

# ОБЩИЕ ВОПРОСЫ МЕТАЛЛУРГИИ

УДК 669.187.2

## МОДЕЛИРОВАНИЕ СТАЦИОНАРНОГО РЕЖИМА РЕАКЦИИ СВС В НАНОСЛОЙНЫХ МАТЕРИАЛАХ (ФЕНОМЕНОЛОГИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ).

### 1. Одностадийная реакция

#### Т. В. Запорожец, А. М. Гусак, А. И. Устинов

Предложены самосогласованная по температурному профилю и упрощенная аналитическая модели стационарного режима СВС в мультислойной наноструктуре, основанные на использовании кинетики реакционного роста фаз в тонких пленках в неизотермических условиях.

Self-consistent by a temperature profile and simplified analytic models of stationary mode SHS in multi-layer nanostructure based on application of kinetics of a reaction growth of phases in thin films under non-isothermal conditions are offered.

**Ключевые слова:** самораспространяющийся высокотемпературный синтез; реакционная диффузия; теплопроводность; фазообразование; нанопленки

В последнее время процессы самораспространяющегося высокотемпературного синтеза (СВС) довольно активно исследуются на наноуровне не только в порошковых системах [1], но и в мультислойных структурах. Интерес к таким структурам обусловлен возможностью их использования в качестве промежуточных слоев при формировании неразъемных соединений трудносвариваемых материалов, например композитов или интерметаллидов [2, 3].

Интенсивное тепловыделение в процессе протекания реакции СВС в мультислойных системах на основе интерметаллидообразующих компонентов позволяет их применять и в качестве локальных источников нагрева в процессе пайки [4]. Не менее перспективным представляется их использование в качестве исходного материала при изготовлении тонкой интерметаллической фольги.

Для обеспечения требуемых параметров протекания твердофазных реакций в мультислойной структуре необходимо учитывать ряд факторов, таких как химический и концентрационный составы фольг, их толщину и период мультислоя, условия напыления фольги (степень неравновесности дефектов, наличие промежуточных фаз и вероятность их возникновения), параметры инициации реакции (температура и время поджога).

Экспериментальное решение указанной задачи требует постановки большого количества экспериментов. Одним из путей ее упрощения может быть построение теоретических моделей, которые позволят прогнозировать характеристики фронта горения в процессе СВС в зависимости от условий проведения эксперимента.

В общем случае реакции СВС следует рассматривать в нестационарных условиях, поскольку системы, в которых он реализуется, как правило, имеют сложные фазовые диаграммы. При этом возможен одновременный или последовательный рост фаз и, как результат, конкуренция екзо- и эндотермических процессов с меняющейся локальной температурой, которая в свою очередь переопределяет ход эволюции фазообразования. При этом поведение системы становится сложнопрогнозируемым, а большое количество изменяемых параметров усложняет поиск требуемого режима СВС.

Возможное решение такой задачи авторы видят в создании симуляционной модели самосогласованного решения уравнений теплопроводности и диффузии с учетом фазовых характеристик, дискретно меняющихся во времени и пространстве.

Это связано с тем, что диффузионные параметры фаз и их термодинамические стимулы превращения, с одной стороны, зависят от температурного и концентрационного полей, а с другой, — влияют на них вследствие экзо- или эндотермических превращений. Подготовительным этапом построения такой

© Т. В. ЗАПОРОЖЕЦ, А. М. ГУСАК, А. И. УСТИНОВ, 2010



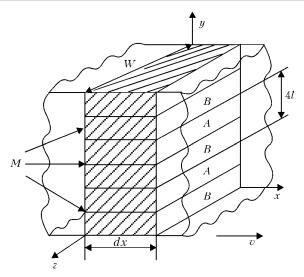


Рис. 1. Геометрия образца мультислойной бинарной пленки

модели является разработка серии простых феноменологических моделей для описания частных случаев структуры фронта горения реакции СВС.

Поскольку диффузионный перенос продукта горения в направлении распространения фронта практически отсутствует [1], то за время протекания диффузионного процесса в направлении, поперечном к распространению фронта горения, сам фронт пройдет в  $\sqrt{a^2/D} \sim 10^3$  раз большее расстояние ( $a^2$  — коэффициент температуропроводности; D — коэффициент диффузии). Это позволяет разбить профиль фронта горения на требуемое количество интервалов, чтобы на каждом из них рассматривать температуру постоянной, диффузионный процесс изотермическим, а время прохождения фронта достаточным для образования конечного продукта твердофазного горения.

Например, в системе Al/Ni чаще встречается последовательность образования равновесных фаз с увеличением содержания никеля и выделением тепла при условии достаточного количества реагентов как для взаимной диффузии в объемных образцах [5], так и при взаимодействии в тонких пленках [6–8]. Если предположить, что внешний теплоотвод и потери тепла при плавлении алюминия несущественны, то образуемая конечная фаза будет определяться начальным составом фольги.

