

# РАЗВИТИЕ КОНЦЕПЦИЙ СОЗДАНИЯ УЛЬТРАЗВУКОВЫХ ПРЕОБРАЗОВАТЕЛЕЙ ЭЛЕКТРОМАГНИТНОГО ТИПА

## РЕЖИМ ВОЗБУЖДЕНИЯ. Ч. 2

Г. М. СУЧКОВ (НТУ «Харьковский политехнический ин-т»), О. Н. ПЕТРИЩЕВ (НТУУ «Киевский политехнический ин-т»),  
доктора техн. наук, С. В. ХАЩИНА, асп. (НТУ «Харьковский политехнический ин-т»)

*Представлена концепция построения ультразвуковых преобразователей электромагнитного типа для систем неразрушающего контроля и технической диагностики металла. Получены выражения для расчета преобразователей электромагнитного типа на примере решения задачи для возбуждения продольных волн в стержне. Подтверждена возможность определения необходимых параметров преобразователя через функцию «частотная характеристика преобразователя».*

*Article is devoted to the development concept for construction of an electromagnetic ultrasonic transducers for such systems of nondestructive testing and technical diagnostics of metal. Expressions are derived for the calculation of the electromagnetic transducer type in the sample solution for the excitation of longitudinal waves in the rod. The possibility of determining the required characteristics of the transducer in terms of the «frequency response of the transducer».*

**Математическая модель проходного преобразователя в режиме возбуждения продольных волн в ферромагнитном токопроводящем стержне.** Рассмотрим пример построения математической модели преобразователя в режиме возбуждения продольных волн в ферромагнитном стержне кругового поперечного сечения (рис. 1). Будем полагать, что в объеме ферромагнитного стержня 1 создано постоянное аксиально-ориентированное поле подмагничивания с напряженностью  $H_z^0$ . Источник этого поля на рис. 1 не показан. Переменное магнитное поле с напряженностью  $\vec{H}^*(\rho, z) e^{i\omega t}$  создает катушка 2, по  $N$  виткам которой протекает электрический ток  $i(t) = I^* e^{i\omega t}$ . Далее будем считать, что поле подмагничивания является однородным, т. е. напряженность  $H_z^0$  не зависит от координат точки наблюдения в области существования переменного магнитного поля катушки. Очевидно, что такое поле можно создать с помощью соленоида, размеры которого в три-четыре раза превосходят размеры катушки 2. Представим ферромагнитный стержень 1 в виде цепочки магнитных доменов, которые одинаковым образом ориентированы постоянным магнитным полем  $H_z^0$ . В момент времени, когда аксиальный компонент  $H_z^*(\rho, z)$  направлен в ту же сторону, что и компонент  $H_z^0$ , разноименные полюса доменов сближаются и участок стержня под катушкой сжимается вдоль оси  $Oz$ . В то время, когда аксиальные компоненты  $H_z^*(\rho, z)$  и  $H_z^0$  ориентированы в противоположные стороны, силы

магнитного взаимодействия между полюсами доменов уменьшаются и силы упругости увеличивают длину участка стержня под катушкой 2. Таким образом, совместное действие постоянного поля подмагничивания  $H_z^0$  и переменного магнитного поля  $\vec{H}^*(\rho, z) e^{i\omega t}$  инициирует деформации сжатия-растяжения, энергия которых уносится продольными волнами в периферийные области стержня влево и вправо от катушки 2.

Рассмотрим низкочастотный случай, когда напряженно-деформированное состояние стержня практически не меняется в пределах площади его поперечного сечения. Это означает, что амплитуда гармонически изменяющегося во времени вектора  $\vec{u}(\rho, z)$  смещения материальных частиц стержня может быть полностью определена амплитуд-

