laser radiation reflected from the anode surface is absent (for example, due to formation of a keyhole absorbing practically all laser radiation, reaching the anode), quasi-optical approximation can be used to describe laser beam propagation in non-uniform plasma [12].

- Equation for amplitude of the electric field of laser beam

$$-2ik \frac{\partial A_\omega}{\partial z} = \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left( r \frac{\partial A_\omega}{\partial r} \right) + k^2 (\epsilon_\omega - 1) A_\omega, \quad (8)$$

where  $k \equiv k_z = 2\pi/\lambda$  is the wave vector of laser radiation in plasma absence;  $A_\omega$  is the slowly changing in

space complex amplitude of the laser beam electric field;  $\varepsilon_\omega = \varepsilon'_\omega + i\varepsilon''_\omega$  is the complex dielectric permittivity of the arc plasma at laser radiation frequency  $\omega$ . The sought value  $S$  is the time-averaged value of the axial component of the beam electromagnetic energy flux density, and it is connected to complex amplitude of laser beam electric field by the following relationship [12]:

$$S = \frac{1}{2} \sqrt{\frac{\varepsilon^0}{\mu^0}} |A_\omega|^2, \quad (9)$$

where  $\varepsilon^0$  is the vacuum dielectric permittivity.

To solve the system of Eqs (1)–(9), it is necessary to determine thermodynamic characteristics  $\rho$ ,  $C_p$ ; transport coefficients  $\eta$ ,  $\chi$ ,  $\delta$ ,  $\sigma$ ; electromagnetic properties  $\kappa_\omega$ ,  $\varepsilon_\omega$  and energy losses for arc plasma radiation  $\psi$ , depending on plasma temperature and pressure. For isothermal atmospheric argon plasma, dependencies of thermodynamic characteristics, transport coefficients and energy losses for inherent plasma radiation are provided in [14]. Respective coefficient dependencies of inverse Bremsstrahlung absorption and complex dielectric permittivity of argon plasma at the laser radiation frequency can be calculated by the procedure described in [12].

Thus, we have a closed system of equations describing the influence of a focused laser beam on an electric arc column plasma, allowing for the reverse influence of the arc plasma on the laser radiation beam propagating in it.

**Boundary conditions.** The solution of the system of differential Eqs (1)–(5), (8) requires assigning the respective boundary conditions. We will define boundary conditions for sought functions  $\vec{v} = \{v, 0, u\}$ ,  $T_p$ ,  $\varphi$ ,  $A_\omega$  as follows.

In the initial section of the calculation domain for the arc plasma column (plane  $z = 0$ ), we will assign boundary conditions for values  $v$ ,  $u$ ,  $T_p$  and  $\varphi$  similarly to what was done in [13] for an arc with a refractory cathode, located normal to the anode surface. In particular, for velocity vector components, we will take:

$$v|_{z=0} = 0; \quad u|_{z=0} = u_0, \quad (10)$$

where value  $u_0$  is determined by shielding gas flow rate and its feed nozzle diameter.

For temperature and electric potential in the near-cathode zone of the arc column, we will assign the following conditions:

$$T_p|_{z=0} = T_c(r); \quad \sigma \frac{\partial \varphi}{\partial z}|_{z=0} = j_c(r), \quad (11)$$

where distributions of plasma temperature  $T_c(r)$  and density of electric current near the cathode tip  $j_c(r)$  are selected according to recommendations of [15]. In the shielding gas feeding zone, we will assume that

$$T_p|_{z=0} = T_0; \quad \frac{\partial \varphi}{\partial z}|_{z=0} = 0, \quad (12)$$

where  $T_0$  is the ambient temperature.

Moreover, considering the earlier assumption that the laser beam interaction with the arc plasma begins at  $z = z_0$ , in Eq. (5) at  $z < z_0$ , we will assign  $S = 0$ .

To assign an initial distribution of  $A_\omega(r, z_0)$ , we will assume that at  $z = z_0$  a Gaussian beam of laser radiation focused by optical system, is introduced into the arc plasma, which in the absence of the plasma has a minimum radius  $r_F$  on the anode surface, i.e. in plane  $z = L$  (see Fig. 1). The spatial distribution of complex amplitude of the electric field of such a beam at  $z \leq z_0$  is given by the following expression [12]:

$$A_\omega = A_{\omega F} \frac{r_F}{r_z} \exp \left[ -\frac{r^2}{r_z^2} + i \left( k \frac{r^2}{2R_z} - \varphi_z \right) \right]. \quad (13)$$

Here

$$r_z^2 = r_F^2 \left[ 1 + \frac{(z-L)^2}{z_F^2} \right]; \quad (14)$$

$$R_z = (z-L) \left[ 1 + \frac{z_F^2}{(z-L)^2} \right]; \quad \varphi_z = \arctg \left( \frac{z-L}{z_F} \right),$$

where

$$z_F = \frac{kr_F^2}{2}. \quad (15)$$

Constant  $A_{\omega F}$  in (12) is found from integral relationship for total power of laser radiation:

$$Q = 2\pi \int_0^{R_b} S r dr, \quad (16)$$

that, when allowing for (9), yields

$$A_{\omega F} = \sqrt{\frac{4Q^0}{\pi r_F^2} \left( \frac{\mu^0}{\varepsilon^0} \right)^{1/2}}, \quad (17)$$

where  $Q^0$  is the power of the initial laser beam.

We will assume that no-slip conditions are fulfilled on the anode surface (plane  $z = L$ ) for plasma velocity  $\vec{v}$

$$\vec{v}|_{z=L} = 0. \quad (18)$$

On the boundary of the arc column plasma with anode region taken to be infinitely thin [16], we can write the following condition of energy balance:

$$-\chi \frac{\partial T_p}{\partial z}|_{z=L} + j_a \frac{k}{e} \left( \frac{5}{2} - \delta \right) T_{pa} = \Delta \varphi_a j_a + q_a - j_a \bar{\varphi}, \quad (19)$$

where  $j_a = |j_z|_{z=L}$  is the absolute value of electric current density on the anode;  $T_{pa} = T_p|_{z=L}$  is the temperature of arc column plasma on the boundary with the anode layer;  $\Delta \varphi_a$  is the difference between arc plasma potential on the boundary of the anode layer and anode surface potential;  $q_a$  is the heat flux contributed by the arc to the anode and  $\bar{\varphi}$  is the anode metal work

function. With good approximation, electric potential of the anode surface can be regarded as constant and can be assumed to be equal, for instance, to zero. Then, boundary condition for plasma potential on the boundary of the arc column with the anode layer can be written as [13]:

$$\varphi|_{z=L} = \Delta\varphi \quad (20)$$

Values  $\Delta\varphi_a$  and  $q_a$ , included into (18), (19), can be calculated using the arc anode region model, proposed in [16]. This model allows calculation of heat flux distribution  $q_a$ , contributed by the arc to the anode, and anode potential drop  $U_a = -\Delta\varphi_a$  in the region of the arc anode binding, depending on distribution of anode current density  $j_a$  and plasma temperature near the anode  $T_{pa}$ , which can be determined proceeding from the model of the arc column (1)–(5) with self-consistent boundary conditions (18), (19). Boundary conditions for velocity, temperature and electric potential of the plasma, as well as the complex amplitude of electric field of the laser beam, assumed to be Gaussian, on the system axis of symmetry ( $r = 0$ ) are assigned in the standard manner (see, for instance [12, 13]):

$$\begin{aligned} v|_{r=0} = 0; \quad \frac{\partial u}{\partial r}|_{r=0} = 0; \quad \frac{\partial T_p}{\partial r}|_{r=0} = 0; \\ \frac{\partial \varphi}{\partial r}|_{r=0} = 0; \quad \frac{\partial A_\omega}{\partial r}|_{r=0} = 0. \end{aligned} \quad (21)$$

On the outer boundary of calculation domain for the plasma ( $r = R_p$ ), we can write boundary conditions for velocity and electric potential in the following form [13]:

$$\frac{\partial(\rho vr)}{\partial r}|_{r=R_p} = 0; \quad u|_{r=R_p} = 0; \quad \frac{\partial \varphi}{\partial r}|_{r=R_p} = 0. \quad (22)$$

We will determine boundary condition for temperature at  $r = R_p$ , depending on the direction of plasma flow:

$$\begin{aligned} T_p|_{r=R_p} = T_0 \quad \text{if } v|_{r=R_p} \leq 0; \\ \frac{\partial T_p}{\partial r}|_{r=R_p} = 0; \quad \text{if } v|_{r=R_p} > 0. \end{aligned} \quad (23)$$

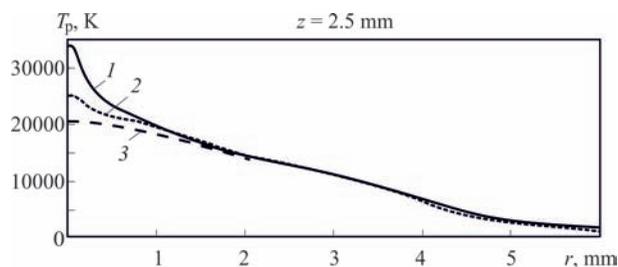


Fig. 2. Radial distribution of plasma temperature in the cross-section  $z = 2.5$  mm of the arc column: 1 — laser 1500 W; 2 — laser 500 W; 3 — w/o laser

Finally, assuming that laser beam transverse dimension is essentially smaller than the radius of the respective calculation domain  $R_b$ , we will write:

$$A_\omega|_{r=R_b} = 0. \quad (24)$$

The system of differential Eqs (1)–(5), (8) with the above-given boundary conditions was solved numerically by the finite difference method. For numerical solution of gas-dynamic (1)–(3) and thermal (4) problems, the joint Lagrangian–Eulerian method was used, which was adapted to compressible medium conditions. When solving the parabolic equation for the complex amplitude of the laser beam electric field (8), a method was used which is described in [12].

**Results and discussions.** Numerical simulation of both the plasma column and anodic region of the electric arc was performed with the following parameters: electrode tip to workpiece distance  $L = 4$  mm, arc current  $I = 150$  A, shielding gas Ar, power of initial laser beam  $Q^0$  was varied in the range of 500...1500 W, beam size in focusing plane ( $z = L$ )  $r_F = 0.2$  mm and distance from the cathode tip to the plane ( $z_0$ ), where the laser beam interaction with arc plasma starts, was equal to 1 mm.

*Arc plasma.* Let us first consider the influence of absorption of focused laser radiation by the arc plasma on the thermal and electrical characteristics of the arc column and anode layer. Figures 2, 3 and 4 give the calculation results of the spatial distributions of temperature for the arc column plasma exposed to focused laser radiation, compared to respective distributions for a regular argon arc with tungsten cathode and water-cooled anode. As follows from Fig. 2, the influence of the laser beam on the arc column plasma leads to a marked increase in temperature of its central regions which is caused by local laser heating.

Temperature on the arc column axis starting with a certain section determined by value  $z_0$  rises, reaching values which are significantly higher than the temperature of a regular arc plasma in the respective sections. Having passed its maximum,  $T_p(0, z)$  starts decreasing, first smoothly and then abruptly when closer to the anode (see Fig. 3). This is related to a certain lowering of plasma heating by the laser beam, because of its attenuation in the absorbing medium [12], as well as intensive cooling of the arc plasma by the anode. Thus, in the column of the argon arc plasma with a refractory cathode, a localized high-temperature region near the laser beam axis forms. As a result of the focused  $CO_2$ -laser radiation, the maximum plasma temperature reached in such a discharge rises with increasing laser radiation power (see Figs. 2, 3). It should be noted that the effect of local laser heating of the arc plasma is manifested right up to the an-

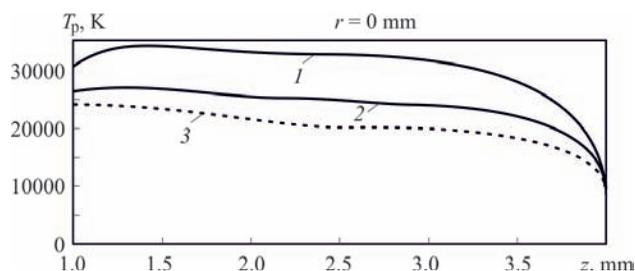


Fig. 3. Distribution of plasma temperature at the arc axis along the arc column: 1 — laser 1500 W; 2 — laser 500 W; 3 — w/o laser

ode region boundary of the arc column, leading to a marked increase of axial values of near-anode plasma temperature (see Fig. 4).

The change of arc plasma temperature under the influence of the focused laser radiation causes a noticeable redistribution of electric current density in the discharge (Figs 5, 6). In particular, Fig. 5 shows the distributions of absolute value of the axial component of the current density along the axis of an arc when exposed to a laser beam, compared to the respective distribution for a regular arc. Figure 5 demonstrates that whilst in the initial sections of the region of laser-arc interaction, the electric current density in the arc column does not change. When moving closer to the anode, the current density value,  $|j_z(0, z)|$ , for an arc exposed to laser radiation increases, and the maximum value of the above quantity rises with increasing initial beam power  $Q^0$ . As a result, the influence of the 1500 W laser beam on the 150 A arc anode current density in the centre of the anode binding region can exceed more than three times the respective value for a regular argon arc of the same current (see Fig. 6).

In order to clarify the causes for the increasing current density in the arc near-anode zone, let us consider spatial distribution of the electric field potential in the arc plasma. As follows from Fig. 7,  $\varphi(0, z)$  dependence in the arc column grows monotonically towards the anode right up to the boundary of the anode layer. Here, laser radiation slightly increases the axial values of the arc plasma potential in the respective sections, without affecting the nature of its distribution. Within the arc anode region, the potential abruptly drops to value  $\varphi = 0$ , which was selected

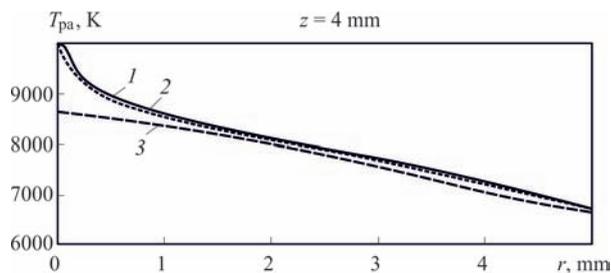


Fig. 4. Radial distribution of plasma temperature on the arc column-anode layer boundary: 1 — laser 1500 W; 2 — laser 500 W; 3 — w/o laser

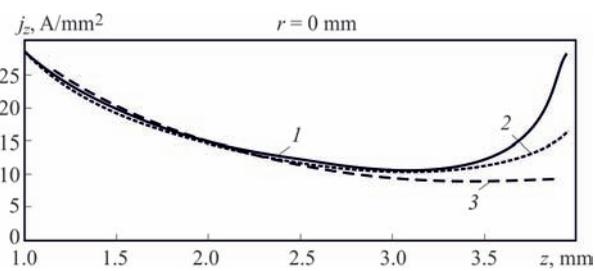


Fig. 5. Distribution of absolute values of axial component of electric current density at the arc axis along the arc column: 1 — laser 1500 W; 2 — laser 500 W; 3 — w/o laser

as anode surface potential. Thus, when calculated by procedure [16], the anode drop in the system is negative, i.e.  $U_a = -\Delta\varphi_a < 0$ , and its absolute value in the centre of the anode binding region rises with increasing laser beam power acting on it (see Fig. 7). Regarding the radial distribution of arc plasma potential on the anode boundary layer, a pronounced maximum on the arc axis also appears in the  $\Delta\varphi_a(r)$  distribution (Fig. 8) due to additional laser heating and respective local increase of arc plasma temperature on the abovementioned boundary (see Fig. 4). This leads to appearance of a significant radial electric field component in the near-anode plasma central zone. This is consistent with (7), to which the radial component of current density is directed away from the arc axis. The result of such a redistribution of electric potential in the near-anode plasma is an essential contraction of the arc anode binding region and increases the axial values of anode current density (see Fig. 6) for an arc exposed to a focused laser beam, compared to a regular arc (Fig. 9).

The noted effect leads, as shown in Fig. 10, to respective redistribution of heat flux density applied by the arc to the anode. In particular, under the influence of the 1500 W laser beam on the 150 A arc, the axial value of heat flux density to the anode increases nearly four times. Thus, the laser influence on the argon arc with a refractory cathode leads to an increase of both the current density on the anode surface and heat flux density applied by the arc to the anode, making it a more concentrated heat source. Moreover, calculations using (23) below show that additional laser heating of the arc plasma leads to a noticeable increase of

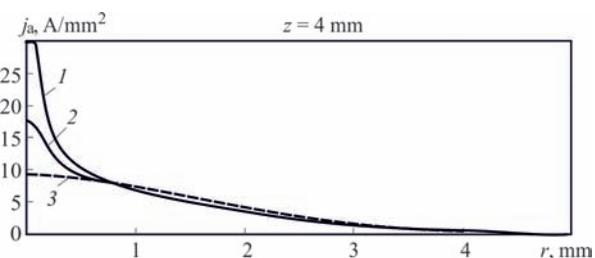


Fig. 6. Radial distribution of current density on the anode surface: 1 — laser 1500 W; 2 — laser 500 W; 3 — w/o laser

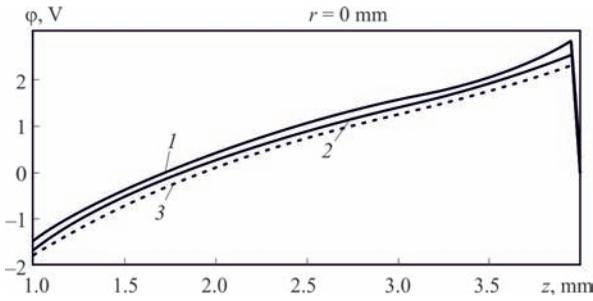


Fig. 7. Distribution of electric field potential at the arc axis along the arc column and anode layer: 1 — laser 1500 W; 2 — laser 500 W; 3 — w/o laser

total power, contributed by the arc to the anode. ( $Q_a = 1432$  W for a regular arc and  $Q_a = 1564$  W for an arc exposed to the 1500 W laser beam)

$$Q_a = 2\pi \int_0^{R_b} q_{pa} r dr. \quad (25)$$

**Laser beam.** Let us now consider the influence of the arc plasma on the laser beam interacting with it. Figure 11 gives the distribution of beam attenuation coefficient along the arc column due to beam absorption in the arc plasma as calculated by (24).

$$\zeta(z) = \frac{Q(z)}{Q^0}. \quad (26)$$

Here,  $Q(z)$  is the laser beam power in the respective arc section calculated by formula (15). As follows from the Figure, about 74 % of the laser radiation power reaches the anode surface, as this value is practically independent of beam power for the selected beam and arc parameters. Knowing the power of radiation which has reached the anode  $Q(L)$ , and coefficient of laser radiation absorption by its surface  $\alpha$ , we can assess the power contributed by the laser beam to the anode  $Q_b = \alpha Q(L)$ . Assuming that the anode is made from stainless steel and selecting an absorption coefficient equal to 10 % [17], we obtain  $Q_b = 110$  W,  $Q^0 = 1500$  W. Note that in the case of melting and intensive laser-induced evaporation of anode metal, a keyhole can form, which can absorb practically all the power of laser radiation reaching the anode. Here, power input into the anode by the considered laser beam

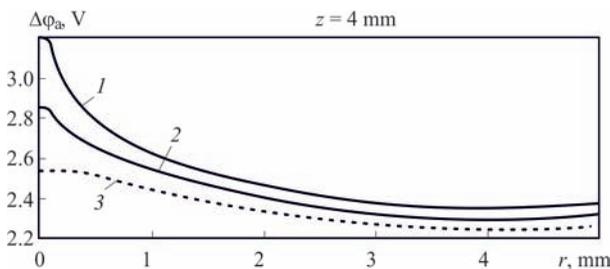


Fig. 8. Radial distribution of plasma potential on the arc column-anode layer boundary: 1 — laser 1500 W; 2 — laser 500 W; 3 — w/o laser

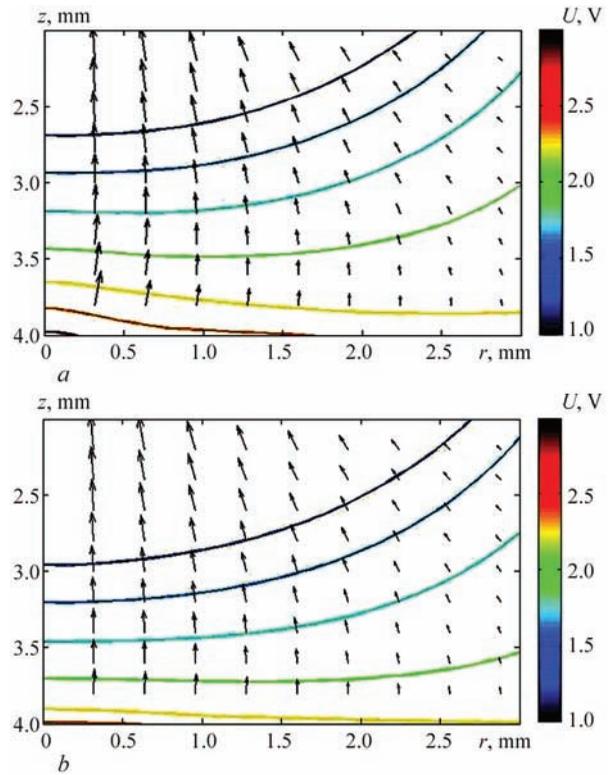


Fig. 9. Electric field potential contours and electric current vector fields in the near-anode arc plasma under the influence of laser beam ( $Q^0 = 1500$  W) (a) and without laser beam (b)

( $Q^0 = 1500$  W) can reach a value  $Q_b = 1105$  W and can be commensurate with power applied by the arc.

The spatial distribution of radiation intensity in a focused laser beam interacting with the arc plasma, compared to the distribution for the initial beam, can be illustrated by Figs 12 and 13. In particular, Fig. 12 shows variation of radiation intensity along the beam axis, and Fig. 13 is the radial distribution of radiation intensity in the initial beam focusing plane  $z = L$ , i.e. on the anode surface. As follows from calculated dependencies given in these Figures, the interaction of the focused laser beam and arc plasma under the considered conditions is reduced, mainly, to beam absorption by the plasma, the role of its refraction in the arc plasma being insignificant. This is also indicated by the given dependence of effective beam radius  $r_b(z)$ , which is determined as the distance from its axis, where radiation intensity is equal to 1 % of the respective  $S(0, z)$  value (Fig. 14). The effective radius

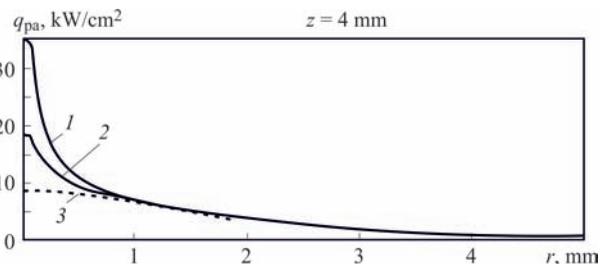


Fig. 10. Distribution of heat flux applied by the arc to the anode: 1 — laser 1500 W; 2 — laser 500 W; 3 — w/o laser

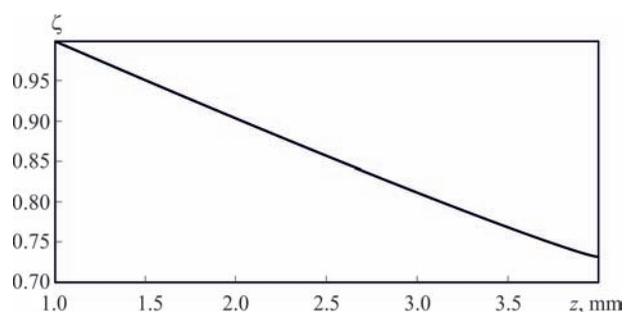


Fig. 11. Distribution of attenuation coefficient for laser beam in the arc column plasma (laser + arc)

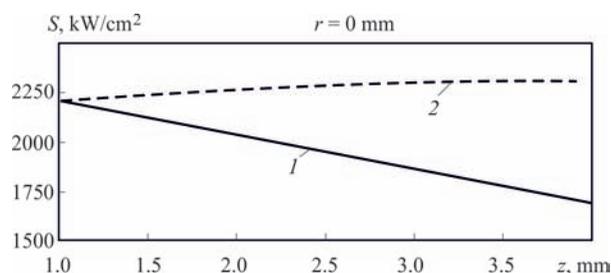


Fig. 12. Axial distribution of radiation intensity of focused laser beam ( $Q^0 = 1500$  W) with absorption in arc plasma and without interaction with it (initial beam): 1 — laser 1500 W + arc; 2 — laser 1500 W

of the beam interacting with plasma practically does not differ from the initial beam radius in the respective section, and is independent of beam power for the conditions considered in this work.

### Conclusions

Numerical analysis of the interaction processes between a focused beam of continuous-wave  $\text{CO}_2$ -laser radiation and a stationary argon arc with tungsten cathode and water-cooled anode performed in this study leads to the following conclusions:

1. Additional local heating of the arc plasma by focused laser beam results in the formation of a high-temperature region in the arc column, localized near the beam axis, where the maximum plasma temperature achieved in it rises with an increase of laser beam power. Formation of such a high-temperature region of arc plasma rigidly bound to the laser beam axis, and having a high conductivity, will improve arc spatial stability under the conditions of hybrid welding (laser + GTA) that is particularly important at high welding speeds.

2. Redistribution of electric potential in the arc plasma due to change of spatial distribution of its temperature under influence of the laser beam leads to a significant increase of current density in the near-anode plasma and heat flux density applied by the arc to the anode, making such an arc a more concentrated source of thermal impact on the metal. Total power input by the arc into the metal being welded in hybrid process (laser + GTA) will be higher than the pow-

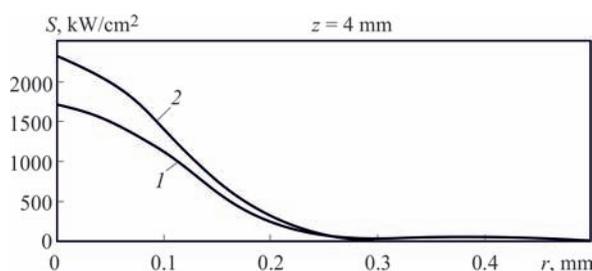


Fig. 13. Radial distribution of laser beam intensity on the anode surface for focused laser beam ( $Q^0 = 1500$  W) with absorption in arc plasma and without interaction with it (initial beam): 1 — laser 1500 W + arc; 2 — laser 500 W

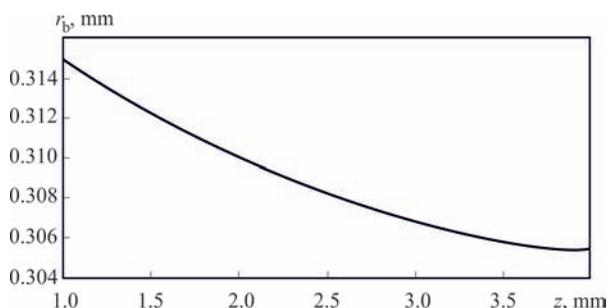


Fig. 14. Axial distribution of effective radius of focused laser beam (laser + arc)

er input by the respective arc under the conditions of regular GTA welding. Moreover, increase of electric current density on the anode surface will lead to an increase of Lorenz force, transporting overheated molten metal from the centre of the region of the arc anode binding to the weld pool bottom that should lead to an increase of the fraction of arc power absorbed by the metal, which is consumed when melting.

3. Interaction of a focused laser beam with the arc plasma leads to a certain reduction of power of laser radiation reaching the anode surface, as a result of partial absorption of the laser radiation in the arc column plasma. Here, the size of the beam focusing spot on the anode surface is practically unchanged, i.e. beam refraction in a non-uniform arc plasma is negligible. Compared to laser welding, power input by the laser beam into the metal being welded in hybrid process (laser + GTA) can be both higher or lower, depending on the conditions of absorption of the laser radiation reaching the metal surface, which are determined, for instance, by the possibility of formation of keyhole in the weld pool, more effectively absorbing laser radiation than a flat surface of the melt.

**Acknowledgments.** This work was carried out with the financial support of the German Research Foundation DFG RE-275 5/20-1 «Self-consistent model for Laser-TIG and Laser-Plasma hybrid welding in heat transfer mode». The authors wish to express their thanks for this funding.

1. *Steen W.M., Eboo M.* (1979) Arc augmented laser welding. *Met. Constr* 11(7): 332–335.
2. *Steen W.M.* (1980) Arc augmented laser processing of materials. *J. Appl. Phys.* 51(11): 5636–5641.
3. *Mazumder J., Steen W.M.* (1981) Laser welding of steels in can making. *Weld. J.* 60(6): 19–25.
4. *Hamasaki M.* (1984) New method of laser welding–laser welding with using MIG welding. *Pipe Eng.* 26(2): 51–55.
5. *Diebold T.P., Albright C.E.* (1984) «Laser-GTA» welding of aluminum alloy 5052. *Weld. J.* 63(6): 18–24.
6. *Matsuda J., Utsumi A., Katsumura M. et al.* (1988) TIG or MIG arc augmented laser welding of thick mild steel plate. *Join Mater.* 1(1): 31–34.
7. *Matsuda J.* (1989) Laser-MIG welding of thick mild steel plates. *J. High Temp. Soc.* 14(5): 234–239.
8. *Wendelstorf J., Decker I., Wohlfahrt H.* (1994) Laser-enhanced gas tungsten arc welding (laser-TIG). *Weld. World* 34: 395–396.
9. *Walduck R.P., Biffin J.* (1994) Plasma arc augmented laser welding. *Weld. Met. Fabr.* 62(4): 172–176.
10. *Dilthey U., Wieschemann A.* (2000) Prospects by combining and coupling laser beam and arc welding processes. *Rivista Italiana della Saldatura* 52(6): 749–759.
11. *Dilthey U.* (2002) «Laser arc hybrid welding — an overview», arc welding processes and production systems, IIW Copenhagen, pp. 243–248. IIW Doc. XII-1710–02.
12. *Seyffarth P., Krivtsun I.V.* (2002) Laser-arc processes and their applications in welding and material treatment // welding and allied processes, vol. 1. Taylor and Francis Books, London, 200 p.
13. *Krikent I.V., Krivtsun I.V., Demchenko V.F.* (2012) Modeling of processes of heat-, mass- and electric transfer in column and anode region of arc with refractory cathode. *Paton Weld. J.* 3: 2–6.
14. *Boulos M.I., Fauchais P., Pfender E.* (1997) Thermal plasmas: fundamentals and applications, vol. 1. Plenum Press, New York, 454 p.
15. *Wendelstorf J., Simon G., I. Decker, et al.* Investigation of cathode spot behaviour of atmospheric argon arcs by mathematical modeling, Proc. of the 12th Int. Conf. on Gas Discharges and their Applications, Germany, Greifswald, 1997. — Vol. 1. — P. 62–65.
16. *Krivtsun I.V., Demchenko V.F., Krikent I.V.* (2010) Model of the processes of heat, mass and charge transfer in the anode region and column of the welding arc with refractory cathode. *Paton Weld. J.* 6: 2–9.
17. *Gladush G.G., Smurov I.* (2011) Physics of laser materials processing: theory and experiment. Springer, Berlin Heidelberg, 534 p.

### 4.1.7. ВЛИЯНИЕ СФОКУСИРОВАННОГО ЛАЗЕРНОГО ИЗЛУЧЕНИЯ НА ХАРАКТЕРИСТИКИ ДУГОВОЙ ПЛАЗМЫ В КАНАЛЕ СОПЛА ПЛАЗМОТРОНА\*

А. ИГНАТОВ, И. КРИВЦУН, И. СЕМЕНОВ, У. РАЙСГЕН, А. ЗАБИРОВ

**Введение.** Наряду с широко используемыми гибридными лазерно-дуговыми технологиями сварки, все большее внимание исследователей привлекают лазерно-плазменные технологии, заключающиеся в совместном воздействии на свариваемый металл лазерного пучка и сжатой (плазменной) дуги [1, 2]. Известны различные способы реализации гибридных лазерно-плазменных процессов сварки, примеры которых показаны на рис. 1.

При осуществлении гибридного лазерно-плазменного процесса по схеме, изображенной на рис. 1, б, важную роль в формировании плазменной дуги может играть непосредственное взаимодействие сфокусированного лазерного излучения с дуговой плазмой. Результатом такого взаимодействия в случае использования излучения  $\text{CO}_2$ -лазера является возникновение особого типа газового разряда — комбинированного лазерно-дугового разряда, свойства которого отличаются как от свойств обычной плазменной дуги,

так и от свойств оптического разряда, поддерживаемого лазерным излучением [6].

Дальнейшее развитие гибридных технологий, реализуемых путем коаксиального объединения сфокусированного пучка излучения  $\text{CO}_2$ -лазера и плазменной дуги с помощью интегрированных лазерно-дуговых плазмотронов, требует достоверной информации об интегральных и распределенных характеристиках генерируемой такими устройствами плазмы, а также взаимодействующего с ней лазерного пучка. Эти характеристики во многом определяются взаимодействием плазмы лазерно-дугового разряда со стенкой плазмформирующего канала плазмотрона. Кроме того, указанное взаимодействие определяет условия теплового и электрического воздействия плазмы на стенку канала, знание которых дает возможность оптимизировать конструкцию интегрированного плазмотрона и повысить ресурс его работы. Экспериментальное определение характеристик плазмы комбинированного разряда в канале затрудне-

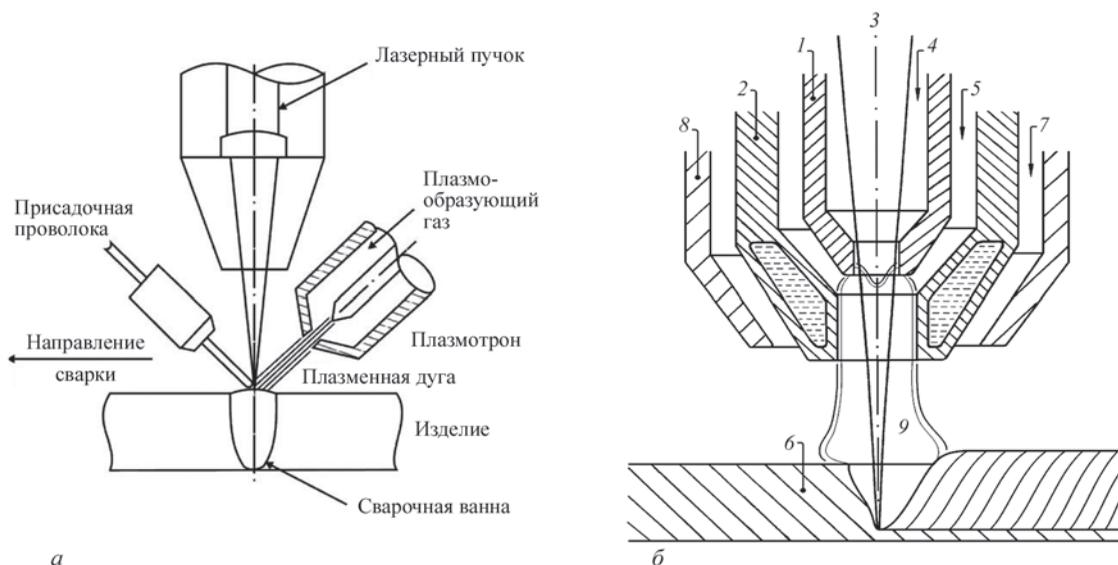


Рис. 1. Схемы практической реализации лазерно-плазменной сварки: а — с использованием обычного дугового плазмотрона [3, 4]; б — с использованием интегрированного лазерно-дугового плазмотрона [5]; 1 — трубчатый тугоплавкий катод; 2 — водоохлаждаемое плазмформирующее сопло; 3 — сфокусированный лазерный пучок; 4, 5 — плазмообразующий газ; 6 — свариваемое изделие (анод); 7 — защитный газ; 8 — сопло для подачи защитного газа; 9 — комбинированный лазерно-дуговой разряд

\*Сб. тр. Седьмой междунар. конф. «Лазерные технологии в сварке и обработке материалов» (14–18 сент. 2015, Одесса, Украина). — С. 21–30.

но в связи с малыми геометрическими размерами канала, высокими значениями температуры плазмы, а также распространением в ней лазерного пучка значительной мощности. Поэтому целью данной работы является разработка математической модели и детальное численное исследование процессов переноса энергии, импульса, массы и заряда в неравновесной плазме лазерно-дугового разряда в цилиндрическом канале, а также определение тепловых и электрических характеристик ее взаимодействия со стенкой канала.

Для теоретического описания процессов энерго-, массо- и электропереноса в объеме рассматриваемой плазмы, содержащей электроны, одно- и двухзарядные ионы, а также нейтральные атомы плазмообразующего инертного газа, можно использовать модель, базирующуюся на основе многожидкостных уравнений для термически и ионизационно неравновесной плазмы [7], с учетом ее нагрева протекающим током и поглощаемым лазерным излучением [5, 6]. При рассмотрении процессов взаимодействия плазмы комбинированного разряда со стенкой канала можно использовать подход, аналогичный предложенному в работах [8–12] для исследования катодных и анодных явлений в электрических дугах, в т.ч. и при наличии в дуговой плазме многозарядных ионов. Подобные модели были ранее использованы для численного анализа распределенных характеристик плазмы в канале сопла дугового плазматрона прямого дей-

ствия [13, 14], однако используемые в этих работах граничные условия на стенке канала не учитывали реальную структуру пристеночной области плазмы, что не позволило адекватно описать процессы теплового и электрического взаимодействия дуговой плазмы со стенкой. Более корректные граничные условия были использованы в работе [15], посвященной расчету характеристик неравновесной дуговой плазмы в асимптотической области плазмоформирующего канала плазматрона. Там же проведена верификация модели путем сравнения расчетных данных с результатами измерений радиальных распределений концентрации и температуры электронов, а также напряженности электрического поля для дуговой плазмы в канале при различных значениях тока дуги [14].

**Постановка задачи, используемые приближения.** Рассмотрим плазму стационарного лазерно-дугового разряда в асимптотической области секционированного цилиндрического канала радиуса  $R$ , продуваемого ламинарным потоком инертного газа с объемным расходом  $G$  (при нормальных условиях). Будем полагать, что в плазме течет постоянный ток  $I$ , давление  $p$  в рассматриваемом сечении канала — атмосферное, температура водоохлаждаемой (неиспаряющейся) стенки —  $T_w$ . Будем также считать, что вдоль оси канала распространяется сфокусированный гауссов пучок излучения  $\text{CO}_2$ -лазера непрерывного действия, имеющий в выбранном сечении следующее распределение интенсивности:

$$S(r) = \frac{2W}{\pi r_b^2} \exp\left(-\frac{2r^2}{r_b^2}\right), \quad (1)$$

где  $W$  — мощность лазерного пучка в данном сечении;  $r_b$  — его эффективный радиус. Предполагая, что исследуемая система является осесимметричной, выберем цилиндрическую систему координат  $(r, z)$ , ось  $OZ$  которой совпадает с осью канала и направлена, как показано на рис. 2. При этом будем считать, что плазмообразующий газ движется вдоль указанной оси, в этом же направлении распространяется лазерное излучение, а электрический ток имеет противоположное направление.

Рассматриваемую плазму можно условно разделить на три области [8, 15]. Первая из них — слой пространственного заряда, непосредственно примыкающий к стенке канала (см. рис. 2), где нарушается условие квазинейтральности плазмы и формируется значительная часть падения потенциала между плазмой столба разряда и поверхностью канала. Этот слой можно считать бесстолкновительным, поскольку при атмосферном давлении и характерных значениях температуры

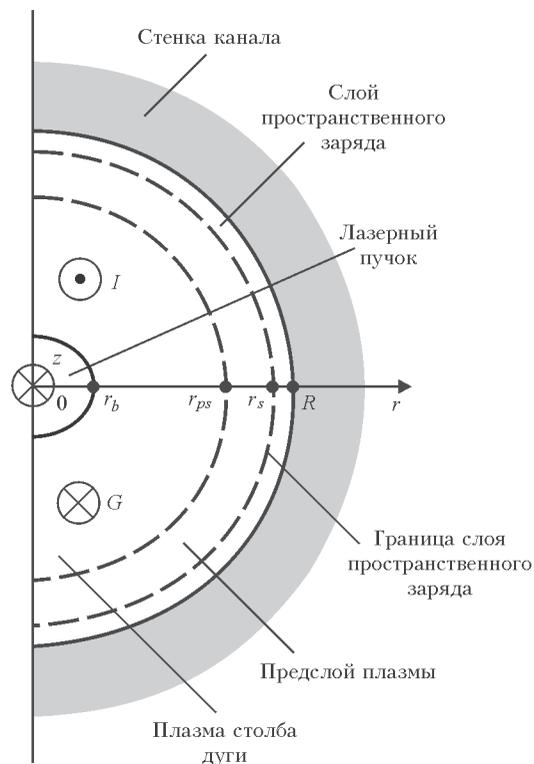


Рис. 2. Структура плазмы лазерно-дугового разряда в канале сопла интегрированного плазматрона

электронов плазмы  $T_e \sim 1,5-2,0$  эВ толщина данного слоя  $R - r_s$ , соизмеримая с радиусом Дебая  $r_D \sim 10^{-8}-10^{-7}$  м, существенно меньше характерных длин свободного пробега частиц плазмы  $l \sim 10^{-6}-10^{-4}$  м [15].

Вторая зона (см. рис. 2) — ионизационная область неизотермической квазинейтральной плазмы (предслой), где происходит генерация заряженных частиц за счет ионизации плазменными электронами атомов плазмообразующего газа, десорбирующихся со стенки канала. Образующиеся здесь ионы ускоряются в сторону стенки электрическим полем, создаваемым более подвижными электронами, и рекомбинируют на ее поверхности. Таким образом, в пределах предслоя нарушаются условия локального ионизационного равновесия. Кроме того, здесь формируется остальная часть падения потенциала между столбом разряда и стенкой канала.

На расстоянии от стенки  $R - r_{ps}$ , равном нескольким длинам свободного пробега частиц плазмы, проходит граница ионизационной области, которую будем сопоставлять с внешней границей пристеночного слоя плазмы и за которой начинается третья зона — столб комбинированного разряда, содержащий в себе область взаимодействия лазерного излучения с плазмой, поперечный размер которой характеризуется эффективным радиусом пучка  $r_b$  (см. рис. 2).

Поскольку в данной работе исследуется лазерно-дуговой разряд в асимптотической области канала, при описании процессов энерго-, массо- и электропереноса в такой системе будем пренебрегать изменением характеристик плазмы и лазерного пучка в аксиальном направлении (вдоль оси канала) по сравнению с их радиальными изменениями. Что касается лазерного пучка, то учитывая, что характерное расстояние, на котором пучок излучения  $\text{CO}_2$ -лазера испытывает значительное ослабление за счет обратно-тормозного поглощения в аргоновой плазме атмосферного давления при указанных выше значениях ее температуры, оказывается существенно выше поперечных размеров канала, указанное приближение можно считать оправданным. Учитывая также то обстоятельство, что рассматриваемый разряд является стационарным, изменением характеристик плазмы во времени также будем пренебрегать. Эти предположения позволяют считать, что аксиальная компонента электрического поля и аксиальный градиент давления плазмы постоянны по сечению канала, а электрический ток на стенку канала равен нулю. При записи многожидкостных уравнений для столба и ионизационной области комбинированного разряда в канале используется модель неизотермической (двухтемпературной) ионизационно-неравновесной плазмы. Уравнения движения компонент плазмы в радиальном направлении записываются в дрейфово-диффу-

зионном приближении [11], а при записи соответствующих уравнений в аксиальном направлении предполагается равенство аксиальных скоростей тяжелых компонент. Учет процессов, протекающих в слое пространственного заряда, и определение характеристик теплового и электрического взаимодействия плазмы со стенкой канала осуществляются путем использования соответствующих граничных условий на границе этого слоя [9].

**Математическая модель.** Основные уравнения. При анализе физических процессов, протекающих в рассматриваемой плазменной системе, будем полагать, что плазма характеризуется следующими параметрами:  $n_e$  — концентрация электронов;  $n_n, n_{i+}, n_{i++}$  — концентрации атомов, однократно и двукратно заряженных ионов плазмообразующего газа соответственно;  $v_e^r, v_e^z$  — радиальная и аксиальная компоненты скорости электронов;  $v_n^r, v_n^z, v_{i+}^r, v_{i+}^z, v_{i++}^r, v_{i++}^z$  — радиальные и аксиальные компоненты скоростей атомов и соответствующих ионов;  $T_e$  — температура электронов;  $T_h$  — температура тяжелых частиц плазмы, предполагаемая одинаковой для атомов и ионов, но отличной от  $T_e$ . Тогда система уравнений, описывающая стационарные процессы переноса массы, импульса и энергии в плазме столба и ионизационного слоя лазерно-дугового разряда в асимптотической области цилиндрического канала, может быть записана следующим образом.

Уравнения непрерывности для электронов, атомов, однократно и двукратно заряженных ионов дуговой плазмы с учетом неравновесной ионизации:

$$\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (r n_e v_e^r) = k_{i0} n_n n_e - k_{r0} n_e^2 n_{i+} + k_{i1} n_{i+} n_e - k_{r1} n_e^2 n_{i++}; \quad (2)$$

$$\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (r n_n v_n^r) = -k_{i0} n_n n_e + k_{r0} n_e^2 n_{i+}; \quad (3)$$

$$\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (r n_{i+} v_{i+}^r) = k_{i0} n_n n_e - k_{r0} n_e^2 n_{i+} - k_{i1} n_{i+} n_e + k_{r1} n_e^2 n_{i++}; \quad (4)$$

$$\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (r n_{i++} v_{i++}^r) = k_{i1} n_{i+} n_e - k_{r1} n_e^2 n_{i++}, \quad (5)$$

где  $k_{i\alpha}$  — коэффициенты ионизации атомов ( $\alpha = 0$ ) и однократно заряженных ионов ( $\alpha = 1$ );  $k_{r\alpha}$  — коэффициенты рекомбинации однократно ( $\alpha = 0$ ) и двукратно ( $\alpha = 1$ ) заряженных ионов [10]. Суммируя уравнения (3)–(5) и учитывая, что частицы плазмообразующего газа, предполагаемого инертным, не накапливаются на стенке канала, можем записать

$$n_{i+} v_{i+}^r + n_{i++} v_{i++}^r + n_n v_n^r = 0. \quad (6)$$

Умножая уравнения (2), (4), (5) на заряд соответствующей частицы и складывая, при учете

предположения об отсутствии электрического тока на стенку канала получим

$$j_r = en_{i+}v_{i+}^r + 2en_{i++}v_{i++}^r - en_e v_e^r = 0, \quad (7)$$

где  $j_r$  — радиальная компонента плотности тока в плазме;  $e$  — элементарный заряд. Таким образом, вместо четырех уравнений (2)–(5) можно использовать только два из них, добавив к ним условия (6) и (7).