Целью данной работы является создание феноменологического описания стационарного распространения плоского фронта в результате образования одной промежуточной фазы. Модель должна прогнозировать основные параметры (скорость распространения фронта и температуру в нем) исходя из характеристик мультислойной структуры (периода мультислоев, соотношения количества компонентов, степени неравновесности структуры). Решение обратной задачи позволит находить оптимальные параметры структуры для получения требуемых скорости, температуры фронта и (при необходимости) продуктов реакции СВС с заданными свойствами.

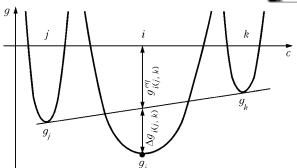


Рис. 2. Термодинамический стимул:  $\Delta g_{i(j,k)}$  — свободная энергия, высвобождающаяся в пересчете на атом при образовании фазы i из фаз j и k при соблюдении закона сохранения вещества; вычисляется как разность между потенциалом Гиббса (на атом) i-той фазы g и потенциалом  $g_{i(j,k)}^{eq}$  смеси соседних фаз j, а также k соответствующего состава

Построение модели процессов в нанослойной структуре позволяет непосредственно использовать законы взаимной и реакционной диффузии с поправкой на пространственную неоднородность температурного поля [9], в то время как в порошковых системах приходится использовать общие уравнения химической кинетики с некоторыми подгоночными коэффициентами (трактовка которых не всегда однозначна).

Рассмотрим нанослойную двукомпонентную фольгу в виде чередующихся M слоев компонентов A и B (рис. 1) шириной и периодом мультислоя 4l, где l соответствует половине толщины слоя одного компонента (толщины слоев A и B равны).

В отличие от подхода взаимной диффузии, использованного в работе [9], примем, что тепло выделяется не во всем объеме, а только на движущихся межфазных границах. При этом для создания модели распространения фронта используются уравнения реакционной диффузии, что целесообразнее при образовании промежуточных соединений с узкими областями гомогенности в процессе СВС.

Можно выделить следующие основные положения феноменологической модели:

фронт распространения реакции плоский и стационарный;

все фазовые границы по концентрации и по температуре соответствуют равновесной диаграмме состояний:

при прохождении фронта образуется одна фаза; диффузионные потоки во фронте направлены в основном перпендикулярно к направлению его распространения (при условии, что ширина фронта горения намного больше периода мультислоя);

образующаяся фаза имеет узкий интервал гомогенности с близкими значениями концентраций  $c_{left}$ ,  $c_{right}$  ( $\Delta c \equiv c_{right} - c_{left} << 1$ ) на границах  $x_{left}$ ,  $x_{right}$ . В этом случае применимо приближение постоянности потока [10], т. е. плотности потоков  $J_{left}$ ,  $J_{right}$  на левой и правой границах практически равны между собой и равны плотности потока внутри фазы. Эта плотность потока определяется интеграль-

1/2010 \_\_\_\_\_\_ 41



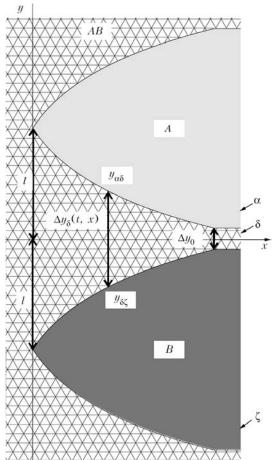


Рис. 3. Геометрия модели роста промежуточной δ-фазы

но, т. е. через среднее значение  $\overline{D}$  концентрационной зависимости коэффициента диффузии D(c):

$$J_{left} \sim J_{right} \sim J = -\frac{\frac{1}{\Omega} \int_{C_{left}}^{C_{right}} D(c) dc}{x_{right} - x_{left}} = -\frac{\frac{1}{\Omega} \overline{D} \Delta c}{x_{right} - x_{left}}, (1)$$

где  $\Omega$  — атомный объем;

отсутствует теплоотвод через внешние поверхности мультислоя.

Рассмотрим рост промежуточной  $\delta$ -фазы между  $\alpha$ -фазой (твердый раствор на основе A) и  $\zeta$ -фазой (твердый раствор на основе B) с термодинамическим стимулом на один атом  $\Delta g_{\delta(\alpha,\zeta)}$  (рис. 2) [11]. Термодинамический стимул зависит от температуры, но в расчетах выбран константой из-за недостаточных фактических данных. Поскольку фольга имеет периодическую структуру, то выберем минимальный период толщиной 2l, где l-1/4 периода мультислоя;  $\Delta y_0$  — исходная толщина слоя фазы, образовавшегося до прохождения реакции СВС (рис. 3).