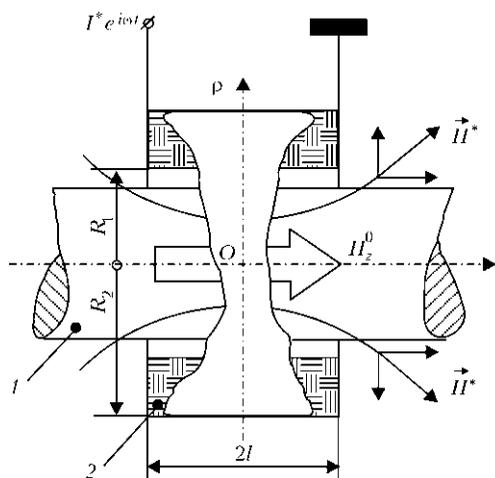


Рис. 1. Расчетная схема преобразователя электромагнитного типа с источником переменного магнитного поля в форме проходной катушки



ным значением  $u_z(z)$  его аксиальной компоненты. При этом уравнение (18) из работы [1] будет иметь следующий вид:

$$E^H u_{z,zz} + \rho_0 \omega^2 u_z - \hat{f}_z^*(z) = 0 \quad \forall z \in V, \quad (1)$$

где  $E^H$  — модуль Юнга ферромагнетика, экспериментально определяемый в режиме постоянства напряженности магнитного поля; запятая между индексами указывает на операцию дифференцирования записанного до запятой выражения по координате, индекс которой проставлен после запятой;  $\rho_0$  — плотность материала стержня;  $\hat{f}_z^*(z)$  — усредненная по площади поперечного сечения  $S = \pi \alpha^2$  ( $\alpha$  — радиус сечения) стержня амплитуда аксиальной компоненты вектора объемной плотности магнитострикционных сил, причём

$$\hat{f}_z^*(z) = \frac{2m_1}{\alpha^2} H_z^0 \int_0^\alpha \rho H_{z,z}^*(\rho, z) d\rho, \quad (2)$$

где  $m_1 < 1$  Гн/м — магнитострикционная константа;  $H_{z,z}^*$  — скорость изменения вдоль оси  $Oz$  аксиальной компоненты вектора напряженности переменного магнитного поля в объеме ферромагнитного стержня.

Так как вектор смещения материальных частиц стержня полностью определяется аксиальным компонентом, то граничные условия на боковой поверхности стержня (см. выражение (19) в работе [1]) выполняются автоматически.

Предположим, что длина стержня достаточно велика и в нем существуют только бегущие ультразвуковые волны. В этом случае необходимо особо оговорить условия физической реализуемости воздействия на физическую систему и условия физической реализуемости ее отклика. В качестве воздействия на стержень выступает объемная плотность  $\hat{f}_z^*(z)$  внешних сил, которая создается физически реализуемым источником и по этой причине удовлетворяет предельным условиям следующего вида:

$$\lim_{|z \rightarrow \infty} \hat{f}_z^*(z) = 0. \quad (3)$$

Отклик физической системы, т. е. амплитуда смещения  $u_z(z)$ , должен обращаться в нуль на бесконечном удалении от источника. Там же должны обращаться в нуль деформации сжатия–растяжения. Это равносильно выполнению следующих предельных условий:

$$\lim_{|z \rightarrow \infty} [u_z(z), u_{z,z}(z)] = 0. \quad (4)$$

Условия физической реализуемости (3) и (4) позволяют применить для решения уравнения (1) метод интегральных преобразований [2]. Для это-

го введем интегральные образы функций  $u_z(z)$  и  $\hat{f}_z^*(z)$  как прямое преобразование Фурье по координате  $z$ . Применение этого преобразования к уравнению (1) трансформирует его из дифференциального уравнения в алгебраическое, которое элементарно разрешается относительно интегрального образа аксиального компонента вектора смещения, т. е. величины  $u_z(z)$ . Обратное преобразование Фурье выполняется с помощью методов теории функций комплексного переменного [3]. Конечный вид решения уравнения (1) записывается следующим образом:

$$u_z(z) = \begin{cases} U_z^{(-)} e^{-i\gamma z}, & z > A, \\ U_z^{(+)} e^{-i\gamma z}, & z < -A, \end{cases} \quad (5)$$

где  $U_z^{(\pm)}$  — смещения материальных частиц стержня во фронте продольной волны или амплитуды продольных волн уходящих вправо (знак минус) и влево (знак плюс) от области существования внешних сил, т. е. от источника переменного магнитного поля;  $\pm A$  — физическая бесконечность ( $A \approx (2 \div 3)l$ ) или границы области существования переменного магнитного поля катушки;  $\gamma = \omega/v_{ст}$  — волновое число продольной волны;  $v_{ст} = \sqrt{E^H/\rho_0}$  — скорость распространения продольных волн в стержне.