Учитывая то, что плазма столба и ионизационной области разряда является квазинейтральной, дополним эти уравнения условием квазинейтральности

$$n_e = n_{i+} + 2n_{i++}. \quad (8)$$

Кроме того, будем использовать условие постоянства полного давления плазмы по сечению канала

$$p = k \left[ n_e T_e + (n_n + n_{i+} + n_{i++}) T_h \right], \quad (9)$$

где  $k$  — постоянная Больцмана.

Уравнения радиального движения электронов, атомов, однократно и двукратно заряженных ионов запишем в дрейфово-диффузионном приближении (в пренебрежении конвективными членами), но с учетом вязкостных членов:

$$\begin{aligned} \frac{\partial(n_e k T_e)}{\partial r} &= \frac{2}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left( r \eta_e \frac{\partial v_e^r}{\partial r} \right) - \\ & - \frac{2}{3} \frac{\partial}{\partial r} \left( \frac{\eta_e}{r} \frac{\partial(r v_e^r)}{\partial r} \right) - \end{aligned} \quad (10)$$

$$- \frac{2\eta_e v_e^r}{r^2} + P_{en}^r + P_{ei+}^r + P_{ei++}^r - eE_r n_e;$$

$$\frac{\partial(n_n k T_h)}{\partial r} = \frac{2}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left( r \eta_n \frac{\partial v_n^r}{\partial r} \right) -$$

$$- \frac{2}{3} \frac{\partial}{\partial r} \left( \frac{\eta_n}{r} \frac{\partial(r v_n^r)}{\partial r} \right) - \quad (11)$$

$$- \frac{2\eta_n v_n^r}{r^2} + P_{ni+}^r + P_{ne}^r + P_{ni++}^r + R_n^r;$$

$$\frac{\partial(n_{i+} k T_h)}{\partial r} = \frac{2}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left( r \eta_{i+} \frac{\partial v_{i+}^r}{\partial r} \right) -$$

$$- \frac{2}{3} \frac{\partial}{\partial r} \left( \frac{\eta_{i+}}{r} \frac{\partial(r v_{i+}^r)}{\partial r} \right) - \frac{2\eta_{i+} v_{i+}^r}{r^2} + \quad (12)$$

$$+ P_{i+n}^r + P_{i+e}^r + P_{i+i++}^r + R_{i+}^r - R_{i++}^r + eE_r n_{i+};$$

$$\frac{\partial(n_{i++} k T_h)}{\partial r} = \frac{2}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left( r \eta_{i++} \frac{\partial v_{i++}^r}{\partial r} \right) -$$

$$- \frac{2}{3} \frac{\partial}{\partial r} \left( \frac{\eta_{i++}}{r} \frac{\partial(r v_{i++}^r)}{\partial r} \right) - \frac{2\eta_{i++} v_{i++}^r}{r^2} + \quad (13)$$

$$+ P_{i++n}^r + P_{i++e}^r + P_{i++i+}^r + \\ + R_{i++}^r + 2eE_r n_{i++}.$$

Уравнение аксиального движения электронов и суммарное уравнение аксиального движения тяжелых частиц запишем в виде:

$$\begin{aligned} \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (r m_e n_e v_e^z v_e^r) &= \\ &= \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left( r \eta_e \frac{\partial v_e^z}{\partial r} \right) + \end{aligned} \quad (14)$$

$$+ P_{en}^z + P_{ei+}^z + P_{ei++}^z - eE_z n_e;$$

$$\frac{\partial \sum n_\alpha k T_h}{\partial z} +$$

$$+ \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left( r \sum_\alpha m_\alpha n_\alpha v_h^z v_\alpha^r \right) = \quad (15)$$

$$= \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left( r \sum_\alpha \eta_\alpha \frac{\partial v_h^z}{\partial r} \right) +$$

$$+ P_{ne}^z + P_{i+e}^z + P_{i++e}^z +$$

$$+ eE_z (n_{i+} + 2n_{i++}), \alpha = n, i+, i++.$$

В уравнениях (10)–(15) использованы следующие обозначения:  $\eta_\alpha$ ,  $m_\alpha$  — коэффициенты динамической вязкости и массы частиц компонент плазмы ( $\alpha = e, n, i+, i++$ );  $P_{\alpha\beta}^r$ ,  $P_{\alpha\beta}^z$  — радиальные и аксиальные компоненты обменных членов ( $\alpha \neq \beta = e, n, i+, i++$ ), соответствующих упругим столкновениям частиц [7];  $R_\alpha^r$  — радиальные компоненты обменных членов ( $\alpha = n, i+, i++$ ), соответствующих неупругим столкновениям [7];  $E_r$ ,  $E_z$  — радиальная и аксиальная компоненты электрического поля в плазме.

Уравнения движения следует дополнить условием сохранения полного тока разряда

$$I = 2\pi \int_0^R |j_z| r dr, \quad (16)$$

где  $j_z = en_{i+}v_{i+}^z + 2en_{i++}v_{i++}^z - en_e v_e^z$  — аксиальная компонента плотности электрического тока в плазме, а также условием сохранения массового расхода плазмообразующего газа через поперечное сечение канала

$$G_M = \rho_0 G = 2\pi \int_0^R r \sum_{\alpha=n,i+,i++} m_\alpha n_\alpha v_\alpha^z dr, \quad (17)$$

где  $\rho_0$  — плотность плазмообразующего газа при нормальных условиях.

Уравнение переноса энергии электронов запишем с учетом дополнительного нагрева плазмы лазерным излучением [5, 6], а уравнение энергии для тяжелой компоненты плазмы — в виде суммы соответствующих уравнений для каждого сорта тяжелых частиц:

$$\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left( v_e^r \frac{5}{2} n_e k T_e \right) = \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left( r \chi_e \frac{\partial T_e}{\partial r} \right) + \sum_{\alpha} (Q_{e\alpha} + G_{e\alpha}) -$$

$$-e(E_z v_e^z + E_r v_e^r) n_e - \psi + \kappa S, \quad \alpha = n, i+, i++;$$

$$\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \sum_{\alpha} \left( v_{\alpha}^r \left( \frac{5}{2} n_{\alpha} k T_h + \frac{1}{2} m_{\alpha} n_{\alpha} v_{\alpha}^2 \right) \right) = \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left( r \sum_{\alpha} \chi_{\alpha} \frac{\partial T_h}{\partial r} \right) + \sum_{\alpha} Q_{\alpha e} +$$

$$+e(E_z v_{i+}^z + E_r v_{i+}^r) n_{i+} + 2e(E_z v_{i++}^z + E_r v_{i++}^r) n_{i++}, \quad \alpha = n, i+, i++.$$

Здесь  $\chi_{\alpha}$  — коэффициенты теплопроводности компонент плазмы ( $\alpha = e, n, i+, i++$ );  $Q_{\alpha\beta}$  — обменные члены ( $\alpha \neq \beta = e, n, i+, i++$ ), соответствующие упругим столкновениям частиц [7];  $G_{e\alpha}$  — обменные члены ( $\alpha = n, i+, i++$ ), соответствующие неупругим столкновениям частиц [7];  $\psi$  — потери энергии электронов на тепловое излучение;  $\kappa$  — коэффициент объемного (обратно-тормозного) поглощения лазерного излучения плазмой;  $S$  — интенсивность лазерного излучения, определяемая формулой (1).

Формулы для расчета транспортных коэффициентов, входящих в уравнения (10)–(15), (18), (19), взяты из работы [16]. При вычислении коэффициентов ионизации и рекомбинации, частот столкновений и радиационных потерь энергии для аргоновой плазмы атмосферного давления использовались данные, приведенные в [10, 11, 17–26]. Коэффициент обратно-тормозного поглощения лазерного излучения к рассчитывался по формуле [27]:

$$\kappa = \frac{v_e}{c} \frac{\omega_{pe}^2 / \omega^2}{\sqrt{1 - \omega_{pe}^2 / \omega^2}}, \quad (20)$$

справедливой при условии  $v_e / \omega \ll 1$ , которое с достаточной точностью выполняется для рассматриваемых параметров плазмы и взаимодействующего с ней лазерного пучка. Здесь  $v_e = \sum_{\beta} v_{e\beta}$  ( $\beta = n, i+, i++$ ) — суммарная частота столкновений электронов с тяжелыми частицами;  $c$  — скорость света;

$\omega_{pe} = \sqrt{\frac{4\pi e^2 n_e}{m_e}}$  — плазменная частота электронов;  $\omega$  — частота лазерного излучения.

*Граничные условия.* Учитывая используемое предположение об аксиальной симметрии рассматриваемой плазменной системы на оси канала, можно принять:

$$\left. \frac{\partial n_{\alpha}}{\partial r} \right|_{r=0} = 0, \quad \alpha = i+, i++; \quad (21)$$

$$v_{\alpha}^r \Big|_{r=0} = 0, \quad \alpha = i+, i++; \quad (22)$$

$$\left. \frac{\partial v_{\alpha}^z}{\partial r} \right|_{r=0} = 0, \quad \alpha = n, i+, i++; \quad (23)$$

$$\left. \frac{\partial T_e}{\partial r} \right|_{r=0} = \left. \frac{\partial T_h}{\partial r} \right|_{r=0} = 0. \quad (24)$$

Для задания граничных условий на стенке канала, точнее на границе ионизационной области со слоем пространственного заряда, поступим следующим образом. Используя уравнения (6), (7), (10)–(13), поток однозарядных ионов на указанной границе можно записать в виде

$$n_{i+} v_{i+}^r \Big|_{r=r_s} = D_{i++}^T \left. \frac{\partial (T_e + T_h)}{\partial r} \right|_{r=r_s} + D_{i+i+} \left. \frac{\partial n_{i+}}{\partial r} \right|_{r=r_s} + D_{i+i++}^T \left. \frac{\partial (2T_e + T_h)}{\partial r} \right|_{r=r_s} + D_{i+i++} \left. \frac{\partial n_{i++}}{\partial r} \right|_{r=r_s}, \quad (25)$$

где  $D_{\alpha\beta}, D_{\alpha\beta}^T, \alpha = i+, \beta = i+, i++$  — коэффициенты диффузии и термодиффузии, явный вид которых приведен в [16]. При этом скорость однозарядных ионов на границе слоя пространственного заряда может быть выбрана равной боровской скорости, которая в случае трехкомпонентной плазмы имеет вид [28]

$$v_{i+}^r \Big|_{r=r_s} = \sqrt{\frac{k(T_e + T_h)}{m_{i+}}} \Big|_{r=r_s}. \quad (26)$$

Предполагая, что градиент концентрации двухзарядных ионов на указанной границе равен нулю

$$\left. \frac{\partial n_{i++}}{\partial r} \right|_{r=r_s} = 0, \quad (27)$$

их поток можно определить, положив, например, скорость двухзарядных ионов на внешней границе предпологаемой равной

$$v_{i++}^r \Big|_{r=r_s} = \sqrt{\frac{k(2T_e + T_h)}{m_{i++}}} \Big|_{r=r_s},$$

что вместе с соотношением (26) соответствует критерию Бома в случае четырехкомпонентной плазмы.

Для аксиальных компонент скоростей тяжелых частиц плазмы вблизи стенки канала, учитывая условие «прилипания», запишем

$$v_{\alpha}^z \Big|_{r=r_s} = 0, \quad \alpha = n, i+, i++ \quad (28)$$

Граничное условие для температуры электронов зададим в виде [9]

$$\left( v_e^r \frac{5}{2} n_e k T_e + \lambda_e \frac{\partial T_e}{\partial r} \right) \Big|_{r=r_s} = j_e^r (2kT_e + e\Delta\phi_s) \Big|_{r=r_s}, \quad (29)$$

где

$$\Delta\phi_s = -\frac{kT_e}{2e} \ln \frac{2\pi m_e (T_e + T_h)}{m_{i+} T_e} \Big|_{r=r_s} \quad (30)$$

— падение потенциала в слое пространственного заряда [9]. Температуру тяжелых частиц плазмы вблизи стенки с достаточной точностью можно положить равной температуре стенки канала

$$T_h \Big|_{r=r_s} = T_w \quad (31)$$

Важными характеристиками процессов теплового и электрического взаимодействия рассматриваемой плазмы со стенкой канала сопла плазмотрона являются тепловой поток из плазмы на стенку канала (см., например, [9])

$$q_w = \left\{ \begin{array}{l} j_{i+}^r \left[ k \left( 2T_h + \frac{1}{2} T_e \right) + e\Delta\phi_s + E_1 \right] + \\ + j_{i++}^r \left[ k(2T_h + T_e) + 2e\Delta\phi_s + E_2 \right] + \\ + 2j_e^r k(T_e - T_w) \end{array} \right\} \Big|_{r=r_s} \quad (32)$$

а также падение потенциала между плазмой на оси канала и стенкой, которое складывается из падения потенциала в столбе и ионизационной области плазмы, а также падения потенциала в слое пространственного заряда, определяемого выражением (30).

**Результаты моделирования.** Расчет характеристик плазмы лазерно-дугового разряда в канале проводился при следующих параметрах: ток разряда  $I = 50, 100, 200$  А; радиус канала  $R = 1, 2$  мм; объемный расход плазмообразующего газа (Ar)  $G = 2,5$  л/мин; температура стенки канала  $T_w = 1160$  К; длина волны лазерного излучения  $\lambda = 10,6$  мкм (CO<sub>2</sub>-лазер); его мощность в выбранном сечении канала  $W = 0, 1, 1,5, 2$  кВт; эффективный радиус лазерного пучка  $r_b = 0,2$  мм. Результаты расчета радиальных распределений характеристик плазмы такого разряда приведены на рис. 3–8.

Рассмотрим вначале влияние лазерного излучения на распределения электронной температуры и температуры тяжелых компонент плазмы при выбранных значениях радиуса канала, расхода плазмообразующего газа и тока разряда. Как следует из представленных на рис. 3 расчетных данных, температуры электронов и тяжелых частиц в центральной области канала, в том числе и при воздействии на плазму лазерного пучка, практически совпадают ( $T_e \approx T_h = T$ ), т.е. плазма столба разряда является термически равновесной. Что касается значений ее температуры, то, на фоне хорошо известного возрастания температуры дуговой плазмы в канале с ростом тока дуги и уменьшением радиуса канала [13, 14], наблюдается значительное локальное увеличение  $T$  в зоне воздействия на плазму лазерного пучка (кривые 2, 4 на рис. 3).

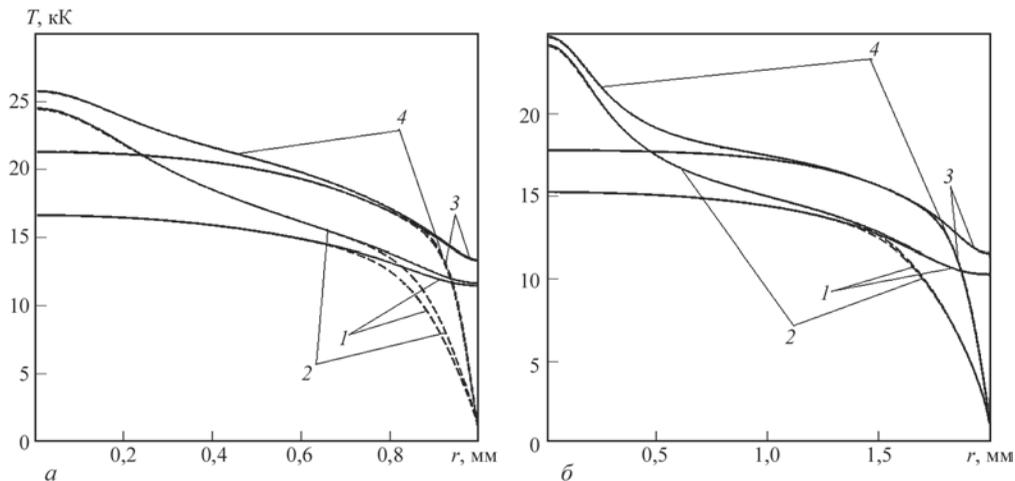


Рис. 3. Радиальные распределения температуры электронов (сплошные кривые) и тяжелых частиц (штриховые кривые) плазмы дугового (кривые 1, 3) и комбинированного (кривые 2, 4) разрядов в канале: а —  $R = 1$  мм;  $G = 2$  л/мин; 1 —  $I = 50$  А,  $W = 0$ ; 2 —  $I = 50$  А,  $W = 1,5$  кВт; 3 —  $I = 100$  А,  $W = 0$ ; 4 —  $I = 100$  А,  $W = 1,5$  кВт; б —  $R = 2$  мм;  $G = 5$  л/мин; 1 —  $I = 100$  А,  $W = 0$ ; 2 —  $I = 100$  А,  $W = 1,5$  кВт; 3 —  $I = 200$  А,  $W = 0$ ; 4 —  $I = 200$  А,  $W = 1,5$  кВт

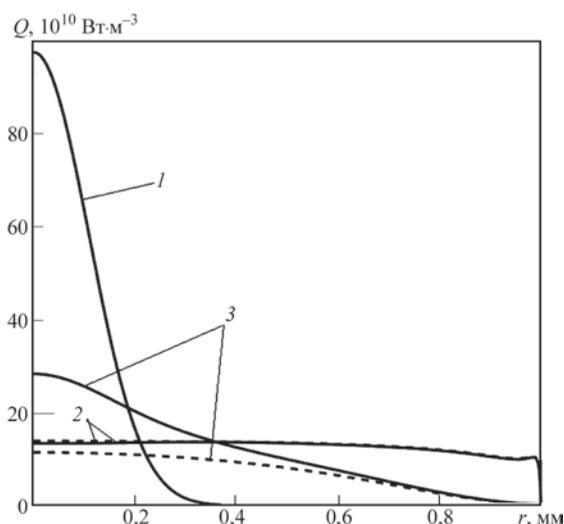


Рис. 4. Распределения источников и стоков энергии в плазме комбинированного (сплошные кривые) и дугового (штриховые кривые) разряда в канале: 1 — нагрев лазерным излучением; 2 — джоулев нагрев; 3 — потери энергии на тепловое излучение при  $R = 1$  мм;  $G = 2$  л/мин;  $I = 100$  А;  $W = 0$  (штриховые кривые);  $W = 1,5$  кВт (сплошные кривые)

Этот эффект связан с дополнительным нагревом электродуговой плазмы сфокусированным лазерным излучением и наиболее ярко проявляется при уменьшении величин  $I/R$  и  $r_b/R$ .

В пристеночной области плазмы лазерно-дугового разряда в канале, также как и для обычной дуги [14, 15], наблюдается существенное превышение температуры электронов над температурой тяжелых частиц, при этом размер области термически неравновесной плазмы, определяющий толщину предслоя, а также сами значения  $T_e$  и  $T_h$  в этом слое слабо зависят от мощности воздействующего на плазму лазерного излучения (см. рис. 3, а, б).

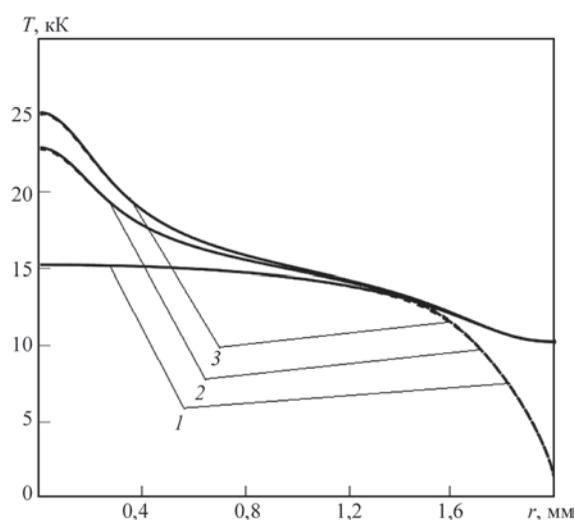


Рис. 5. Радиальные распределения температуры электронов (сплошные кривые) и тяжелых частиц (штриховые кривые) плазмы разряда в канале при  $R = 2$  мм;  $G = 5$  л/мин;  $I = 100$  А; 1 —  $W = 0$ ; 2 —  $W = 1$  кВт; 3 —  $W = 2$  кВт

Роль лазерного нагрева в энергетическом балансе плазмы комбинированного разряда может быть проиллюстрирована с помощью рис. 4, где приведены радиальные распределения объемных источников и потерь энергии в плазме. Как следует из сравнения кривых 1, 3, при выбранных параметрах разряда нагрев плазмы сфокусированным излучением  $\text{CO}_2$ -лазера является более эффективным ( $\kappa \approx 50 \text{ м}^{-1}$ ) по сравнению с ее нагревом протекающим током и сосредоточен в области, занятой лазерным пучком. Этим и объясняется значительное повышение температуры дуговой плазмы в приосевой зоне разряда, которое естественным образом усиливается с ростом мощности лазерного пучка, как показано на рис. 5.

На рис. 6 представлены расчетные зависимости радиальных распределений абсолютных

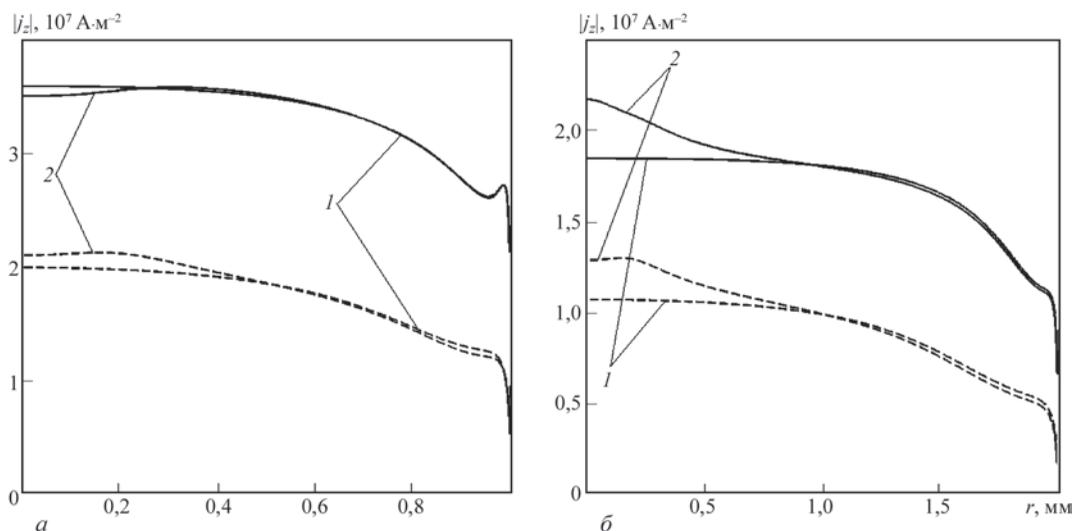


Рис. 6. Радиальные распределения плотности электрического тока в плазме дугового (кривые 1) и комбинированного (кривые 2) разрядов в канале: а —  $R = 1$  мм;  $G = 2$  л/мин;  $I = 50$  А (штриховые кривые);  $I = 100$  А (сплошные кривые); б —  $R = 2$  мм;  $G = 5$  л/мин;  $I = 100$  А (штриховые кривые);  $I = 200$  А (сплошные кривые); 1 —  $W = 0$ ; 2 —  $W = 1,5$  кВт

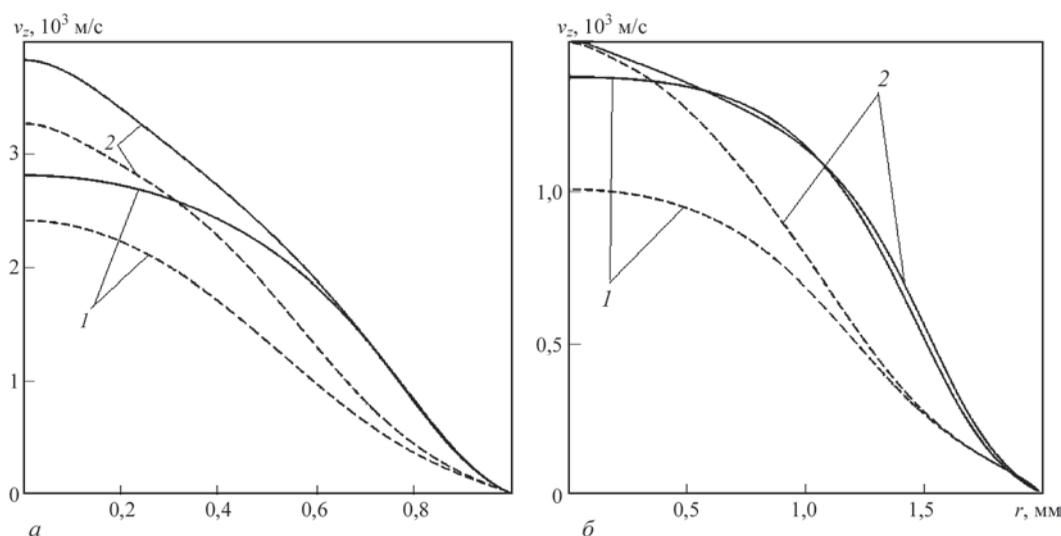


Рис. 7. Радиальные распределения среднemasовой скорости плазмы дугового (кривые 1) и комбинированного (кривые 2) разрядов в канале: а —  $R = 1$  мм;  $G = 2$  л/мин;  $I = 50$  А (штриховые кривые);  $I = 100$  А (сплошные кривые); б —  $R = 2$  мм;  $G = 5$  л/мин;  $I = 100$  А (штриховые кривые);  $I = 200$  А (сплошные кривые); 1 —  $W = 0$ ; 2 —  $W = 1,5$  кВт

значений аксиальной компоненты плотности электрического тока в рассматриваемом разряде. Наряду с очевидным увеличением плотности тока с ростом  $I$  и уменьшением  $R$  [13, 14], можно отметить некоторое локальное повышение  $|j_z|$  в области воздействия на плазму лазерного пучка, которое наиболее заметно проявляется при уменьшении отношения  $r_b/R$  (кривые 2 на рис. 6, б). Следует отметить, что при увеличении указанной величины и больших значениях  $I/R$  наблюдается обратный эффект, заключающийся в некотором снижении плотности электрического тока на оси канала под воздействием сфокусированного лазерного излучения (сплошные кривые на рис. 6, а).

Рассмотрим влияние лазерного излучения на радиальное распределение аксиальной компоненты среднemasовой скорости дуговой плазмы в канале

$$v_z = \frac{\sum_{\alpha=n,i+,i++} m_\alpha n_\alpha v_\alpha^z}{\sum_{\alpha=n,i+,i++} m_\alpha n_\alpha}$$

Как следует из расчетных данных, представленных на рис. 7, скорость плазмы на оси канала практически пропорционально увеличивается с ростом отношения расхода плазмообразующего газа к площади поперечного сечения канала и в меньшей степени — с увеличением тока разряда. Что касается влияния лазерного излучения, то отмеченное выше увеличение температуры плазмы в приосевой зоне канала под воздействием лазерного пучка (см. рис. 3) приводит к снижению ее плотности и соответственно к увеличению среднemasовой скорости (ср. кривые 1, 2 на рис. 7).

Перейдем теперь к рассмотрению распределения электрического потенциала плазмы по сечению канала. Как следует из расчетных зависимо-

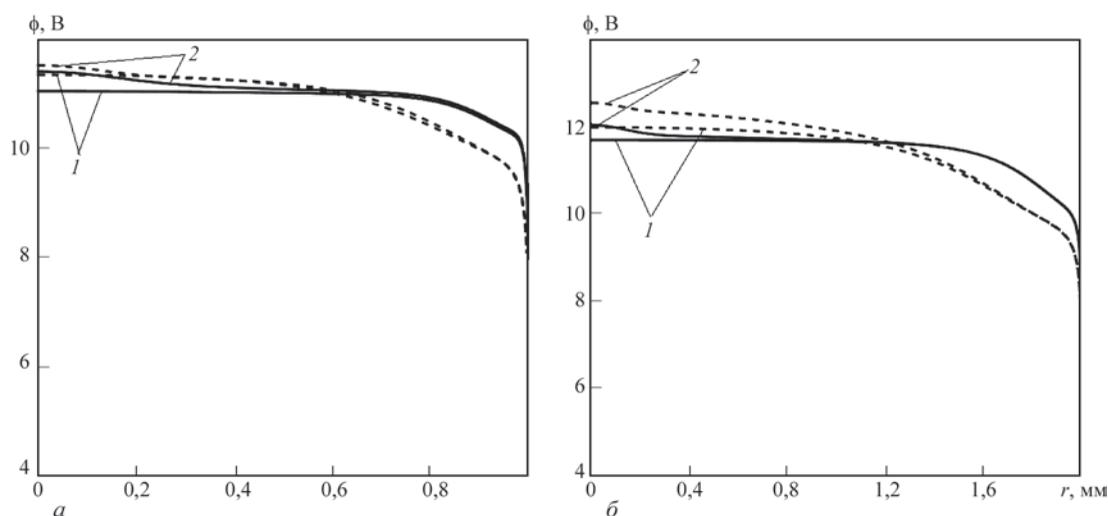


Рис. 8. Радиальные распределения электрического потенциала в плазме дугового (кривые 1) и комбинированного (кривые 2) разрядов в канале: а —  $R = 1$  мм;  $G = 2$  л/мин;  $I = 50$  А (штриховые кривые);  $I = 100$  А (сплошные кривые); б —  $R = 2$  мм;  $G = 5$  л/мин;  $I = 100$  А (штриховые кривые);  $I = 200$  А (сплошные кривые); 1 —  $W = 0$ ; 2 —  $W = 1,5$  кВт

## Тепловой поток из плазмы на стенку канала и падение потенциала в слое пространственного заряда

R, мм		I, А	50		100		200	
			W = 0	W = 1,5 кВт	W = 0	W = 1,5 кВт	W = 0	W = 1,5 кВт
1 (G = 2 л/мин)	$q_w$ , МВт/м <sup>2</sup>		2,184	3,147	13,14	13,13	–	–
	$\Delta\phi_s$ , В		4,57	4,64	5,31	5,33	–	–
2 (G = 5 л/мин)	$q_w$ , МВт/м <sup>2</sup>		–	–	0,221	0,202	1,448	1,326
	$\Delta\phi_s$ , В		–	–	4,08	4,07	4,60	4,59

стей, приведенных на рис. 8, потенциал плазмы на оси канала превышает потенциал стенки, условно принятый за нуль, на 11–13 В, причем в случае комбинированного разряда значения потенциала на оси столба оказываются несколько выше, чем для обычной дуги в канале, однако, данное отличие не превышает 0,5 В. Необходимо отметить, что указанные значения разности потенциалов между осью и стенкой канала являются суммой падений напряжения в столбе дуги и предслое плазмы с падением напряжения в слое пространственного заряда  $\Delta\phi_s$ , соответствующие значения которого приведены в таблице. Там же приведены значения такой важной с практической точки зрения характеристики разряда, как тепловой поток из плазмы на стенку канала  $q_w$ .

**Выводы**

Проведенный на основе предложенной математической модели неравновесной плазмы комбинированного лазерно-дугового разряда в канале, возникающего при воздействии на электрическую дугу сфокусированного пучка излучения CO<sub>2</sub>-лазера, распространяющегося вдоль оси канала, численный анализ позволяет сделать следующие выводы:

В результате локального лазерного нагрева плазмы электрической дуги в канале в ней возникает относительно высокотемпературная область, локализованная в зоне воздействия на плазму лазерного пучка. Относительный прирост осевых значений температуры плазмы за счет поглощения лазерного излучения увеличивается с ростом его мощности и снижается при увеличении отношения тока разряда к радиусу канала. Отмеченное изменение радиальных распределений температуры плазмы при постоянном расходе плазмообразующего газа приводит к заметному увеличению ее скорости. Что касается плотности электрического тока, то ее изменение под действием лазерного излучения оказывается менее существенным.

В отличие от центральных областей канала, где плазма разряда является практически равновесной, плазма в пристеночной области оказывается существенно неравновесной, причем как терми-

чески, так и ионизационно. Кроме того потенциал стенки канала оказывается существенно ниже значения потенциала плазмы на оси канала. Соответствующая разность потенциалов составляет 11–13 В и достаточно слабо зависит от тока разряда, мощности лазерного излучения, радиуса канала и расхода плазмообразующего газа.

*Данная работа выполнена в рамках совместного проекта RE-2755/20-1 «Самосогласованное моделирование гибридной (лазер-ТИГ) и (лазер-плазма) сварки в теплопроводностном режиме проплавления», финансируемого Немецким Исследовательским Обществом (DFG). Авторы выражают свою благодарность DFG за финансовую поддержку этих исследований.*

1. Bagger C., Olsen F.O. Review of laser hybrid welding // Journal of laser applications. — 2005. — Vol. 17. — No 1. — P. 2–14.
2. Kah P. Overview of the exploration status of laser-arc hybrid welding processes // Review on advanced materials science. — 2012. — Vol. 30. — No 2. — P. 112–132.
3. Walduck R.P., Biffin J. Plasma arc augmented laser welding // Welding and Metal Fabrication. — 1994. — Vol. 62. — No. 4. — P. 172–176.
4. Tusek J. Sinergic operation of welding arc and laser beam — for practical application or for scientific research only? // Varilna tehnika. — 1996. — Vol. 45. — No. 2. — P. 39–46.
5. Seyffarth P., Krivtsun I.V. Laser-arc processes and their applications in welding and material treatment // Welding and Allied Processes. — London: Taylor and Francis Books, 2002. — Vol. 1. — 200 p.
6. Laser-arc discharge: Theory and applications / V.S. Gvozdetzky, I.V. Krivtsun, M.I. Chizhenko et al. // Welding and Surfacing Rev. — Harwood Academic Publ., 1995. — Vol. 3. — 148 p.
7. Meier E.T., Shumlak U. A general nonlinear fluid model for reacting plasma-neutral mixtures // Physics of Plasma. — 2012. — **19**. — 072508 (11 p).
8. Benilov M.S. The ion flux from a thermal plasma to a surface // J. Phys. D: Appl. Phys. — 1995. — **28**. — P. 286–294.
9. Benilov M.S., Marotta A. A model of the cathode region of atmospheric pressure arcs // Ibid. — 1995. — **28**. — P. 1869–1882.
10. Almeida M.S., Benilov M.S., Naidis G.V. Simulation of the layer of non-equilibrium ionization in a high-pressure argon plasma with multiply-charged ions // Ibid. — 2000. — **33**. — P. 960–967.
11. Almeida N.A., Benilov M.S., Naidis G.V. Unified modelling of near-cathode plasma layers in high-pressure arc discharges // Ibid. — 2008. — **41**. — 245201 (26 p).

12. *Investigating near-anode plasma layers of very high-pressure arc discharges* / N.A. Almeida, M.S. Benilov, U. Hechtfisher et al. // *Ibid.* — 2009. — **42**. — 045210 (11 p).
13. *Низкотемпературная плазма* / В.С. Энгельшт, В.Ц. Гурович, Г.А. Десятков и др. — Новосибирск: Наука, 1990. — Т. 1. Теория столба электрической дуги. — 376 с.
14. *A two-dimensional nonequilibrium model of cascaded arc plasma flows* / J.J. Beulens, D. Milojevic, D.C. Schram et al. // *Phys. Fluids B*. — 1991. — **3** (9). — P. 2548–2557.
15. *Игнатов А.В., Кривцун И.В., Семенов И.Л. Характеристики неравновесной дуговой плазмы в канале сопла плазматрона // Автоматическая сварка.* — 2016. — № 1. — С. 3–13.
16. *Жданов В.М. Явления переноса в многокомпонентной плазме.* — Москва: Энергоиздат, 1982. — 176 с.
17. *Lotz W. An Empirical formula for the electron-impact ionization cross-section* // *Zeitschrift fuer Physik*. — 1967. — **206**. — P. 205–211.
18. *Maierov S.A. Calculation of resonant charge exchange cross-sections of ions Rubidium, Cesium, Mercury and noble gases* // 28th ICPIG. — 2007, Prague, Czech Republic. — P. 177–180.
19. *Cramer W.H. Elastic and inelastic scattering of low velocity ions* // *The journal of chemical physics*. — 1959. — **30**. — P. 641–642.
20. *Electron-argon total cross section measurements at low energies by time-of-flight spectroscopy* / J. Ferch, B. Granitza, C. Masche et al. // *J. Phys. B: At. Mol. Phys.* — 1985. — **18**. — P. 967–983.
21. *Lotz W. Electron-impact ionization cross-sections and ionization rate coefficients for atoms and ions from hydrogen to calcium* // *Zeitschrift fuer Physik*. — 1968. — **216**. — P. 241–247.
22. *Hegerberg R., Elford M.T., Skullerud H.R. The cross section for symmetric charge exchange of Ne+ in Ne and Ar+ in Ar at low energies* // *J. Phys. B: At. Mol. Phys.* — 1982. — **15**. — P. 797–811.
23. *Tawara H., Kato T. Total and partial ionization cross sections of atoms and ions by electron impact* // *Atomic data and nuclear data tables*. — 1987. — **36**. — P. 167–353.
24. *Phelps A.V. The application of scattering cross sections to ion flux models in discharge sheaths* // *J. Appl. Phys.* — 1994. — **76**. — P. 747–753.
25. *De Heer F.J., Jansent R.H.J., Van der Kaay W. Total cross sections for electron scattering by Ne, Ar, Kr and Xe* // *J. Phys. B: Atom. Mol. Phys.* — 1979. — **12**. — P. 979–1002.
26. *Devoto R.S. Transport coefficients of partially ionized argon* // *Physics of fluids*. — 1967. — **10**. — P. 354–364.
27. *Коромеев Н.И., Шумай И.Л. Физика мощного лазерного излучения.* — Москва: Наука, 1991. — 312 с.
28. *Benilov M.S. Multifluid equations of a plasma with various species of positive ions and the Bohm criterion* // *J. Phys. D: Appl. Phys.* — 1996. — **29**. — P. 364–368.

## 4.2. ПРОЦЕССЫ КОМБИНИРОВАННОГО ЛАЗЕРНО-ДУГОВОГО ВОЗДЕЙСТВИЯ НА МАТЕРИАЛЫ

Представленные ниже работы посвящены теоретическому исследованию, разработке математических моделей и компьютерному моделированию процессов взаимодействия лазерного излучения, дуговой плазмы и их комбинации с компактными и дисперсными материалами при сварке, порошковой наплавке и напылении покрытий.

В работе [4.2.1] выполнено детальное компьютерное моделирование комбинированного разряда, генерируемого лазерно-дуговым плазмотроном прямого действия с тугоплавким трубчатым катодом. Полученные расчетные данные положены в основу разработки конструкции и создания опытного образца интегрированного плазмотрона, предназначенного для реализации процесса лазерно-плазменной порошковой наплавки с использованием излучения  $\text{CO}_2$ -лазера. Проведены натурные испытания указанного плазмотрона в широком диапазоне токов плазменной дуги и мощности лазерного пучка, выполнены экспериментальные исследования технологических возможностей гибридной лазерно-плазменной наплавки. Показано, что совместное использование лазерного пучка и плазменной дуги позволяет существенно повысить скорость, стабильность и воспроизводимость результатов наплавки, а также эффективность использования обоих источников нагрева.

Работа [4.2.2] посвящена разработке одномерной математической модели многокомпонентной плазмы, формирующейся вблизи поверхности металла (анода) с учетом его испарения при дуговой, лазерной и гибридной лазерно-дуговой сварке в защитных газах. Данная модель основана на системе балансных соотношений для потоков тяжелых частиц (атомов и ионов), потоков их импульса и энергии в кнудсеновском слое вблизи испаряющейся поверхности металла. Получены выражения для плотностей электронного и ионных токов на поверхность свариваемого металла (анода) и падения электрического потенциала в приповерхностном (прианодном) слое плазмы в зависимости от температуры ее электронной компоненты, температуры поверхности металла, плотности электрического тока между плазмой и металлом, а также скорости разлета металлического пара. Полученные соотношения составляют основу для расчета характеристик теплового и динамического воздействия плазмы на поверхность сварочной ванны при дуговой, лазерной или гибридной сварке.

В работе [4.2.3] предложена упрощенная модель тепловых процессов в металле при комбинированной лазерно-дуговой сварке в теплопроводностном режиме проплавления. Она позволяет учитывать эффект дополнительного контрагирования анодной области дуги, возникающий в результате лазерного испарения металла. Выполнено экспериментальное и численное исследование особенностей проплавления образцов из нержавеющей стали при комбинированной сварке с использованием ИАГ-лазера мощностью до 400 Вт и аргоновой дуги с неплавящимся электродом в диапазоне токов 60...100 А. Расчетные результаты находятся в хорошем соответствии с полученными экспериментальными данными.

Работа [4.2.4] посвящена разработке математической модели и сравнительному численному анализу процессов нагрева, плавления и испарения частиц мелкодисперсных керамических материалов в условиях, характерных для порошкового напыления с использованием лазерного излучения, потока дуговой плазмы или их комбинации. В основу модели положено нестационарное уравнение теплопроводности для сферической частицы с объемным (лазерный нагрев), поверхностным (плазменный нагрев), а также комбинированным источником тепла. Путем решения соответствующего уравнения рассчитаны температурные поля в мелкодисперсных частицах  $\text{Al}_2\text{O}_3$  и  $\text{SiO}_2$  диаметром 60 мкм, находящихся под воздействием излучения  $\text{CO}_2$ -лазера, однородного потока аргоновой плазмы и при их совместном воздействии на частицу с учетом температурных зависимостей теплофизических и оптических свойств ее материала. Показано существенное влияние способа нагрева, а также оптических и теплофизических свойств материала на пространственно-временные распределения температуры в объеме рассматриваемых частиц. Сделан вывод о возможности управления температурным полем напыляемых частиц путем определенной комбинации лазерного и плазменного (поверхностного) способов нагрева, осуществляемых в рамках гибридного процесса лазерно-плазменного напыления.

В работе [4.2.5] предложено обобщение математической модели физических процессов в кнудсеновском слое пара, формирующемся вблизи поверхности металла при его конвективном испарении (модель Найта), на случай конденсации парового потока на указанной поверхности. Данная обобщенная модель позволяет рассчитывать скорость процессов испарения/конденсации, а также потоки массы

импульса и энергии с/на поверхность металла в зависимости от температуры и концентрации окружающего газа/конденсирующегося пара, температуры поверхности конденсированной фазы и значения коэффициента конденсации. С помощью предложенной модели проведен численный анализ процессов испарения и конденсации на плоской, однородно нагретой поверхности применительно к условиям сварки и обработки металлических материалов.

Работа [4.2.6] является развитием предложенного в статье [4.2.4] подхода и посвящена разработке самосогласованной математической модели процессов движения и нагрева частиц мелкодисперсных керамических материалов при плазменном, лазерном и гибридном плазменно-лазерном напылении покрытий. Данная модель позволяет рассчитывать траектории, скорости движения и температурные поля керамических частиц, напыляемых с использованием плазменной струи, пучка лазерного излучения и их комбинации. Выполнены расчеты траектории и скорости движения частиц  $\text{SiO}_2$  диаметром 60 мкм в турбулентной струе аргоновой плазмы (при плазменном и гибридном напылении) и потоке холодного газа (при лазерном напылении). На основе полученных данных проанализирована динамика температурного поля рассматриваемой частицы при плазменном, лазерном и гибридном напылении покрытий. Показано, что пространственно-временные распределения температуры в напыляемой частице существенно зависят от способа напыления.

В работе [4.2.7] предложена самосогласованная математическая модель физических процессов, протекающих при импульсной лазерной и гибридной лазерно-дуговой обработке металлических материалов. Данная модель описывает тепловые процессы в обрабатываемом металле, включая его конвективное испарение в окружающий газ, газодинамические процессы в потоке пара с учетом его ионизации и образования лазерной плазмы, а также процессы, протекающие в такой плазме при пропускании через нее импульса электрического тока и возникновении импульсного лазерно-дугового разряда. Проведено детальное численное исследование нагрева, конвективного испарения металла и образования лазерной плазмы при воздействии на образец из низкоуглеродистой стали прямоугольного импульса излучения Nd:YAG-лазера мощностью 1245 Вт, длительностью 1 мс с радиусом фокусировки пучка на поверхности образца 0,05 мм. Показано, что при рассматриваемых значениях интенсивности лазерного излучения ( $10^7 \dots 10^8$  Вт/см<sup>2</sup>) тепловые процессы в обрабатываемом металле и газодинамику металлического пара можно рассматривать отдельно, поскольку испарение металла происходит в сверхзвуковом режиме. При таком режиме испарения лазерная плазма не может возникать в области сверхзвукового течения пара (в волне разряжения) и формируется только в области дозвукового течения пара (между скачком уплотнения и контактным разрывом), т.е. не контактирует с испаряющейся поверхностью. Полученные расчетные результаты хорошо согласуются с имеющимися экспериментальными данными. С помощью предложенной модели выполнен также численный анализ характеристик плазмы импульсного лазерно-дугового разряда, возникающего при пропускании через лазерную плазму треугольного импульса электрического тока длительностью 20 мкс с амплитудой в диапазоне 50...100 А, который смещен относительно начала лазерного импульса на 21 мкс (время, необходимое для образования лазерной плазмы). Определены распределения температуры и плотности тока в рассматриваемой системе, а также распределение теплового потока, вводимого импульсной лазерно-дуговой плазмой в обрабатываемый металл.