В тонком сечении dx, перпендикулярном направлению распространения фронта, за время dt образование фазы пройдет в прослойке  $d\Delta y_{\delta}(x)$ , содержащей  $d\Delta y_{\beta}(x)$   $dxW/\Omega$  атомов (рис. 4). Выделившееся тепло  $\Delta g_{\delta(\alpha,\zeta)}$   $d\Delta y_{\delta}(x)dxW/\Omega/dt$  пойдет

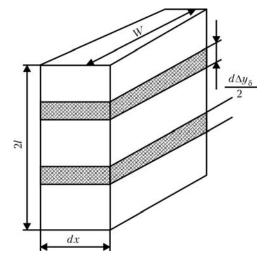


Рис. 4. Прослойка  $\mathrm{d}\Delta y_{\delta},$  из которой выделяется тепло за промежуток времени dt

на нагрев прослойки dx по всей толщине 2l. Таким образом, изменение температуры в сечении dx составит

$$q_{\delta}(x) = \frac{\Delta g_{\delta(\alpha,\zeta)} \ d\Delta y_{\delta}(x) \ dx \ W/\Omega/dt}{c_{p}\rho 2l \ dx \ W} = \frac{\Delta g_{\delta(\alpha,\zeta)} \ d\Delta y_{\delta}(x)}{2lc_{p}\rho\Omega dt}, \quad (2)$$

где  $c_p$  — удельная теплоемкость;  $\rho$  — плотность.

При стационарном режиме горения каждая точка фронта движется с постоянной скоростью v и характеризуется температурой T(x), шириной образованной фазы  $\Delta y(x)$  между каждыми двумя слоями, тепловыделением на один атом за единицу времени  $q_{\delta}(x)$ . Очевидно, что диффузионные характеристики зависят от температуры, определяемой тепловыделением, которое в свою очередь зависит от эффективности диффузионного процесса. Таким образом, решением поставленной задачи будет нахождение самосогласованных профилей T(x),  $\Delta y(x)$  и q(x). Для этого необходимо применить итерационную процедуру, условием остановки которой будет стабилизация указанных профилей.

Для построения самосогласованной модели, требующей численных расчетов, найдем профиль ширины образованной  $\delta$ -фазы. Для этого запишем уравнение баланса вещества для движущейся межфазной границы  $y_{\alpha\delta}$  (компонент A/промежуточная фаза) и для движущейся межфазной границы  $y_{\delta\zeta}$  (промежуточная фаза/компонент B), используя приближение (1):

$$\begin{cases} (c_{\delta} - 0) \frac{dy_{\alpha\delta}}{dt} = -\frac{D_{\delta}\Delta c_{\delta}}{y_{\delta\zeta} - y_{\alpha\delta}}, \\ (1 - c_{\delta}) \frac{dy_{\alpha\delta}}{dt} = +\frac{D_{\delta}\Delta c_{\delta}}{y_{\delta\zeta} - y_{\alpha\delta}}, \end{cases}$$
(3)

где  $c_{\delta}$  — средняя концентрация в  $\delta$ -фазе;  $D_{\delta}$  — коэффициент диффузии в  $\delta$ -фазе;  $\Delta c_{\delta}$  — интервал гомогенности  $\delta$ -фазы.

После несложных математических преобразований получим:

$$\frac{d\Delta y_{\delta}^{2}(t,x)}{dt} = \frac{2}{c_{\delta}(1-c_{\delta})}D_{\delta}^{W},\tag{4}$$

42 \_\_\_\_\_ СЭМ



где  $y_{\delta\zeta} - y_{\alpha\delta} = \Delta y_{\delta}(t,x)$ ;  $D_{\delta}^W = D_{\delta}\Delta c_{\delta}$  — диффузионная проницаемость фазы, которая зависит от температуры (функции времени и координаты) и является комбинацией диффузии  $D_{\delta}^*(A)$ ,  $D_{\delta}^*(B)$  меченых атомов A, B и термодинамического стимула преобразования  $\Delta g_{\delta(\alpha,\zeta)}(T)$  [12]:

$$D_{\delta}^{W}(T(t,x)) = (c_{\delta} D_{\delta}^{*}(A) + (1 - c_{\delta}) D_{\delta}^{*}(B)) \times \Delta g_{\delta(\alpha,\zeta)}(T(t,x)) / k_{B}T(t,x),$$
(5)

где  $c_{\delta} D_{\delta}^*(A) + (1-c_{\delta}) D_{\delta}^*(B) = D_{0\delta}^* \exp(-Q_{\delta}/k_BT(t,x)),$   $D_{0\delta}, Q_{\delta}$  — соответственно предэкспоненциальный множитель и энергия активации диффузии;  $k_B$  — постоянная Больцмана.