При этом

$$U_z^{(\pm)} = \pm \frac{m_1 H_z^0}{E^H \alpha^2} \int_0^\alpha \rho H_{z,z}^*(\rho, \pm\gamma) d\rho, \quad (6)$$

где  $H_{z,z}^*(\rho, \pm\gamma) = \int_{-\infty}^{\infty} H_{z,z}^*(\rho, z) e^{\pm i\gamma z} dz$  — Фурье-образ

аксиального компонента вектора напряженности переменного магнитного поля катушки в объеме токопроводящего ферромагнитного стержня.

Поскольку характер распределения объемной плотности магнитострикционной силы полностью определяется Фурье-образом  $H_{z,z}^*(\rho, \pm\gamma)$ , который, в свою очередь, полностью определяется конструкцией источника переменного магнитного поля, то можно полагать, что величины  $U_z^{(\pm)}$  содержат в своем аналитическом определении информацию о конструкции и основных параметрах источника упругих возмущений. По этой причине можно утверждать, что выражение (6) имеет смысл общего определения частотной характеристики преобразователя электромагнитного типа в режиме возбуждения продольных (недиспергирующих) волн в продольно намагниченном ферромагнитном стержне. Очевидно, что соотношение (6) играет ключевую роль в построении математической модели проходного преобразователя



электромагнитного типа. Оно указывает на то, что для определения амплитуд смещений материальных частиц в объеме металлического стержня необходимо и достаточно иметь в своем распоряжении интегральный образ того или иного компонента вектора напряженности переменного магнитного поля. Известно [4], что система уравнений Максвелла при наличии хотя бы одной границы раздела электрических или магнитных свойств среды во многих системах координат является неразрешимой в терминах компонент векторов напряженностей электрического или магнитного полей. Вместе с тем уравнения Максвелла легко разрешаются в терминах интегральных образов тех же величин не только для одной, но и для произвольного числа границ разделов сред с различными свойствами. Более того, в терминах интегральных образов компонент вектора напряженности электрического или магнитного поля возможно построение замкнутых решений для сред с анизотропией электрических и (или) магнитных свойств.

Применяя интегральное преобразование Фурье по координате  $z$  к системе уравнений Максвелла, трансформируем их в систему обыкновенных дифференциальных уравнений. Эта система уравнений элементарно разрешается для внешней ( $-\infty < z < \infty$ ) и внутренней ( $0 \leq z < \infty$ ) областей существования переменного магнитного поля. На границе раздела областей, т. е. на поверхности ( $z = \alpha$ ;  $-\infty < z < \infty$ ) должны быть непрерывны Фурье-образы аксиальных компонент векторов напряженности и радиальных компонент векторов индукции магнитных полей, которые существуют по обе стороны от границы раздела. После удовлетворения этим граничным условиям получаем окончательный вид выражения для расчета Фурье образа  $H_z^*(\rho, \pm z)$ . После интегрирования этого выражения по формуле (6) можно записать в виде:

$$U_z^{(\pm)} = \pm I^* W_z^u(\omega, P), \quad (7)$$

где  $W_z^u(\omega, P)$  — передаточная характеристика или математическая модель проходного преобразователя в режиме возбуждения продольных недиспергирующих волн в ферромагнитном стержне; символом  $P$  в списке аргументов передаточной характеристики обозначен набор физико-механических и геометрических параметров преобразователя, расчетная схема которого показана на рис. 1.