Работа [4.2.8] посвящена разработке самосогласованной математической модели процессов, которые протекают при взаимодействии со свариваемым металлом свободногорящей электрической дуги постоянного тока, сфокусированного пучка излучения лазера непрерывного действия и их комбинации при точечной сварке без образования парогазового канала. Данная модель позволяет моделировать процессы энерго-, массо- и электропереноса в плазме столба и анодной области дуги, включая процессы лазерно-дугового взаимодействия, а также тепловые, гидродинамические и электромагнитные процессы в свариваемом металле, в том числе на свободной поверхности сварочной ванны, с учетом деформации указанной поверхности, силы трения дуговой плазмы, термокапиллярной конвекции Марангони и силы Лоренца, действующей на расплавленный металл. Для компьютерной реализации указанной модели разработан вычислительный алгоритм, основанный на использовании метода конечных элементов, и создано специализированное программное обеспечение, с помощью которого проведено детальное компьютерное моделирование процессов точечной аргонодуговой (ТИГ), лазерной ( $\text{CO}_2$ -лазер) и гибридной (ТИГ +  $\text{CO}_2$ -лазер) сварки стали S-235JR. Сравнение результатов моделирования с результатами натуральных экспериментов показало их хорошее соответствие.

### 4.2.1. ЛАЗЕР + ПЛАЗМА: ПОИСК НОВЫХ ВОЗМОЖНОСТЕЙ В НАПЛАВКЕ\*

А.И. СОМ, И.В. КРИВЦУН

В последнее время в научно-технической литературе появляется все больше публикаций о применении комбинированных процессов сварки, основанных на совместном использовании лазерного излучения и электрической, в том числе плазменной дуги [1–7]. Такая комбинация приводит к улучшению пространственной стабилизации пятна дуги на поверхности свариваемого металла и повышению устойчивости ее горения при малых токах и больших скоростях перемещения относительно изделия. Одновременно увеличивается коэффициент поглощения лазерного излучения поверхностью металла, что особенно важно при использовании лазеров небольшой мощности. Все это позволяет, с одной стороны, значительно увеличить производительность и стабильность дуговой (плазменной) сварки, а с другой — повысить эффективность и снизить себестоимость лазерной сварки.

Цель настоящей работы — проведение теоретических и экспериментальных исследований влияния лазерного пучка на процесс плазменно-порошковой наплавки (ППН) и выявление новых технологических возможностей комбинированного способа — лазерно-плазменной порошковой наплавки (ЛППН). Наиболее рациональной, на наш взгляд, схемой реализации такого комбинированного процесса является соосное объединение лазерного пучка и плазменной дуги при распределенной подаче присадочного порошка в плазму разряда. Поскольку в этом случае лазерный пучок должен проходить определенное расстояние в дуговой плазме, при разработке рассматриваемого способа наплавки необходимо учитывать не только плазменное и лазерное воздействие на присадочный материал и обрабатываемую поверхность, но непосредственное взаимодействие сфокусированного лазерного пучка с плазмой сжатой дуги.

Известно, что такое взаимодействие может приводить к возникновению особого типа газового разряда — комбинированного лазерного разряда [5]. Необходимым условием его возникновения является соизмеримость энергии, вкладываемой в дуговую плазму лазерным излучением, с энергией, выделяющейся в плазме за счет протекания электрического тока. При выполнении этого усло-

вия происходит значительное изменение энергетического баланса дугового разряда, в результате чего как интегральные, так и локальные характеристики плазмы комбинированного разряда существенным образом отличаются от соответствующих характеристик дуговой плазмы. Что касается характеристик лазерного пучка, то и они претерпевают при этом значительные изменения за счет поглощения пучка и его дополнительного фокусирования в плазме лазерно-дугового разряда.

К сожалению, применить традиционные дуговые плазмотроны для создания комбинированного разряда и его использования для ЛППН по описанной выше схеме практически невозможно. Соосное объединение лазерного пучка с плазменной дугой требует создания специальных устройств — лазерно-дуговых плазмотронов [8–10]. Основной особенностью этих устройств является конструкция катодного узла (тугоплавкий трубчатый катод или система расположенных по окружности штыревых катодов), позволяющая вводить сфокусированный лазерный пучок в дуговую плазму вдоль оси плазмформирующего канала.

Для практической реализации процесса ЛППН и выявления технологической возможностей дуги и лазерного излучения был спроектирован и создан образец специализированного лазерно-дугового плазмотрона LPP-22 (рис. 1). При его разработке использованы большой опыт фирмы «Плазма-Мастер Лтд» по созданию плазмотронов для ППН [11], а также результаты теоретических исследований комбинированного лазерно-дугового разряда и устройств для его реализации, выполненных в ИЭС им. Е. О. Патона [5, 9].

В данном плазмотроне (рис. 1, б) дуга постоянного тока горит в аксиальном потоке плазмообразующего газа (аргон) между тугоплавким (вольфрамовым) трубчатым катодом 1 и наплавляемым изделием (анодом) 2. На начальном участке разряд стабилизируется стенкой соосного с катодом плазмообразующего сопла 3. Сопло 4 служит для распределенной подачи в разряд присадочного порошка. Оба сопла выполнены из меди и охлаждаются водой 5. Через отверстие катода в разряд вводится сфокусированный оптической систе-

\*Автоматическая сварка. — 2000. — № 12. — С. 36–41.

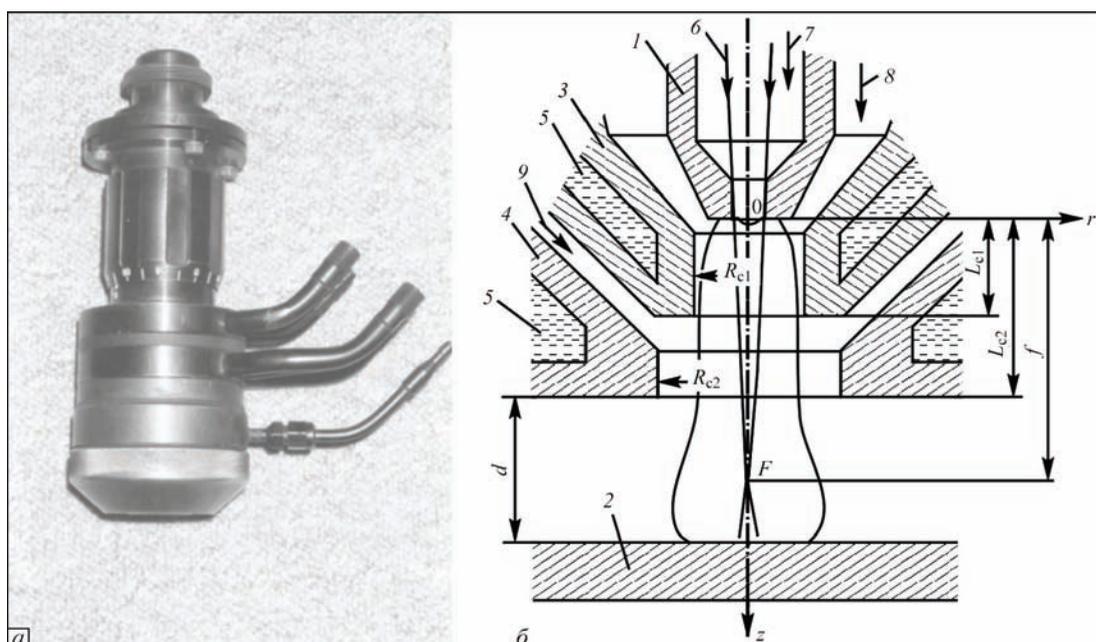


Рис. 1. Внешний вид (а) и схема сопловой части (б) лазерно-дугового плазматрона LPP-22 (обозначения см. в тексте)

мой пучок 6 излучения  $\text{CO}_2$ -лазера непрерывного действия, распространяющийся вдоль оси плазматрона. Плазмообразующий газ 7, 8 подается в плазмоформирующий канал как через отверстие катода, так и в зазор между катодом и стенкой сопла 3, причем расход одного газа может варьироваться независимо от другого. Присадочный порошок подается потоком транспортирующего газа 9 (аргон) в зазор между соплами 3 и 4. Зона наплавки защищается потоком аргона. Для защиты фокусирующей системы лазера в плазматроне LPP-22 предусмотрен дополнительно газовый затвор, а для обеспечения соосности лазерного пучка и плазменной дуги — соответствующие корректоры положения катода относительно оси пучка.

Плазматрон проектировался для работы на токе дуги  $100 \text{ A} \leq I \leq 300 \text{ A}$  с использованием лазерного пучка, имеющего моду  $\text{TEM}_{20}$ , мощность  $Q_0 \leq 5 \text{ кВт}$  и угол фокусировки пучка  $\theta = 0,053$ . Для опре-

деления оптимальных режимов работы плазматрона LPP-22, характеристик генерируемой плазмы и взаимодействующего с ней лазерного пучка было проведено детальное компьютерное моделирование комбинированного разряда, создаваемого плазматроном, без учета подачи присадочного порошка. При этом использовались следующие размеры сопла 3 (рис. 1, б): длина цилиндрического канала 4,5 мм ( $L_{c1} = 5,5 \text{ мм}$ ), радиус  $R_{c1} = 3,0 \text{ мм}$ . Соответственно для сопла 4 длина выходного канала 2,5 мм ( $L_{c2} = 10,0 \text{ мм}$ ) радиус  $R_{c2} = 5,0 \text{ мм}$ . Расход плазмообразующего газа, подаваемого через отверстие катода,  $G_1 = 0,5 \text{ л/мин}$ , а между катодом и стенкой канала  $G_2 = 2,5 \text{ л/мин}$ . Расход транспортирующего газа составлял 5,0 л/мин, а его исходная температура принималась равной температуре водоохлаждаемых стенок каналов (300 К). Расстояние  $f$  от среза катода до фокуса исходного пучка (рис. 1, б) варьировалась в диапазоне 14...22 мм, а длина  $d$  открытого участка разряда — 4...12 мм.

Расчеты характеристик плазмы и взаимодействующего с ней лазерного пучка проводились на основе модели комбинированного разряда в лазерно-дуговом плазматроне, подробно описанной в [9]. Частично результаты численного моделирования рассматриваемого разряда для различных режимов работы плазматрона представлены на рис. 2–4. Так, на рис. 2 изображены пространственные распределения температуры  $T$  плазмы, а на рис. 3 — газодинамического давления ее потока  $\rho u^2/2$  ( $\rho$  — плотность,  $\text{кг/м}^3$ ,  $u$  — скорость,  $\text{м/с}$ ). Согласно кривым, приведенным на рис. 2, поглощение лазерного излучения дуговой плазмы при-

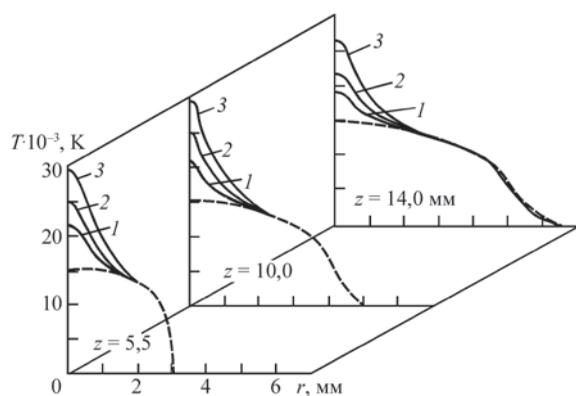


Рис. 2. Пространственные распределения температуры плазмы разряда в лазерно-дуговом плазматроне ( $I = 200 \text{ A}$ ,  $d = 12 \text{ мм}$ ,  $f = 14 \text{ мм}$ ) при мощности лазерного пучка: 1 (1); 2 (2); 3 (3); 0 кВт (штриховая кривая)

водит к существенному повышению температуры ее центральных областей, причем максимально достижимые значения  $T$  увеличиваются с ростом мощности пучка  $Q_0$ . Отмеченный рост температуры плазмы способствует повышению ее электропроводности и, как следствие, — увеличению плотности тока в приосевой зоне разряда. Таким образом, разряд, генерируемый лазерно-дуговым плазмотроном, характеризуется повышенной концентрацией тепловой и электрической энергии в той области плазмы, которая подвергается воздействию лазерного пучка и жестко связана с его осью, а также высокой пространственной стабильностью этой области.

Описанное изменение теплового режима горения плазменной дуги под воздействием лазерного излучения вызывает существенное перераспределение газодинамических характеристик потока плазмы при увеличении  $Q_0$ . Одной из основных причин этого является снижение вязкости аргонной плазмы при повышении температуры. Другой причиной является упомянутое выше перераспределение плотности тока в разряде, усиливающее роль электромагнитных сил в ускорении плазменного потока [5]. В результате аксиальная компонента скорости плазмы на оси разряда заметно увеличивается. Несмотря на возрастание скорости, снижение плотности плазмы при повышении температуры приводит к тому, что газодинамическое давление плазменного потока  $\rho u^2/2$  в приосевой зоне комбинированного разряда несколько уменьшается (рис. 3). Следует отметить, что это снижение, вызывающее уменьшение динамического воздействия на поверхность металла, важно для процесса наплавки с использованием лазерно-дугового плазмотрона [12].

Происходящее в рассматриваемом плазмотроне взаимодействие лазерного излучения с дуговой плазмой приводит к перераспределению не только ее характеристик, но и самого лазерного пучка (за счет поглощения и рефракции в плазме разряда). Так, например, поглощение лазерного излучения приводит к тому, что на расстоянии 20 мм от среза катода мощность пучка для рассматриваемых условий составляет всего около 30 % от его исходной мощности  $Q_0$ , тогда как интенсивность излучения на его оси возрастает при этом более чем в два раза (рис. 4). Таким образом, взаимодействие лазерного пучка с плазмой комбинированного разряда вызывает его дополнительное фокусирование, усиливающееся с ростом  $I$  и  $Q_0$ . Следовательно, варьируя этими двумя параметрами, можно эффективно управлять фокусированием пучка в плазме комбинированного разряда, создаваемого с

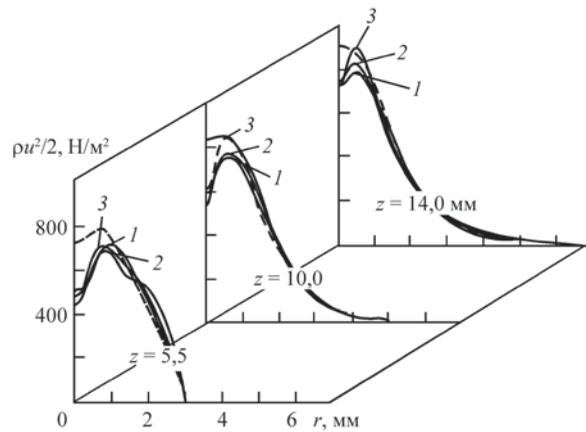


Рис. 3. Пространственные распределения газодинамического давления потока плазмы, генерируемой лазерно-дуговым плазмотроном (режимы и обозначения те же, что и на рис. 2)

помощью лазерно-дугового плазмотрона, что важно при использовании подобных устройств для сварки и резки.

Экспериментальные исследования плазмотрона LPP-22 проводили в Фраунгоферовом институте производственных технологий (Германия) с использованием  $\text{CO}_2$ -лазера RS-5000 и источника питания плазменной дуги Messer Griesheim Uniting GW 30. К фокусирующей системе лазера плазмотрон крепился посредством специального адаптера, позволяющего совмещать ось лазерного пучка с осью плазмотрона. Перемещение обрабатываемой детали относительно плазмотрона осуществляли с помощью программируемого сварочного манипулятора.

Эксперименты проводили в два этапа. Сначала изучали особенности горения комбинированного разряда без подачи присадочного порошка, а затем выполняли лазерно-плазменную наплавку стальных образцов на различных режимах. При проведении всех экспериментов ток дуги варьировался в диапазоне 100...280 А, мощность лазерного пучка — 0...4 кВт. Расстояние  $f$  изменяли в пределах 14...22 мм, а  $d$  (от среза плазмотрона до

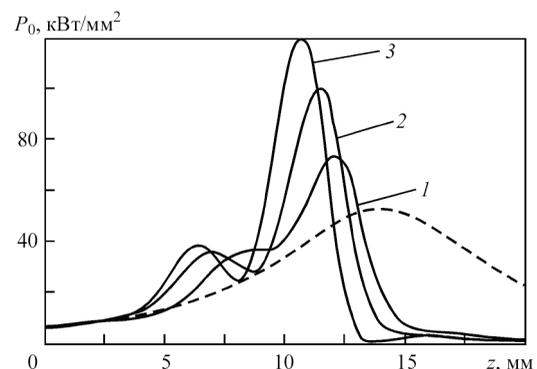


Рис. 4. Распределения интенсивности лазерного излучения вдоль оси комбинированного разряда ( $Q_0 = 3$  кВт,  $d = 12$  мм,  $f = 14$  мм) при токе дуги: 1 — 100; 2 — 200; 3 — 300 А; штриховая кривая — без плазменной дуги

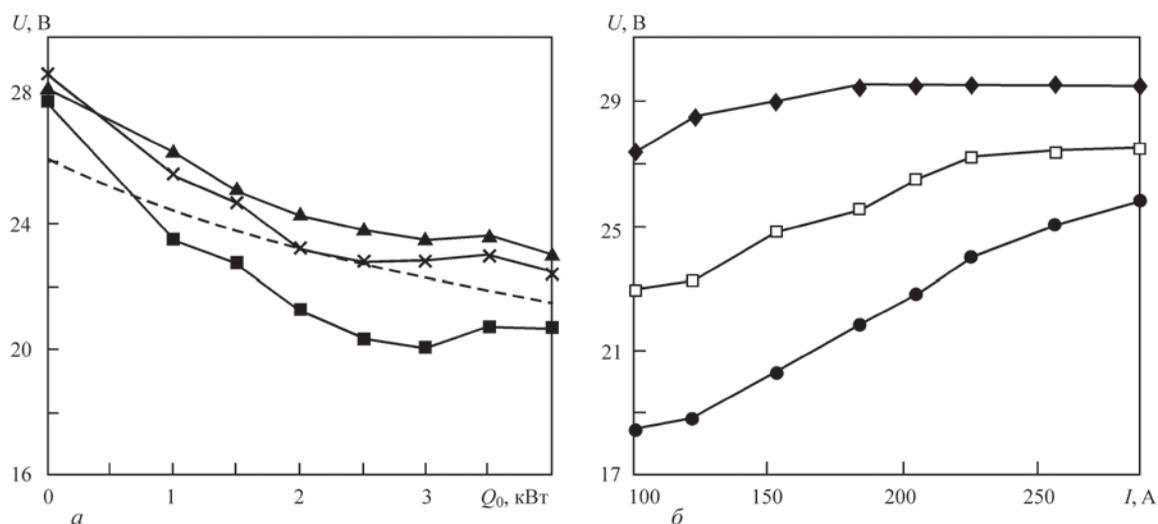


Рис. 5. Зависимость напряжения на разряде в лазерно-дуговом плазмотроне ( $d = 8$  мм,  $f = 16$  мм) от мощности  $Q_0$  (а) и тока  $I$  (б): ■ —  $I_d = 150$ , × — 200, ▲ — 250, А; ♦ —  $Q_0 = 0$ , □ — 1, ● — 3 кВт); штриховая линия — расчетные данные при  $I = 200$  А

поверхности анода-детали) устанавливали равным 4, 8 или 12 мм. Расходы плазмообразующего и транспортирующего газа были постоянными и соответствовали указанным выше значениям.

Проведенные эксперименты показали, что во всем исследуемом диапазоне значений тока дуги и мощности лазерного пучка плазмотрон LPP-22 работал устойчиво, с высокой пространственно-временной стабильностью параметров генерируемой плазмы. Были измерены вольт-амперные характеристики разряда с использованием медного водоохлаждаемого анода при различных значениях  $Q_0$

и  $I$  (рис. 5). Полученные экспериментальные данные подтверждают теоретические результаты [5]: под воздействием лазерного пучка напряжение на дуге уменьшается, причем, как следует из рис. 5, а (сплошные кривые), основное падение происходит при мощности лазера  $Q_0 < 2,5$  кВт. Приведенная там же расчетная зависимость (штриховая кривая) полного напряжения разряда от мощности пучка демонстрирует вполне удовлетворительное ее совпадение с экспериментально наблюдаемыми. Что касается самой плазменной дуги, то под воздействием лазерного излучения она несколько

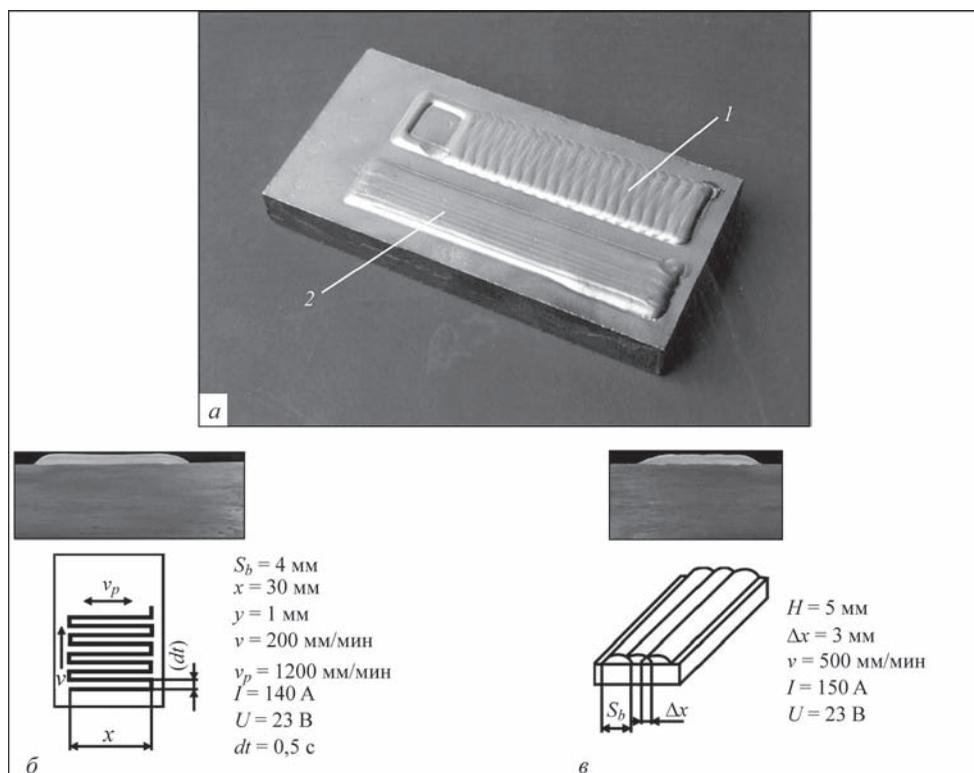


Рис. 6. Внешний вид (а) широкослойных лазерно-плазменных наплавков 1, 2, схемы их выполнения (б — 1, в — 2) с соответствующими режимами и макрошлифами поперечного сечения наплавленных слоев

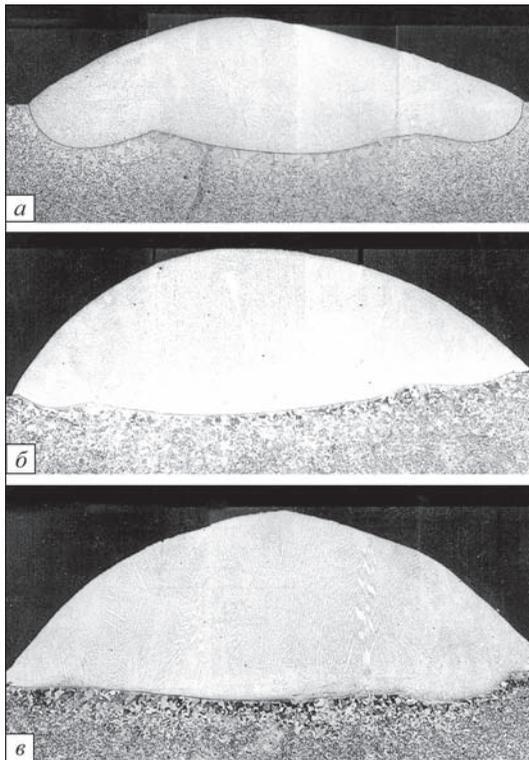


Рис. 7. Макрошлифы поперечного сечения одиночных валиков, наплавленных при различных скоростях: *a* — 12 м/ч ( $\gamma = 40\%$ ); *б* — 18 ( $\gamma = 15\%$ ); *в* — 30 ( $\gamma = 10\%$ );  $I = 200$  А;  $Q_0 = 3$  кВт;  $d = 8$  мм;  $f = 16$  мм

снижается, что можно наблюдать визуально или по возрастающим вольт-амперным характеристикам разряда (рис. 5, б).

Исследование технологических возможностей плазмотрона LPP-22 проводили способом ЛППН плоских образцов из низкоуглеродистой стали толщиной 20 мм. В качестве присадочных материалов использовали порошковые сплавы марок Hastelloy C и Stellite 6 фракции 20...63 мкм. Эти исследования показали, что соосное объединение плазменной дуги с лазерным пучком в лазерно-дуговом плазмотроне дает возможность за счет улучшения пространственной стабильности горения дуги повысить скорость наплавки одиночных валиков в 2...3 раза по сравнению с обычной ППН. Это равносильно увеличению производительности наплавочных работ для таких деталей, как шнеки экструдеров, плоские и дисковые ножи, фрезы и др. Одновременно проплавление  $\gamma$  основного металла при наплавке одиночных валиков было на уровне 5...10%. Такое малое его значение стало возможным за счет указанного выше снижения динамического воздействия потока плазмы на поверхность расплава.

Кроме того, отмеченное выше уменьшение напряжения на дуге в комбинированном процессе снижает опасность двойного дугообразования, что особенно важно при работе на больших токах (более

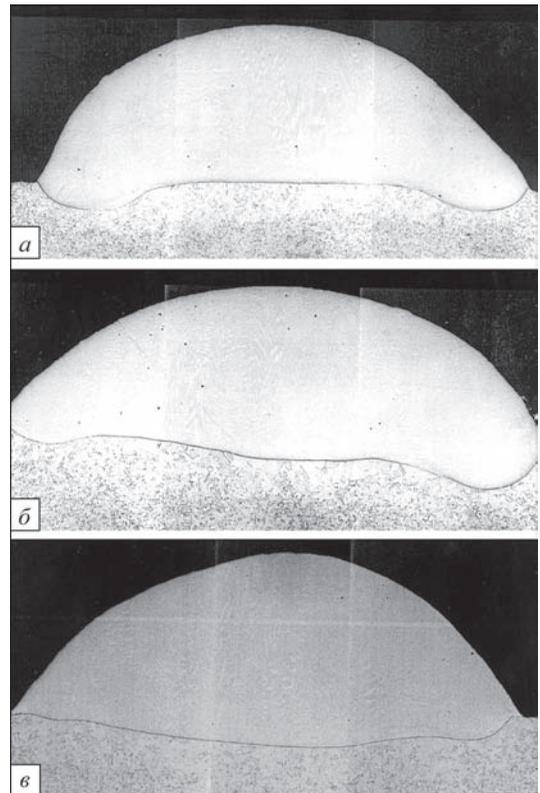


Рис. 8. Макрошлифы поперечного сечения одиночных валиков, наплавленных при различных мощностях лазерного пучка: *a* — 0 кВт ( $\gamma = 5\%$ ); *б* — 1 ( $\gamma = 10\%$ ); *в* — 4 ( $\gamma = 10\%$ );  $I = 200$  А;  $d = 8$  мм;  $f = 16$  мм;  $v = 18$  м/ч

300 А). Это является хорошей предпосылкой для повышения производительности процесса наплавки за счет увеличения тока дуги. К сожалению, реализовать эту возможность в данной серии экспериментов не удалось, поскольку имеющийся источник питания не позволял работать на токах более 300 А.

На рис. 6 представлены два примера ЛППН, выполненной при  $Q_0 = 2$  кВт, полном расходе газа (аргон) 18 л/мин и расходе порошка (Hastelloy C) 2,7 кг/ч. В одном случае наплавку производили с поперечными колебаниями изделия относительно плазмотрона (рис. 6, б), а во втором — продольными валиками с перекрытием (рис. 6, а). В обоих случаях обеспечивалось хорошее формирование наплавленного слоя при минимальном проплавлении основного металла  $\gamma \leq 5\%$ . Такой способ наплавки открывает возможность плакирования больших поверхностей изделий износо- и коррозионностойкими сплавами с высокой производительностью и качеством, например, в производстве биметаллов. Для сравнения отметим, что такая производительность наплавки (2,7 кг/ч) в случае использования только лазерного излучения может быть достигнута при мощности пучка не менее 10 кВт.

В работе исследовали также влияние скорости ЛППН (рис. 7) и мощности лазерного пучка (рис. 8) на формирование одиночных валиков, а также на проплавление  $\gamma$  основного металла. В

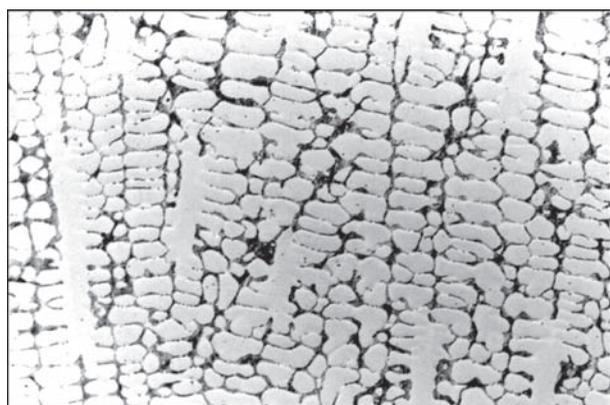


Рис. 9. Микроструктура наплавленного металла (Stellite 6),  $\times 333$

экспериментах при увеличении скорости наплавки сечение валиков старались поддерживать постоянным за счет соответствующего увеличения расхода порошка.

Как следует из внешнего вида валиков и микрошлифов их поперечного сечения, хорошее формирование валиков обеспечивается в широком диапазоне скоростей наплавки (от 10 до 50 м/ч). При этом характер и уровень проплавления основного металла зависит как от суммарной мощности лазерного пучка и плазменной дуги, так и от их соотношения. С увеличением мощности лазерного пучка максимум проплавления основного металла смещается от краев валика к его оси (рис. 8). Структура металла, наплавленного способом ЛППН (рис. 9), аналогична структуре, получаемой при обычной ППН.

Таким образом, совместное использование лазерного пучка и плазменной дуги открывает новые возможности в наплавке, заключающиеся в увеличении скорости, стабильности и воспроизводимости результатов процесса, снижении его себестоимости, а также повышении эффективности использования лазерной энергии. Вместе с тем авторы осознают, что приведенные в данной статье результаты являются предварительными. Для критической реализации комбинированного процесса наплавки требуется проведение дальнейших исследований как с точки зрения оптимизации параметров процесса, так и выбора рациональных областей его применения.

#### Выводы

1. Во всем исследованном диапазоне режимов разработанный лазерно-дуговой плазматрон ра-

ботает устойчиво, с высокой пространственно-временной стабильностью параметров генерируемой плазмы и может служить прототипом для создания новых конструкций таких устройств для различных технологических процессов.

2. Взаимодействие лазерного пучка с плазменной дугой приводит к уменьшению напряжения на дуге, что снижает опасность двойного дугообразования.

3. В комбинированном процессе за счет повышения пространственной стабильности дуги можно повысить скорость наплавки одиночных валиков в 2...3 раза по сравнению с обычной ППН.

4. Проплавление основного металла при оптимальных режимах ЛППН может составлять 5...10 %.

*В заключение авторы благодарят доктора инж. Т. Челикера за участие и помощь в проведении экспериментальных исследований.*

1. Steen W. M. Arc augmented laser processing of materials // J. of Appl. Phys. — 1980. — **51**, № 11. — P. 5636–5641.
2. Diebold T. P., Albright C. E. «Laser GTA» welding of aluminum alloy 5052 // Welding J. — 1984. — **63**, № 6. — P. 18–24.
3. TIG or MIG arc augmented laser welding of thick mild steel plate / J. Matsuda, A. Utsumi, M. Katsumura et al. // Joining and Materials. — 1988. — № 1. — P. 31–34.
4. Walduck R. P., Biffin J. Plasma arc augmented laser welding // Welding and Metal Fabrication. — 1994. — **62**, № 4. — P. 172–176.
5. Laser-arc discharge: theory and applications / V. S. Gvozdetzky, I. V. Krivtsun, M. I. Chizhenko et al. // Welding and Surfacing Rev. — Harwood academic publ., 1995. — 148 p.
6. Tusek J. Sinergic operation of welding arc and laser beam-for practical application or for scientific research only? // Varilna tehnika. — 1996. — **45**, № 2. — P. 39–46.
7. Dilthey U., Lueder F., Wieschemann A. Process-technical investigations on hybrid technology of laser beam-arc welding // Proc. of the 6<sup>th</sup> Intern. conf. on welding and melting by electron and laser beams. — Toulon, France, 1998. — P. 417–424.
8. Патон Б. Е. Совершенствование способов сварки — один из путей повышения качества и экономичности сварных конструкций // Автомат. сварка. — 1995. — № 11. — С. 3–11.
9. Кривцун И. В., Чиженко М. И. Основы расчета лазерно-дуговых плазматронов // Там же. — 1997. — № 1. — С. 16–23.
10. Пат. 5700989 США, МКИ<sup>6</sup> В 23 К 26/00, 10/00. Combined laser and plasma arc welding torch / I. S. Dykhno, I. V. Krivtsun, G. N. Ignatchenko. — Оубл. 23.12.97.
11. Сом А. И. Новые плазматроны для плазменно-порошковой наплавки // Автомат. сварка. — 1999. — № 7. — С. 44–48.
12. Krivtsun I. V., Som A. I. Modeling of the laser-arc plasma torch // Progress in plasma processing of materials: Proc. of the 5<sup>th</sup> Intern. thermal plasma processes conf., St.-Petersburg, Russia, 1998. — New York: Begelhouse, 1998.

## 4.2.2. МОДЕЛЬ ИСПАРЕНИЯ МЕТАЛЛА ПРИ ДУГОВОЙ, ЛАЗЕРНОЙ И ЛАЗЕРНО-ДУГОВОЙ СВАРКЕ\*

И.В. КРИВЦУН

Основными факторами, определяющими проплавление металла при дуговой, лазерной или лазерно-дуговой (комбинированной) сварке, являются тепловое и динамическое воздействие используемого источника тепла на поверхность сварочной ванны. Поэтому знание закономерностей взаимодействия с металлами электрической дуги и лазерного пучка является необходимым условием для научно обоснованного прогнозирования и управления соответствующими сварочными процессами.

При воздействии на металлы высококонцентрированных источников тепла (электрическая дуга, лазерный пучок или их комбинация) возможен нагрев поверхности металла до температур, сравнимых с температурой кипения и выше. Такой нагрев вызывает заметное испарение металла в окружающую среду, в результате чего она становится многокомпонентной, т. е. содержащей, наряду с частицами внешнего газа, частицы металлического пара. До тех пор, пока парциальное давление пара меньше давления внешней среды, атомы металла диффундируют в нее (диффузионный режим испарения), а давление на поверхность металла практически равно внешнему давлению. При дальнейшем увеличении температуры поверхности металла давление пара становится больше внешнего и начинается разлет пара (конвективный режим испарения), сопровождающийся появлением реактивной силы, действующей на поверхность металла. В этом случае давление на сварочную ванну, определяющее динамику движения ее поверхности, а в конечном счете и проплавление металла, может значительно превысить давление внешней среды [1], а уносимая потоком пара энергия сублимации атомов с поверхности металла дает существенный вклад в энергетический баланс этой поверхности [2].

Важным фактором, влияющим на процессы испарения металла при рассматриваемых способах сварки, является то, что внешняя по отношению к металлу среда существенно ионизирована, т. е. содержит как нейтральные частицы (атомы и молекулы газа, атомы металла), так и заряженные (электроны и ионы различных сортов и зарядов).

Физические явления, протекающие в такой многокомпонентной плазме (выделение энергии за счет протекания электрического тока; поглощение и рефракция лазерного пучка; тепло-, массо- и электроперенос между плазмой и металлом), во многом определяют характеристики теплового и динамического воздействия рассматриваемых источников тепла на поверхность сварочной ванны. Исходя из этого целью настоящей работы является детальное теоретическое исследование процессов, протекающих в многокомпонентной приповерхностной плазме при дуговой, лазерной и лазерно-дуговой сварке в защитных газах.

**Модель приповерхностной плазмы.** Для описания процессов в дуговой, лазерной или комбинированной плазме, граничащей с поверхностью металла (рис. 1), будем использовать единый подход [3–5], в рамках которого приповерхностный слой плазмы условно делится на три зоны. Первая зона, непосредственно примыкающая к поверхности, — это слой пространственного заряда. В нем нарушается условие квазинейтральности плазмы и формируется основное падение потенциала между плазмой и металлом. Этот слой предполагается бесстолкновительным, поскольку при давлении, близком к атмосферному, и характерных для рассматриваемых способов сварки значениях температуры электронов  $T_e \cong 1...2$  эВ толщина этого слоя  $\bar{x}$ , соизмеримая с радиусом Дебая  $r_D \leq \leq 10^{-5}$  см\*\*, оказывается существенно меньше характерных длин свободного пробега частиц плазмы  $l \cong 10^{-2}...10^{-4}$  см.

Вторая зона — ионизационная область квазинейтральной плазмы (или предслой), где происходит интенсивная генерация заряженных частиц за счет ионизации плазменными электронами атомов газа, которые десорбируются с поверхности, и испаряющихся атомов металла. Образующиеся здесь ионы под влиянием электрического поля, создаваемого более подвижными электронами, ускоряются по направлению к поверхности металла и рекомбинируют вблизи нее. Таким образом, в пределах ионизационной области плазмы нарушаются условия локального ионизационного

\*Автоматическая сварка. — 2001. — № 3. — С. 3–10.

\*\*Здесь и далее все оценки порядков величин выполнены для аргоновой плазмы атмосферного давления.

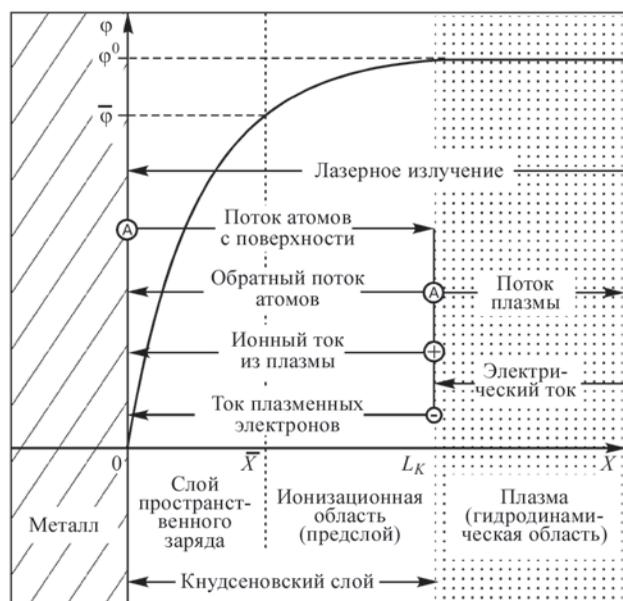


Рис. 1. Структура приповерхностной плазмы, потоки частиц и распределение потенциала в кнудсеновском слое:  $\phi^0$ ,  $\bar{\phi}$  — значения потенциала соответственно на внешней границе кнудсеновского слоя и слоя пространственного заряда; А — атомы; + — ионы; — — электроны

равновесия и, кроме того, происходит заметное изменение потенциала плазмы (рис. 1), которое может быть соизмеримо с падением потенциала в слое пространственного заряда.

На расстоянии от поверхности металла, равном нескольким длинам свободного пробега тяжелых частиц, проходит граница кнудсеновского слоя толщиной  $L_k$ , за пределами которого начинается третья зона — гидродинамическая область плазмы, где устанавливается локальное термодинамическое равновесие как по поступательным, так и по внутренним степеням свободы частиц. Поскольку для рассматриваемых условий толщина кнудсеновского слоя  $L_k \leq 10^{-2}$  см оказывается значительно меньше характерных поперечных размеров зоны контакта плазмы с поверхностью металла и радиуса кривизны этой поверхности  $a \cong 10^{-1}$  см, кнудсеновский слой, а тем более предслой и слой пространственного заряда, можно в дальнейшем считать плоскими и квазиодномерными. Последнее означает, что пространственным изменением характеристик плазмы вдоль границы слоев можно пренебречь по сравнению с их изменением поперек каждого слоя.

В рамках такого подхода приповерхностная плазма фактически состоит из двух основных областей — неравновесной ( $x < L_k$ ) и гидродинамической ( $x > L_k$ ), для которой первая область является поверхностью разрыва. Следует отметить, что ввиду малости величины  $L_k$  по сравнению с характерными размерами гидродинамической об-

ласти плазмы достаточно хорошим приближением при описании гидродинамических процессов является условное совмещение внешней границы кнудсеновского слоя с поверхностью металла. Параметры плазмы на этой границе (концентрации и температуры частиц, скорость и давление плазмы), играющие роль граничных условий для нахождения значений указанных величин в гидродинамической области, могут быть вычислены, если известны функции распределения плазменных частиц по скоростям. В общем случае для их определения необходимо решать сложную систему кинетических уравнений относительно функций распределения частиц всех сортов с учетом взаимодействия заряженных частиц с электрическим полем в предслое и в слое пространственного заряда, а также неупругих процессов в ионизационной области (ионизация, рекомбинация, перезарядка и др.). Точное решение такой задачи в настоящее время отсутствует, поэтому предлагается использовать приближенный подход, основанный на введении определенных допущений относительно вида функции распределения на границах слоев и получении балансных соотношений для потоков частиц, потоков их импульса и энергии. Подобный подход применялся ранее для описания кнудсеновского слоя, который образуется вблизи поверхности металла, испаряющегося под воздействием мощного лазерного излучения в вакуум [6] и в газ с противодавлением [1], а также при испарении металла в плазму в катодном пятне вакуумной электрической дуги [7, 8].

Прежде чем реализовать предлагаемый подход, рассмотрим более детально процессы, протекающие в кнудсеновском слое, который формируется вблизи поверхности металла при его испарении в плазму внешнего газа атмосферного давления. Предположим, что между плазмой и этим металлом протекает электрический ток (при дуговой или комбинированной сварке), причем в дальнейшем будет рассматриваться только тот случай, когда металл является анодом дуги. Что касается лазерной сварки, то в этом случае электрический ток между плазмой и поверхностью будет полагаться равным нулю.

**Токперенос и распределение потенциала в кнудсеновском слое.** Допустим, что плазма на внешней границе кнудсеновского слоя характеризуется следующими параметрами:  $n_e^0$  — концентрация электронов;  $n_{\alpha 0}^0$  — концентрация атомов;  $n_{\alpha Z}^0$  — концентрация ионов ( $\alpha = g$  — для частиц внешнего газа;  $\alpha = m$  — для частиц металла;  $Z$  — зарядовое число);  $Ze$  — заряд иона;  $e$  — элемен-

тарный заряд;  $T_e$  — температура электронов;  $T$  — температура тяжелых частиц, предполагаемая одинаковой для всех сортов атомов и ионов, но отличной от  $T_e$  (двухтемпературная модель плазмы);  $m_e$  — масса электрона;  $M_\alpha$  — массы тяжелых частиц (атомов и ионов) газа и металла;  $j$  — нормальная к поверхности металла компонента плотности электрического тока в приповерхностной плазме. Как уже было отмечено, при давлении внешнего газа, близком к атмосферному, кнудсеновский слой может считаться тонким и квазиодномерным. Посему значения величин  $n_e^0$ ,  $n_{\alpha 0}^0$ ,  $n_{\alpha Z}^0$ ,  $T_e$ ,  $T$  и  $j$  можно рассматривать как локальные параметры, соответствующие определенной точке поверхности металла, характеризующейся локальным значением температуры его поверхности  $T_{ms}$ .

Будем считать, что перенос тока в кнудсеновском слое осуществляется только электронами и ионами, поступающими из плазмы (предполагается, что все ионы, попавшие на поверхность металла, рекомбинируют там и возвращаются в плазму в виде атомов; отсутствуют потоки электронов, отраженных от поверхности и эмитируемых металлом). Тогда суммарная плотность электрического тока  $j$ , текущего из плазмы на поверхность (в случае лазерной плазмы  $j = 0$ ), может быть представлена в виде

$$j = j_e - j_i, \quad (1)$$

где  $j_e$  — плотность электронного тока на поверхность металла;

$$j_i = \sum_{\alpha; Z \geq 1} j_{\alpha Z}$$

— суммарная плотность ионного тока (для ионов всех сортов и зарядов), причем в качестве направления тока в плазме принято направление движения электронов.

Численные оценки показывают, что для рассматриваемых условий характерные длины свободного пробега электронов  $l_{ea} \cong 10^{-2}$  см соизмеримы с  $L_K$ , поэтому электронную компоненту плазмы в пределах кнудсеновского слоя с достаточной степенью точности можно считать бесстолкновительной, а температуру электронов постоянной по толщине этого слоя. Кроме того, поскольку потенциал плазмы оказывается, как правило, выше потенциала поверхности металла, что выполняется вплоть до значений  $j \cong 10^5$  А/см<sup>2</sup>, движение электронов тормозится электрическим полем, а ионов — ускоряется по направлению к поверхности. В этом случае распределение концентрации электронов в кнудсеновском слое может быть принято в виде бoльцмановского распределения:

$$n_e(x) = n_e^0 \exp \left\{ -\frac{e[\varphi^0 - \varphi(x)]}{k_B T_e} \right\}, \quad (2)$$

где  $\varphi^0$  — потенциал плазмы относительно поверхности металла ( $\varphi^0 > 0$ );  $\varphi(x)$  — распределение потенциала в этом слое (см. рис. 1);  $k_B$  — постоянная Больцмана. Тогда плотность тока электронов, достигающих поверхности, может быть определена с помощью соотношения

$$j_e = \frac{1}{4} e n_e^0 v_{T_e} \exp \left( -\frac{e\varphi^0}{k_B T_e} \right), \quad (3)$$

где  $v_{T_e} = \sqrt{\frac{8k_B T_e}{\pi m_e}}$  — тепловая скорость электронов на внешней границе слоя.