При интегрировании выражения (4) необходимо учесть, что прослойка  $\Delta y_{\delta}(t,x)$  содержит слой  $\Delta y_{0}$  с диффузионной проницаемостью  $D_{0}^{W}$ , в котором реакция прошла еще до начала СВС:

$$\Delta y_{\delta}^{2}(t,x) - \Delta y_{0}^{2}(t,x) = \frac{2}{c_{\delta}(1-c_{\delta})} \int_{-\infty}^{t} (D_{\delta}^{W}(T(t',x)) - D_{0}^{W}) dt', (6)$$

где t — время смыкания прослоек новой  $\delta$ -фазы.

Перейдем к новым переменным  $\xi = x - vt'$   $t' = \frac{x - \xi}{v}, \quad dt' = -\frac{d\xi}{v}$ 

так, чтобы  $\tilde{x}=x-\upsilon t, \begin{cases} \tilde{x}<0-after\ front\\ 0<\tilde{x}-in\ front \end{cases}$ . Тогда при  $\tilde{x}=0$  прослойки смыкаются  $\Delta y_{\delta}(t,0)=2l,$  решение (6) будет иметь вид

$$\Delta y_{\delta}^{2}(\tilde{x}) = \Delta y_{0}^{2} + \frac{2}{c_{\delta}(1 - c_{\delta})} \frac{1}{v} \int_{\bar{x}}^{+\infty} (D_{\delta}^{W}(T(\xi)) - D_{0}^{W}) d\xi , (7)$$

а скорость распространения стационарного фронта

$$v = \frac{1}{4l^2 - u_0^2} \frac{2}{c_s(1 - c_s)} \int_0^{+\infty} D_\delta^W(T(\xi)) - D_0^W(t) d\xi \ . \tag{8}$$

В уравнении теплопроводности перейдем к введенной переменной  $\tilde{x}$ 

$$-v\frac{\partial T}{\partial \tilde{x}} - a_{\delta}^{2} \frac{\partial^{2} T}{\partial \tilde{x}^{2}} = \begin{cases} 0, & \tilde{x} < 0, \ \Delta y(\tilde{x}) = 2l - \text{ after front} \\ q_{\delta}(\tilde{x}), & 0 < \tilde{x}, \ \Delta y_{0} < \Delta y(\tilde{x}) < 2l - \text{ in front} \end{cases}$$
(9)

Подставим выражение (2) в формулу (9), предварительно заменив  $dt = d\tilde{x}/v$ , и получим уравнение, описывающее распространение тепла во фронте  $(0 < \tilde{x})$ :

$$-v\frac{\partial T}{\partial \tilde{x}} - a_{\delta}^{2} \frac{\partial^{2} T}{\partial \tilde{x}^{2}} = \frac{\Delta g_{\delta(\alpha,\zeta)} (T(\tilde{x}))}{2lc_{p}\rho\Omega} v\frac{d\Delta y_{\delta}(\tilde{x})}{d\tilde{x}}.$$
 (10)

Формальное решение уравнения (9) приводит к следующему интегральному уравнению:

$$T(\tilde{x}) = \begin{cases} T_0 + \frac{1}{v} \int_0^\infty q_{\delta(\alpha,\zeta)} \left( T(\xi) \right) d\xi, & \tilde{x} < 0 \\ T_0 + \frac{1}{v} \int_{\tilde{x}}^\infty q_{\delta(\alpha,\zeta)} \left( T(\xi) \right) d\xi + \\ + \frac{1}{v} \int_{\infty}^{\tilde{x}} q_{\delta(\alpha,\zeta)} \left( T(\xi) \right) \exp\left( \frac{v}{a_\delta^2} \left( \xi - \tilde{x} \right) \right) d\xi, & 0 < \tilde{x} \end{cases}$$
(11)

которое можно решить с помощью итерационной самосогласованной процедуры одновременного определения профиля изменения температуры (11) и скорости (8).

Чтобы избежать описанной итерационной процедуры, предложенную модель можно упростить, получив простые аналитические оценки максимальной температуры во фронте  $T_f$  и скорости прохождения фронта v. Это потребует использования еще одного допущения: при решении уравнения теплопроводности (но не диффузии!) пренебречь теплом, выделяющимся в результате образования новой фазы. Тогда в квазистационарном приближении  $\frac{\partial T}{\partial t} = -v\frac{\partial T}{\partial x}$  уравнение теплопроводности будет

иметь вид 
$$-v\frac{\partial T}{\partial x} - a^2\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} = 0$$
 с решением  $\frac{\partial T}{\partial x} = \left(\frac{\partial T}{\partial x}\right)_0 \exp\left(-\frac{v}{a^2}x\right) \sim \exp\left(-\frac{x}{L}\right)$ ,