Частотно зависимая функция  $W_z^u(\omega, P)$  определяет эффективность работы преобразователя на произвольно выбранной частоте  $\omega$  и рассчитывается по формуле:

$$W_z^u(\omega, P) = W_0 W_{\text{уп}}(\gamma, P), \quad (8)$$

где  $W_0 = m_1 H_z^0 N / (4E^H)$  — абсолютная эффективность преобразователя электромагнитного типа в режиме возбуждения упругих волн в ферромагнетике (магнитострикционной среде), м/А; при  $m_1 = 1$  Гн/м,  $H_z^0 = 1$  кА/м;  $N = 10$  и  $E^H = 125$  ГПа абсолютная эффективность  $W_0 = 2 \cdot 10^{-6}$  м/А;  $W_{\text{уп}}(\gamma, P)$  — волновая характеристика УЗ преобразователя — безразмерная функция волнового числа  $\gamma$  (в бездисперсионном приближении волновое число прямо пропорционально частоте, так как  $\gamma = \omega/v_{\text{ст}}$ ) и набора параметров преобразователя, которая показывает влияние частотно зависимых потерь на эффективность возбуждения упругих волн. Волновая характеристика преобразователя проходного типа является произведением двух волновых характеристик, а именно:

$$W_{\text{уп}}(\gamma, P) = W_{\text{к}}(\gamma, l, R) W_{\text{ст}}(\gamma, \zeta, \alpha), \quad (9)$$

где  $W_{\text{к}}(\gamma, l, R)$  — волновая характеристика источника переменного магнитного поля — функция, учитывающая влияние интерференционных потерь, которые определяются размерами катушки, на эффективность возбуждения продольных волн;  $W_{\text{ст}}(\gamma, \zeta, \alpha)$  — волновая характеристика токопроводящего стержня, которая учитывает потери эффективности, обусловленные скин-эффектом.

Волновая характеристика источника переменного магнитного поля определяется следующим выражением:

$$W_{\text{к}}(\gamma, l, R) = \frac{\sin \gamma l}{\gamma l} R(\gamma). \quad (10)$$

Функция  $R(\gamma)$  определяет влияние радиусов  $R_1$  и  $R_2$  укладки витков катушки на амплитуду возбуждаемых волн и рассчитывается по формуле:

$$R(\gamma) = \frac{\pi}{2(R_2 - R_1)} [\Xi(\gamma, R_2) - \Xi(\gamma, R_1)],$$

где  $\Xi(\gamma, R_k) = R_k [K_1(\gamma R_k) L_0(\gamma R_k) + K_0(\gamma R_k) L_1(\gamma R_k)]$ ;  $k = 1, 2$ ;  $K_v(\gamma R_k)$  и  $L_v(\gamma R_k)$  ( $v = 0, 1$ ;  $k = 1, 2$ ) — функции Макдональда и модифицированные функции Струве порядка  $v$  соответственно.

На рис. 2 показано изменение функции  $R(\gamma)$  и модуля функции  $W_{\text{к}}(\gamma, l, R)$  для фиксированной длины катушки  $l = \alpha$  и радиуса  $R_1 = \alpha$  (см. рис. 1). Изменяющимся параметром семейства кривых на рис. 2 является радиус  $R_2$ . Из анализа приведенных на рисунке результатов следует, что с ростом значений безразмерного волнового числа  $\gamma \alpha$  резко уменьшаются значения функции  $R(\gamma)$  и  $W_{\text{к}}(\gamma, l, R)$ . При этом функция  $W_{\text{к}}(\gamma, l, R)$  периодически обращается в нуль на частотах, которым соответствуют значения  $\gamma l = k\pi$  ( $k = 1, 2, 3, \dots$ ). Сообразно значениям функции  $W_{\text{к}}(\gamma, l, R)$  меняется величина смещений материальных частиц во фронте продольной волны. Причиной отмеченных



особенностей поведения функции  $W_k(\gamma, l, R)$  и, как следствие, изменения амплитуд смещений материальных частиц стержня, является интерференция упругих волн, которые излучаются различными, находящимися в области существования переменного магнитного поля катушки, участками ферромагнитного стержня.