Для вычисления значения ионных токов, текущих на поверхность металла, необходимо рассмотреть процессы в ионизационной области, где происходит интенсивная генерация ионов и их ускорение к поверхности. Для этого используем подход, предложенный в работах [9, 10]. Он основывается на предположении, что длина свободного пробега ионов относительно кулоновских столкновений между собой  $l_{ii}$  — значительно меньше соответствующей длины для упругих столкновений ионов с атомами  $l_{ia}$  и длины свободного пробега атомов по отношению к актам ионизации  $l_{ion}$ . Характерные значения указанных величин для рассматриваемых условий следующие:  $l_{ii} \cong 10^{-5}$  см;  $l_{ia} \cong 10^{-2}$  см;  $l_{ion} \cong 10^{-2}$  см. В данном случае можно считать, что ионы в предслое плазмы интенсивно максвеллизуются и приобретают общую скорость направленного движения  $V_i(x)$ , для определения которой можно использовать уравнение движения «ионной жидкости» как целого:

$$\sum_{\alpha; Z \geq 1} M_\alpha n_{\alpha Z} V_i \frac{dV_i}{dx} + \frac{dp_i}{dx} + \sum_{\alpha; Z \geq 1} Z e n_{\alpha Z} \frac{d\varphi}{dx} = 0, \quad (4)$$

где  $p_i(x) = \sum_{\alpha; Z \geq 1} n_{\alpha Z}(x) k_B T$  — полное ионное давление (температура тяжелых компонент полагается постоянной по толщине предслоя). Поскольку предполагается, что все ионные компоненты ускоряются как целое, то, учитывая квазинейтральность плазмы в ионизационной области и используя зависимость  $n_e(x)$ , определяемую формулой (2) в явном виде, решение этого уравнения можно записать следующим образом:

$$V_i^2(x) = \frac{\sum_{\alpha; Z \geq 1} 2 \left( Z + \frac{T}{T_e} \right) e n_{\alpha Z}^0}{\sum_{\alpha; Z \geq 1} M_{\alpha} n_{\alpha Z}^0} [\varphi^0 - \varphi(x)], \quad (5)$$

где начальная скорость ионов на внешней границе предслоя полагается пренебрежимо малой.

Для нахождения концентраций заряженных частиц на границе слоя пространственного заряда используем уравнения непрерывности для каждой ионной компоненты. Умножив эти уравнения на соответствующее значение  $Z$ , просуммировав по всем сортам и зарядам ионов с учетом условия квазинейтральности плазмы в ионизационной области, получим

$$\frac{d(n_e V_i)}{dx} = \sum_{\alpha; Z \geq 1} Z \dot{n}_{\alpha Z} \neq 0, \quad (6)$$

где  $\dot{n}_{\alpha Z}$  — скорость изменения концентраций соответствующих ионов, связанная с неупругими процессами. Без решения этого уравнения можно сразу определить концентрацию заряженных частиц на границе предслоя и слоя пространственного заряда. Выбрав в качестве этой границы такое значение  $\bar{x}^*$ , при котором нарушается условие квазинейтральности плазмы, т.е.  $\left. \frac{dn_e}{dx} \right|_{x=\bar{x}} = \infty$  [11], с помощью (6) находим

$$\bar{n}_e = n_e^0 \exp\left(-\frac{1}{2}\right); \quad \bar{n}_{\alpha Z} = n_{\alpha Z}^0 \exp\left(-\frac{1}{2}\right), \quad (7)$$

$\alpha = m, g; \quad Z \geq 1$

и согласно (2)

$$\bar{\varphi} = \varphi^0 - \frac{1}{2} \frac{k_B T_e}{e}. \quad (8)$$

Подставив (8) в (5), получим выражение, определяющее скорость ионов на границе слоя пространственного заряда

$$\bar{V}_i = \sqrt{k_B T_e \frac{\sum_{\alpha; Z \geq 1} \left( Z + \frac{T}{T_e} \right) n_{\alpha Z}^0}{\sum_{\alpha; Z \geq 1} M_{\alpha} n_{\alpha Z}^0}}. \quad (9)$$

Используя (7), запишем плотности ионных токов на поверхности металла в следующем виде:

$$j_{\alpha Z} = Z e n_{\alpha Z}^0 \exp\left(-\frac{1}{2}\right) \bar{V}_i, \quad \alpha = m, g; \quad Z \geq 1. \quad (10)$$

Определив электронную и ионные составляющие электрического тока, текущего из плазмы на поверхность, можно найти потенциал плазмы относительно металла. Подставляя (3) и (10) в уравнение (1), получим

$$\varphi^0 = -\frac{k_B T_e}{e} \ln \left[ \frac{e n_e^0 v_{Te}}{4 \left[ j + \sum_{\alpha; Z \geq 1} Z e n_{\alpha Z}^0 \exp\left(-\frac{1}{2}\right) \bar{V}_i \right]} \right]. \quad (11)$$

Особо следует отметить, что скорость ионов на границе предслоя, определяемая выражением (9), должна удовлетворять критерию образования слоя пространственного заряда (критерий Бома [12]). Для нахождения указанного критерия в случае многокомпонентной плазмы используем подход, описанный в [11]. Полагаем, что все ионы «холодные» и имеют общую скорость движения  $\bar{V}_i$  по направлению к поверхности металла. С учетом того, что электроны имеют больцмановское распределение и отсутствуют потоки заряженных частиц с поверхности металла, уравнение Пуассона для бесстолкновительного слоя пространственного заряда можно записать следующим образом:

$$\frac{d^2 \varphi}{dx^2} = 4\pi e \left\{ \bar{n}_e \exp\left[-\frac{e(\bar{\varphi} - \varphi)}{k_B T_e}\right] - \sum_{\alpha; Z \geq 1} \frac{Z \bar{n}_{\alpha Z}}{\sqrt{1 + \frac{2Ze(\bar{\varphi} - \varphi)}{M_{\alpha} \bar{V}_i^2}}} \right\}. \quad (12)$$

Условие существования решения этого уравнения при  $x \leq \bar{x}$  можно найти, умножив его на  $d\varphi/dx$ , проинтегрировав от  $\bar{x}$  до  $x$  и полагая (см. [11])

$$\left. \frac{d\varphi}{dx} \right|_{x=\bar{x}} \approx 0.$$

Разложив полученное решение в ряд вблизи точки  $x = \bar{x}$  ( $\varphi \approx \bar{\varphi}$ ) и используя условие квазинейтральности плазмы на границе слоев, находим выражение, обобщающее критерий Бома для случая немагнитной плазмы, содержащей ионы разных масс и зарядов:

$$\bar{V}_i \geq \sqrt{k_B T_e \sum_{\alpha; Z \geq 1} \frac{Z^2 \bar{n}_{\alpha Z}}{\bar{n}_e M_{\alpha}}}, \quad (13)$$

что согласуется с (9).

Наконец, решение уравнения Пуассона (12) для слоя пространственного заряда позволяет вычислить напряженность электрического поля на поверхности металла

$$E_s = -\left. \frac{d\varphi}{dx} \right|_{x=0}.$$

Это необходимо для определения тока эмиссии и оценки его вклада в токоперенос между плазмой и металлом. Полагая в первом интеграле этого уравнения  $x = 0$  ( $\varphi = 0$ ), можно показать, что в рассматриваемых условиях  $E_s \leq 10^6$  В/см и характерные значения плотности тока термоавтоэлектронной эмиссии, например для железа, при  $T_{ms} = 3000$  К не превышают  $10$  А/см<sup>2</sup> (для сравнения,  $j_i \cong 10^3$  А/см<sup>2</sup>). Таким образом, пренебрегая током эмиссии при записи выражения (1), имеем достаточно хорошее приближение.

**Испарение металла в плазму с противодействием.** Рассмотрим испарение металла в плазму окружающего газа, имеющего давление  $p^0$ . При попадании в плазму часть испарившихся атомов ионизируется. В результате при давлении ионизированного пара меньше  $p^0$  приповерхностная плазма содержит наряду с электронами, атомами и ионами внешнего газа (газ в дальнейшем предполагается атомарным) атомы и ионы металла, т.е. является двухкомпонентной. При увеличении давления пара выше  $p^0$  он начинает оттеснять плазму внешнего газа и формируется поток ионизированного металлического пара (однокомпонентной плазмы) с поверхности металла.

В обоих случаях для нахождения характеристик плазмы на внешней границе кнудсеновского слоя будем использовать общий подход, аналогичный приведенному в [1], с учетом того, что внешняя по отношению к металлу среда ионизирована [7, 8] и может быть одно- или двухкомпонентной. Суть предлагаемого подхода заключается в следующем. При переходе через кнудсеновский слой должны сохраняться потоки тяжелых частиц (атомов и ионов) отдельно для газовой и металлической компонент плазмы (предполагается, что внешний газ является инертным и не вступает в химические реакции с атомами металла), а также потоки их импульса и суммарный поток энергии поступательного движения всех тяжелых частиц. Поскольку тяжелые компоненты плазмы в гидродинамической области могут иметь неравные скорости (например, при диффузионном режиме испарения), но, как предполагается, — одинаковую температуру, балансные соотношения для потока импульса записываются отдельно для каждой компоненты, а для потока энергии — суммарно. Кроме того, при записи этих соотношений необходимо учитывать соответствующие вклады в потоки импульса и энергии ионов от электрического поля в объеме кнудсеновского слоя. Все получаемые балансные соотношения следует рассматривать как локально-одномерные по аналогии с обычными газодинамическими разрывами [13].

Следуя [1], зададим функции распределения тяжелых частиц по скоростям на границах кнудсеновского слоя в явном виде. Учитывая то, что на внешней границе слоя устанавливается равновесие по поступательным степеням свободы тяжелых частиц, соответствующие функции распределения при  $x = L_k$  могут быть заданы в виде локально-максвелловских распределений:

$$f_{mz}(\vec{v}) = n_{mz}^0 \left( \frac{M_m}{2\pi k_B T} \right)^{3/2} \times \exp \left\{ -\frac{M_m}{2k_B T} [(v_x - u)^2 + v_{\parallel}^2] \right\}, \quad Z \geq 0; \quad (14)$$

$$f_{gz}(\vec{v}) = n_{gz}^0 \left( \frac{M_g}{2\pi k_B T} \right)^{3/2} \times \exp \left\{ -\frac{M_g}{2k_B T} [v_x^2 + v_{\parallel}^2] \right\}, \quad Z \geq 0, \quad (15)$$

где  $u$  — средняя скорость частиц металла ( $u \geq 0$ );  $v_{\parallel}^2 = v_y^2 + v_z^2$ . При записи (15) учитывается, что средняя скорость тяжелых частиц газа равна нулю, т.е. потоки атомов и ионов газа на поверхность металла компенсируются потоком атомов газа, испускаемых этой поверхностью, поскольку предполагается, что частицы газа не проникают в глубь металла и не накапливаются на его поверхности.

В качестве второй границы для получения балансных соотношений вместо поверхности металла можно выбрать внешнюю границу слоя пространственного заряда, являющегося в рассматриваемых условиях тонким ( $\bar{x} \ll L_k$ ) и бесстолкновительным. Такой выбор обусловлен тем, что на этой границе уже определены концентрация и скорости ионов, а функции распределения атомов можно считать неизменными в пределах слоя пространственного заряда. Тогда для атомов металла при  $x = \bar{x}$  можно принять [1]

$$f_{m0}(\vec{v}) = \begin{cases} n_{ms} \left( \frac{M_m}{2\pi k_B T_{ms}} \right)^{3/2} \times \exp \left\{ -\frac{M_m}{2k_B T_{ms}} [v_x^2 + v_{\parallel}^2] \right\}, & v_x > 0; \\ \beta_{m0} n_{m0}^0 \left( \frac{M_m}{2\pi k_B T} \right)^{3/2} \times \exp \left\{ -\frac{M_m}{2k_B T} [(v_x - u)^2 + v_{\parallel}^2] \right\}, & v_x < 0. \end{cases} \quad (16)$$

Здесь  $\beta_{m0}$  — коэффициент пропорциональности, фактически определяющий, какая часть испарившихся атомов возвращается на поверхность металла;  $n_{ms}$  — концентрация атомов насыщенного пара вблизи поверхности металла [6], соответствующая данному локальному значению температуры этой поверхности  $T_{ms}$ :

$$n_{ms} = \left( \frac{2\pi M_m v_0^{*2}}{k_B T_{ms}} \right)^{3/2} \exp \left( -\frac{\lambda_v}{k_B T_{ms}} - 1 \right), \quad (17)$$

где  $v_0^*$  — эффективная дебаевская частота колебаний атомов в металле;  $\lambda_v$  — работа выхода атома из расплава. Что касается той части функции распределения, которая описывает поведение ато-

мов металла, возвращающихся на поверхность ( $v_x < 0$ ), то она, согласно [1], предполагается пропорциональной функции распределения атомов на внешней границе кнудсеновского слоя (14).

Учитывая принятое допущение, что все ионы металла, приходящие на его поверхность рекомбинируют вблизи нее, поглощаются поверхностью и испускаются только в виде атомов, для ионов металла при  $x = \bar{x}$  можно записать

$$f_{mZ}(\vec{v}) = \begin{cases} 0, & v_x > 0; \\ \beta_{mi} n_{mZ}^0 \left( \frac{M_m}{2\pi k_B T} \right)^{3/2} \times \\ \times \exp \left\{ -\frac{M_m}{2k_B T} [(v_x - u_{mi})^2 + v_{\parallel}^2] \right\}, & v_x < 0; Z \geq 1. \end{cases} \quad (18)$$

Здесь коэффициент  $\beta_{mi}$  учитывает изменение концентрации ионов металла на границе слоя пространственного заряда по сравнению с их концентрацией на внешней границе кнудсеновского слоя, а введение параметра  $u_{mi} \neq u$  ( $u_{mi} < 0$ ) позволяет учесть скорость ионов, возвращающихся на поверхность металла, которую они приобретают в предслое плазмы.

По аналогии с (16), (18) для тяжелых частиц газа при  $x = \bar{x}$  можно записать

$$f_{g0}(\vec{v}) = \begin{cases} n_{gs} \left( \frac{M_g}{2\pi k_B T_{ms}} \right)^{3/2} \times \\ \times \exp \left\{ -\frac{M_g}{2k_B T_{ms}} [v_x^2 + v_{\parallel}^2] \right\}, & v_x > 0; \\ \beta_{g0} n_{g0}^0 \left( \frac{M_g}{2\pi k_B T} \right)^{3/2} \times \\ \times \exp \left\{ -\frac{M_g}{2k_B T} [v_x^2 + v_{\parallel}^2] \right\}, & v_x < 0 \end{cases} \quad (19)$$

и

$$f_{gZ}(\vec{v}) = \begin{cases} 0, & v_x > 0; \\ \beta_{gi} n_{gZ}^0 \left( \frac{M_g}{2\pi k_B T} \right)^{3/2} \times \\ \times \exp \left\{ -\frac{M_g}{2k_B T} [(v_x - u_{gi})^2 + v_{\parallel}^2] \right\}, & v_x < 0; Z \geq 1, \end{cases} \quad (20)$$

где параметры функций распределения тяжелых частиц газа  $\beta_{g0}$ ,  $\beta_{gi}$  и  $u_{gi}$  имеют тот же смысл, что и для частиц металла.

Для определения параметров функций распределения ионов  $\beta_{ai}$  и  $u_{ai}$  ( $\alpha = m, g$ ) поступим следующим образом. С помощью (18), (20) вычислим концентрацию ионов всех сортов, а также и их

скорости, предполагающиеся равными, на внешней границе слоя пространственного заряда:

$$\begin{aligned} \bar{n}_{\alpha Z} &= \int f_{\alpha Z}(\vec{v}) d\vec{v}; \\ \bar{V}_i &= \frac{1}{\bar{n}_{\alpha Z}} \int v_x f_{\alpha Z}(\vec{v}) d\vec{v}, \end{aligned} \quad (21)$$

$$\alpha = m, g; Z \geq 1.$$

Приравняв полученные результаты соответственно к выражениям (7) и (9), получим

$$\begin{aligned} \beta_{ai} &= \frac{2 \exp\left(-\frac{1}{2}\right)}{1 - \Phi(\gamma_{ai})}; w_{ai} \equiv \bar{V}_i \left( \frac{2\pi M_{\alpha}}{k_B T} \right)^{1/2} = \\ &= \frac{2 \{ \exp(-\gamma_{ai}^2) - \gamma_{ai} \sqrt{\pi} [1 - \Phi(\gamma_{ai})] \}}{1 - \Phi(\gamma_{ai})}, \end{aligned} \quad (22)$$

$$\alpha = m, g,$$

где

$$\gamma_{ai} = -\left( \frac{M_{\alpha} u_{ai}^2}{2k_B T} \right), \quad \alpha = m, g, \quad (23)$$

$w_{ai}$  — безразмерные скорости ионов, возвращающихся на поверхность металла;  $\Phi(x) = 2 / \sqrt{\pi} \int_0^x \exp(-\xi^2) d\xi$  — интеграл вероятности.

Для сравнения отметим, что в работах [7, 8] вычисляемая на внутренней границе кнудсеновского слоя скорость ионов металла приравнивалась к  $u_{mi}$ , что по сути не справедливо для полумаксвелловских функций распределения типа (18).

Если задать функцию распределения тяжелых частиц на границах ионизационной области в явном виде, то легко получить искомые балансные соотношения, приравняв результаты вычисления соответствующих потоков при  $x = L_k$  и  $x = \bar{x}$ . При этом потоки импульса и энергии при  $x = \bar{x}$  должны вычисляться с учетом притока импульса и энергии ионов со стороны электрического поля в объеме этой области. Тогда, учитывая (22), (23) и вводя обозначение безразмерной скорости пара на границе кнудсеновского слоя

$$\gamma_m = \left( \frac{M_m u^2}{2k_B T} \right)^{1/2} \quad (24)$$

(здесь  $u$  — скорость металлического пара на внешней границе кнудсеновского слоя), искомые балансные соотношения можно записать следующим образом:

для потоков частиц

$$\begin{aligned} n_{ms} T_{ms}^{1/2} &= \left( n_{m0}^0 [2\gamma_m \sqrt{\pi} + \beta_{m0} \{ \exp(-\gamma_m^2) - \right. \\ &\quad \left. - \gamma_m \sqrt{\pi} [1 - \Phi(\gamma_m)] \}] + \right. \\ &\quad \left. + \sum_{Z \geq 1} n_{mZ}^0 \left[ 2\gamma_m \sqrt{\pi} + \exp\left(-\frac{1}{2}\right) w_{mi} \right] \right) T^{1/2}; \end{aligned} \quad (25)$$

$$n_{gs} T_{gs}^{1/2} = \left( n_{g0}^0 \beta_{g0} + \sum_{Z \geq 1} n_{gZ}^0 \exp\left(-\frac{1}{2}\right) w_{gi} \right) T^{1/2}; \quad (26)$$

для потоков импульса

$$n_{ms} T_{ms} = (n_{m0}^0 [2(1+2\gamma_m^2) + \beta_{m0} \times \\ \times \left\{ \frac{2\gamma_m}{\sqrt{\pi}} \exp(-\gamma_m^2) - (1+2\gamma_m^2)[1 - \Phi(\gamma_m)] \right\}] + \\ + \sum_{Z \geq 1} n_{mZ}^0 2 \left[ (1+2\gamma_m^2) - \exp\left(-\frac{1}{2}\right) \left( 1 - \frac{w_{mi}^2}{2\pi} - \frac{\gamma_{mi} w_{mi}}{\sqrt{\pi}} \right) \right]) T; \quad (27)$$

$$n_{gs} T_{ms} = (n_{g0}^0 (2 - \beta_{g0}) + \sum_{Z \geq 1} n_{gZ}^0 2 \left[ 1 - \exp\left(-\frac{1}{2}\right) \times \left( 1 - \frac{w_{gi}^2}{2\pi} - \frac{\gamma_{gi} w_{gi}}{\sqrt{\pi}} \right) \right]) T; \quad (28)$$

для потока энергии

$$\left( \frac{n_{ms}}{\sqrt{M_m}} + \frac{n_{gs}}{\sqrt{M_g}} \right) T_{ms}^{3/2} = \left( \frac{n_{m0}^0}{\sqrt{M_m}} \left[ \gamma_m \left( \frac{5}{2} + \gamma_m^2 \right) \sqrt{\pi} + \right. \right. \\ \left. \left. + \beta_{m0} \left\{ \left( 1 + \frac{\gamma_m^2}{2} \right) \exp(-\gamma_m^2) - \frac{\gamma_m}{2} \left( \frac{5}{2} + \gamma_m^2 \right) \times \right. \right. \right. \\ \left. \left. \times \sqrt{\pi} [1 - \Phi(\gamma_m)] \right\} \right] + \sum_{Z \geq 1} \frac{n_{mZ}^0}{\sqrt{M_m}} \times \\ \times \left[ \gamma_m \left( \frac{5}{2} + \gamma_m^2 \right) \sqrt{\pi} + \exp\left(-\frac{1}{2}\right) \left\{ \left( 1 - \frac{w_{mi}^2}{8\pi} + \frac{\gamma_{mi}^2}{2} \right) w_{mi} - \right. \right. \\ \left. \left. - \frac{\gamma_{mi} \sqrt{\pi}}{2} \right\} \right] + \frac{n_{g0}^0}{\sqrt{M_g}} \beta_{g0} + \sum_{Z \geq 1} \frac{n_{gZ}^0}{\sqrt{M_g}} \exp\left(-\frac{1}{2}\right) \times \\ \times \left[ \left( 1 - \frac{w_{gi}^2}{8\pi} + \frac{\gamma_{gi}^2}{2} \right) w_{gi} - \frac{\gamma_{gi} \sqrt{\pi}}{2} \right] \right) T^{3/2}. \quad (29)$$

Таким образом, для определения  $n_{m0}^0$ ,  $n_{gs}$ ,  $\beta_{m0}$ ,  $\beta_{g0}$  и  $T$  имеем систему пяти уравнений (25)–(29). Остальные параметры  $n_{\alpha 0}^0$  ( $\alpha = m, g$ ), входящие в эту систему уравнений, находятся из условий ионизационного равновесия в гидродинамической области плазмы, концентрация атомов насыщенного пара  $n_{ms}$  определяется выражением (17), а температура поверхности металла  $T_{ms}$  и безразмерная скорость пара на границе кнудсеновского слоя  $\gamma_m$  являются внешними параметрами.

Как уже отмечалось выше, в том случае, когда давление ионизированного пара превышает внешнее давление

$$n_e^0 k_B T_e + \sum_{Z \geq 1} n_{mZ}^0 k_B T > p^0$$

реализуется конвективный режим испарения и приповерхностная плазма становится однокомпонентной. При этом система балансных соотношений упрощается и сводится к трем уравнениям (25), (27) и (29) при  $n_{gs} = n_{gZ}^0 = 0$  ( $Z \geq 0$ ) относительно неизвестных  $n_{m0}^0$ ,  $\beta_{m0}$  и  $T$ .

При отсутствии ионизации ( $n_{\alpha Z}^0 = 0$ ,  $\alpha = m, g$ ;  $Z \geq 1$ ) полная система уравнений (25)–(29) обоб-

щает результаты [1], полученные для случая быстрого поверхностного испарения металла в газ с противодействием (конвективный режим) и для диффузионного испарения, когда внешняя среда является многокомпонентной. При конвективном режиме испарения во внешний газ без ионизации ( $n_{m0}^0 k_B T > p^0$ ) данная система имеет известное аналитическое решение [1], а при диффузионном режиме ( $n_{m0}^0 k_B T \leq p^0$ ), полагая скорость диффузии атомов пара во внешний газ пренебрежимо малой ( $\gamma_m \approx 0$ ), это решение можно приближенно представить в виде

$$n_{m0}^0 = n_{ms}; \quad n_{gs} = n_{g0}^0 = \frac{p^0}{k_B T} - n_{m0}^0; \\ \beta_{m0} = \beta_{g0} = 1, \quad T = T_{ms}. \quad (30)$$

Указанные решения могут быть использованы, например, для расчета потока массы  $Q_M$  и потока энергии  $Q_E$  с поверхности расплава, а также давления  $P$  на эту поверхность при лазерной обработке металлов без образования приповерхностной плазмы. Вычислив соответствующие потоки, находим [2]

$$Q_M = M_m n_{m0}^0 M_s; \\ Q_E = \frac{5}{2} n_{m0}^0 k_B M_s \left( 1 + \frac{1}{3} M^2 \right) + \frac{\lambda_v}{M_m} Q_M, \\ P = n_{m0}^0 k_B T \left( 1 + \frac{5}{3} M^2 \right) + n_{g0}^0 k_B T, \quad (31)$$

где  $M \equiv u/s$  — число Маха для потока пара на внешней границе кнудсеновского слоя;  $s = \sqrt{5k_B T / 3M_m}$  — местная скорость звука (пар предполагается одноатомным идеальным газом). Из соотношений (30) и (31) следует, что при диффузионном режиме испарения ( $M \approx 0$ ) результирующие потоки массы и энергии практически равны нулю, а давление на поверхность расплава равно внешнему давлению (т. е. пар при таких условиях можно считать насыщенным).

Проведенный анализ кнудсеновского слоя плазмы не позволяет вычислить значение  $M$  для потока пара на внешней границе слоя. Иными словами, скорость разлета пара может быть задана произвольно без нарушения законов сохранения массы, импульса и энергии при переходе через кнудсеновский слон. Этот результат не является неожиданным, поскольку то же самое справедливо и в отношении условий Ренкина–Гюгонио для ударных волн [13]. Значения величины  $u$  (или  $M$ ) определяются состоянием течения плазмы в гидродинамической области, а также требованием, чтобы кнудсеновский слой оставался присоединенным к поверхности металла [1].

**Процессы ионизации и состав плазмы за пределами кнудсеновского слоя.** Для замыкания полученной выше системы балансных соотношений необходимо определить концентрацию всех заряженных частиц на внешней границе кнудсеновского слоя. Поскольку предполагается, что плазма в гидродинамической области является квазинейтральной и ионизационно-равновесной, состав такой многокомпонентной плазмы можно определить используя следующую систему уравнений:

уравнения Саха с учетом неидеальности плазмы [14]

$$\frac{n_e^0 n_{\alpha Z+1}^0}{n_{\alpha Z}^0} = \left( \frac{2\pi m_e k_B T_e}{h^2} \right)^{3/2} \frac{2\theta_{\alpha Z+1}}{\theta_{\alpha Z}} \times \exp \left[ -\frac{e(U_{\alpha Z} - \Delta U_Z)}{k_B T_e} \right], \quad \alpha = m, g; \quad Z \geq 0 \quad (32)$$

(здесь  $h$  — постоянная Планка;  $\theta_{\alpha Z}$  — статистические суммы для тяжелых частиц сорта  $\alpha Z$ ;  $U_{\alpha Z}$  — их потенциалы ионизации для перехода частиц сорта  $\alpha$  из зарядового состояния  $Z$  в состояние  $Z + 1$ ;  $\Delta U_Z = e(Z + 1)/r_D$  — снижения соответствующих потенциалов ионизации, обусловленные взаимодействием заряженных частиц в плазме); радиус Дебая

$$r_D = \left[ \frac{k_B T_e}{\sum_{\alpha; Z \geq 1} n_{\alpha Z}^0 (Ze)^2} \right]^{1/2};$$

условие квазинейтральности плазмы

$$n_e^0 = \sum_{\alpha; Z \geq 1} n_{\alpha Z}^0 Z, \quad \alpha = m, g; \quad (33)$$

закон парциального давления, определяющий полное газостатическое давление плазмы (с учетом электронного давления) на внешней границе кнудсеновского слоя

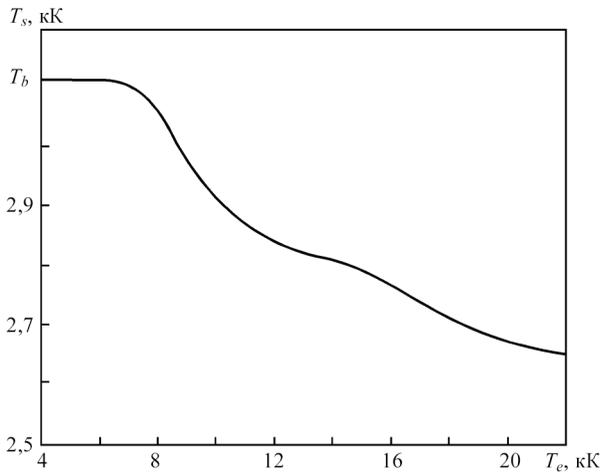


Рис. 2. Зависимость температуры поверхности железа  $T_s$ , при которой давление ионизированного пара равно атмосферному, от температуры электронов  $T_e$  плазмы

$$p = n_e^0 k_B T_e + \sum_{Z \geq 0} n_{mZ}^0 k_B T + \sum_{Z \geq 0} n_{gZ}^0 k_B T, \quad (34)$$

где

$$p = \begin{cases} p^0, n_e^0 k_B T_e + \sum_{Z \geq 0} n_{mZ}^0 k_B T \leq p^0; \\ n_e^0 k_B T_e + \sum_{Z \geq 0} n_{mZ}^0 k_B T, n_e^0 k_B T_e + \sum_{Z \geq 0} n_{mZ}^0 k_B T > p^0, \end{cases} \quad (35)$$

а снижением давления вследствие неидеальности плазмы пренебрегается.

Уравнения (32)–(35) замыкают систему уравнений для описания кнудсеновского слоя, возникающего вблизи поверхности металла при его испарении в плазму внешнего газа, и содержат дополнительный внешний параметр  $T_e$  — температуру электронов. Таким образом, полное рассмотрение кнудсеновского слоя можно произвести, задав всего три внешних параметра ( $T_{ms}$ ,  $u$  и  $T_e$ ), для определения которых необходимо использовать уравнение теплопроводности в объеме металла, уравнение движения плазмы в гидродинамической области и уравнение баланса энергии для плазменных электронов. Здесь следует отметить, что в рамках рассматриваемой модели приповерхностной плазмы плотность тока  $j$ , протекающего из плазмы на поверхность металла, не является независимым внешним параметром, определяющим процесс испарения, поскольку величина  $j$  не входит в явном виде ни в балансные соотношения, ни в уравнения для определения ионизационного состава плазмы.

Проанализируем приведенные выше соотношения для нахождения давления плазмы, определяющего ее движение в гидродинамической области. Как следует из (35), давление на внешней границе кнудсеновского слоя остается постоянным ( $p = p^0$ ) до тех пор, пока температура поверхности металла такова, что соответствующее значение парциального давления ионизированного пара меньше или равно значению внешнего давления, и начинает возрастать (при прочих равных условиях) с увеличением  $T_{ms}$ . Рост давления сопровождается разлетом пара и соответствующим увеличением давления на поверхность расплава, определяющего динамику ее движения в процессе воздействия лазерного пучка, электрической дуги или их комбинации. Роль граничной температуры поверхности, при которой начинается разлет пара во внешнюю среду атмосферного давления в отсутствие ионизации, играет температура кипения металла  $T_b$ , при которой давление насыщенного пара равно атмосферному. Влияние электронного давления, определяемого концентрацией и температурой электронов, на указанную граничную температуру можно проиллюстрировать с помощью гра-

фика, приведенного на рис. 2. На этом графике показана зависимость температуры поверхности железа, при которой

$$n_e^0 k_B T_e + \sum_{Z \geq 0} n_{mZ}^0 k_B T_{ms} = p^0 = 1 \cdot 10^5 \text{ Па},$$

от температуры электронов плазмы, рассчитанная на основе упрощенных соотношений (30) с дальнейшим учетом ионизации (32) и квазинейтральности плазмы (33). Как следует из рис. 2, температура поверхности металла, выше которой давление на его поверхность начинает превышать атмосферное, при наличии ионизации оказывается существенно меньше  $T_b$ . При этом одновременно с ростом  $T_e$  наблюдается уменьшение температуры поверхности металла. Таким образом, например, при нагреве металлов лазерным излучением небольшой мощности (не приводящим к образованию собственной лазерной плазмы) использование внешнего ионизатора, которым является электрическая дуга, позволяет существенно снизить пороговую температуру поверхности для перехода от теплопроводностного режима проплавления металла к более эффективному режиму глубокого проплавления. Наряду с дополнительным дуговым нагревом поверхности металла дугой это является одной из основных причин повышения эффективности лазерно-дуговой сварки по сравнению с лазерной сваркой при использовании лазеров малой и средней мощности.

### Выводы

1. Получена общая система уравнений для описания многокомпонентной плазмы, формирующейся вблизи испаряющейся поверхности металла при дуговой, лазерной или комбинированной сварке в защитных газах.

2. Данная система уравнений позволяет определить состав многокомпонентной приповерхностной плазмы, температуру тяжелых частиц, значения электронных и ионных токов, текущих из плазмы на поверхность, а также распределение потенциала в кнудсеновском слое в зависимости от локальных значений температуры поверхности металла и температуры электронной компоненты плазмы, скорости разлета пара и плотности тока на внешней границе кнудсеновского слоя.

3. Полученные уравнения составляют основу для расчета характеристик теплового и динамического воздействия дуговой, лазерной или комбинированной плазмы на поверхность сварочной ванны при соответствующих способах сварки в защитных газах.

*Автор выражает благодарность к.ф.-м.н. Ю. Л. Васенину за участие в обсуждении публикуемого материала.*

1. Knight Ch. J. Theoretical modeling of rapid surface vaporisation with back pressure // AIAA J. — 1979. — **17**, № 5. — P. 519–523.
2. Воздействие лазерного излучения на материалы / Р. В. Арутюнян, В. Ю. Баранов, Л. А. Большов и др. — М.: Наука, 1989. — 367 с.
3. Бейлис И. И., Любимов Г. А., Раховский В. И. Диффузионная модель прикатодной области сильноточного дугового разряда // Докл. АН СССР. — 1972. — **203**, № 1. — С. 71–74.
4. Приэлектродные процессы в дуговых разрядах / М. Ф. Жуков, Н. П. Козлов, А. В. Пустогаров и др. — Новосибирск: Наука, 1982. — 157 с.
5. Анодные процессы в сильноточном дуговом разряде / Г. А. Дюжев, В. А. Немчинский, С. М. Школьник и др. // Химия плазмы. — 1983. — № 10. — С. 169–209.
6. Действие излучения большой мощности на металлы / С. И. Амисимов, Я. А. Имас, Г. С. Ходыко и др. — М. Наука, 1970. — 272 с.
7. Бейлис И. И. К теории эрозийных процессов катодной области дугового разряда // Докл. АН СССР. — 1982. — **262**, № 6. — С. 1356–1361.
8. Бейлис И. И. Течение прикатодной плазмы дуги в кнудсеновском слое // Теплофизика высоких температур. — 1986. — **24**, № 3. — С. 437–444.
9. Зондовые измерения в низкотемпературной плотной плазме при высоких степенях ионизации Ф. Г. Бакшт, Г. А. Дюжев, Н. К. Митрофанов и др. // Журн. техн. физики. — 1973. — **43**, № 12. — С. 2574–2583.
10. Жаринов А. В., Саночкин Ю. В. Динамика тяжелых частиц вблизи отрицательно заряженной стенки в плотной полностью ионизированной плазме // Физика плазмы. — 1983. — **9**, № 2. — С. 397–400.
11. Чен Ф. Электрические зонды // Диагностика плазмы / Под ред. Р. Хаддлстоуна, С. Леонарда. — М.: Мир, 1967. — С. 94–164.
12. Bohm D. The characteristics of electrical discharges in magnetic fields / Ed. A. Guthrie, R. R. Wakerling. — New York: McGraw-Hill, 1949. — 77 p.
13. Ландау Л. Д., Лифшиц Е. М. Гидродинамика. — М.: Наука, 1986. — 736 с.
14. Грановский В. Л. Электрический ток в газе. Установившийся ток. — М. Наука, 1971 — 543 с.

### 4.2.3. ОСОБЕННОСТИ ПРОПЛАВЛЕНИЯ МЕТАЛЛА ПРИ ЛАЗЕРНО-ДУГОВОЙ СВАРКЕ С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ ИАГ-ЛАЗЕРА\*

И.В. КРИВЦУН

Наряду с традиционными способами сварки и обработки металлов с использованием дугового, лазерного или электронно-лучевого нагрева все большее развитие получают комбинированные технологические процессы, реализуемые путем совместного использования двух различных источников тепла, например лазерного пучка и электрической дуги [1, 2]. Одной из основных причин появления комбинированных процессов было стремление объединить преимущества и преодолеть недостатки, присущие известным дуговым и лучевым технологиям в отдельности. Первые исследования лазерно-дуговых способов сварки, резки и обработки поверхности показали, что они характеризуются рядом особенностей, которые нельзя объяснить простой суперпозицией свойств используемых источников тепла, взятых в отдельности [3–5]. Так, например, установлено, что при комбинированном лазерно-дуговом воздействии на металлы увеличивается эффективность использования как лазерной, так и дуговой энергии, улучшается пространственная стабилизация пятна дуги на поверхности изделия, а также повышается степень контрагирования анодной области дугового разряда.

Вопросам экспериментального исследования особенностей лазерно-дуговой сварки с использованием CO<sub>2</sub>-лазеров посвящена обширная литература (см., например обзор [6]). В то же время решение такого важного вопроса, как определение особенностей теплового воздействия на изделие электрической дуги и лазерного пучка, объединяемых в комбинированном процессе, невозможно без детального теоретического анализа. Необходимость данного анализа, а также наметившаяся в последнее время тенденция к замене мощных технологических CO<sub>2</sub>-лазеров более простыми и малогабаритными твердотельными ИАГ-лазерами меньшей мощности и обусловили цель настоящей работы — экспериментальное и теоретическое исследование теплопроводностного режима проплавления металла при сварке комбинированным лазерно-дуговым источником тепла (пучок излучения твердотельного лазера и аргоновая дуга с неплавящимся электродом).

В экспериментах использовали сфокусированное излучение импульсно-периодического ИАГ-лазера мощностью  $Q < 400$  Вт [7] (радиус пятна фокусирования  $r_F = 0,7$  мм) и аргоновую дугу постоянного тока ( $I = 60 \dots 100$  А) с вольфрамовым катодом, расположенным под углом 45° к поверхности металла впереди лазерного пучка по ходу сварки. Расстояния от конца электрода до поверхности образца и до оси лазерного пучка были одинаковыми, равными 2 мм, толщина образцов  $\delta = 1 \dots 4$  мм, материал — нержавеющая сталь 10X18H10T. В результате экспериментов установлено, что площадь поперечного сечения наплавленных швов, полученных комбинированным способом, значительно превосходит сумму соответствующих площадей для швов, выполненных отдельно лазерным и дуговым способами (при тех же значениях тока дуги, мощности лазерного пучка и скорости сварки). Причем возрастание площади происходит в основном за счет увеличения глубины проплавления (рис. 1).

Кроме того, оказалось (рис. 2), что экспериментальная форма шва при лазерно-дуговой сварке не соответствует профилю изотермы плавления металла, рассчитываемой по формуле для квазистационарного температурного поля в плоском слое толщиной  $\delta$  от двух независимых сооснающихся движущихся источников тепла (лазерный и дуговой источники предполагаются нормально-круговыми с параметрами  $q_l, r_l, q_a, r_a$  и поверхностными, поскольку рассматривается теплопроводностный режим проплавления). В декартовой системе координат ( $x, y, z$ ) с осью  $x$ , направленной по ходу движения источников, эта формула имеет вид [8]

$$T = T_0 + \frac{1}{2\pi\lambda\sqrt{\pi a}} \int_0^\infty \sum_{n=-\infty}^\infty \exp\left[-\frac{(z-2n\delta)^2}{4a\omega^2}\right] \times \\ \times \left\{ \frac{q_l}{(\omega^2 + r_l^2 / 4a)} \exp\left[-\frac{(x + v\omega^2)^2 + y^2}{4a\omega^2 + r_l^2}\right] + \right. \\ \left. + \frac{q_a}{(\omega^2 + r_a^2 / 4a)} \exp\left[-\frac{(x + v\omega^2)^2 + y^2}{4a\omega^2 + r_a^2}\right] \right\} d\omega, \quad (1)$$

где  $T_0$  — исходная температура металла (температура окружающей среды);  $\lambda, a$  — коэффициент

\*Автоматическая сварка. — 2001. — № 12. — С. 33–36.

соответственно тепло- и температуропроводности металла;  $q_p$ ,  $q_a$  — эффективная мощность соответственно лазерного и дугового источников тепла;  $r_p$ ,  $r_a$  — характерные размеры соответствующих источников, определяемые как расстояние от оси, на котором тепловой поток падает в  $e$  раз;  $v$  — скорость сварки. При расчете изотермы плавления в случае, когда источники являются независимыми (рис. 2, штриховая кривая), использовали следующие значения величин, входящих в формулу (1):  $T_0 = 20$  °С;  $\lambda = 0,218$  Вт/(см·К);  $a = 0,048$  см<sup>2</sup>/с для стали 10X18Н10Т [9];  $v = 12$  м/ч. Эффективную мощность лазерного источника тепла вычисляли по формуле

$$q_l = \Gamma Q, \quad (2)$$

где  $\Gamma$  — коэффициент поглощения поверхностью металла лазерного излучения с длиной волны 1,06 мкм, характерной для ИАГ-лазеров (в случае нержавеющей стали  $\Gamma \sim 0,6$  [10]), а эффективную мощность дугового источника определяли из графика зависимости мощности, вкладываемой в изделие при аргонодуговой сварке, от тока дуги ( $q_a \approx 300$  Вт при  $I = 75$  А [11]). Характерный размер лазерного источника тепла  $r_l$  выбирался равным  $r_p/2$ , а дугового источника  $r_a$  определялся из условия наилучшего совпадения расчетной изотермы плавления (при  $q_l = 0$  и выбранных значениях  $q_a$ ,  $v$ ) с экспериментальным профилем шва для аргонодуговой сварки (рис. 1, б), что дает  $r_a = 1,58$  мм.

Для объяснения эффекта нарушения аддитивности теплового воздействия лазерного и дугового источников тепла при комбинированной сварке с использованием ИАГ-лазера была предложена следующая модель. Поскольку плазма столба аргоновой дуги при атмосферном давлении практически прозрачна для излучения с длиной волны 1,06 мкм [6], единственным механизмом взаимодействия лазерного пучка и электрической дуги в данном случае является изменение характера протекания анодных процессов за счет дополнительного лазерного нагрева поверхности изделия (анода). Обычная аргоновая дуга при токах более 100 А горит с анодным пятном [12], образование которого связано с интенсивным испарением металла с поверхности анода, и контрагирует в это пятно [13, 14]. В описанных выше экспериментах по лазерно-дуговой сварке использовали дугу при меньших токах, которая в отсутствие лазерного нагрева металла не вызывает его испарения (что подтверждают расчеты по формуле (1) при  $q_l = 0$ ) и соответственно образования анодного пятна. Дополнительное тепловложение за счет такого концентрированного источника тепла, каким яв-

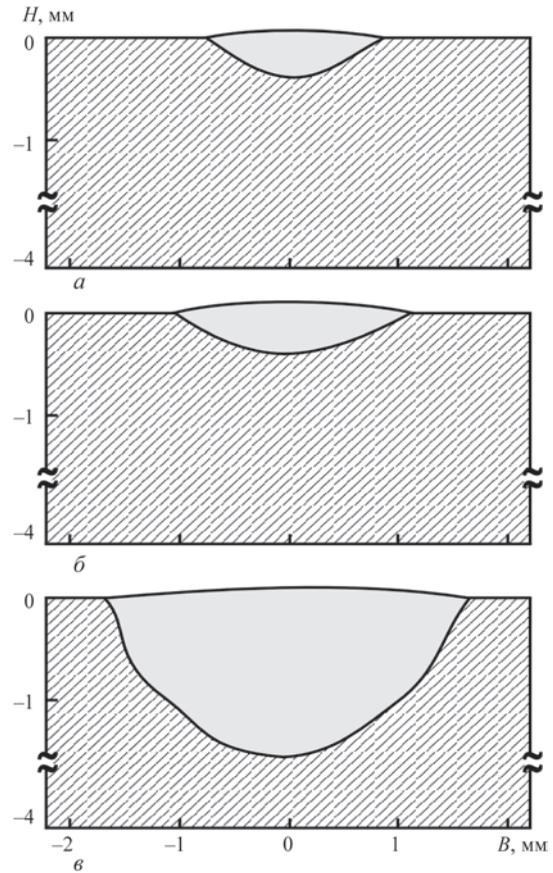


Рис. 1. Профили наплавочных швов, полученных в экспериментах по лазерной (а), аргонодуговой (б) и лазерно-дуговой (е) сварке стали 10X18Н10Т толщиной 4 мм;  $I = 75$  А;  $v = 12$  м/ч;  $Q = 285$  Вт;  $r_p = 0,7$  мм. Здесь и на рис. 2–5  $H$ ,  $B$  — соответственно глубина и ширина проплавления

ляется лазерный пучок, приводит к образованию зоны кипения на поверхности образца, в результате чего дуга начинает гореть в парах металла, имеющих более низкий потенциал ионизации, чем аргон ( $U_{Fe} = 7,9$  эВ;  $U_{Ar} = 15,8$  эВ). При этом ток дуги стремится сосредоточиться в пределах указанной зоны, что приводит к увеличению плотности мощности, вводимой электрической дугой в изделие при лазерно-дуговой сварке. Таким образом, для более точной количественной оценки результатов комбинированного теплового воздействия на сва-

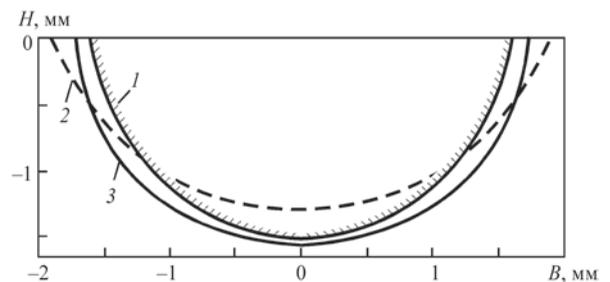


Рис. 2. Экспериментальный профиль шва (1) при лазерно-дуговой сварке нержавеющей стали толщиной 4 мм и расчетная форма изотермы плавления металла при независимых источниках тепла (2) и учете контрагирования дуги в комбинированном процессе (3)

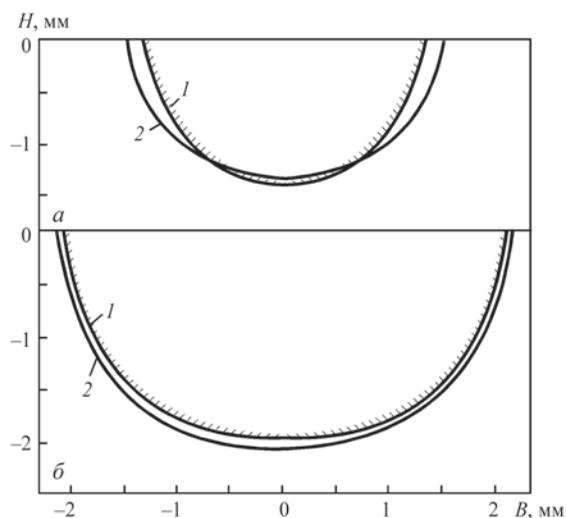


Рис. 3. Профили швов, полученных в экспериментах (1) при лазерно-дуговой сварке нержавеющей стали при токе дуги 60 (а) и 100 А (б), и соответствующие расчетные изотермы плавления металла с учетом контрагирования дуги (2)

риваемый металл в теплопроводном режиме проплавления можно использовать формулу (1), принимая радиус пятна дугового нагрева  $R_a$  (для нормально-кругового источника  $r_a \approx R_a/2$ ) равным усредненному радиусу  $r_b$  установившейся зоны кипения металла и полагая в первом приближении, что эффективная мощность дугового источника тепла остается неизменной.