где ширина фронта

$$L = \frac{a^2}{v} \ . \tag{12}$$

За время  $au \sim \frac{L}{v} = \frac{a^2}{v^2}$  прохода фронта шириной L

в результате реакционной диффузии  $\delta$ -фаза с равновесной концентрацией  $c_{\delta}$  должна сомкнуться:

$$\frac{2}{c_{\delta}(1-c_{\delta})} \int_{0}^{\tau} D(T(t))dt \approx (2l)^{2} - (\Delta y_{0})^{2}, \tag{13}$$

где 
$$D(T) = D_{0\delta} \mathrm{exp} \bigg( - \frac{Q_{\delta}}{k_B T} \bigg) \frac{\Delta g_P \delta(\alpha, \zeta)}{k_B T}.$$

В результате интегрирования уравнения (13) с использованием несложных, но громоздких математических преобразований получим выражение для скорости распространения стационарного фронта:

$$v = \sqrt{\frac{2}{c_{\delta}(1 - c_{\delta})}} \frac{\alpha^{2} D_{0} \delta \Delta g_{\delta(\alpha, \zeta)}}{4l^{2} - \Delta y_{0}^{2}} \frac{T_{0}(k_{B}T_{f} + Q_{\delta})}{Q_{\delta}^{2}(T_{f} - T_{0})} \exp\left(-\frac{Q_{\delta}}{k_{B}T_{f}}\right), \quad (14)$$

где  $T_f$  — максимальная температура во фронте.

При оценке  $T_f$  используем формулу (10). Поскольку максимальная температура достигается за время t прохождения реакции по всей толщине эффективной прослойки  $2l-\Delta y_0$ , то изменение температуры равно

$$T_f - T_0 = \int_0^t q_{\delta}(x)dt' = \frac{\Delta g_{\delta(\alpha,\zeta)} (2l - \Delta y_0)}{2lc_p \rho \Omega}.$$
 (15)

1/2010 -

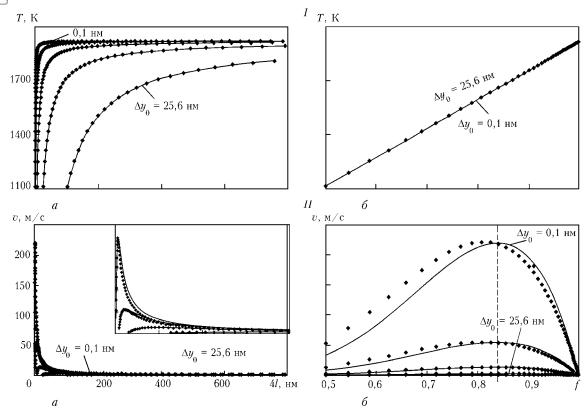


Рис. 5. Зависимости максимальной температуры во фронте  $T_f(I)$  и скорости фронта v(II) от периода мультислоя 4l(a) и коэффициента эффективности прослойки  $f(\delta)$  при различных значениях ширины начальной фазы  $\Delta y_0$  в результате образования одной промежуточной фазы в ходе расчетов по самосогласованной модели (линии) и аналитической оценке (точки). Штриховая линия проходит через максимальные значения скорости при различных  $\Delta y_0$ 

Очевидно, чем больше толщина начальной прослойки  $\Delta y_0$ , тем ниже максимальная температура  $T_f$  во фронте. При  $\Delta y_0=0$  будет достигнута макси-

мальная температура 
$$T_{\max} = T_0 + \frac{\Delta g_{\delta(\alpha,\zeta)}}{c_p \rho \Omega}$$
.

В предложенной аналитической оценке не учитывается влияние тепловыделения на профиль температуры (нуль в правой части уравнения теплопроводности), т. е. эта модель не является самосогласованной.

Для количественных оценок предложенных моделей с одной промежуточной фазой использовали параметры, приведенные в работе [9]:  $c_{\delta}=0.5$ ;  $D_{0\delta}^*=1.5\cdot 10^{-5}\,\mathrm{m}^2/\mathrm{c}$ ;  $Q_{\delta}=2.7\cdot 10^{-19}\,\mathrm{Дж}$ ;  $a_{\delta}^2=7.451\cdot 10^{-5}\,\mathrm{m}^2/\mathrm{c}$ ;  $T_0=300\,\mathrm{K}$ ; термодинамический стимул образования  $\delta$ -фазы  $\Delta g_{\delta(\alpha,\zeta)}=7.36549\cdot 10^{-20}\,\mathrm{Дж}$  определен из оценки формулы (15) при  $\Delta y_0=0$  и  $T_f=1919\,\mathrm{K}$ .