Объяснить это утверждение можно таким образом. Рассмотрим малый участок стержня, ограниченный поперечными сечениями  $z' \pm \Delta z (z > 0)$ , находящийся в области действия переменного магнитного поля. Материальные частицы этого участка стержня движутся под действием магнитострикционных сил и обмениваются импульсом с соседними частицами, т. е. выделенный участок стержня можно рассматривать как элементарный (в смысле мощности) излучатель, который генерирует стационарное поле смещений. Оно характеризуется стационарным распределением фаз по длине стержня. Другой малый участок, ограниченный сечениями  $-z' \pm \Delta z (z < 0)$ , можно интерпретировать как другой элементарный излучатель, который генерирует свое стационарное поле смещений. Оно на данной частоте имеет ту же длину волны, что и поле, излучаемое первым, симметрично расположенным, малым участком, и характеризуется так же стационарным распределением фаз по длине стержня. Между этими двумя распределениями фаз существует постоянный сдвиг, который пропорционален  $2\gamma z'$ , и, в зависимости от частоты колебаний и расстояния между излучающими участками, может приобретать значения в интервале от 0 до  $2\pi$ . В зависимости от величины этого фазового сдвига может наблюдаться либо взаимное подавление излучения двух, симметрично расположенных относительно плоскости  $z = 0$  участков стержня, либо такое сложение этих полей, которое максимально усиливает результирующее значение смещения материальных частиц. При некоторых значениях частоты разность фаз между стационарными полями, излучаемыми различными элементарными участками стержня, расположенными симметрично относительно плоскости  $z = 0$ , достигает такой величины, что наступает полная взаимная компенсация смещений материальных частиц, которые расположены вне области воздействия внешних сил на стержень. Такая ситуация соответствует нулевым амплитудам смещений и периодически повторяется с ростом частоты.

Из данных, приведенных на рис. 2, также следует, что увеличение толщины катушки приводит к сужению полосы частот, в которой происходит эффективное возбуждение продольных ультразвуковых волн. Сужение полосы частот происходит из-за того, что с увеличением поперечного размера катушки возрастает степень делокализации

ее магнитного поля в пространстве и, как следствие, увеличиваются линейные размеры области нагружения стержня переменным магнитным полем. Увеличение линейных размеров области существования внешних сил сопровождается уменьшением частоты, на которой возникает первый нуль частотной характеристики и, как следствие, происходит сужение полосы частот, в пределах которой происходит эффективное возбуждение УЗ колебаний.

Волновая характеристика токопроводящего ферромагнитного стержня рассчитывается по следующей формуле:

$$w_{ст}(\gamma, \zeta, \alpha) = \frac{[2I_1(\zeta \alpha) / \zeta \alpha]}{\gamma \alpha \left[ \frac{\gamma \mu_2^\varepsilon}{\zeta \mu_0} K_0(\gamma \alpha) I_1(\zeta, \alpha) + K_1(\gamma, \alpha) I_0(\zeta, \alpha) \right]}, \quad (11)$$

где  $I_\nu(\zeta \alpha)$ ,  $\nu = 0; 1$  — модифицированные функции Бесселя порядка  $\nu$ ;  $\zeta = \sqrt{\mu_3^\varepsilon (\gamma^2 + i\omega \mu_2^\varepsilon r_2) / \mu_2^\varepsilon}$  — комплексное волновое число, которое учитывает потери из-за скин-эффекта;  $\mu_2^\varepsilon$  и  $\mu_3^\varepsilon$  — компоненты тензора магнитной проницаемости в поперечном и продольном относительно постоянного поля подмагничивания направлениях;  $r_2$  — удельная электрическая проводимость материала стержня в поперечном относительно постоянного поля