Рассчитанный в рамках такой модели (с учетом контрагирования дуги в комбинированном процессе) профиль изотермы плавления металла показан

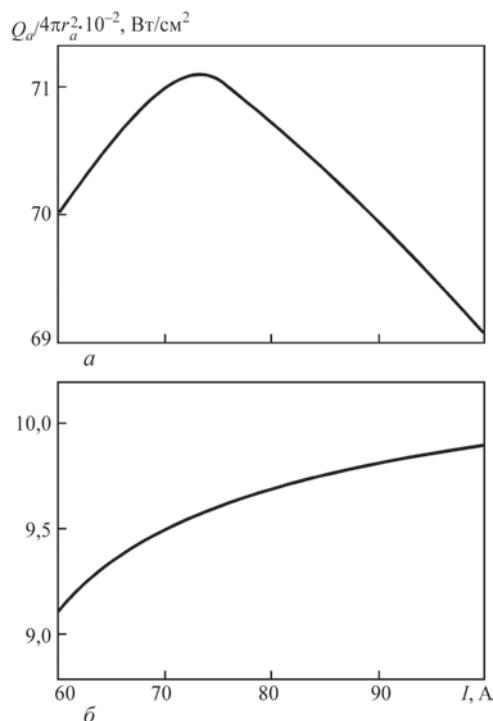


Рис. 4. Расчетная зависимость плотности мощности, вводимой дугой в изделие при лазерно-дуговой (а) и аргодуговой (б) сварке стали 10X18H10T, от тока дуги

на рис. 2 сплошной кривой (все значения величин, входящих в формулу (1), выбраны теми же, за исключением  $r_a$ , которое в данном случае становится равным 0,58 мм). Результаты подобных расчетов для лазерно-дуговой сварки нержавеющей стали толщиной 4 мм при той же скорости сварки и других значениях тока дуги представлены на рис. 3. Как следует из сравнения приведенных расчетных кривых с профилями швов, полученных для соответствующих режимов сварки экспериментально, зафиксировано достаточно хорошее (особенно при больших токах дуги) соответствие расчетных и экспериментальных данных. Это свидетельствует о правомерности использования предложенной математической модели для количественной оценки теплового воздействия на металл комбинированного лазерно-дугового источника тепла.

На основе разработанной модели проплавления металла при лазерно-дуговой сварке с использованием ИАГ-лазера было проведено численное исследование особенностей теплового воздействия на свариваемое изделие лазерного пучка и электрической дуги, объединяемых в комбинированном процессе. Установлено, что плотность мощности, вводимой дугой в металл при лазерно-дуговой сварке, почти в семь раз превосходит соответствующую плотность мощности при аргодуговой сварке (рис. 4). Кроме того, изменяется и сам характер зависимости плотности мощности от тока дуги (рис. 4). Если при аргодуговой

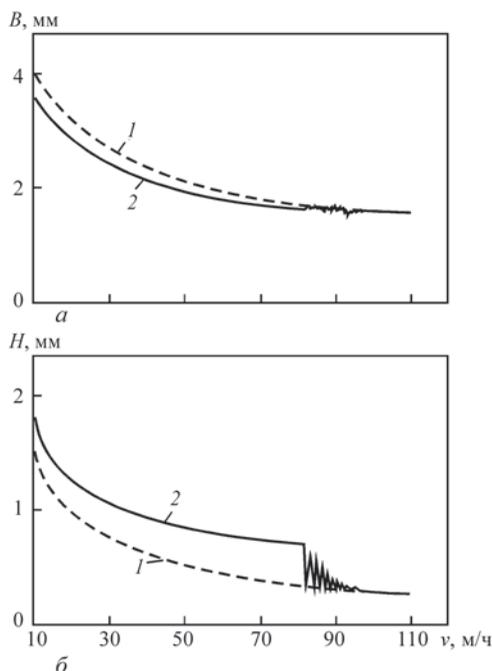


Рис. 5. Расчетные зависимости максимальной ширины шва (а) и глубины проплавления (б) при лазерно-дуговой сварке нержавеющей стали от скорости сварки при независимых источниках тепла (1) и учете контрагирования дуги в комбинированном процессе (2)

сварке в исследуемом диапазоне токов плотность мощности дуги монотонно возрастает с ростом  $I$  [11], то при комбинированной сварке с использованием лазерного пучка мощностью 285 Вт она имеет максимум при  $I \approx 70$  А. Этот факт необходимо принимать во внимание при реализации конкретного комбинированного процесса, выбирая при заданных значениях мощности лазерного излучения и скорости сварки ток дуги таким образом, чтобы плотность мощности, вводимой дугой в свариваемый металл, была максимальной.

Приведенные на рис. 5 расчетные зависимости максимальной ширины шва  $B$  и глубины проплавления  $H$  показывают, что существует определенный диапазон скоростей комбинированной сварки, в котором эффект контрагирования анодной области дуги за счет лазерного испарения металла проявляется наиболее заметно. При лазерно-дуговой сварке нержавеющей стали толщиной 4 мм с использованием аргоновой дуги при токе 75 А и пучка излучения ИАГ-лазера мощностью 285 Вт ( $r_F = 0,7$  мм) этот диапазон охватывает скорости до 82 м/ч. При скоростях сварки выше указанного значения начинаются пульсации глубины проплавления, связанные с неустойчивым существованием пятна испарения на поверхности металла, которое полностью исчезает при скорости 97 м/ч. При дальнейшем увеличении скорости сварки лазерный пучок и электрическая дуга начинают действовать как два независимых источника тепла (рис. 5).

Контрагирование анодной области дуги и ее стабилизация в зоне лазерного испарения металла при лазерно-дуговой сварке позволяют существенно повысить скорость комбинированной сварки по сравнению со скоростью сварки обычной дугой, эффективная мощность которой равна сумме эффективных мощностей лазерного и дугового источников тепла. Например, максимальная скорость лазерно-дуговой сварки с полным проплавлением пластин из нержавеющей стали толщиной 1 мм при  $Q = 285$  Вт и  $I = 60$  А согласно расчетам составляет 90 м/ч (в экспериментах максимальное значение скорости сварки с полным проплавлением  $v_{\max} \approx 60$  м/ч было ограничено возможностями устройства для перемещения образца), что почти в четыре раза превосходит максимальную скорость аргонодуговой сварки  $v_{\max} = 23$  м/ч, достигаемую при  $I = 90$  А. Следует отметить, что при выбранных параметрах лазерного и дугового источников тепла выполняется соотношение  $q_a(I = 90 \text{ А}) \approx q_a(I = 60 \text{ А}) + q_l(Q = 285 \text{ Вт})$ .

Таким образом, предложенная математическая модель тепловых процессов при лазерно-дуговой сварке с использованием ИАГ-лазера и аргоновой дуги, несмотря на простоту, позволяет с достаточно хорошей точностью рассчитывать профили проплавления при комбинированном воздействии на изделие лазерного пучка и электрической дуги с учетом их взаимодействия на поверхности металла. Это дает возможность использовать расчетные данные, получаемые с помощью данной модели, для выбора параметров режима конкретного лазерно-дугового процесса сварки.

*В заключение автор выражает благодарность А. И. Бушме за помощь в проведении расчетов.*

1. Tusek J. Sincrgic operation of welding arc and laser beam — for practical application or for scientific research only? // Varilna tehnika. — 1996. — 45, № 2. — S. 39–46.
2. Dilthey U., Wiesliemann A. Prospects by combining and coupling laser beam and arc welding processes // Riv. Ital. Said. — 2000. — № 6. — S. 749–759.
3. Steen W. M. Arc augmented laser processing of materials // J. Appl. Phys. — 1980. — 51, № 11. — P. 5636–5641.
4. Diebold T. P., Albright C. E. «Laser-GTA» welding of aluminum alloy 5052 // Welding J. — 1984. — 63, № 6. — P. 18–24.
5. TIG or MIG arc augmented laser welding of thick mild steel plate / J. Matsuda, A. Utsumi et al. // Joining and Materials. — 1988. — N 1. — P. 31–34.
6. Laser-arc discharge: theory and applications / V. S. Gvozdetsky, I. V. Krivtsov, M. I. Chizhenko et al. — London: Harwood acad. publ., 1995. — 148 p. — (Welding and Surfacing Reviews).
7. Технологический лазер на иттриево-алюминиевом гранате мощностью 400 Вт / X. С. Багдасаров, В. В. Дьяченко, Е. А. Федоров и др. // Автомат. сварка. — 1990. — № 2. — С. 73–75.
8. Рыкалин Н. Н. Расчеты тепловых процессов при сварке. — М.: Машгиз, 1951. — 296 с.
9. Материалы в машиностроении: Справочник. Т. 1. Конструкционные стали / Под ред. И. В. Кудрявцева. — М.: Машиностроение, 1968. — 446 с.
10. Дьюли У. Лазерная технология и анализ материалов. — М.: Мир, 1986. — 504 с.
11. Шоек П. А. Исследование баланса энергии на аноде сильноточных дуг, горящих в атмосфере аргона // Современные проблемы теплообмена. — М., Л.: Энергия, 1966. — С. 110–139.
12. Финкельбург В., Меккер Г. Электрические дуги и термическая плазма. — М.: Изд-во иностр. лит., 1961. — 370 с.
13. Анодные процессы в сильноточном дуговом разряде / Г. А. Дюжев, В. А. Немчинский, С. М. Школьник и др. // Химия плазмы. — 1983. — № 10. — С. 169–209.
14. Кимблин С. У. Эрозия электродов и ионизационные процессы в приэлектродных областях вакуумных дуг и дуг при атмосферном давлении // Экспериментальные исследования плазмотронов / Под ред. М. Ф. Жукова. — Новосибирск: Наука, 1977. — С. 226–253.

#### 4.2.4. СРАВНИТЕЛЬНЫЙ АНАЛИЗ ЛАЗЕРНОГО, ПЛАЗМЕННОГО И КОМБИНИРОВАННОГО СПОСОБОВ НАГРЕВА МЕЛКОДИСПЕРСНЫХ КЕРАМИЧЕСКИХ ЧАСТИЦ\*

А.И. БУШМА, А.Т. ЗЕЛЬНИЧЕНКО, И.В. КРИВЦУН

Наряду с известными технологиями газотермического нанесения покрытий, например такими, как плазменное напыление [1], в последнее время все большее развитие получают процессы лазерного напыления, основывающиеся на введении частиц порошка в лазерный пучок, их нагреве (плавлении) и осаждении на поверхности основного материала [2]. Принципиальное отличие этих технологических процессов состоит в использовании различных механизмов нагрева мелкодисперсных материалов. В одном случае нагрев напыляемых частиц осуществляется потоком горячего газа или плазмы (поверхностный источник тепла), а в другом — поглощением частицами лазерного излучения. Следует отметить, что при нагреве металлических частиц излучением  $\text{CO}_2$ -лазера выделение тепла сосредоточено в очень тонком приповерхностном слое их материала [3], т. е. источник тепла также может считаться поверхностным. Картина существенно меняется в случае лазерного нагрева мелкодисперсных диэлектрических, например керамических частиц. В отличие от металлов большинство керамических материалов достаточно прозрачны для излучения  $\text{CO}_2$ -лазера с длиной волны  $\lambda = 10,6$  мкм и при  $d/\lambda \cong 1$  (где  $d$  — размер частицы) поглощают его энергию во всем объеме частицы [4]. В этом случае источник тепла является объемным, причем в некоторых случаях сосредоточенным вблизи центра частицы [3, 4].

Таким образом, способы плазменного и лазерного напыления мелкодисперсных керамических материалов могут существенно отличаться не только по интегральным характеристикам источника тепла, определяющим скорость нагрева частиц, но и, что особенно важно, по распределенным характеристикам тепловыделения в напыляемых частицах. Поскольку керамические материалы обладают относительно низкой теплопроводностью, температурные поля в керамических частицах могут быть достаточно неоднородными по сечению частицы и существенно зависеть от способа ее нагрева. Исходя из изложенного выше целью

данной работы является исследование особенностей лазерного, плазменного и комбинированного (лазерно-плазменного) нагрева мелкодисперсных керамических частиц.

Исследуем указанные особенности на примере сферических частиц  $\text{Al}_2\text{O}_3$  и  $\text{SiO}_2$ , полагая, что радиус частицы соизмерим с длиной волны лазерного излучения. Поскольку неравномерность нагрева таких частиц может приводить к существенной неоднородности распределения оптических и теплофизических свойств материала частицы, зависящих от температуры, в дальнейшем будем считать частицы радиально-неоднородными.

При определении распределенных и интегральных характеристик поглощения лазерного излучения рассматриваемыми частицами можно использовать подход, предложенный в работе [4]. Пусть на частицу радиусом  $a$  в направлении оси  $Oz$  сферической системы координат  $(r, \varphi, \vartheta)$  с началом в центре частицы падает плоская электромагнитная волна. Поглощаемая в единицу времени в единице объема частицы электромагнитная энергия может определяться с помощью известного соотношения [5]

$$D = -\text{div } \mathbf{S},$$

где  $\mathbf{S}(r, \varphi, \vartheta)$  — среднее по времени (за период колебания поля волны) значение вектора Пойнтинга электромагнитного поля, возбуждаемого в частице падающим излучением. Предполагая, что частица вращается вокруг собственной оси, перпендикулярной оси  $Oz$ , и считая исходное лазерное излучение неполяризованным, вместо  $D(r, \varphi, \vartheta)$  можно ввести усредненную по углам мощность, выделяющуюся в единице объема материала частицы:

$$D(r) = -\frac{1}{4\pi} \int_0^{2\pi} d\varphi \int_0^\pi \sin \vartheta \frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial r} [r^2 S_r(r, \varphi, \vartheta)] d\vartheta.$$

Если период полного оборота частицы значительно меньше характерного времени изменения ее температуры, то тепловое поле частицы можно считать сферически симметричным, а неоднород-

\* Автоматическая сварка. — 2004. — № 5. — С. 14–17.

ность ее диэлектрической проницаемости — существенной только в радиальном направлении.

Для нахождения полей, возбуждаемых электромагнитной волной в радиально-неоднородной сферической частице, имеющей комплексную диэлектрическую проницаемость  $\varepsilon(r)$ , и определения явного вида величины  $D(r)$  воспользуемся методом слоистой аппроксимации [6]. Условно разделим частицу на  $N$  сферических слоев и положим, что диэлектрическая проницаемость ее материала  $\varepsilon$  постоянна в пределах каждого слоя:

$$\varepsilon(r) = \varepsilon_l \equiv \varepsilon'_l + i\varepsilon''_l, \quad a_{l-1} < r \leq a_l \quad (l=1, 2, \dots, N),$$

где  $\varepsilon'_l, \varepsilon''_l$  — соответственно действительная и мнимая часть диэлектрической проницаемости;  $a_l$  и  $a_{l-1}$  — внешний и внутренний радиусы  $l$ -го слоя ( $a_0 = 0, a_N = a$ ). Очевидно, что путем увеличения количества слоев можно добиться сколь угодно точной аппроксимации оптических свойств неоднородно нагретой частицы. При этом следует отметить, что данный метод позволяет также находить распределения поглощаемой мощности в слоистых частицах, состоящих из различных материалов.

Используя аналитическое решение задачи дифракции плоской волны на слоисто-неоднородном шаре [7], находим

$$D(r) = \frac{S^{\text{inc}} \varepsilon_l''}{8k} \sum_{m=1}^{\infty} (2m+1) \times \\ \times \sum_{\gamma=1,2} \left\{ \left| d_{\gamma}^{(l)} \right|^2 F_{\gamma}^{(l)}(r) + 2 \operatorname{Re} \left[ d_{\gamma}^{(l)} \tilde{d}_{\gamma}^{(l)*} H_{\gamma}^{(l)}(r) \right] + \right. \\ \left. + \left| \tilde{d}_{\gamma}^{(l)} \right|^2 G_{\gamma}^{(l)}(r) \right\}, \quad a_{l-1} < r \leq a_l \quad (l=1, 2, \dots, N). \quad (1)$$

Здесь  $S^{\text{inc}}$  — интенсивность падающего на частицу лазерного излучения;  $k = 2\pi/\lambda$  — его волновой вектор; функции  $F_{1,2}^{(l)}(r), H_{1,2}^{(l)}(r), G_{1,2}^{(l)}(r)$  и величины  $d_{1,2}^{(l)}, \tilde{d}_{1,2}^{(l)}$  определены в работе [4]; звездочкой обозначена комплексно-сопряженная величина.

Решение задачи дифракции [7] позволяет, наряду с величиной  $D(r)$ , найти полные сечения поглощения  $Q^d$  и рассеяния  $Q^s$  электромагнитных волн радиально-неоднородной сферической частицей. Конечный результат расчета может быть представлен в следующем виде:

$$Q^e = -\frac{\pi}{k^2} \sum_{m=1}^{\infty} (2m+1) \sum_{\gamma=1,2} \operatorname{Re}(q_{\gamma}), \\ Q^s = \frac{\pi}{2k^2} \sum_{m=1}^{\infty} (2m+1) \sum_{\gamma=1,2} |q_{\gamma}|^2,$$

где  $Q^e = Q^d + Q^s$  — сечение экстинкции [8]; величины  $q_{1,2}$  определены в [4]. На рис. 1 представлены результаты расчетов радиальных распределений мощности излучения  $\text{CO}_2$ -лазера, поглощаемой однородными сферическими частицами  $\text{Al}_2\text{O}_3$  и  $\text{SiO}_2$  и

$\text{SiO}_2$  различного диаметра (оптические постоянные указанных диэлектрических материалов для излучения с  $\lambda = 10,6$  мкм взяты из работы [9]). У частиц  $\text{Al}_2\text{O}_3$  мощность лазерного излучения, диссипируемая в единице объема сферической частицы, убывает по направлению от ее поверхности к центру, причем с возрастанием значений  $a$  неравномерность нагрева усиливается (ср. кривые 1 и 2 на рис. 1, а). У частиц  $\text{SiO}_2$  наблюдается противоположная картина. Максимум зависимости  $D(r)$ , формирующийся внутри частицы, уменьшается с ростом ее радиуса (рис. 1, б), в результате нагрев частиц  $\text{SiO}_2$  излучением  $\text{CO}_2$ -лазера при увеличении ее радиуса происходит более равномерно. Полная мощность излучения  $Q^l$ , поглощаемая рассматриваемыми частицами, может быть определена как произведение соответствующего сечения поглощения на интенсивность падающего на частицу лазерного излучения, что при  $S^{\text{inc}} = 1 \cdot 10^9$  Вт/м<sup>2</sup> дает  $Q^l = 0,92$  Вт для частиц  $\text{Al}_2\text{O}_3$  и  $Q^l = 2,3$  Вт для частиц  $\text{SiO}_2$ . В обоих случаях радиус частиц составлял 30 мкм.

При плазменном нагреве сферических частиц для описания обмена энергией между потоком плазмы и частицей воспользуемся комбинирован-

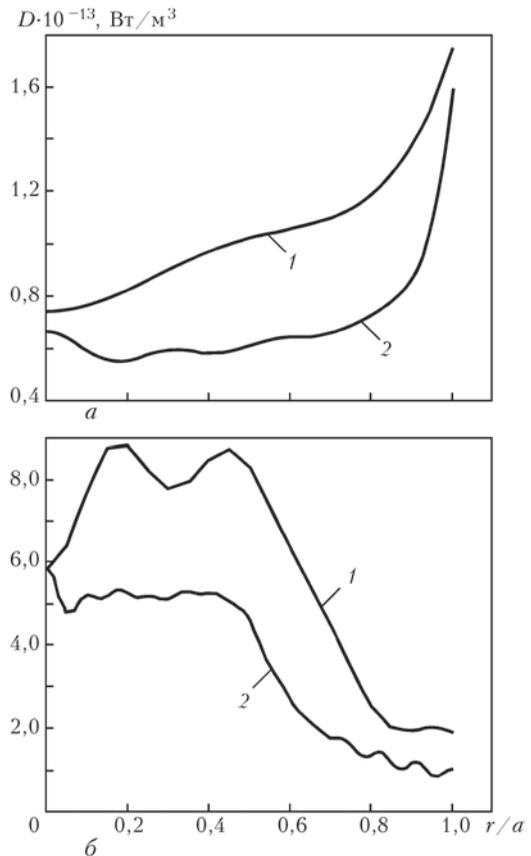


Рис. 1. Радиальные распределения мощности излучения  $\text{CO}_2$ -лазера, поглощаемой однородными сферическими частицами  $\text{Al}_2\text{O}_3$  (а) и  $\text{SiO}_2$  (б), при  $S^{\text{inc}} = 1 \cdot 10^9$  Вт/м<sup>2</sup>: а —  $\varepsilon' = 0,490$ ;  $\varepsilon'' = 0,028$ ; б —  $\varepsilon' = 4,750$ ;  $\varepsilon'' = 0,096$ ; 1 —  $a = 10$ ; 2 — 30 мкм

ной моделью конвективно-радиационного теплообмена [10], согласно которой тепловой поток через поверхность частицы может быть представлен в виде

$$q = \alpha(T_p - T_s) + \xi\sigma_0(T_p^4 - T_s^4), \quad (2)$$

где  $\alpha$  — коэффициент теплообмена;  $T_p$  — температура невозмущенного плазменного потока, набегающего на частицу;  $T_s$  — температура поверхности частицы;  $\xi$  — приведенная степень черноты для системы плазма–поверхность частицы;  $\sigma_0$  — постоянная Стефана–Больцмана. Коэффициент конвективного теплообмена для сферической частицы может быть рассчитан на основе критериальной зависимости для обтекания сферы [11]:

$$Nu = 2 \frac{\chi_s}{\chi_p} + 0,5 Re^{0,5} Pr^{0,4} \left( \frac{\rho_p \eta_p}{\rho_s \eta_s} \right)^{0,2}. \quad (3)$$

Здесь  $Nu = (\alpha a)/\chi_p$  — число Нуссельта;  $Re = (\rho_p u_p 2a)/\eta_p$  — число Рейнольдса;  $Pr = (C_p \eta_p)/\chi_p$  — число Прандтля;  $\chi_p$  — коэффициент теплопроводности невозмущенной плазмы;  $\rho_p$  — ее плотность;  $C_p$  — коэффициент динамической вязкости;  $\eta_p$  — удельная теплоемкость (индексом  $s$  обозначаются соответствующие свойства плазмы при температуре поверхности частицы);  $u_p$  — скорость плазменного потока по отношению к частице. Например,

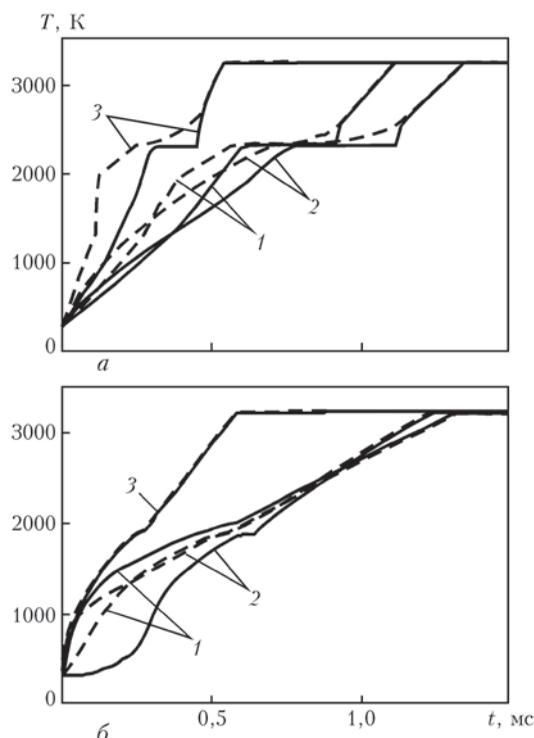


Рис. 2. Временные зависимости температуры в центре (сплошные кривые) и на поверхности (штриховые) сферических частиц  $Al_2O_3$  (а) и  $SiO_2$  (б) радиусом  $a = 30$  мкм, нагреваемых излучением  $CO_2$ -лазера (1), потоком аргоновой плазмы (2) и их комбинацией (3), при скорости обтекания частиц  $u_p = 150$  м/с: 1 —  $S^{inc} = 10^9$  Вт/м<sup>2</sup>,  $T_p = 300$  К; 2 —  $S^{inc} = 0$ ,  $T_p = 8000$  К; 3 —  $S^{inc} = 10^9$  Вт/м<sup>2</sup>,  $T_p = 8000$  К

при обтекании рассматриваемых частиц потоком аргоновой плазмы атмосферного давления с температурой  $T_p = 8000$  К и скоростью  $u_p = 150$  м/с тепловой поток через поверхность частицы радиусом 30 мкм, рассчитанный по (2), (3), составляет  $q = 2,0 \cdot 10^8$  Вт/м<sup>2</sup> (полная мощность, вкладываемая в частицу  $Q^p = 2,3$  Вт) для  $Al_2O_3$  и  $q = 1,2 \cdot 10^8$  Вт/м<sup>2</sup> ( $Q^p = 1,4$  Вт) для частиц  $SiO_2$ , имеющих температуру 300 К (данные о необходимых теплофизических свойствах и коэффициенты переноса аргоновой плазмы взяты из работы [12]).

С учетом возможной неоднородности пространственного распределения температуры для расчета температурных полей в керамических частицах, нагреваемых лазерным излучением, потоком плазмы или их комбинацией, в общем случае будем использовать нестационарное уравнение теплопроводности с распределенным источником тепла. Принимая во внимание предположение о сферической симметрии температурного поля частицы и зависимость свойств ее материала от температуры, это уравнение можно записать в виде

$$\rho \bar{c} \frac{\partial T}{\partial t} = \frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial r} \left( r^2 \chi \frac{\partial T}{\partial r} \right) + D(r, t), \quad 0 \leq r \leq a(t). \quad (4)$$

Здесь  $\rho(T)$  — плотность вещества частицы;  $\bar{c}(T)$  — его эффективная теплоемкость, вычисляемая с учетом скрытой теплоты плавления  $W_M$  и парообразования  $W_B$ ;  $T(r, t)$  — пространственно-временное распределение температуры в частице;  $\chi(T)$  — коэффициент теплопроводности;  $a(t)$  — текущее значение ее радиуса;

$$\bar{c} = c + W_M \delta(T - T_M) + W_B \delta(T - T_B),$$

где  $c(T)$  — удельная теплоемкость материала;  $T_M$ ,  $T_B$  — соответственно температуры плавления и кипения;  $\delta(x)$  — дельта-функция. Величина  $D(r, t)$ , описывающая выделение энергии в объеме частицы в случае лазерного и комбинированного нагрева, рассчитывается по (1) с учетом изменения во времени как пространственного распределения  $\epsilon[T(r, t)]$ , связанного с неоднородным нагревом частицы, так и радиуса частицы, например при ее испарении. При моделировании плазменного нагрева частицы объемный источник тепла в уравнении (4) полагается равным нулю.

Начальные и граничные условия для уравнения (4) можно записать в следующем виде:

$$T(r)|_{t=0} = T^0; \quad a|_{t=0} = a^0; \\ -\left( \chi \frac{\partial T}{\partial r} \right) \Big|_{r=a} = q; \quad \frac{\partial T}{\partial r} \Big|_{r=0} = 0,$$

где  $T^0$ ,  $a^0$  — исходные значения соответственно температуры и радиуса частицы. В случае плазменного и комбинированного нагрева величина

$q$  рассчитывается по (2), (3). При моделировании лазерного нагрева предполагается, что нагреваемая частица находится в потоке холодного газа с температурой  $T_{\text{ext}}$  и относительной скоростью  $u_{\text{ext}}$ . В этом случае для описания теплоотдачи с ее поверхности также можно воспользоваться соотношениями (2), (3), положив в них  $T_p = T_{\text{ext}}$ ,  $u_p = u_{\text{ext}}$ .

Для численного решения уравнения (4) использовалась полностью неявную разностную схему с дроблением шага по времени для полного учета скрытой теплоты плавления и парообразования. Предполагалось, что испаренный материал мгновенно удаляется с поверхности частицы, при этом он не ослабляет падающий на нее поток излучения и не влияет на условия теплообмена частицы с окружающей средой.

На рис. 2 показано изменение во времени  $t$  расчетных значений температуры в центре  $T_c$  и на поверхности  $T_s$  частиц  $\text{Al}_2\text{O}_3$  и  $\text{SiO}_2$  в процессе их нагрева излучением  $\text{CO}_2$ -лазера, потоком аргоновой плазмы и их комбинацией (необходимые температурные зависимости теплофизических параметров и оптических свойств рассматриваемых материалов взяты из работы [4]). Как следует из рис. 2, неоднородное распределение объемного источника тепла в частицах, нагреваемых лазерным излучением (см. рис. 1), приводит к тому, что на начальных этапах нагрева температура на поверхности частицы  $\text{Al}_2\text{O}_3$  возрастает быстрее, чем в ее центре (ср. штриховую и сплошную кривые 1 рис. 2, а), тогда как в случае  $\text{SiO}_2$  наблюдается обратная картина (см. рис. 2, б). При плазменном (поверхностном) нагреве частиц температура на поверхности частицы возрастает быстрее, чем в ее центре для обоих материалов (кривые 2 рис. 2). Что касается комбинированного способа нагрева, то у частиц  $\text{Al}_2\text{O}_3$  неоднородность нагрева заметно усиливается (кривые 3 рис. 2, а), а у частиц  $\text{SiO}_2$  существенно ослабляется (кривые 3 рис. 2, б). В результате комбинированный нагрев частиц  $\text{SiO}_2$  может происходить практически равномерно.

Проведенный численный анализ различных способов нагрева мелкодисперсных керамических материалов применительно к условиям напыления позволяет сделать вывод о возможности управления пространственно-временным распределением температуры в напыляемых частицах путем определенной комбинации плазменного (поверхностного) и лазерного (объемного) способов нагрева, осуществляемой в рамках нового технологического процесса — гибридного плазменно-лазерного напыления.

1. Петров С. В., Капн И. Н. Плазменное газоздушное напыление. — Киев: Наук. думка, 1993. — 496 с.
2. Pawlowski L. Thick laser coatings: A rev. // J. Thermal Spray Technol. — 1999. — 8(2). — P. 279–295.
3. Bushma A. I., Krivtsun I. V. Peculiarities of absorption and scattering of different wavelength laser radiation by fine spherical particles // Laser technologies in welding and materials processing: Proc. of the Intern. conf. — Katsiveli, Crimea, Ukraine. — Kiev: E. O. Paton of the Welding Institute, NAS of Ukraine, 2003. — P. 103–107.
4. Бушма А. И., Кривцун И. В. Особенности нагрева мелкодисперсных керамических частиц лазерным излучением // Физика и химия обраб. материалов. — 1992. — № 2. — С. 40–48.
5. Ландау Л. Д., Лифшиц Е. М. Электродинамика сплошных сред. — М.: Наука, 1982. — 620 с.
6. Бреховских Л. М. Волны в слоистых средах. — М.: Наука, 1973. — 344 с.
7. Излучение неоднородного плазменного шара / В. С. Гвоздецкий, А. Г. Загородний, И. В. Кривцун и др. — Киев, 1983. — 26 с. — (Препр. / АН УССР. Ин-т теорет. физики; 83-167Р).
8. Борн М., Вольф Е. Основы оптики. — М.: Наука, 1968. — 719 с.
9. Золотарев В. М., Морозов В. П., Смирнова Е. В. Оптические постоянные природных и технических сред: Справочник. — Л.: Химия, 1984. — 215 с.
10. Кутателадзе С. С. Основы теории теплообмена. — М.: Атомиздат, 1979. — 416 с.
11. Цветков Ю. В., Панфилов С. А. Низкотемпературная плазма в процессах восстановления. — М.: Наука, 1980. — 359 с.
12. Boulos M. I., Fauchais P., Pfender E. Thermal plasmas: Fundamentals and applications. — New York, London: Plenum press, 1997. — Vol. 1. — 454 p.

## 4.2.5. MODEL OF EVAPORATION-CONDENSATION PROCESSES IN WELDING AND MATERIAL TREATMENT\*

I.V. KRIVTSUN, V.F. DEMCHENKO, A.B. LESNOJ

In various technologies of joining and treatment of metallic materials (laser and electron beam welding, vacuum arc and electron beam remelting, PVD processes etc.) the technological process course, operating characteristics and quality of a finished product are substantially affected by heat and mass transfer caused by metal evaporation and its condensation from the vapor phase. The most in-depth analysis of the evaporation-condensation processes is based on a kinetic description of the vapor phase within the frames of either Boltzmann equation [1], or kinetic equation with the model integral of collisions [2, 3], which solution requires using complex numerical methods and powerful computers.

An example of a simpler description of these processes is the approach based on consideration of the Knudsen layer (forming in the vapor phase near the condensed matter boundary) as a gas dynamic discontinuity, taking certain assumptions concerning the explicit form of distribution functions of vapor particles at the boundaries of this layer and using balance conditions expressing conservation of mass, momentum and energy of the evaporated material particles. Earlier, a similar approach was realized to describe the convective mode of surface evaporation of metals both into vacuum [4], and into a medium with back pressure [5], provided the condensation coefficient  $\alpha$  equals one.

In this paper, such an approach is generalized to describe the process of vapor condensation on a flat uniformly heated surface. The latter means that the curvature of the condensed phase surface and the scale of the temperature change along this surface are essentially larger than the Knudsen layer thickness  $L_K$  equal to a few mean free paths of the vapor particles. Moreover, this generalization provides for taking into account the influence of the condensation coefficient  $\alpha$  (defined as ratio of the number of particles absorbed by the surface of condensed matter to the total number of particles incident on this surface) on the rates of vaporization and condensation.

Further we restrict our consideration to the stationary processes of evaporation of a single-component material and condensation of vapor on the surface of this material. It should be noted here that such a consideration still stands for the vapor condensation on the surface of another material, provided this surface

has already been covered with a thick enough layer of the condensing material.

For mathematical description of the evaporation-condensation processes, a system of coordinates with axis  $OZ$  directed along the outer normal to the surface of the condensed phase was chosen, and this surface was taken as plane  $z = 0$ . The vapor is assumed to be a monatomic perfect gas which in the gas dynamic region (outside the Knudsen layer) is in local thermodynamic equilibrium at temperature  $T$  and has concentration  $n$ . Let normal to the surface directional velocity of the vapor be denoted as  $u$  ( $u > 0$  in case of evaporation,  $u < 0$  in case of vapor condensation). Then the distribution function of the vapor particles at the Knudsen layer outer boundary may be represented as

$$f(\mathbf{v})|_{z=L_K} = n \left( \frac{m}{2\pi kT} \right)^{3/2} \exp \left\{ -\frac{m}{2kT} [v_{\parallel}^2 + (v_z - u)^2] \right\}, \quad (1)$$

where  $m$  is the vapor atom mass;  $k$  is the Boltzmann constant;  $v_{\parallel}^2 = v_x^2 + v_y^2$ .

The distribution function of the particles emitted by the surface can be written assuming that at  $z = 0$  these particles are in thermal equilibrium with the condensed phase surface:

$$f(\mathbf{v})|_{z=0} = \alpha n_s \left( \frac{m}{2\pi kT_s} \right)^{3/2} \exp \left\{ -\frac{m}{2kT_s} [v_{\parallel}^2 + v_z^2] \right\}, \quad (2)$$

$$v_z > 0,$$

where  $T_s$  is the surface temperature;  $n_s$  is the correspondent concentration of saturated vapor which can be defined by means of the well-known relation [4]

$$n_s = \left( \frac{2\pi m v_0^{*2}}{kT_s} \right)^{3/2} \exp \left( -\frac{\lambda}{kT_s} - 1 \right). \quad (3)$$

Here  $v_0$  is the Debay frequency of atomic oscillation in the condensed matter;  $\lambda$  is the work function of an atom.

It was assumed in the evaporation process description [5] that as a result of collisions of the particles emitted by the surface, back-scattered particles appeared in the vapor flow, the distribution function of which at the phase interface was chosen proportional to  $f(\mathbf{v})|_{z=L_K}$ :

$$f(\mathbf{v})|_{z=0} = \beta f(\mathbf{v})|_{z=L_K}, \quad v_z < 0, \quad (4)$$

\*Proc. of 3rd Int. Conf. on Mathematical Modelling and Information Technologies in Welding and Related Processes. — 2006. — P. 184–187.

where  $\beta$  is the proportional coefficient determining, in fact, the concentration of the vapor particles returning to the surface.

It is assumed when considering the condensation process that within the Knudsen layer due to collisions of the condensing vapor particles with evaporating particles changes take place not only in concentration, but also in mean velocity of the particles moving towards the surface. This fact may be taken into account by writing the distribution function of the particles approaching the phase interface as follows [6]:

$$f(\mathbf{v}) \Big|_{z=0} = \beta n \left( \frac{m}{2\pi kT} \right)^{3/2} \times \exp \left\{ -\frac{m}{2kT} [v_{\parallel}^2 + (v_z - u_0)^2] \right\}, \quad v_z < 0, \quad (5)$$

where  $u_0$  is the mean velocity of condensing particles at  $z = 0$ .

Having set the explicit form of the distribution functions, one can calculate:

mass flux

$$q_m = \int v_z m f(\mathbf{v}) d\mathbf{v}, \quad (6)$$

momentum flux

$$q_p = \int v_z m v_z f(\mathbf{v}) d\mathbf{v}, \quad (7)$$

and translational energy flux

$$q_e = \int v_z \frac{m(v_x^2 + v_y^2 + v_z^2)}{2} f(\mathbf{v}) d\mathbf{v}. \quad (8)$$

Comparing the corresponding fluxes at the Knudsen layer boundaries and taking into consideration the fact that not all the particles incoming the condensed phase surface are absorbed by it, one can obtain:

$$\begin{aligned} 2\bar{u}\sqrt{\pi} + \alpha\beta \{ \exp(-\bar{u}_0^2) - \bar{u}_0\sqrt{\pi} \operatorname{erfc}(\bar{u}_0) \} &= \frac{\alpha}{\bar{n}\bar{T}^{1/2}}; \\ 2(2\bar{u} + 1) + \frac{2-\alpha}{\sqrt{\pi}}\beta \times \\ \times \{ 2\bar{u}_0 \exp(-\bar{u}_0^2) - (2\bar{u}_0^2 + 1)\sqrt{\pi} \operatorname{erfc}(\bar{u}_0) \} &= \frac{\alpha}{\bar{n}\bar{T}}; \\ \bar{u}\sqrt{\pi} \left( \bar{u}^2 + \frac{5}{2} \right) + \alpha\beta \times \\ \times \left\{ \left( \frac{\bar{u}_0^2}{2} + 1 \right) \exp(\bar{u}_0^2) + \frac{\bar{u}_0}{2} \left( \bar{u}_0^2 + \frac{5}{2} \right) \sqrt{\pi} \operatorname{erfc}(\bar{u}_0) \right\} &= \frac{\alpha}{\bar{n}\bar{T}^{3/2}}. \end{aligned} \quad (9)$$

Here

$$\begin{aligned} \bar{u} &= u \left( \frac{m}{2kT} \right)^{1/2}; \quad \bar{u}_0 = u_0 \left( \frac{m}{2kT} \right)^{1/2}; \quad \bar{n} = \frac{n}{n_s}; \\ \bar{T} &= \frac{T}{T_s}; \quad \operatorname{erfc}(x) = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_x^{\infty} \exp(-\xi^2) d\xi. \end{aligned} \quad (10)$$

The balance relations (9) describing the condensation process represent a system of three algebraic equations as regards the unknown  $u$ ,  $u_0$  and  $\beta$ , which allows having the set values of the temperature  $T$  and the vapor phase concentration  $n$ , the surface temperature  $T_s$  (and the corresponding saturated vapor concentration  $n_s$ ), as well as of the condensation coefficient

$\alpha$ , to define the velocity  $u$  of condensing vapor at the Knudsen layer outer boundary. It should be noted here that the values  $n$  and  $T$  included into these relations may not be interrelated by the saturated vapor adiabatic equation, i.e. this vapor may be both superheated, and supercooled (supersaturated). Possible in the latter case, volumetric condensation of the vapor phase in gas dynamic region and formation of microdrops will be neglected.

When  $u$  substitutes for  $u_0$  in (9), this system of equations may be used to analyze the evaporation process, as well. In this case, the unknown values are  $n$ ,  $T$  and  $\beta$ , and the velocity  $u$  is an external parameter which is defined by the state of vapor flow in the gas dynamic region [5]. Thus, the system of equations (9) generalizes the known results [5] obtained to describe the rapid surface evaporation process for the case of an arbitrary value of  $\alpha$ .

Since the system of balance relations under consideration describes both the condensation process and convective evaporation process, its solution allows analyzing all the states of vapor near the condensed phase surface. In particular, the solid curve in Figure 1 shows the edge of the region of vapor phase states at which condensation of this phase on the surface with a set temperature ( $\alpha = 1$ ) is possible. The dashed curve represents the saturated vapor adiabatic curve  $\bar{n} = \frac{1}{\bar{T}^{3/2}} \exp \left[ -\bar{\lambda} \left( \frac{1}{\bar{T}} - 1 \right) \right]$  at  $\bar{\lambda} \equiv \frac{\lambda}{kT_s} = 20$  dividing these states into the regions of superheated and supercooled vapor. The vapor phase states near the condensed medium surface that are characterized by the values  $\bar{n}$  and  $\bar{T}$  under the boundary curve cannot be stationary, since this vapor will be driven back from the surface by the expanding vapor flow, for which according to [5] concentration and temperature values lying on the evaporation curve will be found (dotted curve in Figure 1).

Let us consider in detail the process of convective metal evaporation into the surrounding gas having the temperature  $T_0$  and pressure  $p_0$ . Such process characteristics, important from the point of view of tech-

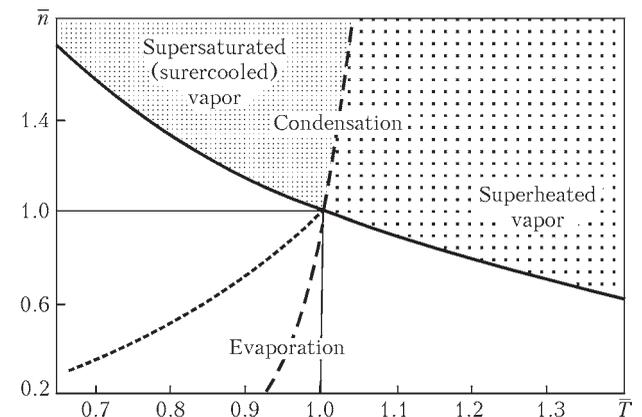


Fig. 1. Vapor state diagram

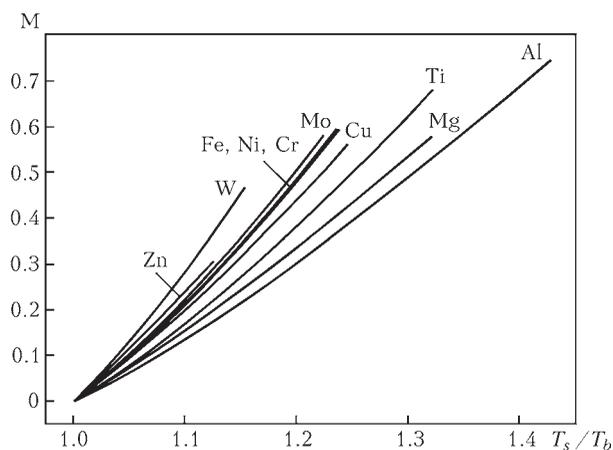


Fig. 2. Mach number of vapor flow at the Knudsen layer outer boundary versus dimensionless temperature of evaporating metal surface ( $\alpha = 1$ )

nological applications, as the mass flux  $q_m$ , the total energy flux  $q_E$  (taking into account the latent heat of evaporation) from the evaporating surface, as well as the total vapor pressure  $p$  (including the reactive component) on this surface may be defined by means of the expressions (6)–(8), which give

$$\begin{aligned} q_m &= mnu; \quad q_E = nu \left( \frac{5}{2}kT + \frac{\mu^2}{2} \right) + \frac{q_m}{m} \lambda; \\ p &= n(kT + mu^2), \end{aligned} \quad (11)$$

where the vapor concentration  $n$  and temperature  $T$  are calculated by solving the system (9), and the va-

por velocity  $u$  at the Knudsen layer outer boundary is found by the flow pattern in the gas dynamic region. In case when the vapor flow just outside the Knudsen layer is subsonic, to find this value one can use a known relation [5]:

$$u = s_0 \left( \frac{nkT}{p_0} - 1 \right) / \gamma_0 \sqrt{1 + \frac{\gamma_0 + 1}{2\gamma_0} \left( \frac{nkT}{p_0} - 1 \right)}. \quad (12)$$

Here,  $s_0$  is the speed of sound in the ambient gas;  $\gamma_0$  is its specific heat ratio. It should be noted here that expression (12) is right provided the ambient gas is at rest, and the Knudsen layer is stationary and adjoins the evaporating metal surface  $z = 0$  moving (due to mass losses) with the velocity  $v = q_m/\rho \ll u$ , where  $\rho$  is the metal density.