Для анализа результатов удобным является параметр  $f=(2l-\Delta y_0)/(2l)$ , определяющий долю прослойки, не прореагировавшей в ходе изготовления мультислойной фольги, где возможно фазообразование в процессе СВС. То есть f показывает эффективность протекания реакции СВС (при  $f\cong 1$  температура фронта достигает максимального значения  $T_f=T_{\rm max}$ ) и может принимать значения от нуля (фазообразование прошло по всей толщине прослойки) до единицы (многослойная пленка сос-

тоит из чистых компонентов без промежуточных фаз). Поэтому введенный параметр f мы назвали коэффициентом эффективности прослойки. В компьютерных расчетах его значение находится в интервале  $0.5 \le f < 1$ , поскольку мультислойную фольгу с f < 0.5 неэффективно использовать в процессах CBC.

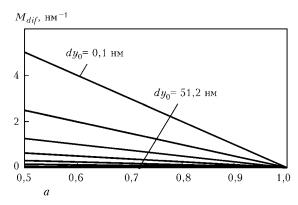
Величина l (четверть периода мультислоя) варьировалась от  $\Delta y_0$  (f=0,5, прореагировала половина прослойки) до 200 нм (максимальные значения при напылении), а толщина прослойки  $\Delta y_0$ , которая взаимодействовала до прохождения фронта горения, изменялась от 0,1 нм ( $f \cong 1$ , меньше межплоскостного расстояния) до 100 нм (f=0,5, половина максимальной толщины прослойки при напылении). На графиках представлены результаты для  $\Delta y_0$ , принимающего значения 0,1; 0,4; 1,6; 6,4; 25,6 нм.

В ходе компьютерных расчетов фиксировали максимальную температуру во фронте (рис. 5, I); скорость фронта по формуле (8) (рис. 5, II). Результаты сравнивали с оценками упрощенной аналитической модели: для скорости фронта по формуле (14), для максимальной температуры во фронте по формуле (15). Качественно профили скорости фронта совпали. Для количественного совпадения оказалось достаточно ввести подгоночный множитель p в формулах (12) и (14):

44 \_\_\_\_\_ СЭМ

<sup>\*</sup>Звездочкой помечены формулы (12), (14), (15), уточненные с применением подгоночного множителя.





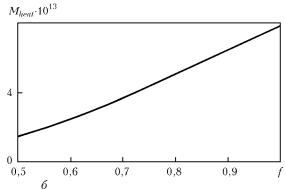


Рис. 6. Конкурирующие факторы  $M_{dif}$  (a) и  $M_{heat}$  (б), суперпозиция которых определяет немонотонный характер зависимости скорости фронта от коэффициента эффективности прослойки f ( $Q=1,35\cdot10^{-19}$  Дж)

$$L = p \frac{a^2}{r},\tag{12}^*$$

вить 
$$\frac{1}{4l^2 - \Delta y_0^2}$$
 как  $\frac{1}{4l^2f(2-f)}$  , то скорость фронта можно описать функцией от двух переменных:

$$v = \sqrt{p} \frac{2}{c_{\delta}(1 - c_{\delta})} \frac{\alpha^{2} D_{0} \delta \Delta g_{\delta(\alpha, \zeta)}}{4l^{2} - \Delta y_{0}^{2}} \frac{T_{0}(k_{B}T_{f} + Q_{\delta})}{Q_{\delta}^{2}(T_{f} - T_{0})} \exp\left(-\frac{Q_{\delta}}{k_{B}T_{f}}\right) (14^{*})$$

$$v(l,f) = \frac{1}{l} \sqrt{const} \, \frac{1}{f(2-f)} \, \frac{(k_B T_f(f) + Q_\delta)}{(T_f(f) - T_0)} \exp\left(-\frac{Q_\delta}{k_B T_f(f)}\right)}, \quad (16)$$

где 
$$T_f = T_0 + (T_{\text{max}} - T_0)f.$$
 (15\*)

На рис. 5, II точками обозначены профили скорости фронта при оптимальном подгоночном множителе p=4,04 (определен в максимальном значении зависимости v(4l) при  $\Delta y_0=0,1$  нм).

Поскольку результаты предложенных моделей качественно совпадают, то для анализа полученных зависимостей используем аналитические выражения (14) и (15). Из формулы (15) видно, что максимальная температура во фронте зависит от термодинамического стимула образования новой фазы.

Зависимость температуры от периода мультислоя 4l и толщины начальной прослойки новой фазы  $\Delta y_0$  определяется коэффициентом эффективности прослойки f и имеет линейный характер (рис. 5, I,  $\delta$ ). При фиксированном  $\Delta y_0$  выход на асимптотическое значение температуры во фронте происходит, когда период мультислоя становится достаточным для прогрева с учетом  $\Delta y_0$ : чем больше начальная прослойка, тем больше период мультислоя 4l, при котором достигается максимальная температура во фронте (рис. 5, I, a).