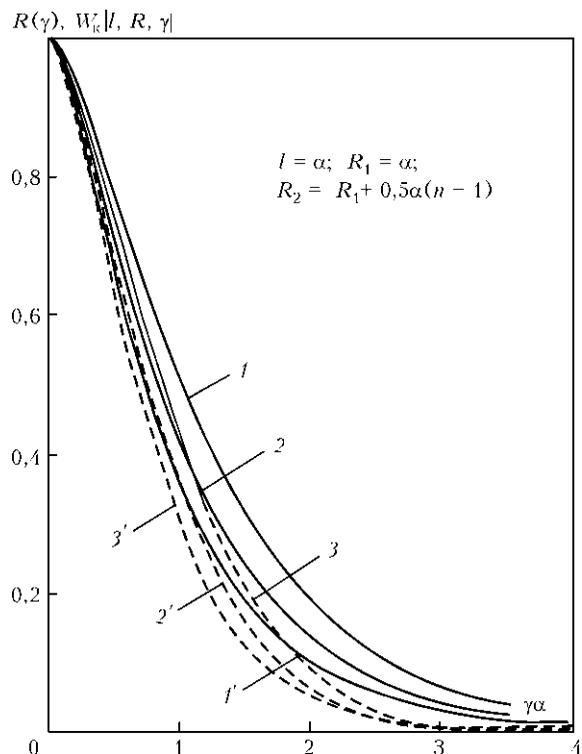


Рис. 2. Влияние размеров источника переменного магнитного поля на частотную характеристику преобразователя: 1–3 —  $R(\gamma)$ ; 1'–3' —  $|W_k(l, R, \gamma)|$

подмагничивания направлении;  $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7} \text{ Гн/м}$  — магнитная проницаемость вакуума.

На рис. 3 приведены зависимости модуля волновой характеристики  $W_{\text{уп}}(\gamma, P)$  УЗ преобразователя электромагнитного типа, который возбуждает продольные волны в токопроводящем ферромагнетике (никель) (рис. 3, а) и в ферродиэлектрике (феррите) (рис. 3, б). В обоих случаях варьируемым параметром является магнитная проницаемость ферромагнетика. Расчеты проводили в предположении, что  $\mu_2^{\varepsilon} = \mu_3^{\varepsilon}$ . Из приведенных данных следует, что с ростом значений магнитной проницаемости происходит сужение полосы эффективно возбуждаемых частот. Это происходит потому, что ферромагнитный стержень шунтирует силовые линии магнитного поля катушки. По этой причине с ростом магнитной проницаемости

материала стержня происходит увеличение длины магнитного следа катушки на стержне, т. е. происходит увеличение длины области нагружения ферромагнитного стержня переменным магнитным полем катушки. Если материал стержня проводит электрический ток, то магнитное поле катушки в ферромагнитном стержне делокализуется в еще большей степени. Длина области нагружения возрастает и, соответственно, сужается полоса частот, где происходит эффективное возбуждение ультразвуковых колебаний.

Из анализа представленных на рис. 3 результатов можно также сделать вывод, что описанный выше излучатель не в полной мере согласуется с приемником УЗ волн электромагнитного типа. Действительно, УЗ преобразователь электромагнитного типа, работающий в режиме приема УЗ колебаний, вырабатывает на своем электрическом