Calculated in this way, the vapor expansion relative velocity dependencies (the Mach number  $M = u/s$ , where  $s = \sqrt{\frac{5kT}{3m}}$  is the local speed of sound) at the Knudsen layer outer boundary for various metals on the dimensionless temperature of the metal surface  $T_s/T_b$ , where  $T_b$  is the boiling temperature (temperature at which the saturated vapor pressure is equal to the atmospheric one), are presented in Figure 2. Figure 3 shows the calculation dependencies of the mass and energy fluxes, as well as of the vapor pressure on the liquid aluminum surface on the temperature of this surface at convective evaporation into the argon medium of atmospheric pressure having the temperature 300 K.

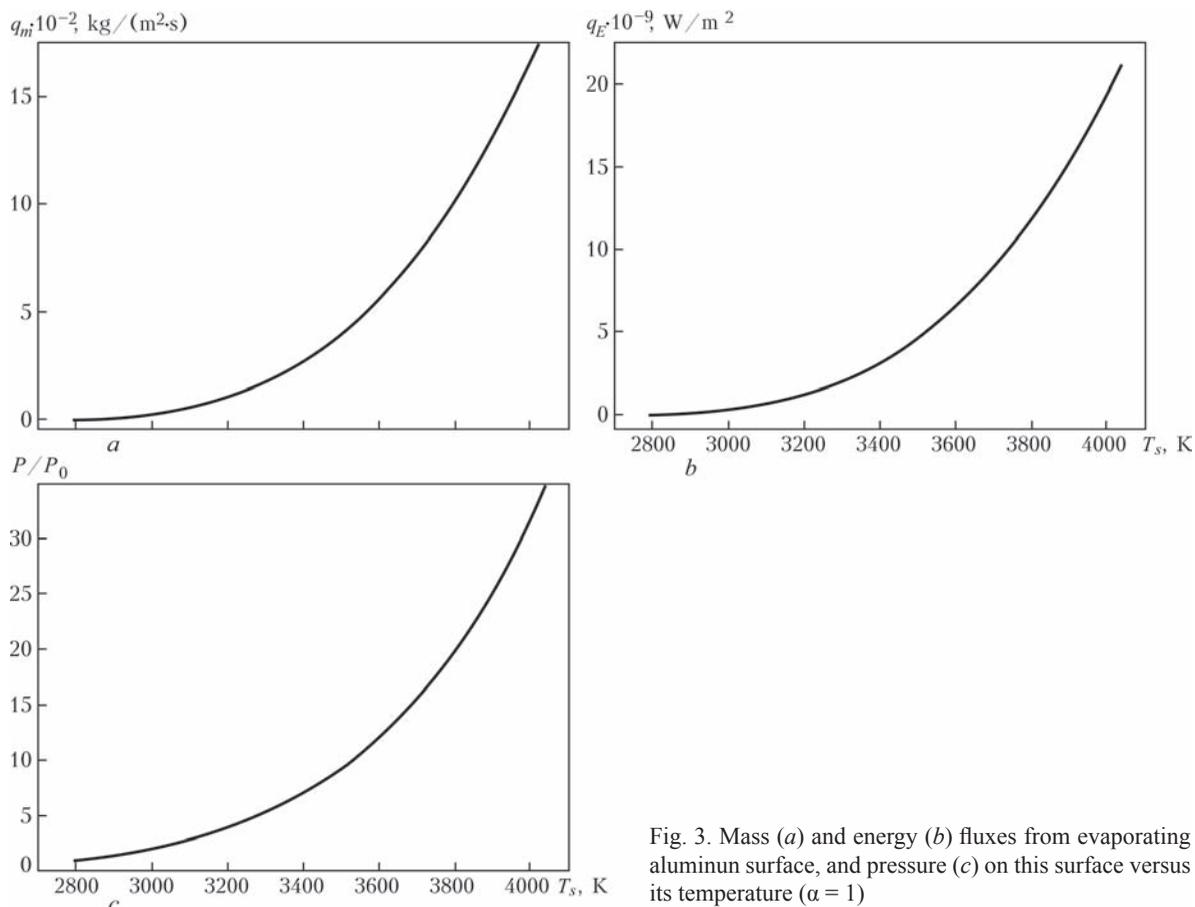


Fig. 3. Mass (a) and energy (b) fluxes from evaporating aluminum surface, and pressure (c) on this surface versus its temperature ( $\alpha = 1$ )

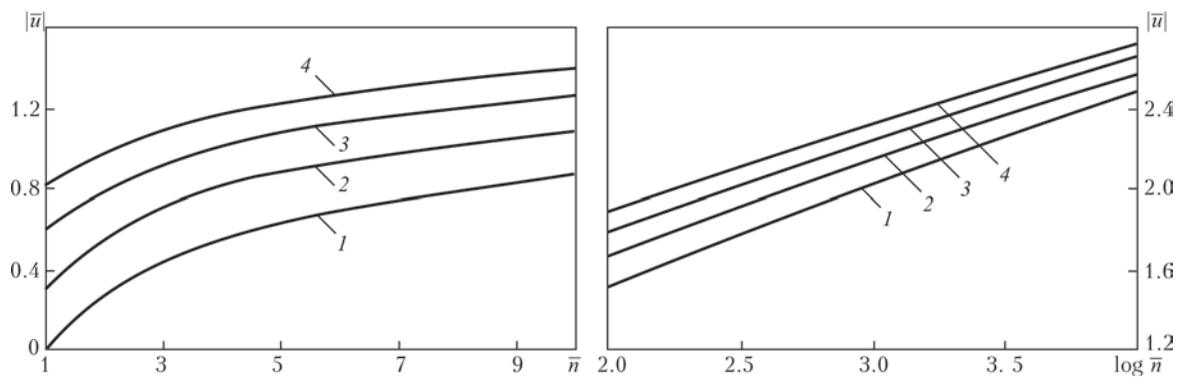


Fig. 4. Dimensionless velocity of condensing vapor flow at the Knudsen layer outer boundary versus dimensionless vapor concentration: 1 —  $T/T_s = 1$ ; 2 — 2; 3 — 4; 4 — 8

The results of calculation of the vapor condensation process on a flat uniformly heated surface are presented in Figures 4 and 5. In particular, Figure 4 shows the influence of the concentration and temperature of the vapor phase on its condensation rate at  $\alpha = 1$ . It follows from the curves presented in this Figure that the condensing vapor flow velocity at the Knudsen layer outer boundary essentially depends on the degree of the vapor superheating or supersaturation with respect to the saturated vapor corresponding to the given value of  $T_s$ . Besides, since the vapor is assumed to be a monatomic perfect gas, based on (10) one has  $|\bar{u}| = \sqrt{\frac{5}{6}}M$ . Thus, at some values of  $\bar{n}$  and  $\bar{T}$  the condensing vapor flow velocity may significantly exceed the local speed of sound.

In Figure 5 illustrated is the influence of the condensation coefficient  $\alpha$  on the vapor phase condensation rate. The calculation data presented are evidence of the fact that at low values of  $\alpha$  a smooth enough variation of  $u(\alpha)$  is observed, whereas at  $\alpha > 0.5$  the condensing vapor flow velocity essentially depends on the condensation coefficient value. This circumstance should be taken into account when analyzing the metal vapor condensation process, since for most metals the condensation coefficient value is within  $0.8 < \alpha < 0.9$  [6], and the use of approximation  $\alpha = 1$  may produce nearly twice as high condensation rate (see Figure 5).

Knowing the condensing vapor velocity in the gas dynamic region, by means of expressions (11) one can calculate the mass and total energy fluxes, as well as the vapor pressure on the condensed phase surface. For instance, in case of condensation of saturated aluminum vapor having the temperature  $T = 2720$  K, on the liquid aluminum surface at  $T = 2620$  K the condensing vapor velocity is  $248.2$  m/s,  $q_m = 34.2$  kg/(m<sup>2</sup>·s),  $q_E = 4.68 \cdot 10^8$  W/m<sup>2</sup> and  $p = 0.11$  MPa. These calculation data are evidence of the necessity of taking into account the heat and mass transfer processes caused by metal evaporation, expansion and condensation of the

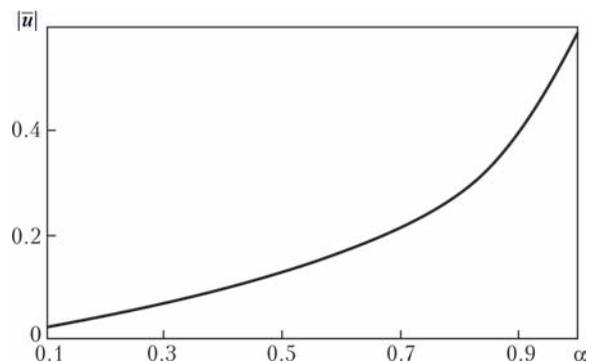


Fig. 5. Influence of condensation coefficient on dimensionless velocity of condensing vapor ( $\bar{n} = 2$ ;  $\bar{T} = 2$ )

metal vapor, e.g. in the keyhole which is formed in the melt in laser and electron beam welding.

In conclusion, it should be noted that the simplified model considered allows one to calculate the evaporation and condensation process characteristics without involving powerful computers and with accuracy sufficient for practical applications. It makes this model promising for investigation of heat and mass exchange phenomena due to the vapor phase for non-uniformly heated surfaces, as well as for analysis of evaporation and condensation of multicomponent substances. Similar conditions are realized in many technological processes of welding and material treatment based on using high concentration heat sources.

1. Cheremisin, F.G. (1972) Motion of rarefied gas between plane emitted and absorbed surfaces. *Doklady AN SSSR. Mekhanika Zhidkosti i Gaza*, **6**, p. 176–178.
2. Sone, Y., Onishi, Y. (1973) Kinetic theory of evaporation and condensation. *J. Phys. Soc. of Japan*, **35**(6), p. 1773–1776.
3. Bishaev, A.M., Rykov, V.A. (1978) Intercondensation of monatomic gas at the small Knudsen number. *Zhurnal Vych. Matematiki i Mat. Fiziki*, **18**(3), p. 709–717.
4. Anisimov, S.I., Imas, Ya.A., Romanov, G.S. et al. (1970) *Effects of high power radiation on metals*. Moscow: Nauka.
5. Knight, Ch.J. (1979) Theoretical modeling of rapid surface vaporization with back pressure. *AIAA J.*, **17**(5), p. 519–523.
6. Demchenko, V.F., Krivtsun, I.V., Nesterenkov, V.M. (2004) Model of evaporation-condensation processes on the plane surface. *Dopovidi NANU*, **1**, p. 90–94.

#### 4.2.6. MODELING OF MOTION AND HEATING OF POWDER PARTICLES IN LASER, PLASMA, AND HYBRID SPRAYING\*

Yu. BORISOV, A. BUSHMA, I. KRIVTSUN

**Introduction.** The processes of surface modification and deposition of coatings using laser radiation are now receiving an increasingly wide acceptance. One such process is laser spraying. The main point of this process is that powder particles are fed into the laser beam, heated, and melted by the laser radiation, accelerated with a gas flow and then deposited on the workpiece surface [1]. This process can be implemented using laser radiation of different wavelengths ( $\text{CO}_2$  or Nd:YAG lasers), various methods and systems for beam focusing, as well as methods for feeding powder to the heating zone [2, 3]. In particular,  $\text{CO}_2$  lasers are mostly demonstrated for laser spraying of coatings of ceramic materials ( $\text{Al}_2\text{O}_3$ ,  $\text{ZrO}_2$ ), as these materials absorb radiation with a wavelength of  $\lambda = 10.6 \mu\text{m}$  much better than the short-wave radiation ( $\lambda = 1.06 \mu\text{m}$ ) of the Nd:YAG lasers [4].

The process under consideration has a number of advantages, compared with the well-known technologies of plasma spraying of ceramic coatings. First of all, it should be noted that  $\text{CO}_2$  laser radiation is characterized by a high efficiency of heating of finely dispersed ceramic materials [5]. In addition, unlike plasma heating, where the heat source in a particle is of the surface type, in the case of laser heating of dielectric particles, the size of which is commensurable with the radiation wavelength, absorption of the energy takes place within the entire volume of a particle [5, 6]. This provides volume heating and complete melting of the spray particles, thus improving quality of a resulting coating.

The aforementioned peculiarities of laser heating of ceramic particles are of special interest for development and realization of the efficient process of deposition of  $\text{SiO}_2$  coatings by thermal spraying. This material has a number of important service properties (mechanical, physical-chemical, electric), but due to a peculiar crystalline frame structure, this oxide is characterized by a delayed transition from the solid to fully molten state, and the viscosity of the cellular melt at the initial melting stage being very high, that is,  $2.9 \cdot 10^5 \text{ kg}/(\text{m} \cdot \text{s})$  at 1993 K [7]. This hampers defor-

mation of the spray particles at their collision with the substrate and prevents formation of a coating layer [8].

Drawbacks of the laser spraying process include the fact that its practical realization requires high-power laser units, the price of which is very high but the efficiency is no more than 10 %, which makes this process much more expensive than plasma spraying. In addition, in laser spraying with a coaxial feed of powder to the focused laser beam [2], the presence of a small size zone of a high radiation intensity (beam waist zone) makes it very difficult to ensure high process productivity and powder utilization.

One of the ways of addressing the aforementioned problems can be the use of a new technological process—hybrid laser plasma spraying. This process consists of combining the laser beam and plasma jet to exert a joint thermal effect on spray particles (this process should not be confused with the known method of laser treatment of coatings that were deposited first, for example, by plasma spraying, [1]). An important feature of the hybrid process implemented using the  $\text{CO}_2$  laser is a direct interaction of laser radiation with the arc plasma, which may change the characteristics of both the plasma jet and the laser beam [9]. In this case, their effect on the spray materials can be of a synergic character.

The combination offered makes it possible to combine advantages and overcome drawbacks of the existing spraying methods (laser and plasma) taken separately. In particular, an additional use of the plasma jet will allow a substantial decrease in laser power required for the spraying process to occur and will eventually raise the process productivity and material utilization.

On the other hand, a combination of the plasma (surface) and laser (volume) methods for heating ceramic particles will provide complete melting of the particles when reaching the workpiece surface, which is required for the formation of high-quality coatings.

Figure 1 illustrates the plasma and laser spraying processes considered in this study, as well as the hybrid process implemented by coaxial joining of the plasma jet and laser beam using an integrated (laser + nontransferred arc) plasma torch [9]. In the first case (Fig. 1, *a*),

\*Journal of Thermal Spray Technology. — 2006. — Vol. 15(4). — December. — P. 553–558.

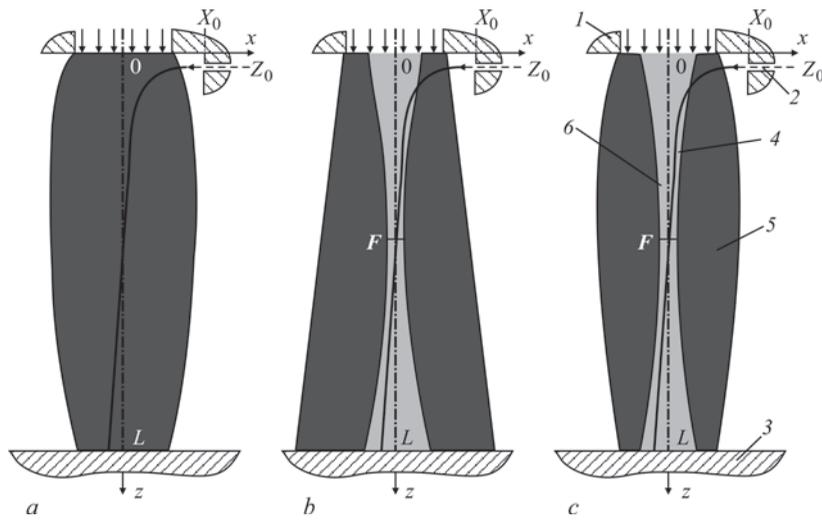


Fig. 1. Flow diagrams of (a) plasma, (b) laser, and (c) hybrid laser-plasma spraying processes: 1 — plasma torch nozzle; 2 — powder injector; 3 — workpiece; 4 — path of a spray particle; 5 — plasma jet; 6 — laser beam

the spray particles are accelerated and heated with the plasma jet, and in the second case (Fig. 1, b), they are accelerated with a cold gas flow and heated by laser radiation. In the third case (Fig. 1, c), the particles are accelerated with the plasma flow and heated both by the plasma jet and the laser radiation.

The most important indicators of all these processes are characteristics of the motion and heating of the spray particles. As experimental investigation of these characteristics can be difficult, it is therefore the purpose of this study to provide theoretical description and mathematical modeling of the motion and heating of ceramic particles when using different spraying methods.

**Model of particle motion.** The velocity and trajectory of a spray particle can be calculated using equations of motion:

$$m \frac{d\mathbf{v}}{dt} = \mathbf{F}. \quad (1)$$

Here  $m$  is the mass of a particle,  $\mathbf{v}(t) = (v_x, v_y, v_z)$  is the current value of the velocity vector of the particle at time  $t$  in the coordinate system shown in Fig. 1 with the  $y$ -axis pointing out of the paper, and  $\mathbf{F}$  is the force acting on the particle located in the flow of plasma or the cold gas. Equation 1 can be integrated under the initial conditions:

$$\begin{aligned} x|_{t=0} &= X_0, & y|_{t=0} &= 0, & z|_{t=0} &= Z_0, \\ v_x|_{t=0} &= -v_0, & v_y|_{t=0} &= 0, & v_z|_{t=0} &= 0, \end{aligned} \quad (2)$$

where  $X_0$  and  $Z_0$  are the coordinates of the point at which the particle leaves the powder injector (Fig. 1), and  $v_0$  is the initial velocity the particle acquires in the carrier gas flow.

To analyze the motion of a spray particle, the particle is considered to be spherical and having radius  $a$ , and it is assumed that the particle in the plasma jet (a cold gas flow) is affected only by the viscous drag force [10]:

$$\mathbf{F} = C_d S \frac{\rho_p (\mathbf{u} - \mathbf{v}) |\mathbf{u} - \mathbf{v}|}{2}. \quad (3)$$

Here  $C_d$  is the viscous drag coefficient;  $S = \pi a^2$  is the crosssectional area of the particle, and  $\rho_p$  and  $\mathbf{u}$  are the density and velocity of the undisturbed flow of plasma or cold gas at the location of the particle. To determine the particle aerodynamic drag coefficient, the criterial dependencies are used [11]:

$$\begin{aligned} C_d &= 24 \text{Re}^{-1} \text{ at } \text{Re} < 0.2, \\ C_d &= 24 \text{Re}^{-1} + 3.6 \text{Re}^{-0.317} \text{ at } 0.2 < \text{Re} < 4, \\ C_d &= 24 \text{Re}^{-1} + 4 \text{Re}^{-0.333} \text{ at } 4 < \text{Re} < 400, \end{aligned} \quad (4)$$

where  $\text{Re} = (\rho_p |\mathbf{u} - \mathbf{v}| 2a) / \mu_p$  is the Reynolds number, and  $\mu_p$  is the coefficient of dynamic viscosity of undisturbed plasma or gas flow at the location of the particle. To take into account the variations of plasma properties within the thermal boundary layer near the particle one can use factor  $(\rho_p \mu_p / \rho_s \mu_s)^{-0.45}$  as the correction coefficient for  $C_d$  [10] (index  $s$  designates the corresponding properties of plasma at a temperature on the particle surface).

**Model of particle heating.** The temperature field of a spherical particle heated by the laser beam, plasma jet, or their combination is calculated in general using the nonstationary heat conduction equation with a distributed heat source. Assuming a spherical symmetry of the temperature field of the particle, and allowing for the temperature dependence of properties of its material, this equation can be written in the form:

$$\rho \bar{C} \frac{\partial T}{\partial t} = \frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial r} \left( r^2 \chi \frac{\partial T}{\partial r} \right) + D. \quad (5)$$

Here  $T(r, t)$  is the space-time distribution of temperature in the particle ( $r$  is the distance from the particle center and  $t$  is the time),  $\rho(T)$  is the density,  $\chi(T)$  is the thermal conductivity, and  $\bar{C}(T)$  is the effective

heat capacity of the particle material calculated with allowance for latent melting heat  $W_M$  and vapor formation  $W_B$ :

$$\bar{c} = c + W_M \delta(T - T_M) + W_B \delta(T - T_B), \quad (6)$$

where  $c(T)$  is the specific heat of the material,  $T_M$  and  $T_B$  are the melting and boiling temperatures, respectively, and  $\delta(x)$  is the delta-function.

In the case of laser and combined heating, the  $D(r, t)$  value of equation (5) describing the energy source in the bulk of a particle due to absorption of laser radiation is determined by [5]:

$$D = \frac{S^{\text{inc}} \varepsilon''}{8k} \sum_{m=1}^{\infty} (2m+1) \times \sum_{\gamma=1,2} \{ |d_{\gamma}^{(l)}|^2 F_{\gamma}^{(l)} + 2\text{Re}[d_{\gamma}^{(l)} \tilde{d}_{\gamma}^{(l)*} H_{\gamma}^{(l)}] + |\tilde{d}_{\gamma}^{(l)}|^2 G_{\gamma}^{(l)} \}. \quad (7)$$

Here  $S^{\text{inc}}$  is the local value of the intensity of laser radiation at the location of the particle,  $k = 2\pi/\lambda$  is its wave vector,  $\varepsilon''$  is the imaginary part of the complex dielectric permittivity of the particle material, while functions  $F_{1,2}^{(l)}(r)$ ,  $H_{1,2}^{(l)}(r)$ ,  $G_{1,2}^{(l)}(r)$ , as well as values  $d_{1,2}^{(l)}$ ,  $\tilde{d}_{1,2}^{(l)}$  are determined in [5]. In modeling of plasma heating of the particle, the volume heat source in the heat conduction equation is assumed to be zero.

Initial and boundary conditions for equation (5) can be written as:

$$\begin{aligned} T(r)|_{r=0} &= T^0, \\ \left( \chi \frac{\partial T}{\partial r} \right) \Big|_{r=a} &= q, \quad \frac{\partial T}{\partial r} \Big|_{r=0} = 0, \end{aligned} \quad (8)$$

where  $T^0$  is the initial temperature of the particle, and  $q(t)$  is the current value of a heat flux through its surface. In the case of plasma and combined heating, this value can be calculated from the formula [12]:

$$q = h(T_p - T_s) + \xi \sigma_0 (T_p^4 - T_s^4). \quad (9)$$

Here  $T_p$  is the temperature of undisturbed plasma flow at the particle location point,  $T_s(t)$  is the current value of the particle surface temperature,  $h$  is the heat exchange coefficient,  $\xi$  is the reduced emissivity factor for the plasma-particle surface system, and  $\sigma_0$  is the Stefan–Boltzmann constant.

The coefficient of convective heat exchange for a spherical particle can be calculated based on the criterial dependence for a flow about a sphere [11]:

$$\text{Nu} = 2 \frac{\chi_s}{\chi_p} + 0.5 \text{Re}^{0.5} \text{Pr}^{0.4} \left( \frac{\rho_p \mu_p}{\rho_s \mu_s} \right)^{0.2}, \quad (10)$$

where  $\text{Nu} = (\alpha a)/\chi_p$  is the Nusselt number,  $\text{Pr} = (C_p \mu_p)/\chi_p$  is the Prandtl number, and  $\chi_p$  and  $C_p$  are the thermal conductivity coefficient and specific heat of undisturbed plasma flow at the particle location point (index  $s$  designates the corresponding properties

of plasma at a temperature on the particle surface). In the simulation of laser heating, it is assumed that a particle being heated moves in a jet of cold gas at temperature  $T^0$ . In this case, the heat flux from its surface can also be described by relationships equation (9) and (10) by assuming  $T_p = T^0$ .

To close the above models describing the processes of motion and heating of spray particles, it is necessary to determine the spatial distributions of temperature and velocity of the plasma jet (in the case of plasma and hybrid spraying), the velocity of a cold gas flow (in the case of laser spraying), and the intensity of the laser radiation (in the case of laser and hybrid spraying). Calculation of the distribution of temperature  $T_p$  and velocity  $\mathbf{u}$  of plasma in a jet generated by the nontransferred arc plasma torch was made using the CASPSP software [13]. This computer model of the plasma jet is based on a mathematical model of gas dynamics and heat transfer for the turbulent flow of the arc plasma, described by a system of magnetic-gasdynamic (MGD) equations.

The spatial distribution of the velocity of a cold gas flow is determined from a condition that the gas jet is emitted from a cylindrical nozzle with diameter  $d$  into a quiescent environment (submerged turbulent jet). Distribution of an axial component of the gas velocity in such a jet can be set in the form [14]:

$$u_z = u_0 \exp \left[ -4.33 \frac{(x^2 + y^2)}{r_j^2} \right]. \quad (11)$$

Here  $u_0 = 4.19Gz/r_j^2 d$  is the axial gas velocity at the jet axis,  $G$  is the volume gas flow rate,  $r_j(z) = d/2 + z \text{tg}\beta$  is the current radius of the jet, and  $\beta = 12.5^\circ$  is its divergence angle [14]. When determining the spatial distribution of the radiation intensity in the laser beam, it is assumed that the beam is Gaussian ( $\text{TEM}_{00}$ -mode), having a minimal transverse size in plane  $z = F$  (Fig. 1). In this case, the  $S^{\text{inc}}$  value can be determined from the relationship:

$$S^{\text{inc}} = S^0 \exp \left[ -\frac{2(x^2 + y^2)}{r_b^2} \right], \quad (12)$$

where  $S^0 = 2Q^0 / \pi r_b^2$  is the intensity of radiation at the beam axis,  $Q^0$  is the total power of the laser beam, and  $r_b(z)$  is its radius:

$$r_b^2 = r_F^2 \left[ 1 + \frac{(z-F)^2}{z_F^2} \right], \quad (13)$$

where  $r_F$  is the radius of the beam in a focal plane, and  $z_F = kr_F / 2$  [15].

**Simulation of particle motion and heating.** Numerical analysis of the motion and heating of particles under conditions of plasma, laser, and hybrid spray-

ing was conducted using the approximation of a low-dusted jet; that is, it was assumed that loading of the jet with a powder was low and hardly affected the distribution of the thermal and dynamic characteristics of the flow. It was also assumed that the spray particles had a small effect on the characteristics of the laser beam (approximation of weak absorption). Furthermore, it is assumed in this study that under the hybrid process conditions, no allowance was made for the direct interaction of the focused laser radiation with the plasma jet; that is, the spatial distributions of their characteristics were assumed to be the same as in the case of independent heat sources. The latter approximation is well justifiable, unless the temperature of the plasma jet at the laser beam axis is higher than  $11 \cdot 10^3$  K (for the atmospheric pressure argon plasma) [9].

Figure 2 shows the calculation results of the trajectory and axial velocity of a  $\text{SiO}_2$  particle of  $30 \mu\text{m}$  radius, moving in an argon plasma jet generated by a plasma torch with a smooth anode nozzle of 5 mm in diameter and 8 mm long, arc current  $I = 200$  A and plasma gas flow rate  $G = 30$  l/min (arc voltage 30.9 V, plasma torch efficiency 67 %). Figure 2 also shows the corresponding results for a particle moving in a jet of cold gas (argon at temperature  $T^0 = 300$  K) emitted from the nozzle with diameter  $d = 6$  mm at  $G = 70$  l/min. Coordinates of the point of exit of the particle from the powder injector in both cases were identical:  $X_0 = Z_0 = 5$  mm, initial velocity of the particle was  $v_0 = 7.4$  m/s at the entrance to the plasma jet and  $v_0 = 3.6$  m/s at entrance to the cold gas flow (the values of  $v_0$  were selected so that particles intersected the jet axis at distance  $z = F = 6$  cm from the exit section of the nozzle and had close values of the axial velocity in reaching the substrate). It should be noted that, as the effect of laser radiation on the thermal and dynamic characteristics of the plasma jet are ignored, in a case of the hybrid process the calculated path and velocity of a particle will be the same as in the case of plasma spraying. As to the approximations of the low-dusted jet and weak absorption of the laser beam used at the selected values of the particle radius and gas flow rate under consideration, these approximations are well justifiable at a powder feed rate of not more than 1 kg/h (volume fraction of dispersed phase  $\kappa$  is about  $1 \cdot 10^{-4}$ , which is lower than  $\kappa_{cr} = 4 \cdot 10^{-4}$  for the low-dusted flows, [16]).

Figure 3 shows the time variations along the  $z$ -axis in the calculated values of the temperature at the center,  $T_c$ , and on the surface,  $T_s$ , of the  $\text{SiO}_2$  particle in the plasma, laser, and hybrid spraying. Parameters of the plasma jet and the cold gas jet were selected as

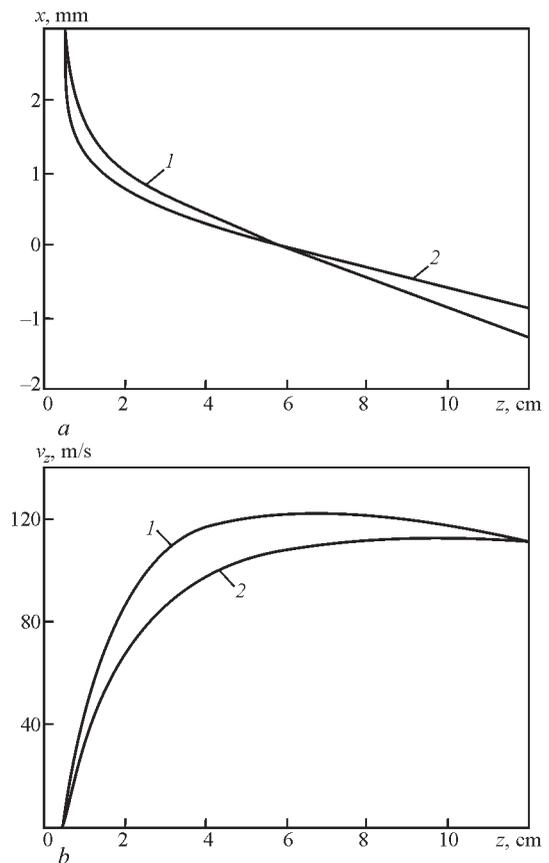


Fig. 2. Trajectories (a) and velocities (b) of  $\text{SiO}_2$  particles  $60 \mu\text{m}$  in diameter in a jet of argon plasma (curve 1) and flow of cold gas (curve 2) along the  $z$ -axis

noted previously, while parameters of the laser beam were:  $Q^0 = 0.5$  kW,  $r_F = 0.25$  mm and  $F = 6$  cm.

As proved by the calculation data shown in Fig. 3, a, the values of  $T_s$  in plasma (surface) heating of the considered particle are higher than the values of  $T_c$ , whereas in the case of laser heating the situation is reversed (Fig. 3, b), which is caused by the volume character of heat generated in the particle [5, 6].

In addition, heating of a particle occurs slower and begins later (comparing Fig. 3, a and b). This is associated with the fact that, due to the small transverse sizes of the laser beam, the particle gets to the heating zone later than in plasma spraying. It should be noted at this point that in both cases (with the selected values of the plasma and laser beam parameters) the particle temperature does not reach the melting temperature of  $\text{SiO}_2$ .

As far as hybrid spraying is concerned, the particle heating process can be conditionally subdivided into two stages (Fig. 3, c). At the first stage, when getting into the plasma jet, the particle is preliminarily heated by the plasma ( $T_s > T_c$ ). Then, getting into the laser beam, it experiences an extra laser heating, so that  $T_c$  becomes a bit higher than  $T_s$ . Finally, when reaching the substrate, the particle is uniformly heat-

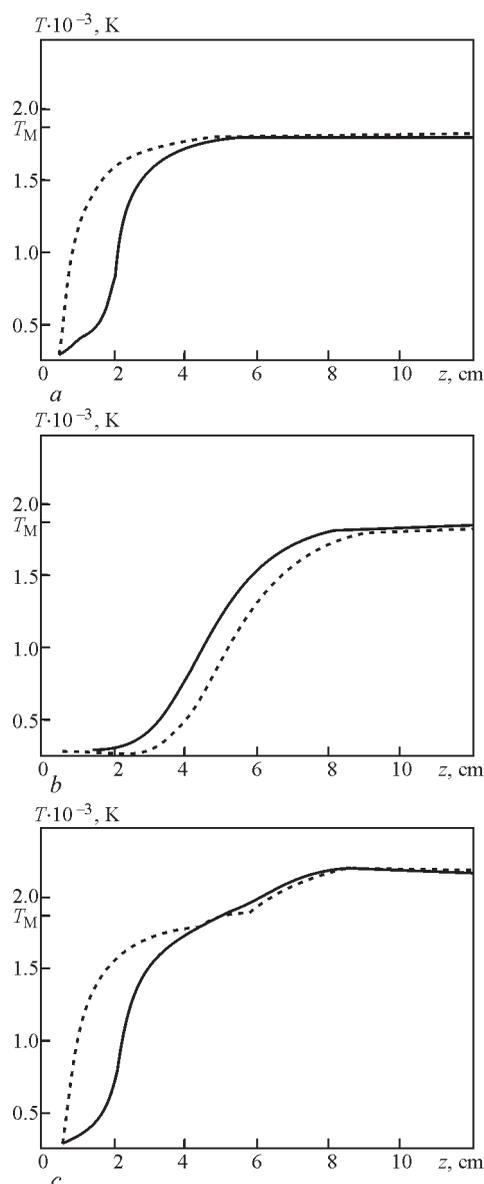


Fig. 3. Temperature at the center (*solid curves*) and on the surface (*dashed curves*) of  $\text{SiO}_2$  particle  $60 \mu\text{m}$  in diameter heated by the (a) argon plasma jet, (b)  $0.5 \text{ kW CO}_2$  laser beam, and (c) their combination along the  $z$ -axis

ed and fully melted as the particle temperature exceeds the melting temperature of  $\text{SiO}_2$ .

Similar results can be achieved in the case of laser spraying of particles, but using the laser beam with power twice as high (comparing Fig. 3, c, and Fig. 4, a). Therefore, using additional plasma jet allows the power of the laser radiation required for the spraying process to be substantially decreased.

An interesting peculiarity of the process of laser heating of fine ceramic particles in the case of using higher-power laser beams is the earlier noted effect of thermal explosion of the particles [5]. Thus, getting to the area of high values of the radiation intensity, a  $\text{SiO}_2$  particle with a diameter of  $60 \mu\text{m}$  is heated to temperatures close to the boiling point of the material (Fig. 4, b).

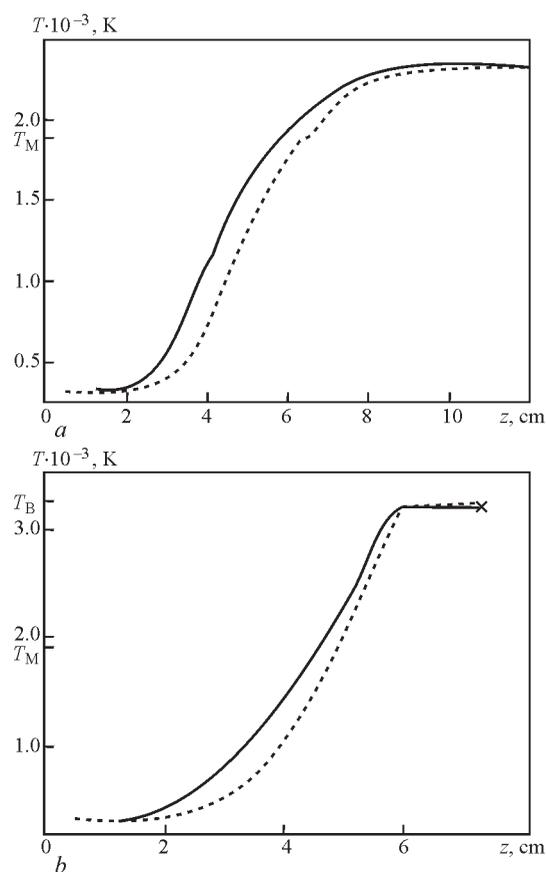


Fig. 4. Temperature at the center (*solid curves*) and on the surface (*dashed curves*) of  $\text{SiO}_2$  particle  $60 \mu\text{m}$  in diameter heated by the (a)  $1.0$  and (b)  $2.5 \text{ kW CO}_2$  laser beam along the  $z$ -axis;  $\times$  denotes thermal explosion of the particle

Besides, due to a more intensive heating of the central regions of the particle [5, 6], the evaporation conditions are realized at the distance  $4.5 \mu\text{m}$  from the particle center; that is, thermal explosion of the particle takes place. This allows splitting of particles near the workpiece surface by properly selecting the power and conditions of focusing of the laser beam, as well as conditions of introduction of powder into the heating zone, which may have a positive effect on the quality of the resulting coating.

**Summary and conclusions.** In general, the results of numerical modeling of the characteristics of heating of powder particles in plasma, laser, and hybrid spraying of coatings are indicative of a promising future of development and practical application of the latter method. These results can also be used for the design of specialized equipment (e.g., integrated laser arc plasma torches) and elaboration of technological principles for hybrid laser plasma spraying.

1. L. Pawlowski, Thick Laser Coatings: A Review, *J. Therm. Spray Technol.*, 1999, **8**(2), p 279–295.
2. T.R. Tucker, A.H. Clauser, I.G. Wright, and J.T. Stropki, Laser-Processed Composite Metal Cladding for Slurry Erosion Resistance, *Thin Solid Films*, 1984, **118**, p 73–84.

3. H. Kindler, R. Volz, and M. Huonker, Ein Neues Verfahren zum Laserbeschichten, *The Sixth European Conference on Laser Treatment of Materials* (Stuttgart, Germany), Sept 16–19, 1996, F. Dausinger, Ed., AWT, Wiesbaden, Vol. 1, 1996, p 447–454, in German.
4. V.M. Zolotarev, V.N. Morozov, and E.V. Smirnova, *Optical Constants of Natural and Technical Media: Manual*, Khimiya, Leningrad, 1984, in Russian.
5. A.I. Bushma and I.V. Krivtsun, Peculiarities of Laser Radiation Heating of Fine Ceramic Particles, *Fiz. Khim. Obrab. Mater.*, 1992, (2), p 40–48, in Russian.
6. A.I. Bushma and I.V. Krivtsun, Peculiarities of Absorption and Scattering of Different Wavelength Laser Radiation by Fine Spherical Particles, *Int. Conf. on Laser Technologies in Welding and Materials Processing* (Katsiveli, Crimea, Ukraine), May 19–23, 2003, B.E. Paton and V.S. Kovalenko, Ed. E.O. Paton Electric Welding Institute, NASU, 2003, p 103–107.
7. A.R. Ubbelode, *Molten State of Matter*, Metallurgiya, Moscow, 1982, in Russian.
8. Yu.S. Borisov, Yu.A. Kharlamov, S.L. Sidorenko, and E.N. Ardatovskaya, *Thermal Spray Coatings of Powder Materials*, Naukova Dumka, Kiev, Ukraine, 1987, in Russian.
9. P. Seyffarth and I.V. Krivtsun, *Laser-Arc Processes and their Applications in Welding and Materials Treatment*, Taylor and Francis Books, London, UK, 2002.
10. E. Pfender and Y.C. Lee, Particle Dynamics and Particle Heat and Mass Transfer in Thermal Plasmas. Part I. The Motion of a Single Particle without Thermal Effects, *Plasma Chem. Plasma Process.*, 1985, 5(3), p 211–237.
11. Yu.V. Tsvetkov and S.A. Panfilov, *Low-Temperature Plasma in Repair Processes*, Nauka, Moscow, 1980, in Russian.
12. Y.C. Lee, Y.P. Chyou, and E. Pfender, Particle Dynamics and Particle Heat and Mass Transfer in Thermal Plasmas. Part II. Particle Heat and Mass Transfer in Thermal Plasmas Effects, *Plasma Chem. Plasma Process.*, 1985, 5(4), p 391–414.
13. Yu. Borisov, I. Krivtsun, and A. Muzhichenko, Computer Modelling of the Plasma Spraying Process, *Thermal Spray 2003: Advancing the Science & Applying the Technology*, B. Marple and C. Moreau, Ed., ASM International, 2003, p 1001–1009.
14. L.D. Landau and E.M. Lifshits, *Hydrodynamics*, Nauka, Moscow, 1986, in Russian.
15. A. Yariv, *Quantum Electronics*, John Wiley & Sons, New York, 1975.
16. Z.R. Gorbis, *Heat Exchange and Hydrodynamics of Dispersed Through Flows*, Energiya, Moscow, 1970, in Russian.

## 4.2.7. NUMERICAL INVESTIGATION OF THE EFFECT OF PULSE LASER-ARC HEAT SOURCE ON METAL\*

I.L. SEMENOV, I.V. KRIVTSUN, V.F. DEMCHENKO

The study of interaction of pulsed laser radiation and combined pulsed laser-arc heat source with metals plays a great role in the development of fusion welding. Such interaction includes absorption of the laser radiation by the metal surface, heating and melting of the metal, as well as its convective evaporation and formation of the laser induced plasma. Theoretical investigation of the physical phenomena mentioned above has to involve elaboration of a mathematical model for each of them. In the general case, these models cannot be applied separately, since there are strong correlations between them through the boundary conditions. Particularly, solution of the metal vapor gas-dynamic problem is required to calculate heat losses due to evaporation which determine boundary condition on the metal surface for solving the heat transfer problem. On the other hand, the metal surface temperature value is required to specify the boundary condition for the gas-dynamic model. In addition, formation of the laser-induced plasma can lead to absorption of the laser radiation and consequently exerts influence on the temperature field in the metal workpiece. Moreover, formation of the plasma can change the gas-dynamic flow pattern.

In this paper, a self-consistent mathematical model of gas-dynamic and heat transfer processes at pulsed laser and combined pulsed laser-arc processing of metals is proposed. This model enables to study processes of metal heating, melting and evaporation together with gas-dynamic processes in the metal vapor flow and formation of the laser-induced plasma. A detailed numerical analysis of these processes was carried out based on the suggested model. The radiation of pulsed Nd:YAG laser was considered. The

laser pulse duration was 1 ms, and the laser radiation intensity changed within the limits of  $10^6$ – $10^8$  W/cm<sup>2</sup>. As an example of the metal being processed a low carbon steel workpiece was considered.

**Self-consistent mathematical model.** The suggested model of the physical phenomena, taking place at pulsed laser and combined pulsed laser-arc processing, consists of a model of heat transfer processes in a metal workpiece, a model of gas-dynamic processes in a mixture of surrounding gas and the metal vapor, a model of the Knudsen layer (a thin layer adjacent to the interface in which translational non-equilibrium of vapor particles prevails) and a model of laser induced plasma formation. In order to study heat transfer in the metal workpiece, the transitional heat transfer equation is examined. Gas-dynamic processes are considered based on the non-stationary Euler equations for gas mixture. The model of the Knudsen layer proposed by Knight [1] is accepted. In addition, the Knudsen layer is investigated using the model kinetic equation (BGK) [2]. This analysis was made to define more precisely the coefficients in the Knight's model. The model of plasma formation is required to describe evolution of optical discharge above the workpiece surface and to calculate electron density, laser radiation absorption coefficient and net emission coefficient for laser-induced plasma. In this study the model, proposed in paper [3], was used. The value of net emission coefficient was taken from [4].

**Heat transfer processes.** At first, let us consider a model of heat transfer processes in the metal workpiece which is heated by pulsed concentrated heat source (laser pulse or combined laser-arc source). It is assumed that the spatial distribution of the laser radiation intensity is symmetric with respect to the laser beam axis. According to this assumption, we consider the heat transfer equation in axisymmetric formulation. A cylindrical coordinate system is used (Figure 1).