Немонотонный характер зависимости скорости от периода мультислоя коррелирует не только с аналитическими оценками для твердо- [9] и газофазного [13] горения, но и с экспериментальными результатами для системы TiAl [14]. В области малых значений l коэффициент эффективности стремится к значению 0,5, что означает малый прогрев мультислоев, причиной которого авторы работы [14] считают «возрастание удельной поверхности межслоевых границ на единицу объема».

Проанализируем причину немонотонной зависимости скорости фронта от периода мультислоя с математической точки зрения. Если в выражении  $(14^*)$  подставить температуру фронта как функцию от коэффициента эффективности  $(15^*)$  и предста-

т. е. скорость определяется двумя такими конкурирующими факторами (без учета постоянных величин):

диффузионным, обратно пропорциональным периоду мультислоя  $M_{dif}(l) = 1/l$  и связанным с параболическим ростом новой фазы (чем больше l, тем длиннее диффузионный путь); убывающим с увеличением f (рис. 6, a);

тепловым, зависящим от температуры фронта как функции от коэффициента эффективности

$$M_{heat}(l,f) = \sqrt{\frac{1}{f(2-f)} \frac{(k_B T_f(f) + Q_\delta)}{(T_f(f) - T_0)} \exp\left(-\frac{Q_\delta}{k_B T_f(f)}\right)}$$
, и возрастающим с увеличением  $f$  (рис. 6,  $\delta$ ).

При этом максимальная скорость достигается при одном и том же значении f, независимо от периода мультислойной структуры (рис. 6, II,  $\delta$ ). В свою очередь, положение максимума определяется энергией активации диффузии для данной фазы: при  $Q_{\delta} = 2,7\cdot 10^{-19}$  Дж максимуму скорости соответствует значение f = 0,85; при  $Q_{\delta} = 1,35\cdot 10^{-19}$  Дж максимум смещается в f = 0,675.

Падение скорости фронта при f, близком к 0,5, можно объяснить преобладающим влиянием теплового фактора  $M_{heat}$ , который убывает значительно резче, чем возрастает диффузионный множитель  $M_{dif}$ , т. е. при большом периоде мультислоев увеличивается диффузионный путь атомов, удлиняя время разогрева и, соответственно, делая его не настолько эффективным.

Кроме того, из формулы (16) очевидно, что произведение скорости и периода мультислоя определяется коэффициентом эффективности l(f)v(f) == Func(f). Для проверки этого соотношения, полученного из простой аналитической модели, построили зависимости l(f)v(f) при изменении  $\Delta y_0$  и фиксированных l для результатов по самосогласованной модели (рис. 7). Кривые совпадают (незначительные расхождения вызваны погрешностями ли-

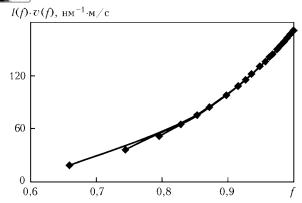


Рис. 7. Зависимости произведения l(f)v(f) от периода коэффициента эффективности прослойки f при изменении значений ширины начальной фазы  $\Delta y_0$  и фиксированных значениях l (50, 75, 100, 125, 150, 175 нм) в результате расчетов по самосогласованной модели

нейной интерполяции при определении скорости для фиксированного l из зависимостей v(l) при фиксированном  $\Delta y_0$ , рис. 6, a). Полученный результат еще раз подтверждает адекватность простой оценки.

Поскольку мультислойные фольги являются неравновесными объектами, то нет гарантии, что диффузионные и термодинамические параметры нашей модели можно брать из таблиц физических величин. Это касается прежде всего стимулов превращения и энергии активации диффузии. Мы предлагаем трактовать их как подгоночные параметры в уравнении  $(14^*)$ . Заметим, что производная  $\ln(l(f)v(f))$  по f (с учетом  $(15^*)$ ) зависит только от одного параметра  $Q\delta$ :

$$\frac{d\ln(l(f)v(f))}{df} = \frac{1}{2}\ln\left(\frac{1}{f^{2}(2-f)}\frac{Q_{\delta}}{(T_{\max}-T_{0})}\right) - \frac{Q_{\delta}}{k_{B}T_{f}(f)}.$$

Сравнение с экспериментальной кривой позволяет произвести однопараметрическую подгонку величины  $Q_{\delta}$ . Подогнанное значение  $Q_{\delta}$  можно использовать для нахождения второго свободного параметра  $D_{0\delta}\Delta g_{\delta(\alpha,\zeta)}$ .