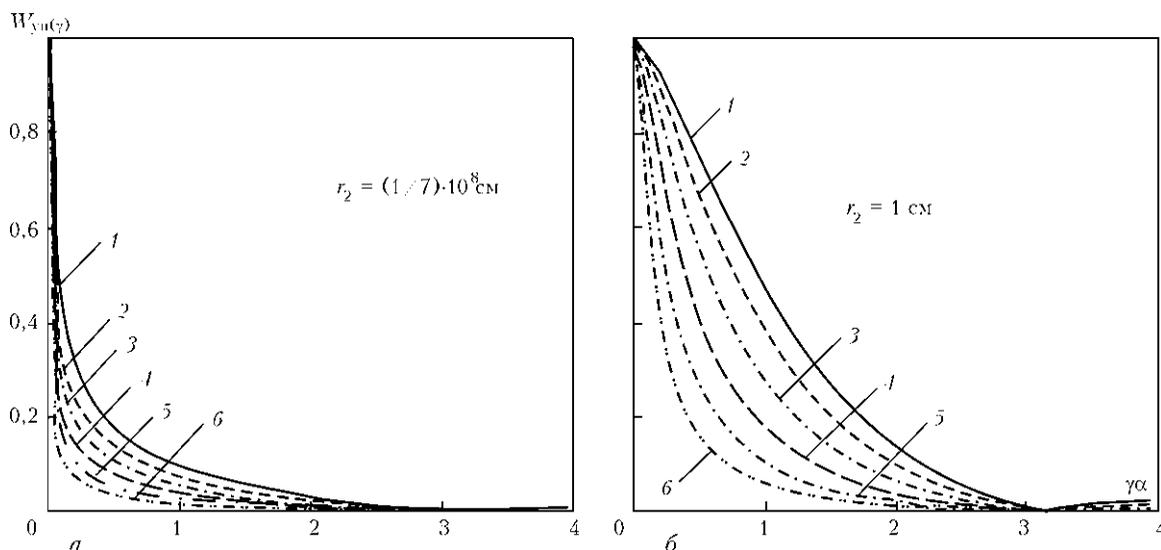


Рис. 3. Изменение частотной характеристики преобразователя в зависимости от значений магнитной проницаемости ферромагнитного стержня при электрической проводимости (а) и в случае ее отсутствия (б): ( $\alpha = 1 \text{ мм}$ ,  $R_1 = 1,05\alpha$ ,  $R_2 = 1,45\alpha$ ,  $l = \alpha$ ,  $\mu_3^{\varepsilon} = \mu_0 \cdot 2^{(k-1)}$ ,  $k = 1, \dots, 6$  для обоих случаев)

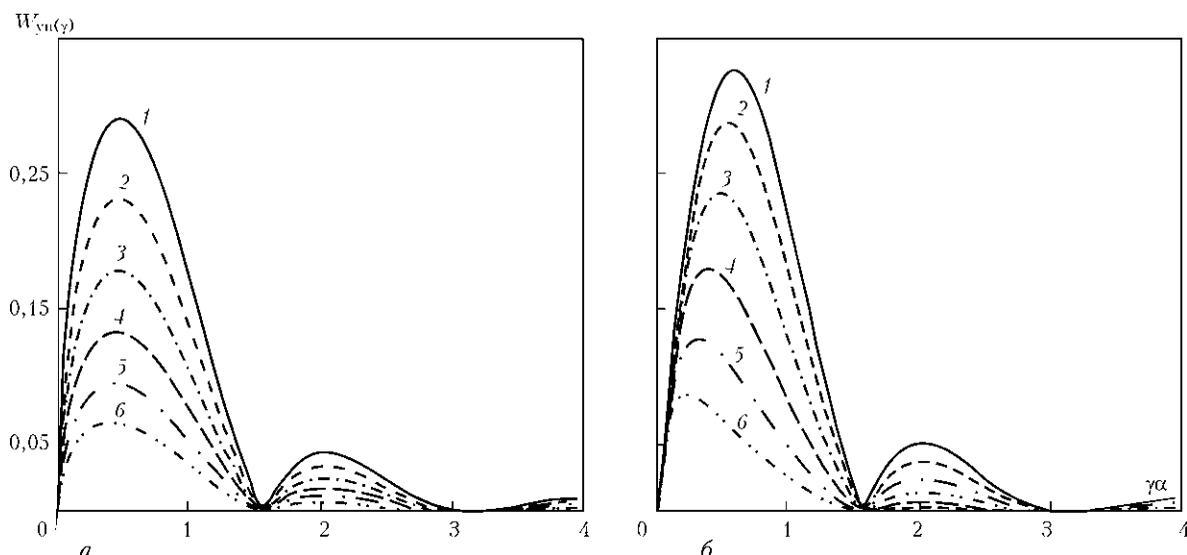


Рис. 4. Частотные характеристики преобразователя, содержащего две одинаковые встречно включенные катушки (обознач. те же, что и на рис. 3)