In this case,  $z$ -axis is normal to the metal workpiece surface and its direction coincides with the laser beam propagation path,  $r$ -axis is directed along the workpiece surface. Using this coordinate system, one

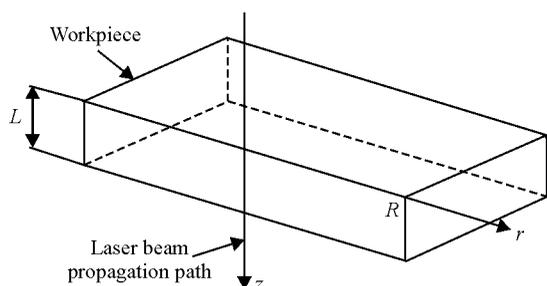


Fig. 1. Schematic view of the system under consideration

\*Proc. of Fifth Int. Conf. on Mathematical Modelling and Information Technologies in Welding and Related Processes (25–28 May, Katsiveli, Crimea, Ukraine). — 2010. — P. 193–203.

can write the non-stationary heat conduction equation as follows:

$$c(T)\rho(T)\frac{\partial T}{\partial r} = \frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}\left(r\chi(T)\frac{\partial T}{\partial r}\right) + \frac{\partial}{\partial z}\left(\chi(T)\frac{\partial T}{\partial z}\right), \quad (1)$$

where  $c(T)$  is the metal heat capacity (taking into account the latent heat of melting);  $\rho(T)$  and  $\chi(T)$  are the metal density and thermal conductivity, respectively. These properties for low carbon steel are taken from [5]. Equation (1) is considered in the domain  $0 < r < R$ ,  $0 < z < L$ ,  $t > 0$ . As the initial metal temperature the temperature of the surrounding gas  $T_0$  is accepted. The boundary condition on the axis of symmetry  $r = 0$  is given as

$$\left.\frac{\partial T}{\partial r}\right|_{r=0} = 0. \quad (2)$$

It is assumed that heat perturbation does not reach the outer boundaries of the considered domain during laser pulse. Consequently, the temperature on these boundaries does not change:

$$T(r, L, t) = T(R, z, t) = T_0. \quad (3)$$

The boundary condition on the metal surface  $z = 0$  is

$$-\lambda(T)\left.\frac{\partial T}{\partial z}\right|_{z=0} = Q_p - Q_{rc} - Q_c. \quad (4)$$

Here  $Q_{rc}(T_s) = \varepsilon\sigma(T_s^4 - T_0^4) + \alpha(T_s - T_0)$  is the heat losses due to radiation and convective-conductive heat exchange with surrounding gas;  $T_s \equiv T(r, 0, t)$  is the metal surface temperature;  $\varepsilon$  is the emissivity factor;  $\sigma$  is the Stefan–Boltzmann constant;  $\alpha$  is the heat exchange coefficient;  $Q_e(T_s) = \kappa Q_m(T_s)$  is the loss of heat due to evaporation;  $\kappa$  is the specific heat of evaporation;  $Q_m(T_s)$  is the specific mass flux of metal vapor;  $Q_p(r, t)$  is the space-time distribution of the heat flux put into the metal. Heat flux due to laser radiation absorption can be written as

$$Q_p(r, t) = A(T_s)P(r, t), \quad (5)$$

where  $A(T_s)$  is the metal absorptivity of laser radiation depending on the metal surface temperature, and  $P(r, t)$  is the space-time distribution of the laser radiation intensity. Heat flux due to arc source will be given later. Assuming Gaussian distribution for laser radiation, one can define  $P(r, t)$  as follows:

$$P(r, t) = \begin{cases} P_0 \exp\left(-\frac{2r^2}{r_0^2}\right) & \text{at } 0 \leq t \leq t_p, \\ 0 & \text{at } t > t_p, \end{cases} \quad (6)$$

where  $r_0$  is the focusing radius, and  $t_p$  is the laser pulse duration. Maximum intensity  $P_0$  depends on the total power of the laser beam  $Q^0$  in the following way:

$$P_0 = 2Q^0 / \pi r_0^2. \quad (7)$$

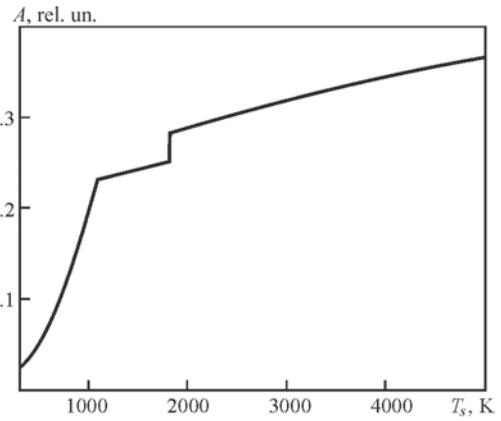


Fig. 2. Temperature dependence of low carbon steel absorptivity for Nd:YAG laser radiation

The absorptivity  $A(T_s)$  of low carbon steel for Nd:YAG laser radiation is calculated using data from [6–8]. The temperature dependence of low carbon steel absorptivity for Nd:YAG laser radiation is shown in Figure 2.

In order to define the losses of heat due to evaporation, it is required to calculate the specific mass flow of metal vapor  $Q_m(T_s)$  which depends on the surface temperature. The value of this mass flow is governed by the gas-dynamic processes which take place during the convective vaporization of metal into surrounding gas. Thus, let us move to the model of gas-dynamic processes.

**Gas-dynamic processes.** The gas-dynamic flow is studied on the basis of the axisymmetric non-stationary Euler equations for gas mixture. If the coordinate system (see Figure 1) is assumed, this set of equations can be written as follows:

$$\frac{\partial \vec{U}}{\partial t} + \frac{\partial \vec{F}}{\partial r} + \frac{\partial \vec{G}}{\partial z'} = -\frac{\vec{f}}{r} + \vec{Q}, \quad (8)$$

where  $z' = -z$ , and

$$\vec{U} = (\rho_1, \rho, \rho u, \rho v, E),$$

$$\vec{F} = (\rho_1 u, \rho u, \rho u^2 + p, \rho uv, (E + p)u),$$

$$\vec{G} = (\rho_1 v, \rho v, \rho uv, \rho v^2 + p, (E + p)v),$$

$$\vec{f} = (\rho_1 u, \rho u, \rho u^2, (E + p)u),$$

$$\vec{Q} = (0, 0, 0, Q_{cur}(r, z', t) +$$

$$+ Q_{abs}(r, z', t) - Q_{emiss}(r, z', t)).$$

Here  $\rho_1$  is the metal vapor density;  $\rho$  and  $p$  are the density and pressure of vapor-surrounding gas mixture, respectively;  $u$  is the radial velocity;  $v$  is the axial velocity of the mixture;  $E$  is the total energy of the mixture;  $Q_{abs}(r, z', t)$  is the heat generation resulting from absorption of laser radiation by metal vapor;  $Q_{cur}(r, z', t)$  is the Joule heat generated by arc current; and  $Q_{emiss}(r, z', t)$  is the heat losses due to emission of arising plasma. The total energy of the mixture is  $E = \rho u^2/2 + \rho v^2/2 + \rho e$ , where the internal energy of the mixture is  $e = p/\rho(\gamma - 1)$ ,  $\gamma = 5/3$  (monoatomic gas is

assumed). The boundary problem for (8) is formulated in the domain  $0 < z' < L'$ ,  $0 < r < R$ ,  $t > 0$ . As the initial data, the parameters of undisturbed surrounding gas are accepted. The boundary condition on the axis of symmetry  $r = 0$  is given as

$$u = 0, \quad \frac{\partial p}{\partial r} = 0, \quad \frac{\partial v}{\partial r} = 0. \quad (9)$$

On the outer boundary  $z' = L'$  the boundary condition is

$$\frac{\partial \vec{U}}{\partial z'} = 0, \quad (10)$$

and on the boundary  $r = R$  the condition is

$$\frac{\partial \vec{U}}{\partial r} = 0. \quad (11)$$

The form of the boundary conditions on the metal surface depends on the value of the surface temperature  $T_s$ . If  $T_s(r, t)$  is less than melting temperature, the boundary conditions are written in the following way:

$$v = 0, \quad \frac{\partial p}{\partial z'} = 0, \quad \frac{\partial u}{\partial z'} = 0. \quad (12)$$

If  $T_s(r, t)$  is greater than melting temperature, one can calculate the pressure of the saturated metal vapor  $p_s(r, t)$  using Clapeyron–Clausius relation. Further, if

$$\lim_{z' \rightarrow +0} p(r, z', t) = p(r, +0, t) \geq p_s(r, t),$$

the boundary conditions are defined as in (12), otherwise these conditions are given as

$$\begin{aligned} v(r, 0, t) &= v_{+0} + \\ &+ \frac{p(r, 0, t) - p_{+0}}{\sqrt{\frac{p_{+0}}{2} [p(r, 0, t)(\gamma + 1) + p_{+0}(\gamma - 1)]}}, \quad (13) \\ u(r, 0, t) &= 0, \quad \rho_1(r, 0, t) = \rho(r, 0, t), \\ p(r, 0, t) &= p(r, 0, t) \Re T(r, 0, t). \end{aligned}$$

Here  $\Re = k/M$ ;  $k$  is the Boltzmann constant, and  $M$  is the metal vapor particle mass;  $\lim_{z \rightarrow +0} \rho(r, z, t) = \rho_{+0}$ ;

$\lim_{z \rightarrow +0} p(r, z, t) = p_{+0}$ ;  $\lim_{z \rightarrow +0} v(r, z, t) = v_{+0}$ . The boundary conditions (13) should be supplemented by conditions on the external border of the Knudsen layer which can be written in the following form:

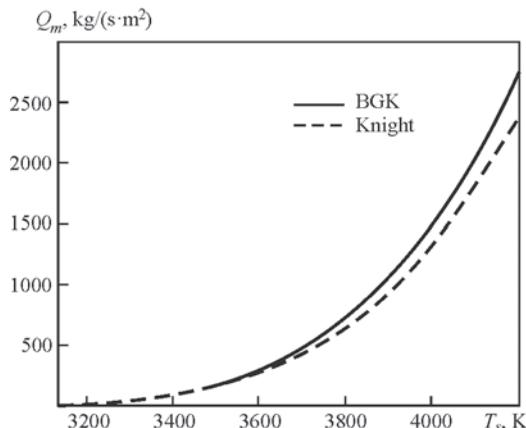


Fig. 3. Comparison between Knight's model and BGK solution

$$T(r, 0, t) / T_s(r, t) = F_T(m), \quad (14a)$$

$$\rho(r, 0, t) / \rho_s(r, t) = F_\rho(m), \quad (14b)$$

where  $m = v(r, 0, t) / \sqrt{2\Re T(r, 0, t)}$ , and  $\rho_s(r, t)$  is the saturated metal vapor density. To define two functions  $F_T(m)$  and  $F_\rho(m)$ , a consideration of the Knudsen layer is required. According to the described model of the gas-dynamic processes, the vapor mass flow near the metal surface can be determined as follows:

$$Q_m = \rho(r, 0, t) v(r, 0, t).$$

**Model of the Knudsen layer.** As mentioned above, in the present paper we use the well-known Knight's model of the Knudsen layer [1]. In this model the Knudsen layer is considered as gas-dynamic discontinuity with the corresponding jump conditions expressing the conservation laws. Generally speaking, the most accurate analysis of the Knudsen layer can be accomplished by solving the Boltzmann equation (or its simplifications). This way requires solving of the kinetic equation in the whole domain of flow, but it is a very difficult and time consuming procedure in view of the complexity of this equation. Therefore, some assumptions about velocity distribution function of vapor particles on the Knudsen layer borders are made. These assumptions in conjunction with the conservation laws allow us to derive the following jump conditions:

$$\frac{T(r, 0, t)}{T_s(r, t)} = \left[ \sqrt{1 + \pi \left( \frac{\gamma - 1}{\gamma + 1} \frac{m}{2} \right)^2} - \sqrt{\pi} \frac{\gamma - 1}{\gamma + 1} \frac{m}{2} \right]^2, \quad (15a)$$

$$\begin{aligned} \frac{\rho(r, 0, t)}{\rho_s(r, t)} &= \sqrt{\frac{T_s(r, t)}{T(r, 0, t)}} \left[ \left( m^2 + \frac{1}{2} \right) \times \right. \\ &\times e^{m^2} \operatorname{erfc}(m) - \frac{m}{\pi} \left. \right] + \\ &+ \frac{1}{2} \frac{T_s(r, t)}{T(r, 0, t)} [1 - \sqrt{\pi} m e^{m^2} \operatorname{erfc}(m)]. \end{aligned} \quad (15b)$$

Equations (15a) and (15b) define the functions  $F_T(m)$  and  $F_\rho(m)$  in (14a), (14b). The value  $m$  in (15a) and (15b) is connected with the Mach number  $M$  on tie border of the Knudsen layer as follows  $M = \sqrt{\gamma / 2m}$ . From physical reasoning, the maximum value of the Mach number on the border of the Knudsen layer is one. In this case, from (15a), (15b) we obtain

$$T(r, 0, t) = 0.669 T_s(r, t), \quad (16a)$$

$$\rho(r, 0, t) = 0.308 \rho_s(r, t). \quad (16b)$$

In order to define the bounds of applicability of the Knight's model a kinetic analysis was accomplished [9]. The Knudsen layer was investigated on the basis of the one-dimensional non-stationary model kinetic equation (15GK). For example, the comparison between Knight's model and kinetic study is shown in

Figure 3, where the mass flow due to evaporation for subsonic regime  $M < 1$  is demonstrated.

For the supersonic regime of evaporation, i.e.  $M = 1$  at the Knudsen layer, kinetic solution provides more precise coefficients in (16a), (16b):

$$T(r, 0, t) = 0.632T_s(r, t), \quad (17a)$$

$$\rho(r, 0, t) = 0.368\rho_s(r, t). \quad (17b)$$

The comparison shows that Knight's model gives sufficiently grate error at definition of mass flow on the boundary of Knudsen layer (up to 13 %). Therefore, one should use the (17a), (17b) instead of (16a), (16b) to calculate mass flow for supersonic regime of evaporation. It is not so easy to correct Knight's model in subsonic regime, but different estimates shows [10] that for typical values of laser radiation intensity the evaporation occurs in supersonic regime.

**Laser-induced plasma.** Finally, let us consider formation of the laser-induced plasma. In our model this process is taken into account by terms  $Q_{abs}(r, z', t)$  and  $Q_{emiss}(r, z', t)$  in (8). The term  $Q_{abs}(r, z', t)$  is the heat generation resulting from absorption of laser radiation by the ionized metal vapor, and the term  $Q_{emiss}(r, z', t)$  is the net emission of the laser-induced plasma. The heat generation due to absorption can be written as follows:

$$Q_{abs}(r, z', t) = \mu(r, z', t)P(r, z', t), \quad (18)$$

where  $\mu(r, z', t)$  is the inverse bremsstrahlung absorption coefficient, and  $P(r, z', t)$  is the space-time distribution of the laser radiation intensity. Let us consider again Gaussian distribution for the laser radiation intensity of the initial beam

$$P_{inc}^0(r, z') = \frac{2Q^0}{\pi r_z^2(z')} \exp\left(-\frac{2r^2}{r_z^2(z')}\right). \quad (19)$$

Here  $Q^0$  is the total power of the laser pulse;  $r_z^2(z') = r_0^2(1 + z'^2/z_0^2)$ ; and  $z_0 = \pi r_0^2/\lambda$ , where  $\lambda$  is the laser radiation wavelength;  $r_0$  is the focusing radius. The absorption in the laser-induced plasma can be taken into account integrally

$$P_{inc}(r, z') = \frac{2Q_a(Q^0, z')}{\pi r_z^2(z')} \exp\left(-\frac{2r^2}{r_z^2(z')}\right), \quad (20)$$

where  $Q_a(Q^0, z')$  is the resulting power of the incoming laser radiation. The total intensity  $P(r, z', t)$  is the sum of the incoming beam intensity  $P_{inc}(r, z')$  and intensity of the reflected by the metal surface beam  $P_{refl}(r, z')$ , i.e.  $P(r, z) = P_{inc}(r, z') + P_{refl}(r, z')$ . We assume that  $P_{refl}(r, z')$  is given as follows:

$$P_{refl}(r, z') = [1 - A(T_s(r, t))] \times \frac{2Q_a(Q^0, 0)}{\pi r_z^2(z')} \exp\left(-\frac{2r^2}{r_z^2(z')}\right). \quad (21)$$

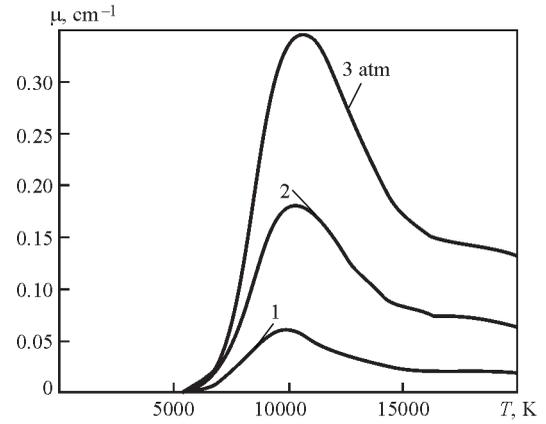


Fig. 4. Absorption coefficient for iron plasma

The absorption coefficient  $\mu(r, z', t)$  is calculated in terms of the models proposed in [3] and [11]. In the general case, it depends on temperature and on pressure of the metal vapor. The dependence  $\mu(T)$  in Figure 4 is shown for different pressures.

The net emission of the laser-induced plasma  $Q_{emiss}(r, z', t)$  is calculated with the help of the data from [4]. This heat generation depends also on temperature and pressure of metal vapor. The dependence  $Q_{emiss}(T)$  is shown for different pressures in Figure 5.

At this stage the description of self-consistent mathematical model is completed. It includes (1) with the boundary conditions (2)–(4) for the heat transfer processes, (8) with the boundary conditions (9)–(13) for the gas-dynamic processes, and the method for calculation the heat generation, resulting from absorption of laser radiation, and the net emission of metal plasma.

**Results of numerical analysis and discussion.** In this section the numerical results, obtained with the aid of the proposed self-consistent model, are presented. At first the case of pulsed laser heat source is considered. In this case  $Q_{cur}$  in (8) is equal to zero, i.e. there is no Joule heat generation. The heat transfer equation (1) is solved numerically by the Peacemen–Rachford method [12]. In order to obtain numerical solution of the Euler equations (8) the second order

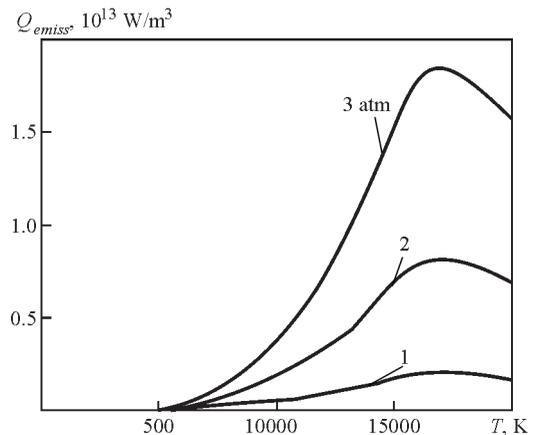


Fig. 5. Net emission of iron plasma

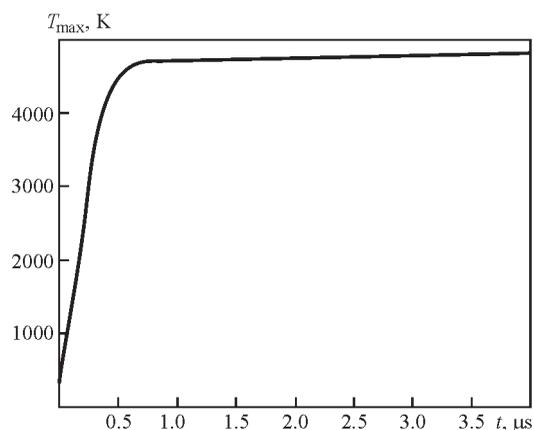


Fig. 6. Maximum surface temperature versus time

Godunov type method (TVD scheme) is used [13]. As an example, we consider Nd:YAG laser pulse with the total power  $Q^0 = 1245$  W, duration  $t_p = 1$  ms and focusing radius  $r_0 = 0.05$  mm.

At first let us consider how the temperature field in the low carbon steel workpiece changes with time. The time evolution of the maximum surface temperature  $T_{max}$  is shown in Figure 6.

The surface temperature  $T_s$  at the different time moments is shown in Figure 7, and the temperature fields at the different time moments are shown in Figure 8 (boiling temperature 3133 K, temperature of solidus 1700 K and liquidus 1750 K are marked).

As shown in Figure 6, the maximum surface temperature goes up during 1  $\mu$ s and then remains practically constant. The stationary value of the maximum surface temperature corresponds to the temperature, at which the losses of heat due to evaporation is approximately equal to the heat flux put into the workpiece by the laser radiation. Figure 7 demonstrates that the surface temperature within the focusing radius is remains practically constant too. The fusion and evaporation zones can be estimated using Figure 8.

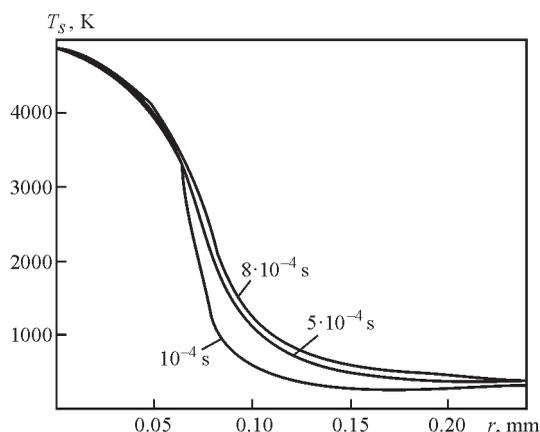


Fig. 7. Evolution of the surface temperature distribution

Further, let us consider the results of the gas-dynamic processes modeling. First of all we consider the flow pattern without formation of the laser-induced plasma, i.e. neglecting terms  $Q_{abs}$  and  $Q_{emiss}$  in (8).

The temperature, pressure and Mach number distributions along the axis of symmetry by the time 30  $\mu$ s (is are shown in Figures 9–11. It is shown that there is a stationary compression shock near the metal surface, where the pressure becomes lower than atmosphere one. Formation of the compression shock is caused by transfer from supersonic flow to subsonic one (see Figure 11). In addition, one can see the sharp changes in temperature and pressure profiles near the Knudsen layer, and the contact discontinuity between surrounding gas and metal vapor (see Figure 9). It should be noted that the similar flow pattern was observed experimentally [14].

Figure 12 demonstrates time evolution of the contact discontinuity. Two isolines of the metal vapor density (0.01 and 0.02 kg/m<sup>3</sup>) are shown.

As shown in Figure 11, the metal vapor flow is supersonic. Figure 13 demonstrates how the maximum

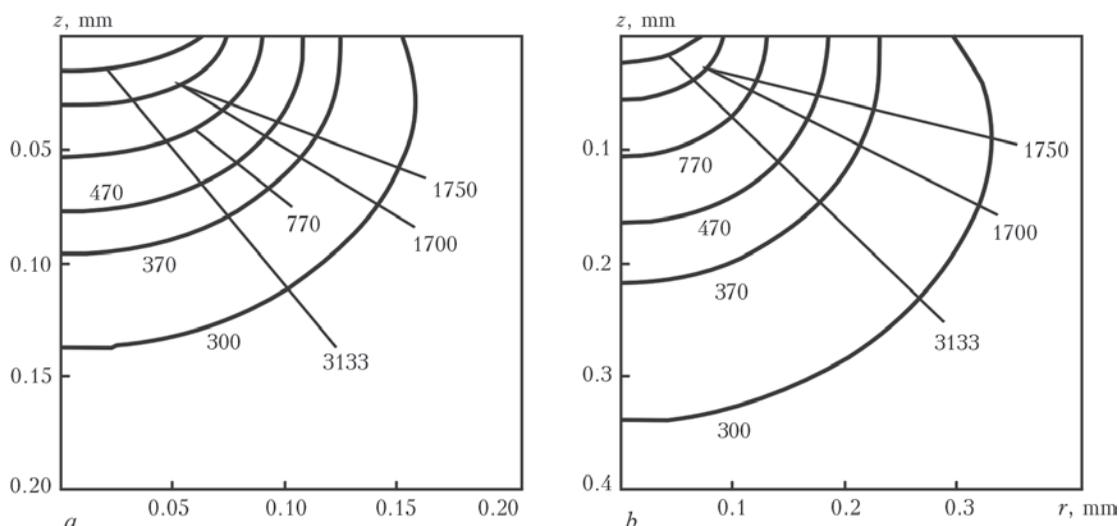


Fig. 8. Temperature fields at time moments of  $10^{-4}$  (a) and  $8 \cdot 10^{-4}$  (b) s

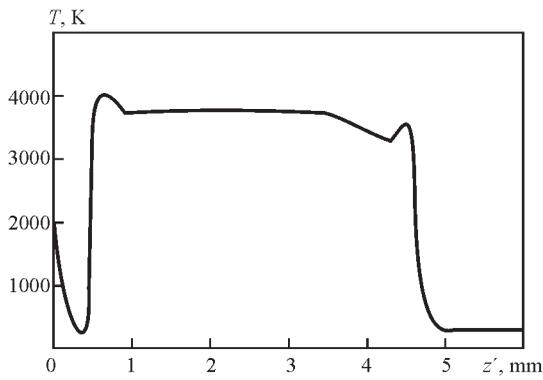


Fig. 9. Temperature distribution along the axis of symmetry value of the Mach number on the Knudsen layer border changes in time.

It is shown (see Figure 13) that after the beginning of evaporation (approximately  $0.26 \mu\text{s}$ ) the Mach number on the border of the Knudsen layer abruptly rises up to one and then remains constant. Transition time for this process is very small (in order of  $10^{-8}$  s) in comparison with the laser pulse duration. It is a very important result, since it shows the ability to investigate gas-dynamic and heat transfer processes separately. In fact, if the Mach number on the Knudsen layer border is equal to one, than boundary condition (4) for the heat transfer equation (1) does not require the solution of the gas-dynamic equations (8). This boundary condition is defined directly with the use of expressions (17a), (17b). But it should be noted that this situation occurs only for sufficiently high intensities of laser radiation. If the intensity is low (for example  $10^5 \div 10^6 \text{ W/cm}^2$ ) than the transition period in Figure 13 can be greater and in this case it is impossible to consider heat transfer and gas-dynamic problems separately.

Further let us consider the results of modeling, taking into account formation of the laser-induced plasma. Figure 14 demonstrates the temperature distribution along the axis of symmetry by the time moment  $58 \mu\text{s}$ .

From this Figure one can see that formation of the laser-induced plasma takes place between the com-

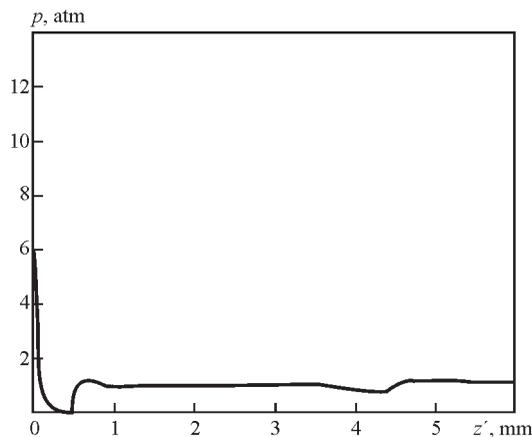


Fig. 10. Pressure distribution along the axis of symmetry

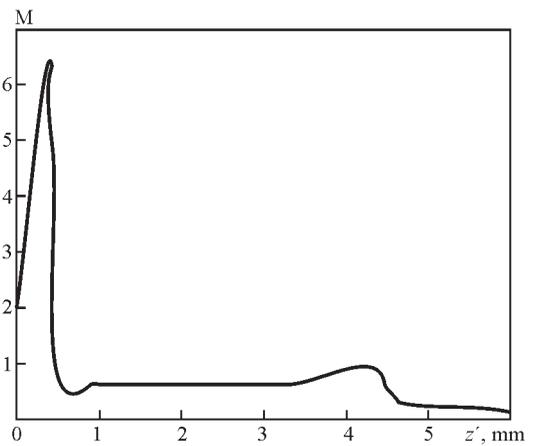


Fig. 11. Mach number distribution along the axis of symmetry

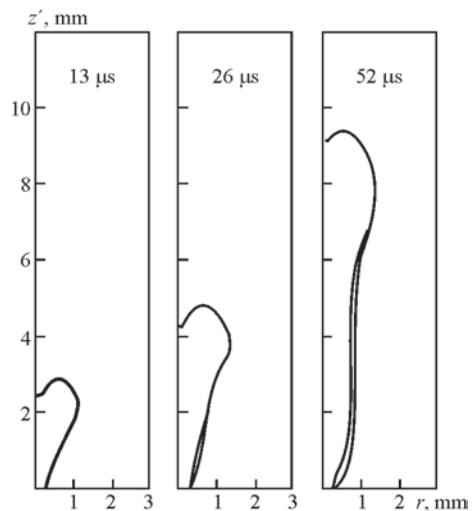


Fig. 12. Contact discontinuity at different time moments

pression shock and the contact discontinuity. The temperature in this region is of about 10,000 K. Plasma does not occur in the region between the metal surface and the compression shock due to very low values of the absorption coefficient. In turn, the value of the absorption coefficient is low because of low temperature and pressure in this rarefaction zone. The pressure distribution along the axis of symmetry is shown in Figure 15 by the same time moment.

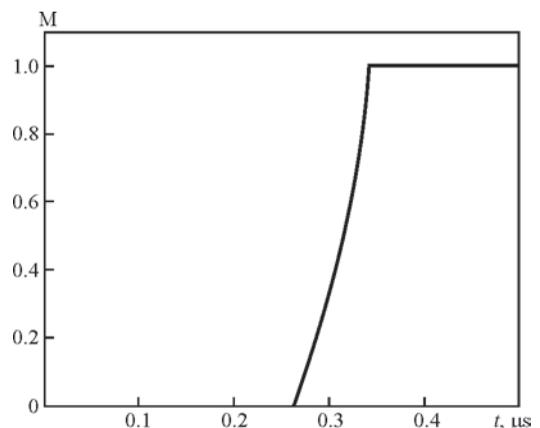


Fig. 13. Time evolution of maximum Mach number on the Knudsen layer border

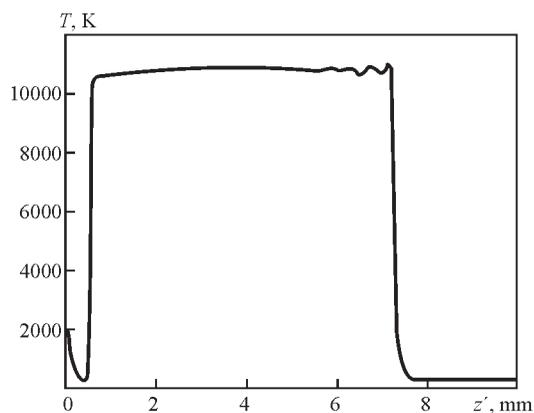


Fig. 14. Temperature distribution along the axis of symmetry

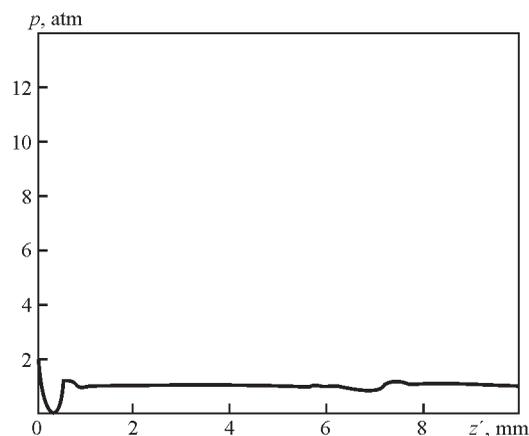


Fig. 15. Pressure distribution along the axis of symmetry

Figure 15 shows that the formation of the plasma does not exert influence on the pressure distribution. Since plasma does not form near the metal surface, this process does not also change the evaporation regime. So, the Mach number evolution (see Figure 13) on the Knudsen layer border does not change too. This fact allows us to conclude that the formation of plasma does not have action on the ability to solve the heat transfer and the gas-dynamic problems separately.

The plasma temperature (see Figure 14) is governed by the equilibrium between the heat generation

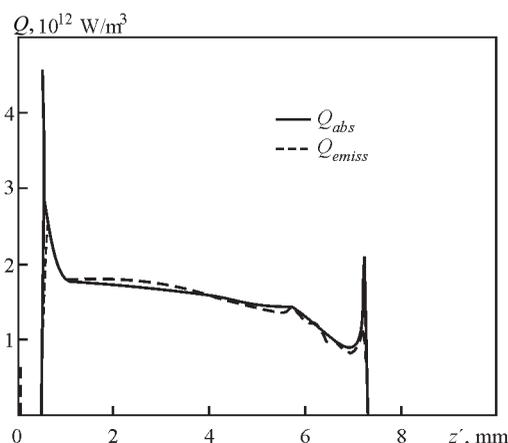


Fig. 16. Heat source  $Q_{abs}$  and net emission  $Q_{emiss}$  along the axis of symmetry

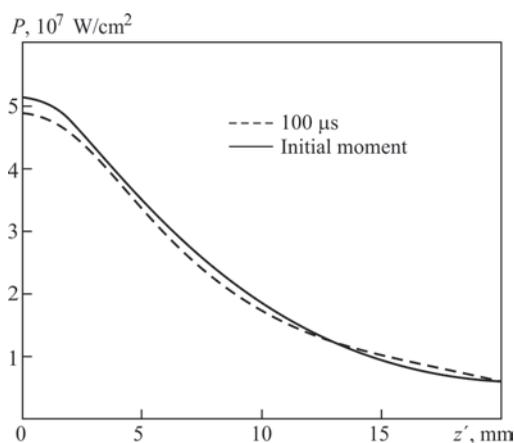


Fig. 17. Laser intensity distribution along the axis of symmetry

$Q_{abs}$  and the energy losses due to plasma emission  $Q_{emiss}$ . Distributions of this two sources along the axis of symmetry by the time  $58 \mu s$  is shown in Figure 16. In fact, this Figure demonstrates that these two sources are practically equal in the region where plasma exists. The decrease of  $Q_{abs}$  and  $Q_{emiss}$  at  $z' > 7.2 \text{ mm}$  is explained by the decreasing of laser radiation intensity with  $z'$  increasing.

In order to estimate the absorption of laser radiation by the laser-induced plasma, the comparison between two distributions of the laser radiation intensity along the axis of symmetry is made (Figure 17). This comparison shows that the absorption of the laser radiation by laser-induced plasma can be neglected.

Finally, Figure 18 demonstrates the comparison of the experimentally and numerically obtained data by the time  $60 \mu s$ . On the right side, the experimental

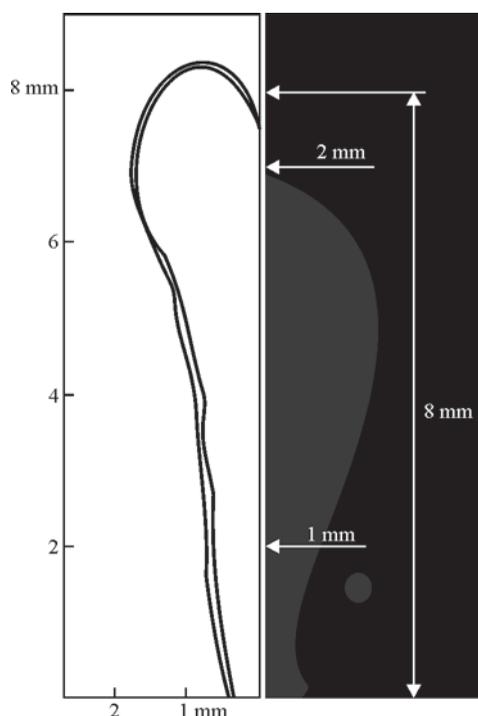


Fig. 18. Results of modeling (left side) and experimental data (right side)

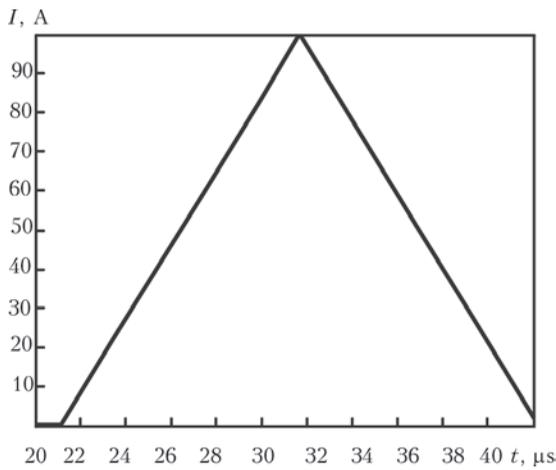


Fig. 19. Shape of arc current pulse

data (photo) are presented, and on the left side the iso-lines of the metal vapor density (0.01 and 0.02 kg/m<sup>3</sup>) are shown.

This Figure shows that there is a good agreement between the experimental and numerical data concerning the dimensions of the metal vapor plume. The photo was obtained with the use of high-speed camera at the parameters of laser pulse which were the same as in presented numerical analysis.

As the second step, let us consider the results of numerical modeling in the case of combined pulsed laser-arc processing of metal. In this case the Joule heat generation  $Q_{cur}$  is written in the following way:

$$Q_{cur}(r, z', t) = \sigma E^2(z', t), \quad (22)$$

where  $E(z', t)$  is the spatial-time distribution of electric field, and  $\sigma(T_e, T, p)$  is the electric conductivity of metal vapor. Electric field can be determined in the following way:

$$E(z', t) = \frac{I(t)}{2\pi \int_0^{+\infty} \sigma(z', r, t) r dr}, \quad (23)$$

where  $I(t)$  is the total arc current. Electric conductivity is calculated with the help of model proposed in [3]. It

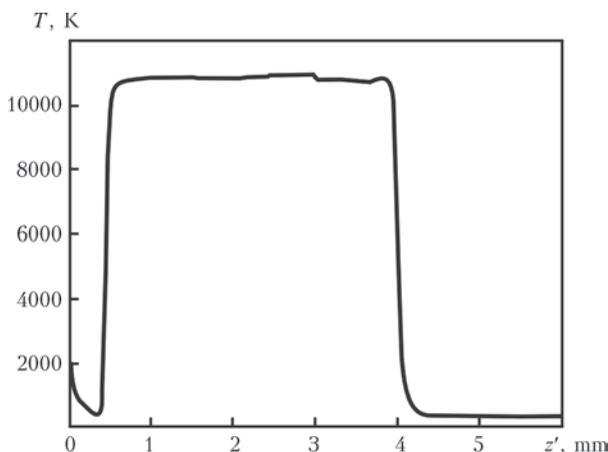


Fig. 20. Temperature distribution along the axis of symmetry for 31 μs

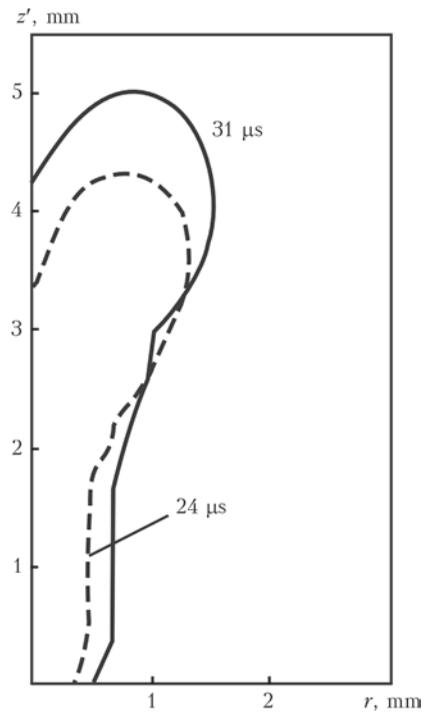


Fig. 21. Position of contact discontinuity at different time moments

is assumed that distance between anode and cathode is  $L_a = 3$  mm. Duration of electric current pulse is assumed to be equal  $t_a \approx 20$  μs, and maximum value of current in the pulse equals 50 and 100 A. The shape of the arc current pulse is shown in Figure 19.

Firstly let us consider calculation results for maximum current value 50 A. Figure 20 demonstrates the temperature distribution along the axis of symmetry by the time moment 31 μs. Figure 21 shows the position of contact discontinuity for two different time moments, and the electric field distribution along axis of symmetry by the time moment 24 μs (is shown in Figure 22).

From Figures 20–22 we can conclude that electric current pulse does not change stationary value of plasma temperature (see Figure 20). On the other hand, geometrical dimensions of metal vapor plume change

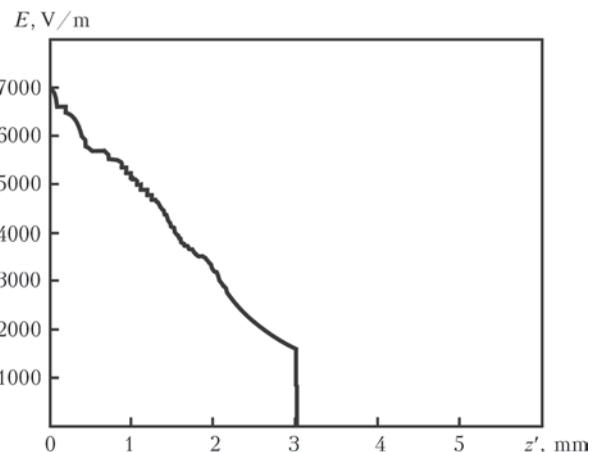


Fig. 22. Electric field distribution along the axis of symmetry for 24 μs

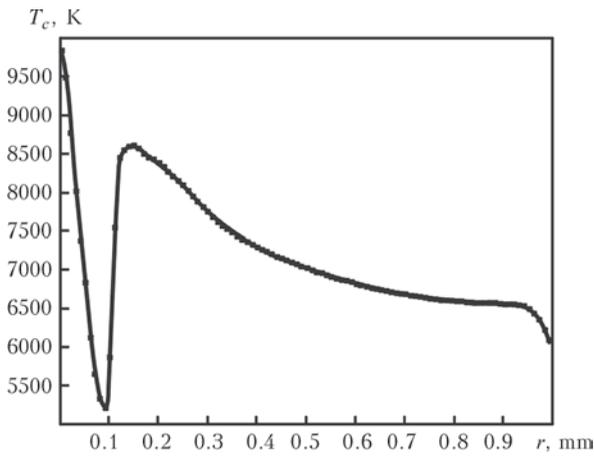


Fig. 23. Electron temperature distribution along the metal surface

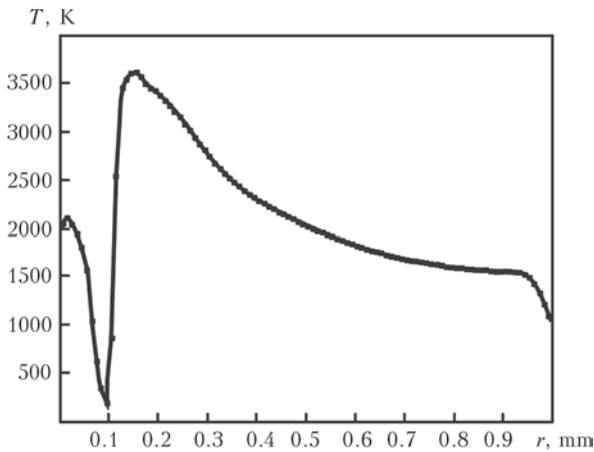


Fig. 24. Metal vapor temperature distribution along the metal surface

noticeably (see Figure 21). Increase in magnitude of electric field near the metal surface can be viewed as a consequence of geometrical shape of metal vapor plume. In fact the value of total current is the same for each coordinate  $z'$ , but the radius of conducting channel near the surface is smaller than this radius far from surface.

In addition, the distribution of plasma parameters along the metal surface is of great interest. Figures 23–26 demonstrate the distribution of electron

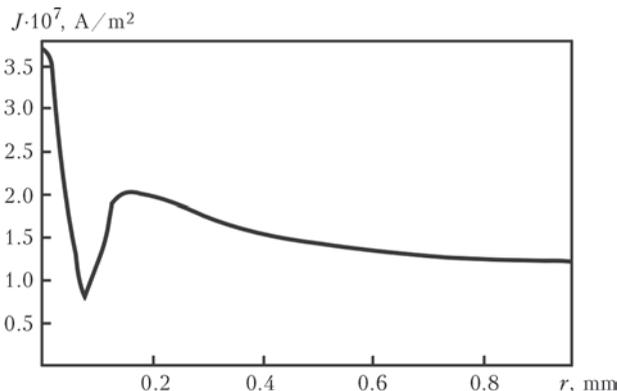


Fig. 25. Electric current density distribution along the metal surface

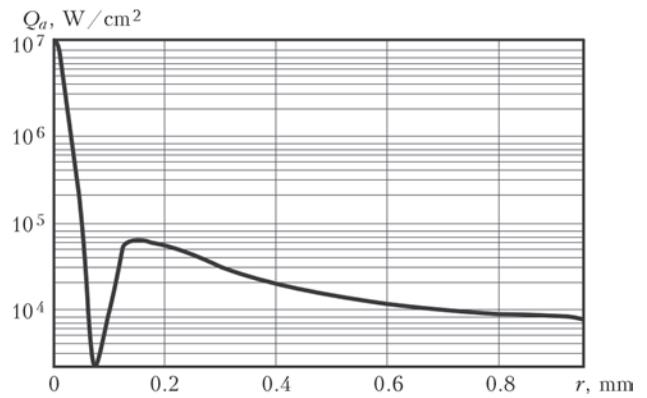


Fig. 26. Distribution of heat flux put into the metal by arc along the metal surface

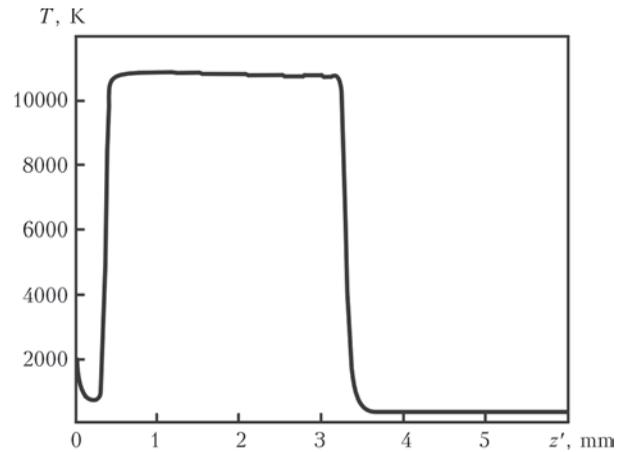


Fig. 27. Temperature distribution along the axis of symmetry for 24  $\mu$ s

temperature  $T_e$ , temperature of metal vapor  $T$ , electric current density  $j$  and heat flux put into the metal by pulse arc source  $Q_a$  correspondingly. The last value is

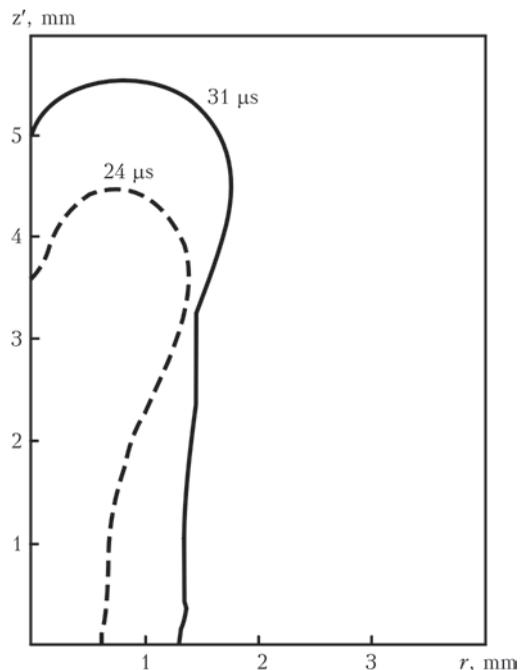


Fig. 28. Position of contact discontinuity at different time moments

calculated with the help of model of anode processes proposed in [15].