#### Выводы

- 1. Использован феноменологический подход для описания стационарного режима процесса СВС, контролируемого реакционной диффузией. Предложенные модели могут быть использованы для оценки влияния фазообразования на параметры фронта горения.
- 2. Сравнение результатов, полученных из простой аналитической оценки, с результатами численных расчетов по более сложной самосогласованной схеме позволяет подобрать подгоночный параметр. Его использование в формуле (14\*) делает возможным простую для расчетов оценку скорости фронта горения.
- 3. Обнаружено самоподобие в поведении мультислойной системы при фиксированном значении предложенного параметра эффективности f.
- 4. Полученные в рамках простых феноменологических моделей скейлинговые зависимости мож-

но использовать для оценки диффузионных и термодинамических параметров системы, а также для подгонки (калибровки) компьютерных расчетов температуры и скорости фронта горения к экспериментальным данным.

5. Откорректированную модель, адекватно описывающую реальные эксперименты СВС в тонких пленках, можно использовать для прогнозирования протекания реакций СВС в широком интервале характеристик многослойных фольг (толщин и периода мультислоя, концентрационного состава, дефектности и т. д.). Это позволит оптимизировать необходимые параметры протекания реакции СВС в тонких фольгах, не прибегая к большому количеству экспериментов.

Работа поддержана Министерством образования и науки Украины, Государственным фондом фундаментальных исследований Украины, целевой комплексной программой НАН Украины «Наносистемы. Нанотехнологии. Наноматериалы» (проект N 91/09-H).

- 1. *Мержанов А. Г.* Твердопламенное горение. Черноголовка: ИСМАН, 2000. 224 с.
- Диффузионная сварка микродисперсного композита Mg + + 27 % Al<sub>2</sub>O<sub>3</sub> с применением нанослойной фольги Ni/Al / А. Я. Ищенко, Ф. В. Фальченко, А. И. Устинов и др. // Автомат. сварка. 2007. № 7. С. 5–9.
   Diffusion welding of gamma-TiAl alloss through nano-layers of the first of Ti/Al and the control of the first of the first
- 3. Diffusion welding of gamma-TiAl alloys through nano—layered foil of Ti/Al system / A. I. Ustinov, Yu. V. Falchenko, A. Ya. Ishchenko et al. // Intermetallics. 2008. V.16. P. 1043–1045.
- Шишкин А. Е., Роговченко Д. С., Устинов А. И. Определение мощности теплового потока при протекании реакции СВС в микрослойной фольге // Металлофизика и новейшие технологии. 2009. 31, № 9. С. 1179–1188.
- 5. Лариков Л. Н., Гейченко В. В., Фальченко В. М. Диффузия в упорядоченных сплавах. Киев: Наук. думка, 1975. 214 с.
- Colgan E. G. A review of thin-film aluminide formation // Mater. Sci. Rep. - 1990 - V. 5. - P. 1-44.
- Ma E., Nicolet M. A., Nathan M. NiAl<sub>3</sub> formation in Al/Ni thin-film bilayers with and without contamination / J. Appl. Phys. – 1989. – V. 65. – P. 2703–2712.
- on / J. Appl. Phys. 1303. v. 00. 1. 2.00 8. Effect of overall composition on thermally induced solid-state transformation in thick EBPVD Al/Ni / A. Ustinov, L. Olikhovska, T. Melnichenko, A. Shyshkin // Sur. and Coat. Technologies. 2008. V. 202. P. 3832–3838.
- 9. Modeling and characterizing the propagation velocity of exothermic reactions in multilayer foils / B. Mann, A. J. Gavens, M. E. Reiss et al. // J. Appl. Phys. 1997. V. 82. P. 1178–1188.
- Gusak M., Yarmolenko M. V. A simple way of describing the diffusion phase growth in cylindrical and spherical samples / J. of Applied Physics. 1993. V. 73. P. 4881–4884.
- 11. Modenu твердофазных реакций / А. М. Гусак, А. О. Богатырев, Т. В. Запорожец и др. Черкассы: ЧНУ, 2004. 314 с.
- 12. Gusak A. M., Tu K. N. Interaction between the Kirkendall effect and the inverse Kirkendall effect in nanoscale particles // Acta Mat. 2009. V. 57. P. 3367–3373.
- 13. *Струнин В. А., Манелис Г. Б.* Влияние газофазной реакции на характеристики горения слоевой системы «сэндвич» // Физика горения и взрыва. 2004. **40**, № 3. С. 22–27.
- Безгазовое горение многослойных биметаллических нанопленок Ti/Al / A. C. Рогачев, А. Э. Григорян, Е. В. Илларионова и др. // Там же. 2004. 40, № 2. С. 45–51.

Черкас. нац. ун-т им. Богдана Хмельницкого Ин-т электросварки им. Е. О. Патона НАН Украины Поступила в редакцию 02.11.2009

46 \_\_\_\_\_ СЭМ