выходе сигнал, который прямо пропорционален скорости изменения магнитного потока через электрический контур приемника переменного магнитного поля. На нулевой частоте и в области низких частот сигнал на выходе приемника практически равен нулю. Как следует из анализа приведенных на рис. 3 кривых, именно в этом частотном диапазоне происходит наиболее эффективное возбуждение продольных волн однокатушечным проходным преобразователем. Указанное противоречие снимается, если в качестве излучающего преобразователя используется не одна, а две одинаковые, но встречно включенные, катушки. При этом  $U_z^{(\pm)} = -il^* W_{\text{уп}}^{(2)}(\gamma, P)$ , а волновая характеристика проходного преобразователя из двух встречно включенных катушек определяется следующей формулой:

$$W_{\text{уп}}^{(2)}(\gamma, P) = 2W_{\text{уп}}^{(1)}(\gamma, P)\sin \gamma(l + d), \quad (12)$$

где  $W_{\text{уп}}^{(1)}(\gamma, P)$  — определенная формулой (9) волновая характеристика однокатушечного проходного преобразователя;  $d$  — половина расстояния между встречно включенными катушками.

Рассчитанные по формуле (12) при  $l = d = \alpha$  графики показаны на рис. 4. Очевидно, что расстояние между катушками можно изменять в широких пределах — от нуля до сколь угодно большой величины, оказывая тем самым существенное влияние на волновую характеристику УЗ преобразователя электромагнитного типа. Полученные результаты согласуются с данными, опубликованными другими исследователями [5].

## Выводы

Показано, что для вычисления амплитуд смещений материальных частиц в объеме металла достаточно определить интегральный образ соответствующего компонента вектора напряженности переменного магнитного поля, создаваемого УЗ преобразователем электромагнитного типа. Тем самым устраняется проблема неразрешимости уравнений Максвелла при наличии границ разделов сред с различными электрическими и (или) магнитными свойствами.

Впервые получены соотношения, которые позволяют учесть влияние геометрических параметров источника переменного магнитного поля (ка-

тушки) в составе преобразователя электромагнитного типа на эффективность его работы в широком диапазоне частот. Показано, что увеличение размеров источника переменного магнитного поля сопровождается уменьшением полосы частот, в которой происходит эффективное возбуждение продольных волн.

Впервые вводится понятие волновой характеристики преобразователя электромагнитного типа. На примере проходного преобразователя показана процедура определения этой характеристики как функции, которая связывает частоту сменного знака электрического тока на электрическом входе источника переменного магнитного поля с его геометрическими параметрами, с размерами поперечного сечения и физико-механическими свойствами материала стержня. Знание волновой характеристики преобразователя позволяет конструировать устройства УЗ неразрушающего контроля с прогнозированной работоспособностью (эффективностью) в заданном диапазоне частот.

Установлено, что однокатушечный УЗ преобразователь электромагнитного типа, возбуждающий продольные волны в ферромагнитном стержне, не согласован, в смысле частотного диапазона эффективной работы, с приемником УЗ волн той же конструкции. Предложена схема согласования частотных диапазонов эффективной работы проходных преобразователей электромагнитного типа, которые работают в режиме излучения и приема УЗ волн.

1. Сучков Г.М., Петрицев О.Н., Хащина С.В. Развитие концепций создания ультразвуковых преобразователей электромагнитного типа. Режим возбуждения. Ч.1. // Техн. диагностика и неразруш. контроль. — 2012. — № 1. — С. 23–28.
2. Кошляков Н.С., Глинер Э.Б., Смирнов М.М. Уравнения в частных производных математической физики. — М.: Высш. шк., 1970. — 710 с.
3. Смирнов В.И. Курс высшей математики. Т. III. Ч. 2. — М.: Наука, 1974. — 672 с.
4. Гринберг Г.А. Избранные вопросы математической теории электрических и магнитных явлений. — М.-Л.: Изд-во АН СССР, 1948. — 727 с.
5. Ермолов И.Н., Ланге Ю.В. Неразрушающий контроль: Справ. в 7 т. / Под. общ. ред. В. В. Клюева. Т.3: Ультразвуковой контроль. — М.: Машиностроение, 2004. — 864 с.
6. Петрицев О.Н. Метод полигармонических разложений — новый подход к решению нелинейных задач магнитоупругости // Акустика и ультразвуковая техника. — 1987. — Вып. 2. — С. 85–90.

Поступила в редакцию  
16.01.2012