Finally, let us consider numerical results for maximum current value 100 A. Figure 27 shows the temperature distribution along the axis of symmetry by the time moment 31  $\mu$ s, and Figure 28 demonstrates the position of contact discontinuity for two different time moments.

These Figures confirm previous conclusion that electric current pulse does not change value of plasma temperature, and exerts strong influence on dimensions of metal vapor plume and, consequently, on dimension of conducting zone.

### Conclusion

In the present paper a self-consistent mathematical model of the physical phenomena, taking place at pulsed laser and combined pulsed laser-arc processing of metals, was developed. A detailed numerical analysis of heat transfer in the low carbon steel work-piece and gas-dynamic flow of the metal vapor (iron) into surrounding gas (air) was performed as applied to the following conditions of processing: pulse of Nd:YAG laser radiation with total power of 1245 W, duration of 1 ms and focusing radius of 0.05 mm. It was shown that for sufficiently high laser intensity ( $10^7 \div 10^8$  W/cm<sup>2</sup>) it is possible to consider the heat transfer and gas-dynamic processes separately. At these conditions gas-dynamic flow pattern includes a stationary compression shock near the metal surface, rarefaction zone between the metal surface and the shock and contact discontinuity between the metal vapor and surrounding gas. Pressure in the rarefaction zone is lower than the atmospheric one, and the vapor flow is supersonic. The formation of compression shock is governed by transfer from supersonic flow to subsonic one. Laser-induced plasma arises in the region between the compression shock and contact discontinuity. Plasma does not appear in the rarefaction zone due to low values of the absorption coefficient. As a result there is no direct contact between the laser-induced plasma and the metal surface. Since formation of the plasma takes place above the metal surface, this process does not exert influence on possibility to solve heat transfer and gas-dynamic problems separately.

Moreover, the detailed numerical analysis in the case of combined laser-arc processing of metal is per-

formed. It is shown that electric current pulse does not change value of plasma temperature, and exerts strong influence only on dimensions of metal vapor plume and, consequently, on dimension of conducting zone. The distribution of electric current density and heat flux put into the metal by arc along the metal surface are calculated too.

In addition the well-known Knight's model of the Knudsen layer was examined on the basis of model kinetic equation (BGK). It was shown that this model provides an error up to 13 % at calculation of the vapor mass flow. The corresponding corrections of the Knight's model for supersonic regime were made.

1. Knight, Ch. (1979) Theoretical modeling of rapid surface vaporization with back pressure. *AIAA J.*, 17(5), 519–523.
2. Bhatnagar, P., Gross, E., Krook, M. (1954) A model for collision processes in gases. Pt 1: Small amplitude processes in charged and neutral one-component systems. *Phys. Rev.*, 94, 511–525.
3. Diltthey, U., Goumeniouk, A., Lopota, V. et al. (2000) Kinetic description of keyhole plasma in laser welding. *J. Phys. D: Appl. Physics*, 33, 2747–2753.
4. Menart, J., Malik, S. (2000) Net emission coefficients for argon-iron thermal plasmas. *Ibid.*, 35, 867–874.
5. Hu, J., Tsai, H. (2007) Heat and mass transfer in gas metal arc welding. Pt I: The arc. *Int. J. Heat and Mass Transfer*, 50, 833–846.
6. Ujihara, K. (1972) Reflectivity of metals at high temperatures. *J. Appl. Physics*, 43(5), 2376–2383.
7. Ordal, M., Long, L., Bell, R. et al. (1983) Optical properties of the metals Al, Co, Cu, Au, Fe, Pb, Ni, Pd, Pt, Ag, Ti, and W in the infrared and far infrared. *Appl. Optics*, 22(7), 1099–1119.
8. Miller, J. (1969) Optical properties of liquid metals at high temperatures. *Phil. Mag.*, 20(12), Issue 168, 1115–1132.
9. Krivtsun, I., Semenov, I., Demchenko, V. (2009) The comparative analysis of convective metal evaporation models during laser processing. In: *Abstr. of VI Int. Conf. on Beam Technologies and Laser Application* (Saint-Petersburg, 2009, Sept. 23–25), 29.
10. Anisimov, S., Imas, Y., Romanov, G. et al. (1970) *Action of high-power radiation on metals*. Moscow: Nauka.
11. Biberman, L., Norman, G. (1967) Continuous spectra of atomic gases and plasma. *Uspekhi Fiz. Nauk*, 91(2), 193–246.
12. Peacemen, D., Rachford, H. (1955) The numerical solution of parabolic and elliptic differential equations. *J. Soc. Ind. Appl. Math.*, 3, 28–41.
13. Kulikovskiy, A., Pogorelov, N., Semenov, A. (2001) *Mathematical aspects of numerical solution of hyperbolic systems*. London: Chapman & Hall.
14. Batarov, V., Bunkin, F., Prohorov, A. (1970) The stationary shock wave, arising at evaporation of metal. *Pisma v Zhurnal Teor. Fiziki*, 11, 113–118.
15. Krivtsun, I., Demchenko, V., Krikent, I. (2010) Model of the processes of heat, mass and charge transfer in the anode region and column of the welding arc with refractory cathode. *The Paton Welding J.*, 6, 2–9.

## 4.2.8. MODELING OF WELD POOL PHENOMENA IN TUNGSTEN INERT GAS, CO<sub>2</sub> LASER AND HYBRID (TIG + CO<sub>2</sub> LASER) WELDING\*

I. KRIVTSUN, U. REISGEN, O. SEMENOV, A. ZABIROV

**Introduction.** The hybrid laser-arc welding process is characterized by a combined action of both laser beam and electric arc heat sources on the workpiece (within common heat input zone). Such a combination of two heat sources of different types leads to significant synergy effects, which is associated with the mutual influence of the laser beam and the arc plasma. In this case, the energy used for metal melting in hybrid process can exceed almost in twice the sum of corresponding energies in arc and laser processes separately [1–3].

Hybrid laser-arc welding most often combines laser beam with the gas metal arc; however, another field of interest is hybrid with the tungsten inert gas welding (TIG) or plasma arc welding [2–4]. In these types of hybrid welding processes, the parameters of the arc (current, voltage, polarity and type of the electrode, chemical composition, and flow of the shielding gas) and parameters of the laser beam (power, wavelength, and focusing condition) determine the effectivity and feasibility of practical application. During the selection of the parameter configuration, their influence on the electric arc and laser beam action onto the weld metal being welded should be taken into account, as well as the direct laser-arc interaction, which leads to changes in characteristics of the arc and laser beam heating source combined in the hybrid process.

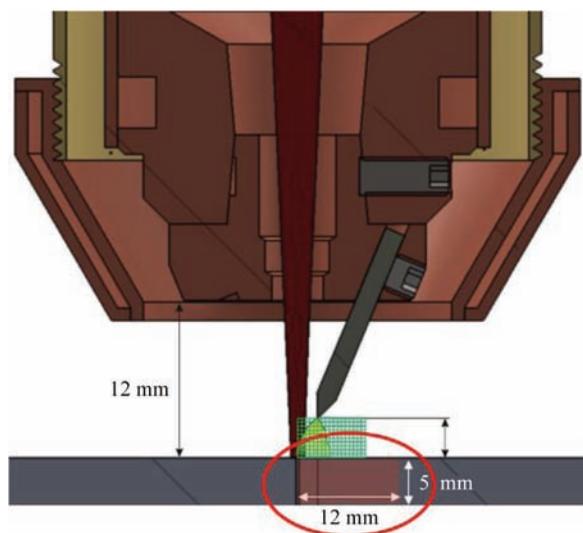


Fig. 1. Scheme of hybrid spot welding and computational area

This paper is aimed at the development of a complex mathematical model and comparative numerical analysis of the metal penetration processes in TIG, laser, and hybrid (TIG + laser) spot welding.

**Problem statement.** The proposed model includes two coupled models:

1. Model of thermal, hydrodynamic, and electromagnetic processes in the workpiece, taking into account the evaporation of the metal from the weld pool free surface, its deformation, dynamic interaction of the arc plasma with melt, thermocapillary Marangoni effect, as well as electromagnetic and buoyancy forces.

2. Model of the heat, mass, and charge transfer in the arc column and anode region of the welding arc (TIG) including the interaction of a focused laser beam with arc plasma and the appearance of a combined laser-arc discharge [4, 5] in the case of hybrid (TIG + CO<sub>2</sub> laser) welding.

A scheme of the hybrid spot welding process is presented in Fig. 1. The calculation area is within a red ellipse.

The coupling of the aforementioned models is accomplished as follows. Temperature distribution along the free surface and its shape derived in the weld pool simulation are the input parameters for modeling of the arc plasma in TIG welding (combined laser-arc discharge in TIG + CO<sub>2</sub> laser welding). Model of the arc column gives distributions of:

- current density  $j_0(r)$  on the anode surface;
- heat flux  $q_h(r)$  in the anode from heat source (arc and laser beam);
- plasma pressure  $P_a(r)$  from arc heat source;
- plasma shear stresses  $f_{sh}$  in the anode arc attachment region.

These characteristics in turn are the input parameters for the modeling of the processes in weld pool.

In modeling of the processes of metal penetration in TIG, laser (CO<sub>2</sub> laser), and hybrid spot welding (TIG + CO<sub>2</sub> laser) the following assumptions were made:

- weld pool has an axisymmetric form;
- the liquid metal is a newtonian fluid;
- distribution of the electric current density and heat flux to the metal along its surface are calculated as described above in the model of the arc column.

In view of the first assumption, the two-dimensional axisymmetric coordinate system is used for math-

\*Journal of Laser Applications. — 2016. — Vol. 28, № 2, May. — P. 022406-1–022406-7.

emathical description of the processes taking place in the weld metal. Here,  $s$  is the coordinate along the free surface  $\Gamma$  of the weld pool as shown in Fig. 2.

The mathematical model of the processes in the work-piece includes calculation of temperature, velocity fields, and characteristics of electromagnetic field in liquid and solid phases. A more detailed explanation of the modeling approach is described in Ref. 6.

#### Mathematical models and numerical solution.

The computational domain includes two phases: a solid phase (the unmelted base metal) and a liquid phase (weld pool):  $0 < r < R$ ;  $0 < z < B$ . Due to the time-varying shape of the melting front, complications arose in the numerical analysis of heat and hydrodynamic processes in this system. To overcome these difficulties, the effective viscosity method [7] is used. Viscosity in solid phase was specified as  $2 \cdot 10^4$  times greater than viscosity in liquid phase. Such approach allows suppressing metal motion inside the region occupied by solid metal and is referred to as effective viscosity method [7].

The metal properties used in the simulation are presented in the Appendix. For mathematical description of the energy, mass, and charge transfer processes in such a model system (axially symmetrical), we used models described below.

Problems of heat-, mass-, and charge transfer are solved with the finite element method. Governing equations are substituted with their numerical analogs written for a triangular uniform mesh grid. The time step  $\Delta t$  was limited by the demand to the Courant–Friedrichs–Lewy (CFL) condition  $C = V_{\max} \Delta t / \Delta x$  not to exceed the value of 1.

**Model of heat transfer.** Heat propagation in the weld metal is described by the heat transfer equation which can be written in the enthalpy form:

- Energy conservation

$$\begin{aligned} & \frac{\partial H}{\partial t} + u \frac{\partial H}{\partial r} + v \frac{\partial H}{\partial z} = \\ & = \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left( r \lambda \frac{\partial T}{\partial r} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left( \lambda \frac{\partial T}{\partial z} \right) + \frac{j^2}{\sigma}, \end{aligned}$$

where  $H$  is calculated as follows:

$$H(T) = \int_{T_0}^T c(x) \rho(x) dx + L \rho \eta(T).$$

- Boundary conditions are

$$\begin{aligned} \left. \frac{\partial T}{\partial r} \right|_{r=0} &= 0; \quad T|_{r=R} = T_0; \quad \lambda \left. \frac{\partial T}{\partial z} \right|_{z=B} = -q_c; \\ \lambda \left. \frac{\partial T}{\partial n} \right|_{\Gamma} &= -q_h - q_r - q_c - q_v. \end{aligned}$$

For description of convective and radiation heat losses, Newton and Stefan–Boltzmann laws are used accordingly:  $q_c = \alpha(T - T_0)$ ,  $q_r = \varepsilon \sigma_0(T^4 - T_0^4)$ . Heat flux due to evaporation ( $q_v$ ) and heat flux in anode ( $q_h$ ) are calculated by the models proposed in Refs 8 and 9–11, respectively.

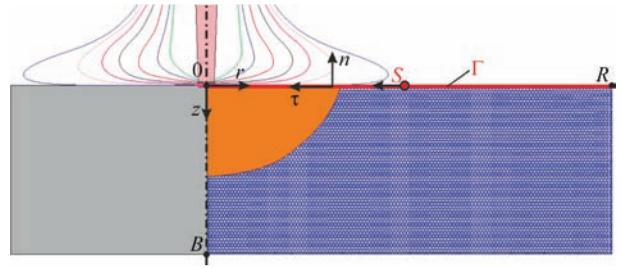


Fig. 2. Schematic representation of the computational domain

**Model of the electromagnetic processes.** The governing equations of the model of electromagnetic processes in weld metal are as follows:

- Current continuity

$$\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (r j_r) + \frac{\partial}{\partial z} j_z = 0.$$

- Ohm's law

$$j_r = -\sigma \frac{\partial \phi}{\partial r}; \quad j_z = -\sigma \frac{\partial \phi}{\partial z}.$$

- Maxwell's equation

$$\text{rot } \vec{B} = \mu_0 \vec{j}.$$

- Boundary conditions are

$$\begin{aligned} \left. \frac{\partial \phi}{\partial r} \right|_{r=0} &= 0; \quad \left. \frac{\partial \phi}{\partial r} \right|_{r=R} = 0, \quad \phi|_{z=B} = 0; \\ -\sigma \left. \frac{\partial \phi}{\partial n} \right|_{\Gamma} &= j_0(r). \end{aligned}$$

It should be noted that current density into anode  $j_0$  is found from the model proposed in Refs 9 and 11.

**Model of the hydrodynamic processes.** Movement of the molten metal in the weld pool is described by the incompressible Navier–Stokes equations.

- Momentum conservation

$$\begin{aligned} & \rho \left( \frac{\partial u}{\partial t} + u \frac{\partial u}{\partial r} + v \frac{\partial u}{\partial z} \right) = \\ & = -\frac{\partial P}{\partial r} + \mu \left( \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left( r \frac{\partial u}{\partial r} \right) + \frac{\partial^2 u}{\partial z^2} - \frac{u}{r^2} \right) + j_z B; \\ & \rho \left( \frac{\partial v}{\partial t} + u \frac{\partial v}{\partial r} + v \frac{\partial v}{\partial z} \right) = \\ & = -\frac{\partial P}{\partial z} + \mu \left( \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left( r \frac{\partial v}{\partial r} \right) + \frac{\partial^2 v}{\partial z^2} \right) - j_r B + \rho g. \end{aligned}$$

- Mass conservation

$$\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (ru) + \frac{\partial v}{\partial z} = 0.$$

- Boundary conditions are

$$\begin{aligned} \left. \frac{\partial v}{\partial r} \right|_{r=0} &= 0; \\ u|_{r=0} = u|_{r=B} = v|_{z=B} = u|_{r=R} = v|_{r=R} &= 0; \\ \mu \left( \frac{\partial V_n}{\partial s} + \frac{\partial V_\tau}{\partial n} \right) \Big|_{\Gamma} &= \frac{\partial T}{\partial s} \frac{d\gamma}{dT} + \\ + f_{\text{sh}} \left( P - 2\mu \frac{\partial V_n}{\partial n} \right) \Big|_{\Gamma} &= 2\gamma K + P_a. \end{aligned}$$

The last two conditions express balance of tangential and normal stresses on the free surface, respec-

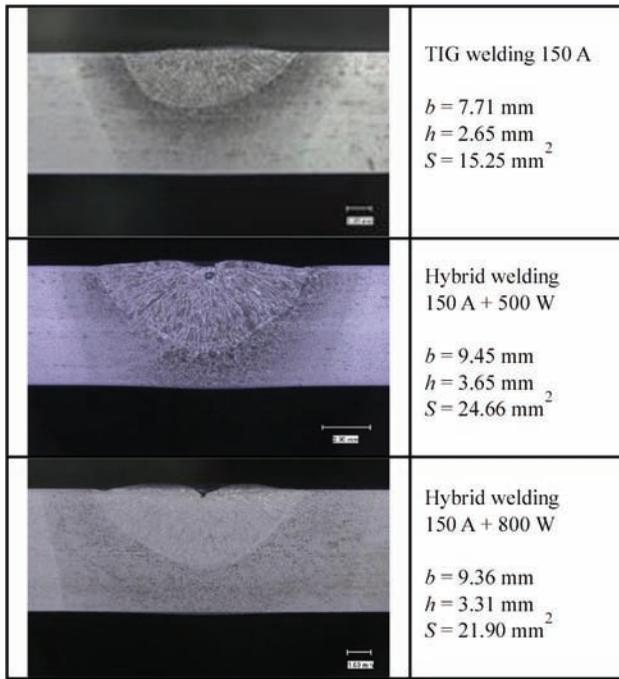


Fig. 3. Geometry and sizes of the spot welds cross sections at heating time  $t = 6 \text{ s}$

tively. The following boundary condition follows directly from the mass balance on the free surface:

$$(\vec{V}|_r - \vec{V}_s, \vec{n}) = 0.$$

**Experimental procedure.** TIG spot welding was performed with the following parameters:  $I = 150 \text{ A}$ ,  $L_{\text{arc}} = 4 \text{ mm}$ , shielding gas is argon. The dynamics of weld penetration using steel S235JR samples with thickness  $5 \text{ mm}$  and maximum welding time of  $18 \text{ s}$  were studied. The results of metal penetration shape in time moments  $t = 6, 9, 12, 15,$  and  $18 \text{ s}$  were compared with corresponding experimental data.

For the experiments, a special water-cooled hybrid TIG-laser torch was used (Fig. 1). This torch is a self-made development, in which the TIG arc hits the laser beam side-ways. Such a design of the welding torch allows us to integrate the arc and the focused laser beam in a way, so as to ensure their direct interaction and combined effects on the workpiece within the common heating zone. The electrode has a  $26^\circ$  angle to the axis of the torch.

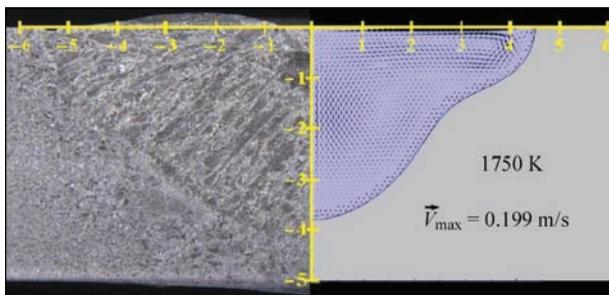


Fig. 4. Experimental and computational shape of the metal penetration and velocity field in the weld pool in TIG spot welding ( $I = 150 \text{ A}$ ,  $t = 18 \text{ s}$ )

Laser spot welding using the  $\text{CO}_2$  laser was performed with following parameters:  $Q^0 = 500, 800 \text{ W}$ ,  $r_f = 0.2 \text{ mm}$ .

During the implementation of hybrid (TIG +  $\text{CO}_2$  laser) welding, the arc with refractory cathode was combined with a focused laser beam as described in Ref. 11. Detailed description of the experiments is presented in Ref. 12.

**Simulation results and discussion.** In this section, the results of numerical modeling of metal penetration in arc (TIG), laser ( $\text{CO}_2$  laser), and hybrid (TIG +  $\text{CO}_2$  laser) spot welding are listed as well as their comparison with appropriate experimental data.

**Geometry of the spot welds.** Figure 3 shows the cross section and basic dimensions of TIG and hybrid welds produced with the same heating time  $t$ . In the hybrid welding (TIG +  $\text{CO}_2$  laser), by using laser power of  $500 \text{ W}$  and  $800 \text{ W}$  weld depth increases by up to  $38 \%$  and  $25 \%$  as compared to pure TIG welding. Thus, the efficiency of hybrid welding slightly decreases with increasing laser power.

Distributions of input heat flow and current density, pressure of arc plasma flow and shear stress on the metal surface at every time moment were calculated by means of the mathematical model described in detail in Refs. 9–11.

**TIG welding.** The weld pool shape obtained by modeling along with the experimental macrosection of the weld spot is presented in Fig. 4. Comparison of the computational and experimentally obtained weld penetration shapes shows that they are consistent. The observed difference between the calculated shape and experimental macrosection can be related to the fact that the arc with refractory cathode that was used is slanted at a  $26^\circ$  angle from the normal to the metal surface.

**$\text{CO}_2$  laser welding.** The modeling results show that for  $Q^0 = 500 \text{ W}$  the metal surface temperature reaches its maximum after  $0.8 \text{ s}$  of heating, which is about  $1600 \text{ K}$  and is lower than melting temperature of the metal ( $T_{\text{liq}} = 1772 \text{ K}$ ) and after that remains constant. Therefore, the weld pool is not formed. When the laser beam of power  $Q^0 = 800 \text{ W}$  was used, the weld pool is formed after a  $0.9 \text{ s}$  heating duration and has a diameter of  $1 \text{ mm}$ . The temperature of the weld pool surface and its size do not change with increasing impact time  $t$ .

Experiments have shown that while using the  $500 \text{ W}$  power laser beam, the weld pool reaches a diameter of about  $1.1 \text{ mm}$  which remains constant as  $t$  grows. For the  $800 \text{ W}$ , power laser beam, the size of the weld spot is practically the same, but the laser impact leads to noticeable metal evaporation. A reason for the difference between computational and experimental data can be the permanence of the coefficient

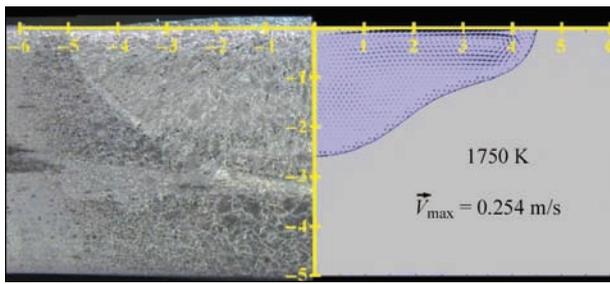


Fig. 5. Experimental and computational shape and velocity field in the weld pool in hybrid spot welding (TIG + CO<sub>2</sub> laser,  $I = 150$  A,  $Q^0 = 500$  W,  $t = 8$  s)

of laser absorption by metal surface  $A$  which can actually be significantly dependent on temperature.

**Hybrid welding.** Modeling of the metal penetration in spot hybrid welding was performed for the same mode parameters as mentioned above, and maximum impact time was  $t = 12$  s for the 500 W laser beam and  $t = 10$  s for the 800 W beam. The calculated weld pool shape and experimental macrosection of the weld spot for  $t = 8$  s and different powers of the laser beam are shown in Figs 5 and 6. Effective absorption coefficient of the laser radiation by the molten metal surface  $A = 0.1$  [13].

Comparison of the computational and experimental metal penetration shapes shows that considering the weld pool hydrodynamics can explain the fact that this shape differs from the elliptic one, which is typical for the heat conduction penetration mode.

**Metal penetration efficiency.** The results of the mathematical modeling show that weld depth and the volume of the melted metal significantly increase while simultaneously using electric arc and laser beam. As follows from the calculated data, the volume of the liquid metal in hybrid welding is more than the sum of the volumes in TIG and laser welding when each of the heat sources impacts the metal independently. The aforementioned effect is caused mainly not by the increasing of the heat input in the metal in hybrid welding, but by the intensification of the convective processes in the weld pool. The calculations by means of the arc plasma model show that overall input power to the metal in TIG welding is  $Q_{\text{TIG}} = 1455$  W. Power input to the metal in laser welding at  $Q^0 = 800$  W can be estimated as  $Q_{\text{CO}_2 \text{ laser}} = A Q^0$  which gives  $Q_{\text{CO}_2 \text{ laser}} = 80$  W for the chosen value  $A = 0.1$ . Thus, the overall power input by the arc and laser beam is equal 1535 W (Fig. 7, left column). In hybrid welding, the power input by the arc slightly increases due to additional heating of the arc plasma by the laser radiation passing through it and is equal to 1529 W, while the power input by the laser decreases because of the partial absorption of the laser radiation by the arc plasma (according to Ref. 11 nearly 74 % of the laser beam power reaches metal surface)

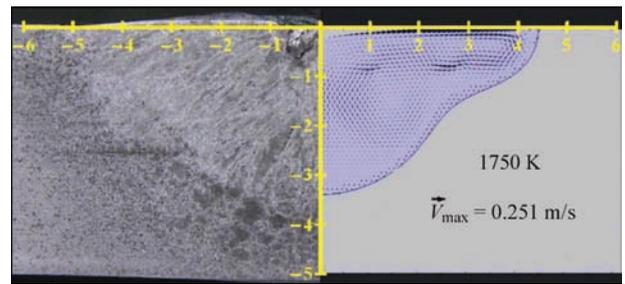


Fig. 6. Experimental and computational shape and velocity field in the weld pool in hybrid spot welding (TIG + CO<sub>2</sub> laser,  $I = 150$  A,  $Q^0 = 800$  W,  $t = 8$  s)

and is  $A Q^0 = 59$  W, which gives  $Q_{\text{TIG+CO}_2 \text{ laser}} = 1588$  W (Fig. 7, right column). Thus, increasing the heat input in the metal in hybrid welding does not exceed 4 %.

The reason for the intensification of the convective processes inside the weld pool in hybrid (TIG + CO<sub>2</sub> laser) welding is that the observed interaction between the laser beam and arc plasma leads to the constriction of the anode arc region (increasing the current density on the welded metal surface) [11]. This leads to an increase of the electromagnetic force transporting the heated metal from the surface to the bottom of the weld pool. It amplifies the effectiveness of the heat convection to the bottom of the weld pool and hence the weld depth. For example, after 8 s since the beginning of the heat source impact have passed, the maximum velocity of the liquid metal on the pool's axis in TIG welding is 0.017 m/s while for the hybrid welding, using the CO<sub>2</sub>

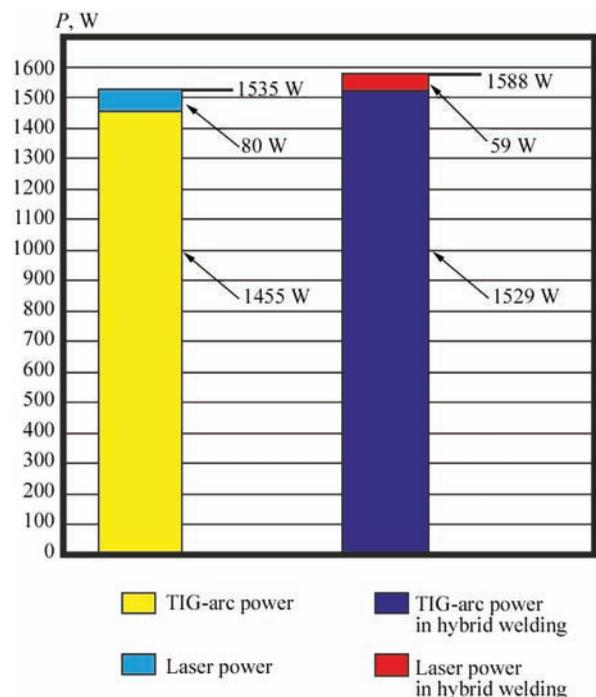


Fig. 7. Left column — heat input in workpiece from TIG arc and laser beam as a sum of separate processes. Right column — parts of heat input in work-piece from TIG arc and laser beam in hybrid welding process

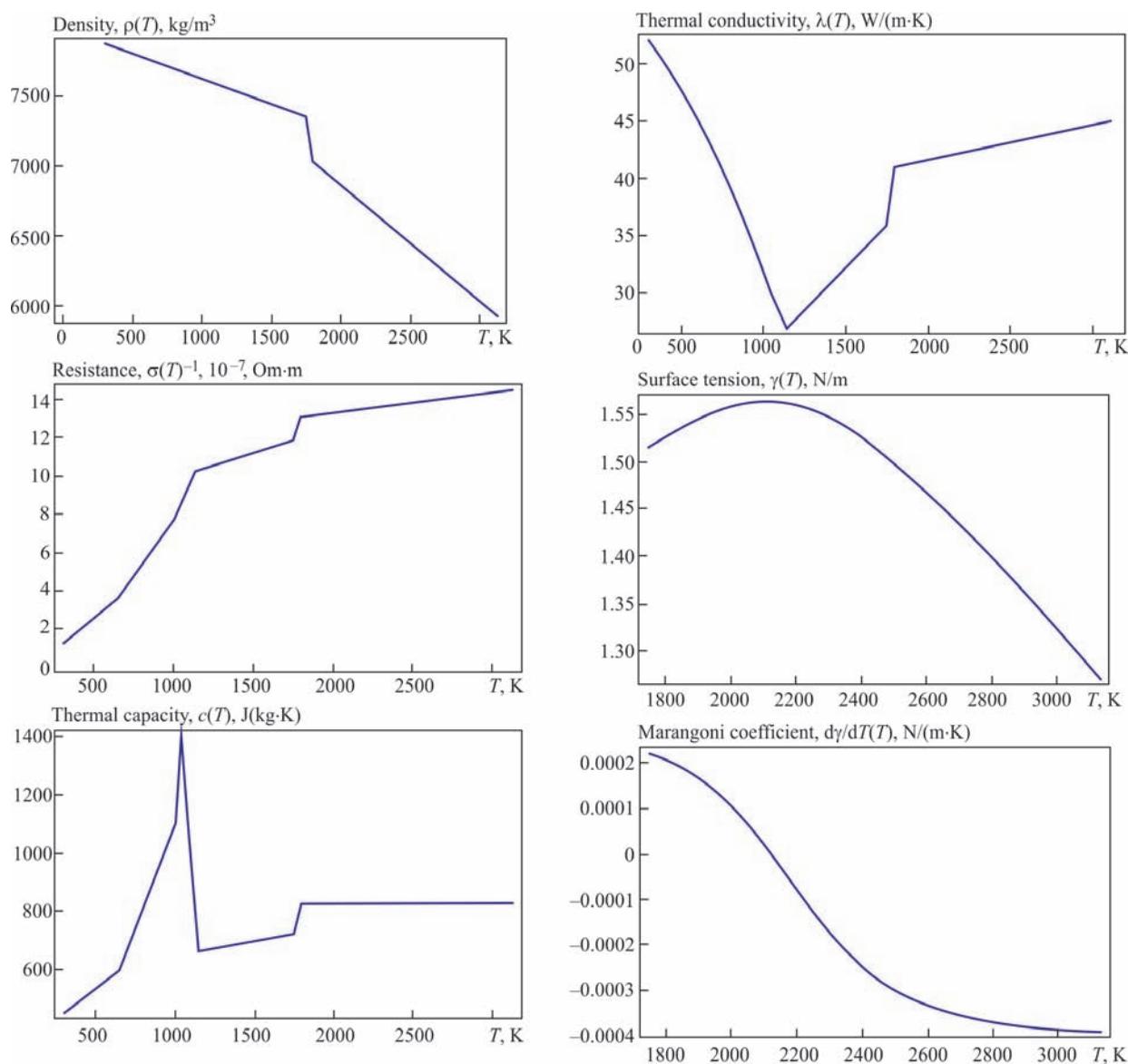


Fig. 8. Properties of the steel used for numerical calculations

laser, this value reaches 0.037 m/s and 0.046 m/s for laser powers of 500 W and 800 W, respectively.

### Conclusions

The mathematical model of metal penetration in TIG, laser, and hybrid (TIG + laser) spot welding was developed. The model allows self-consistent description of the thermal, hydrodynamic and electromagnetic processes in welded metal, as well as the physical processes occurring in the plasma of the arc column and near-anode region during TIG welding, including interaction between the arc plasma and the focused laser beam in hybrid (TIG + CO<sub>2</sub> laser) welding.

Results of the mathematical modeling shows the substantial interaction between the focused CO<sub>2</sub> laser beam and plasma of the arc with refractory cathode united in the hybrid process. This leads to a change in characteristics of these sources of influence on the welded metal. As a result, the volume of the melted

metal in hybrid (TIG + CO<sub>2</sub> laser) spot welding can rise by 50 % as compared to the sum of the corresponding volumes in TIG and laser spot welding separately, while the power input from the aforementioned heat sources remains nearly constant.

### Nomenclature

- $A$  — coefficient of laser absorption by metal surface;
- $\vec{B}$  — magnetic field (T);
- $C$  — Courant–Friedrichs–Lewy (CFL) condition;
- $c$  — specific heat capacity (J/(kg·K));
- $f_{sh}$  — plasma shear stress (Pa);
- $g$  — gravitational acceleration (m/s<sup>2</sup>);
- $H$  — specific enthalpy (J/m<sup>3</sup>);
- $h$  — length interval of the finite element cell;
- $I$  — welding current (A);
- $J$  — electrical current density (A/m<sup>2</sup>);
- $j_r$  — radial component of the current density (A/m<sup>2</sup>);

$j_z$  — axial component of the current density ( $A/m^2$ );  
 $j_0$  — current density on the anode surface ( $A/m^2$ );  
 $K$  — mean curvative of the free surface;  
 $L$  — latent heat of fusion ( $J/kg$ );  
 $L_{arc}$  — welding arc length (m);  
 $P$  — pressure in liquid metal (Pa);  
 $P_a$  — arc pressure (Pa);  
 $q_c$  — heat flux due to convection ( $W/m^2$ );  
 $q_h$  — heat flux in anode from heat source ( $W/m^2$ );  
 $q_r$  — heat flux due to radiation ( $W/m^2$ );  
 $q_v$  — heat losses due to evaporation ( $W/m^2$ );  
 $Q^0$  — initial power of the laser beam (W);  
 $r_f$  — radius of the laser spot focus on the workpiece (mm);  
 $s$  — coordinate of free surface;  
 $T$  — temperature (K);  
 $t$  — time (s);  
 $T_0$  — ambient temperature (K);  
 $u$  — radial component of the velocity vector (m/s);  
 $v$  — axial component of the velocity vector (m/s);  
 $\vec{v}$  — velocity vector (m/s);  
 $\vec{v}^s$  — velocity of free surface (m/s);  
 $V_{max}^s$  — maximum value of metal velocity;  
 $V_{\eta}^s, V_{\tau}^s$  — velocity components in normal ( $n$ ) and tangential ( $\tau$ ) direction (m/s);  
 $\alpha$  — heat conduction coefficient;  
 $\gamma$  — surface tension (N/m);  
 $\Gamma$  — free surface;  
 $\varepsilon$  — emissivity factor;  
 $\eta(T)$  — fraction of the liquid phase;  
 $\lambda$  — thermal conductivity ( $W/(m \cdot K)$ );  
 $\mu$  — dynamic viscosity (Pa·s);  
 $\mu_0$  — vacuum permeability;  
 $\rho$  — density ( $kg/m^3$ );  
 $\sigma$  — electrical conductivity ( $(\Omega \cdot m)^{-1}$ );  
 $\sigma_0$  — Stephan–Boltzmann coefficient;  
 $\varphi$  — electric potential (V).

**Acknowledgments.** This work was carried out with the financial support of the German Research Foundation DFG RE-2755/20-1 Self-consistent model for Laser-TIG and Laser-Plasma hybrid welding in heat transfer mode. The authors wish to express their thanks for this funding.

#### Appendix: S-235JR steel properties

Dynamic viscosity for liquid phase,  $\mu$ : 0.004 [Pa·s];  
 Dynamic viscosity for solid phase,  $\mu$ : 80 [Pa·s];  
 Liquidus temperature,  $T_{liq}$ : 1772 [K];

Solidus temperature,  $T_{sol}$ : 1728 [K];  
 Boiling temperature,  $T_{boil}$ : 3133 [K];  
 Latent heat of fusion,  $L$ : 256.4 [kJ/kg];  
 Emission,  $\varepsilon$ : 0.4;  
 Heat transfer coefficient,  $\alpha$ : 20 [ $W/m^2 \cdot K$ ];  
 Density,  $\rho(T)$ ;  
 Resistance,  $\sigma(T) - 1$ ;  
 Specific heat capacity,  $c(T)$ ;  
 Thermal conductivity,  $\lambda(T)$ ;  
 Surface tension,  $\gamma(T)$ ;  
 Surface tension temperature gradient,  $d\gamma/dT(T)$ .

1. W. F. Steen, Arc augmented laser processing of materials, *J. Appl. Phys.* **51**, 5636–5641 (1980).
2. C. Bagger and F. Olsen, Review of laser hybrid welding, *J. Laser Appl.* **17**, 2–14 (2005).
3. P. Kah, Overview of the exploration status of laser-arc hybrid welding processes, *Rev. Adv. Mater. Sci.* **30**, 112–132 (2012); available at <http://www.ipme.ru/e-journals/RAMS/no23012/contents.html>.
4. P. Seyffarth and I. Krivtsun, Laser-arc processes and their applications in welding and material treatment, in *Welding and Allied Process* (Taylor and Francis Books, London, 2002), Vol. 1, p. 200.
5. U. Reisgen, A. Zabiroy, I. Krivtsun, V. Demchenko, and I. Krikent, Interaction of CO<sub>2</sub>-laser beam with argon plasma of gas tungsten arc, *Weld. World* **59**, 611–622 (2015).
6. D. Kovalenko, I. Krivtsun, V. Demchenko, and I. Kovalenko, Peculiarities of thermal and hydrodynamic processes occurring in TIG and A-TIG welding of stainless steel, *Paton Weld. J.* **12**, 2–5 (2010), <http://patonpublishinghouse.com/eng/journals/tpwj/2010/12/01>.
7. S. Kou and D. Sun, Fluid flow and weld penetration in stationary arc welds, *Metall. Trans. A.* **16**, 203–213 (1985).
8. C. Knight, Theoretical modelling of rapid surface vaporization with back pressure, *AIAA J.* **17**, 519–523 (1979).
9. I. Krivtsun, V. Demchenko, and I. Krikent, Model of the processes of heat, mass and charge transfer in the anode region and column of the welding arc with refractory cathode, *Paton Weld. J.* **6**, 2–9 (2010); available at <http://patonpublishinghouse.com/eng/journals/tpwj/2010/06/01>.
10. I. Krikent, I. Krivtsun, and V. Demchenko, Simulation of electric arc with refractory cathode and evaporating anode, *Paton Weld. J.* **9**, 17–24 (2014); available at <http://patonpublishinghouse.com/eng/journals/tpwj/2014/09/02>.
11. I. Krivtsun, I. Krikent, V. Demchenko, U. Reisgen, A. Zabiroy, and O. Mokrov, Interaction of CO<sub>2</sub>-laser beam with electric arc plasma in hybrid (laser-arc) welding, *Paton Weld. J.* **3–4**, 6–15 (2015); available at <http://patonpublishinghouse.com/eng/journals/tpwj/2015/eng/journals/tpwj/2015/04/01>.
12. U. Reisgen, I. Krivtsun, B. Gerhards, and A. Zabiroy, Experimental research of hybrid welding processes in combination of gas tungsten arc with CO<sub>2</sub>- or Yb:YAG-laser beam, *J. Laser Appl.* **28**(2), 1–6 (2015); available at <http://scitation.aip.org/content/lia/journal/jla/28/2/10.2351/1.4944096>.
13. G. Gladush and I. Smurov, *Physics of Laser Materials Processing: Theory and Experiment* (Springer-Verlag, Berlin, 2011), p. 534.



# ИМЕННОЙ УКАЗАТЕЛЬ

- Беденко** Д.В. (Bedenko D.V.) 354, 359  
**Бои** У. (Бойи Ву) 187, 195, 426  
**Борисов** Ю.С. (Borisov Yu.) 453, 463, 467, 472, 618  
**Бушма** А.И. (Bushma A., Bushma A.I.) 309, 315, 326, 610, 618
- Васенин** Ю.Л. 326  
**Воропай** Н.М. 17, 20
- Гвоздецкий** В.С. 22, 27, 31, 293, 298, 300, 305, 526  
**Gorchakov** S. 111  
**Греков** С.В. 225
- Демченко** В.Ф. (Демченко В., Demchenko V., Demchenko V.F.) 31, 41, 44, 53, 61, 68, 76, 82, 86, 94, 104, 111, 123, 68, 135, 141, 161, 168, 187, 195, 208, 216, 225, 229, 241, 250, 255, 263, 269, 342, 348, 379, 385, 393, 445, 561, 571, 614, 624  
**Демьянов** А.И. (Demyanov O.I.) 401, 408, 413, 511  
**Dilthey** U. 86
- Забиров** А. (Забиров А.Ф., Zabirov A.) 44, 53, 61, 76, 82, 104, 111, 168, 241, 255, 263, 269, 561, 571, 579, 634  
**Загородний** А.Г. 293, 298, 300, 305  
**Зацерковный** А.С. (Zatserkovny A.) 385, 463, 467, 472  
**Зельниченко** А.Т. 99, 610
- Игнатов** А.В. (Игнатов А.) 435, 579
- Кабачков** Д.Ю. 225  
**Ковалев** О.Б. (Kovalev O.B.) 354, 359  
**Коваленко** Д.В. (Kovalenko D.V.) 161, 187, 208, 216  
**Коваленко** И.В. (Kovalenko I.V.) 161, 187, 208, 216  
**Коржик** В.Н. (Korzhyk V.N.) 401, 408, 413, 417, 426, 481, 487, 493, 501, 511  
**Корчинский** Г.М. 293, 298, 305  
**Кривцун** И.В. (Кривцун И., Кривцун I.B., Krivtsun I., Krivtsun I.V.) 17, 20, 22, 27, 31, 38, 41, 44, 53, 61, 68, 76, 82, 86, 94, 99, 104, 111, 123, 135, 141, 149, 161, 168, 187, 195, 208, 216, 225, 229, 241, 250, 255, 263, 269, 285, 293, 298, 300, 305, 309, 315, 320, 326, 332, 342, 348, 354, 359, 369, 374, 379, 385, 393, 401, 408, 413, 417, 426, 435, 445, 453, 463, 467, 472, 481, 487, 493, 501, 511, 526, 532, 540, 547, 561, 571, 579, 591, 597, 606, 610, 614, 618, 624, 634
- Крикент** И.В. (Крикент I.B., Krikent I.) 41, 53, 68, 76, 82, 94, 123, 135, 141, 161, 168, 571, 225, 229, 445, 561, 571
- Лесной** А.Б. (Лесной А., Лісний О.Б., Lesnoi A., Lesnoj(y) A.B., Lisnyi O., Lisnyi O.B.) 41, 44, 53, 76, 82, 86, 208, 216, 269, 614  
**Лихошва** А.В. 187  
**Люгшайдер** Е. 453
- Маринский** Г.С. 417  
**Махненко** В.И. 31  
**Мокров** О.А. (Мокров О., Mokrov O.) 44, 53, 61, 76, 82, 104, 111, 168, 241, 255, 263, 269, 285, 561  
**Мужиченко** А.Ф. 453
- Наквасюк** В.В. (Наквасюк В., Nakvasyuk V.V.) 41, 44, 86
- Павлов** А.Г. 161, 187  
**Павлык** В. (Pavlyk V., Pavlyk V.O.) 44, 53, 76, 82, 86  
**Парнета** И.М. 38  
**Петров** С.В. 401, 408, 413, 417, 481, 487  
**Пиштюк** В.П. 135, 225  
**Pory(i)tsky** P. 61, 76, 82, 111
- Райзген** У. (Reisgen U.) 44, 53, 61, 76, 82, 104, 111, 149, 168, 241, 255, 263, 269, 285, 561, 571, 579, 634  
**Романенко** А.В. 31  
**Ryabovolyk** Y.V. 511
- Самохвалов** С.Е. 225  
**Свиргун** А.А. 526  
**Семенов** А.П. (Семенов А., Semenov A., Semenov O.) 104, 241, 250, 255, 263, 275, 285, 393, 634  
**Семенов** И.Л. (Семенов И., Semenov I.L., Semenov I.) 99, 104, 149, 269, 342, 348, 369, 374, 379, 385, 435, 579, 624

Сидорец В.Н. 161, 187, 332

Ситко А.И. 426

Сом А.И. 591

Сухоруков С.Б. 332

**Т**алерко А.Н. 320

Timofeev A. 111

Ткачук В.И. 426

**U**hrlandt D. 111

**Х**арламов М.Ю. (Kharlamov M.Yu.) 401, 408, 413,  
417, 426, 481, 487, 493, 501, 511

**Ч**ернец А.В. 417

Чиженко М.И. 27, 31, 526, 532

**Ш**евелев М.В. 22

Шевченко В.Е. 426

Шуба И.В. 195, 229, 393

**Э**ритт У. 453

**Ю**люгин В.К. 426

Ющенко К.А. (Yushchenko K.A.) 208, 216

**Я**кименко И.П. 293, 298, 300, 305

Ярош В.Е. 426